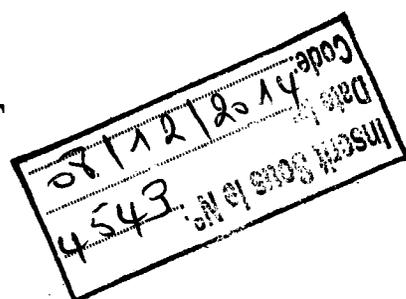


République Algérienne Démocratique et Populaire
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

THESE DE DOCTORAT



Présentée à

**L' UNIVERSITE ABOU BAKR BELKAID DE TLEMCEN
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE**

Pour l'obtention du grade de
DOCTEUR D'ETAT EN SCIENCES PHYSIQUES

Option: énergétique

Par

Amor BOUHDJAR

**PHENOMENE DE STRATIFICATION DANS UNE CUVE DE
STOCKAGE THERMIQUE : ETUDE PARAMETRIQUE**

Soutenue le 08/11/2005 à l'Université de Tlemcen devant le jury d'examen composé de :

Président :	CHABANE SARI	Nasreddine	Professeur	Université de Tlemcen
Directeur de thèse:	BENYOUCEF	Boumédienne	Professeur	Université de Tlemcen
Examineurs:	RECHAK	Saïd	Professeur	E.N.P. Alger
	AIT MESSAOUDENE	Noredine	Professeur	Université de Blida
	HARHAD	Améziane	Professeur	Université de Blida
	BELHAMEL	Maïouf	Directeur de Recherche	CDER ALger
	CHAKER	Abla	Maître de Conférence	Univ. de Constantine



A la mémoire de mes chers parents

REMERCIEMENTS

Le présent travail a été effectué au Centre de Développement des Energies Renouvelables dans le cadre du programme de recherche du centre. Je remercie Monsieur le Directeur pour ses incessants encouragements.

La supervision de cette thèse a été faite par Monsieur le Professeur Boumédiène BENYOUCEF de l'Université de Tlemcen. Qu'il soit vivement remercié pour son aide, son soutien et ses précieux conseils.

Je remercie Prof. Jean Laurent PEUBE, Directeur du Laboratoire d'Etudes des systèmes Thermiques et Energétiques de l'Université de Poitiers et Monsieur Dominique BLAY pour l'aimable accueil au sein du laboratoire et pour l'initiation à ce travail.

Je remercie Prof. Maurice CLAVERIE, Directeur du PIRSEM (CNRS France) pour le soutien financier qui m'a été accordé par le CNRS et qui m'a permis d'effectuer des séjours scientifiques au Laboratoire d'Etudes des systèmes Thermiques et Energétiques de l'Université de Poitiers.

J'exprime mes vifs remerciements à Monsieur le Professeur Nasreddine CHAABANE-SARI pour son intéressement à ce travail et pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury d'examen.

Mes vifs remerciements sont à adresser au Professeur Saïd RECHAK pour sa participation au jury d'examen.

Que Monsieur le Professeur Noredine AÏT MESSAOUDENE soit vivement remercié pour sa participation au jury d'examen.

Je remercie Professeur Améziane HARHAD pour avoir accepté de faire partie du jury d'examen.

Mes vifs remerciements sont à adresser Monsieur Maïouf BELHAMEL, Directeur de Recherche, pour sa participation au jury d'examen.

J'exprime mes vifs remerciements au Dr Abla CHAKER pour sa participation au jury d'examen.

J'exprime mes remerciements les plus sincères aux collègues du CDER qui m'ont apporté aide et soutien durant la réalisation du présent travail, particulièrement à ceux qui ont apporté une certaine contribution à son accomplissement et dont les noms figurent sur les différentes publications et communications.

J'exprime mes vifs remerciements à ma famille pour l'aide et les multiples soutiens et encouragements prodigués tout au long de la préparation du présent travail.



PHENOMENE DE STRATIFICATION DANS UNE CUVE DE STOCKAGE THERMIQUE

RESUME:

Le stockage de chaleur dans des fluides génère une stratification thermique. L'amélioration des performances des systèmes thermodynamiques implique une plus grande promotion de la stratification.

Afin de comprendre le phénomène, une étude numérique de la convection mixte transitoire d'un écoulement laminaire dans une cavité cylindrique verticale est entreprise. Initialement, le fluide est au repos. Les surfaces supérieure, inférieure et périphérique sont isolées. Des fluides à des températures supérieures à la température initiale sont injectés dans la cavité à partir de différentes positions. Les champs dynamiques et thermiques pour divers nombres de Richardson sont numériquement étudiés afin de cerner l'influence des paramètres géométriques tels que les positions d'injection et d'extraction du fluide.

Les équations régissant les phénomènes étudiés sont les équations de conservation de la quantité de mouvement simplifiées par l'approximation de Boussinesq associées à l'équation de conservation de l'énergie.

La résolution des équations déduites est faite par la méthode des volumes finis. L'étude de la stratification thermique et de l'efficacité de stockage thermique est ainsi présentée.

Pour vérifier la validité de la procédure de calcul, trois modèles d'écoulement pris de la littérature sont testés. Les résultats sont en bon accord avec ceux donnés par les références.

Pour le cas de la cavité cylindrique, la méthode présentée montre qu'il est possible de déterminer la configuration la plus performante par rapport à l'efficacité de stockage thermique.

L'étude traite aussi de l'utilisation de différents fluides comme moyens de stockage de la chaleur dans des cavités cylindriques ayant différents rapports de forme. L'influence des fluides est considérée à travers la variation des propriétés physiques représentées par le nombre de Prandtl. L'étude considère trois fluides représentatifs en l'occurrence l'huile Torada, le glycol d'éthylène et l'eau. Elle considère aussi des rapports de forme variant de 3 à 1/3. L'analyse de l'écoulement est faite à travers les distributions de la température pour les trois fluides dans les diverses configurations. Les performances du stockage thermique pour ces trois fluides sont analysées par l'intermédiaire de l'efficacité de stockage thermique transitoire.

L'influence du débit du fluide est exprimée à travers le nombre de Reynolds qui s'étale jusqu'à 5×10^4 en considérant l'eau comme fluide de travail. L'analyse de la stratification est faite qualitativement par l'intermédiaire de la distribution de la température. Des corrélations pour l'efficacité de stockage thermique ont été déduites en fonction du nombre de Reynolds et pour différents rapports de forme.



ظاهرة التنضيد داخل صهريج للتخزين الحراري

ملخص

يستنتج عن تخزين الطاقة الحرارية في الموائع تنضيدا حراريا، ويستوجب تحسين نتائج الأنظمة الترمودينامية، لذا يستلزم ترقية أكبر للتنضيد.

وقصد فهم الظاهرة، أجريت دراسة رقمية للحمل المزدوج الانتقالي لانسياب صفائحي داخل خزان أسطواني عمودي. في البداية يكون المائع ساكنا. تكون مجمل الجدران معزولة. ثم تم حقن موائع ذات درجات حرارة أعلى من درجة الحرارة الابتدائية داخل الخزان، انطلاقا من فتحة مختلفة المواقع.

من أجل حصر تأثير العوامل الهندسية مثل مواقع حقن واستخراج المائع، تم إجراء دراسة رقمية للحقول الحركية و الحرارية باستعمال قيم مختلفة لعدد ريدشارسن.

إن المعادلات المختلفة المتحكمة في الظواهر المدروسة هي معادلات انحفاظ كمية الحركة المبسطة باستخدام الفرضيات التبسيطية لـ"بوسيناسك"، بمعية معادلة انحفاظ الطاقة.

تم استعمال طريقة الأحجام المحدودة في حل المعادلة المستنتجة. وهكذا تم عرض دراسة التنضيد الحراري و فعالية التخزين.

للتحقق من صحة طريقة الحساب، اختيرت ثلاثة نماذج انسياب مأخوذة من المراجع، وكانت النتائج متوافقة تماما مع تلك المعطاة من طرف المراجع.

في حالة الخزان الاسطواني بينت الطريقة المعروضة انه بالإمكان تحديد التصميم الأكثر نجاعة بالنسبة لفعالية التخزين الحراري.

كما تعالج الدراسة استخدام موائع مختلفة كوسائل تخزين الحرارة داخل خزانات اسطوانية لها نسب شكل مختلفة. اخذ في الحسبان تأثير الموائع عبر تغيير الخصائص الفيزيائية الممثلة بواسطة عدد براندتل. استخدمت في هذه الدراسة ثلاثة موائع تمثيلية وهي زيت "طورادا"، و"غليكول الإيثيلين" والماء، كما استخدمت أيضا نسب أشكال محصورة بين ثلاثة وثلاث (3 و 3/1)، وأجرى تحليل الانسياب عبر توزيعات درجة الحرارة الانتقالية للموائع الثلاثة في تصاميم مختلفة، كما تم تحليل نجاعة التخزين الحراري باستعمال هذه الموائع الثلاثة بواسطة فعالية التخزين الحراري الانتقالي. يعبر عدد رينولدس الذي يمتد إلى غاية 10×5^4 عن تأثير تدفق المائع باعتبار الماء كوسيلة النقل. تم تحليل التنضيد نوعيا عن طريق توزيع درجة الحرارة، ثم استنتاج ارتباطات لفاعلية التخزين الحراري تبعا لعدد رينولدس ولنسب الأشكال المختلفة.



STRATIFICATION PHENOMENON IN THERMAL STORAGE CAVITY: A NUMERICAL STUDY

ABSTRACT:

Sensible heat storage in fluids generates thermal stratification. Improving thermodynamic system efficiency implies the promotion of stratification much more.

In order to understand the phenomena, a numerical study of transient mixed convection of laminar flows in a vertical cylindrical cavity is undertaken. Initially, the fluid is motionless. The top, bottom and peripheral surfaces of the tank are assumed to be insulated. Fluid at a temperature above the initial temperature is injected into the cavity from different port locations. The resulting dynamic and thermal fields for different Richardson numbers are numerically studied in order to investigate the influence of geometrical parameters such as the inlet and outlet injection positions of the fluid. Transient, two-dimensional, mixed convection flows in a thermal storage tank was implemented using finite volume method. The governing equations are the conservation equations for laminar natural convection flow based on the Boussinesq approximation. Forced convection flow is superimposed through the use of appropriate boundary conditions (inflow and outflow conditions). Study of the thermal stratification and thermal storage efficiency is also presented.

To verify the validity of the solution procedure, three flow models taken from the literature are tested. The results are in good agreement with those of the references.

For the case of the cylindrical cavity, the present model has been shown to predict the most efficient configuration with respect to thermal storage efficiency.

The study investigates also the use of different fluids as a heat storage medium in cylindrical cavities with different aspect ratios. The effect of the fluids is made through the variation of physical properties represented through the Prandtl number. The study considers three representative fluids i.e. Torada oil, ethylene glycol and water. It considers also cavities with aspect ratios varying from 3 to 1/3. Flow analysis is made through typical transient temperature distributions for the three fluids and for different configurations. The performances of thermal energy storage using these fluids are analyzed through the transient thermal storage efficiency.

The influence of the mass flow rate is made through the Reynolds number which extends up to 5×10^4 by considering water ($Pr=3.01$) as the working fluid. Stratification analysis is made qualitatively through temperature distribution. Correlations for the storage efficiency are deduced with respect to the Reynolds number and cavity aspect ratios.

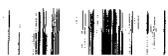
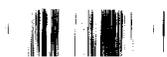


TABLE DES MATIERES

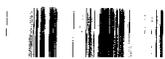
1.	PROBLEMATIQUE DU STOCKAGE THERMIQUE	1
2.	REVUE BIBLIOGRAPHIQUE	11
3.	PHENOMENE DE TRANSFERT DE CHALEUR ET DE MASSE DANS UNE ENCEINTE	18
3.1	Equations de base	18
3.2	Hypothèses simplificatrices	19
3.3	Hypothèse de BOUSSINESQ	19
3.4	Traitement des Conditions aux limites et condition initiale	23
3.5	Généralités sur la discrétisation des équations de NAVIER-STOKES	24
3.6	Convergence	28
3.7	Modélisation des écoulements dans une enceinte	29
4.	RESOLUTION DES EQUATIONS DE NAVIER-STOKES	36
4.1	Discrétisation des équations de NAVIER-STOKES :	36
4.2	Traitement du couple pression-vitesse	41
4.3	Test de convergence	49
4.4	Sous-relaxation	50
4.5	Choix de la méthode de couplage	52
4.6	Choix de l'algorithme de résolution du système d'équations	54
5.	VALIDATION DU MODELE MATHEMATIQUE	55
5.1	Convection naturelle dans une enceinte parallélépipédique	55
5.2	Convection naturelle dans une enceinte cylindrique	59
5.3	Convection mixte dans une enceinte parallélépipédique en régime transitoire	68
5.4	Conclusion	70
6.	CONVECTION MIXTE DANS UNE CUVE CYLINDRIQUE	72
6.1	Introduction	72
6.2	Résultats et discussion	73
6.2.1	Effet du maillage sur les résultats	76
6.2.2	Qualification de l'écoulement	78



6.3	Effet de la direction de l'écoulement	78
6.4	Influence des positions d'entrée et de sortie	81
6.5	Température moyenne du fluide, Température du fluide à la sortie et Efficacité du stockage thermique	90
6.6	Forces de gravité et forces d'inertie	92
6.7	Résultat analytique	100
7.	INFLUENCE DES PROPRIETES DU FLUIDE ET DES RAPPORTS DE FORME SUR LA STRATIFICATION	101
7.1	Résultats et analyse	101
7.2	Conclusion	117
8.	INFLUENCE DU DEBIT MASSIQUE ET DU FACTEUR DE FORME SUR LA STRATIFICATION	118
8.1	Introduction	118
8.2	Résultats et analyse	119
8.2.1	Champs de vitesse et champs de température	120
8.2.2	Efficacité du stockage thermique	134
8.3	Conclusion	144
9.	CONCLUSION GENERALE	145
	REFERENCES	147

NOMENCLATURE

C_p	Chaleur massique à pression constante (J / kg K)
C	Rayon de la zone chauffée (m)
g	accélération de la pesanteur (m/s ²)
Gr	Nombre de Grashof ($Gr = \rho^2 g \beta \Delta T H^3 / \mu^2$)
h	Coefficient d'échange convectif (W / m ² K)
H	Hauteur de la cavité (m)
k	Conductivité thermique (W / m K)
L	Longueur de l'enceinte
Nu	Nombre de Nusselt local ($Nu = h L / k$)
\overline{Nu}	Nombre de Nusselt moyen ($\overline{Nu} = \overline{h} L / k$)
P	Pression adimensionnelle
Pr	Nombre de Prandtl ($Pr = \mu C_p / k$)
Q	Débit volumique
R	Rayon de la cuve cylindrique
Ra	Nombre de Rayleigh ($Ra = Gr Pr$)
Re	Nombre de Reynolds ($Re = \rho v_r H / \mu$)
Ri	Nombre de Richardson ($Ri = Gr / Re^2$)
r	Variable indépendante adimensionnelle
S_ϕ	Terme source relatif à la variable ϕ
T	Température adimensionnelle
\overline{T}	Température moyenne adimensionnelle
t	Temps adimensionnel
t^*	Temps réel
t^\dagger	Temps adimensionnel
u	Vitesse adimensionnelle suivant la direction x (ou r)
v	Vitesse adimensionnelle suivant la direction y



V	Volume du réservoir
x, y	Variables indépendantes adimensionnelles
α	Diffusivité thermique (m^2 / s)
β	Coefficient de dilatation volumique à pression constante
ΔT	Ecart de température
Δt	Pas de temps
ΔV	Volume élémentaire
$\Delta x, \Delta y$	Dimension d'un volume élémentaire
Γ_ϕ	Coefficient de diffusion relatif à la variable ϕ
μ	Viscosité dynamique ($kg\ m / s$)
η	Efficacité instantanée de stockage
ρ	Masse volumique du fluide (kg / m^3)
ϕ	Variable dépendante adimensionnelle

Indices inférieurs

C	Relatif à la paroi froide
e	Relatif à l'entrée de l'enceinte
H	Relatif à la paroi chaude
i	Relatif à une grandeur initial
$n\ int$	Relatif au nœud voisin intérieur
r	Relatif à une grandeur de référence
s	Relatif à la sortie de l'enceinte



1- PROBLEMATIQUE DU STOCKAGE THERMIQUE

Les choix énergétiques sont fréquemment limités à la sélection des sources primaires d'énergie (charbon, pétrole, gaz naturel, uranium, renouvelables) et des procédés qui assurent leurs conversions en sources secondaires et finales (combustibles, carburants, électricité, et autres). La raison de cette restriction est simple. Avant leur récent intérêt pour les services énergétiques, les producteurs ne se souciaient guère du devenir des sources d'énergie qu'ils délivraient aux consommateurs finaux (industriels ou particuliers).

Nombreux sont pourtant les choix qui interviennent au delà de cette limite dans la mesure où les combustibles et les kWh ne sont pas achetés pour eux-même mais pour satisfaire des services énergétiques (confort thermique d'un appartement, réduction d'une tonne de minerai de fer, mobilité d'une personne ou déplacement d'une marchandise, éclairage artificiel d'un bureau) après de nouvelles conversions des sources finales en sources utiles sous des formes appropriées (thermique, mécanique, chimique).

Le consommateur final choisit donc non seulement entre des procédés plus ou moins efficaces des énergies finales en énergies utiles, mais aussi entre des façons différentes de satisfaire ses besoins. Désireux d'obtenir un confort thermique donné, le propriétaire d'un logement arbitre entre l'achat de combustible ou d'électricité, des systèmes de chauffage plus ou moins performants et des types d'habitat diversement orientés et isolés. Traiter sa demande de combustible ou d'électricité comme une donnée sans prendre en compte les choix sous-jacents dont elle résulte, constitue une mutilation lourde de conséquences.

On le découvre aisément lorsque les choix sont traités à l'échelle de toute la collectivité (producteurs et consommateurs) et évalués à l'aune de la rationalité macroéconomique c'est à dire du meilleur usage possible de toutes les ressources (travail, capital, matières premières) disponibles. La recherche de l'approximation optimale en énergie ne peut pas être guidée par les seuls coûts des sources d'énergie finale, externalités incluses, mais elle doit aussi considérer ceux des services énergétiques à satisfaire. Est-il rationnel de dépenser une somme d'argent X pour fournir un kWh additionnel si un dispositif de conversion finale permettant de s'en passer ne coûte que la moitié de cette somme ?



Le champ des choix énergétiques déborde donc largement celui sur lequel ont pris les producteurs d'énergie. Il s'étend à toutes les techniques d'exploration, production puis de conversion des sources d'énergie jusqu'au service énergétique. Il concerne aussi bien les utilisateurs dans tous les secteurs d'activité (agriculture, industrie, transport, résidentiel, tertiaire) que les concepteurs de procédé de conversion des sources finales (thermiciens, ingénieurs de bureaux d'études).

Aussi, l'amélioration de l'efficacité énergétique concourt à la réduction des gaz à effet de serre et constitue donc un des enjeux majeurs pour les sociétés modernes et particulièrement les sociétés industrielles. Or l'énergie sous forme thermique se caractérise souvent par son inadéquation entre les besoins et les ressources sur plusieurs niveaux : spatial, temporel en puissance et en température. Le stockage de la chaleur est le moyen le plus évident pour atténuer ces inadéquations mais son application industrielle nécessite des compromis sur des critères souvent antagonistes tels que la densité énergétique (capacité de stockage par unité de volume ou de masse), la puissance thermique instantanée stockée et/ou délivrée, la simplicité du procédé, l'efficacité énergétique (absence de perte)...etc.

Les problèmes scientifiques à résoudre portent sur :

- L'intégration optimale du système de stockage dans le procédé global, tenant compte notamment des puissances et températures des sources et des puits.
- L'optimisation entre puissance massique ou volumique et capacité de stockage du réservoir; ce qui nécessite une bonne maîtrise des propriétés de transfert (conductivité, perméabilité, ...) du matériau réactif en liaison avec sa mise en œuvre, les conditions opératoires en température et pression et la conception du réservoir.

L'énergie solaire est l'exemple type d'une ressource de puissance variable dans le temps et déphasée par rapport aux besoins (chauffage ou conversion).

Le procédé de co-génération vise déjà un objectif d'augmentation d'efficacité énergétique puisque l'énergie thermique ne peut pas se transporter sans perte ; il s'agit de produire l'électricité et sa chaleur concomitante là où cette dernière est utile et le surplus d'électricité est absorbé par le réseau. L'optimum économique avec les règles actuelles conduit à ce que le procédé de co-génération délivre le maximum d'électricité quitte à produire alors un excédent de chaleur. Il est évidemment intéressant de stocker cette chaleur et la restituer lorsque la puissance thermique requise redevient plus importante.

On peut ainsi intégrer un matériau de stockage à un procédé plus complexe de manière à recycler l'énergie, valoriser une source thermique de faible puissance ou encore gérer des

ressources énergétiques naturelles comme le solaire décalée dans le temps par rapport aux besoins.

Quoiqu'un système de stockage thermique bien conçu est conservateur d'énergie ; néanmoins son bénéfice premier est de décaler les charges de la période de demande élevée à une période de basse demande permettant ainsi une production d'énergie totale accrue à partir de capacité de génération limitée. Coïncidence, la production de puissance ajoutée se produit durant la période d'efficacité du générateur la plus élevée, fournissant de plus grands bénéfices pour les producteurs et la société.

Les questions de l' "investissement en attente ", de la demande de pointe, de la fiabilité, des marges de capacité sont toutes reliées. Le coût élevé de maintien de ces réserves est bien sûr supporté par le consommateur. Cependant la maintenance de capacités de réserves deviendra plus difficile. Pour l'industrie qui est cinq fois plus intensif en capital, l'économie de capacité en réserve représente un désavantage énorme dans la compétitivité. Ainsi les systèmes de climatisation qui consomment 30% d'énergie, contribuent à 44% de la demande de pointe. Ils représentent un investissement très important dans des capacités de production qui sont habituellement en réserves. Or la capacité de fournir de l'énergie au consommateur avec moins d'énergie primaire à la source de génération est très attractive économiquement. Ainsi un système de stockage convenablement étudié et de bonne fonctionnalité économisera quelque soit le rendement énergétique du dispositif.

De ce fait, le stockage de la chaleur est une question critique pour coïncider la demande sur la chaleur avec la fourniture de la chaleur ou même avec le besoin de se débarrasser de la chaleur rejetée.

L'efficacité de stockage dépend du niveau de température atteint et de la minimisation des pertes de chaleur. Alors que le stockage de chaleur dans la plage des 10-40°C a prouvé son intérêt, les niveaux de température plus élevés jusqu'à 150°C sont encore au stade d'expérimentation et de projet pilote. L'efficacité de stockage et la température sont des points clés pour l'économie et des opérations de sauvegarde de l'énergie.

Le stockage de l'énergie de toute nature joue un rôle important dans la conservation de l'énergie. Dans les processus industriels qui sont consommateur d'énergie, le stockage de la chaleur peut résulter en une économie de source primaire d'énergie.

L'énergie peut être stockée de plusieurs manières: énergie mécanique, énergie cinétique, énergie chimique, mais du moment que l'industrie la produit et l'utilise en tant que chaleur le potentiel pour un stockage de l'énergie thermique garantie plus d'étude.

Le stockage de l'énergie thermique traite de l'emmagasinage de la chaleur par refroidissement, chauffage, fusion, solidification ou évaporation de matériau; l'énergie devenant disponible en tant chaleur quand le processus est inversé. Le stockage par élévation ou abaissement de température est appelé stockage par chaleur sensible. Son efficacité dépend de la chaleur spécifique du matériau et si son volume est important, de sa densité. Le stockage par changement de phase est appelé stockage par chaleur latente. La chaleur spécifique de solidification ou de fusion et la température à laquelle le changement de phase se produit sont évidemment de grande importance. Ces deux phénomènes peuvent se produire dans le même matériau.

On distingue :

Le stockage à court terme qui est recommandé pour répondre à des demandes de charge de pointe sur de courtes périodes (quelques heures) durant la journée afin de réduire le dimensionnement de système et de bénéficier des avantages de la structure des tarifs de l'énergie.

Le stockage saisonnier ou stockage à moyen terme qui est utilisé quand la chaleur à rejeter peut être transférée avec un décalage de quelques jours à quelques semaines pour couvrir les besoins saisonniers. Les systèmes de stockage saisonniers comprennent les stockages convectifs très chauds (entre 120°C et 180°C) et les stockages convectifs chauds.

Le stockage thermique de l'énergie à basse température permet le stockage de chaleur obtenue du rayonnement solaire. Il permet aussi le stockage de la chaleur des centrales thermiques durant les heures de demande réduite vers les créneaux horaires de pointe sur une base journalière ou saisonnière.

A la lumière des préoccupations environnementales croissantes, l'insertion d'un dispositif de stockage de la chaleur peut jouer un important rôle dans la réduction de la pollution.

Vu le caractère intermittent du rayonnement solaire, un dispositif de stockage de la chaleur est nécessaire dans un système thermique solaire.

L'utilisation pratique de l'énergie solaire exige non seulement un système de collection efficace mais aussi un système de stockage d'énergie efficace.

Un système de stockage convenablement étudié peut améliorer l'efficacité globale du système d'une façon très appréciable. Donc il est important pour le concepteur de faire plus attention à la performance thermique du dispositif de stockage dans la conception du système.

De plus en plus de nations prennent conscience de la préservation et de l'amélioration de la qualité de l'environnement. Récemment apparaissant en tant que question principale est le

problème de la pollution thermique des ressources d'eau. La pollution thermique se réfère à la dégradation de l'environnement aquatique par la chaleur. Le déversement d'eau chaude dans l'eau ambiante provoque une élévation de température qui ne laisse aucun processus physique, chimique ou biologique non affecté. Ceci est une autre motivation pour prévoir des dispositifs de stockage de la chaleur dans tout système de production et d'utilisation de la chaleur.

Les cuves de stockage de la chaleur ont été utilisées dans la gestion des charges et dans la conservation d'énergie dans un nombre croissant d'installations.

L'efficacité énergétique industriel est d'une importance vitale par rapport à l'environnement et à la rentabilité industrielle. L'optimisation des systèmes énergétiques industriels peut montrer une manière vers une utilisation améliorée des ressources en fourniture d'énergie aussi bien qu'en processus de production.

En vue d'aplanir les charges de pointe qui sont la cause de perte de performance énergétique, des dispositifs de stockage de la chaleur sont utilisés pour récupérer la chaleur à rejeter dans l'environnement pour être ensuite réutiliser permettant une économie sur les ressources énergétiques primaires.

Le stockage thermique de l'énergie s'impose de plus en plus comme une technique viable de gestion des charges. Ceci permet de décaler certaines charges des périodes de pointe évitant l'appel à de nouvelles capacités de production et permettant une meilleure utilisation des installations de charge de base efficacement.

Le stockage thermique de l'énergie est un stockage temporaire de l'énergie à haute ou basse température. Il permet la jonction entre la demande en énergie et l'utilisation de l'énergie. Presque chaque société actuelle a une demande d'électricité de pointe à la mi-journée ou en fin de soirée.

Stockage saisonnier:

Ce type de système a pour but d'utiliser les variations de température sur des périodes prolongées pour une utilisation ultérieure. Les principales sources sont l'énergie solaire, les déchets d'incinération, l'eau de refroidissement des centrales nucléaires, la chaleur des rejets industriels.

Dans les systèmes solaires, particulièrement les systèmes de production électrique, l'électricité produite est naturellement dans un état de changement, conditionné par des variations prévisibles et imprévisibles, l'influence de l'horaire et du climat. Dans les deux cas, les besoins du système d'exploitation peuvent exiger un système de stockage

pleinement fonctionnel pour atténuer l'effet des variations du rayonnement solaire ou pour répondre à la demande d'une période de pointe.

Une option de stockage thermique de l'énergie permet de récupérer l'énergie afin de décaler sa fourniture pour une autre période ou pour aplanir la production de la centrale durant les conditions climatiques à passage nuageux. Ainsi le fonctionnement d'une centrale thermique solaire peut être étendu au delà de la période non ensoleillée afin de retarder l'utilisation des combustibles fossiles. En présence de systèmes combinés à cycle solaire intégré, le stockage de l'énergie peut présenter un autre avantage. Si la centrale fonctionne à un régime de base, elle fonctionnera seulement à plein régime quand suffisamment de rayonnement solaire est disponible.

Les principales options pour l'utilisation du stockage thermique de l'énergie dans un système solaire thermique dépendent énormément des variations journalières et annuelles du rayonnement et du profil de la demande électrique (fig.1). Les options essentielles sont:

- Etat tampon
- Décalage de la période de fourniture
- Extension de la période de fourniture
- Etablissement d'une moyenne annuelle

Le but du tampon est d'atténuer l'effet transitoire du rayonnement solaire causé par un passage nuageux qui influe sur le fonctionnement du système solaire de génération de l'électricité. Les performances du système de production se détériorent avec un rayonnement intermittent.

Le décalage de la période de fourniture exige l'utilisation de grande capacité de stockage. Le stockage déplace une partie ou la totalité de l'énergie collectée durant la période d'ensoleillement vers une période de large consommation électrique. Ce type de stockage thermique n'exige généralement ni plus de rayonnement incident ni une plus grande surface de réception.

La taille d'un stockage thermique pour une extension de la période de fourniture sera équivalente à celle d'une pleine charge.

L'établissement d'une moyenne annuelle pour la production électrique requiert un plus grand stockage thermique et un plus grand champ de captage solaire.

Un choix définitif d'une capacité de stockage dépend du site et du système.

La question clé dans la conception d'un système de stockage thermique de l'énergie est sa capacité thermique. Cependant, le choix du système approprié dépend de plusieurs considérations telles que :

- Le matériau de stockage lui même
- L'échangeur de chaleur pour charger ou décharger le système
- Le coût de l'espace et/ou l'enceinte pour le stockage thermique de l'énergie

Du point de vue technique, les exigences cruciales sont:

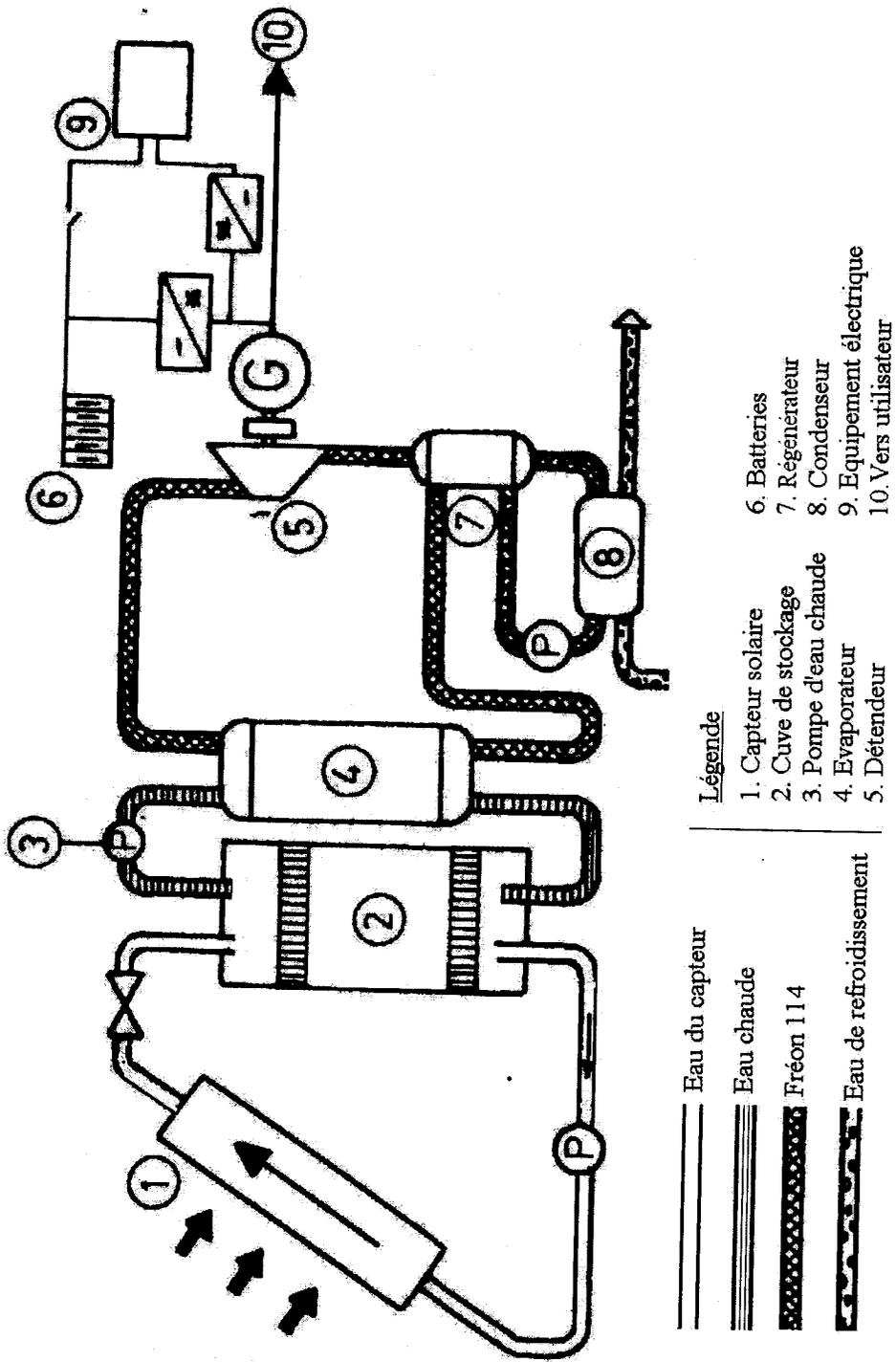
- Haute densité énergétique dans le matériau de stockage
- Bon transfert de chaleur entre le fluide caloporteur et le matériau de stockage
- Une stabilité mécanique et chimique du matériau de stockage
- Une compatibilité entre le fluide caloporteur, l'échangeur de chaleur et le matériau de stockage
- Une réversibilité complète pour un grand nombre de cycles de charge et de décharge
- Les pertes thermiques
- La facilité de contrôle.

Les critères les plus importants dans la conception sont:

- La température nominale et la chute de l'enthalpie spécifique en charge
- La charge maximale
- La stratégie des opérations
- L'intégration dans une centrale de puissance

Tous ces paramètres doivent être considérés quand on a décidé sur le type et la conception du stockage thermique. L'utilisation d'un dispositif de stockage thermique de l'énergie permet une augmentation significative de la part du solaire surtout dans un système hybride ou une récupération de la chaleur rejetée pour une amélioration de système énergétique.

Le stockage thermique de l'énergie peut être classé suivant le mécanisme de stockage et suivant le concept de stockage.



Légende

- 1. Capteur solaire
- 2. Cuve de stockage
- 3. Pompe d'eau chaude
- 4. Evaporateur
- 5. Détendeur
- 6. Batteries
- 7. Régénérateur
- 8. Condenseur
- 9. Equipement électrique
- 10. Vers utilisateur

Fig. 1 Principes de fonctionnement d'une centrale solaire thermique

L'énergie thermique peut être stockée en chaleur sensible de substances qui passent par une variation d'énergie interne. A côté de la densité et la chaleur spécifique du matériau de stockage, d'autres propriétés sont importantes pour un stockage par chaleur sensible:

- les températures de fonctionnement,
- la conductivité thermique et la diffusivité,
- la pression de vapeur,
- la compatibilité entre matériaux,
- la stabilité,
- le coefficient de perte de chaleur en fonction du rapport de la surface au volume
- le coût.

En stockage à chaleur sensible, plusieurs matériaux peuvent être utilisés; les matériaux solides sont utilisés dans des lits et ceci requiert un fluide d'échange de chaleur; quand la capacité calorifique du fluide est très basse (avec l'air par exemple), le solide est le seul matériau de stockage. Si le fluide est un liquide, sa capacité n'est pas négligeable et le système est appelé un système de stockage double. Parmi les solides, on peut citer les galets, le béton armé, le chlorure de sodium solide, l'acier, la fonte, les briques réfractaire de silice, les briques réfractaires de magnésie.

Les fluides sont aussi à utiliser comme medium de stockage de chaleur. Les liquides maintiennent une stratification thermique naturelle à cause des différences de densité entre le fluide chaud et le fluide froid. Néanmoins l'utilisation de cette caractéristique requiert une considération particulière des ports d'entrée du fluide chaud et d'extraction du fluide froid. Parmi les fluides utilisés pour le stockage de la chaleur, on peut citer l'huile minérale, l'huile synthétique, l'huile silicone, les sels de nitrate, les sels de carbonate, le sodium liquide, l'eau, le glycol éthylénique etc.

L'utilisation de ces matériaux est conditionnée par une certaine stabilité dans la plage de température d'exploitation. En tout état de cause, une capacité calorifique volumique élevée est souhaitable parce qu'elle permet des dimensions du système de stockage relativement basses et/ou une plus grande disponibilité pour une gestion adéquate des encombrements.

Afin de contourner cet obstacle, l'énergie thermique peut être stocké presque d'une façon isotherme dans des substances en tant que chaleur latente de changement de phase (solide - liquide, liquide - vapeur, transformation de la cristalline solide – solide).



A cause de la chaleur latente de fusion entre les états liquide et solide des matériaux qui est relativement élevée par comparaison à la chaleur sensible, les systèmes de stockage utilisant les matériaux à changement de phase peuvent être réduits en dimensions par comparaison aux systèmes à chaleur sensible à phase unique. Cependant la conception du dispositif de transfert de chaleur et le choix du matériau sont plus difficiles et l'expérience avec des sels à basse température a montré que les performances des matériaux peuvent se détériorer après un nombre modéré de cycles solidification - fusion.

Un troisième mécanisme de stockage s'effectue par réactions chimiques. Pour ce type de stockage, il est nécessaire que les réactions chimiques soient complètement réversibles. La chaleur récupérée d'un système industriel ou produite par un capteur solaire est utilisée pour exciter une réaction chimique endothermique. Si cette réaction est complètement réversible, la chaleur peut être récupérée totalement par la réaction inverse. Souvent un catalyseur est nécessaire pour libérer la chaleur. Les avantages couramment cités du stockage thermique de l'énergie dans une réaction thermochimique réversible sont les densités élevées de stockage de l'énergie, longue durée de stockage à la température ambiante et capacité de pompe à chaleur. Les inconvénients peuvent inclure la complexité, les incertitudes dans les propriétés des composants de la réaction et de la cinétique de réaction sous des conditions opératoires étendues, le coût élevé, la toxicité et l'inflammabilité.

Tel que mentionné précédemment, les concepts de stockage peuvent être classés comme actif ou passif. Le stockage actif est caractérisé principalement par un transfert de chaleur à convection forcée dans le matériau de stockage. Le matériau de stockage circule dans l'échangeur de chaleur. Celui-ci peut être un générateur de chaleur ou un capteur solaire.

La caractéristique principale du système passif est que le matériau de transfert de chaleur passe à travers le stockage seulement pour charger ou décharger et dans le cas d'un fluide caloporteur, la circulation du fluide est induite par les changements des propriétés physiques du fluide.

2. REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

Le problème de stockage thermique est généralement abordé soit à partir de méthodes ou de mesures globales permettant l'accès aux grandeurs moyennes (débit, puissance thermique, température moyenne), soit à partir d'études plus fines pour la détermination des grandeurs locales (vitesse, pression, température, coefficient de transfert).

La connaissance de la circulation d'un fluide particulièrement l'eau et des transferts de chaleur dans une enceinte actionnée par un système extérieur ou par écoulement naturel a fait l'objet de plusieurs études tant numériques qu'expérimentales.

Les résultats de ces études permettent ainsi de définir une configuration du système et des critères de performance de stockage.

Si la littérature fournit plusieurs travaux numériques et expérimentaux sur le stockage thermique et les écoulements naturels et mixtes dans les enceintes parallélépipédiques et cylindriques, peu de travaux se sont intéressés à une analyse comparative des diverses configurations et une considération de fluides autres que l'eau.

Les performances d'un dispositif de stockage thermique sont affectées par un certain nombre de facteurs. Les plus importants sont:

- (i) sa capacité thermique,
- (ii) la plage de température de fonctionnement,
- (iii) les moyens d'addition ou de soustraction de la chaleur et les différences de température qui lui sont associées,
- (iv) la stratification de la température dans le dispositif,
- (v) les pertes thermiques du dispositif.

Oberkampf et Crow [64] étudient numériquement les champs de vitesse et de température dans le plan vertical d'un réservoir rectangulaire ouvert. L'écoulement dans le réservoir est considéré à une température et une vitesse données simulant ainsi les rejets d'une centrale thermique.

Lavan et Thompson [53] étudient expérimentalement le stockage dans le but de déterminer une méthode d'extraction d'eau chaude de la cuve et de l'eau froide tout en maintenant une abrupte thermoclinicité. Le résultat montre l'influence de L/D , ΔT et des diamètres d'entrée et de sortie. Il recommande aussi certaines pratiques opérationnelles pour améliorer les

performances de stockage. L'étude a considéré l'eau de par son utilisation fréquente dans les systèmes solaires et a accentué la prospection sur les ports d'accès et de sortie de la cuve de stockage.

Wu et Han [89] ont étudié la stratification de la température dans une cuve rectangulaire reliée à un dispositif solaire. Ils ont étudié quatre conditions de fonctionnement différentes, conditions statiques, chargement avec la pompe du capteur, déchargement avec la pompe d'eau chaude et un fonctionnement automatique du système. Ils trouvèrent qu'une stratification importante peut être maintenue mais le degré de stratification est très dépendant de la configuration de la cuve (rapport hauteur/diamètre), position et conception des ports d'entrée et de sortie, du débit masse, vitesses et différence de températures. Deux modèles mathématiques ont été développés, un modèle qui prend en considération le mélange turbulent et un échangeur de chaleur et un modèle à entraînement visqueux modifié qui représente une performance plus réaliste.

Van Koppen et al [88] ont considéré les bénéfices du stockage thermique stratifié. L'étude a été entreprise expérimentalement et théoriquement. Elle a abordé principalement l'influence de la position d'entrée dans la cuve et du débit masse dans le système. Il s'avère que le bénéfice d'une stratification s'amenuise avec un accroissement du débit masse parce qu'un écoulement élevé du fluide élimine toute stratification. En référence au rendement du système, un stockage stratifié permet un meilleur gain énergétique particulièrement en combinaison avec un débit masse réduit. De même qu'une entrée flottante améliore la stratification.

Gupta et Jaluria [33,34] considèrent le champ thermique transitoire qui se produit dans une enceinte d'eau, conséquence d'une injection d'eau chaude en relation avec un système solaire ou des rejets de chaleur à partir d'un processus industriel. L'étude montre la nature de la stratification qui survient et la dépendance de la température de sortie qui est aussi la température de recirculation du fluide dans le rejet de chaleur ou du système de conversion d'énergie sur le débit masse et la position d'entrée. Le résultat de cette étude indique que, pour une sortie de cuve en haut, la température de la zone située entre l'entrée et la sortie est isotherme. Cet aspect peut être utilisé dans la conception des systèmes de stockage d'énergie pour qu'une alimentation en fluide à température uniforme soit assurée. Il montre aussi la nature de la stratification thermique qui se produit et sa très grande dépendance de la configuration de l'écoulement.

Blay [15] étudie la phase de relaxation thermique dans une cuve de stockage de la chaleur. L'étude menée expérimentalement et numériquement considère une cuve cylindrique en acier et une huile thermique en tant que fluide caloporteur. La stratification est obtenue par l'injection d'un fluide dans la cuve à la température de 220°C pour un état initial à la température de 57°C et une température extérieure de 10°C. Il en résulte que la dégradation de la stratification thermique est en effet accélérée par l'effet du court circuit thermique de la paroi qui, dans la partie supérieure, refroidit le fluide et le réchauffe dans la partie inférieure. L'étude a permis de dégager les paramètres caractéristiques du processus de relaxation et de déterminer à tout instant le champ unidimensionnel de température de la paroi et du fluide et aussi de mettre en évidence l'influence de la conductivité et de la capacité calorifique des parois et du fluide sur l'évolution de la stratification.

Hess et Miller [40,41] ont étudié la convection naturelle dans une enceinte cylindrique. L'étude met en évidence l'importance de l'influence de la paroi sur la destruction de la stratification. Les composantes radiale et axiale de la vitesse étaient mesurées pour des nombres de Ra compris entre 3×10^7 et $7,5 \times 10^7$. Les valeurs mesurées sont comprises entre 0,01 cm/s et 0,45 cm/s. La cuve utilisée avait une hauteur de 38cm et était faite d'aluminium (conductivité = 150W/m.K). Les mesures de vitesse pouvaient être effectuées à une distance de la paroi aussi proche que 0,6 mm. Une bonne concordance a été trouvée avec une solution numérique.

Chan et al [23] ont étudié les écoulements bidimensionnels transitoires de convection mixte dans une cuve rectangulaire de stockage thermique. Les effets des différents paramètres sur les performances de la cuve de stockage thermique ont été examinés. Les positions de l'entrée et de la sortie du fluide dans un équipement donné sont systématiquement variées. Les performances thermiques sont comparées et les configurations les plus efficaces par rapport à l'efficacité du stockage thermique sont identifiées. L'étude montre que l'efficacité la plus élevée est obtenue quand l'injection du fluide dans la cuve se fait par le haut et la décharge se fait par le bas. De même que l'étude met en évidence la présence d'une zone morte située en bas de la cuve lorsque l'injection du fluide se fait en haut et l'extraction se fait à mi-hauteur de la cuve. La présence de cette zone pénalise l'efficacité de stockage. Il a été montré aussi que, pour une configuration d'écoulement et de température d'entrée données, la température moyenne transitoire de la cuve est fonction du temps de remplissage adimensionnel ($t^* = Qt/V$) quelque soit la vitesse

d'injection du fluide pour $4,2 \times 10^4 < Re < 6,3 \times 10^5$. Il est à noter que la cuve considérée est de section rectangulaire.

Guo et Wu [32] ont développé un modèle bidimensionnel transitoire basé sur les principes de la convection naturelle et de la convection forcée. L'étude porte sur l'influence des nombres de Reynolds et Grashoff sur la stratification thermique dans la cuve.

Opel, Ghajar et Moretti [65] ont développé un modèle unidimensionnel basé sur la méthode explicite des différences finies pour une cuve de stockage stratifié. Le modèle a été testé sur des données expérimentales publiées. Le modèle couvre des conditions d'écoulement pour le chargement ou le déchargement de la cuve, la conduction et le mélange turbulent simulé à travers les facteurs de turbulence thermique de conductivité déterminé à partir des données expérimentales. Ils concluent que le mélange dans la cuve est dépendant des nombres de Reynolds et de Richardson et de la configuration d'entrée. Afin d'obtenir la dépendance, plusieurs simulations de données expérimentales ont été examinées.

Jaluria et O'Mara [44] ont étudié expérimentalement le champ thermique dans l'eau contenue dans une cuve, utilisée pour le stockage de l'énergie en tant que chaleur sensible, dû à un jet d'eau chauffée déchargée horizontalement. Particulièrement sont considérés les effets des conditions d'injection du fluide, la configuration de l'écoulement, les dimensions de l'enceinte et la position du point d'extraction sur le champ de température qui se produit. La pénétration du jet, la nature de la stratification thermique qui résulte et la distribution de la température dans la région fermée ont été explorées. Il est apparu que le champ de température dans la masse d'eau suit un changement rapide dès le début de l'écoulement, suivi par une variation graduelle vers une situation permanente. Le comportement transitoire est fortement influencé par les conditions d'entrée et la position de la sortie de l'écoulement. Le champ de température est essentiellement bi-dimensionnel. La poussée a une grande influence sur la distribution et génère une assez bonne homogénéité horizontale de la température à l'exception aux points d'entrée et de sortie. La position de la sortie et sa géométrie ont une forte influence sur l'écoulement. Le rapport de forme a peu d'effet sur l'écoulement. Les résultats obtenus ont pour objectif le fonctionnement et la conception des systèmes de stockage de l'énergie solaire tels que la stratification dans une cuve de stockage thermique à eau.

Kandari, Moustafa et Marafie [47] ont étudié l'influence du rapport L/D pour cinq différents stockages et trouvèrent que l'efficacité d'extraction augmente avec l'augmentation de L/D . Un rapport L/D supérieur 4 est non souhaité à cause de l'efficacité d'extraction.

Alizadeh [2] étudie le comportement thermique d'une cuve de stockage cylindrique horizontale expérimentalement et numériquement. Quatre situations d'essai sont considérées dans lesquelles l'eau froide est injectée dans le bas de la cuve qui se trouve en trois champs thermiques initiaux différents. La première situation concerne une cuve avec une stratification thermique dont la température en bas est identique à celle de l'eau injectée. La deuxième concerne une cuve ayant une stratification thermique en bas à la température relativement supérieure à celle de l'eau injectée. La troisième est une cuve isotherme initialement chauffée. La quatrième est identique à la première mais avec une conduite d'entrée conique divergente dirigée vers le bas d'un angle de 30° . L'expérimentation a montré qu'une meilleure stratification thermique peut être obtenue avec une entrée conique divergente à cause de l'effet de diffusion se produisant dans le divergent. Aussi une légère amélioration dans la performance de la cuve a été accomplie dans le deuxième cas quand la température initiale du bas de la cuve est supérieure à la température de l'eau injectée.

