

2.1. Introduction :

La convection forcée dans les écoulements internes en présence d'une paroi épaisse présente un intérêt considérable en raison de ses nombreuses applications qui concernent par exemple les échangeurs de chaleur compacts, les collecteurs solaires et le refroidissement des centrales nucléaires.

Une revue de la littérature révèle que les études théoriques sur la convection forcée se limitent à des conditions aux limites constantes et uniformes imposées à la surface extérieure de la paroi. D'une façon générale ces études montrent une redistribution du flux de chaleur à l'interface paroi-fluide du canal directement chauffée sous l'influence du terme de la conduction axiale dans la paroi.

En pratique le flux de chaleur ou la température imposée à la surface extérieure de la paroi peut varier le long de la direction axiale ou radiale. Le manque d'informations sur le comportement thermique et hydrodynamique du système sous l'effet combiné d'une condition aux limites variable et du terme de la conduction axiale dans la paroi nous a incité à présenter cette étude, en montrant l'influence des propriétés physiques et géométriques sur les grandeurs énergétiques et hydrodynamiques suivantes : le profil de vitesse axiale et la température du fluide le long de l'axe de la conduite.

En mécanique des fluides, en supposant que le fluide est un milieu continu, on peut utiliser les lois classiques de conservation, à savoir :

- conservation de masse,
- conservation de la quantité de mouvement,
- conservation d'énergie.

Résoudre complètement un problème de convection revient à déterminer en tout point du domaine d'étude les grandeurs caractéristiques du fluide étudié (ici, l'air), soit:

- le champ de vitesse,
- la température.

Dans ce chapitre, nous présentons la géométrie du problème et les équations qui régissent le phénomène de la convection en régime turbulent à l'intérieur d'une conduite rectangulaire, nous nous intéressons aux équations de bilan régissant le mouvement du fluide sur la résolution de ces équations. Donc on va aboutir vers la fin à un système d'équations. Pour résoudre toutes les équations considérées dans cette étude, il est nécessaire de spécifier les conditions aux limites de toute la frontière du domaine d'écoulement.

2.2. La géométrie à étudier

Les dimensions du canal présentées dans ce travail, sont basés sur les données expérimentales publiées par **Demartini et al. [28]**: Longueur du canal $L=0,554$ m, hauteur du canal $H=0,146$ m, hauteur des ailettes $e=0,08$ m, épaisseur des ailettes $\delta=0,01$ m, longueur entre l'entrée du canal et la première ailette $L_1=0,218$ m, l'espacement entre l'ailette et la chicane, $L_2=0,142$ m, longueur entre la sortie et la deuxième chicane $L_3=0,174$ m, diamètre hydraulique $D_H=0,167$ m, nombre de Reynolds $Re=8.57 \times 10^4$, vitesse d'entrée $U_{in}=7,8$ m/s.

Les conditions aux limites thermiques sont choisies conformément aux travaux de **Nasiruddin et al [29]**. Une température constante de 375 K a été appliquée sur les deux parois horizontales du domaine de calcul qu'autant qu'une condition à la limite thermique. La température du fluide utilisé été fixé à 300 K à l'entrée du canal.