L'expérimentation a été suivie de développement de modèles numériques basés sur le modèle de mélange turbulent et le modèle de mélange de déplacement.

De même que l'étude de la convection naturelle et/ou forcée a fait l'objet de nombreux travaux pour des configurations parallélépipédiques dont les résultats sont à extrapoler ou à utiliser directement lorsqu'on cherche à stocker dans une même enceinte deux masses fluides portées à des températures différentes. Dans ce cas, l'étude de la convection pour la configuration idéale de Raleigh Bénard (couche fluide horizontale dont les faces supérieure et inférieure sont portées à des températures différentes) a été et continue d'être l'objet de nombreux travaux, pour déterminer les différents régimes d'écoulements entre le régime de conduction pure et l'établissement de la turbulence. Brièvement on peut citer quelques travaux.

Chu et Goldstein [25] se sont intéressés à l'évolution de la convection dans une couche de fluide confinée, chauffée par le dessous et maintenue à une température inférieure sur sa face supérieure. L'organisation générale de l'écoulement et les profils de température

dans un plan verticale sont obtenues à l'aide d'un interféromètre de Mach-Zender. Cette technique a permis aux auteurs de "filmer" la formation d'une plume thermique.

Behnia et Viskanta [6] se sont intéressés au problème de la dégradation de la thermocline dans des étendues d'eau de faible épaisseur ("solar pond") du fait du refroidissement de la couche superficielle avec les conditions météorologiques extérieures. L'apparition de la convection dans une telle couche fluide initialement stratifiée de façon stable a pour effet de détruire la thermocline et de dégrader le stock thermique par homogénéisation et abaissement de la température. Les auteurs ont étudié la possibilité de casser la convection en introduisant des séparations solides horizontales dans la couche fluide. Un modèle mono-dimensionnel est établi afin de prédire la profondeur de pénétration de la couche convective avec le temps en fonction de divers paramètres.

Jaluria et Gupta [43] ont établi un modèle d'évolution du profil vertical de température dans la cavité. La conductivité thermique longitudinale dans la paroi n'est pas prise en considération et l'évolution de la température est calculée par un modèle 1-D de diffusion pure où les échanges thermiques avec le milieu extérieur sont introduits par l'intermédiaire d'un terme puits en définissant un coefficient d'échange global où apparaissent les caractéristiques de la paroi (conductivité, épaisseur).

Une description 1-D plus fine a été utilisée par Najam [60]. Dans ce modèle, les températures de fluide et de la paroi sont calculées par une équation de conduction dans chacun des domaines et le couplage thermique entre les deux parties est traité en déterminant un coefficient d'échange convectif local le long de la paroi. La même démarche est adoptée pour les échanges thermiques entre la paroi et le milieu extérieur; les pertes sur les façades supérieure et inférieure sont elles aussi prises en compte. Ce modèle est utilisé pour étudier l'influence de divers paramètres sur la déstratification du stock. On note de plus dans cette étude l'observation expérimentale d'une zone de brassage importante dans la partie haute du ballon due à un défaut d'isolation sur la face supérieure.

De même les travaux de Schwind et Vliet [78] sur l'établissement d'une stratification thermique à l'intérieur d'enceintes parallélépipédiques 2-D ont permis une meilleure compréhension des écoulements de couches limites en milieux stratifiés.

Markatos et Périleous [59] ont étudié un écoulement bi-dimensionnel dans une cavité carrée. La cavité est supposée de profondeur infinie et est chauffée différentiellement le long de la face sud et la paroi nord. Les deux autres parois sont isolées. Le travail consiste en la

description d'une procédure de calcul pour la résolution des équations différentielles elliptiques non linéaires couplées sur tout le domaine d'écoulement sans aucune hypothèse concernant une zone centrale à processus particulier.

Les travaux non exhaustifs présentés couvrent beaucoup du champ sur le stockage. Cependant certains paramètres sont encore ignorés. L'influence de la direction de l'écoulement, la nature du fluide et le débit massique sont parmi les éléments qui n'ont pas reçu suffisamment d'attention. La présente étude numérique s'inscrit parmi les études sur les écoulements de divers fluides dans une enceinte de configurations variées et qui traite ces paramètres.

Après une présentation de la problématique de stockage thermique dans une utilisation rationnelle de l'énergie dans le chapitre un, il s'ensuit une revue des travaux effectués sur le stockage thermique. Le troisième chapitre présente le phénomène de transfert de chaleur et de masse dans une enceinte, les équations régissant ces écoulements et les conditions limites appropriées.

Le quatrième chapitre aborde la méthode de résolution des équations de Navier- Stokes, présente les différentes méthodes de traitement du couplage pression-vitesse et les techniques permettant une résolution rapide et précise.

Le cinquième chapitre présente la validation du modèle mathématique auquel on a abouti dans différents cas de figures à savoir convection naturelle dans une enceinte parallélépipédique, convection naturelle dans une enceinte cylindrique, convection mixte dans une enceinte parallélépipédique en régime transitoire, par rapport à des travaux de références.

Le sixième chapitre aborde l'étude du phénomène des écoulements dans une enceinte cylindrique et l'influence de certains paramètres de fonctionnement.

Le septième chapitre présente une étude comparative sur l'utilisation de différents fluides et leur performance en tant fluides caloporteurs.

Le huitième chapitre considère l'influence du régime d'écoulement sur la structure de l'écoulement dans des enceintes cylindriques à configurations diverses.

3. PHENOMENE DE TRANSFERT DE CHALEUR ET MASSE DANS UNE ENCEINTE

3.1. Equations de base

Les équations régissant les phénomènes étudiés sont les équations de conservation de la quantité de mouvement associées à l'équation de conservation de l'énergie.

Pour un fluide newtonien homogène à viscosité constante, ces équations s'écrivent :

Equation de conservation de la quantité de mouvement:

$$\rho \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\text{grad}}p + \vec{f}_v + \vec{\text{grad}}((\lambda_v + \mu)\text{div}\vec{V}) + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (3.1)$$

Equation de continuité:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (3.2)$$

Equation de conservation de l'énergie :

$$\rho C_p \frac{dT}{dt} = \text{div}(\lambda \cdot \vec{\text{grad}}T) + \beta T \frac{dp}{dt} + \phi_s + \phi_\mu \quad (3.3)$$

Dans ces expressions,

$\frac{d}{dt}$ est la dérivée particulière de la formulation Eulérienne du mouvement

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\text{grad}}(\cdot)$$

\vec{f}_v représente l'action des forces volumiques externes. La seule qui est considérée ici est la poussée d'Archimède $\vec{f}_v = \rho \vec{g}$ avec \vec{g} l'accélération terrestre.

p, T, \vec{V} représentent respectivement la pression thermodynamique, la température et le vecteur vitesse en chaque point de fluide.

ϕ_μ est la fonction de dissipation de Raleigh. Dans un repère cartésien

$$\phi_\mu = v_{i,j} (\lambda_v \cdot \text{div} \vec{v} \cdot \delta_{ij} + \mu (v_{i,j} + v_{j,i})) \quad (3.4)$$

ϕ_s représente les termes sources (ou puits) volumiques d'énergie au sein du fluide.

Enfin les propriétés physiques du fluide sont :

ρ : masse volumique

μ : viscosité dynamique

λ_v : second coefficient de viscosité

λ :conductivité thermique

β :coefficient volumique d'expansion thermique $\beta = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_p$

C_p :chaleur massique à pression constante.

Ces coefficients sont a priori fonction de la température et de la pression; il faut donc fermer le système régissant l'écoulement en introduisant les équations d'état de chacune de ces variables. Mais le coulage entre ces différentes équations rend leur résolution presque impossible.

3.2. Hypothèses simplificatrices

En convection forcée, lorsque les forces volumiques se réduisent aux seules forces de pesanteur, on peut négliger celles-ci devant les gradients de pression qui constituent le moteur du mouvement.

Si de plus les propriétés physiques du fluide peuvent être considérées constantes, on obtient alors un découplage entre les équations de quantité de mouvement et d'énergie.

Dans le cas de la convection naturelle, contrairement à la convection forcée, aucun phénomène n'est prépondérant. Les gradients sont du même ordre de grandeur que les forces volumiques et les équations doivent être résolues de façon couplée.

La mise en mouvement peut être produite par des variations relativement faibles de la masse volumique (de l'ordre de 1%) et les vitesses en jeu sont faibles (de quelques mm/s à quelques cm/s) de sorte qu'il soit acceptable de négliger les termes de dissipation visqueuse et de variation de pression dans l'équation d'énergie.

3.3. Hypothèses de BOUSSINESQ

Ces hypothèses, largement utilisées dans les études sur la convection naturelle ou mixte, s'appuient sur le fait que les variations de la masse volumique doivent être conservées lorsqu'elles provoquent le mouvement, c'est à dire dans le terme des forces volumiques mais qu'elles peuvent être négligées partout ailleurs dès lors que ces variations restent faibles.

Ces hypothèses peuvent être formulées de la manière suivante:

→ On néglige les variations de la masse volumique, excepté dans l'expression de la poussée d'Archimède, terme moteur du mouvement. Le fluide est alors incompressible.

→ Les variations de ρ avec la pression peuvent être négligées pour ne conserver que celles dues à la température. On suppose en première approximation que l'équation d'état de ρ est linéaire:

$$\rho = \rho_r (1 - \beta(T - T_r)) \quad (\text{approximation de Boussinesq})$$

→ Les autres propriétés physiques du fluide à savoir λ, μ, C_p et β sont constantes et prises à la température de référence T_r .

Ces hypothèses, introduites dès la fin du siècle dernier par Oberbeck et Boussinesq, sont utilisées pour l'étude des phénomènes de convection naturelle ou mixte dans des domaines très variés, et ont fait l'objet de plusieurs études.

Leur validité est assurée dès lors que les variations des propriétés du fluide restent faibles (typiquement de l'ordre de 1%).

Pour un fluide initialement au repos et stratifié en température cela suppose :

– D'une part, que les variations hydrostatiques de la masse volumique soient faibles

$$\left(\frac{\Delta \rho_h}{\rho_h} \leq \varepsilon \right).$$

– D'autre part, que les variations induites par le mouvement restent de même ordre de grandeur que les précédentes, $\frac{\rho_m}{\rho} \approx \mathcal{O}\left(\frac{\Delta \rho_h}{\rho_h}\right)$ où ρ_m est la composante motrice de la masse volumique $\rho_m = \rho - \rho_h$ et $\bar{\rho}$ la valeur moyenne du champ.

Gray et Giorgini [31] ont étudié les limites de validité des hypothèses de Boussinesq dans le cas d'un écoulement libre à température et pression constantes en supposant des lois de variation linéaire avec p et T pour toutes les propriétés physiques du fluide.

Ils proposent alors pour l'air des écarts maximum de 28,5 °C (autrement dit on cherche à avoir $\beta \cdot \Delta T \leq 0,1$ soit $\frac{\Delta T}{T} \leq 0,1$; en prenant $T=300$ K, il faut que $\Delta T \leq 30$ K .

Pour l'eau, l'écart maximum admissible serait de l'ordre de 1,25 °C. Cette restriction très sévère provient de la variation très rapide de β avec la température $\frac{1}{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial T} \approx 8 \cdot 10^{-2} \text{ °C}^{-1}$ à

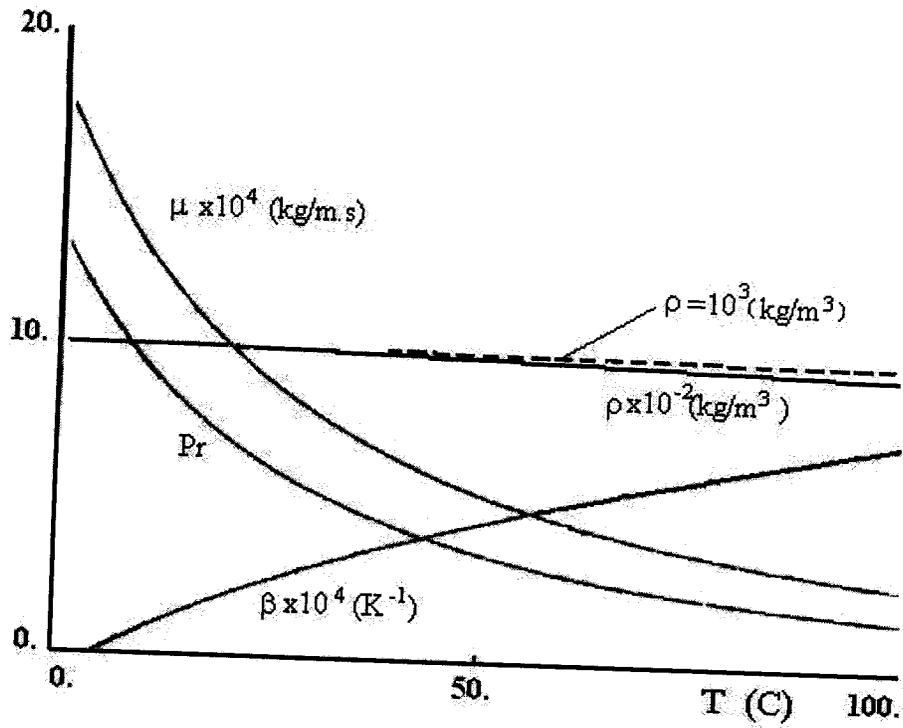


Fig. 3.1 Evolution des différents paramètres de l'eau en fonction de la température

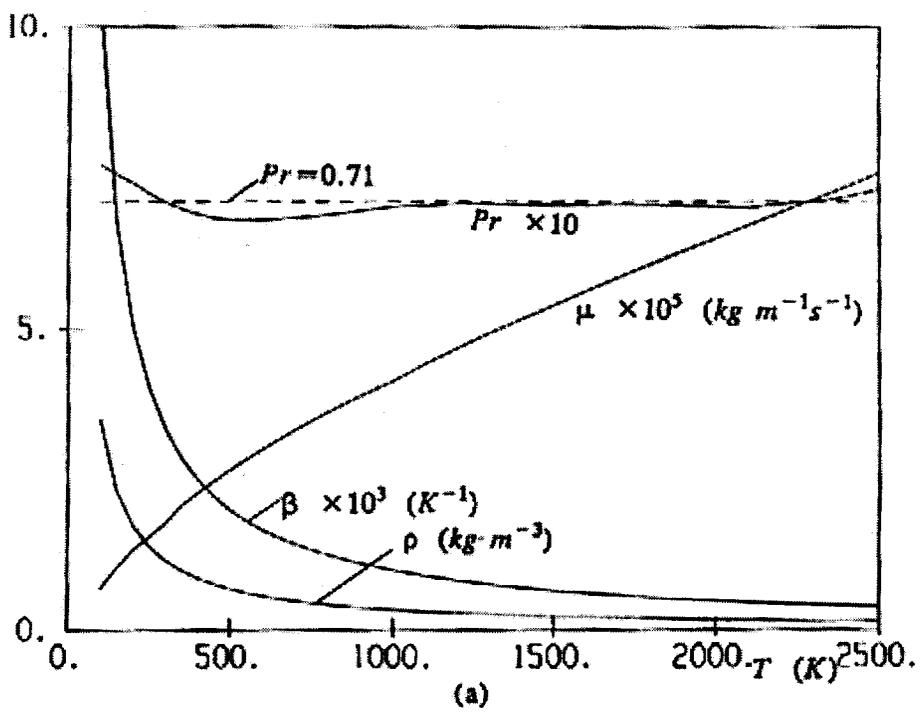


Fig. 3.2 Evolution des différents paramètres de l'air en fonction de la température

$T=15^{\circ}\text{C}$. Particulièrement β de l'eau change de signe à 4°C , impliquant une faillite de l'approximation de Boussinesq si la température moyenne de l'eau est proche de cette valeur.

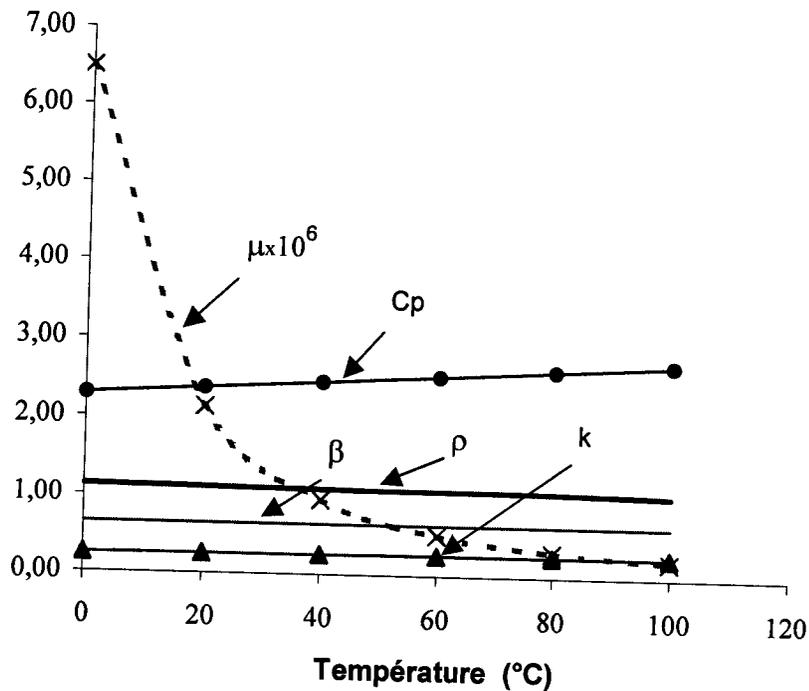


Fig. 3.3 Evolution des différents paramètres du glycol d'éthylène en fonction de la température

Si on veut considérer β constant sur le domaine de température étudiée, il faut que l'erreur sur le terme moteur $g\beta\Delta T$ soit faible. En imposant une erreur maximum de 10%, on obtient $\frac{\Delta\beta}{\beta} \leq 10\%$ ce qui conduit, au voisinage de $T=15^{\circ}\text{C}$, au résultat escompté.

Ce raisonnement tient aussi pour le glycol d'éthylène et l'huile torada, fluides que nous allons considérer pour notre étude. Les figures 3.1, 3.2 et 3.3 donnent l'évolution de ρ , λ , μ , C_p et β en fonction de la température pour l'air, l'eau et le glycol d'éthylène à la pression atmosphérique.

En considérant les différentes approximations énoncées et en l'absence de terme source, on obtient les équations classiques de la convection naturelle:

$$\text{div}(\vec{V})=0 \quad (3.5)$$

$$\rho_r \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + \rho_r \vec{V} \text{grad} \vec{V} = -\text{grad} p + \rho_r (1 - \beta(T - T_r)) \vec{g} + \mu \nabla^2 \vec{V} \quad (3.6)$$

$$(\rho C_p)_r \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \vec{V} \text{grad} T \right) = \lambda_r \nabla^2 T \quad (3.7)$$

On note le couplage des équations (3.6) et (3.7) par l'intermédiaire des forces volumiques externes qui s'expriment en fonction du champ de température.

Ce sont les équations que nous aurons à résoudre afin d'avoir accès à tout instant aux champs de température et de vitesse au sein du fluide.

Le domaine d'intégration est une cavité parallélépipédique pour une validation et une cavité cylindrique dans l'étude objet de ce travail.

3.4. Traitement des Conditions aux limites et condition initiale

Les équations différentielles partielles régissant l'écoulement dans une enceinte sont paraboliques dans le temps et elliptiques dans l'espace. Ceci implique que des valeurs initiales pour toutes les variables soient spécifiées à $t=0$ et une condition limite est requise à la limite du domaine spatial.

Pour la vitesse, les cas suivants de conditions limites peuvent être utilisés:

- i) toutes les composantes de la vitesse sont spécifiées
- ii) les contraintes normale et tangentielle sont spécifiées
- iii) la contrainte normale est spécifiée en combinaison avec la vitesse tangentielle
- iv) les contraintes tangentielles sont spécifiées en combinaison avec la vitesse.

Si les conditions limites en (i) sont utilisées, il suffit seulement de fixer le niveau de pression (par exemple en imposant la pression en un point).

Pour la température, deux types de température peuvent être utilisées :

- i) température spécifiée
- ii) la composante normale du vecteur de conduction est spécifiée.

L'équation (3.8) est intégrée sur un volume de contrôle autour du nœud (i,j) en réécrivant $\text{div}J$ en tant que flux à travers les côtés du volume (i,j) en exploitant le théorème de Gauss sur la divergence. (l'intégration est effectuée sur des volumes de contrôle autour des points d'un maillage décalé pour les vitesses u et v si les équations de la quantité de mouvement sont considérées, voir figure 3.4).

Ce qui donne

$$\int_{\text{vol}(i,j)} \frac{\partial \phi}{\partial t} dx dy + \int_{\text{façade}^-} [\dot{j}^E - \dot{j}^W] dy + \int_{\text{façade}^-} [\dot{j}^N - \dot{j}^S] dx = \int_{\text{vol}(i,j)} S^\phi dx dy \quad (3.9)$$

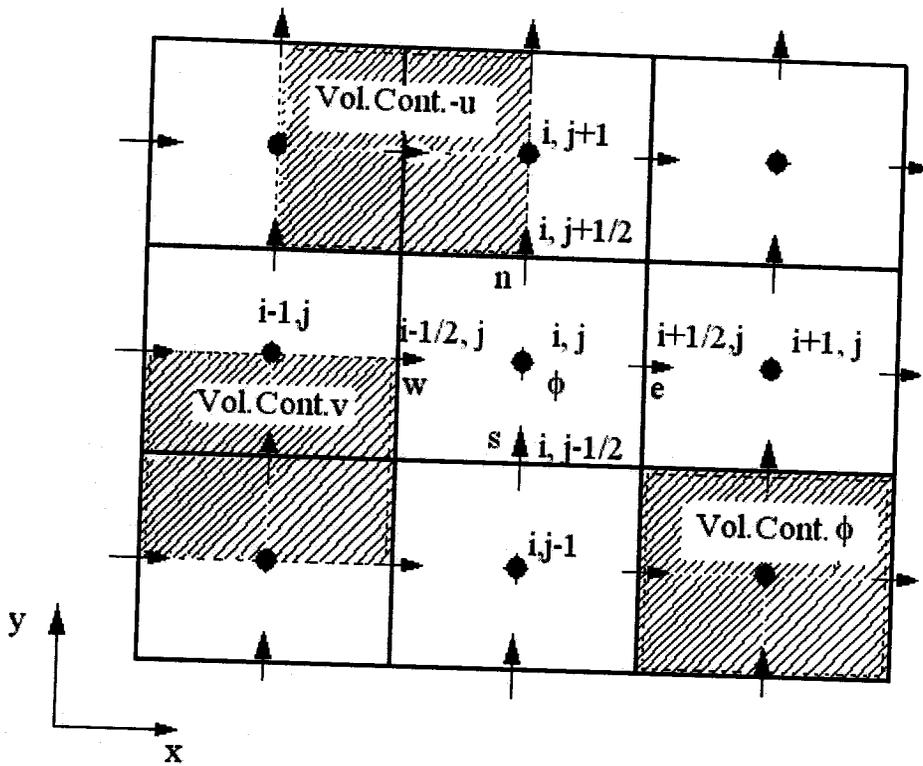


Fig. 3.4 Maillage des volumes de contrôle utilisé dans la discrétisation des équations Navier-Stokes

les exposants e, w, n et s désignent respectivement les façades est, ouest, nord et sud du volume de contrôle.

Les intégrales restantes peuvent être déterminées par l'approximation suivante:

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{i,j} \Delta x \Delta y + \left[j_{i+1/2,j} - j_{i-1/2,j} \right] \Delta y + \left[j_{i,j+1/2} - j_{i,j-1/2} \right] \Delta x = S^{\phi} \Delta x \Delta y + \Delta x \Delta y O(\Delta x^2, \Delta y^2) \quad (3.10)$$

dans laquelle les dimensions du volume entourant un nœud du maillage sont $\Delta x = x_{i+1/2} - x_{i-1/2}$ et $\Delta y = y_{j+1/2} - y_{j-1/2}$. la méthode des volumes finis a l'avantage de donner une discrétisation conservative.

L'intégration dans le temps de l'équation (3.10) est effectuée suivant un schéma complètement implicite. Toutes les dérivées spatiales sont évaluées au nouveau pas de temps n. Le terme transitoire, les flux et la source sont encore discrétisés avec la méthode des différences finies. Le terme transitoire au niveau temporel n est discrétisé au deuxième niveau ou au troisième niveau donnant ainsi une erreur de troncation par rapport au temps de premier et deuxième ordre respectivement.

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{i,j} = \frac{\phi_{i,j}^n - \phi_{i,j}^{n-1}}{\Delta t} + O(\Delta t) \quad (3.11)$$

$$\left[\frac{\partial \phi}{\partial t} \right]_{i,j} = \frac{3\phi_{i,j}^n - 4\phi_{i,j}^{n-1} + \phi_{i,j}^{n-2}}{\Delta t} + O(\Delta t^2) \quad (3.12)$$

avec $\Delta t = t^n - t^{n-1}$. Le terme source et le terme de diffusion dans le flux peuvent être discrétisés avec une erreur de troncation de deuxième ordre tel que

$$j_{i+1/2,j}^d = -\frac{1}{2} (v_{i,j}^{\phi} + v_{i+1,j}^{\phi}) \frac{\phi_{i+1,j} - \phi_{i,j}}{x_{i+1} - x_i} + O(\Delta x^2) \quad (3.13)$$

la discrétisation du flux convectif s'écrit:

$$j_{i+1/2,j}^c = u_{i+1/2,j} \phi^e \quad (3.14)$$

où ϕ^e est une approximation pour ϕ sur le côté est du volume de contrôle (i,j).

Différentes approximations pour ϕ^e sont proposées dans la littérature telles

- a) le schéma centré
- b) le schéma décentré amont de premier ordre (upwind)
- c) le schéma décentré amont de deuxième ordre

- d) le schéma QUICK (quadratic interpolation for convection kinematic)
- e) le schéma hybride
- f) le schéma exponentiel
- g) le schéma de la loi de puissance

En plus de la précision, le choix du schéma de discrétisation pour la convection influence aussi la stabilité du processus itératif numérique pour résoudre le système discrétisé. Certains schémas sont conditionnés par la valeur critique du nombre de Reynolds du maillage.

Dans le présent travail, le schéma d'approximation de la loi puissance sera utilisé à cause de sa précision.

La pression joue un rôle particulier dans les équations de Navier-Stokes pour un écoulement incompressible parce qu'elle n'apparaît pas dans l'équation de continuité. Donc l'équation de continuité agit comme une contrainte sur le champ de vitesse: la pression doit être déterminée de telle sorte que le champ vitesse dans l'équation de la quantité de mouvement satisfasse l'équation de continuité. Une discrétisation maladroite de l'équation de continuité et du gradient de pression peut mener vers une grande erreur dans la pression. Van Kan [97] a montré que l'utilisation de la méthode des volumes finis avec un maillage décalé peut aboutir à une discrétisation correcte. Pour ρ constant, on obtient :

$$\frac{u_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j}}{\Delta x} + \frac{v_{i,j+1/2} - v_{i,j-1/2}}{\Delta y} = O(\Delta x^2, \Delta y^2) \quad (3.15)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)_{i+1/2,j} = \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta x} + O(\Delta x^2) \quad (3.16)$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial y} \right)_{i,j+1/2} = \frac{P_{i+1,j} - P_{i,j}}{\Delta y} + O(\Delta x^2) \quad (3.17)$$

avec $\Delta x = x_{i+1} - x_i$ et $\Delta y = y_{j+1} - y_j$

La discrétisation de l'équation de continuité est obtenue par intégration sur le volume de contrôle (i,j) .

Le maillage est construit en plaçant les lignes du maillage pour la vitesse de telle sorte que les limites physiques du domaine d'étude coïncide avec les lignes du maillage de la vitesse. Ensuite les points correspondant aux valeurs scalaires sont placés au centre des volumes de contrôle.

le terme

$$(\phi_{i,j}^k - \phi_{i,j}^{k-1}) / \Delta t_F \quad (3.19)$$

dans lequel Δt_F le faux pas de temps est rajouté à l'équation de transport. Ce faux pas de temps peut être n'importe quel fonction des variables dépendantes ou indépendantes.

iii) Manipulation du terme source

Le terme source est divisé suivant l'expression $s = s_1 + s_2$ et est calculée suivant le processus itératif

$$s_1^{k-1} + s_2^{k-1} \left(\frac{\phi^k}{\phi^{k-1}} \right) \quad (3.20)$$

En pratique, les valeurs α_ϕ , Δt_F , s_1 et s_2 sont à déterminer après plusieurs essais.

Les valeurs de α_ϕ apparaissant dans les différentes équations ne sont pas nécessairement les mêmes. De même qu'elles peuvent varier d'un nœud à l'autre.

On dit que le processus itératif a atteint la convergence lorsque la solution obtenue en une étape donnée ne subit plus de variation durant les itérations suivantes. Ceci est exprimé par un critère de convergence qui dépend de la nature du problème à traiter. Donc nous devons vérifier que les résidus dans les équations discrétisées et les variations dans la solution entre deux itérations sont en deçà d'un petit critère d'arrêt (d'exécution du programme).

Dans une première étape, il s'agit pour nous d'étudier les écoulements dans une enceinte cylindrique lorsque le fluide est injecté dans la cuve et est déchargé de la cuve en différentes positions d'entrée et de sortie respectivement dans le but d'évaluer les performances de stockage de chaleur.

Afin de donner plus de crédibilité au programme développé, le code est à valider par des travaux de référence dont certains concernent des écoulements dans des cuves parallélépipédiques.

3.7. Modélisation des écoulements dans une enceinte

Exploitant les différentes hypothèses simplificatrices, une formulation mathématique générale représentant les écoulements dans une cuve à configuration géométrique parallélépipédique ou cylindrique est écrite:

Tableau 3.1. Expressions du coefficient de diffusion Γ_ϕ et du terme source S_ϕ

Nature de l'équation	Variable dépendante ϕ	Terme de diffusion Γ_ϕ	Terme source S_ϕ
Continuité	1	0	0
Quantité de mouvement en x	u	μ	$-\frac{\partial p}{\partial x} - i \frac{u}{r^2} \Gamma_\phi$
Quantité de mouvement en y	v	μ	$-\frac{\partial p}{\partial y} + (\rho_0 - \rho) g$
Energie	T	k/C_p	0

Dans le calcul numérique, la formulation non dimensionnelle adéquate minimise l'erreur de troncation parce qu'elle évite que les résultats ne tombent dans les plages de très petites valeurs ou très grandes valeurs. Pour ramener les équations phénoménologiques sous une forme adimensionnelle, des changements de variables sont effectués par rapport à des grandeurs caractéristiques (ou grandeurs de référence). Plusieurs mises sous forme adimensionnelle sont envisageables selon le problème traité. Les variables sont rendues adimensionnelles à l'aide d'une grandeur linéaire H caractéristique de l'écoulement, v_r une vitesse de référence, H/v_r , un temps de référence et ΔT un écart de température de référence. Les variables réduites deviennent alors:

$$\begin{aligned}
 x^* &= \frac{x}{H}; & y^* &= \frac{y}{H}; & t^* &= \frac{t v_r}{H}; & T^* &= \frac{T}{\Delta T} \\
 u^* &= \frac{u}{v_r}; & v^* &= \frac{v}{v_r}; & p^* &= \frac{p}{\rho v_r^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.26}$$

L'introduction de ces transformations dans l'équation générale génère une équation différentielle adimensionnelle globale qui est:

$$\frac{\partial}{\partial t^*} (\phi^*) + \frac{1}{r^* i} \frac{\partial}{\partial x^*} (r^* i u^* \phi^*) + \frac{\partial}{\partial y^*} (v^* \phi^*) = \Gamma_\phi^* \frac{1}{r^* i} \frac{\partial}{\partial x^*} (r^* i \frac{\partial \phi^*}{\partial x^*}) + \Gamma_\phi^* \frac{\partial}{\partial y^*} (\frac{\partial \phi^*}{\partial y^*}) + S_\phi^*
 \tag{3.27}$$

– le nombre de Prandtl $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$ (3.32)

Les expressions de ϕ , $\Gamma\phi$ et $S\phi$ sont définies suivant les équations et le type de problèmes traités (tableaux 3.3. et 3.4.).

Tableau 3.3 Expressions de $\Gamma\phi$ et $S\phi$ pour le cas de la convection naturelle

Equation :	ϕ	$\Gamma\phi$	Terme source $S\phi$
-de continuité	1	0	0
-de quantité de mouvement suivant x	u	$\frac{1}{Gr^{0.5}}$	$\frac{\partial p}{\partial x} - i \frac{u}{r^2} \Gamma\phi$
-de quantité de mouvement suivant y	v	$\frac{1}{Gr^{0.5}}$	$\frac{\partial p}{\partial y} + T$
-d'énergie	T	$\frac{1}{Gr^{0.5} Pr}$	0

Tableau 3.4 Expressions de $\Gamma\phi$ et $S\phi$ pour le cas de la convection mixte

Equation :	ϕ	$\Gamma\phi$	Terme source $S\phi$
-de continuité	1	0	0
-de quantité de mouvement suivant x	u	$\frac{1}{Re}$	$\frac{\partial p}{\partial x} - i \frac{u}{r^2} \Gamma\phi$
-de quantité de mouvement suivant y	v	$\frac{1}{Re}$	$\frac{\partial p}{\partial y} + TRi$
-d'énergie	T	$\frac{1}{Re Pr}$	0

Par commodité d'écriture, les équations adimensionnelles seront écrites sans l'étoile en exposant.

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(v \phi) = \Gamma \phi \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial x}(r \frac{\partial \phi}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\frac{\partial \phi}{\partial y}) \right] + S \phi \quad (3.33)$$

Les solutions aux systèmes d'équations doivent satisfaire les conditions suivantes:
(pour la convection naturelle ou la convection mixte) :

Sur la paroi : $u = v = 0$, $T = T_g$ (donnée), (3.34)

ou sur la paroi adiabatique : $\frac{\partial T}{\partial n} \Big|_w = 0$ (3.35)

Et pour les conditions initiales : $u = v = 0$, $T = 0$. (3.36)

Pour la convection mixte, à l'entrée : $u_e = -1$, $v_e = 0$, $T_e = 1$, (3.37)

la sortie : $u_s = 1$, $v_s = 0$, $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$, (3.38)

pour la condition axisymétrique, pour $r=0$, nous avons, $u=0$, $\frac{\partial v}{\partial r}=0$, $\frac{\partial T}{\partial r}=0$ (3.39)

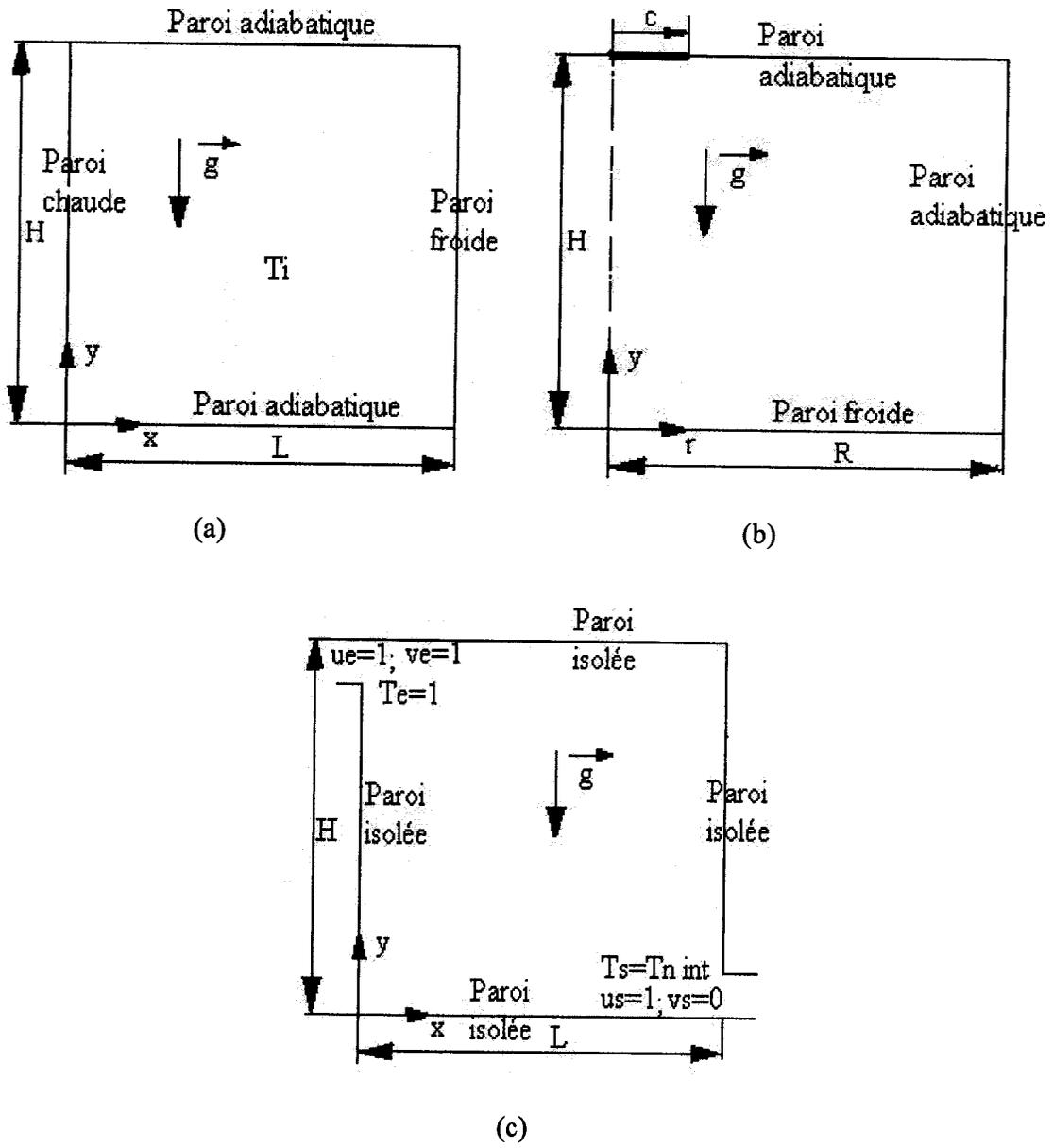


Fig.3.5. Exemples de problèmes traités par le modèle pour la validation, (a) convection naturelle dans une cavité parallélépipédique, (b) convection naturelle dans une cuve cylindrique, (c) convection mixte dans une cavité parallélépipédique.

4. RESOLUTION DES EQUATIONS DE NAVIER-STOKES

4.1 Discrétisation des équations de NAVIER-STOKES

Comme il a été avancé précédemment, la présente étude utilise la méthode des volumes finis introduite par Patankar et Spalding (1972). La méthode des volumes finis divise le domaine de calcul en volumes rectangulaires élémentaires tels décrits par la figure 4.1. Les composants de la vitesse inconnue sont positionnés au milieu des côtés du volume élémentaire et les inconnues scalaires (p, T) sont positionnées au centre du volume. Ce concept de maillage décalé, introduit par Harlow et Welch (1965), a des avantages dans la discrétisation des gradients de pression en combinaison avec l'équation de continuité.

Pour expliquer la méthode des volumes finis, nous considérons une équation bidimensionnelle de convection-conduction pour ϕ , une inconnue quelconque (u, v ou T) Considérons un écoulement axisymétrique ($x=r, i=1$), l'équation (3.27) devient:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r}(ru\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial y}(v\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}) = S_\phi \tag{4.1}$$

ou encore

$$r \frac{\partial(\phi)}{\partial t} + \frac{\partial J_r}{\partial r} + r \frac{\partial J_y}{\partial y} = r S_\phi \tag{4.2}$$

avec $J_r = ru\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r}$

$$J_y = v\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y}$$

L'intégration sur le volume de contrôle et sur l'intervalle de temps (t, t+Δt) s'écrit comme suit:

$$\int_t^{t+\Delta t} \int_{sw}^{ne} \int_r \frac{\partial}{\partial t}(\phi) dt dr dy + \int_t^{t+\Delta t} \int_{sw}^{ne} \frac{\partial J_r}{\partial r} dr dy dt + \int_t^{t+\Delta t} \int_{ws}^{en} \frac{\partial J_y}{\partial y} dy dr dt = \int_t^{t+\Delta t} \int_{ws}^{en} r S_\phi dy dr dt \tag{4.3}$$

Par l'application de la méthode des volumes finis, on a supposé que :

- la température est uniforme à travers le volume de contrôle à un instant donné
- le flux est uniforme le long d'une face pour un r donné (valable pour y)
- le schéma implicite est utilisé dans la progression dans le temps

Après intégration on obtient :

$$\left[(\phi)_p - (\phi)_p^0 \right] r_m \Delta r \Delta y \Delta t + \int_s^n (J_{re} - J_{rw}) dy \Delta t + \int_w^e (J_{yn} - J_{ys}) dr \Delta t = \bar{S}_\phi r_m \Delta r \Delta y \Delta t \quad (4.4)$$

En considérant le volume entourant le nœud P, $\Delta V = r_m \Delta r \Delta y$ avec $r_m = \frac{r_e + r_w}{2}$, on a:

$$\left[(\phi)_p - (\phi)_p^0 \right] \frac{\Delta V}{\Delta t} + [J_e - J_w] + [J_n - J_s] = \bar{S}_\phi r_m \Delta r \Delta y \Delta t \quad (4.5)$$

$-(\phi)_p^0$ valeur au temps t

$-(\phi)_p$ valeur au temps t+ ΔT

$$-J_e = \int_s^n J_{re} dy = \left[ru\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_e \Delta y \quad (4.6a)$$

$$-J_w = \int_s^n J_{rw} dy = \left[ru\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right]_w \Delta y \quad (4.6b)$$

$$-J_n = \int_w^e J_{yn} dr = \left[v\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_n r_m \Delta r \quad (4.6c)$$

$$-J_s = \int_w^e J_{ys} dr = \left[v\phi - \Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial y} \right]_s r_m \Delta r \quad (4.6d)$$

$$-\bar{S}_\phi = \frac{1}{r_m \Delta r \Delta y} \int_w^e \int_s^n S_\phi dr dy \quad (4.7)$$

Les indices n, s, w et e se réfèrent respectivement aux faces nord, sud, ouest et est du volume de contrôle entourant le nœud P c'est à dire le point (i,j). Chaque face représente l'interface avec la cellule adjacente.

Afin de constituer un système d'équations linéaires, des approximations sont à faire pour certains termes exprimant l'évolution de la variable aux différents points Pij.

La valeur de ϕ aux nœuds du maillage est fonction du type d'approximation choisi qui exprime le profil de son évolution.

La valeur de ϕ à l'interface est la moyenne pondérée entre ϕ_i et ϕ_{i+1} , alors que $\frac{\partial \phi}{\partial r}$ est un multiple de $(\phi_{i+1} - \phi_i) / \delta r$.

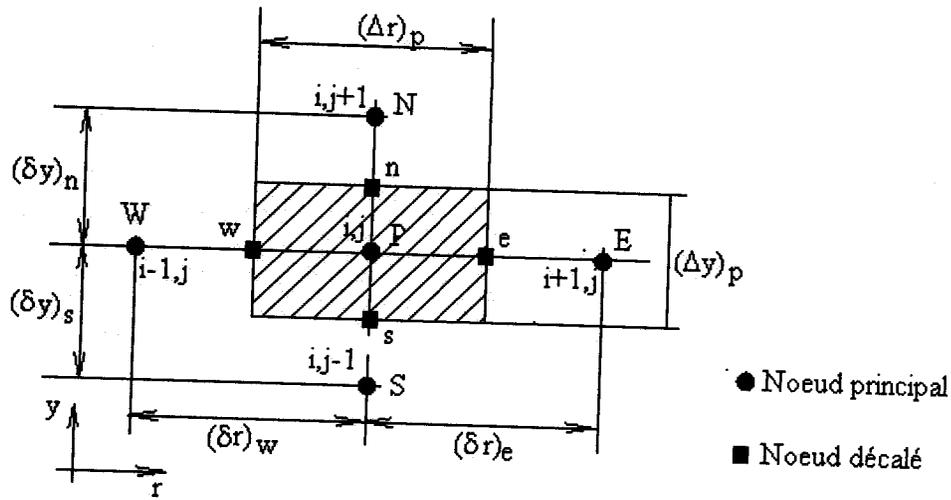


Fig. 4.1 Volume de contrôle dans le maillage principal par dessus duquel s'effectue l'intégration

Pour ce faire, considérons le flux total à travers une interface située entre les nœuds i et $i+1$. c'est à dire

$$J_r = \left[ru\phi - r\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial r} \right] \quad \text{qu'on transforme en multipliant par } \frac{\delta r}{r\Gamma_\phi}; \text{ ce qui nous donne :}$$

$$J_r^* = J_r \frac{\delta r}{r\Gamma_\phi} = \left[u\phi \frac{\delta r}{\Gamma_\phi} - \frac{\partial \phi}{\partial \left(\frac{r}{\delta r}\right)} \right] = \left[P\phi - \frac{\partial \phi}{\partial \left(\frac{r}{\delta r}\right)} \right] \quad (4.8)$$

avec $P = \frac{u\delta r}{\Gamma_\phi}$ dénommé nombre de Peclet.

Comme ça a été avancé précédemment ϕ est à évaluer à l'interface entre les volumes de contrôle entourant les nœuds i et $i+1$ alors que $\left(\frac{\partial \phi}{\partial \left(\frac{r}{\delta r}\right)} \right)$ est un multiple de $(\phi_i - \phi_{i+1})$.

Donc ce flux modifié se réduit à:

$$J_r^* = B\phi_i - A\phi_{i+1} \quad (4.9)$$

le coefficient A dépend de la variable ϕ au nœud $i+1$ alors que B dépend de ϕ au nœud i .

Ces coefficients sont fonctions de P . [66].

L'analyse des phénomènes physiques en jeu (diffusion et convection) permet de cerner les

propriétés de A et B pour donner

$$A(P) = A(|P|) + \max(-P, 0) \tag{4.10}$$

$$B(P) = A(|P|) + \max(P, 0) \tag{4.11}$$

dans lesquels $\max(a, b)$ désigne le maximum d'entre a et b.

A l'aide de ces évaluations, on déduit le flux initial:

$$J_{-P} D\phi_i = D(A(|P|) + \max(-P, 0)) (\phi_i - \phi_{i+1}) \tag{4.12}$$

$$J_{-P} D\phi_{i+1} = D(A(|P|) + \max(P, 0)) (\phi_i - \phi_{i+1}) \tag{4.13}$$

avec $D = \Gamma \phi \frac{r \Delta y}{\delta r}$

Ainsi nous pouvons évaluer les flux dans la direction r (ou x):

$$J_e = D_e (A(|P_e|) + \max(-P_e, 0)) (\phi_p - \phi_E) + F_e \phi_p \tag{4.14a}$$

$$J_w = D_w (A(|P_w|) + \max(P_w, 0)) (\phi_w - \phi_p) + F_w \phi_p \tag{4.14b}$$

de même qu'on évalue les flux dans la direction des y:

$$J_n = D_n (A(|P_n|) + \max(-P_n, 0)) (\phi_p - \phi_N) + F_n \phi_p \tag{4.14c}$$

$$J_s = D_s (A(|P_s|) + \max(P_s, 0)) (\phi_S - \phi_p) + F_s \phi_p \tag{4.14d}$$

avec $F_m = D_m P_m$; et (m=e, w, n, s)

Afin d'avoir une équation discrétisée à forme algébrique linéaire, le terme source doit être aussi linéarisé. Pour ce faire, S_ϕ peut être écrite sous forme:

$$\bar{S}_\phi = S_c + S_p \phi_p \tag{4.15}$$

En remplaçant ϕ par 1 et S_ϕ par 0 dans l'équation (4.1), on obtient l'équation de continuité.

Son intégration sur le même volume de contrôle donne :

$$[F_e - F_w] + [F_n - F_s] = 0 \tag{4.16}$$

cette relation multipliée ϕ_p devient:

$$[F_e - F_w] \phi_p + [F_n - F_s] \phi_p = 0 \tag{4.17}$$

Reprenant l'équation (4.5) dans laquelle on substitue chaque terme par l'expression correspondante et de laquelle on soustrait l'équation (4.16), nous obtenons l'équation suivante :

$$a_p \phi_p = a_E \phi_E + a_W \phi_W + a_N \phi_N + a_S \phi_S + b \tag{4.18}$$

qu'on peut écrire aussi :

$$c \phi = \sum_{i=1}^n d_i \phi_i + b$$

Il existe deux catégories de méthodes permettant de palier à cette difficulté.

La première méthode consiste à contourner le problème en éliminant la pression par une dérivation croisée des équations du mouvement. C'est la formulation rotationnel-fonction de courant. Cette méthode est très couramment utilisée car elle conduit à un système facilement traitable par les méthodes numériques classiques. Son avantage principal est que l'équation de continuité est implicitement vérifiée à chaque itération. Par contre, elle présente des inconvénients majeurs.

L'extension à des problèmes tridimensionnels est très lourde, l'absence de conditions aux limites pour le rotationnel pose des difficultés et enfin la transformation est difficile quand les caractéristiques du milieu ne sont pas homogènes.

La mauvaise écriture du rotationnel sur les parois est souvent génératrice d'instabilités numériques pour les valeurs élevées du nombre de Raleigh. Toutes ces raisons font que ces méthodes sont de plus en plus délaissées au profit des méthodes à formulation en variables primitives.

Cette deuxième classe de méthode a fait l'objet de nombreux développements dans les dernières années. Plusieurs de ces travaux utilisent la méthode des volumes finis pour la discrétisation spatiale des équations. Ce sont notamment les travaux de Harlow, Spalding et Patankar qui ont contribué à l'essor de cette dernière catégorie. La spécificité de chaque méthode réside dans le traitement du couplage des équations du mouvement et de continuité.

Les équations de la quantité de mouvement ne peuvent être résolues seulement quand le champ de pression est donné ou d'une certaine manière estimé. Or si celui-ci n'est pas exact, l'équation de continuité ne sera pas vérifiée. Nous allons donc considérer un champ de pression inexact noté p^* auquel correspondront les champs de vitesse approximatés u^* et v^* , qui ne vérifieront pas l'équation de continuité.

Pour obtenir les champs exacts à partir de ces champs approximatés, il faut introduire des champs de correction de vitesse et de pression notés u' , v' et p' , tels que :

$$u = u^* + u' \quad (4.30a)$$

$$v = v^* + v' \quad (4.30b)$$

$$p = p^* + p' \quad (4.30c)$$

les équations de conservation pour les champs exacts, discrétisées par la méthode des volumes finis, ont été écrites sous la forme suivante :

$$a_e u_e = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b + (p_p - p_E) A_e \quad (4.31)$$

$$a_n v_n = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b + (p_p - p_N) A_n \quad (4.32)$$

celles-ci sont obtenues en considérant l'équation générale (4.18) dans laquelle on remplace successivement ϕ par u et v et où le terme source (et donc b) est défini de telle sorte que le gradient de pression ne soit pas inclus.

Tandis que les valeurs scalaires P et T sont définies aux nœuds du maillage principal, les composantes de la vitesse sont calculées sur un maillage décalé par rapport au maillage précédent (Fig.4.2). Les composantes de la vitesse sont placées entre les nœuds de pression. Cette technique permet de limiter les interpolations et de rendre le couplage pression – vitesse optimum.

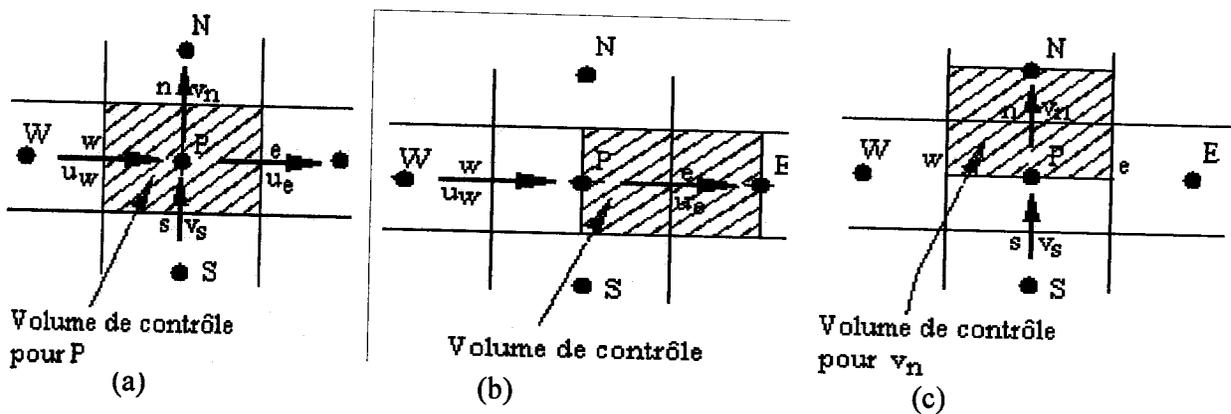


Figure 4.2 Définition des volumes de contrôle du maillage décalé

(a) volume de contrôle pour P et T

(b) volume de contrôle pour u_e

(c) volume de contrôle pour v_n

En considérant le champs de pression estimé, un champ de vitesse résultera de la solution des équations de discrétisation suivantes:

$$a_e u_e^* = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + b + (p_p^* - p_E^*) A_e \quad (4.33)$$

$$a_n v_n^* = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb}^* + b + (p_p^* - p_N^*) A_n \quad (4.34)$$

L'objectif est de trouver une manière pour améliorer la pression estimée p^* de sorte que le champ de vitesse résultant se rapproche progressivement du champ satisfaisant l'équation de continuité.

En introduisant la correction de pression, il en va de même pour des corrections de vitesse.

En soustrayant l'équation (4.33) de l'équation (4.31), on aboutit à:

$$a_e u_e - a_e u_e^* = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} - \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}^* + (p_p - p_E) A_e + (p_p^* - p_E^*) A_e$$

ce qui donne

$$a_e u_e' = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb}' + (p_p' - p_E') A_e \quad (4.35)$$

A ce stade, Patankar décide d'éliminer la contribution des points dans la correction de vitesse. Parmi les différentes justifications données, ces corrections doivent être exprimées en fonction des corrections des vitesses et pression des points voisins. Les corrections des points voisins des voisins engendreraient des équations qui couvriraient tout le domaine et qui sont compliquées et difficilement traitables. Donc il est préférable de les omettre.

L'approximation permet d'écrire les champs de correction de vitesse sous la forme

$$a_e u_e' = (p_p' - p_E') A_e \quad (4.36)$$

et en procédant de la manière pour v , on obtient:

$$a_n v_n' = (p_p' - p_N') A_n \quad (4.37)$$

ou encore

$$u_e' = (p_p' - p_E') d_e \quad (4.38)$$

$$v_n' = (p_p' - p_N') d_n \quad (4.39)$$

$$\text{avec } d_e = \frac{A_e}{a_e} \quad \text{et } d_n = \frac{A_n}{a_n} \quad (4.40)$$

les équations (4.38) et (4.39) sont les formules de correction des vitesses.

Ce qui donne :

$$u_e = u_e^* + (p_p' - p_E') d_e \quad (4.41)$$

$$v_n = v_n^* + (p_p' - p_N') d_n \quad (4.42)$$

Il s'agit maintenant de déterminer une équation de discrétisation pour p' .

Considérons l'équation de continuité (l'équation générale dans laquelle on pose ϕ égale à 1 et S_ϕ égale à 0), qu'on intègre sur un volume de contrôle du maillage principal (fig.4.3)

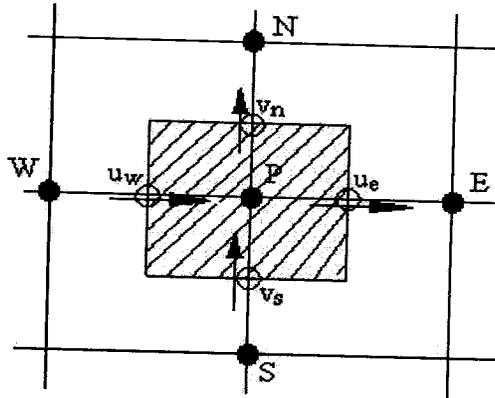


Figure 4.3 Volume de contrôle pour l'équation de continuité

Ce qui génère :

$$\left[(ur)_e - (ur)_w \right] \Delta y + \left[(v)_n - (v)_s \right] r_m \Delta r = 0 \quad (4.43)$$

En remplaçant dans cette équation les expressions déduites précédemment pour u_e , u_w , v_n et v_s , on obtient après arrangement l'équation de discrétisation pour p' ou équation de correction de la pression:

$$a_p p'_p = a_E p'_E + a_W p'_W + a_N p'_N + a_S p'_S + b \quad (4.44)$$

avec

$$a_E = d_e \Delta y r_e \quad (4.45)$$

$$a_W = d_w \Delta y r_w \quad (4.46)$$

$$a_N = d_n r_m \Delta r \quad (4.47)$$

$$a_S = d_s r_m \Delta r \quad (4.48)$$

$$b = \left[(u^* r)_w - (u^* r)_e \right] \Delta y + \left[(v^*)_s - (v^*)_n \right] r_m \Delta r \quad (4.49)$$

En plus on introduit un facteur de sous relaxation de la correction de la pression en posant

$$p = p^* + \alpha_p p' \tag{4.50}$$

Cette correction permet de faire évoluer p de sorte à éviter une divergence pouvant découler de l'omission de certains termes dans l'équation de correction de pression et aussi de réduire le nombre d'itérations.

Afin d'améliorer la convergence, une méthode "complémentaire" a été introduite dénommée S.I.M.P.L.E.R. (SIMPLE révisée). (Patankar).

L'approximation introduite dans la dérivation de l'équation de p' (omission de $\sum_{nb} a_{nb} u'_{nb}$)

peut mener à une exagération dans les corrections de la pression. Puisque l'influence des corrections des vitesses du voisinage est négligée dans la formulation de la correction des vitesses, la correction de pression a la charge de corriger les vitesses.

La procédure permet une bonne correction des vitesses mais une moins bonne correction du champ de pression. Donc l'équation de correction de pression est utilisée pour corriger les vitesses et un autre moyen est à suggérer pour améliorer le champ de pression .

Pour cela, reprenons les équations de la quantité de mouvement:

$$a_e u_e = \sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b + (p_p - p_E) A_e \tag{4.51}$$

$$a_n v_n = \sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b + (p_p - p_N) A_n \tag{4.52}$$

qu'on peut réécrire suivant

$$u_e = \frac{\sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b}{a_e} + (p_p - p_E) d_e \tag{4.53}$$

$$v_n = \frac{\sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b}{a_n} + (p_p - p_N) d_n \tag{4.54}$$

A ce stade on définit une pseudo-vitesse par :

$$\hat{u}_e = \frac{\sum_{nb} a_{nb} u_{nb} + b}{a_e} \quad (4.55)$$

$$\hat{v}_n = \frac{\sum_{nb} a_{nb} v_{nb} + b}{a_n} \quad (4.56)$$

Il est à noter que \hat{u}_e et \hat{v}_n sont composées des vitesses au voisinage et ne contiennent aucune pression. Les équations de la quantité de mouvement (4.53) et (4.54) deviennent :

$$u_e = \hat{u}_e + (p_p - p_E) d_e \quad (4.57)$$

$$v_n = \hat{v}_n + (p_p - p_N) d_n \quad (4.58)$$

On peut remarquer la similitude entre ces équations et les équations (4.41) et (4.42).

Dans ce cas, \hat{u}_e et \hat{v}_n remplacent u^* et v^* et la pression p remplace p' .

Il s'ensuit qu'en suivant le même cheminement pour cette nouvelle formulation des vitesses, on aboutit à une équation pour la pression, donnée par :

$$a_p p_p = a_E p_E + a_W p_W + a_N p_N + a_S p_S + b \quad (4.59)$$

où a_E , a_W , a_N et a_S sont donnés par les relations (4.45)-(4.48) et b est donné par:

$$b = \left[(\hat{u}_r)_w - (\hat{u}_r)_e \right] \Delta y + \left[(\hat{v}_r)_s - (\hat{v}_r)_n \right] \Delta x \quad (4.60)$$

On note qu'il n'y a aucune approximation introduite dans la déduction de l'équation de pression.

Donc l'algorithme révisé consiste en la résolution l'équation de pression pour obtenir le champ de pression et la résolution de l'équation de la correction de pression pour corriger les vitesses seulement. La séquence des opérations s'écrit alors:

- 1- choisir un champ de vitesses.
- 2- calculer les coefficients pour les équations de la quantité de mouvement et puis calculer \hat{u}_e et \hat{v}_n par la substitution des valeurs des vitesses du voisinage.
- 3- calculer les coefficients pour l'équation de pression (4.59) et la résoudre pour obtenir le champ de pression .

- 4- considérer ce champ de pression comme p^* , résoudre les équations de la quantité de mouvement pour obtenir u^* , v^* .
- 5- calculer la source de masse b (Eq. 4.49) et résoudre l'équation p' .
- 6- corriger le champ de vitesses (seulement) en utilisant les équations (4.41) et (4.42).
- 7- résoudre les équations de discrétisation pour les autres ϕ si c'est nécessaire.
- 8- reprendre le processus à la deuxième étape jusqu'à la convergence.

Dans l'algorithme SIMPLE, le champ de pression initialement choisi joue un rôle important alors que l'algorithme SIMPLER n'utilise aucune pression à choisir mais tire un champ de pression à partir de champ de vitesses donné. Il est à noter que SIMPLER implique plus d'opérations de calcul que l'algorithme SIMPLE. Dans ce dernier, la rapidité dans la convergence repose sur un choix optimal du facteur de sous relaxation.

4.3 Test de convergence

Le système d'équations étant résolu de façon itérative, à la fin de chaque itération, on définit pour chaque volume de contrôle et pour chaque équation une valeur résiduelle R_ϕ :

$$R_\phi = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b - a_p \phi_p \quad (4.61)$$

où $\phi = u, v, P$ et T

un test significatif d'arrêt du processus itératif consiste à vérifier, à la convergence de la solution, que les valeurs résiduelles R_ϕ associées à la variable ϕ tendent vers zéro.

$$\sum_{\Omega} |R_\phi| < \varepsilon_\phi \quad (4.62)$$

avec ε_ϕ valeur infiniment petite caractérisant l'erreur sur la solution obtenue représentée quantitativement par 10^{-5} .

Cependant pour assurer la convergence, certaines règles doivent être respectées:

- compatibilité aux frontières des volumes de contrôle c'est à dire un flux traversant une face commune à deux volumes de contrôle doit être représenté par la même expression dans les équations discrétisées pour chacun des deux volumes de contrôle.
- Coefficients positifs, situation due au fait que la valeur de la variable ϕ en un point donné est influencée par les valeurs de ϕ des nœuds voisins. Donc l'augmentation

de la valeur de ϕ en un point doit provoquer une augmentation de ϕ aux nœuds voisins. Ceci ne peut être engendré que par des coefficients a_p et a_{nb} de même sens (de préférence positifs).

- Pente négative du terme source linéarisé, dont la nécessité est évidente au regard de l'expression de a_p qui contient S_p . Afin de répondre à la règle précédente, S_p ne doit pas être positif.
- Somme des coefficients; les équations différentielles régissant les écoulements contiennent uniquement les dérivées de la variable dépendante ϕ . Les fonctions ϕ et $\phi+c$ (c une constante arbitraire) doivent les deux satisfaire l'équation différentielle. Et cette propriété doit se retrouver dans l'équation discrétisée. Cela conduit à:

$$a_p = \sum_{nb} a_{nb} \quad (4.63)$$

4.4 Sous-relaxation

Comme il a été avancé précédemment, on utilise des méthodes de relaxation pour mieux contrôler le processus de convergence de la méthode itérative. Rappelons que l'équation discrétisée s'écrit :

$$a_p \phi_p = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b$$

A ce stade, on introduit un facteur de relaxation, α_p , tel que:

$$\frac{a_p \phi_p}{\alpha_p} = \sum_{nb} a_{nb} \phi_{nb} + b + \frac{1-\alpha_p}{\alpha_p} a_p \phi_p^* \quad (4.64)$$

où ϕ_p^* est l'estimation de ϕ_p à l'itération précédente. En pratique, α_p est défini tel que $0 < \alpha_p < 2$. Deux cas sont généralement rencontrés

- $0 < \alpha_p < 1$ et c'est un paramètre de sous relaxation. L'introduction de ce paramètre permet au processus de calcul de converger ou d'amenuiser les variations des variables dépendantes d'une itération à l'autre.

Les valeurs optimales des paramètres de sous relaxation (α_u , α_v , α_T) peuvent être différentes pour chaque équation algébrique.

Pour la pression, la sous relaxation est comme suit

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (4.65)$$

terme dont la définition a été donnée lors de l'introduction du traitement du couplage pression-vitesse.

- $1 < \alpha_p < 2$ et c'est un paramètre de sur relaxation. Cette valeur de α_p est utilisée pour accélérer la convergence d'un processus déjà convergent.

D'autres auteurs préfèrent une formulation de type:

$$a_p \left(1 + \frac{1}{E}\right) \phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b + \frac{a_p}{E} \phi_p^* \quad (4.66)$$

$$\text{avec } E = \frac{\alpha_p}{1 - \alpha_p} \quad (4.67)$$

Dans l'utilisation de l'algorithme de SIMPLE, cette seconde formulation permet d'introduire une consistance dans la sous relaxation de l'équation de pression vis à vis de la sous relaxation des équations de conservation de la quantité de mouvement.

soit

$$p = p^* + \alpha_p p' \quad (4.65)$$

$$\text{avec } \alpha_p = \frac{E}{1+E} \text{ (paramètre de sous relaxation)} \quad (4.68)$$

p^* : estimation de la pression à l'itération précédente

p' : correction de pression

Même si algébriquement les équations (4.64) et (4.66) sont équivalentes, l'intérêt de la seconde formulation est qu'il donne une interprétation physique directe à E. Cela revient à introduire un terme "pseudo-transitoire" dans la résolution de l'équation (4.18).

En choisissant des valeurs de E supérieures à 1, on obtient la solution de l'équation (4.66) par l'évolution de ϕ à la station P (nœud P) pendant un temps Δt proportionnel à un temps de référence, caractéristique de la station considérée:

$$\Delta t = E \Delta t^* \quad (4.69)$$

avec
$$\Delta t^* = \frac{\Delta x \Delta y}{a_p} \quad (4.70)$$

une expression équivalente a été introduite par Patankar où E trouve un terme similaire :

$$(a_p + i)\phi_p = \sum a_{nb} \phi_{nb} + b + i\phi_p^* \quad (4.71)$$

avec i un terme d'inertie. Pour des valeurs positives de i , l'équation (4.71) a un effet de sous relaxation alors que des valeurs négatives produisent une sur relaxation.

Brièvement, les facteurs de sous relaxation favorisent la stabilité du schéma numérique adopté et permettent d'atteindre l'état de convergence le plus rapidement possible.

Les valeurs de α_ϕ apparaissant dans les différentes équations ne sont pas nécessairement identiques. De même qu'elles peuvent varier d'un nœud à un autre et d'une itération à une autre.

Comme on l'a vu précédemment, α_ϕ n'est pas déterminé précisément. Plusieurs essais peuvent être nécessaires pour arriver à une valeur optimale des facteurs de sous relaxation.

4.5 Choix de la méthode couplage

En considérant la configuration sur la figure 4.4, les deux algorithmes ont été testés dans le but de connaître leurs performances relatives pour des solutions dans un écoulement isotherme et un écoulement mixte (Brun, 1990).

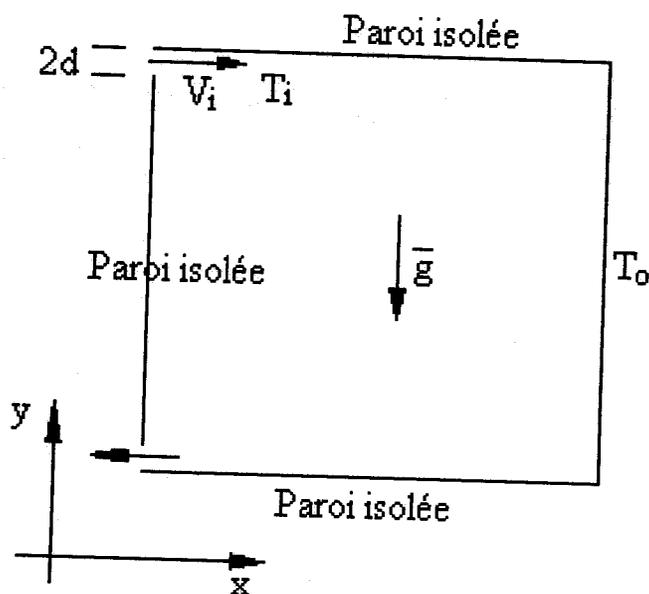


Fig.4.4 Ecoulement dans une enceinte carré

Tableau: 4.1 Conditions aux limites:

Limites	Vitesse	température
Entée	$u_i = 1 ; v_i = 0$	$T=0$
Sortie	$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial x} = 0$	$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$
Nord	$u=v=0$	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$
Sud	$u=v=0$	$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$
Est	$u=v=0$	$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$
Ouest	$u=v=0$	$\frac{\partial T}{\partial x} = 0$

La solution stationnaire est retenue pour les deux algorithmes en gardant les mêmes critères de convergence et même condition de résolution. En considérant l'air ($Pr=0,72$) circulant dans une enceinte carrée ayant une ouverture $d/H=0,0125$ à $Re=500$, des résultats ont été obtenus en prenant différentes valeurs du facteur de sous relaxation $\alpha_p = \frac{E}{1+E}$

Malgré l'amélioration théorique apportée par SIMPLER pour l'ensemble des cas testés et avec un choix judicieux pour les facteurs de relaxation, SIMPLE s'avère sensiblement plus performant. En considérant $E=2$, la solution s'établit plus rapidement. Ceci apparaît aussi à travers la représentation de l'évolution du résidu dans la résolution de l'équation de pression (fig. 4.5).

Tableau 4.2 nombre d'itérations pour atteindre la convergence pour le cas d'un écoulement isotherme

	E=0,5	E=2	E=4	E=8
SIMPLE	712	658	678	691
SIMPLER	768	723	697	688

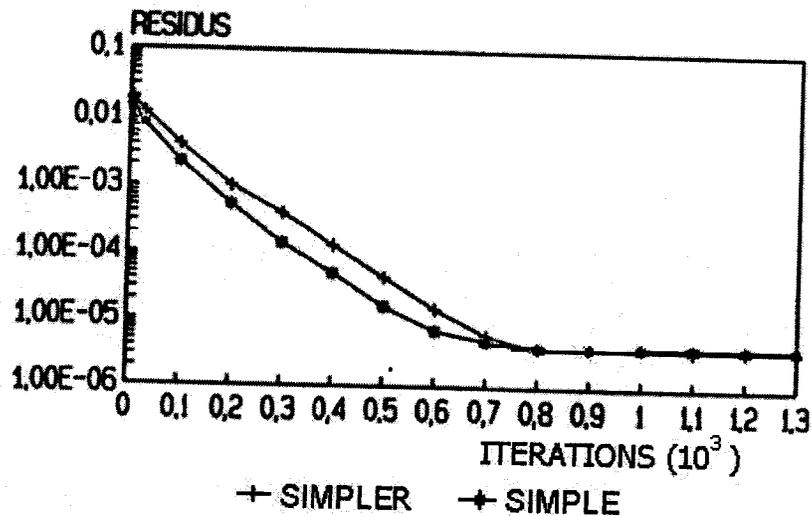


Figure 4.5. Evolution des valeurs résiduelles de l'équation de pression (comparaison entre SIMPLE et SIMPLER)

Dans SIMPLE, un champ de pression choisi initialement joue un rôle important alors que SIMPLER n'utilise aucun champ de pression initial mais utilise un généré à partir d'un champ de vitesses donné. Dans le cas général, SIMPLER donne une convergence plus rapide avec un plus grand nombre d'opérations cependant par un choix optimal du facteur de correction, les tests précédemment indiqués, approuvés par différents travaux, montrent que l'algorithme SIMPLE donne aussi une convergence rapide. Se basant sur ce constat et d'autres travaux, notre choix s'est porté sur l'utilisation de l'algorithme SIMPLE dans la présente étude.

4.6 Choix de l'algorithme de résolution du système d'équations

Le système d'équations obtenu après discrétisation de l'équation différentielle régissant les écoulements dans une enceinte est non linéaire. Sa résolution fait appel à des méthodes itératives où les coefficients des équations sont considérés connus à chaque itération.

L'écriture du système d'équations discrétisées sous forme matricielle génère une matrice tri diagonale. L'inversion de la matrice tridiagonale est effectuée ligne par ligne en utilisant l'algorithme de Thomas (TMDA, TriDiagonal-Matix Algorithm) (Patankar).

5. VALIDATION DU MODELE MATHEMATIQUE

La méthode des volumes finis est utilisée pour la discrétisation des équations régissant les écoulements. Le domaine de calcul est divisé uniformément en petits volumes de contrôle adjacents. Cependant, afin de répondre à certaines conditions telles celles des références de validation, un raffinement du maillage a été effectué dans les zones proche de la paroi. Un maillage décalé a été aussi utilisé de telle sorte que les vitesses se retrouvent sur les faces du volume de contrôle alors que la pression et la température sont localisées au centre.

En considérant un schéma complètement implicite, le système d'équations régissant la convection naturelle (ou mixte) est résolu par la procédure numérique des volumes finis développée par S. V. Patankar [66].

Le Schéma d'approximation choisi est celui de la "loi de puissance". Ce dernier s'avère efficace et il est largement utilisé dans la littérature.

Afin de valider le code de calcul auquel nous avons abouti et qui est basé sur l'algorithme "SIMPLE", nous avons considéré trois exemples englobant dans leur ensemble les capacités du code du point de vue géométrie, régime et phénomène physique.

5.1 Convection naturelle dans une enceinte parallélépipédique

Le problème considéré est une enceinte à section carrée représentée sur la figure (3.5.a). Il traite un écoulement bidimensionnel. Les conditions limites et initiale sont telles que reportées précédemment. Les parois horizontales sont maintenues adiabatiques et les parois verticales sont chauffées différentiellement. L'écoulement est permanent. Le fluide considéré est l'air ($Pr = 0.71$). De part les nombres de Raleigh utilisés ($10^{+3} \leq Ra \leq 10^{+6}$), l'écoulement considéré est laminaire.

Cette configuration a été retenue à cause du nombre d'études ayant eu lieu sur le sujet au point d'aboutir à une synthèse de travaux établi par G. de Vahl Davis[86] et qui sert de solution de référence (benchmark solution).

Le traitement de ce problème nous a permis de déduire une corrélation pour le nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre de Raleigh, $\overline{Nu}(Ra)$:

$$\overline{Nu} = 0.1375 Ra^{0.3012} \text{ pour } 10^{+3} \leq Ra \leq 10^{+6} \quad (5.1)$$

Pour cette configuration, Markatos & Pericleous donnent la corrélation suivante, obtenue à partir d'une étude numérique [59] :

$$\overline{Nu} = 0.143 Ra^{0.299} \text{ pour } 10^3 \leq Ra \leq 10^6 \quad (5.2)$$

D'autre part, M. Jakob a établi une corrélation à partir de l'analyse des résultats expérimentaux de Mull & Reihner [Philips & Schmidt] :

$$\overline{Nu} = 0.196 Ra^{0.25} \text{ pour } 2.8 \cdot 10^3 \leq Ra \leq 2.8 \cdot 10^4 \quad (5.3)$$

Le tableau 3 montre une comparaison des valeurs obtenues à partir de ces trois expressions du nombre de Nusselt. Il montre une bonne approximation des résultats obtenus par la présente méthode par rapport à celle de Markatos & Pericleous. De même que la comparaison des résultats obtenus avec les données déduites de l'expression de M. Jakob fait apparaître un maximum de 12,40% pour un cas. Pour illustrer encore la comparaison, une représentation du nombre de Nusselt moyen obtenu à partir de la présente étude, donné par l'étude de Markatos et Péricléous et l'étude de G. d Vahl Davis est présentée (Fig.5.1).

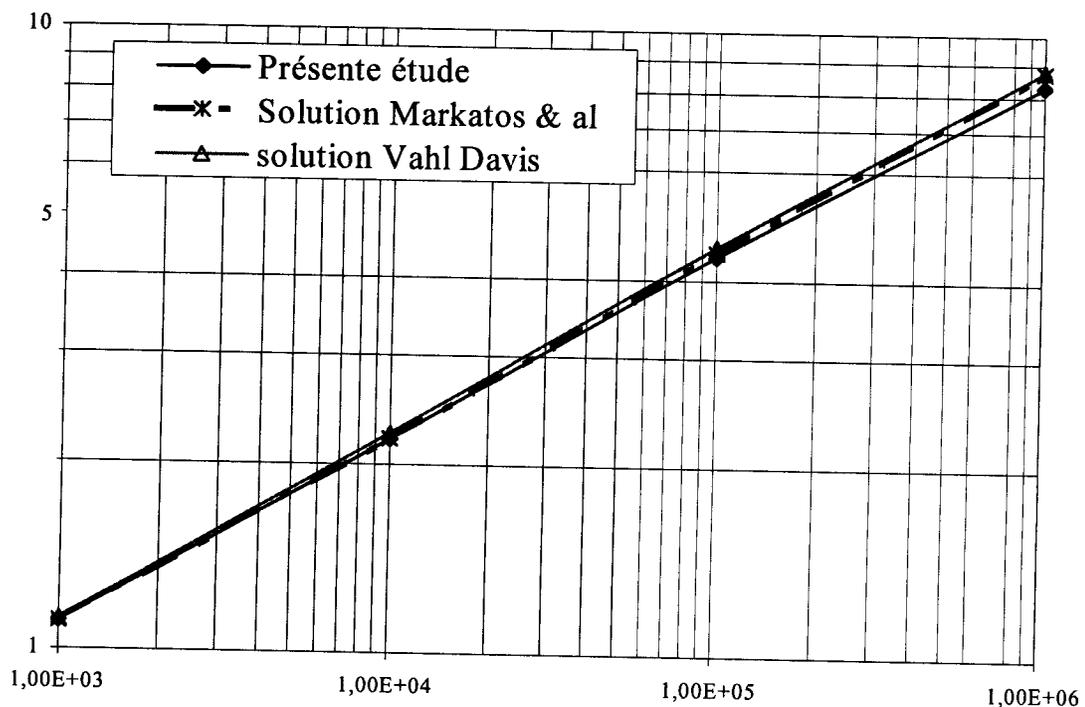


Fig.5.1 Nombre de Nusselt moyen en fonction du nombre Raleigh; comparaison avec les références [59] et [86].

L'expression déduite des travaux expérimentaux étant limitée à Ra compris entre 10^{+3} et $3 \times 10^{+4}$, la comparaison a été étendue aux résultats donnés par G. De Vahl Davis qui sont utilisés comme travaux de référence dans beaucoup d'études sur la convection naturelle.

Tableau 3 : Comparaison entre la corrélation obtenue et celles proposées par Markatos & Pericleous[59] et par M. Jakob[12]

\overline{Nu}						
log Ra	Equ. (2)	Equ. (4)	Equ. (3)	$\Delta 1 \%$	$\Delta 2 \%$	$\Delta 3 \%$
3	1.101	1.102	1.128	2.39	0.09	2.36
4	2.203	1.96	2.246	1.91	12.40	14.59
5	4.409		4.470	1.36		
6	8.821		8.899	0.88		

$\Delta 1$: Ecart entre les équations 2 et 3

$\Delta 2$: Ecart entre les équations 2 et 4

$\Delta 3$: Ecart entre les équations 4 et 3

Aussi pour confirmer la validité du modèle, les valeurs d'autres paramètres sont comparées avec les solutions de référence de G. de Vahl Davis (Benchmark solution) [86]. Le tableau 4 montre la comparaison des nombres du Nusselt moyen, du Nusselt minimum et du Nusselt maximum, de la vitesse maximale horizontale sur le plan vertical médian et de la vitesse maximale verticale sur le plan horizontal médian.

A l'exception des nombres de Nusselt locaux minimum et maximum à la paroi chaude pour $Ra = 10^{+6}$, les quantités considérées présentent un bon accord. Quoique les écarts pour le nombre de Nusselt local maximum et, à un degré moindre, pour le nombre de Nusselt local minimum semblent importants, ceci ne constitue pas une remise en cause de la validité de la procédure actuelle du moment que les températures à partir desquelles les nombres de Nusselt sont calculés sont en deçà du critère de convergence utilisé et donc l'erreur est due probablement à la sensibilité des calculs.

Tableau 4 : Comparaison des résultats obtenus par le présent travail avec ceux de Markatos Et Péricleous [59]

Ra	10 ⁺³		10 ⁺⁴		10 ⁺⁵		10 ⁺⁶	
	1	2	1	2	1	2	1	2
$\overline{Nu}_{x=0}$	1.109	1.108	2.203	2.201	4.477	4.430	8.664	8.754
$Nu_{max}(0, y)$	1.491 0.087	1.496 0.0825	3.462 0.133	3.482 0.1425	7.636 0.0802	7.626 0.0825	17.160 0.0362	17.87 0.0375
$Nu_{min}(0, y)$	0.689 0.9943	0.720 0.9925	0.5875 0.9943	0.643 0.9925	0.7356 0.9966	0.824 0.9925	1.0170 0.9985	1.232 0.9925
$u_{max}(0.5, y)$	3.624 0.796	3.544 0.832	15.925 0.7962	16.18 0.832	34.60 0.853	35.73 0.857	64.28 0.853	68.81 0.872
$v_{max}(x, 0.5)$	3.667 0.174	3.593 0.168	19.339 0.0980	19.44 0.113	68.141 0.06548	69.08 0.067	218.35 0.0328	221.80 0.0375

Note : (1) Résultats obtenus; (2) Solution de Markatos [59];

Tableau 5 : Comparaison des résultats obtenus par le présent travail avec ceux de G. de Vahl Davis [86]

Ra	10 ⁺³		10 ⁺⁴		10 ⁺⁵		10 ⁺⁶	
	1	2	1	2	1	2	1	2
$\overline{Nu}_{x=0}$	1.109	1.118	2.203	2.243	4.477	4.519	8.664	8.799
$Nu_{max}(0, y)$	1.491 0.087	1.505 0.092	3.462 0.133	3.528 0.143	7.636 0.0802	7.717 0.081	17.160 0.0362	17.925 0.0378
$Nu_{min}(0, y)$	0.689 0.9943	0.692 1.	0.5875 0.9943	0.586 1.	0.7356 0.9966	0.729 1.	1.0170 0.9985	0.989 1.
$u_{max}(0.5, y)$	3.624 0.796	3.649 0.813	15.925 0.7962	16.178 0.823	34.60 0.853	34.73 0.855	64.28 0.853	64.63 0.850
$v_{max}(x, 0.5)$	3.667 0.174	3.697 0.178	19.339 0.0980	19.617 0.119	68.141 0.06548	68.59 0.066	218.35 0.0328	217.36 0.0379

Note: (1) Résultats obtenus; (2) Solution de Vahl Davis [86]; Pour Ra<1.E+5, le maillage est de 42x42 cellules et pour Ra≥1.E+5 le maillage est de 82x82 cellules.

Ainsi, sur toute la plage des nombres de Ra, les solutions sont précises par comparaison à la solution de référence et la procédure de calcul numérique peut être considérée fiable (tableau 6).

Tableau 6 : Erreur relative entre les résultats actuels et ceux de G. de Vahl Davis [86]

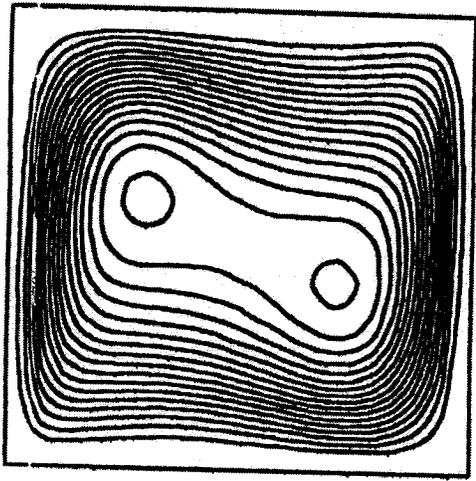
<i>Ra</i>				
<i>Er en % sur</i>	10^{+3}	10^{+4}	10^{+5}	10^{+6}
\overline{Nu}	0.72	1.56	0.71	1.73
Nu_{\max}	0.93	1.87	1.05	4.27
Nu_{\min}	0.43	0.25	0.91	2.83
u_{\max}	0.68	1.56	0.37	0.54
v_{\max}	0.81	1.42	0.65	0.46

Qualitativement, des lignes de courant (fig.5.2) et des courbes d'isothermes (fig.5.3) ont été tracées pour différents nombres de Raleigh ($Ra = 10^{+3}$ à 10^{+6}). La comparaison de ces courbes avec celles données dans la solution de référence de G. de Vahl Davis indique une bonne concordance et confirme la validité du programme de calcul dans le cas d'une convection naturelle à écoulement laminaire bidimensionnel dans une enceinte à section carrée.

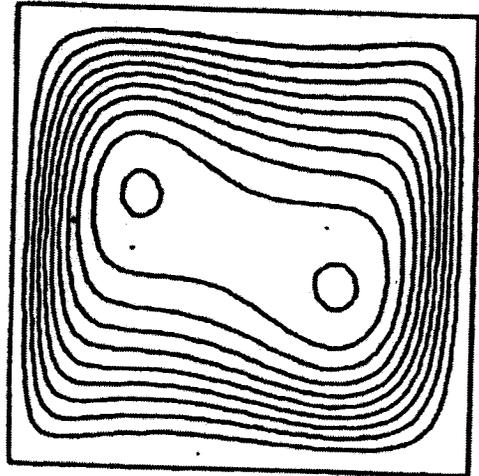
Il est à noter que le problème a été résolu par G. de Vahl Davis en utilisant la formulation fonction de courant- rotationnel. Les équations ont été résolues sur un maillage carré par la méthode des différences finies; la dérivée temporelle a été discrétisée par la méthode implicite et les dérivées spatiales ont été discrétisées en utilisant le schéma d'approximation aux différences centrées de deuxième ordre.

5.2. Convection naturelle dans une enceinte cylindrique

Pour valider le modèle dans le cas des coordonnées cylindriques (cas axisymétriques), le problème représenté sur la figure 5.4 a été traité. La figure représente une enceinte cylindrique à axe vertical. La température est maintenue isotherme sur la paroi inférieure. toutes les parois sont isolées à l'exception d'un disque de diamètre C centré sur la paroi supérieure et dont la température est chaude.

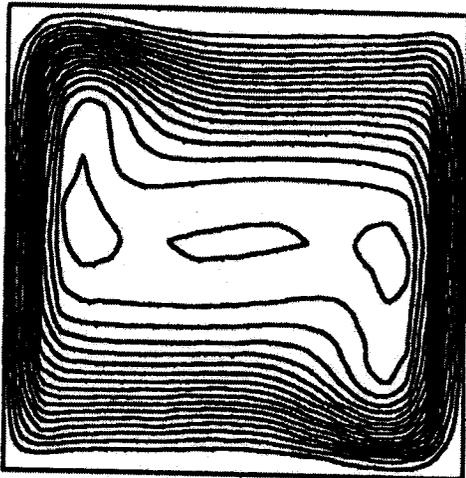


(a3)

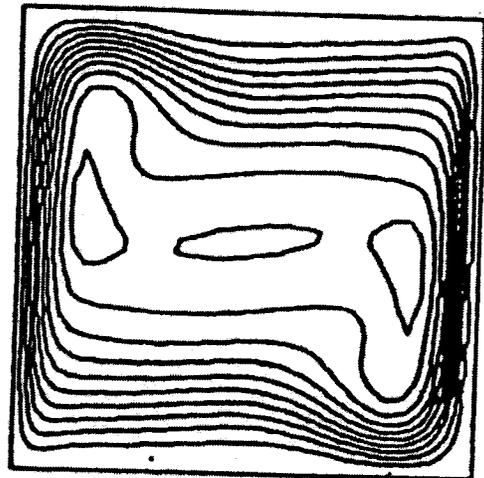


(b3)

Ra=1.E+5



(a4)



(b4)

Ra=1.E+6

Fig.5.2 (b) Lignes de courant dans une enceinte à section carrée données par la présente étude (a) et celles données par la référence (b) (G de Vahl Davis)

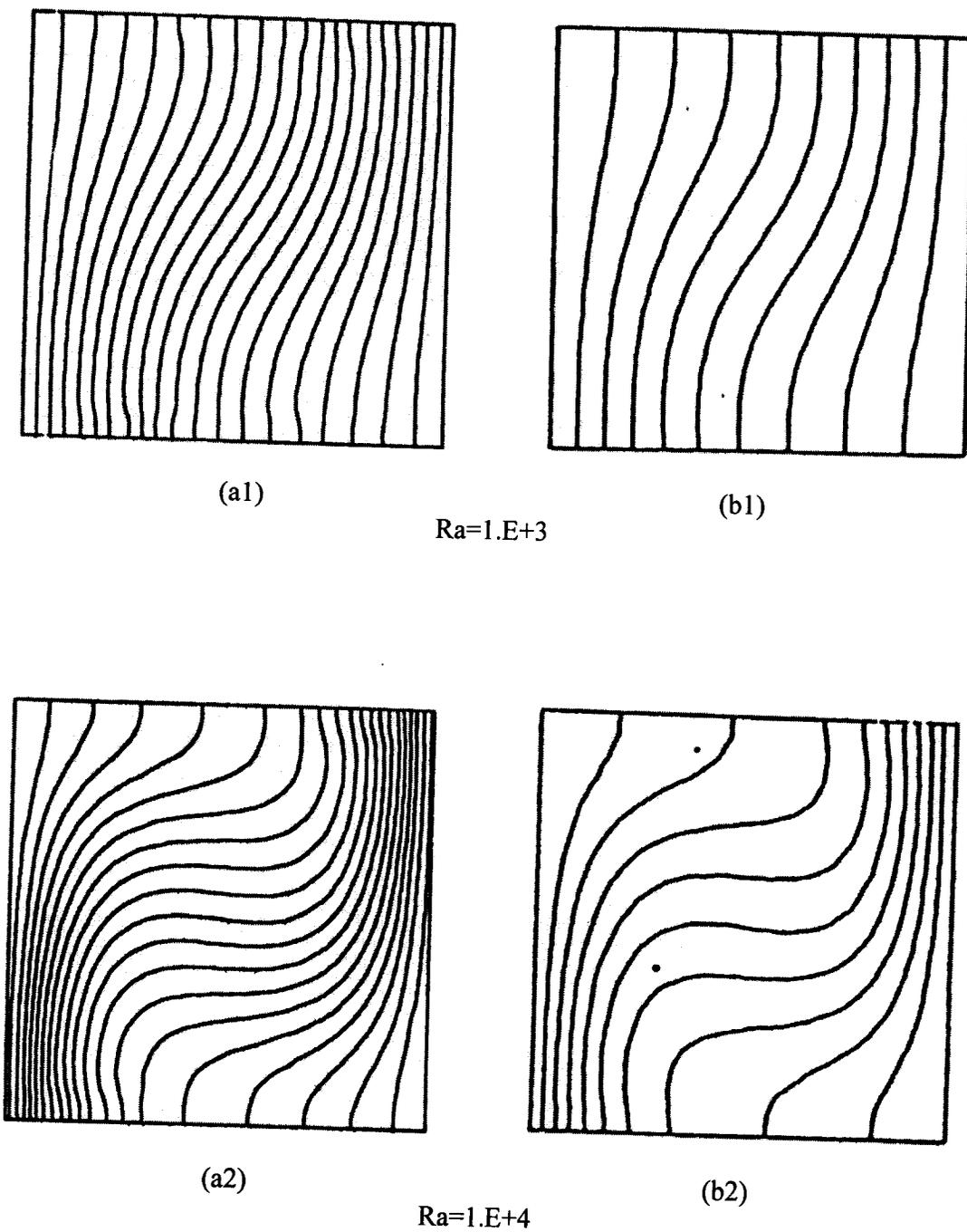


Fig.5.3 (a) Isothermes dans une enceinte à section carrée données par la présente étude (a) et celles (b) données par la référence (G de Vahl Davis)

La méthode des différences finies est utilisée pour résoudre les équations adimensionnelles régissant les écoulements naturels et l'équation de l'énergie dans l'enceinte. Un maillage non uniforme est utilisé pour la calcul.

Les conditions limites indiquées sur la figure 5.4 ont été utilisées dans l'exécution de notre programme dans le cas d'une cavité cylindrique avec circulation naturelle pour un écoulement laminaire et permanent.

La figure 5.5 représente les courbes des isothermes obtenues par la présente étude et celles données par Aggarwal & Manhapra [1]. Une comparaison des résultats obtenus à ceux donnés par la référence montre une similarité dans l'allure générale des courbes.

Le calcul du nombre de Nusselt à la paroi chaude pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh révèle un écart maximal de 6.3% par rapport à la solution numérique proposée par Aggarwal & Manhapra [1]. (Tableau 7).

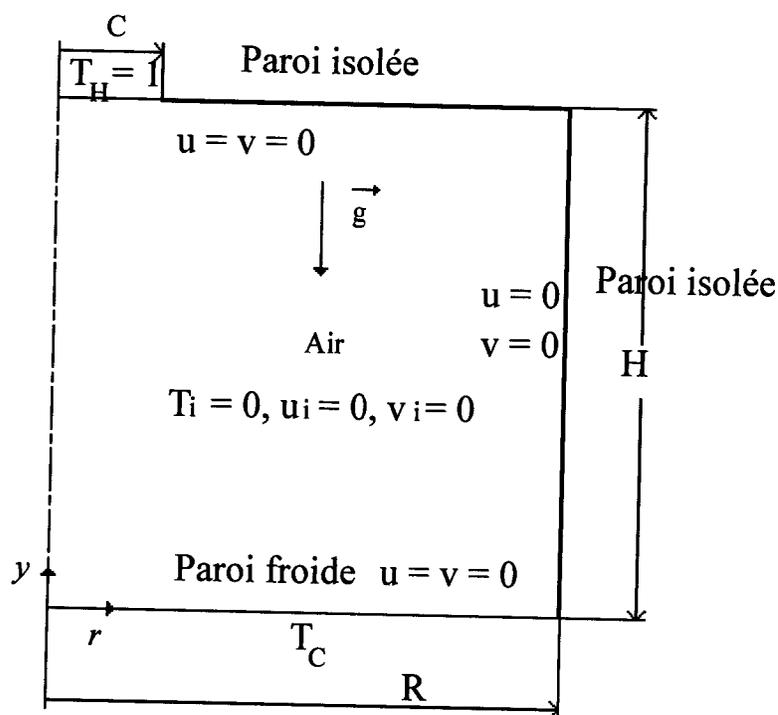
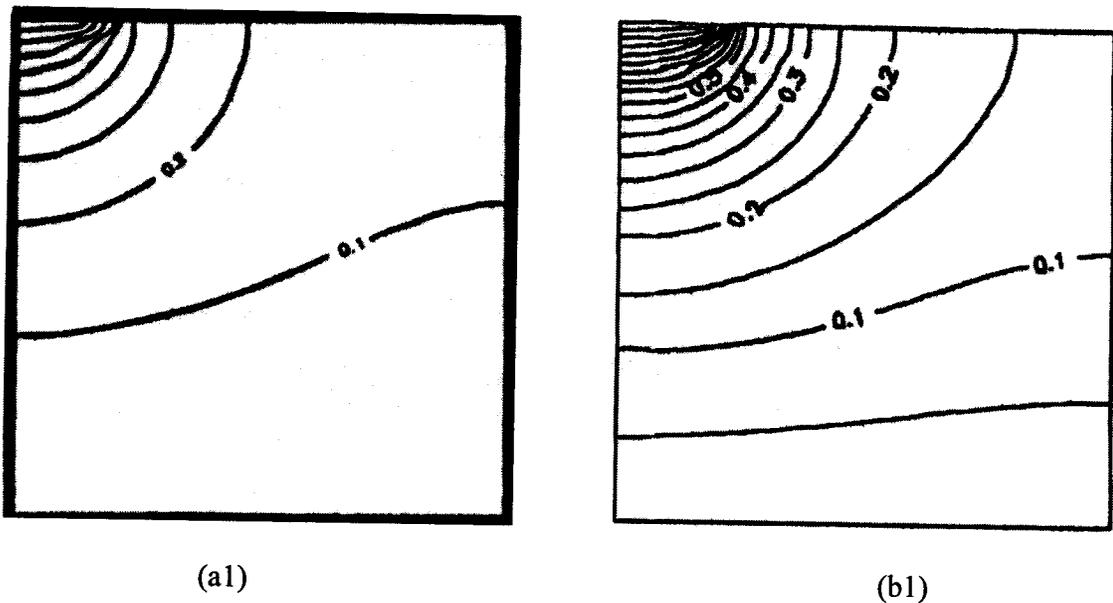
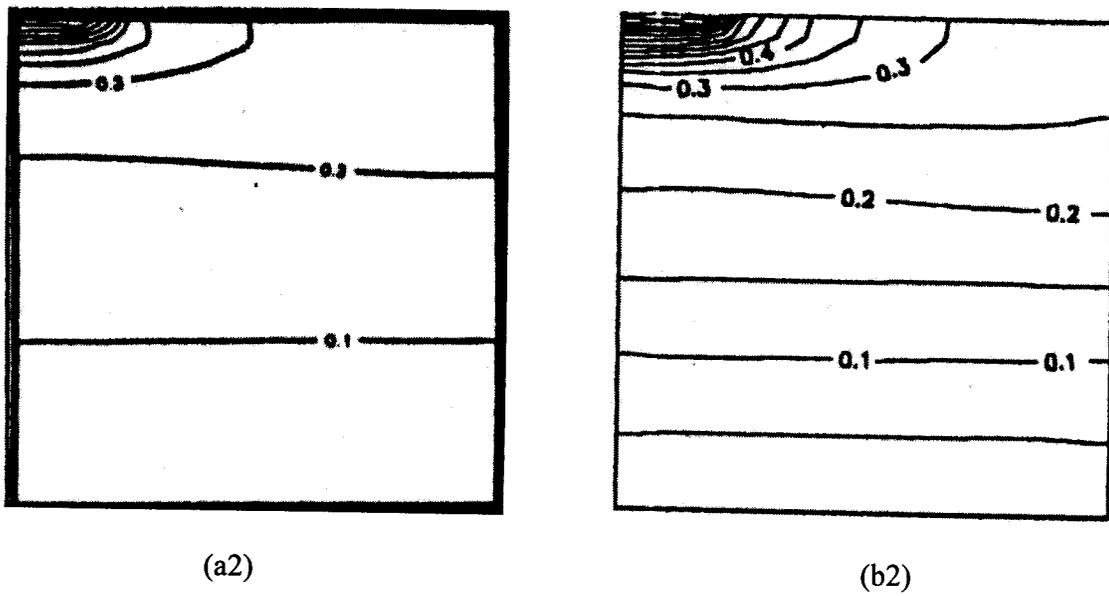


Fig. 5.4 Schéma de la cuve cylindrique étudiée en convection naturelle ($Pr = 0.71, H = R, C = 0.2R$), ref. [1]



Ra=70



Ra=7x10⁵

Fig.5.5a Isothermes données par la présente étude (b) et celles données par la référence [1] (a) pour différentes valeurs du nombre de Rayleigh.

de Nusselt moyen avec celles de la référence [1]

Ra	\overline{Nu}		
	Calculé	Réf.[14]	Er %
$7 \times 10^{+1}$	2.19	2.06	6.3
$7 \times 10^{+5}$	3.07	2.91	5.5
$7 \times 10^{+6}$	3.78	3.74	1.1

5.3 Convection mixte dans une enceinte parallélépipédique en régime transitoire

Dans ce régime d'écoulement, deux configurations sont présentées par Chan et al [23]. Une enceinte rectangulaire avec une entrée et une sortie situées de part et d'autre sur les façades verticales. La première configuration comporte une entrée en haut de la cuve et la sortie en bas de la cuve (fig.5.6) alors que la deuxième configuration comporte une entrée à mi hauteur et la sortie en bas de la cuve (fig.5.7). Initialement le système est au repos et se trouve à une température uniforme. A l'instant $t=0$, l'eau chaude est injectée dans le réservoir à une vitesse constante. Ceci résulte en une superposition d'un écoulement naturelle et un écoulement forcé. Les parois sont supposées adiabatiques. L'eau chaude est injectée dans le réservoir en haut ou à mi-hauteur de la paroi gauche (suivant la configuration considérée) et l'eau froide est extraite au coin bas droit.