$$Re = \frac{\rho D_H U_0}{\mu} \quad (2.1)$$

$$K_{in} = 0.005 U_0^2 \quad (2.2)$$

$$\omega_{in} = 0.1 K_{in}^2 \quad (2.3)$$

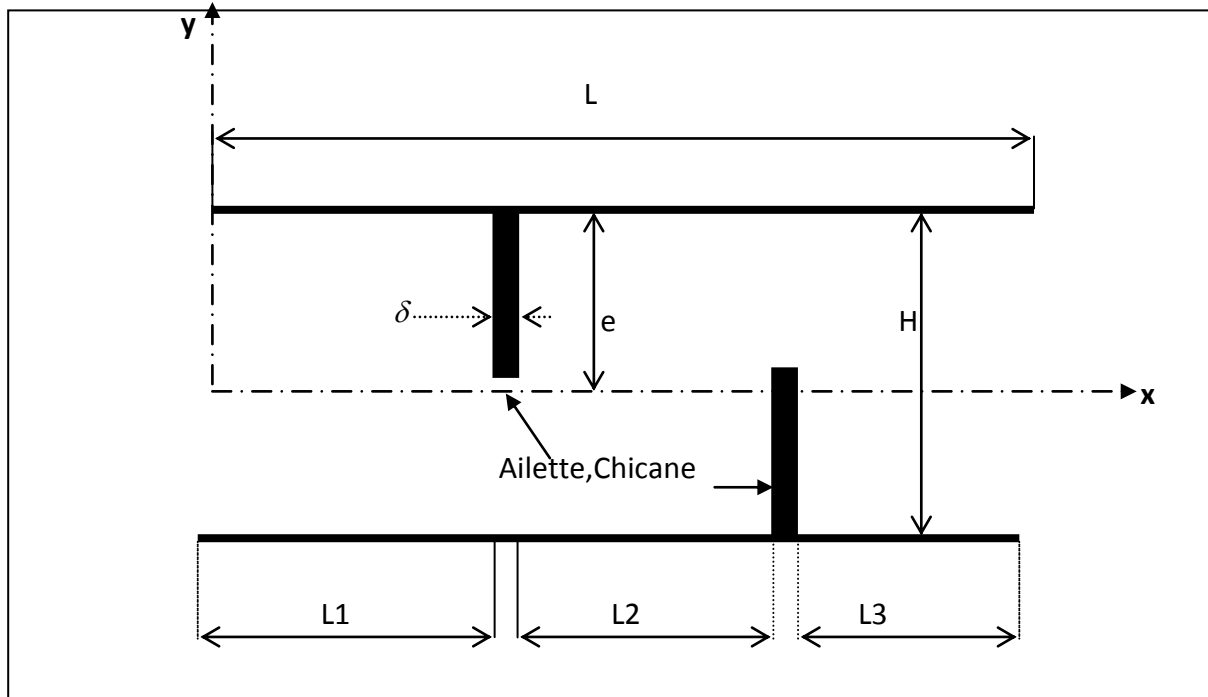


Figure 2.1 : Schéma représentatif du problème

2.3. Simplification du système d'équations

Pour construire des modèles suffisamment détaillés et précis, il faut parfois tenir compte d'un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. Pour cela, on suppose :

- (i) L'écoulement et le transfert de chaleur sont bidimensionnels (pas de variation azimutale),
- (ii) L'écoulement est incompressible et instationnaire,
- (iii) les propriétés thermo-physiques du fluide (C_p , μ , λ_f et ρ_f) et du solide (λ_s , C_{p_s} , ρ_s) sont constantes et évaluées à la température du fluide à l'entrée du canal,
- (iv) Fluide visqueux Newtonien (En considérant un écoulement où la viscosité dynamique d'un fluide Newtonien est indépendante du taux de déformation et dépend uniquement des températures et des pressions considérées),
- (v) Le fluide pénètre dans la conduite avec une température uniforme et un profil de vitesse constant,

- (vi) Le rayonnement thermique est négligeable.
- (vii) On adopte pour la fermeture de notre système le modèle k- ω SST ou transport des contraintes de cisaillement turbulentes.

2.4. Système d'équations :

Après l'introduction des hypothèses présentées précédemment, on peut considérer que les équations suivantes décrivent le phénomène de la convection forcée à l'intérieur de la conduite rectangulaire. Dans le cas de l'écoulement instationnaire et bidimensionnel, le système d'équations, relativement à un système de coordonnées cartésiennes, s'exprime :

2.4.1. Conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} = 0 \quad (2.4)$$

Où t représente le temps, u et v sont les composantes de la vitesse du fluide dans les directions x et y respectivement.