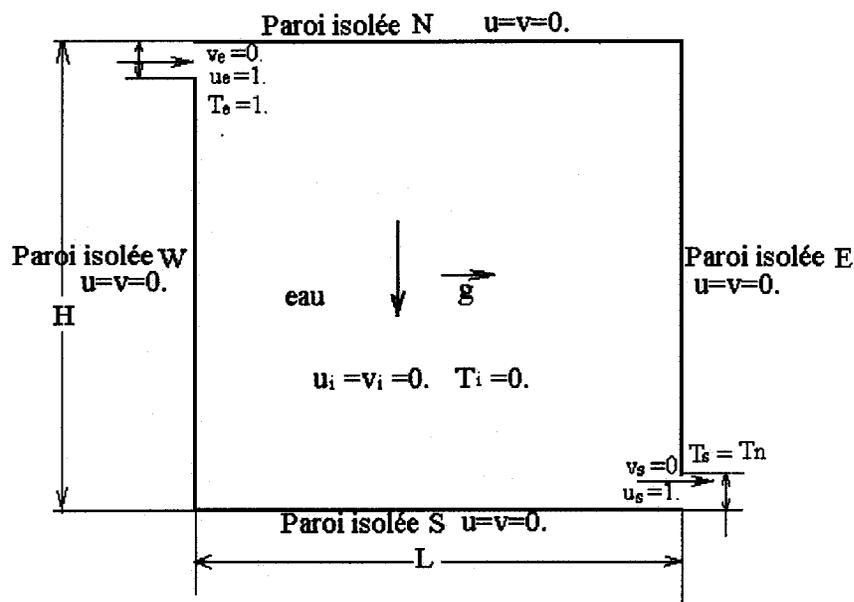


Fig. 5.6 Configuration A étudiée en écoulement transitoire à convection mixte
 $(Re = 4.2 \cdot 10^6, Ri = 1.64 \cdot 10^3, Pr = 2.73, H = L, h = 0.111 H)$, réf.[23]

La comparaison de nos résultats avec ceux donnés par Chan et al [23] se fait à travers des courbes de températures et les courbes représentant l'efficacité de stockage.

L'examen des figures 5.8 et 5.9 représentant les profils de températures au niveau du plan vertical médian ($x = 0.5$) dans les configurations "A" et "F" montre la bonne conformité des résultats obtenus en mode transitoire par rapport à ceux donnés par Chan et al [23].

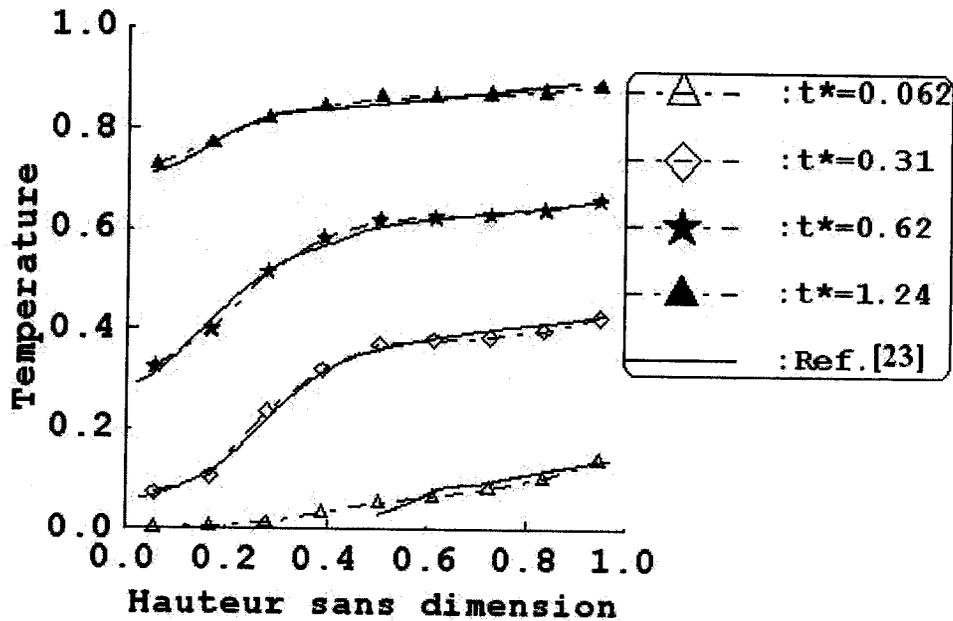


Fig.5.9 Comparaison des profils de températures à $x=0,5$ configuration "F" obtenus par la présente procédure et ceux de Chan et al, ref.[23]

De même qu'on note la parfaite superposition des courbes représentant l'efficacité de stockage (fig.5.10) dans les deux configurations considérées obtenues par la présente technique et donnée par Chan et al [23].

Il est à noter que le maillage utilisé est conforme à celui utilisé dans les travaux de référence.

5.4 Conclusion

les équations de conservation régissant les écoulements dans une enceinte parallélépipédique ou cylindrique ont été résolues par la méthode des volumes finies présentées précédemment. Cette technique utilise les variables primitives (u , v , p , T). Ce qui permet d'utiliser les conditions aux limites directement. Un maillage principal est utilisé pour les variables scalaires alors qu'un maillage décalé est utilisé pour les variables vectorielles de sorte que le nœud de ces dernières se situe sur la façade de l'élément de volume du maillage principal. L'avantage principal de ce type de maillage est la limitation dans les différentes interpolations de même qu'il permet à la pression d'être la force agissante directement. Le nombre de mailles utilisé est conforme au travail de référence.

Dans le cas de problème transitoire, le schéma explicite est exploité.

6. CONVECTION MIXTE DANS UNE CUVE CYLINDRIQUE

6.1. Introduction

Dans les systèmes thermiques solaires, les apports et les besoins peuvent être déphasés l'un par rapport à l'autre. Ceci est particulièrement le cas avec les systèmes de production d'eau chaude sanitaire. Cette contrainte nous incite à prévoir un stockage de l'énergie thermique dont il faut chercher une configuration permettant un coefficient de performance optimal.

En effet, plusieurs études concernant les performances des systèmes de stockage ont été menées ces dernières années. Pour ce qui est des études expérimentales, elles ont été faites soit sous des conditions réelles soit sous des conditions de laboratoire. Leurs résultats ont montré que la stratification thermique dépend essentiellement [53,34,69,89]: a) de la position de l'entrée d'eau chaude, b) du diamètre de l'entrée, c) du débit massique à l'entrée, d) du facteur de forme de l'enceinte, e) de la différence de températures entre l'entrée et la sortie. En ce qui concerne les études à caractère numérique, plusieurs modèles mathématiques ont été développés. Le plus connu est le modèle "complètement stratifié" attribué à Duffie & Beckman [28]. Ce modèle divise le réservoir de stockage en N sections de même volume et considère un bilan énergétique pour chaque tranche. Le fluide provenant du collecteur pénètre, sans se mélanger, à l'intérieur du réservoir pour aller se loger à une section où la différence entre sa température et la température de la dite section est minimale. A vrai dire, cette supposition de non mélange est un peu exagérée. Dans ce sens, Phillips & Pate [69] ont mené des travaux qui ont abouti à un modèle beaucoup plus rigoureux fondé sur la théorie de la "viscosité d'entraînement". Plus tard, Wu & Han [89] présentent un autre modèle basé sur celui de Phillips & Pate et compatible avec TRNSYS. Les caractéristiques de ce modèle comparé à celui cité précédemment sont:

- a) temps de calcul moindre pour un nombre de tranches supérieur ou égal à 7,
- b) possibilité de faire apparaître l'influence de certains paramètres sur la stratification thermique (facteur de forme, vitesse d'écoulement),
- c) possibilité de prendre en compte la présence d'un échangeur interne ou d'une source de chaleur (appoint électrique). Avec l'apparition de moyens de calcul de plus en plus sophistiqués et compte tenu de la limitation de ces modèles monodimensionnels, des travaux sont entrepris pour développer des modèles beaucoup plus performants. Dans ce contexte, Chan et al [23] ont étudié la convection mixte dans une cuve de stockage de

de Reynolds de $2,30.10^4$. Ces valeurs sont obtenues en considérant des données définies ($H=154$ cm, $v_e=1$ cm/s).

Le tableau 8 définit les positions de l'entrée et de la sortie pour les différentes configurations. Il est clair qu'à l'entrée la direction de l'écoulement est dirigée vers l'intérieur et qu'à la sortie, la direction de l'écoulement est dirigée vers l'extérieur. Il est à noter que, pour certaines configurations, l'entrée et/ou la sortie peut être le long de l'axe. Les conditions initiales et aux limites sont telles indiquées dans la figure 6.1 sous forme adimensionnelle.

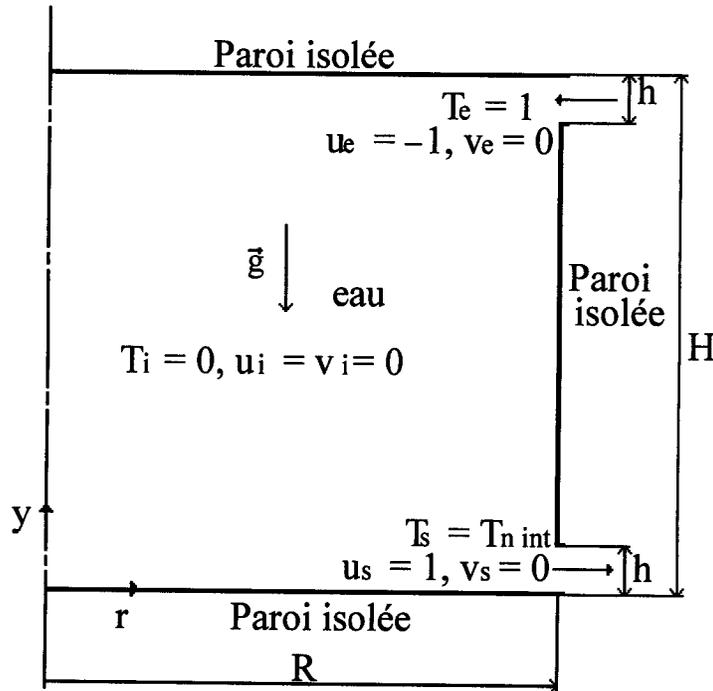


Fig.6.1 Schéma de la configuration A de la cuve à étudier ($Pr = 4.5$ pour l'eau, $H=R$, $h= H/11$)

Douze (12) configurations schématisent des situations différentes du point de vue des positions de l'entrée et de la sortie, de la direction et du sens de l'écoulement (Tableau 8). En plus des isothermes et des champs de vitesses qui constituent un outil de comparaison entre ces différentes configurations, trois grandeurs qui sont la température de sortie, la température moyenne et l'efficacité instantanée du stockage thermique dans l'enceinte sont également considérées.

La température moyenne est définie par:

$$\bar{T} = \frac{1}{V} \int_0^{2\pi} \int_0^R \int_0^H T r dr dy d\theta \tag{6.1}$$

L'efficacité instantanée de stockage est définie comme étant le rapport de l'énergie emmagasinée sur l'énergie initialement disponible à l'entrée [7,8]. Mathématiquement, elle s'exprime comme suit:

$$\eta = \frac{\rho C_p V [\bar{T} - T_i]}{\rho C_p Q t [T_e - T_i]} \tag{6.3}$$

qui peut s'écrire également en tenant compte de la symétrie axiale:

$$\bar{T} = \frac{2}{R^2 H} \int_0^H \int_0^R T r dr dy \tag{6.2}$$

L'efficacité instantanée de stockage est définie comme étant le rapport de l'énergie emmagasinée sur l'énergie initialement disponible à l'entrée [7,8]. Mathématiquement, elle s'exprime comme suit:

$$\begin{aligned} \eta &= \frac{\rho C_p V [\bar{T} - T_i]}{\rho C_p Q t [T_e - T_i]} \\ &= \frac{[\bar{T} - T_i]}{\frac{Q t}{V} [T_e - T_i]} \end{aligned} \tag{6.3}$$

Si on désigne par $t^* = \frac{Q t}{V}$, un temps adimensionnel, alors l'équation (6.3) se réduit à:

$$\eta(t^*) = \frac{[\bar{T} - T_i]}{t^* [T_e - T_i]} \tag{6.4}$$

Tableau 8 : Positions de l'entrée et de la sortie dans les configurations considérées

Configuration	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
position de l'entrée	TPH	TPH	TPH	TPV	TPV	TPV	TXV	TXV	TXV	TPH	MPH	BPH
position de la sortie	BPH	BPV	BXV	BPH	BPV	BXV	BXV	BPH	BPV	MPH	BPH	TPH

Légende

T : haut H : horizontal X : le long de l'axe M : à mi-hauteur
 B : bas V : vertical P : périphérique

6.2.1 Effet du maillage sur les résultats

Nous avons considéré la configuration "A" qui a été discrétisée suivant trois maillages uniformes différents: 8×8 ($\Delta x = \Delta y = 1/6$), 13×13 ($\Delta x = \Delta y = 1/11$), et 24×24 ($\Delta x = \Delta y = 1/22$). Il est à noter que le premier et le dernier nœud se trouvent en dehors du domaine étudié. Les résultats obtenus par ces différents maillages ont fait l'objet d'une comparaison en vue de déceler le maillage adéquat. Comme il apparaît sur les figures 6.2, 6.3 et 6.4, les résultats relatifs à la grille 13×13 sont très proches de ceux relatifs à la grille 24×24 . Néanmoins afin de se rapprocher du maillage utilisé par les travaux de références, un maillage supplémentaire a été rajouté en l'occurrence la grille 35×35 ($\Delta x = \Delta y = 1/33$).

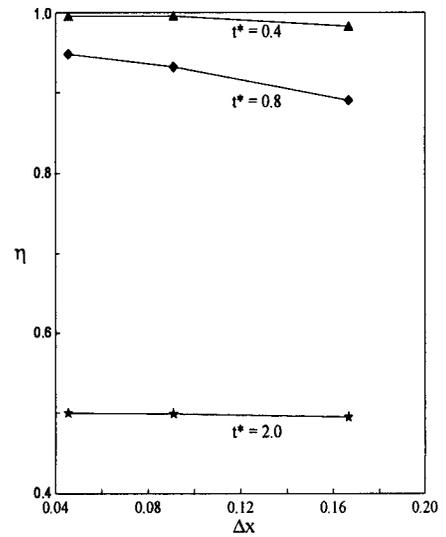
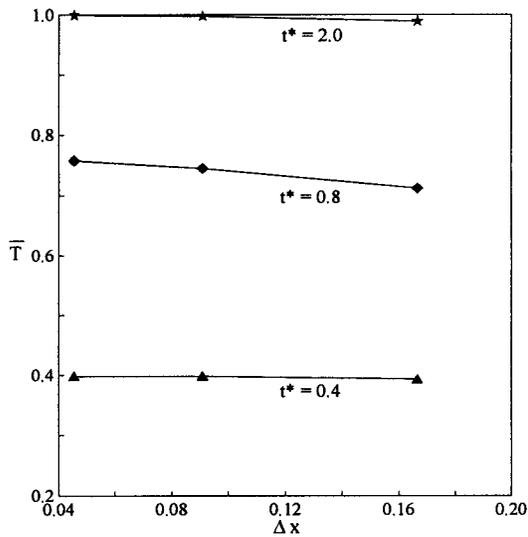
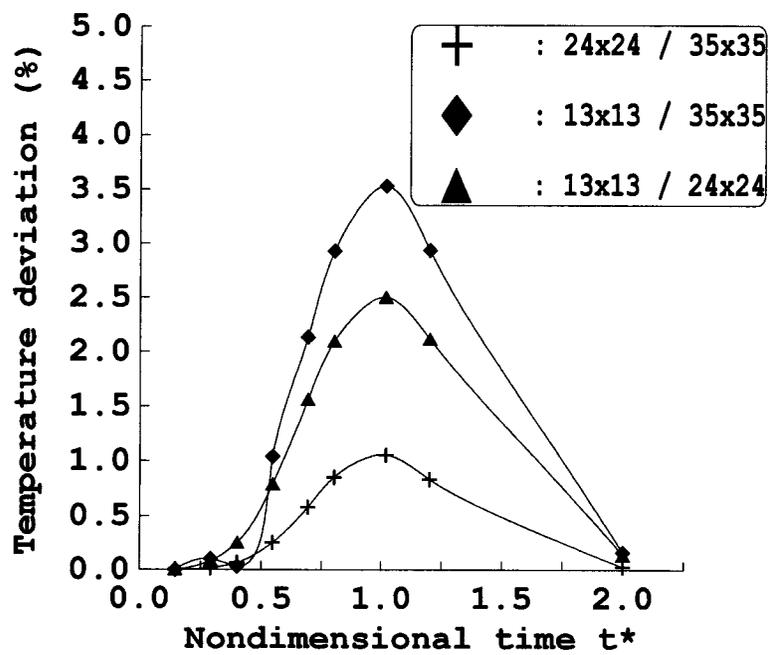
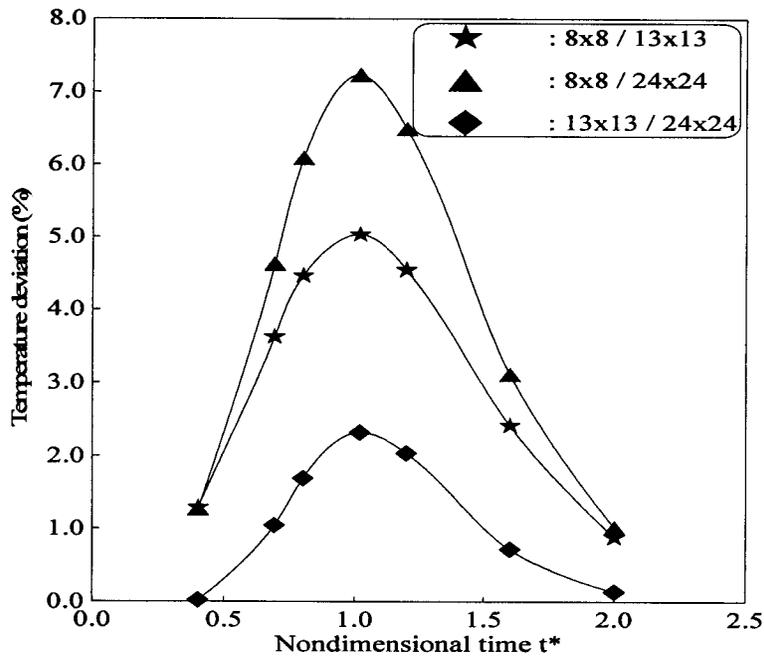


Fig.6.2 Température moyenne en fonction de la taille du maillage au cours du temps

Fig. 6.3 Efficacité de stockage en fonction de la taille du maillage au cours du temps

Au début de l'écoulement et proche de l'état permanent, les résultats sont quasi indépendants. Durant une période transitoire, l'influence du maillage est évidente mais pas importante. Mieux encore, comme le montre la figure 6.4b, l'influence du maillage est négligeable lorsqu'on considère les résultats obtenus avec le maillage 24×24 et ceux obtenus avec le maillage 35×35 . L'écart maximum entre les deux résultats est inférieur à 1%. Même pour le maillage 13×13 et le maillage 24×24 , l'écart maximum entre leurs résultats est inférieur à 2,3%.

Donc pour la suite de l'étude, le maillage retenu est celui de 24x24. Cependant il est à rappeler que, pour la validation par rapport aux travaux de référence, les calculs ont été effectués avec un maillage de 42x42 pour $Ra < 10^{+5}$ et un maillage de 82x82 pour $Ra \geq 10^{+5}$.



(b)

Fig. 6.4 Influence du maillage sur la température moyenne (a) et écart entre les températures pour deux mailles (b)

En ce qui concerne le pas de temps, différentes valeurs de pas de temps Δt ont été considérées. De légères variations des paramètres calculés apparaissent pour t^* proche de 1. Cependant, l'influence du pas de temps devient négligeable quand Δt est plus petit ou égal à 0,2 (une déviation de la température moyenne apparaît sur une petite zone autour de $t^*=1$. et est, au maximum, égal à 1,4%) (fig.6.5).

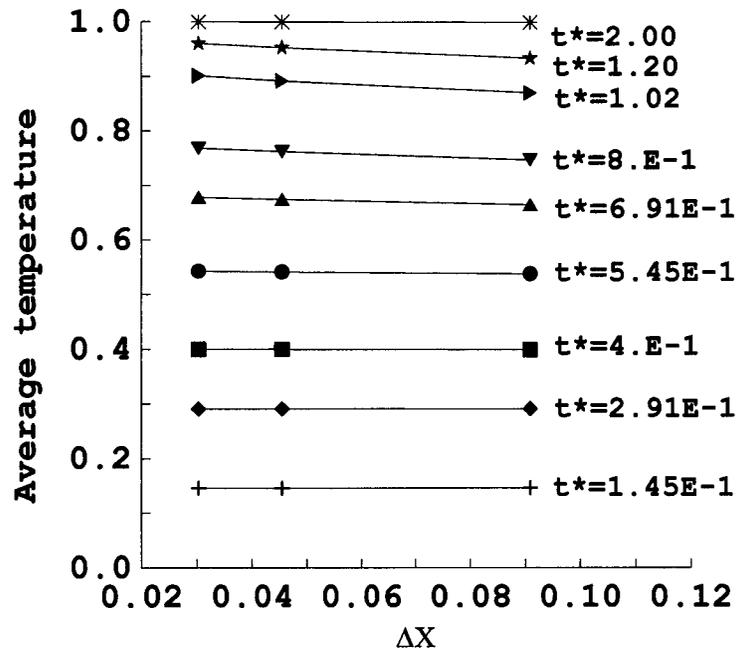


Fig. 6.5 Influence du maillage sur la température moyenne

6.2.2 Qualification de l'écoulement

Afin de qualifier la nature de l'écoulement, une exécution du programme a été effectuée jusqu'à l'obtention du régime permanent. Un suivi de l'évolution des composantes de la vitesse a été tracé. La figure 6.6 montre qu'au delà d'une période transitoire, les composantes de la vitesse présentent une régularité dans leurs évolutions et une bonne stabilité. Ce qui permet de conclure que le régime d'écoulement est un régime laminaire.

6.3 Effet de la direction de l'écoulement

L'influence de la direction de l'écoulement a été étudiée sur les configurations de A à I indiquées sur le tableau 8. Ces configurations schématisent les conditions limites du système dans lesquelles l'injection du fluide chaud s'effectue, verticalement ou horizontalement, dans la partie haute de la cuve et le puisage du fluide s'effectue, verticalement ou horizontalement, dans la partie basse de la cuve (fig.6.7).

Afin de comparer les performances thermiques et l'efficacité du dispositif de stockage dans ces différentes configurations (A-I), l'évolution de la température moyenne instantanée est montrée sur la figure 6.8 de même qu'on montre l'évolution de l'efficacité instantanée sur la figure 6.9.

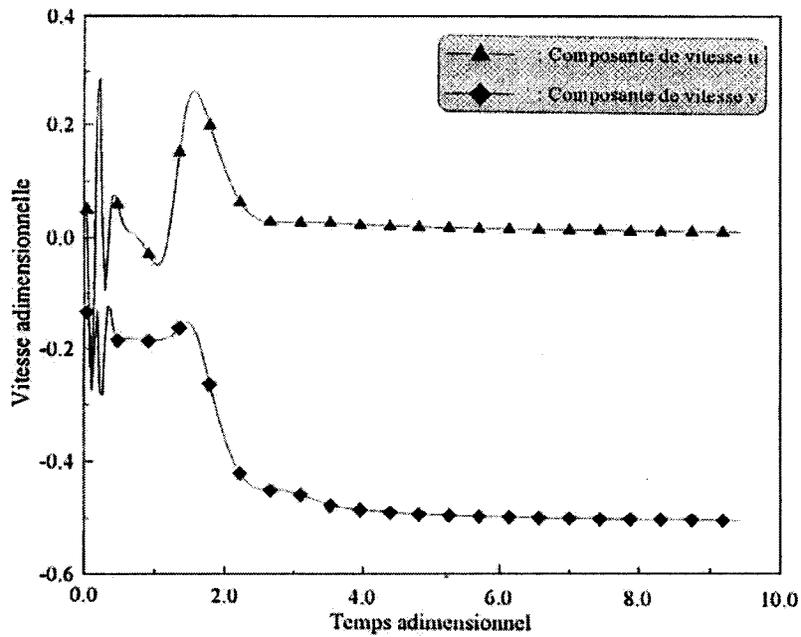


Fig. 6.6 Evolution des deux composantes de la vitesse en un point quelconque du domaine au cours du temps

Un examen de ces deux figures montre que les paramètres considérés (températures moyennes et efficacité) des configurations étudiées sont identiques. Ce résultat montre que, tant que le fluide chaud est injecté en haut de la cuve et le puisage du fluide froid se fait en bas de la cuve, la direction de l'écoulement n'a aucune influence sur les performances du stockage.

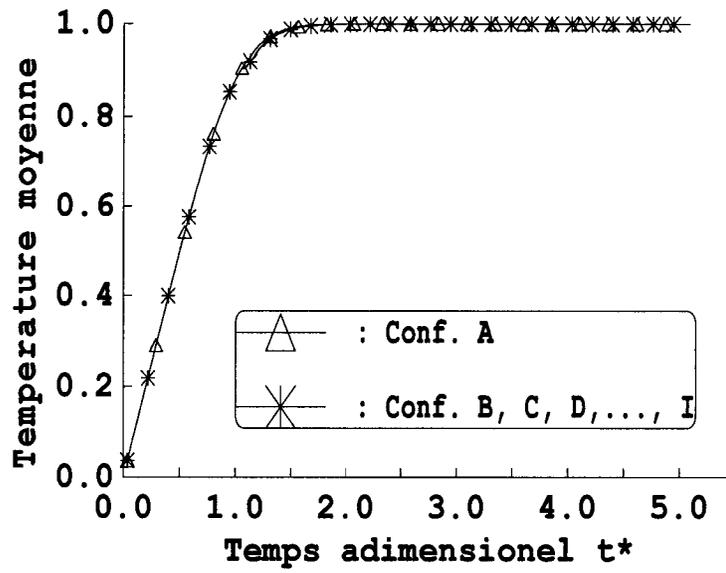


Fig. 6.8 Evolution de la température moyenne pour différentes directions (config. A,B,C,....,I)

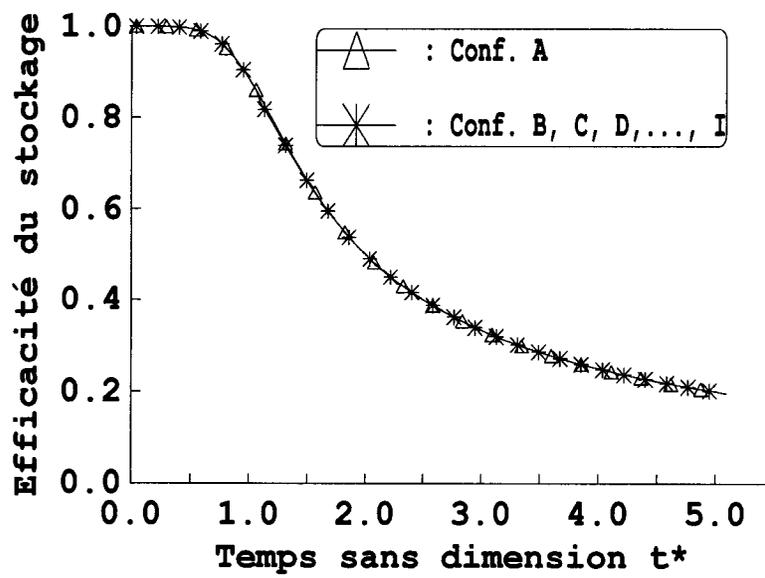


Fig.6.9 Evolution de l'efficacité du stockage thermique pour différentes directions (config. A,B,C,D,,I)

Proche de l'état permanent, la température dans la cuve devient presque uniforme et un courant à convection forcée domine l'écoulement quoique un petit tourbillon apparaît à mi-hauteur de la cuve proche de la paroi et qui est dû à la présence de la paroi de l'enceinte.

Ce phénomène est constaté sur toutes les configurations ayant une injection du fluide chaud en périphérie du haut de la cuve et un puisage en périphérie basse de la cuve.

b- Configuration J

Dans la configuration J, l'eau chaude pénètre à la périphérie haute de la cuve et elle sort à mi hauteur de la paroi.

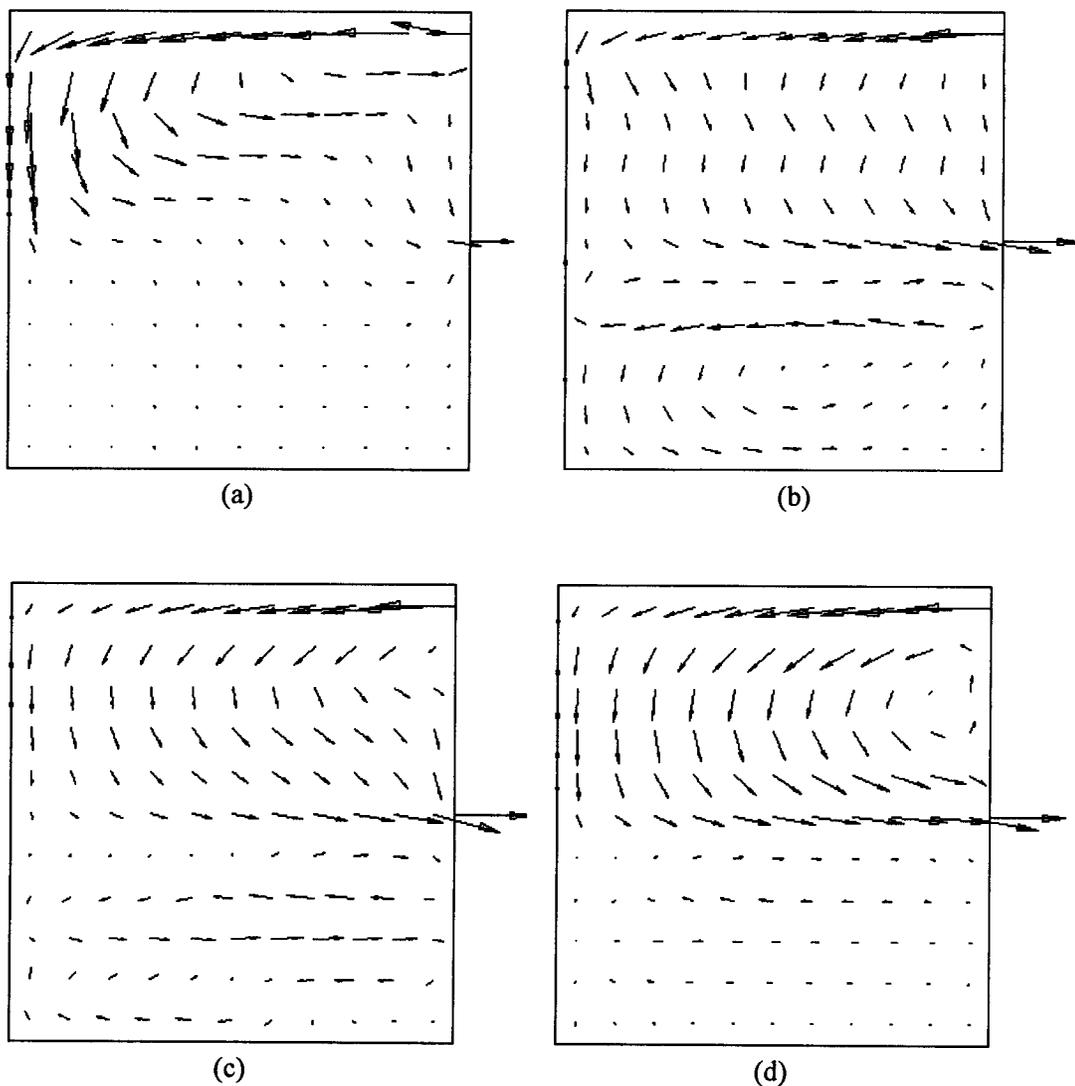


Fig. 6.12 Evolution des champs de vitesses dans la configuration J
($Ri = 760.$, à (a) $t^* = 3.63E-2$; (b) $t^* = 5.45E-1$; (c) $t^* = 1.09$; (d) $t^* = 4.36$)

Les isothermes tendent à regrouper à mi hauteur de la cuve et la température de l'eau à la sortie tend à s'élever rapidement comme on peut le constater sur la figure 6.13. Le courant convectif principal est dévié de la zone basse de la cuve qu'on peut considérer comme une zone morte. Cette dernière est donc chauffée principalement par conduction. Ceci apparaît aussi à travers le très lent mouvement des isothermes vers les hautes températures dans cette région.

C- Configuration K

Dans cette configuration, l'eau chaude entre horizontalement dans la cuve à mi hauteur sur la périphérie et l'eau froide est extraite par le bas sur la périphérie. La figure 6.14 montre l'évolution de l'écoulement. La convection naturelle domine la structure de l'écoulement au commencement. A cause de la différence de températures, l'eau chaude s'élève dès qu'elle pénètre dans la cuve. Le courant dû à la convection naturelle diminue avec l'échauffement du fluide de la cuve et la convection forcée devient importante, l'écoulement devient horizontal dès son entrée.

Les isothermes reflètent aussi le fort courant à convection naturelle du début de la phase transitoire. L'eau en haut sur la périphérie tend à avoir une température plus élevée à cause de l'écoulement ascendant de l'eau chaude à l'entrée (Fig.6.15).

d- Configuration L

Dans cette configuration, l'eau chaude entre dans la cuve par le bas sur la périphérie et l'eau froide est extraite par le haut sur la périphérie. Un fort écoulement à convection naturelle s'installe le long de la paroi dès le début de la période transitoire, suivi par un écoulement partiel le long de la paroi d'en haut. Ce dernier phénomène tend à s'étendre dans la cuve par l'intermédiaire d'une recirculation de la paroi vers l'axe (fig.6.16).

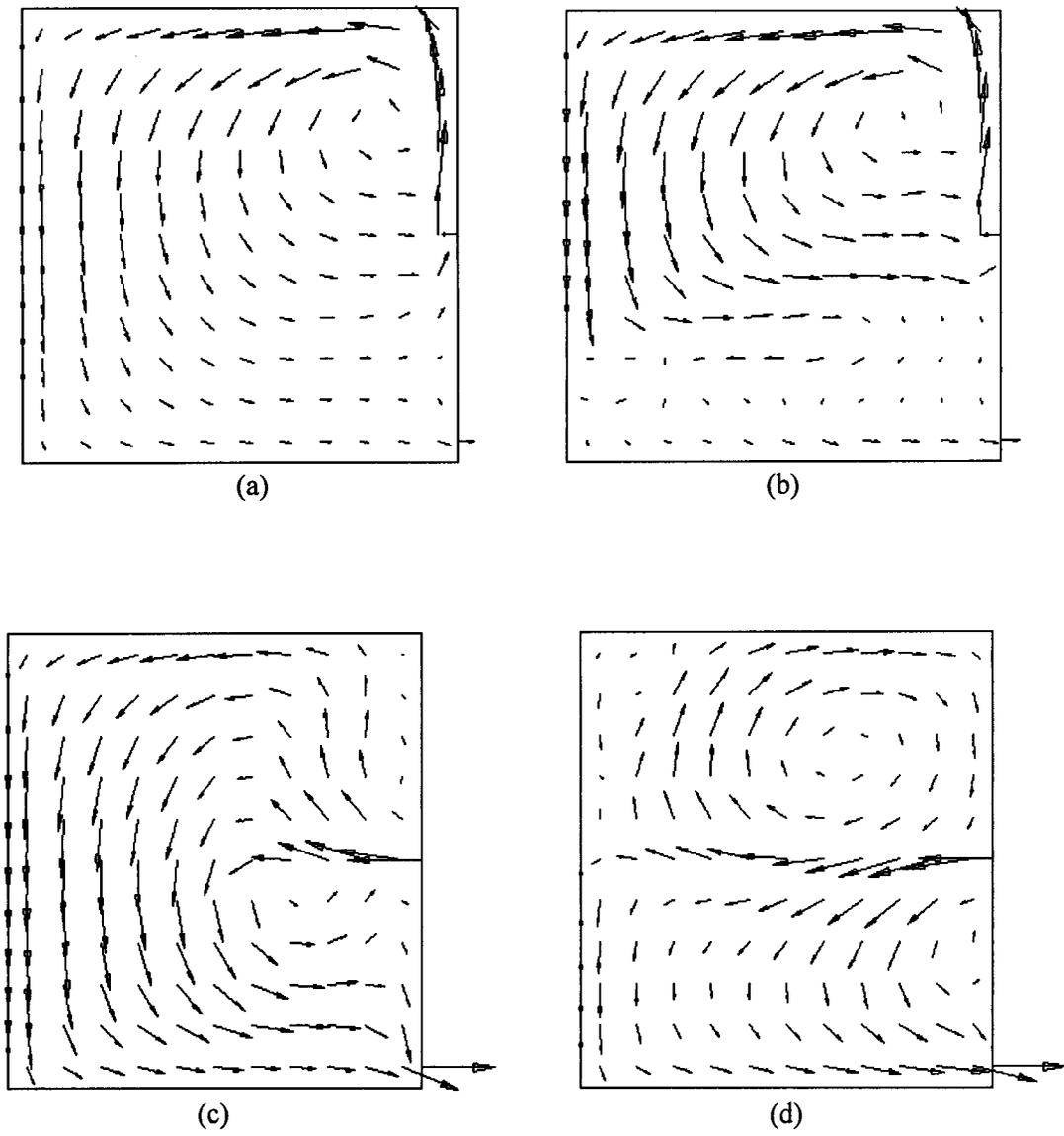


Fig. 6.14 Evolution des champs de vitesses dans la configuration K
 ($Ri = 760.$, à (a) $t^* = 3.63E-2$; (b) $t^* = 5.45E-1$; (c) $t^* = 3.27$; (d) $t^* = 4.36$)

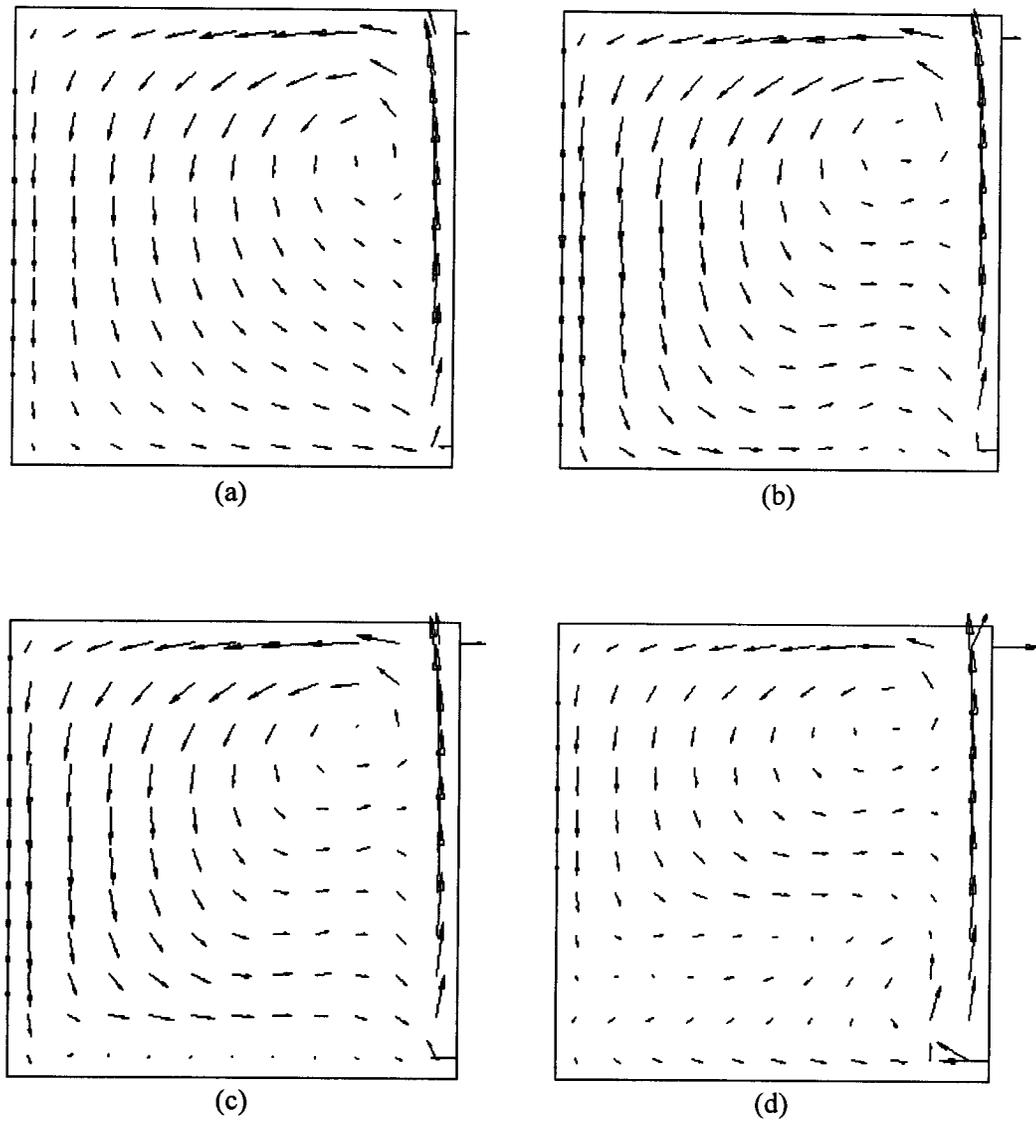


Fig. 6.16 Evolution des champs de vitesses dans la configuration L
 ($Ri = 760.$, à (a) $t^* = 2.18E-1$; (b) $t^* = 5.45E-1$; (c) $t^* = 3.27$; (d) $t^* = 5.82$)

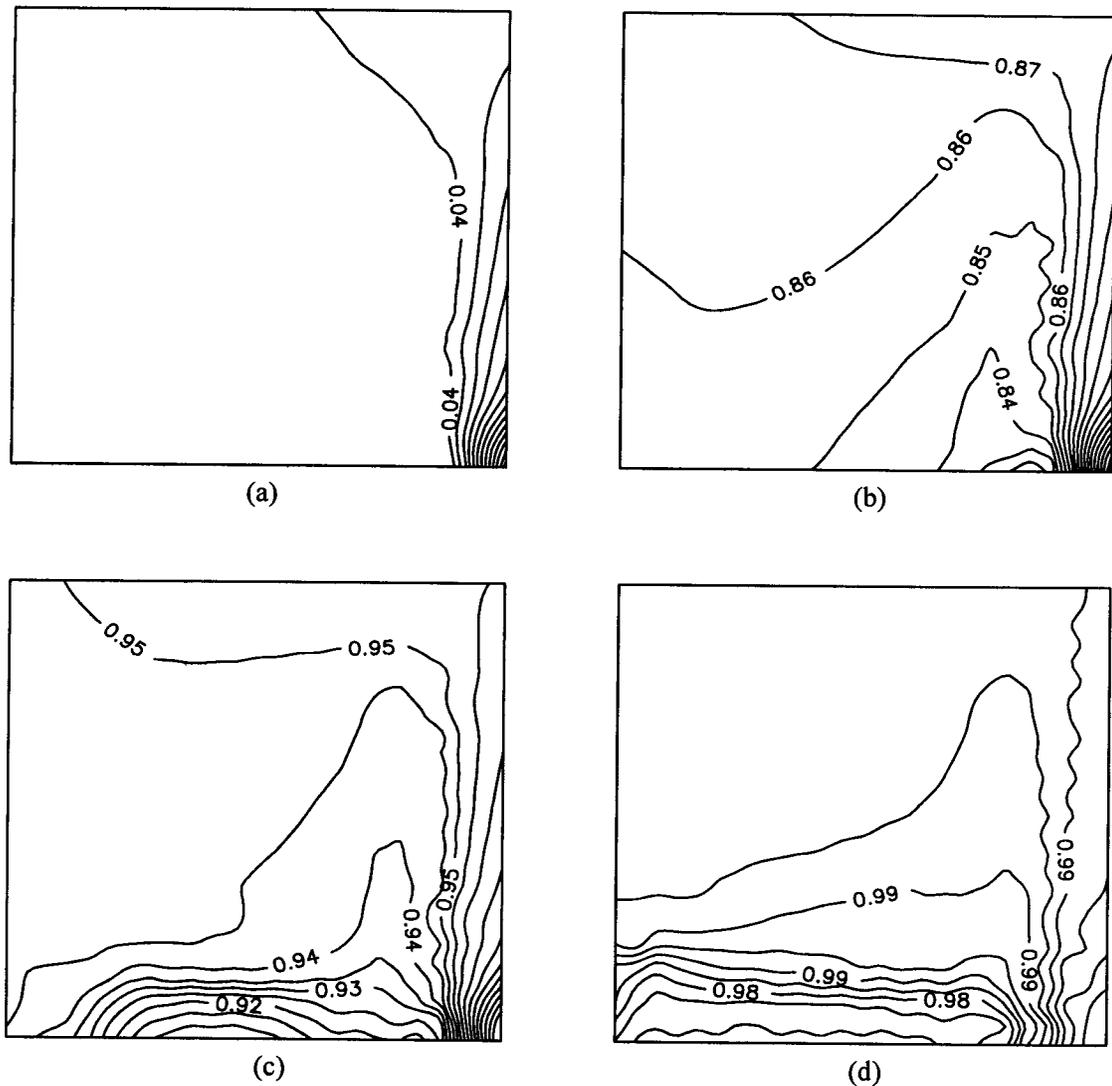


Fig. 6.17 Evolution des isothermes dans la configuration L
 ($Ri = 760.$, à (a) $t^* = 2.18 E-1$; (b) $t^* = 5.45E-1$; (c) $t^* = 3.27$; (d) $t^* = 5.82$)

Profils de température sur l'axe de la cuve

L'évolution de la température le long de l'axe confirme quantitativement le comportement des configurations étudiées. Quelque soit la configuration, un courant naturel domine l'écoulement et fait qu'une stratification se produit même minime (cas de la configuration L). L'important gradient de température pour la configuration A dénote une stratification évidente.

Cette stratification est aussi plus accentuée, pour la configuration J, dans la zone supérieure. La zone en dessous du port d'entrée semble ne pas être touchée par l'écoulement.

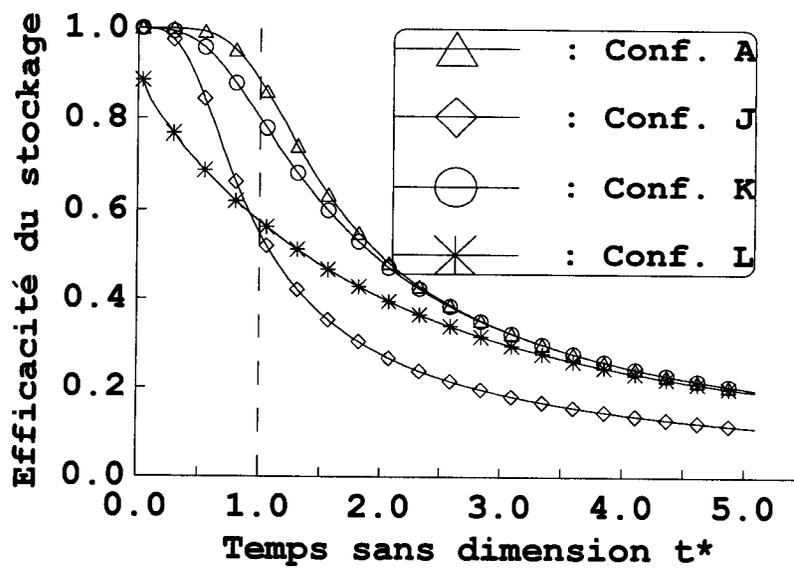


Fig. 6.19 Evolution de l'efficacité de stockage pour différentes positions d'entrée et de sortie (config. A, J, K et L)

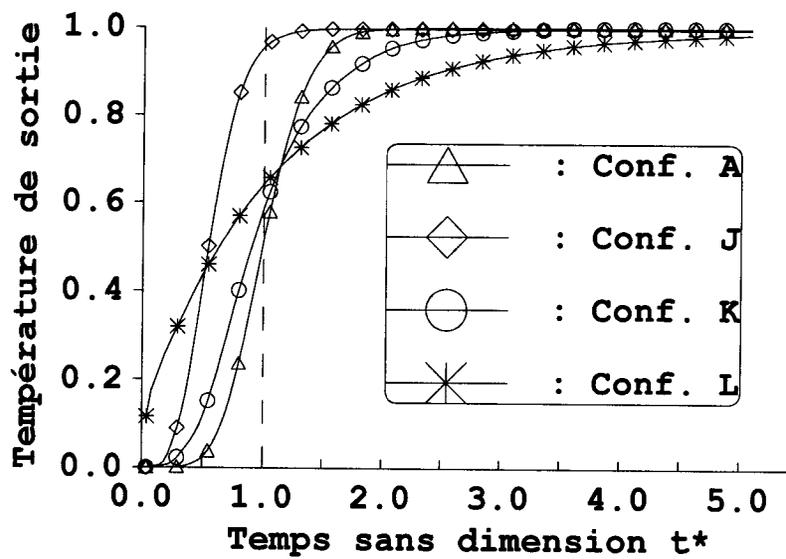


Fig. 6.20 Evolution de la température sortie pour différentes positions d'entrée et de sortie (config. A, J, K et L)

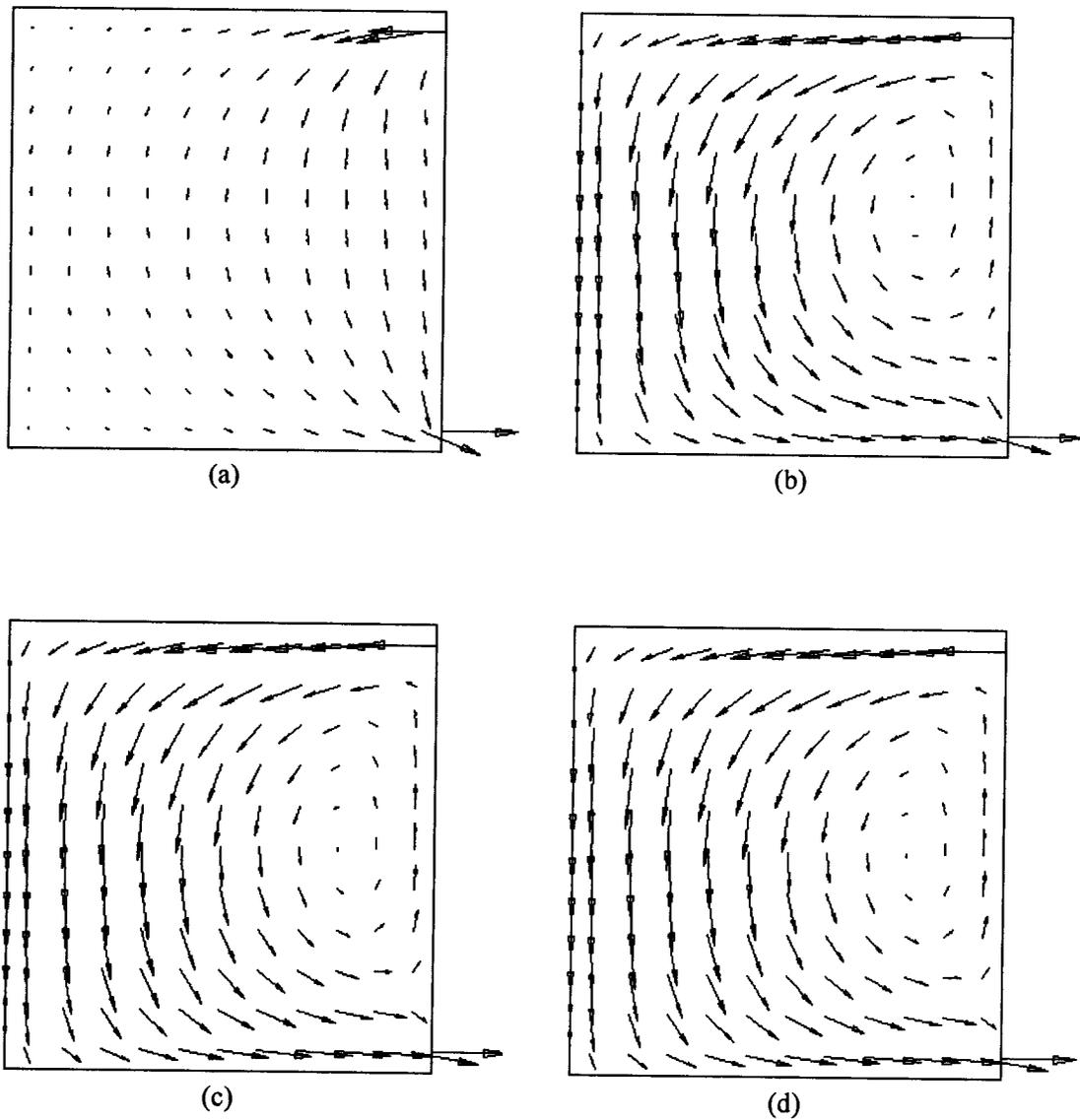


Fig. 6.21 Evolution du champ des vitesses dans la configuration A pour $Ri = 0$.
 ((a) $t^* = 3.63E-2$; (b) $t^* = 5.45E-1$; (c) $t^* = 1.09$; (d) $t^* = 4.36$)

De l'analyse précédente, il apparaît que les performances du stockage thermique dans une cuve cylindrique augmentent avec un nombre de Richardson élevé ceci, en considérant comme éléments de référence la stratification thermique et l'efficacité de stockage.

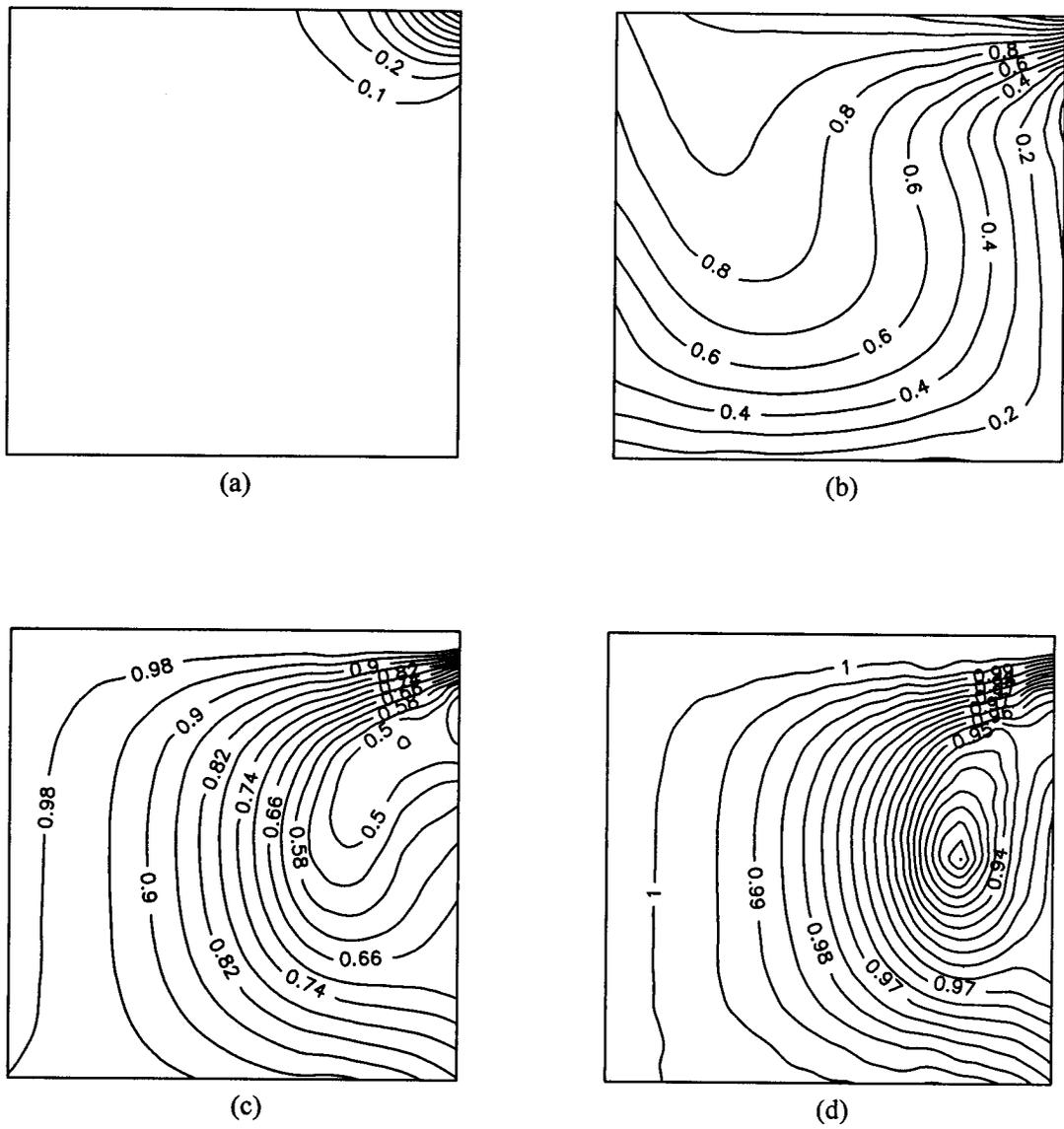


Fig. 6.22 Evolution des isothermes dans la configuration A pour $Ri = 0$.

(a) $t^* = 3.63E-2$; (b) $t^* = 5.45E-1$; (c) $t^* = 1.09$; (d) $t^* = 4.36$

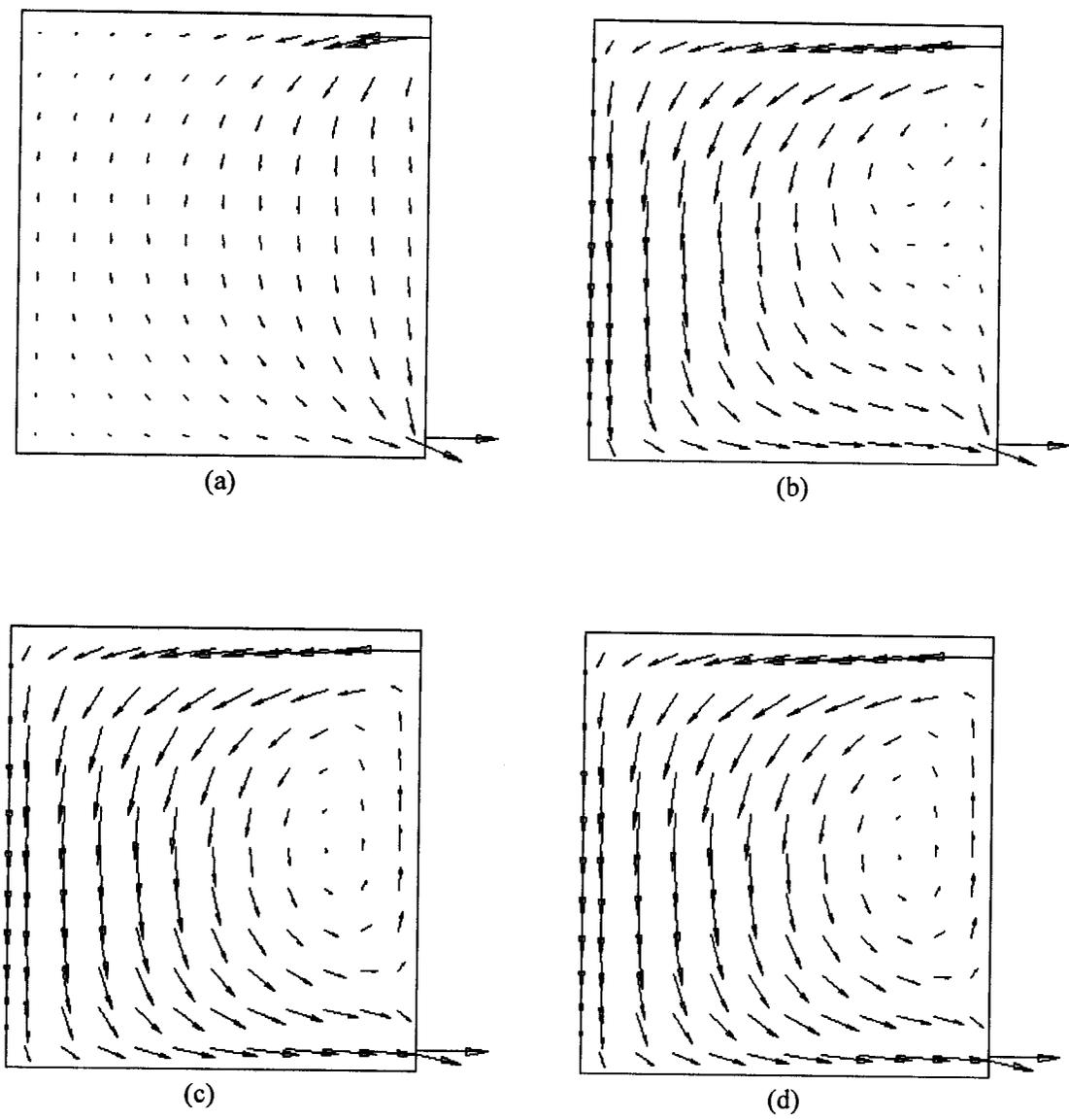


Fig. 6.23 Evolution du champ des vitesses dans la configuration A pour $Ri = 1$.

(a) $t^* = 3.63E-2$; (b) $t^* = 5.45E-1$; (c) $t^* = 1.09$; (d) $t^* = 4.36$

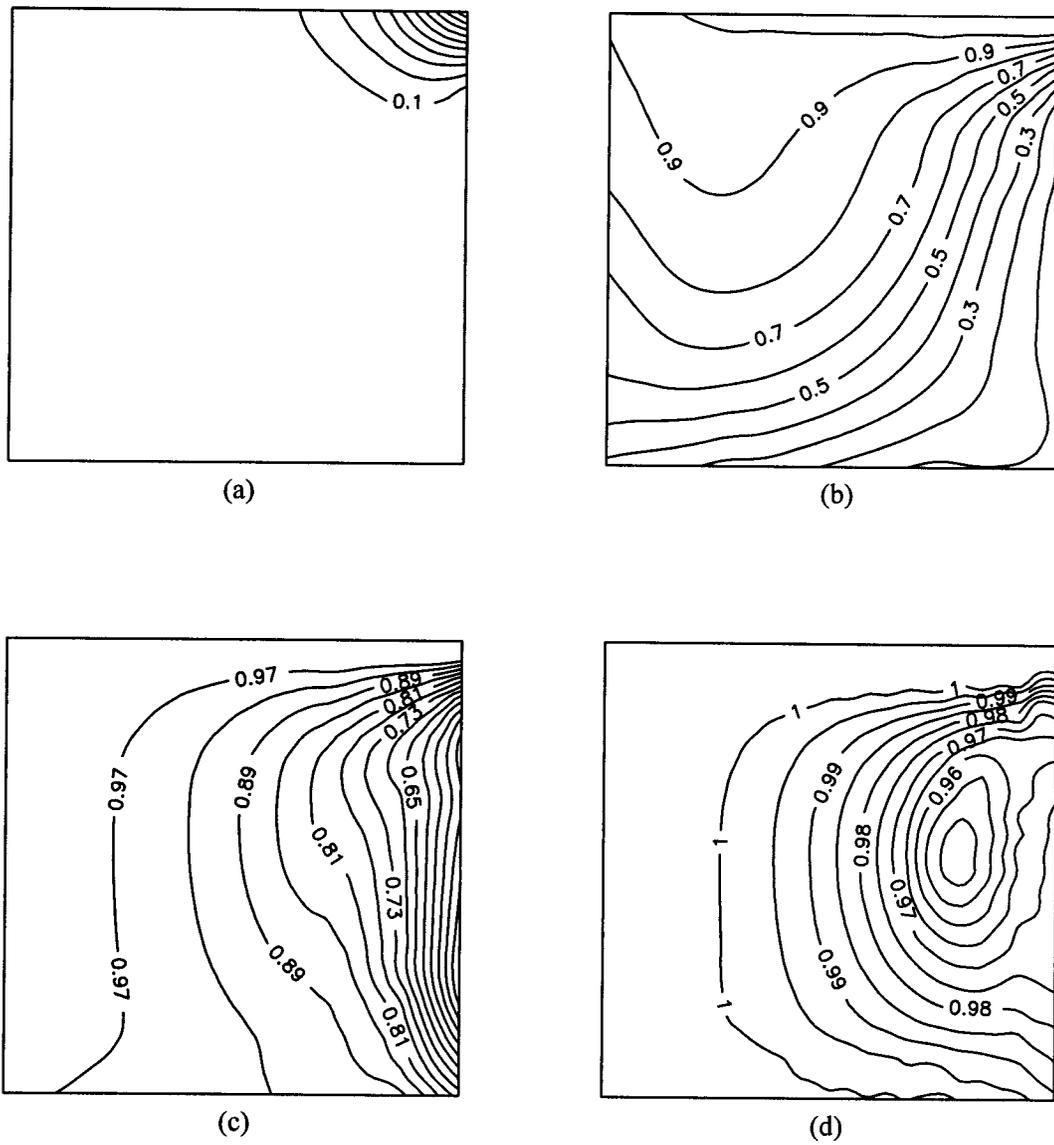


Fig. 6.24 Evolution des isothermes dans la configuration A pour $Ri=1$.

((a) $t^* = 3.63E-2$; (b) $t^* = 5.45E-1$; (c) $t^* = 1.09$; (d) $t^* = 4.36$)

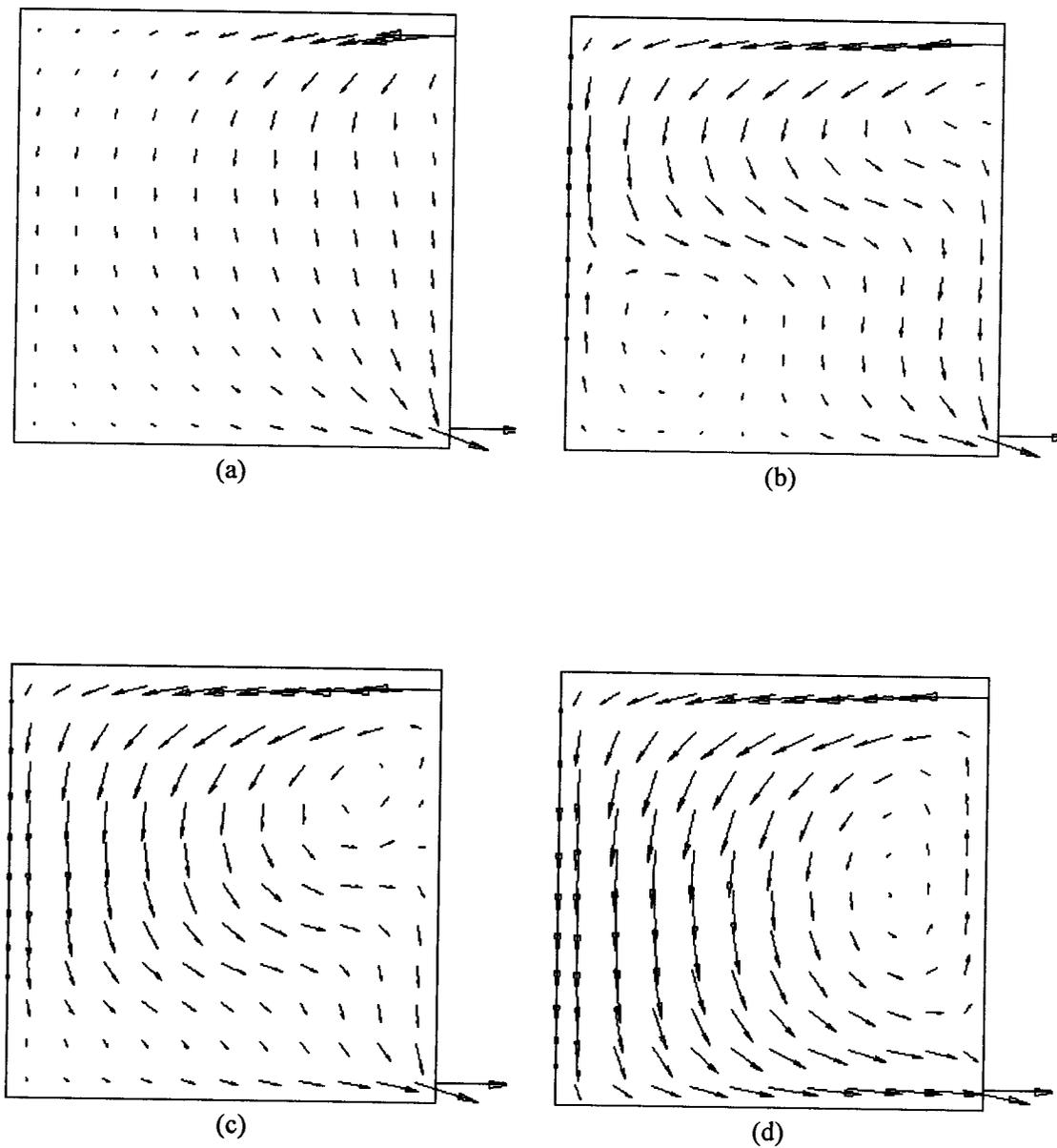


Figure 6.25. Evolution du champ des vitesses dans la configuration A pour $Ri = 10$

(a) $t^* = 3.63E-2$; (b) $t^* = 5.45E-1$; (c) $t^* = 1.09$; (d) $t^* = 4.36$

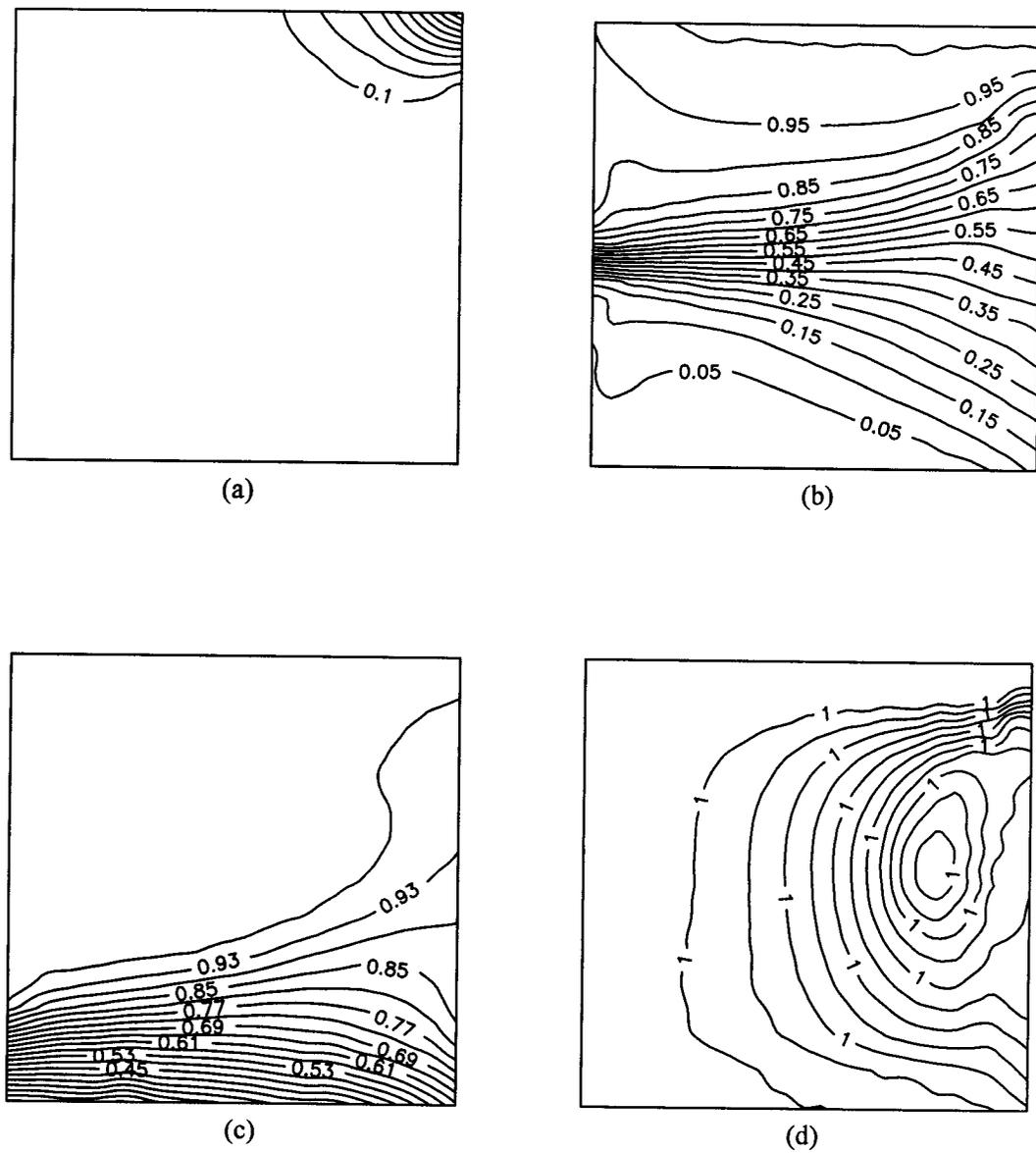


Figure 6.26. Evolution des isothermes dans la configuration A pour $Ri = 10$.

((a) $t^* = 3.63E-2$; (b) $t^* = 5.45E-1$; (c) $t^* = 1.09$; (d) $t^* = 4.36$)

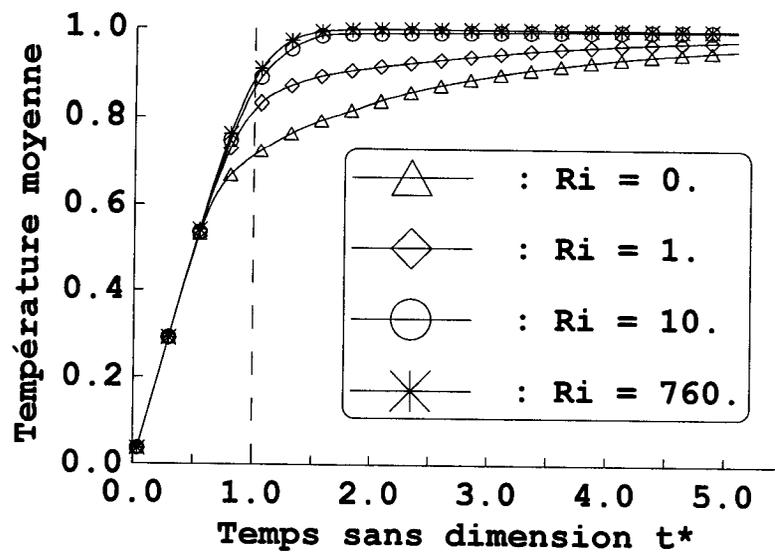


Fig. 6.27 Evolution de la température moyenne pour différents nombres de Richardson

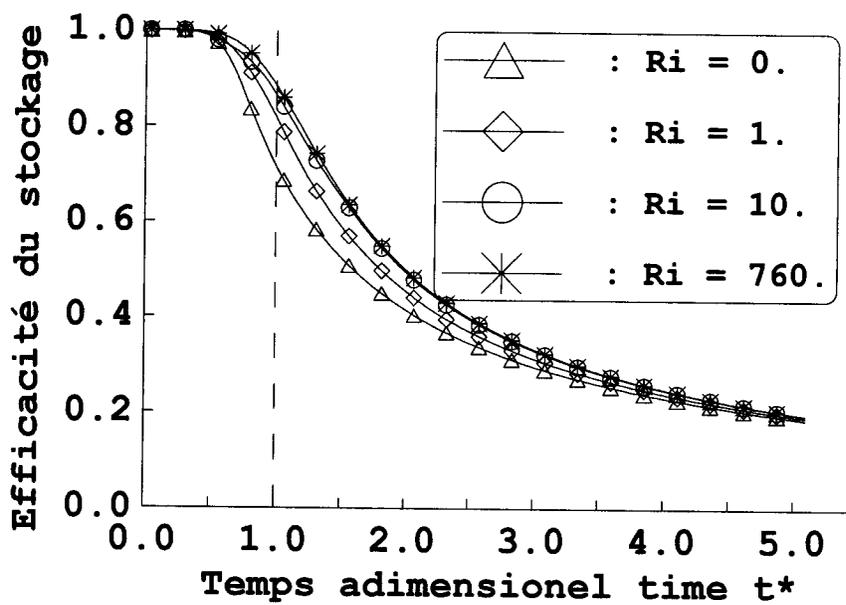


Fig. 6.28 Evolution de l'efficacité du stockage thermique pour différents nombres de Richardson

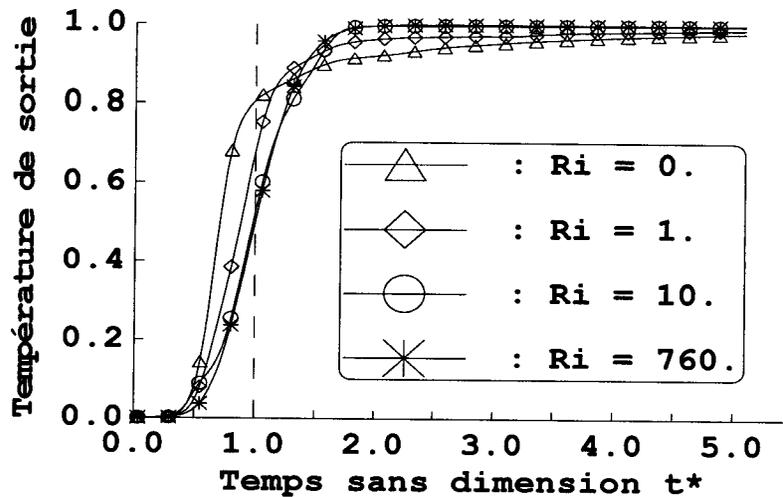


Fig. 6.29 Evolution de la température de sortie pour différents nombres de Richardson

6.7 Résultat analytique

Les cuves de stockage les plus couramment utilisées sont de forme cylindrique. Afin de déterminer la configuration qui permet un stockage optimal, un écoulement bidimensionnel axisymétrique et transitoire a été étudié numériquement ainsi que le transfert de chaleur se produisant.

La méthode de résolution a été validée par rapport à différents travaux. L'influence de différents paramètres sur la performance de la cuve de stockage thermique a été examinée. Différentes conditions aux limites telles que la direction de l'écoulement et les positions de l'entrée et de la sortie du fluide ont été étudiées.

Les performances thermiques ont été déterminées et les configurations les plus efficaces par rapport à l'efficacité de stockage thermique ont été identifiées.

Il apparaît que l'efficacité la plus élevée est obtenue quand le fluide chaud est injecté dans le réservoir à partir de la zone haute et le fluide froid est puisé dans la zone basse de la cuve. L'étude sur l'impact du nombre de Richardson montre que les meilleures performances sont obtenues avec des nombres de Richardson élevés.

7. INFLUENCE DES PROPRIETES DU FLUIDE ET DES RAPPORTS DE FORME SUR LA STRATIFICATION

7.1 Résultats et analyse

Les équations régissant les écoulements dans la cuve étant écrites sous forme adimensionnelle, l'influence des propriétés du fluide est étudiée à travers la variation du nombre de Prandtl. L'écoulement de convection mixte est caractérisé par un nombre de Richardson fixé à 300 basé sur la hauteur de la cavité (H) et par un nombre de Reynolds égal à 30. Les fluides considérés sont l'eau (Pr=3,1), le glycol d'éthylène (Pr=51) et l'huile Torada (Pr=204). Les rapports de forme considérés sont 1/3, 1/2, 1., 1/0,5 et 1/0,3.

Nous rappelons que l'efficacité thermique transitoire est définie en terme de l'énergie effectivement stockée par rapport à l'énergie totale disponible à l'entrée par référence à la température initiale et celle-ci s'exprime, cette fois-ci, par [10;11]:

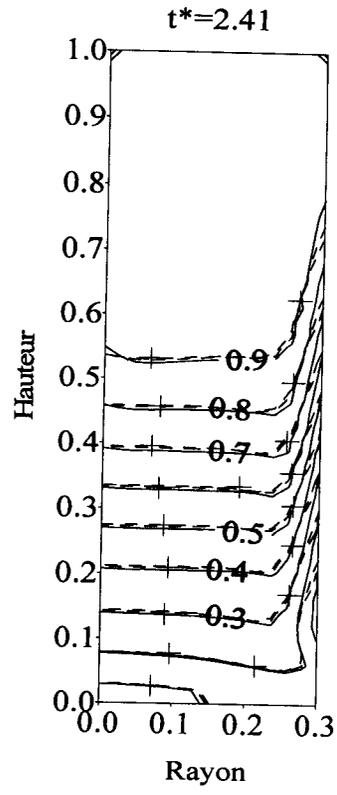
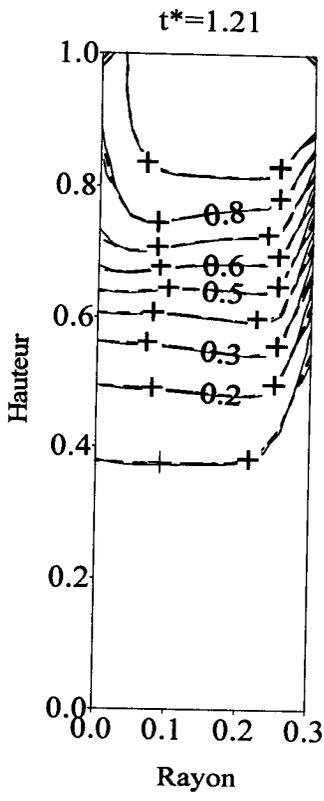
$$\eta = \frac{\rho C_p Q t^+ [T_e - T_s]}{\rho C_p Q t^+ [T_e - T_i]} = \frac{[T_e - T_s]}{[T_e - T_i]} \quad (7.1)$$

où Q est le débit volumique à l'entrée et t^+ , le temps écoulé.

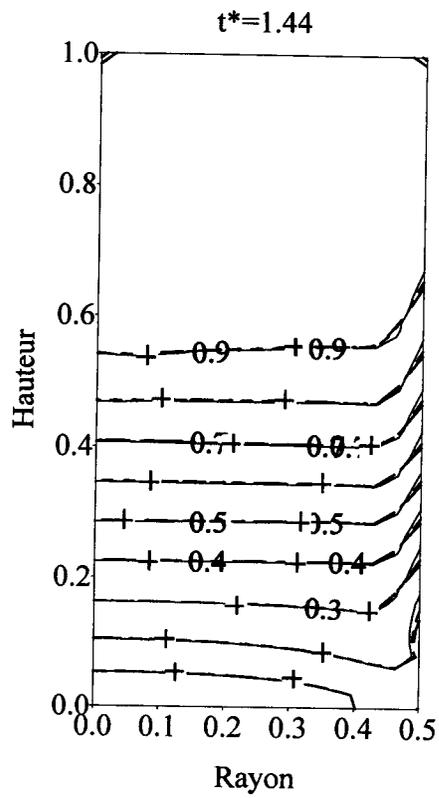
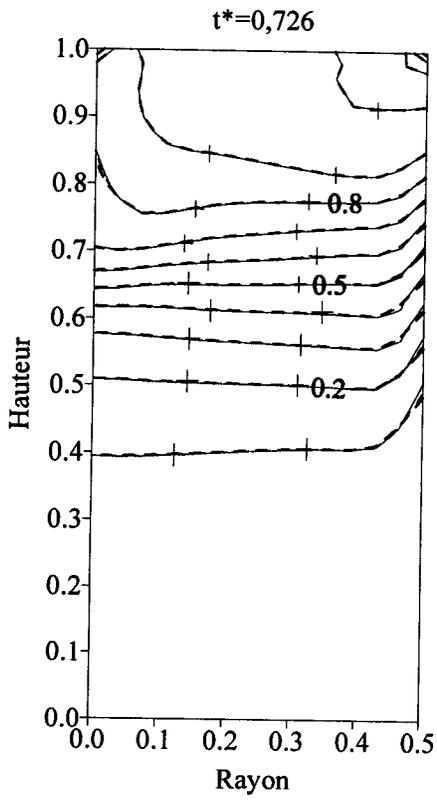
$$\eta(t^*) = [T_e - T_s] / [T_e - T_i] \quad (7.2)$$

Dans cette expression, la température de sortie T_s est fonction de t^+ , donc l'efficacité est représentée en fonction de la caractéristique du temps t^* ($=Q t^+/V$). Cette échelle représente le temps nécessaire pour remplacer complètement le fluide dans la cuve quand l'écoulement a lieu. Les calculs transitoires sont effectués sur une période suffisamment longue pour que l'efficacité devienne négligeable. Cependant des résultats intermédiaires ont été analysés.

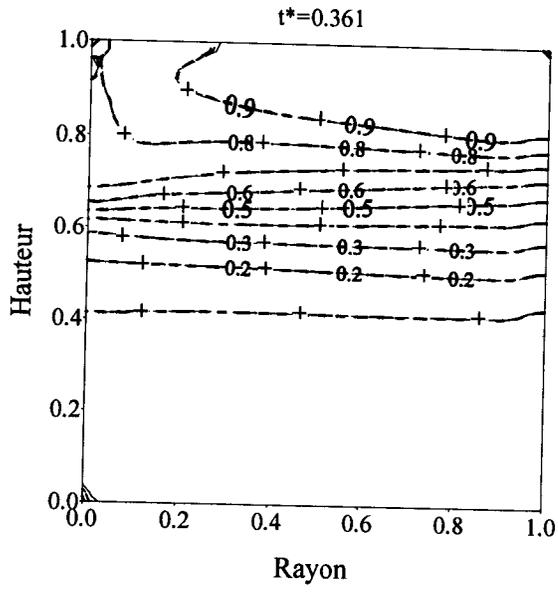
En procédant à une analyse des écoulements à travers les isothermes et les lignes de courant, nous remarquons que le glycol d'éthylène et l'huile Torada ont des comportements identiques quelque soit la cuve à rapport de forme considéré durant toute la période transitoire (fig.7.1).



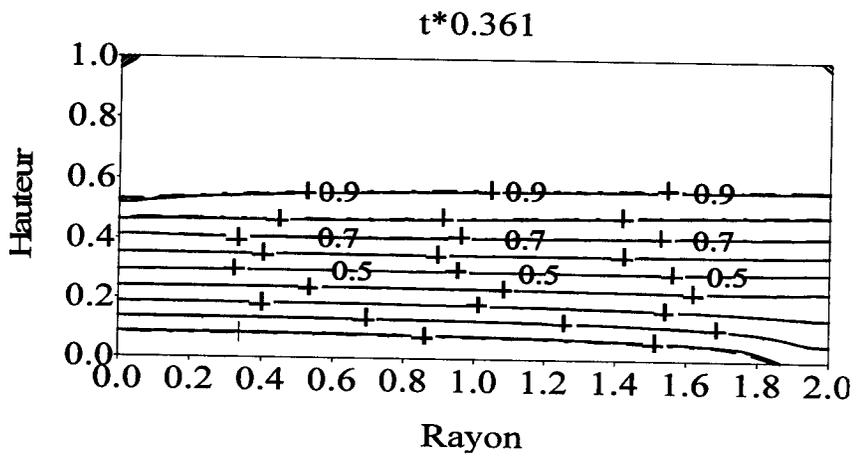
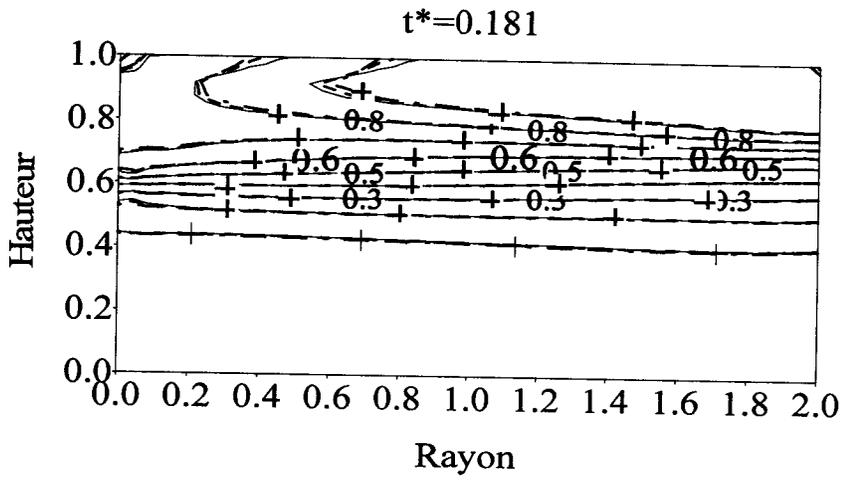
(a)



(b)



(c)



(d)

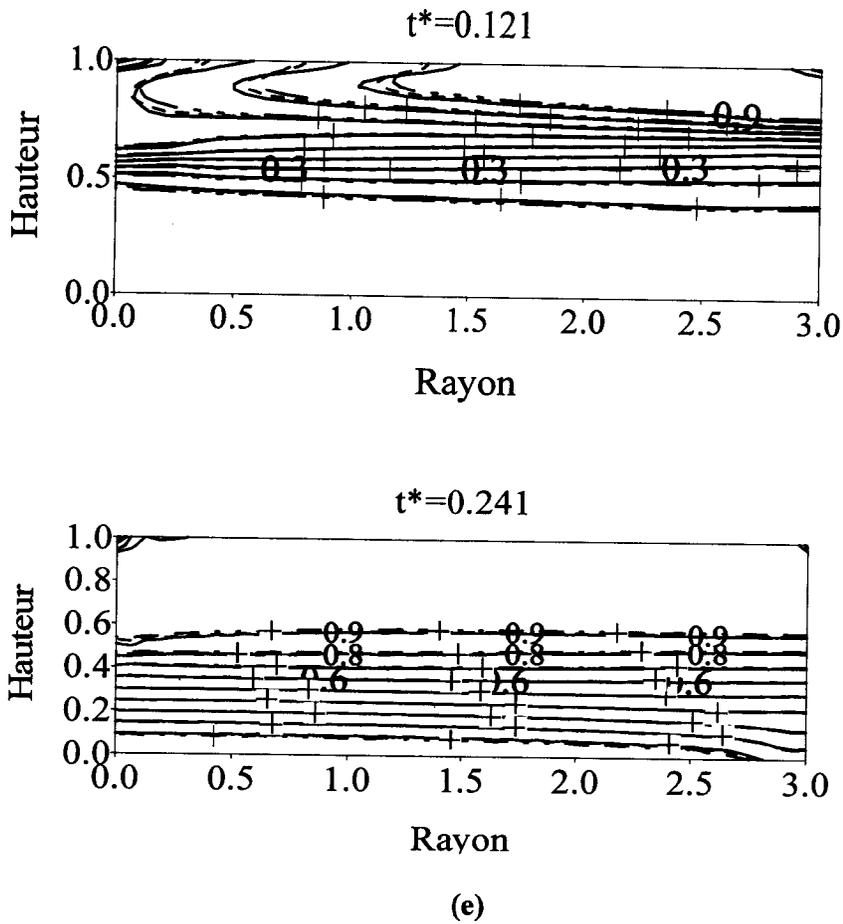
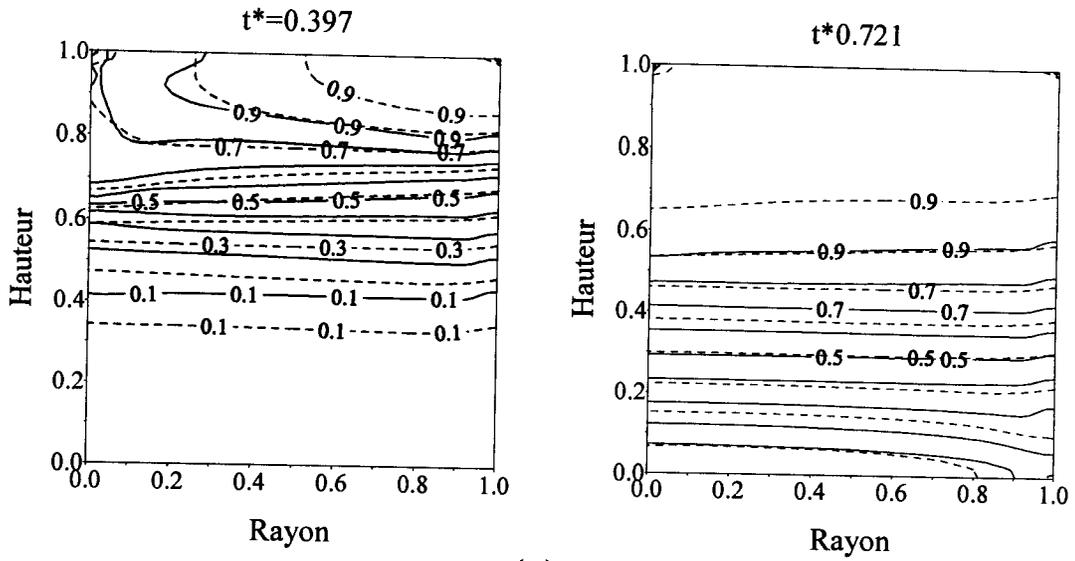
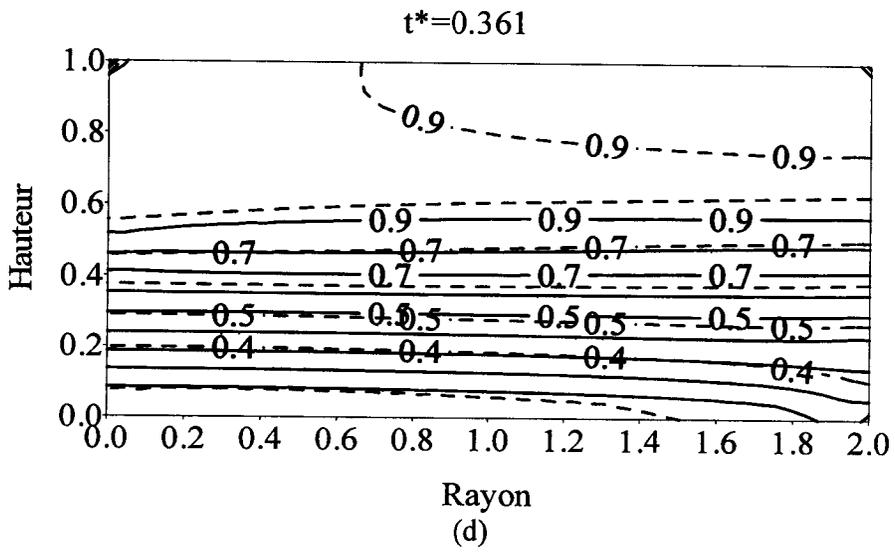
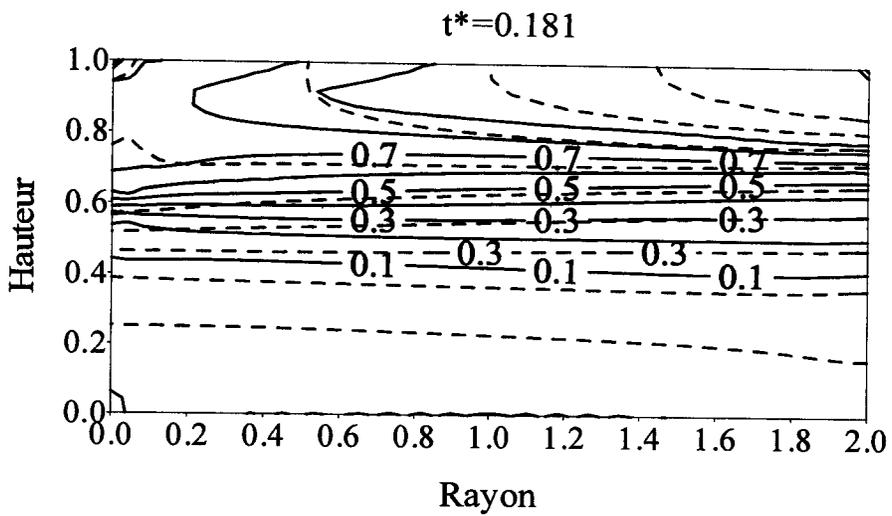


Fig.7.1 Isothermes de fluides ayant $Pr=204$ (—), $Pr=51$ (- - -) et $Pr=33$ (-+ - -) dans les différentes configurations

Plus encore, une considération étendue à d'autres nombres de Pr montre que, quand $Pr \geq 33$, les fluides présentent le même comportement. Sur la figure 7.2, nous remarquons que les fluides à bas nombre de Prandtl (tel que l'eau $Pr=3,1$) présentent une stratification étendue. Ceci devient plus évident quand le rapport de forme de la cuve est inférieur à 1 dans laquelle la stratification s'étend.