2.4.2. Conservation de la quantité de mouvement :

2.4.2.1. Conservation de la quantité de mouvement suivant l'axe ox :

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} + \rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \mu_t) \left(2 \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (2.5)$$

2.4.2.2. Conservation de la quantité de mouvement suivant l'axe oy :

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho u \frac{\partial v}{\partial x} + \rho v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial}{\partial y} \left[(\mu + \mu_t) \left(2 \frac{\partial v}{\partial y} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[(\mu + \mu_t) \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) \right] \quad (2.6)$$

2.4.3. Conservation d'énergie :

2.4.3.1. Conservation d'énergie dans le fluide :

$$\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \rho u \frac{\partial T}{\partial x} + \rho v \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_T} \right) \frac{\partial T}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\mu}{Pr} + \frac{\mu_t}{\sigma_T} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] \quad (2.7)$$

2.4.3.2. Conservation d'énergie dans la paroi :

$$\rho_p C_p \left(\frac{\partial T}{\partial t} \right) = k_p \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (2.8)$$

2.4.4. Modèle de turbulence k- ω SST (Shear Stress Transport) :[32]

Le modèle k - ω SST ou transport des contraintes de cisaillement turbulente était développé efficacement par Menter, il est dérivé du modèle k - ω standard. Ce modèle combine entre la robustesse et la précision de la formulation du modèle k - ω dans la région proche de la paroi avec le modèle k - ε .

Le modèle k - ω est défini par deux équations de transport, une pour l'énergie cinétique turbulente k (2.10), et l'autre pour le taux de dissipation spécifique ω (2.11).

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho k u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + G_k - Y_k + S_k \quad 2.10$$

$$\frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \omega u_i) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\Gamma_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + G_\omega - Y_\omega + D_\omega + S_\omega \quad 2.11$$

Où :

$$G_k = -\overline{\rho u_i u_j} \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \quad 2.12$$

$$G_\omega = \alpha \frac{\omega}{k} G_k \quad 2.13$$

Γ_k et Γ_ω Coefficients de la diffusion de k et ω

$$\Gamma_k = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \tag{2.14}$$

$$\Gamma_\omega = \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \tag{2.15}$$

S_k et S_ω : Termes sources.

D_ω : Terme de la diffusion croisée.

Y_k et Y_ω : Dissipations de k et ω respectivement.

Constantes du modèle $k-\omega$ SST :

Les constantes empiriques du modèle $k-\omega$ SST sont :

$$\alpha_\infty^* = 1 ; \alpha_\infty = 0.52 ; \beta_\infty^* = 0.09 ; R_\beta = 8 ; \zeta^* = 1.5 ; Mt_0 = 0.25 ;$$

$$a_1 = 0.31 ; \beta_{i,1} = 0.075 ; \beta_{i,2} = 0.0828 ; \sigma_{k,1} = 1.176 ; \sigma_{k,2} = 1 ;$$