(c)



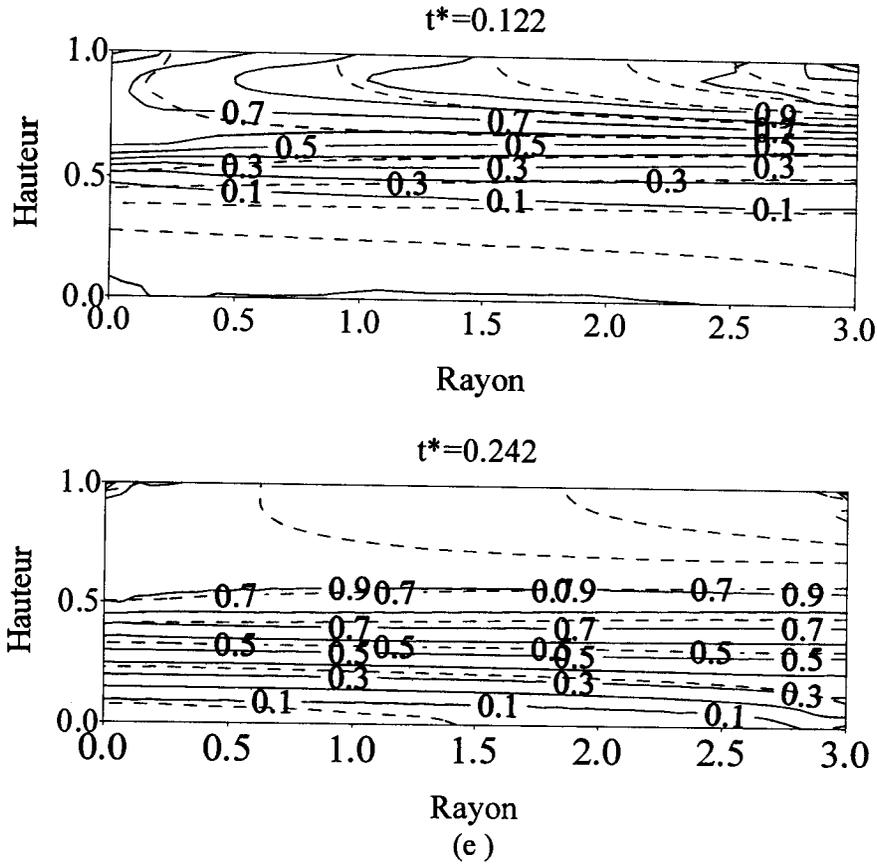


Fig. 7.2 Isothermes de fluides ayant $Pr=3.1$ (-----) et $Pr=204$ (—) dans diverses configurations

Les fluides ayant un nombre de Prandtl élevé ($Pr \geq 33$) ont tendance à avoir un regroupement des isothermes autour d'une certaine zone intermédiaire. Dans ce cas l'écoulement présente un mouvement genre piston qui engendre ce regroupement des isothermes.

La figure 7.3 montre l'efficacité de stockage déterminée suivant l'équation (7.2). L'analyse de ces courbes montre qu'elles peuvent être représentées par la fonction de distribution suivante:

$$\eta = \frac{A_1 - A_2}{1 + \exp((t^* - t_0) / \Delta t)} + A_2 \quad (7.3)$$

A1 et A2 sont respectivement les valeurs maximale et minimale que peut prendre η . t^*_0 est l'abscisse correspondant à la demi amplitude de η (comprise entre A1 et A2). Ce point correspond à un point d'inflexion.

Δt est, sur l'asymptote, la demi largeur entre la tangente à la courbe et la droite verticale passant par le point d'inflexion.

Une analyse des différents paramètres i.e. A1, A2, t^*_0 et Δt montre que, pour nos corrélations d'efficacité, A1 aura une valeur proche de 1 et A2 aura une valeur proche de 0 à cause du fait que l'efficacité d'un système doit évoluer entre 1 et 0, et ce quelque soit le fluide et la configuration utilisée. Il reste t^*_0 et Δt qui peuvent distinguer les courbes représentant l'influence des différents fluides et des différentes configurations.

L'étude des différentes courbes représentant ces paramètres (fig.7.4) montre que t^*_0 est beaucoup plus subordonné à la configuration de la cuve c'est à dire au rapport de forme.

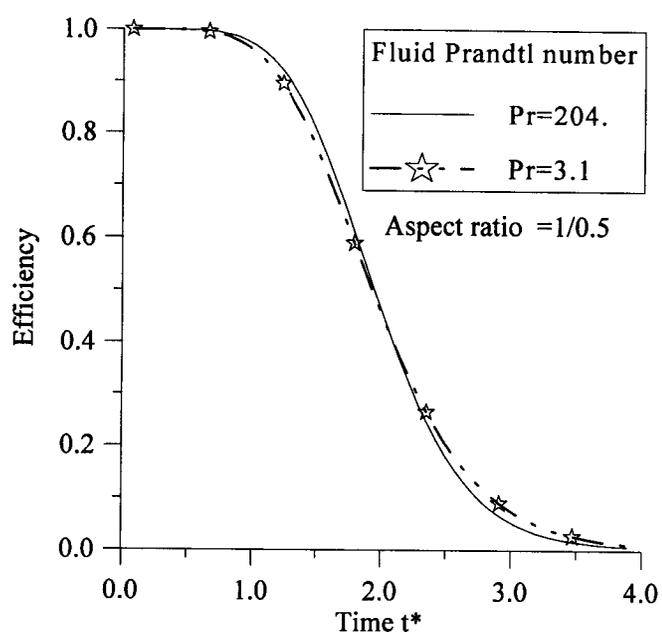
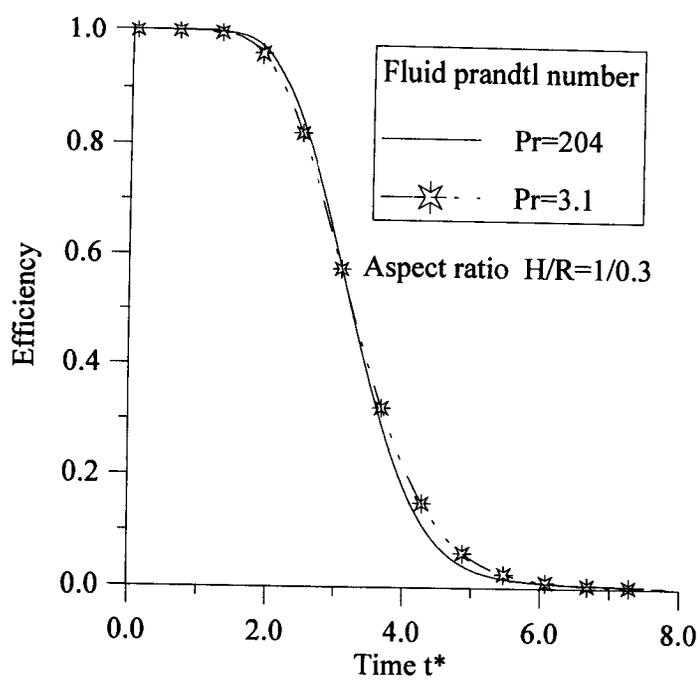
Pour chaque configuration, une étude de l'évolution des différents paramètres de la corrélation de l'efficacité en fonction du nombre de Prandtl engendre une relation de la forme :

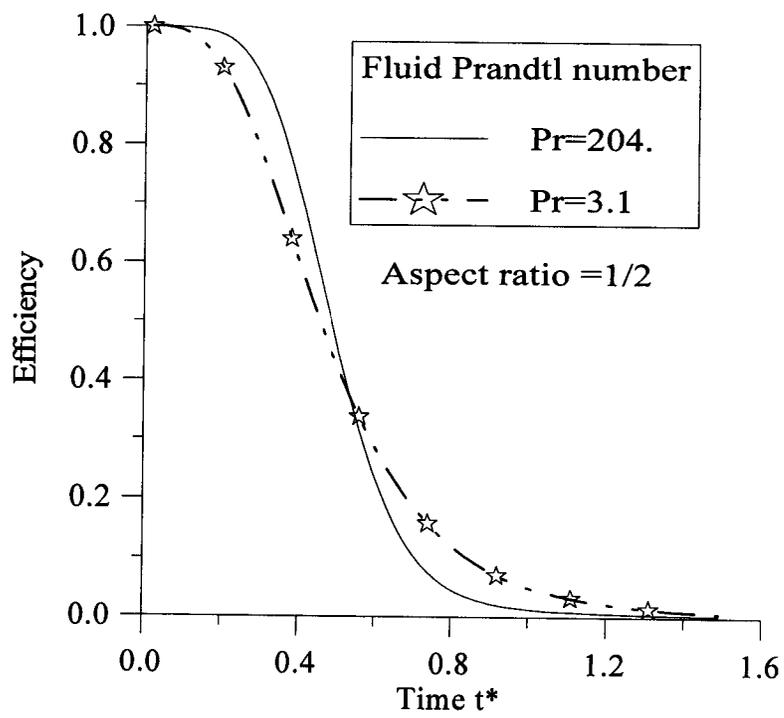
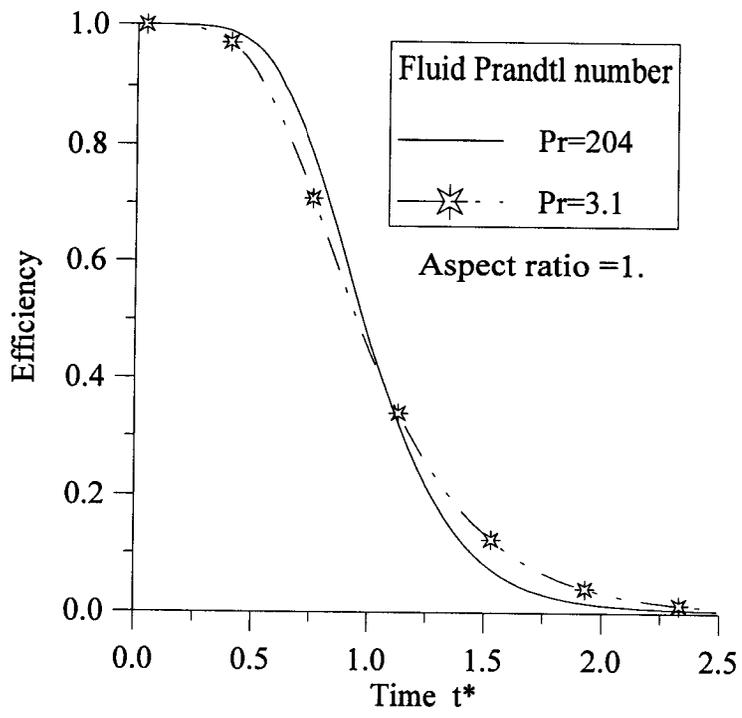
$$N = N_0 + C_1 \exp(-Pr/t_1) + C_2 \exp(-Pr/t_2) \quad (7.4)$$

N représente A1, A2, t^*_0 ou Δt et N_0 , C_1 , t_1 , C_2 et t_2 sont des constantes qui dépendent de la configuration considérée. Quoique les comportements des fluides ayant $Pr \geq 33$ soient identiques, l'étude a été étendue à diverses valeurs du nombre de Prandtl pour minimiser les erreurs lors de la détermination de ces constantes.

A partir de la figure 7.4 représentant A1, A2, t^*_0 et Δt pour chaque configuration, nous déduisons les coefficients N_0 , C_1 , t_1 , C_2 et t_2 . Ceci est donné par la table 2.

Une analyse de ces courbes confirme le fait que les fluides ayant un nombre de Prandtl supérieur à 33 ont un comportement identique. Aussi en traçant la courbe représentant t^*_0 en fonction du rapport de forme confirme le fait que ce paramètre est beaucoup plus influencé par la configuration de la cuve telle que ça a été mentionné précédemment (fig.7.5).





Constantes pour la configuration ayant $H/R=1/0.3$				
	coefficients de la corrélation de l'efficacité			
Constantes	A1	A2	t^*_0	Δt
N0	1.01024	0.0246	3.21275	0.45527
C1	0.08704	0.07768	-0.05833	0.1052
t1	0.9445	1.649	3.648	2.895
C2	6.83E-04	0.006556	0.2367	0.004026
t2	136.2	100	1.033	5.667
Chi-carré*	3.35E-09	6.17E-07	1.21E-06	2.42E-04

- suivant le test du chi-carré

Constantes pour la configuration ayant $H/R=1/0.5$				
	coefficients de la corrélation de l'efficacité			
Constantes	A1	A2	t^*_0	Δt
N0	1.01928	0.00847	1.94017	0.33958
C1	0.06966	0.04227	-0.02604	0.03876
t1	1.251	1.388	4.617	4.519
C2	0.004579	8.47 ^E -04	-0.01974	0.2365
t2	6.496	252.4	3.341	1.339
Chi-carré*	1.05 ^E -07	2.10 ^E -09	2.33 ^E -05	1.03 ^E -06

- suivant le test du chi-carré

Constantes pour la configuration ayant H/R=1				
	coefficients de la corrélation de l'efficacité			
Constantes	A1	A2	t* ₀	Δt
N0	1.02657	0.01422	0.97505	0.18821
C1	0.02295	0.008717	-0.00839	0.1476
t1	4.036	5.942	1.41	2.608
C2	0.03393	0.0112	-0.1878	0.01985
t2	4.973	3.915	2.176	8.368
Chi-carré*	9.87 ^E -06	3.91 ^E -06	2.72 ^E -07	1.67 ^E -08

* suivant le test du chi-carré

Constantes pour la configuration ayant H/R=1/2				
	coefficients de la corrélation de efficacité			
Constantes	A1	A2	t* ₀	Δt
N0	1.02318	0.01463	0.4813	0.09165
C1	0.202	0.06126	-0.04172	0.05127
T1	2.884	2.618	5.31	4.454
C2	-5.97E-04	0.00963	-0.05568	0.0623
T2	2.31E+12	6.24	4.842	2.912
Chi-carré*	6.35E-07	2.90E-08	6.30E-05	8.45E-05

* suivant le test du chi-carré

Constantes pour la configuration ayant H/R=1/3				
	coefficients de la corrélation d'efficacité			
Constantes	A1	A2	t* ₀	Δt
N0	1.02181	0.01212	0.31991	0.05244
C1	0.113	0.009732	-0.2029	0.1032
t1	5.476	8.895	2.188	5.152
C2	0.16	0.004622	-0.01651	0.01179
t2	5.374	2.394	16.4	30.57
Chi-carré*	3.02E-04	2.69E-05	2.60E-06	4.06E-06

* suivant le test du chi-carré

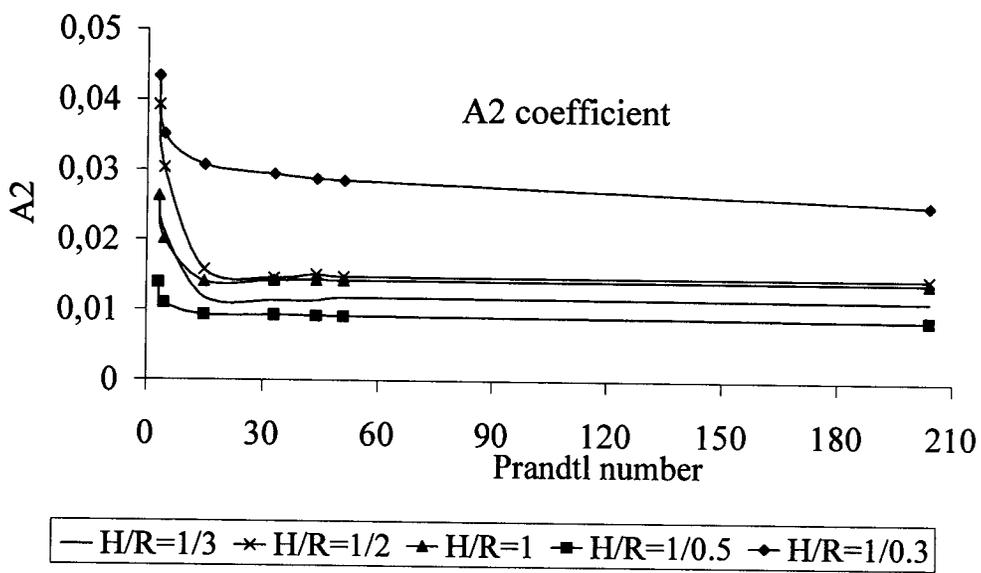
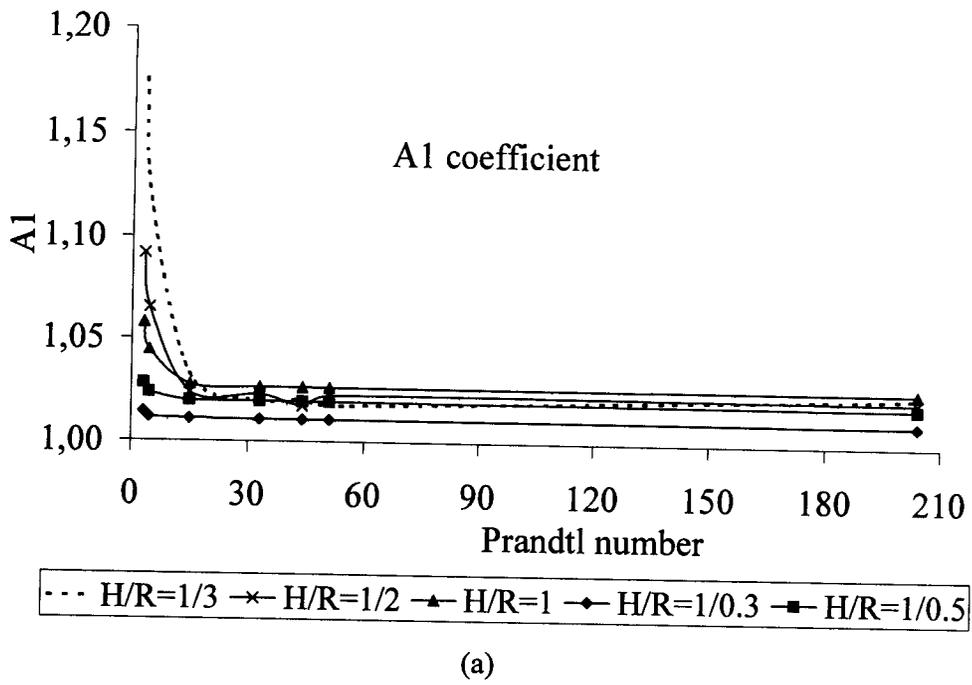


Fig.7.4(a) Evolution des différents coefficients de la corrélation de l'efficacité de stockage en fonction du nombre de Prandtl

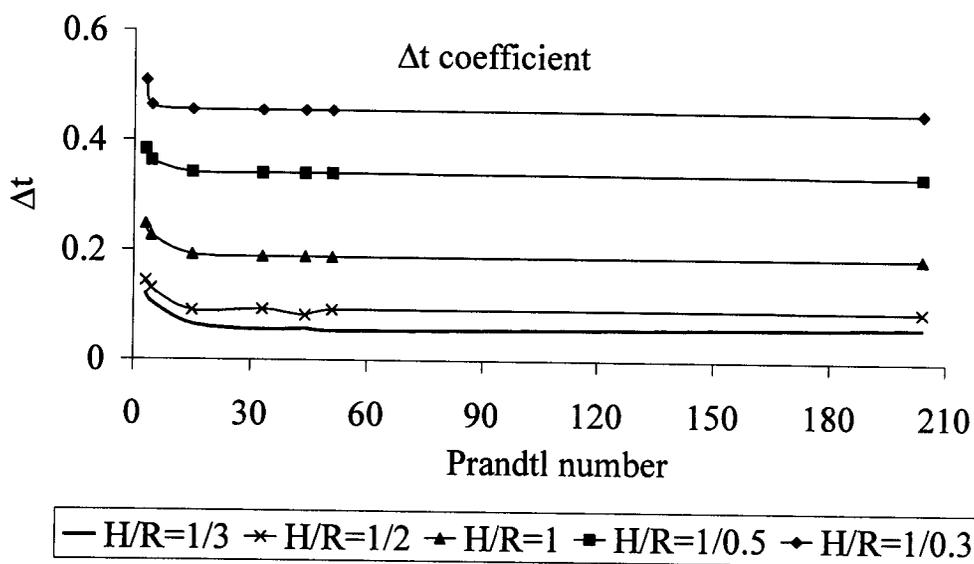
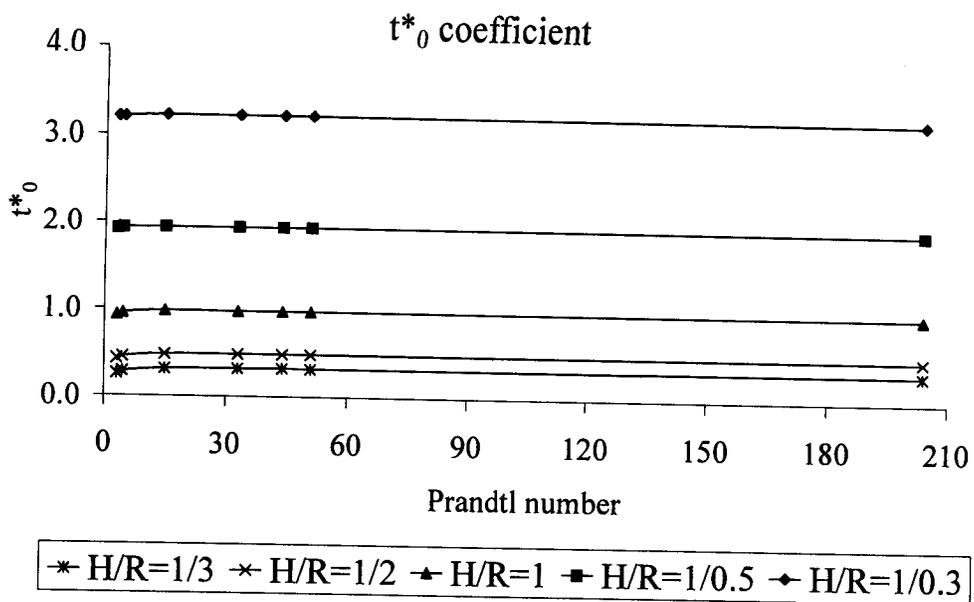


Fig.7.4(b) Evolution des différents coefficients de la corrélation de l'efficacité de stockage en fonction du nombre de Prandtl

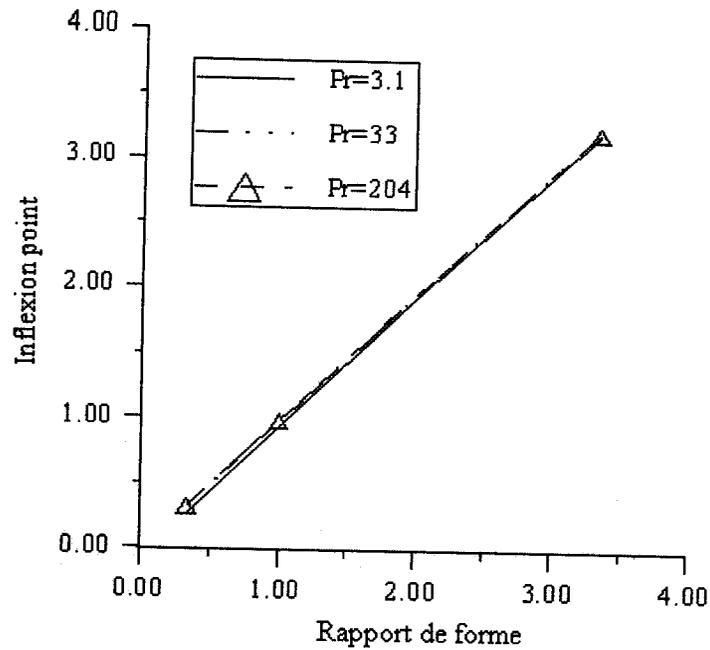


Fig.7.5 Point d'inflexion de l'efficacité (t^*_0) en fonction du rapport de forme pour différents nombres de Prandtl

7.2 Conclusion

Les comportements des fluides pour divers nombres de Prandtl ont été étudiés durant le stockage de la chaleur dans une cuve cylindrique. Des catégories de ces fluides ont été caractérisées. Des corrélations de l'efficacité ont été déduites en fonction du nombre de Prandtl pour des configurations qui sont d'utilisation étendue dans diverses applications non seulement dans l'utilisation de l'énergie solaire mais aussi dans des domaines d'économie d'énergie tels la récupération de la chaleur dans l'industrie. Ces corrélations sont validées à travers l'équation 7.1.

A l'aide de ces corrélations, le concepteur peut faire un choix adéquat du fluide de stockage en fonction des caractéristiques de fonctionnement du système en estimant l'efficacité de stockage en premier.

8. INFLUENCE DU DEBIT MASSIQUE ET DU FACTEUR DE FORME SUR LA STRATIFICATION

8.1 Introduction

Les cuves de stockage de la chaleur sont fréquemment utilisées dans des installations de chauffage urbain pour compenser les variations entre la demande et la production de la chaleur. Si une chaleur de surplus est disponible, le stockage peut être utilisé pour combler le manque entre la production et l'utilisation. Avec un dispositif de stockage de chaleur dans l'installation, il est possible de faire fonctionner une chaudière à la puissance optimale; ce qui mène à un rendement moyen élevé et à moins d'émission de pollution. Le stockage peut réduire le besoin pour des capacités de génération pour couvrir la demande extrême (pic).

Le moyen de stockage le plus courant et le plus facile à manipuler est l'eau. Le stockage de la chaleur dans l'eau peut être construit, pour le stockage à long terme, dans des containers de grands volumes aménagés dans des cavernes ou dans des silos remplis de galets et dans lesquels circule l'eau ou pour le stockage à court terme, dans des cuves cylindriques en acier et remplies d'eau. Dans les deux cas, il est essentiel que la température de stockage soit maintenue à un niveau élevé. Ceci exige que le stockage soit thermiquement stratifié.

De même les systèmes de stockage constitués de cuves d'eau avec des ports d'entrée et de sortie sont couramment utilisés dans les systèmes d'énergie solaire conçus pour fournir l'eau chaude pour les résidences, l'industrie et le commerce.

Des simulations de systèmes ont montré que, dans des situations d'intérêt pratique, le degré auquel l'eau dans le réservoir se stratifie thermiquement, a un impact très appréciable sur l'énergie solaire délivrée. Particulièrement les simulations considérant la cuve de stockage parfaitement stratifiée (aucune dégradation de l'énergie captée due, par exemple, au mélange de l'eau à différentes températures) prévoient une augmentation jusqu'à 50 pour cent de l'énergie solaire captée par comparaison avec une cuve complètement mélangée.

Cette différence souligne l'importance de la maîtrise du phénomène réelle de la stratification et de la compréhension des mécanismes de la dégradation de l'énergie accumulée. Ceci implique qu'une utilisation rationnelle de l'énergie signifie une conception de système ayant une efficacité aussi élevée que possible.

Un système de stockage thermique convenablement étudié peut accroître l'efficacité globale du système d'une façon significative. Donc il est important pour les concepteurs de faire plus attention à la performance d'un équipement de stockage installé dans un système énergétique global.

Plusieurs études au sujet de la performance de systèmes de stockage ont été rapportées. Les performances d'un équipement de stockage thermique sont affectées par un nombre de facteurs. Les principaux sont sa capacité thermique, sa plage de température de fonctionnement, la position de l'entrée du fluide sur la cuve, les dimensions de port d'entrée, le rapport de forme, la différence de températures entre l'entrée et la sortie, la stratification de la température dans l'enceinte et les conditions de fonctionnement.

Dans cette optique, cette présente étude traite de l'influence de la vitesse d'injection du fluide, exprimée par l'intermédiaire du nombre de Reynolds, sur l'efficacité de stockage dans les différentes configurations en considérant l'eau comme moyen de stockage.

8.2 Résultats et analyse

Il est à rappeler que la cuve consiste en un cylindre vertical de hauteur H et de rayon R . La hauteur est maintenue à une valeur constante alors que le rayon prend les valeurs de 0,3; 0,5; 1; 2; 3 de telle sorte que cinq configurations puissent être générées. Le fluide chaud est injecté dans le réservoir par une ouverture circonférentielle de hauteur $h=H/11$ située en haut de la cuve sur le périphérie alors que la sortie du fluide est située en bas de la cuve avec la même forme et la même dimension que l'entrée. Le vecteur vitesse est dirigé dans le sens opposé de la coordonnée des x .

L'importance des forces d'Archimède dans des écoulements mixtes est exprimée à travers le rapport du nombre de Grashoff et du carré du nombre de Reynolds.

En général, quand ce rapport, appelé nombre de Richardson, est supérieur à 1, on doit s'attendre à une importante contribution des forces de gravité. Dans la présente étude, on choisit un nombre initial de Richardson égal à 10 qu'on maintient constant pour tous les cas de figures. Le nombre de Grashoff est calculé pour des propriétés constantes sauf la densité alors que le nombre de Reynolds est calculé pour les conditions d'entrée. Les conditions de symétrie sont imposées le long de l'axe du cylindre $r=0$ alors qu'un gradient nul est imposé à la sortie afin de minimiser l'influence des conditions de sortie sur les propriétés de stratification de l'écoulement.

Au temps $t^*=0$, le fluide dans la cuve est supposé stable et à une température uniforme $T_i < T_e$ (T_e température d'entrée).

Le temps adimensionnel $t^* = Qt^+/V$ représente le nombre équivalent de volumes de la cuve du fluide injectés. Le paramètre V/Q est le temps caractéristique représentant le temps nécessaire pour remplacer complètement le fluide contenu dans la cuve. Les calculs transitoires sont menés sur un temps suffisamment long pour suivre l'évolution de la structure de l'écoulement et les propriétés de la stratification.

Il est à noter qu'un même nombre de Reynolds appliqué à deux configurations différentes engendre une même vitesse de l'écoulement à l'entrée de la cuve mais des débits différents.

Les nombres de Reynolds sont compris entre 100 et 10^4 . Ces valeurs sont représentatives de fluides utilisés pour le stockage de la chaleur. Deux régimes d'écoulement ($Re=200$ et $Re=800$) sont présentés pour l'évolution du fluide dans la cuve.

Il est à noter que les résultats présentés sont pour une cuve bien isolée thermiquement c'est-à-dire adiabatique. Physiquement, il y a toujours des pertes à travers les parois qui peuvent être importantes pour des cuves de petites dimensions. Cependant des parois conductrices peuvent être facilement insérées en changeant légèrement les conditions limites.

Le phénomène de la stratification est étudié à travers le développement du champ de vitesses et du champ de température, l'évolution de la température moyenne du fluide dans la cuve et de la température de sortie et l'évolution de l'efficacité de stockage.

8.2.1 Champs de vitesse et champs de température

La figure 8.1 montre un écoulement de l'eau chaude dans une cuve ayant un rapport de forme de (1/0,3). Le régime est représenté par $Re=200$. Les forces d'inertie étant relativement faibles, la pénétration ne peut être que limitée malgré un parcours réduit. L'écoulement a tendance à se diriger vers le bas. Avec le temps et l'affaiblissement des forces d'Archimède, il s'étale sur toute la largeur de l'enceinte. A l'exception de la zone proche de la paroi, le fluide s'écoule suivant un mouvement de piston.

La figure 8.2 montre un écoulement dans une cuve de même configuration mais un régime d'écoulement plus élevé ($Re=800$). Les forces d'inertie sont plus importantes et ont pour corollaire une augmentation des forces d'Archimède.

Cette situation engendre un écoulement dévié pour se diriger vers le bas le long de la paroi. Avec le temps, la zone axiale basse se trouve dans un état de quasi stagnation.

Avec une augmentation dans le régime d'écoulement, le fluide a tendance à subir plus de force d'Archimède qui le pousse à former un U renversé pour se diriger vers le bas le long de la paroi.

La figure 8.3 montre l'évolution du champ de température pour les deux régimes d'écoulement ($Re=200$ et $Re=800$) dans une cavité à rapport de forme égal à $1/0,3$.

Le champ d'écoulement semble donner le rythme au champ de température. Ainsi un développement régulier et étendu semble s'installer pour un écoulement à régime d'écoulement bas. Ceci engendre une stratification plus équilibrée couvrant la partie principale de la masse de fluide. Pour l'écoulement à régime plus élevé, après une initiation étendue horizontalement du champ de température, un déséquilibre se dessine faisant apparaître des zones maintenues à basse température et qui se situe en dehors du courant principal de l'écoulement mentionné précédemment.

La température est plus basse à la sortie néanmoins une plus grande concentration du stockage de la chaleur dans la partie haute réduit l'apparition d'une stratification équilibrée dans le cas d'un écoulement à Re élevé, phénomène qui s'accroît avec l'élévation de la vitesse d'entrée.

La figure 8.4 présente le développement de l'écoulement dans une cuve ayant un rapport de forme de $(1/0,5)$. La faiblesse des forces d'inertie réduit la pénétration du jet dans la masse de fluide.

Cependant dès l'entrée du jet dans la cuve, il est maintenu dans une position horizontale pour être ensuite dévié vers le bas. Graduellement l'écoulement a tendance à s'élargir pour occuper tout l'espace. Ce mouvement engendre une stratification étendue et équilibrée dans la majeure partie du fluide sauf le long de l'axe qui ne sera touché par la stratification que plus tard.

La figure 8.5 montre un écoulement dans une cuve de même configuration mais un régime d'écoulement plus élevé ($Re=800$). L'action des forces d'Archimède dirige le jet vers la partie centrale du fluide. Ce mouvement génère un tourbillon au dessous de l'entrée du fluide. Ensuite l'écoulement se dirige vers le bas de la cuve le long de la paroi. Ce mouvement s'accroît avec l'augmentation de la vitesse du fluide à l'entrée.

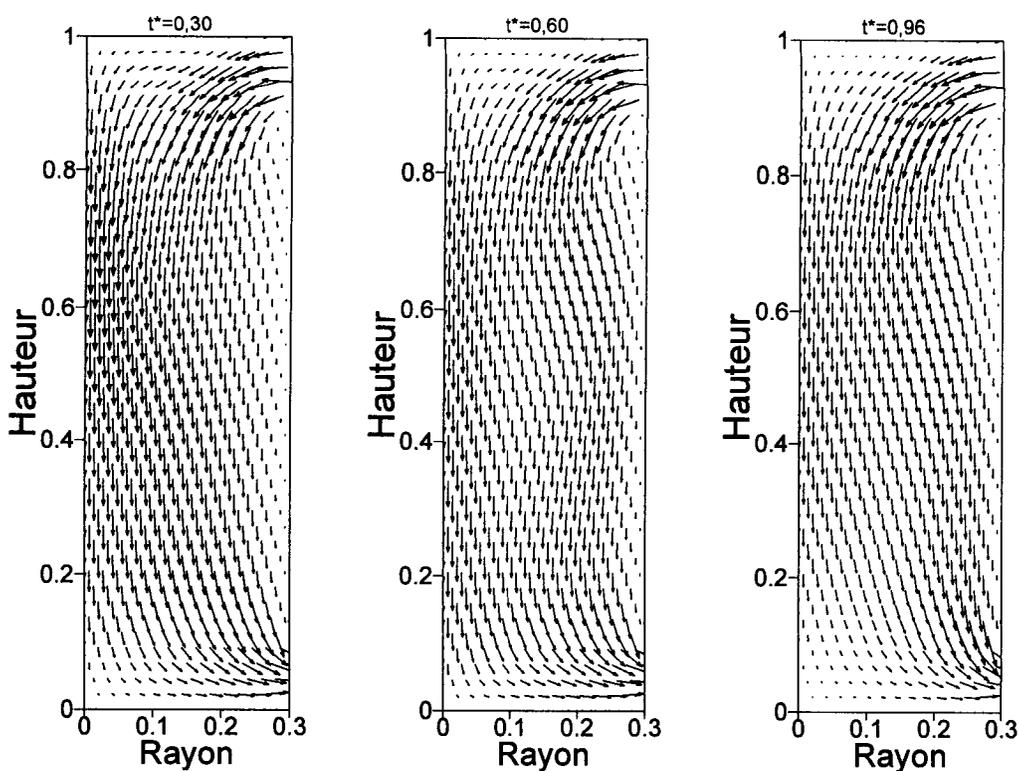


Fig.8.1 Évolution de la vitesse pour un fluide ayant $Pr=3,01$, $Re=200$
dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/0,3$

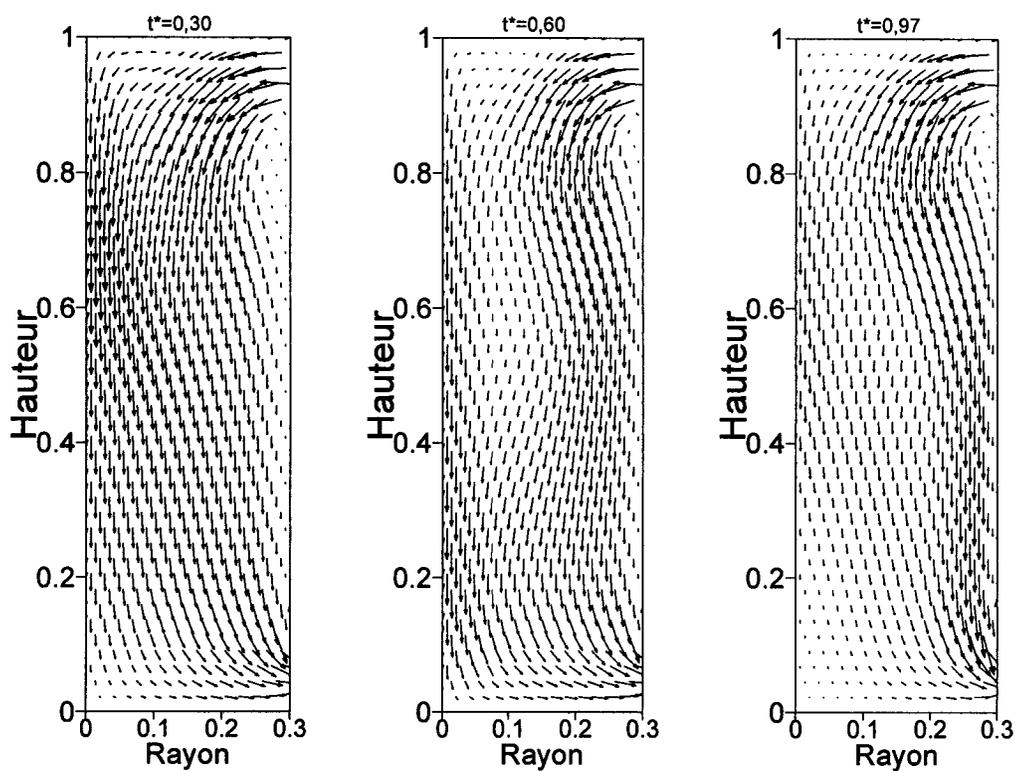


Fig.8.2 Évolution de la vitesse pour un fluide ayant $Pr=3,01$, $Re=800$
dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/0,3$

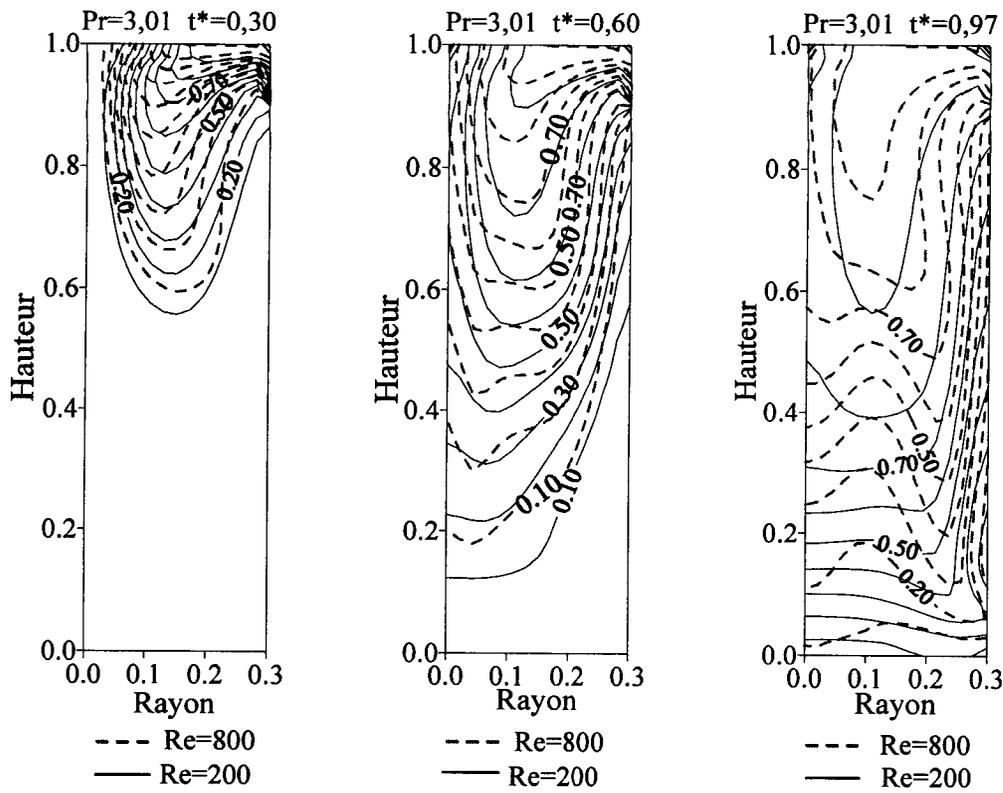


Fig.8.3 Évolution des isothermes à différentes périodes pour un fluide ayant $Pr=3,01$ dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/0,3$

Concernant le champ de température (fig.8.6) pour $Re=200$, une stratification se développe graduellement pour laisser apparaître des isothermes indiquant une distribution des profils de température ou thermocline.

Dans le cas du nombre de Re égal 800, le mouvement dynamique du fluide influence sur la distribution de la température dans la cuve. Une distribution de la température regroupée vers la partie supérieure se dessine. Ce qui engendre une concentration du stockage thermique sur la partie supérieure.

La figure 8.7 présente le développement d'un écoulement dans une cuve cylindrique ayant $R=H$ pour des régimes à $Re=200$ et $Re=800$. On constate que, dès le début de l'écoulement, les forces d'Archimède maintiennent, dans une grande proportion, l'écoulement dans la direction horizontale pour continuer à s'écouler le long de l'axe et rejoindre la sortie le long de la paroi inférieure. Ce qui a engendré un tourbillon à mi hauteur de l'enceinte. Cependant à Re élevé les couches constituées le long de la paroi sont plus rapprochées, dénotant des forces d'Archimède plus importantes.

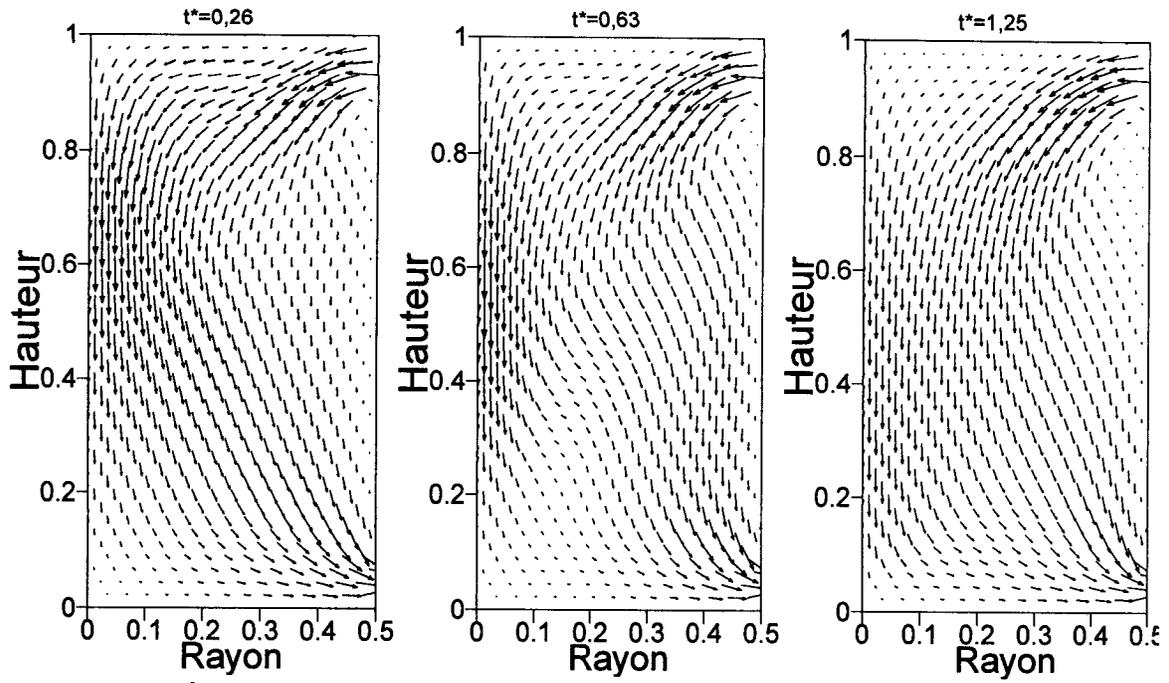


Fig.8.4 Évolution de la vitesse pour un fluide ayant $Pr=3,01$, $Re=200$
dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/0,5$

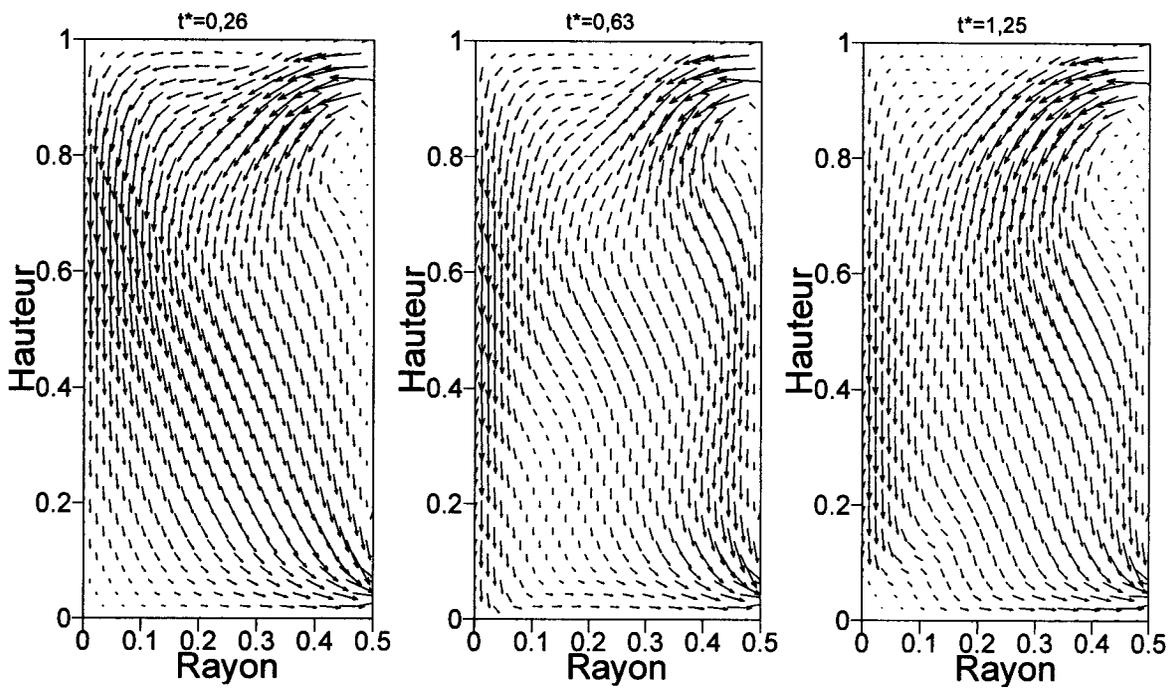


Fig. 8.5 Évolution de la vitesse pour un fluide ayant $Pr=3,01$, $Re=800$
dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/0,5$

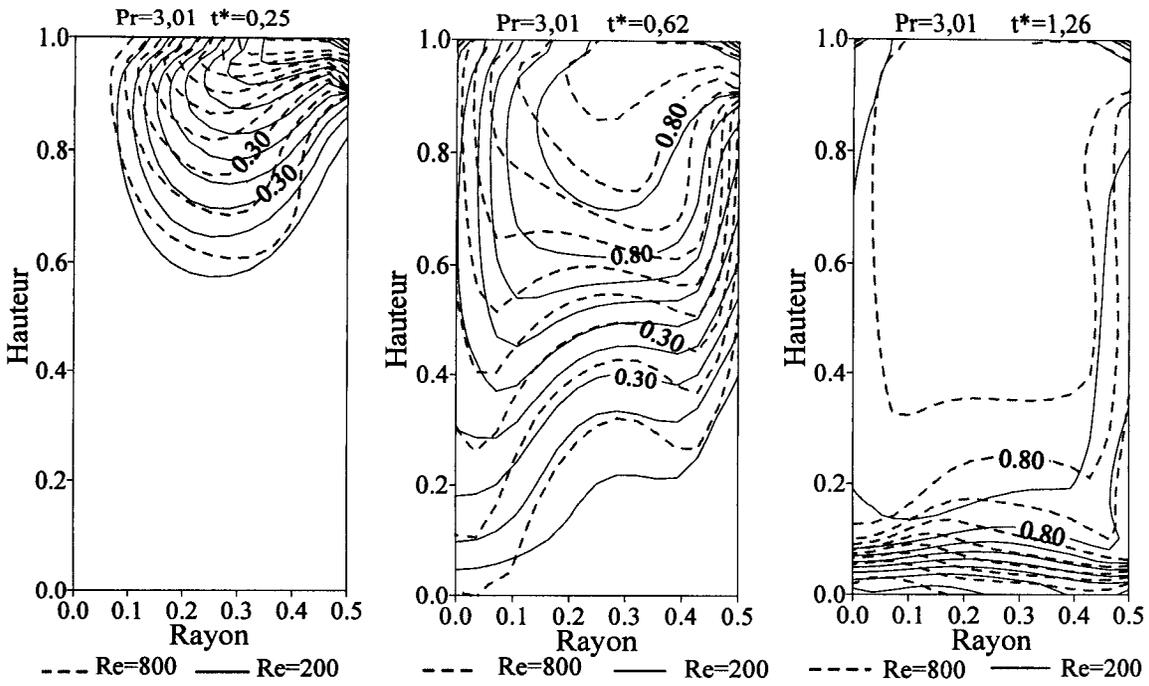


Fig.8.6 Évolution des isothermes à différentes périodes pour un fluide ayant $Pr=3,01$ dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/0,5$

Au fur et à mesure du développement, l'écoulement se scinde en deux parties créant deux cellules tourbillonnaires. Avec le développement d'une zone de mélange dans la partie haute, le fluide à bas régime d'écoulement semble mouvoir en poussant le fluide froid vers la sortie. Le fluide à régime d'écoulement élevé se déplace dans un mouvement tourbillonnaire dans la zone proche de l'entrée. Il se fait que, dans les différents cas, la partie basse à gauche subit partiellement le déplacement du fluide.

La présence de forces d'Archimède fortes influe sur la distribution de la température dans la cuve. Ainsi une vitesse basse engendre une stratification plus étendue couvrant graduellement toute la masse du fluide dans la cuve (fig.8.8).

Dans l'écoulement à Re élevé, on rencontre cette tendance à maintenir un niveau de température élevé dans la partie haute de la cuve avec une stratification plus regroupée.

La figure 8.9 montre le développement de l'écoulement pour un régime à $Re=200$. L'influence des forces d'Archimède associées à la configuration ($H/R=1/2$) engendre un écoulement horizontal le long de la paroi. A l'approche de l'axe de la cuve, l'écoulement est détourné vers le bas et ensuite vers la sortie. Au fur et à mesure et que le temps passe, les forces d'Archimède s'amenuisent, l'écoulement semble mieux s'équilibrer avec une légère prédominance d'un courant se dirigeant vers la sortie en contournant un tourbillon situé en dessous de l'entrée.

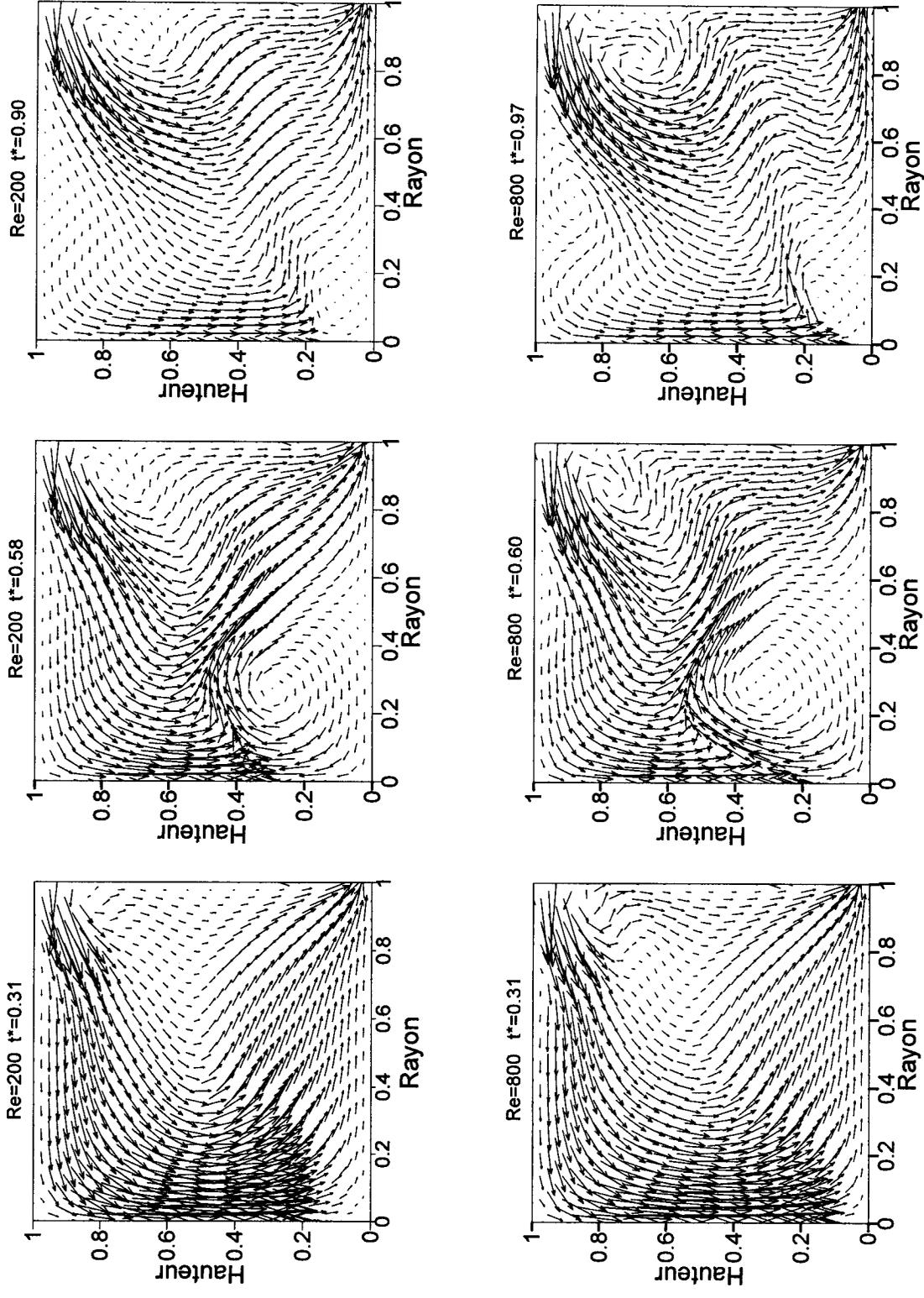


Fig. 8.7 Évolution de la vitesse pour un fluide ayant $Pr=3,01$ dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/1$

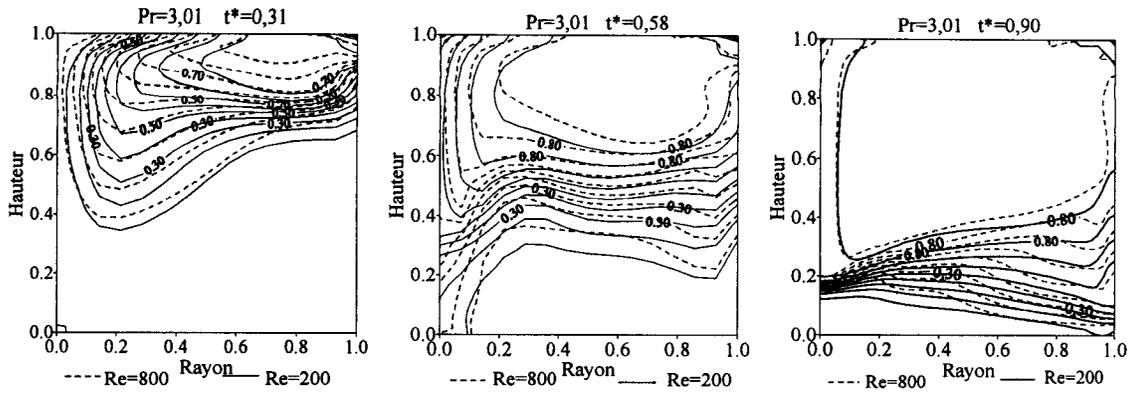


Fig.8.8 Évolution des isothermes à différentes périodes pour un fluide ayant $Pr=3,01$ dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/1$

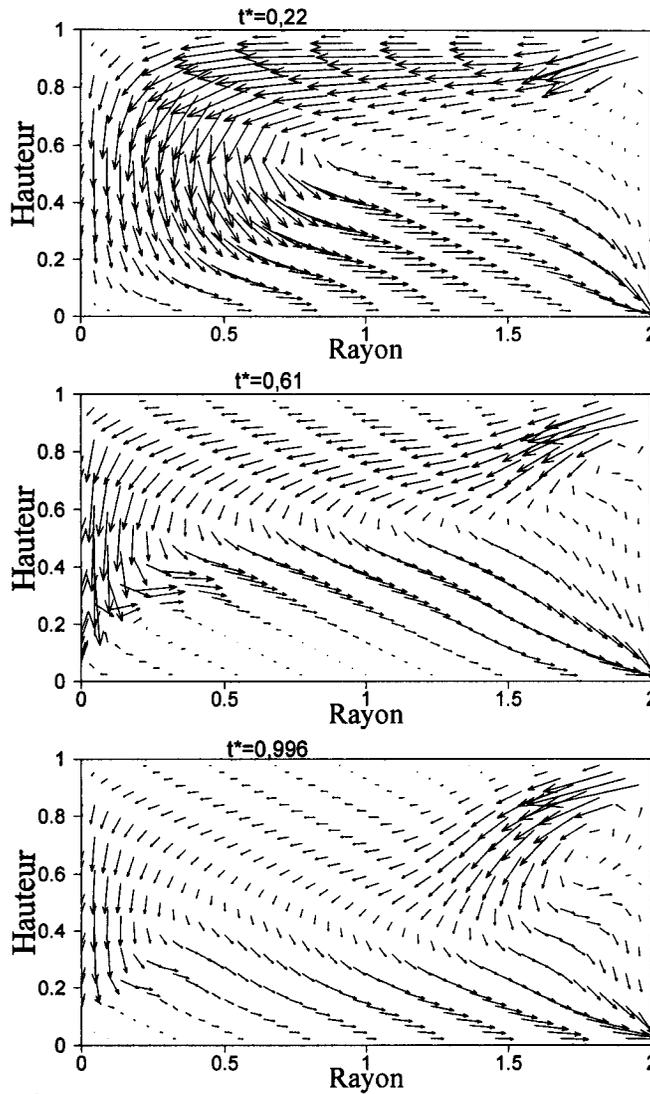


Fig. 8.9 Évolution de la vitesse pour un fluide ayant $Pr=3.01$, $Re=200$ dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/2$

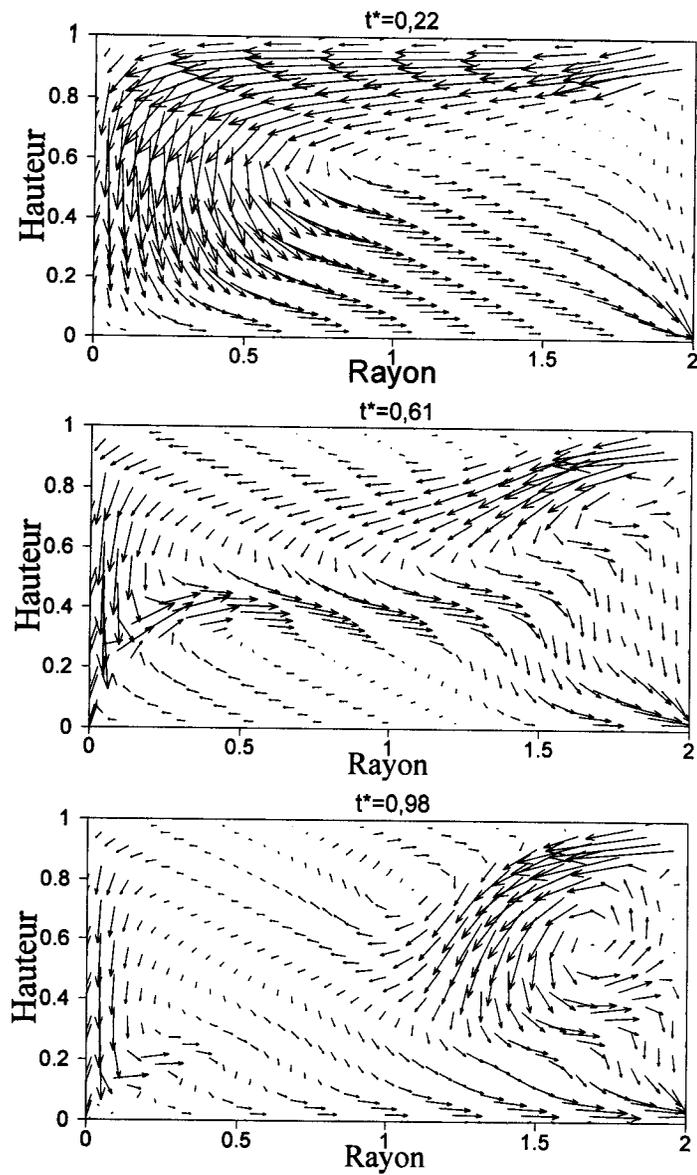


Fig. 8.10 Évolution de la vitesse pour un fluide ayant $Pr=3.01$,
 $Re=800$ dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/2$

La figure 8.10 montre l'évolution de l'écoulement pour un régime à $Re=800$. Les forces d'inertie étant relativement plus importantes associées aux forces d'Archimède engendrent un écoulement le long de la paroi et une pénétration plus importante. Le courant prend l'allure d'un U renversé au début de l'écoulement. Les couches limites sont plus rapprochées de la paroi. Cette situation a générée un tourbillon au dessous de la zone d'entrée dès le début de l'écoulement et qui ira en s'amplifiant.

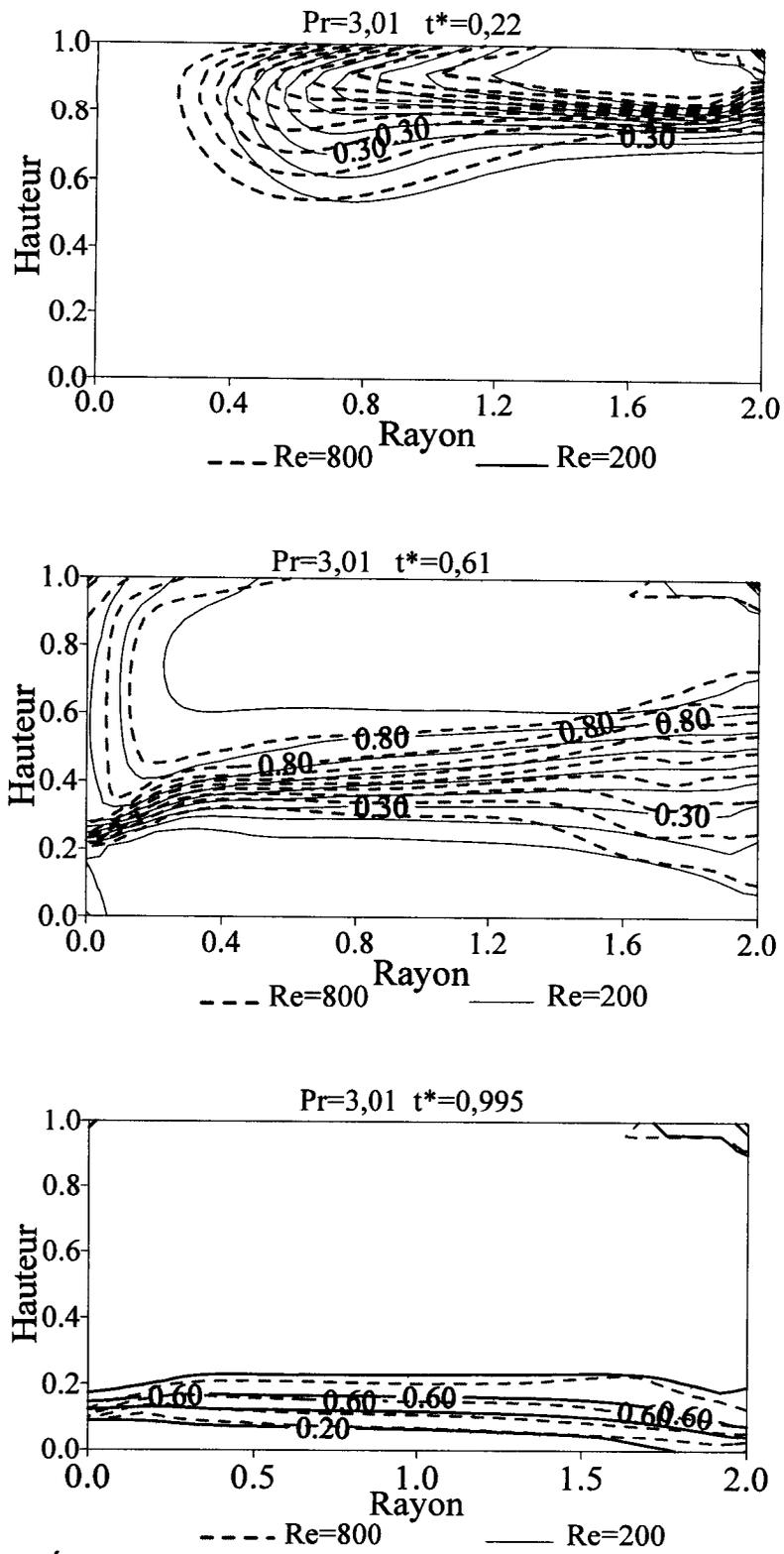


Fig. 8.11 Évolution des isothermes à différentes périodes pour un fluide ayant $Pr=3,01$ dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/2$

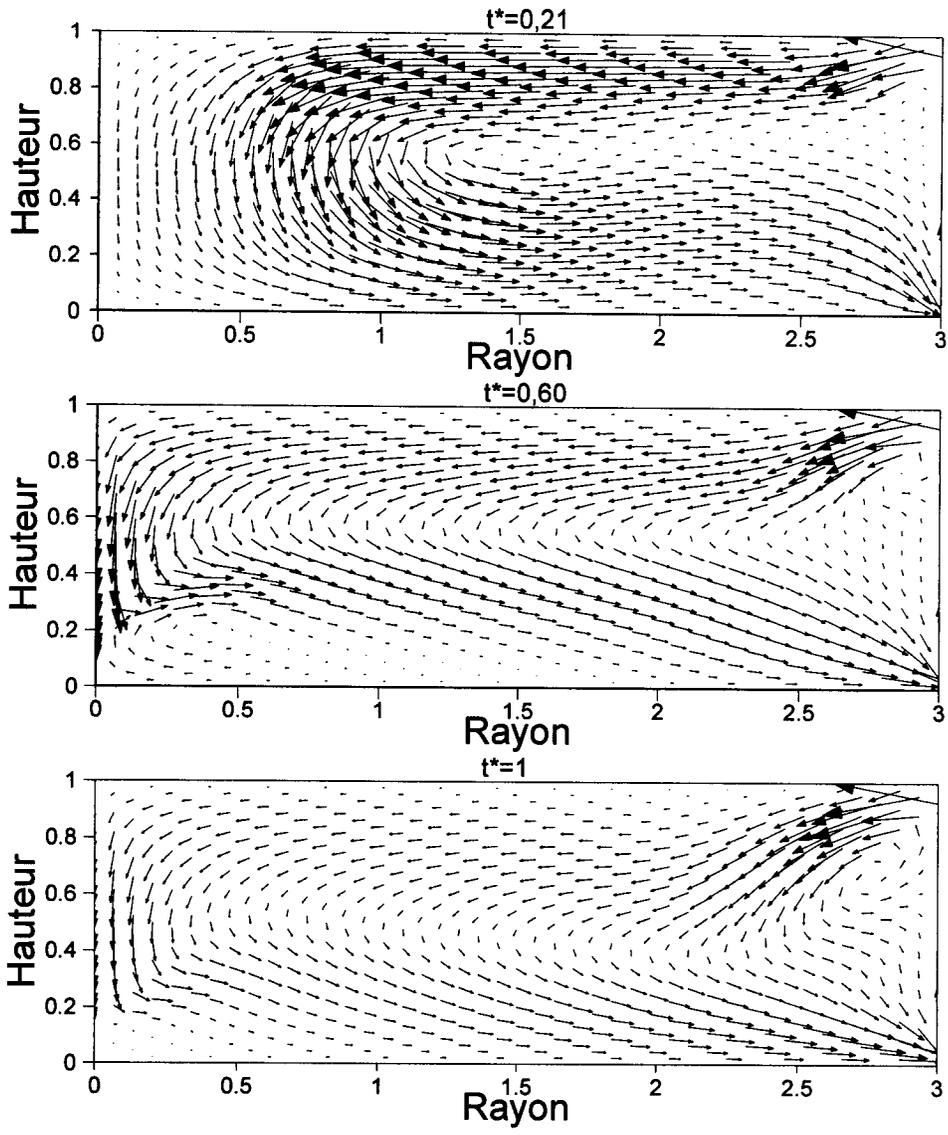


Fig. 8.12 Évolution de la vitesse pour un fluide ayant $Pr=3.01$, $Re=200$ dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/3$

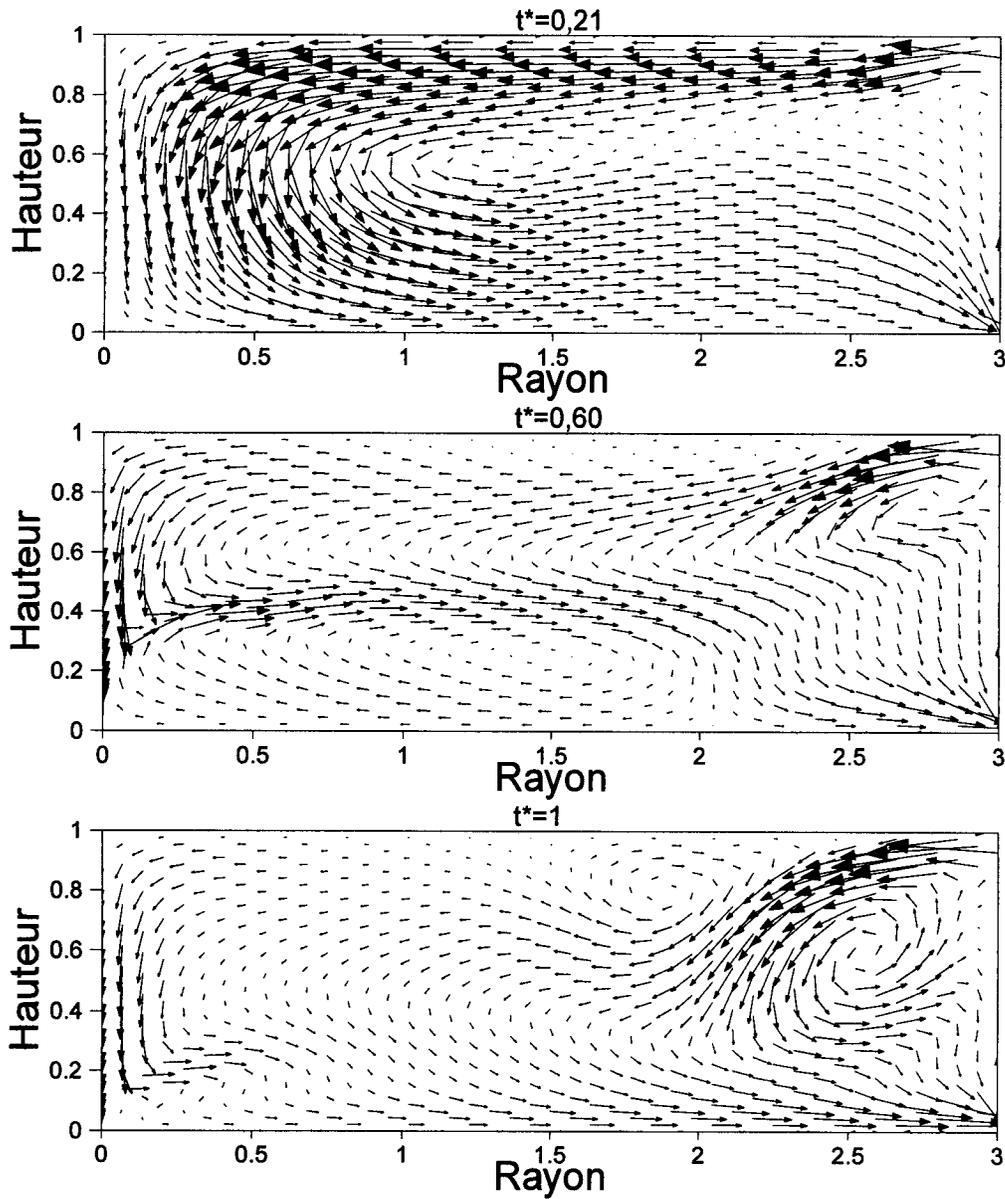


Fig. 8.13 Évolution de la vitesse pour un fluide ayant $Pr=3.01$, $Re=800$
dans une cuve de rapport de forme $H/R=1/3$

Avec l'affaiblissement des forces d'Archimède, les forces d'inertie engendrent un écoulement en courbure entre l'entrée et la sortie et provoquent la création de tourbillons. La figure 8.11 présente l'évolution de la distribution de la température à l'intérieur de la cuve en différentes périodes. A cause des forces d'inertie importantes, la zone de mélange semble s'étaler pour le cas de Re élevé. Néanmoins un regroupement des isothermes se

dessine. Celles-ci se déplacent en paquet vers le bas. L'écoulement à bas régime engendre une distribution de la température plus étendue et par là même une plus large stratification.

Pour le cas d'une configuration ayant $H/R=1/3$, l'allure générale du fluide est similaire quelque soit le régime d'écoulement. Un déplacement horizontal le long de la paroi supérieure se produit sous l'effet des forces d'Archimède et des forces d'inertie.

Un retournement de l'écoulement s'effectue pour se diriger vers la sortie. La portée du jet dépend du régime. Ainsi en écoulement à bas régime, l'affaiblissement des forces d'Archimède provoque un retournement à une distance moindre par rapport à l'entrée alors que l'écoulement se retourne une fois la zone centrale est atteinte pour un Re élevé (fig.8.12 et 8.13).

Avec l'augmentation du nombre de Re , la cuve est partagée en deux compartiments. Une partie supérieure occupée par l'écoulement à l'entrée dont l'épaisseur se réduit avec l'augmentation des forces d'Archimède et une partie inférieure occupée par l'écoulement retourné. Entre ces deux zones, un espace plus ou moins important où le mouvement est lent.

A un temps avancé, l'effet de la différence des densités devient moins important et l'écoulement naturel diminue. Un courant à convection forcée domine et un tourbillon est généré juste en dessous de l'entrée de la cuve.

La figure 8.14 présente la distribution de la température dans la cuve. Une stratification s'installe dès le début de l'écoulement avec une zone de mélange dont l'importance est proportionnelle aux forces d'inertie.

Une répartition étendue a lieu pour les bas régimes d'écoulement donnant un gradient de température équilibré verticalement.

Pour les écoulements à régime élevé (grand Re), deux zones dominantes se constituent, une à température élevée située en haut de la cuve qui progresse et l'autre à basse température située en bas de la cuve qui diminue graduellement. Un espace intermédiaire constitue la zone à gradient de température dont l'importance est inversement proportionnelle aux forces d'inertie.

8.2.2 Efficacité de stockage thermique

L'efficacité du stockage thermique d'un équipement de stockage de l'énergie peut être définie en terme de l'énergie effectivement stockée par rapport à la capacité calorifique maximale possible du fluide contenu dans la cuve à un moment donné.

Mathématiquement, elle s'exprime par :

$$\eta = \frac{\rho C_p V [T_{\text{moy}} - T_i]}{\rho C_p V [T_e - T_i]} \quad (8.1)$$

L'efficacité est définie comme une fonction du temps parce que la performance d'un équipement de stockage de la chaleur est déterminée par ses caractéristiques en fonctionnement transitoire. Donc des cuves ayant des capacités thermiques identiques peuvent être très différentes en terme d'efficacité de stockage de la chaleur à cause des différents débits par lesquels l'énergie peut être stockée durant les conditions transitoires de fonctionnement.

Il est à noter que la définition de η telle que donnée par l'équation précédente n'est pas toujours satisfaisante.

Quand T_{moy} est égale à T_e , η devient égal à l'unité c'est-à-dire le stockage complète sa performance maximale quelque soit la durée au delà de laquelle il continuera à fonctionner. Physiquement, quand T_{moy} approche T_e la performance décroît à cause de la température de sortie élevée et T_{moy} égale T_e , la performance instantanée sera zéro parce qu'il n'y a plus aucune énergie qui est retenue par le système. Cette définition n'exprime pas toujours la situation physique réelle.

D'un autre coté nous souhaitons suivre le comportement du système de stockage par rapport au dispositif dans lequel il est inséré.

Une autre définition de l'efficacité est donnée en terme de la quantité d'énergie injectée dans le stockage par rapport à la quantité maximale injectée c'est-à-dire :

$$\eta(t) = \frac{\rho C_p Q t^+ [T_e - T_s]}{\rho C_p Q t^+ [T_e - T_i]} \quad (8.2)$$

Avec Q le débit volumique du fluide à l'entrée et t^+ le temps qui s'est écoulé. Dans cette définition, T_s est une fonction du temps, donc l'efficacité $\eta(t^*)$ est représentée en fonction

d'un temps caractéristique $t^* (=Q t^+/V)$. $t^+=V/Q$ représente le temps nécessaire pour remplacer complètement le fluide contenu dans la cuve.

$\eta(t^*)$ devient alors :

$$\eta(t^*) = \frac{|T_e - T_s|}{|T_e - T_i|} \quad (8.3)$$

L'efficacité thermique, telle que définie, à n'importe quel moment dépend directement de la température de sortie de la cuve et des conditions de fonctionnement; le comportement thermique transitoire de la cuve est donc d'intérêt pour la présente étude.

Ainsi on constate que, quelque soit la configuration, la température de sortie diminue lorsque le nombre de Re augmente. Parallèlement et à des degrés divers, la température moyenne diminue avec une augmentation du nombre de Re.

Pour des cuves ayant des rapports de forme supérieurs à 1, une évolution distincte des différentes courbes caractérisant chaque régime d'écoulement a lieu. Pour des cuves ayant des rapports de forme inférieurs à 1, un rapprochement des courbes a lieu lorsque le nombre de Re augmente dénotant un comportement similaire pour les nombres de Re élevés.

Ces résultats confirment l'analyse sur la structure dynamique de l'écoulement et la distribution de la température dans une enceinte donnée et son corollaire la stratification dans la cuve.

Physiquement, ceci montre que, lorsque la température moyenne est élevée et une efficacité basse, l'énergie accumulée dans la cuve est importante et ceci se produit lorsqu'il y a une stratification étendue dans la cuve.

D'un autre côté lorsqu'il y a une température de sortie basse, une efficacité élevée et une température moyenne faible, on est en présence d'une stratification regroupée et une accumulation de l'énergie dans la cuve réduite. Il est à noter qu'un même nombre de Re engendre une même vitesse de l'écoulement mais un débit dépendant du rapport de forme.

Pour des rapports de forme décroissant, le débit volumique est croissant.

Une analyse approfondie des courbes représentant l'efficacité de stockage montre qu'elles peuvent être représentées par une fonction de distribution de la forme :

$$\eta = \frac{A_1 - A_2}{1 + \exp\left(\frac{(t^* - t_0^*)}{\Delta t}\right)} + A_2 \quad (8.4)$$

A_1 et A_2 sont respectivement les valeurs maximale et minimale que peut prendre η .

t_0^* est l'abscisse correspondant à la demi amplitude de η entre A_1 et A_2 . Ce point correspond au point d'inflexion.

Δt est, sur l'asymptote, la demi largeur de la distance comprise entre la tangente à la courbe et la verticale au point d'inflexion.

Une analyse des différents paramètres c'est-à-dire A_1 , A_2 , t_0^* et Δt montre que, pour nos corrélations pour l'efficacité de stockage, A_1 aura des valeurs proche de 1 et A_2 aura des valeurs proche de zéro du fait que la valeur de l'efficacité évolue entre 1 et 0 quelque soit le fluide, la configuration et la valeur du nombre de Re.

Il reste donc t_0^* et Δt qui permettent de distinguer les courbes représentant l'influence des différents régimes d'écoulement et des différentes configurations.

Une analyse des différentes courbes représentant ces paramètres permet la déduction d'une corrélation. Cette relation est de la forme :

$$N = A + B \text{Log}(\text{Re}) \quad (8.5)$$

N représente un des coefficients de la corrélation de l'efficacité à savoir A_1 , A_2 , t_0^* ou Δt . A et B sont des constantes déduites de l'approximation faite pour chacune des courbes représentant la configuration, objet de l'analyse.

Il est à noter que les courbes représentant les performances de l'écoulement dans une enceinte à configuration donnée ont été tracées en effectuant des simulations sur une plage de nombre de Re variant entre 100 et 10^4 .

A partir des figures représentant A_1 , A_2 , t_0^* et Δt pour chaque configuration, nous déduisons les coefficients A et B . ceci est donné dans le tableau 8.1

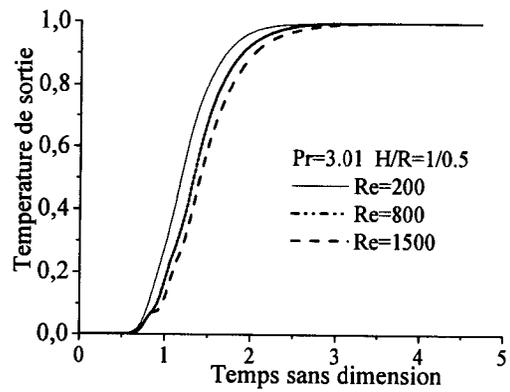
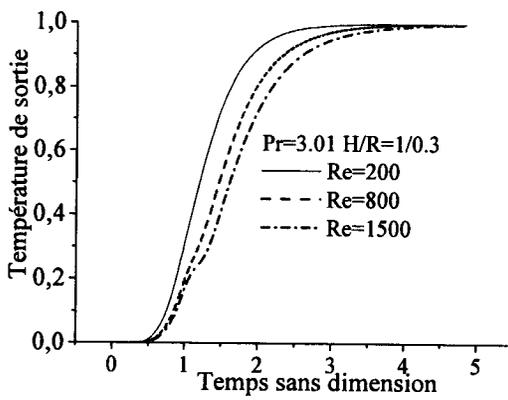
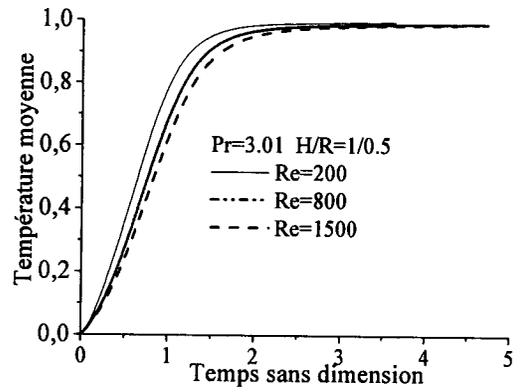
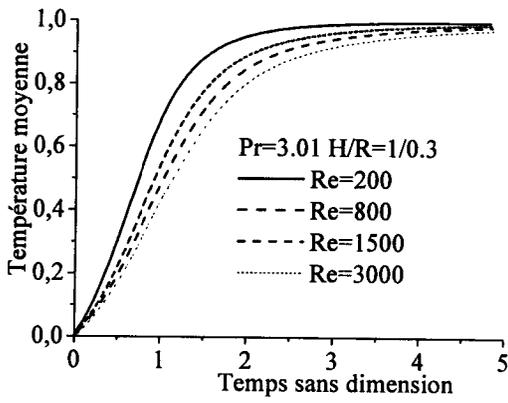
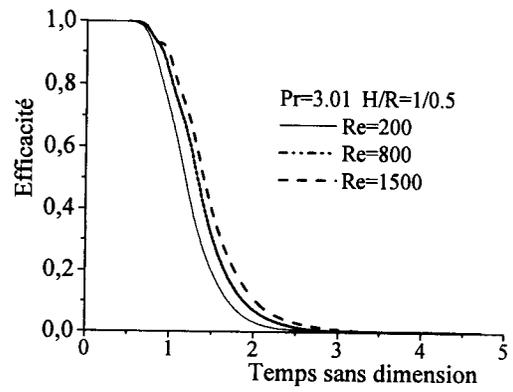
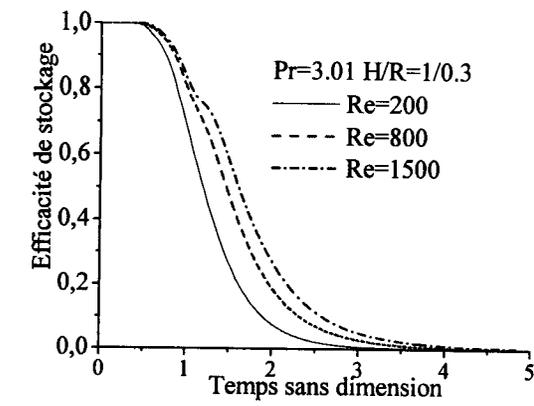


Fig.8.15 Paramètres thermiques caractérisant l'écoulement dans une cuve à rapport de forme égal 1/0.3

Fig.8.16 Paramètres thermiques caractérisant l'écoulement dans une cuve à rapport de forme égal 1/0.5

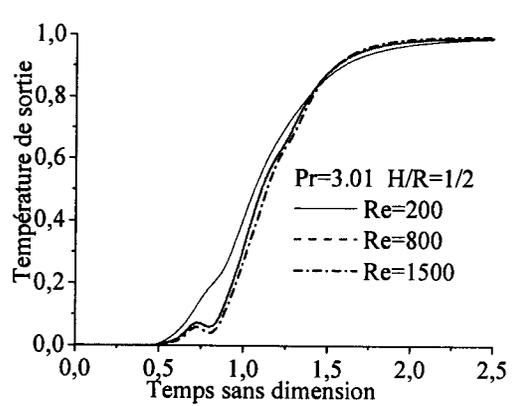
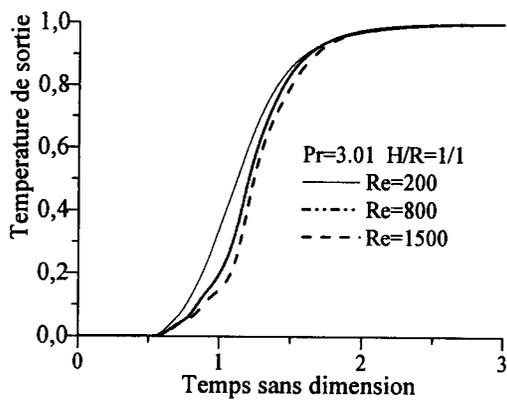
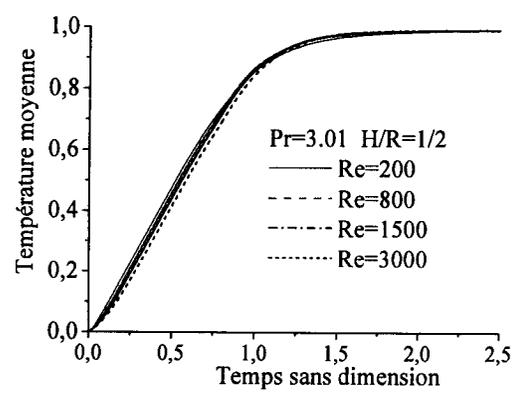
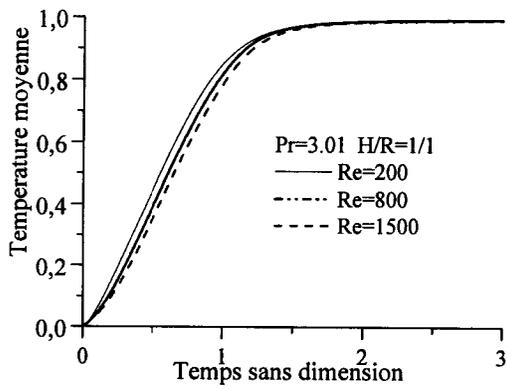
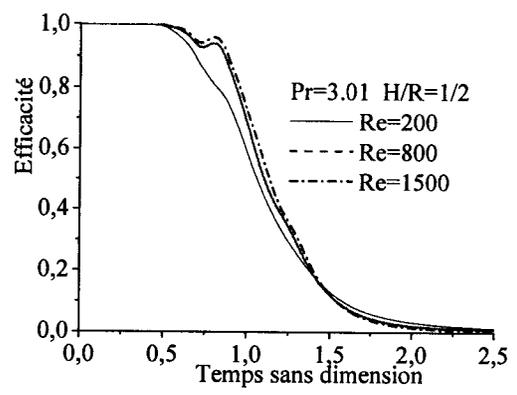
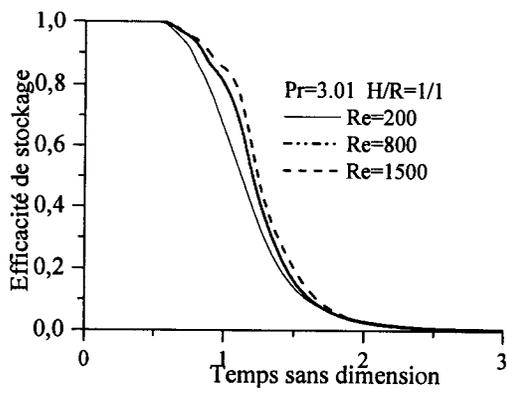


Fig.8.17 Paramètres thermiques caractérisant l'écoulement dans une cuve à rapport de forme égal 1/1

Fig.8.18 Paramètres thermiques caractérisant l'écoulement dans une cuve à rapport de forme égal 1/2

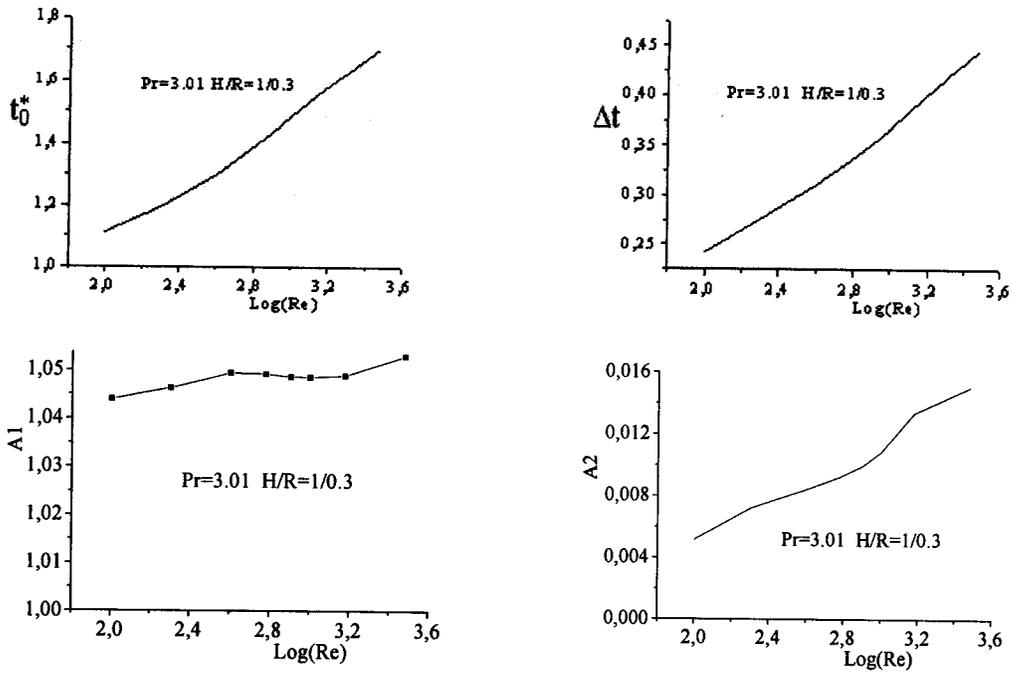


Fig.8.18 Représentation des paramètres déduits de la relation de Boltzmann (A_1 , A_2 , t^*_0 et Δt) simulant l'efficacité dans une cuve ayant un rapport de forme égal 1/0.3

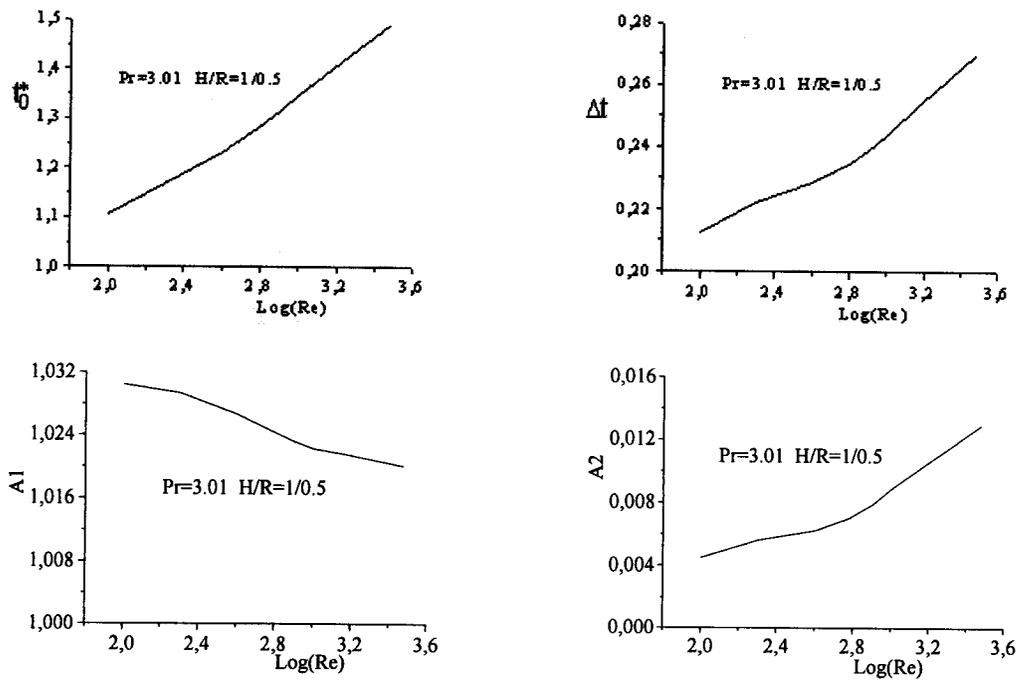


Fig.8.19 Représentation, par rapport à $\text{Log}(Re)$, des paramètres déduits de la relation de Boltzmann (A_1 , A_2 , t^*_0 et Δt) simulant l'efficacité dans une cuve ayant un rapport de forme égal 1/0.5

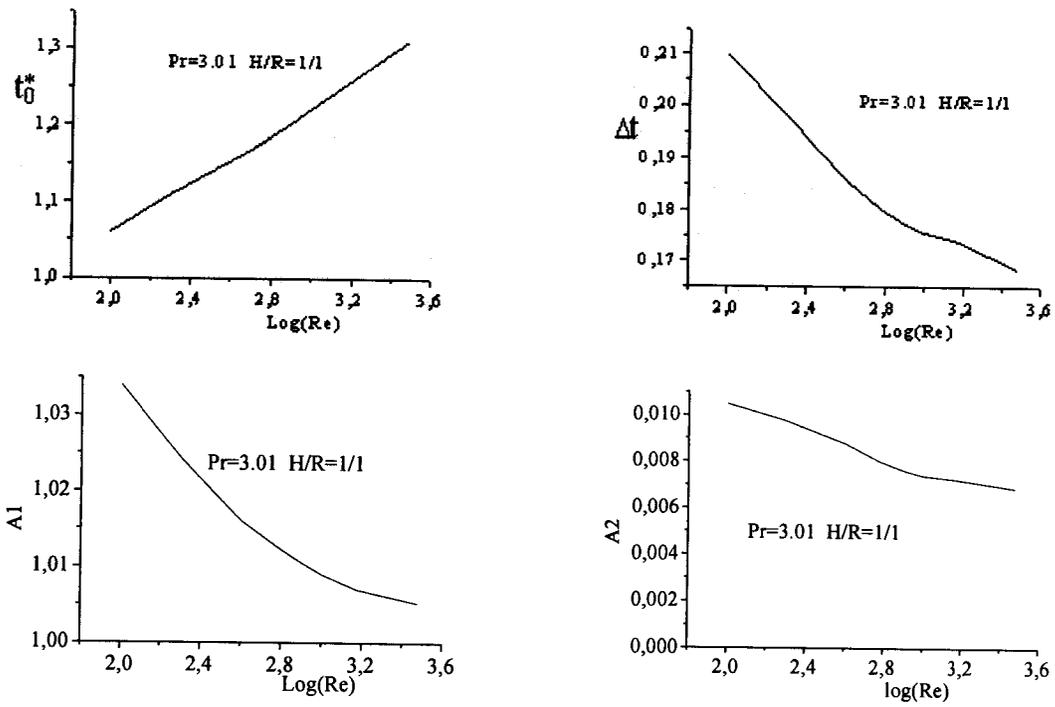


Fig.8.20 Représentation, par rapport à $\text{Log}(Re)$, des paramètres déduits de la relation de Boltzmann ($A1$, $A2$, t^*_0 et Δt) simulant l'efficacité dans une cuve ayant un rapport de forme égal 1/1

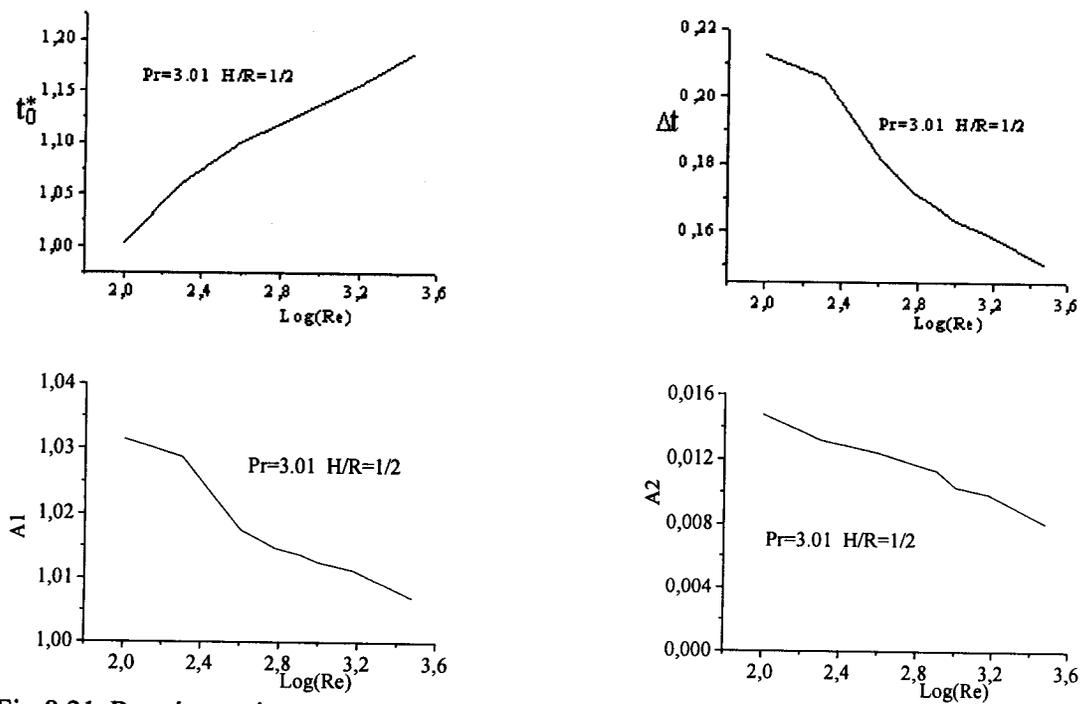


Fig.8.21 Représentation, par rapport à $\text{Log}(Re)$, des paramètres déduits de la relation de Boltzmann ($A1$, $A2$, t^*_0 et Δt) simulant l'efficacité dans une cuve ayant un rapport de forme égal 1/2

Tableau : valeurs des constantes pour déterminer les coefficients de la corrélation de l'efficacité pour les différentes configurations

Rapport de forme (1/0.3)			
N	A	B	R ²
A1	1,0279	0,0072	0,5866
A2	-0,0054	0,0054	0,9882
t* ₀	0,3375	0,3775	0,9898
Δt	-0,007	0,1233	0,9964

Rapport de forme (1/0.5)			
N	A	B	R ²
A1	1,0464	-0,0078	0,9716
A2	-0,0075	0,0056	0,9226
t* ₀	0,5633	0,2624	0,9888
Δt	0,1254	0,0408	0,9291

Rapport de forme (1/1)			
N	A	B	R ²
A1	1,0701	-0,0199	0,9288
A2	0,0157	-0,0027	0,9551
t* ₀	0,7212	0,1677	0,9971
Δt	0,2622	-0,0283	0,9454

Rapport de forme (1/2)			
N	A	B	R ²
A1	1,0659	-0,0175	0,9395
A2	0,0235	-0,0043	0,9805
t* ₀	0,7797	0,1193	0,9776
Δt	0,3032	-0,0456	0,9595

Rapport de forme (1/3)			
N	A	B	R ²
A1	1,1037	-0,0294	0,9569
A2	0,0184	-0,0029	0,9863
t* ₀	0,7709	0,1134	0,9747
Δt	0,3939	-0,0751	0,9815

8.3 Conclusion

Les caractéristiques d'un écoulement transitoire bidimensionnel et de transfert de chaleur dans une cavité cylindrique ont été examinées numériquement. L'eau en tant que fluide caloporteur le plus courant et le plus facile à manipuler a été considérée.