$$\sigma_{\omega,1} = 2 ; \sigma_{\omega,2} = 1.168$$

2.5. Conditions aux limites :

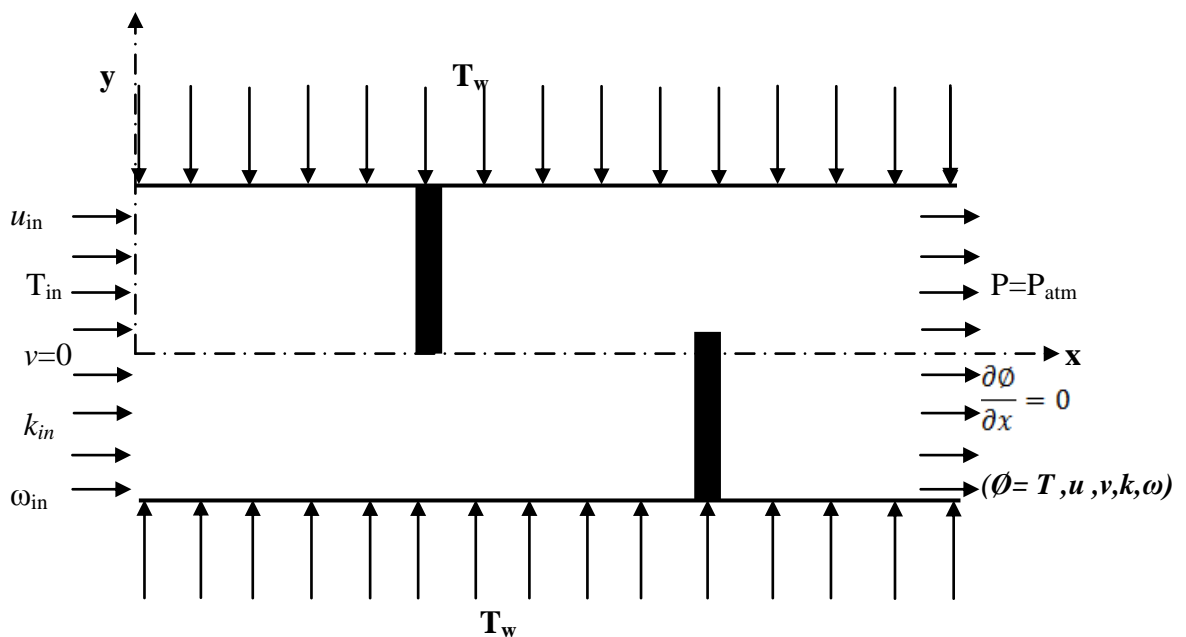


Figure 2.2 : Schéma représentatif des conditions aux limites

A l'entrée du canal : (x=0)

$$u(0, y) = U_{in} \quad (2.16)$$

$$v(0, y) = 0 \quad (2.17)$$

$$T_f(0, y) = T_{in} \quad (2.18)$$

$$k(0, y) = 0.005U_{in}^2 = k_{in} \quad (2.19)$$

$$\omega(0, y) = 0.01k_{in}^2 = \omega_{in} \quad (2.20)$$

Ou k_{in} et ω_{in} sont respectivement l'énergie cinétique turbulente et l'énergie de dissipation à l'entrée.

A la sortie de la conduite : (x=L)

$$P = P_{atm} \quad (2.21)$$

A la paroi inférieure et supérieure :

Une température ($T_w = 375$ K) constante et uniforme est imposée à la surface extérieure de la paroi supérieure et inférieure selon la longueur (L) du canal.

La condition à l'interface :

$$\lambda_f \frac{\partial T_f}{\partial x} \Big|_{\vec{n}} = \lambda_s \frac{\partial T_s}{\partial x} \Big|_{\vec{n}} \quad (2.22)$$

$$T_f \Big|_{\vec{n}} = T_s \Big|_{\vec{n}} \quad (2.23)$$

Ou \vec{n} est le vecteur vertical à la surface de l'interface considérée.

Finalement, nous aboutissons au modèle mathématique. Ce dernier est alors constitué d'un système d'équations, complétées par des conditions aux limites. Il s'agit d'un système complexe formé par des équations qui sont issues de la

thermodynamique et de la mécanique des fluides. Les équations de bilan sont donc connues.

- la résolution analytique de ces équations de bilan n'est pratiquement jamais réalisable,
- les non linéarités visibles dans les équations sont principalement à l'origine des difficultés pour obtenir une solution analytique.

Donc, l'utilisation des méthodes numériques s'avère indispensable pour la résolution des équations de bilan. Dans notre étude, on a utilisé le logiciel Fluent basé sur la méthode des volumes finis pour résoudre les différentes équations, et le mailleur Gambit. Le manuel de maillage sous Gambit et de simulation sous Fluent est exposé dans le chapitre suivant.