Divers rapports de forme pour les cavités ont été choisis. Une considération particulière a été donnée au débit et au rapport de forme. Un stockage thermique de la chaleur a été simulé sous l'influence, particulièrement, de la configuration et du débit masse.

Une efficacité globale a été définie. Une plage importante du nombre de Re a été considérée ($200 < Re < 10^4$).

De hauts degrés de stratification peuvent être atteints sur une période de temps adimensionnel avec un bas débit de fluide et en conséquence une température de sortie élevée précocement.

Avec des débits de fluide élevés, des basses températures de sortie sont générées avec moins d'énergie stockée à cause de la présence d'une zone non soumise à l'écoulement. Des corrélations pour l'efficacité ont été déduites par rapport au nombre de Re pour les configurations fréquemment utilisées. Cependant le choix optimal d'une configuration de la cuve de stockage dépend des conditions de fonctionnement du système dans lequel la cuve est incorporée.

9. CONCLUSION GENERALE

La tâche principale pour un dispositif de stockage de la chaleur dans une application est de stocker le maximum de chaleur dans le volume disponible et quand il y a une demande sur celle-ci, elle doit être fournie à une température utile. Ses performances sont affectées par divers paramètres.

Afin d'apporter plus d'information concernant le phénomène d'écoulement de fluide et du transfert de chaleur lors d'un processus de stockage de la chaleur, une étude d'un écoulement de fluide et du transfert de chaleur dans une cuve a été entreprise numériquement en considérant la forme de réservoir la plus utilisée à savoir la forme cylindrique. La méthode de résolution a été validée par rapport aux résultats de travaux de références. L'influence de différents paramètres sur les performances d'une cuve de stockage thermique a été examinée. Des conditions limites diverses telles que la direction de l'écoulement du fluide, les positions de l'entrée et de sortie ont été étudiées.

Les performances thermiques ont été déterminées et les configurations les plus efficaces par rapport à l'efficacité de stockage thermique ont été identifiées. Ainsi il apparaît que l'efficacité la plus élevée est obtenue quand l'injection du fluide chaud dans le réservoir se fait en haut de la cuve et le fluide froid est extrait en bas de la cuve.

En ce qui concerne l'influence de la température d'entrée étudiée à travers l'influence du nombre de Richardson, une performance de stockage élevée est obtenue avec des températures d'entrée élevée et des températures minimales dans la cuve aussi basses que possible. La température d'entrée a son importance de part son impact sur la création d'une zone de mélange. Pour avoir une bonne stratification, cette zone de mélange doit être aussi rétrécie que possible. Ceci implique que l'effet stabilisateur, c'est-à-dire la différence de températures, doit être aussi grand que possible alors que l'effet déstabilisateur c'est-à-dire les forces d'inertie du fluide injecté doit être maintenu aussi réduit que possible avec le fluide s'étendant dans la direction horizontale. De même que ces températures doivent être maintenues stables puisque des températures variables généreraient plus de mélange.

La nature du fluide a son importance dans la constitution d'une structure stratifiée. Ce paramètre a été étudié à travers l'influence du nombre de Prandtl sur l'écoulement.

Il s'est avéré qu'un fluide visqueux (nombre de Pr élevé) engendre une zone de mélange plus importante et une stratification plus regroupée et donc une accumulation de la chaleur moindre.

L'influence de la vitesse a été considérée en maintenant une certaine proportionnalité avec les forces d'Archimède lors de la variation du nombre de Re. Il est à noter qu'une même vitesse de fluide dans deux configurations à rapports de forme différents implique des débits de fluide différents. La simulation a été effectuée en considérant une hauteur fixe et des rayons variables et est exprimé à travers le rapport de forme.

Le comportement du stockage est simplement analysé à travers la distribution de la température à l'intérieur de la cuve et en fin de compte l'appréciation est dictée par des considérations économiques. Cependant on constate que la température moyenne augmente avec une diminution du nombre de Re. Néanmoins, avec l'augmentation du nombre de Re, les courbes représentant la température moyenne se superposent montrant ainsi le peu d'influence de Re sur la structure de l'écoulement. D'autre part, des nombres de Re bas engendrent une température de sortie qui augmente plus rapidement. Une vitesse élevée engendre une plus grande pénétration du jet et une plus grande zone de mélange; ceci implique un gradient de température moindre et moins de stratification.

En considérant plusieurs fluides à travers leur nombre de Prandtl et en considérant des régimes d'écoulement divers, des corrélations ont déduites pour la détermination de l'efficacité de stockage pour chaque type de cuve.

L'efficacité d'un système est dépendante de l'efficacité des différents éléments qui le composent. Connaissant la configuration du système et certains paramètres de fonctionnement, il est possible de simuler le comportement de la cuve de stockage pour, en fin de compte, déduire les paramètres permettant une meilleure rentabilité.

REFERENCES

1. Aggarwal S.K. and Manhapra A., "Use of heatlines for unsteady buoyancy-driven flow in a cylindrical enclosure", *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 111, pp. 576-578, 1989.
2. Alizadeh S., "An experimental and numerical study of thermal stratification in a horizontal cylindrical solar storage tank", *Solar energy*, Vol.66 N°6 pp.409-421 1999.
3. Andreianov B.P., Gutnic M. et Wittbold P., "L'approche « continue » pour une méthode de volumes finis". *C.R. Acad.Sci. Paris t.332 pp477-482 Analyse numérique* 2001.
4. Angirasa D., Pourquie M.J.B. and Nieuwstadt F.T.M., "Numerical study of transient and steady laminar buoyancy drive flows and heat transfer in a square open cavity", In *Numerical Heat Transfer an International Journal of Computation and Methodology*. Part:A TAYLOR & FRANCIS Publication. Volume 22 pp. 223-239, 1992.
5. Arpaci V.S. et Larsen P.S., "*Convection Heat Transfer*", Prentice-Hall, Inc
6. Behnia M. and Viskaia R., "Free convection in thermally stratified water cooled from above", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 22, pp.611-623, 1979
7. Benkhelifa A., Bouhdjar A. et Harhad A., "Effet de la direction de l'écoulement sur les performances de stockage thermique dans une cuve cylindrique", *2eme Rencontre Maghrébine sur la Mécanique*, pp 200-205, Université de Constantine 4, 5 et 6 Décembre 1995 Algérie.
8. Benkhelifa A., Bouhdjar A. et Harhad A., "Influence combinée du nombre de Reynolds et de Richardson sur la rentabilité énergétique de déstockage thermique dans une cuve utilisée dans les applications solaires". *3^{eme} Séminaire International sur la Physique Energétique* Béchar 12-14 Nov 1996.
9. Benkhelifa A., Bouhdjar A. et Harhad A., "Effet du facteur de forme sur les performances de stockage thermique dans une cuve utilisée dans les applications solaires" *2eme Conférence Maghrébine de Génie des Procédés*. Gabes (Tunisie) 22-25 Avril 1996.
10. Benkhelifa A., Bouhdjar A. et Harhad A., "Influence du nombre de Reynolds sur les performances de stockage thermique dans une cuve utilisée dans les applications solaires". *1^{er} Congrès Maghrébin de Mécanique*. Ghardaia 23- 26 Mars 1996.
11. Benkhelifa A., "Etude numérique de la stratification thermique dans une cuve de stockage cylindrique", *Thèse de Magister*, C.D.E.R., Bouzaréah (Alger), Algérie, Décembre 1994.
12. Benkhelifa A., Bouhdjar A. et Harhad A., "Etude numérique de la convection naturelle et mixte dans une cuve de stockage thermique", *Conférence Maghrébine de Génie des Procédés*, pp. 714-717, Marrakech, Maroc, 1994.
13. Blair N.J., Beckman W.A. and Mitchell J.W., "Experimental transient natural convection in enclosures". *Proceedings of Solar '94 The 94 ASES annual conference San Jose Cal.USA* June 25-30,1994

28. Duffie J.A. and Beckman W.A., "Solar Engineering of Thermal Processes", Wiley Interscience, New York, S.A., 1980.
29. Emara A.A. and Kulacki F.A., "A numerical investigation of thermal convection in a heat generating fluid layer", *Transaction of the ASME Journal of Heat Transfer*, Vol.102, pp.531-537, August 1980.
30. Graebel W.P., "The influence of the Prandtl number on free convection in a rectangular cavity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 24, pp.125-131, 1981
31. Gray D.G. et Giorgini A., "The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 19, pp.545-551, 1976.
32. Guo K.L. and Wu S.T., "Numerical Study of Flow and Temperature Stratification in Liquid Thermal Storage Tank", *ASME Journal of Solar Energy Engineering*, Vol. 107, pp. 15-20, 1985.
33. Gupta S.K. and Jaluria Y., "Transient thermal effects in an enclosed water body due to heated water discharge for heat rejection and solar energy storage", *Energy Convers. & Mgmt*, Vol. 21, pp.3-8, 1981. Pergamon Press.
34. Gupta S.K. and Jaluria Y., "An experimental and analytical study of thermal stratification in an enclosed water region due to thermal energy discharge", *Energy Convers. & Mgmt*, Vol. 22, pp. 63-70, 1982. Pergamon Press.
35. Habchi S. and Acharya S., "Laminar mixed convection in a partially blocked, vertical channel", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 29 N°11, pp.1711-1722, 1986. Pergamon Press.
36. Handschuh R.F. and Keith T.G. Jr., "Applications of an exponential finite difference technique", In *Numerical Heat Transfer Part.A* Vol.22 pp363-378, 1992.
37. Harms T.M., du Plessis J.P. and von Backström T.W., "Derivation of a modified power law approximation", *Numerical Heat Transfer Part B*. Vol.22 pp.235-241, 1992.
38. Harhad A., Bouhdjar A. et Benkhelifa A., "Etude numérique de la stratification thermique dans une cuve de stockage cylindrique", *Journées Internationales sur les Transferts Héliothermiques (J.I.T.H)*, pp. 404-412, Marrakech, Maroc, 1995.
39. Hermanson R., "Short term water heat storage", *Doctoral thesis*. Lulea University of Technology. 1993 n°127 D.
40. Hess C.F. and Miller C.W., "An experimental and numerical study on the effect of the wall in a thermocline type cylindrical enclosure- I: Experiments", *Solar energy*, Vol.28, N°2 pp145-152 1982.
41. Hess C.F. and Miller C.W., "An experimental and numerical study on the effect of the wall in a thermocline type cylindrical enclosure- II: Numerical model", *Solar energy*, Vol.28, N°2 pp153-161 1982.
42. Hollands K.G.T. and Lightstone M.F., "A review of low flow, stratified tank solar water heating systems", *Solar energy*, Vol.43, N°2 pp97-105 1989.

- 57.Lovrich T.M., Schwartz S.H. and Holmes L.A., "Flow visualization of thermal stratification with localized sources", *Journal of Spacecraft* Vol. 11 N°9 pp664-669, September 1974.
- 58.Marcondes F., Gurgel J.M. and Dos Santos J.C., " Transient analysis of natural convection in cylindrical cavities", *Proceedings of the 2nd Inter. Conference on computational heat and mass transfer* COPPE/UFRJ Federal University of Rio de Janeiro, Oct. 22-26, 2001.
- 59.Markatos N.C. and Pericleous K.A., "Laminar and turbulent natural convection in an enclosed cavity", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 27, N°. 5, pp. 755-772, 1984.
- 60.Najam M., "Contribution à l'étude de la stratification thermique dans les accumulateurs de chaleur en phase de relaxation". *Thèse de 3eme cycle*. Université de Poitiers. 1982, n°872
- 61.el Nashar A.M. and Qamhiyeh A.A.," Performance simulation of the heat accumulator of the Abu Dhabi solar desalination plant", *Solar Energy*, Vol.44, N°4 pp.183-191, 1990.
- 62.Nakano A., Ozoe H. and Churchill S.W., "Numerical computation of natural convection for a low-Prandtl-number fluid in a shallow rectangular region heated from below" *Chemical Eng. Journal*. Vol.71 N°3 Dec.1998
- 63.Newell M.E. and Schmidt F.W., "Heat transfer by laminar natural convection within rectangular enclosures", *Transactions of the ASME, Journal of Heat Transfer*, pp.159-168, February 1970.
- 64.Oberkampf W.L. and Crow L.I., "Numerical study of the velocity and temperature fields in a flow-through reservoir", *Transaction of the ASME Journal of heat transfer*, August 1976 pp353-359
- 65.Opel F.J., Ghafar and Moretti P.E.,"A numerical and experimental study of stratified thermal storage." N°2995 Ashrae School of Mech. And Aerospace Eng. Oklahoma State University, Stillwater, USA. 1986.
- 66.Patankar S.V., "*Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*", Hemisphere, Washington, D. C., USA, 1980.
- 67.Pissavin P., "Modélisation du comportement d'un ballon de stockage solaire à échangeur", *Revue Générale de Thermique* N°246-247 Juin – Juillet 1982.
- 68.Philips W.F. and Dave R.N., "Effects of stratification on the performance of liquid based solar heating systems", *Solar Energy*, Vol. 29, N°2 pp.111-120, 1982.
- 69.Phillips W.F. and Pate R.A., "Mass and energy transfer in a hot liquid energy system", *Proceedings of American Section International Solar Energy Society*, pp.17.6-17.10, Orlando, Florida, U.S.A., 1977.
- 70.Reindl D.T., Beckman W.A. and Mitchell J.W., "Transient natural convection in enclosures with application to solar thermal storage tanks" *Transaction of the ASME Journal of Solar Energy Engineering* Vol. 114 pp175-187, August 1992.

71. Rodi W., Majudar S. and Schönung B., "Finite volume methods for two dimensional incompressible flows with complex boundaries", *Computer methods in applied mechanics and engineering*, N°75 pp 369-392 1989. North-Holland.
72. Rodriguez I., Consul R. and Oliva A., "Thermal optimization of storage tanks by means of three dimensional cfd simulations", *Proceeding of FIER '2002 Tétouan Maroc*
73. Sall R. E., "A numerical analysis of the stratification properties of chilled at the freezing point temperature" *J. of heat transfer* vol.120 pp271-274, 1998.
74. Salcudean M., "Computational fluid flow and heat transfer-an engineering tool", *Transaction of the CSME* Vol.15 N°2, 1991
75. Satyanaryana Murthy S., Neson J.E.B. and Sitharama Rao T.L., "Effect of wall conductivity on thermal stratification", *Solar Energy*, Vol. 49, N°4 pp.273-277, 1992.
76. Schneider S. and Straub J., "Laminar natural convection in a cylindrical enclosure with different end temperatures", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 35, N°2, pp 545-557, 1992.
77. Schmidt F.W. and Szego J., "Transient response of solid sensible heat thermal storage units – single fluid", *Transaction of the ASME Journal of Heat Transfer*, pp.471-477, August 1976.
78. Schwind R.G. and Vliet G.C., "Observation and interpolations of natural convection and stratification in vessels". *Proc. Heat Transf. Fluid Mech. Inst.* Vol. 51 1964 p.52
79. Selver S., kamotani Y. and Ostrach S., "Natural convection of a liquid metal in vertical circular cylinders heated locally from the side", *Transaction of the ASME Journal of Heat Transfer*, Vol.120, pp.108-114, February 1998.
80. Shin M.S. and al, "Numerical and experimental study on the design of a stratified thermal storage system", *Applied thermal engineering* N°24, pp.17-27 2004.
81. Shyu R.J., Lin J.Y. and Fang L.J., "Thermal analysis of stratified storage tank", *Transaction of ASME Journal of solar energy engineering*, Vol.111, pp.54-61 February 1989.
82. Shyy W. and Rao M. M., "Convection treatment for high Rayleigh number, laminar, natural convection calculation", *Numerical Heat Transfer Part B* Vol. 22 pp. 367-374, 1992.
83. Smutek P., & al, "Three dimensional convection in horizontal cylinders: numerical solutions and comparison with experimental and analytical results", *Numerical Heat Transfer* Vol. 8 pp 613-631, 1985.
84. Tari M.H. and Söderström M., "Modeling of thermal energy storage in industrial energy systems: the method development of MIND", *Applied thermal engineering* N°22, pp.1195-1205 2002.
85. Vahl Davis G. de and Jones I.P., "Natural convection in a square cavity: a comparison exercise ", *Int. J. Num. Methods Fluids* 3, pp. 227-248, 1983.

86. Vahl Davis G. de, "Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution", *Int. J. Num. Methods Fluids* 3, pp. 249-264, 1983.
87. Van Doormaal J.P. and Raithby G.D., "Enhancements of the simple method for predicting incompressible fluid flows", *Numerical Heat Transfer* Vol. 7, pp147-163, 1984.
88. Van Koppen C.W.J., Simon Thomas J.P. and Veltkamp W.B., "The actual benefits of thermally stratified storage in a small and a medium size solar system", ?
89. Wu S.T. and Han S.M., "A liquid solar energy storage tank model: I Formulation of a mathematical model", *Modeling Simulation, Testing and Measurements for Solar Energy, The Winter Annual Meeting of ASME*, pp. 53-60, San Francisco, Calif., USA, Dec.10-15, 1978.
90. Yang M. and Tao W.Q., "Numerical study of natural convection heat transfer in a cylindrical envelope with internal concentric slotted hollow cylinder", *Numerical Heat Transfer Part A*. Vol. 22 pp. 289-305, 1992.
91. Yee C.K. and Lai F.C., "Effects of a porous manifold on thermal stratification in a liquid storage tank", *Solar Energy*, Vol. 71, N°4 pp. 241-254, 2001.
92. Yerkes K.L. and Faghri A., "An experimental and numerical simulation of mixed convection in large baffled rectangular chambers", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 34 N°6, pp.1575-1542, 1991.
93. Yoo H., Kim C.J. and Kim C.W., "Approximate analytical solution for stratified thermal storage under variable inlet temperature", *Solar Energy*, Vol. 66, N°6 pp. 47-56, 1999.
94. Zare Shahneh A., "Effect of thermal stratification of coolant in a vertical heated channel" *The tenth International Conference on nuclear Engineering*, April 14-18, 2002, Arlington Virginia USA ICONE 10-22361
95. Zimmerman E. and Acharya S., "free convection heat transfer in a partially divided vertical enclosure with conducting end walls", *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 30, N°2, pp 319-331, 1987.
96. Zurigat Y.H., Maloney K.J. and Ghajar A.J., "A comparison study of one dimensional models for stratified thermal storage tanks", *Transaction of ASME Journal of solar energy engineering*, Vol.111, pp.204-210 August 1989.
97. Van Kan. J. A second-order accurate pressure correction method for viscous incompressible flow. *SIAM J. Sci. Stat. Comp.*, 7:870--891, 1986.

NUMERICAL STUDY OF TRANSIENT MIXED CONVECTION IN A CYLINDRICAL CAVITY

A. Bouhdjar and A. Benkhelifa

Centre de Développement des Energies Renouvelables, B.P. 62, Route de l'Observatoire, Bouzaréch 16340, Alger, Algeria

A. Harhad

Institut de Mécanique, Université de Blida, B.P. 270, Route de Soumaa, Blida, Algeria

This article presents a numerical study of transient mixed convection of laminar flows in a vertical cylindrical cavity. Initially, the fluid is considered at rest and motionless. The top, bottom, and peripheral surfaces of the tank are assumed to be well insulated. Fluid at a temperature above the initial temperature is injected into the cavity from different port locations. The resulting dynamic and thermal fields for different Richardson numbers are numerically studied in order to investigate the influence of geometrical parameters such as the inlet and outlet positions of the fluid. Study of the thermal stratification and thermal storage efficiency is also presented. To verify the validity of the solution procedure, three flow models taken from the literature are tested. The results are in good agreement with those of the references. For the case of the cylindrical cavity, the present model has been shown to predict the most efficient configuration with respect to thermal storage efficiency.

INTRODUCTION

In energy systems where a temporal difference exists between the supply of energy and its utilization, some form of energy storage is necessary to ensure the continuity of a thermal process. Both waste heat recovery and solar thermal energy systems are primary applications for thermal energy storage. In general, a storage system receives energy during its charging cycle from a heated fluid flowing inward. However, inlet and outlet port locations play an important role in the efficiency of the storage. To this purpose, a search is undertaken for a configuration that gives an optimal rate of return.

Received 16 June 1995; accepted 26 September 1996.

The authors thank J. L. Peube and D. Blay of the Laboratoire d'Energétique et des Systèmes Thermiques at the University of Poitiers, France, for the initial computing program on the finite volume method. A. Bouhdjar thanks M. Claverie of the PIRSEM CNRS, France, for financing his stay at this laboratory.

Address correspondence to Dr. A. Bouhdjar, Centre de Développement des Energies Renouvelables, P.B. 62, Route de l'Observatoire, Bouzaréch 16340, Alger, Algeria.

Numerical Heat Transfer, Part A, 31:305-324, 1997

Copyright © 1997 Taylor & Francis

1040-7782/97 \$12.00 + .00

305

NOMENCLATURE

C	radius of the heating area	V	tank volume
C_p	specific heat of fluid, J/(kg K)	x, y	independent nondimensional variables
g	gravitational acceleration m/s ²	α	thermal diffusivity, m ² /s
Gr	Grashof number (= $\rho^2 g \beta \Delta T H^3 / \mu^2$)	β	volumetric coefficient of expansion of fluid
h	convective heat transfer coefficient, W/(m ² K)	Γ_ϕ	diffusion coefficient referring to ϕ
H	height of the cavity	Δt	time step size
k	thermal conductivity coefficient, W/(m K)	ΔV	control volume element
L	length of the enclosure	Δx	mesh size in the x direction
Nu	local Nusselt number (= hL/k)	Δy	mesh size in the y direction
\bar{Nu}	average Nusselt number (= $\bar{h}L/k$)	η	thermal storage efficiency
P	nondimensional pressure	μ	dynamic viscosity, (kg m)/s
Pr	Prandtl number (= $\mu C_p/k$)	ρ	fluid density, kg/m ³
Q	volumetric flow rate	ϕ	nondimensional dependent variable
r	nondimensional independent variable		
R	radius of the cylindrical tank	Subscripts	
Ra	Rayleigh number (= $Gr Pr$)	C	at the cold wall
Re	Reynolds number (= $\rho v_r H / \mu$)	e	at the entrance of the tank
Ri	Richardson number (= Gr/Re^2)	H	at the hot wall
S_ϕ	source term with respect to ϕ	i	for an initial value
t	nondimensional time	$n \text{ int}$	pertaining to the inside neighboring nodal point
t^*	dimensionless time (= Qt^*/V)	r	for a reference value
T	nondimensional temperature	s	at the outlet of the tank
\bar{T}	average nondimensional temperature		
u	nondimensional velocity component in the x direction (or r direction)	Superscripts	
v	nondimensional velocity component in the y direction	$+$	dimensional value

Many studies on the performance of storage systems have been reported. Experimentally, these studies have been carried out in outdoor conditions and under laboratory conditions. The results showed that thermal stratification in the tank depends essentially on [1, 2] the hot water inlet location on the tank, inlet port diameter, aspect ratio, and inlet-outlet temperature difference.

Numerically and analytically, various mathematical models have been developed. The most widely known such model, which is often referred to as an ideally stratified or a fully stratified model, is credited to Duffie and Beckman [3]. This one-dimensional model divides the storage tank into N sections of equal volumes and considers an energy balance on each segment. The incoming fluid slips freely without mixing to the level of the tank where the density of the resident fluid matches its own. This assumption makes the model less realistic, since there is always some mixing as the incoming fluid slips downward toward the equilibrium position in this scheme.

Philips and Pate [4] introduced a one-dimensional model that accounted for the viscous entraining effects when the incoming flow portion is very small in comparison with the adjacent portion of the tank fluid. Wu and Han [5] extended this model to account for finite size stream cases. This improved model lead to less computer time and to the appearance of parameters associated with thermal stratification in the formulations of boundary conditions such as aspect ratio, inlet flow rate, and consideration of a heater or heat exchanger.

In spite of how well these models perform, it is necessary to develop multidimensional mathematical models to check the accuracy of the approximate models. To this purpose, Chan et al. [6] studied mixed convection in a parallelepipedal storage tank. They considered the influence of some geometric and physical parameters (Reynolds number, inlet and outlet locations) on the performance of thermal storage. Guo and Wu [7] examined the phenomenon of mixed convection in a parallelepipedal tank with two inlets and two outlets. Emphasis was put on the influence of the Grashof and Reynolds numbers on thermal stratification in the tank.

To provide more insight, the present study considers a cylindrical storage tank with a vertical axis. The investigation stresses the charging regime. The tank has an inlet and an outlet. The inlet and the outlet ports are ring-like openings circumventing the vessel. The purpose of the study is to understand the influence of some parameters such as Richardson number, inlet and outlet locations, and flow direction on the dynamic and thermal behavior of the fluid and the performance of the thermal storage in the tank.

MATHEMATICAL FORMULATION

The physical model is shown in Figure 1. In formulating the governing differential equations, the following assumptions were made.

1. Constant properties exist, except in the formulation for the buoyancy term, in which Boussinesq approximations were made.
2. Compressibility effects and viscous dissipation are neglected.
3. The fluid is Newtonian.
4. The flow is laminar and two-dimensional.

Then the following nondimensional variables are defined:

$$x = \frac{x^*}{H} \quad y = \frac{y^*}{H} \quad t = \frac{t^* V_i}{H} \quad u = \frac{u^*}{V_i} \quad v = \frac{v^*}{V_i}$$

$$T = \frac{T^* - T_c}{\Delta T} \quad P = \frac{P^*}{\rho V_i^2}$$

with $\Delta T = T_H - T_c$ for natural convection and $\Delta T = T_c - T_i$ for mixed convection.

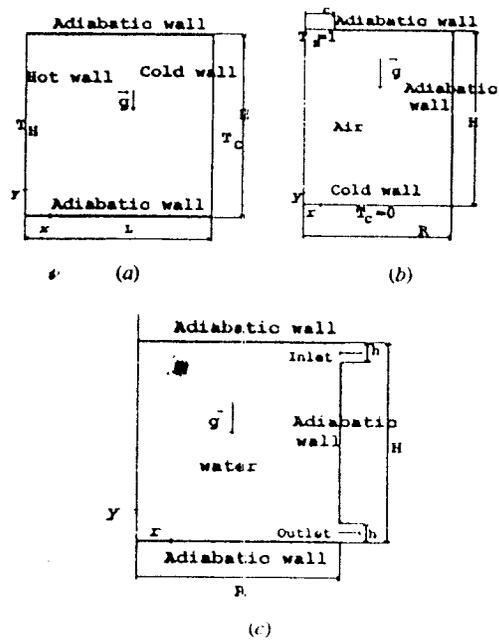


Figure 1. Examples of problems treated by the model: (a) natural convection in a parallelepipedal cavity, (b) natural convection in a cylindrical cavity, and (c) mixed convection in a cylindrical cavity.

Under these conditions, the nondimensional general form of the differential equation describing the flow is given by

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi) + \frac{1}{r^i} \frac{\partial}{\partial x}(r^i u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(v \phi) = \Gamma_\phi \left[\frac{1}{r^i} \frac{\partial}{\partial x} \left(r^i \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right] + S_\phi \quad (1)$$

This formulation is applicable for a two-dimensional Cartesian coordinate flow when $i = 0$ and for an axisymmetric flow when $i = 1$ and $x \equiv r$, where ϕ can be 1, u , v , or T , according to the conservative governing equation considered and where Γ_ϕ and S_ϕ are the corresponding diffusion coefficient and the corresponding source term, respectively (Table 1).

The solution to the generated set of equations must satisfy the following conditions (for natural convection or mixed convection). On the solid walls,

$$u = v = 0 \quad T = T_g \text{ (given)}$$

or for an adiabatic wall,

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_w = 0$$

For the initial conditions,

$$u = v = 0 \quad T = 0$$

Table 1. Expressions for Γ_ϕ and S_ϕ in natural and mixed convection

Governing equation	ϕ	Natural convection case		Mixed convection case	
		Γ_ϕ	Source term S_ϕ	Γ_ϕ	Source term S_ϕ
Mass conservation	1	0	0	0	0
Momentum equation in x direction	u	$\frac{1}{Gr^{0.5}}$	$-\frac{\partial P}{\partial x} - i\frac{u}{r^2}\Gamma_\phi$	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial x} - i\frac{u}{r^2}\Gamma_\phi$
Momentum equation in y direction	v	$\frac{1}{Gr^{0.5}}$	$-\frac{\partial P}{\partial y} + T$	$\frac{1}{Re}$	$-\frac{\partial P}{\partial y} + T Ri$
Energy equation	T	$\frac{1}{Gr^{0.5} Pr}$	0	$\frac{1}{Re Pr}$	0

For mixed convection at the inlet

$$u_c = -1 \quad v_c = 0 \quad T_c = 1$$

and at the outlet,

$$u_s = 1 \quad v_s = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial n} = 0$$

For the axisymmetric conditions, at $x = 0$, we have

$$u = 0 \quad \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial T}{\partial x} = 0$$

NUMERICAL SOLUTION AND VALIDATION

A finite volume method [8, 9] is used for the discretization of the governing equations. The calculation domain is uniformly divided into small nonoverlapping control volumes. However, in order to cope with similar conditions as in validation references, some grid refinement has been made near the walls. A staggered grid is used such that the velocities lie on the faces of the control volumes, whereas the pressures and the temperatures are located at the centers. A primitive variable formulation is used to solve the equations, and a fully implicit time is employed. The power law scheme is used to rewrite the convection and diffusion terms, and the SIMPLE algorithm is used to solve the problem. To test and to validate the computer program worked out in the present study, three cases reported in the literature are considered.

Case 1: Natural Convection in a Square Cavity

The problem considered is shown in Figure 1a and refers to two-dimensional flow in a square cavity. The initial and boundary conditions are those reported previously for this case. The fluid considered is air ($Pr = 0.71$). A correlation for an

average Nusselt number versus Rayleigh number was deduced:

$$\bar{Nu} = 0.1375 Ra^{0.3012} \quad 10^3 \leq Ra \leq 10^6 \quad (2)$$

For a reduced range of Ra, M. Jacob established a correlation from experimental data reported by Mull and Reiher [10]:

$$\bar{Nu} = 0.196 Ra^{0.25} \quad 2.8 \times 10^3 \leq Ra \leq 2.8 \times 10^4 \quad (3)$$

From a numerical study, Markatos and Pericleous [11] derived the following correlation:

$$\bar{Nu} = 0.143 Ra^{0.299} \quad 10^3 \leq Ra \leq 10^6 \quad (4)$$

Table 2 shows a comparison between the different Nu. Since this experimental expression deduced by M. Jacob is limited to $Ra = 10^3-10^4$, comparison is also made versus a solution given by de Vahl Davis [12], which serves as a benchmark for comparison in many studies on natural convection. Also, in order to confirm the validity of the model, some other parameters are compared with the benchmark solutions of de Vahl Davis. Table 3 shows the comparison of the average, maximum, and minimum Nu, the maximum horizontal velocity on the vertical midplane, and the maximum vertical velocity on the horizontal midplane.

At the deviations of the maximum and minimum local Nu for the hot wall at $Ra = 10^6$, the considered quantities show good agreement. Although the deviations for maximum local Nu and, to a lesser degree, for minimum local Nu seem large, they do not cast doubt on the validity of the present procedure, since the temperatures from which Nu are calculated are well within the convergence criterion used. The errors are then likely due to the sensitivity of the calculation. Thus, over the whole range of Ra, the solutions are accurate in comparison with the benchmark solutions, and the numerical procedure performs well.

Case 2: Natural Convection in a Cylindrical Cavity

For the case of cylindrical coordinates (axisymmetric flow), the problem shown in Figure 1b was treated. This problem was solved by Aggarwal and Manhapra [13]. Quantitative comparison is provided by Nu for different Ra.

Table 2. Comparison between the present correlation and those proposed by Markatos and Pericleous [11] and M. Jakob [10]

log Ra	Nu			$\Delta 1\%$	$\Delta 2\%$	$\Delta 3\%$
	Eq. (2)	Eq. (3)	Eq. (4)			
3	1.101	1.102	1.128	2.39	0.09	2.36
4	2.203	1.96	2.246	1.91	12.40	14.59
5	4.409		4.470	1.36		
6	8.821		8.899	0.88		

$\Delta 1$; deviation between Eqs. (2) and (4); $\Delta 2$; deviation between Eqs. (2) and (3); $\Delta 3$; deviation between Eqs. (4) and (3).

Table 3. Comparison between the present results and the benchmark solutions of de Vahl Davis [12]

	Ra = 10 ³			Ra = 10 ⁴			Ra = 10 ⁵			Ra = 10 ⁶		
	This work	Ref. [12]	Δ%									
$\overline{Nu}_{x=0}$	1.109	1.117	0.72	2.203	2.238	1.56	4.477	4.509	0.71	8.664	8.817	1.73
$Nu_{max}(0, y)$	1.491	1.505	0.93	3.462	3.528	1.87	7.636	7.717	1.05	17.160	17.925	4.27
$Nu_{min}(0, y)$	0.087	0.092		0.133	0.143		0.0802	0.081		0.0362	0.0378	
$u_{max}(0.5, y)$	0.689	0.692	0.43	0.5875	0.586	0.25	0.7356	0.729	0.91	1.0170	0.989	2.83
$v_{max}(x, 0.5)$	0.9943	1		0.9943	1		0.9966	1		0.9985	1	
$u_{max}(0.5, y)$	3.624	3.649	0.68	15.925	16.178	1.56	34.60	34.73	0.37	64.28	64.63	0.54
$v_{max}(x, 0.5)$	0.796	0.813		0.7962	0.823		0.853	0.855		0.853	0.850	
	3.667	3.697	0.81	19.339	19.617	1.42	68.141	68.59	0.65	218.35	219.36	0.46
	0.174	0.178		0.0980	0.119		0.06548	0.066		0.0328	0.0379	

Δ%, deviation between results. For Ra < 10⁵ the grid is 42 × 42 cells, and for Ra ≥ 10⁵ the grid is 82 × 82 cells.

Table 4 reveals a maximum deviation of 6.3% with respect to Ref. [13]. Qualitative agreement is obtained in comparing isotherm plots resulting from the present procedure and those given by Aggarwal and Manhapra [13].

Case 3: Transient Mixed Convection Flow in a Parallelepipedal Reservoir

To validate the transient regime, we considered the geometry shown in Figure 2. The system is assumed to be motionless and to have an initial uniform temperature. At time $t \geq 0$, hotter water is injected into the reservoir with a constant flow velocity. This results in combined forced and free convection flows. The walls are assumed to be well insulated. The hotter water enters the tank from the midside of the left wall, and colder water discharges from lower right-hand corner.

Table 4. Comparison of the present calculated mean Nusselt numbers with those given by Aggarwal and Manhapra [13]

Ra	\overline{Nu}		Δ%
	Calculated	Ref. [13]	
7×10^1	2.19	2.06	6.3
7×10^5	3.07	2.91	5.5
7×10^6	3.78	3.74	1.1
7×10^7	4.63	4.85	4.5

Different port locations and inflow and outflow directions were investigated under identical conditions. Table 5 defines the different positions of the inflow and outflow ports. It is understood that inlet means inward direction and outlet means outward direction. Besides velocity fields and isothermal lines, which constitute the means of comparison between these different geometries, three more quantities are considered: outlet temperature, average tank temperature, and instantaneous thermal storage efficiency.

The average temperature is defined as

$$\bar{T} = \frac{1}{V} \int_0^{2\pi} \int_0^H \int_0^R Tr dr dy d\theta \tag{5}$$

Since we assumed axisymmetric flow, it becomes

$$\bar{T} = \frac{2}{R^2H} \int_0^H \int_0^R Tr dr dy \tag{6}$$

The thermal energy storage efficiency is defined in terms of the effective energy stored versus the total energy inflow. Mathematically, this is given by [3, 6]

$$\eta = \frac{\rho C_p V (\bar{T} - T_i)}{\rho C_p Q t^+ (T_e - T_i)} = \frac{(\bar{T} - T_i)}{(Q t^+ / V)(T_e - T_i)} \tag{7}$$

where Q is the inflow volumetric rate and t^+ is the time elapsed. If we define a nondimensional time with respect to the inflow volumetric rate, the storage tank volume and t^+ , i.e.,

$$t^* = \frac{Q t^+}{V} \tag{8}$$

we get

$$\eta(t^*) = \frac{(\bar{T} - T_i)}{t^* (T_e - T_i)} \tag{9}$$

Table 5. Positions of the inlet port and outlet port in the considered configurations

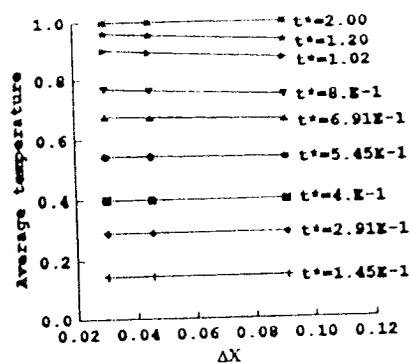
	Configuration											
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L
Inlet port position	TPH	TPH	TPH	TPV	TPV	TPV	TXV	TXV	TXV	TPH	MPH	BPH
Outlet port position	BPH	BPV	BXV	BPH	BPV	BXV	BXV	BPH	BPV	MPH	BPH	TPH

T, top; H, horizontal; X, at the axis; M, at the midheight; B, bottom; V, vertical; and P, peripheral.

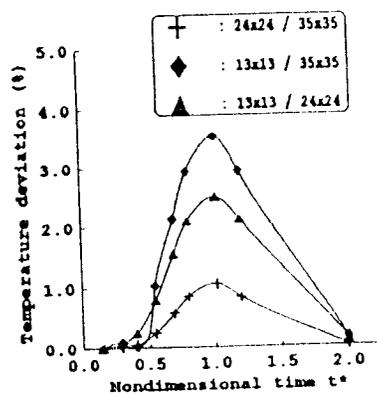
Grid Dependence

To investigate the effect of grid size, configuration A (Table 5) was discretized according to three mesh sizes: 13×13 cells ($\Delta x = \Delta y = 1/11$), 24×24 cells ($\Delta x = \Delta y = 1/22$), and 35×35 cells ($\Delta x = \Delta y = 1/33$). It must be noted that only a half cell for the first and last cells lies in the domain. To compare the computational results for the foregoing three grids, the average temperature is plotted versus nondimensional mesh in Figure 3.

At the start of flow and near steady state, the results are nearly grid independent. During a transient period, the grid size effects are evident but not really significant. Furthermore, as shown in Figure 3b, the effect is not important at all for results obtained with mesh sizes of $1/22$ and $1/33$. The maximum deviation between both results is less than 1%. Even for mesh sizes of $1/11$ and $1/22$, the maximum deviation between results is less than 2.3%. So for the following, the mesh sizes selected are $\Delta x = \Delta y = 1/22$. However, it must be noted that for comparison with the benchmark solution, results were obtained using mesh



(a)



(b)

Figure 3. (a) Influence of the grid size on the average temperature and (b) temperature deviation between three mesh sizes.

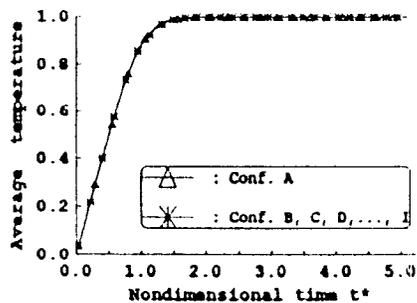
sizes identical to those used in the benchmark solution, i.e., 42×42 cells for $Ra < 1 \times 10^5$ and 82×82 cells for $Ra \geq 1 \times 10^5$.

As far as the time step is concerned, different values of Δt were considered. Slight variations of the calculated functions appear around $t^* = 1$. However, the effect of the time step size becomes negligible when $\Delta t \leq 0.2$ (the deviation of the average temperature appears on a small zone around $t^* = 1$ and is, at most, equal to 1.4%).

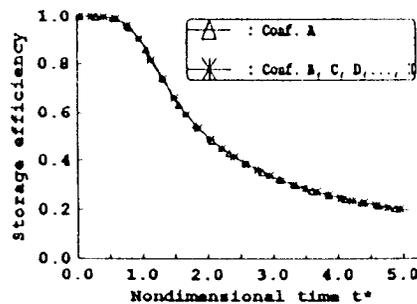
Effect of Flow Direction

First we considered configurations A-I in Table 5. Each configuration was the result of boundary conditions in which the hotter water discharged horizontally or vertically into the tank at the top region and the colder water was extracted horizontally or vertically at the bottom region.

In order to compare the thermal performance and the efficiency of these different configurations (A-I), the dimensionless transient average temperatures and the transient thermal efficiencies are plotted versus the dimensionless time in Figure 4. As can be seen in this figure, the average temperatures are identical to each other. The same result, that all the curves are identical, is obtained for the



(a)



(b)

Figure 4. (a) Transient average temperature and (b) transient thermal storage efficiency for configurations A-I.

transient thermal storage efficiency. This result shows that, as long as the hotter water is discharged into the tank at the top and the colder water is extracted at the bottom, the flow direction does not affect storage performance.

Effect of Inlet-Outlet Port Locations

In the following, flow configurations A, J, K, and L are studied. Flow characteristics are analyzed, and a comparison of the different configurations is made.

Analysis of the dynamic field and the thermal field

Configuration A. Recall that in configuration A, hotter fluid enters the tank horizontally at the top on the periphery and the colder water discharges at the bottom, also on the periphery. Some transient results are shown in Figure 5. It can be seen that, at the initial stage of the transient, i.e., $t^* = 0.036$, the water in the tank flows in, forming a flat reversed U near the top. Physically, when hotter water is discharged horizontally into the tank, it slips along the top wall as far as the axis of the cylinder because of the buoyancy effect and then is forced to flow downward

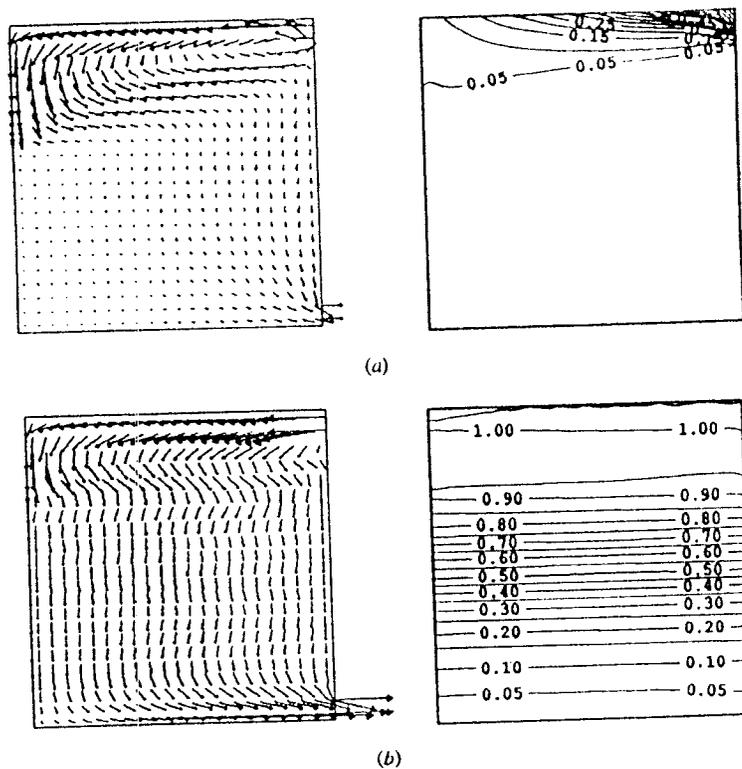


Figure 5. Transient velocity fields (left) and isothermal lines (right) in configuration A ($Ri = 760$): (a) $t^* = 3.63 \times 10^{-2}$ and (b) $t^* = 5.45 \times 10^{-1}$.

along the axis. Again, because of the buoyancy effect, the flow cannot continue downward but is forced to turn back and to slip underneath the top layers before slipping along the vertical wall to the outlet port. Later, the effect of density difference becomes less significant, and the natural convection flow diminishes. This generates a negligible horizontal velocity. This "piston" flow also generates a thermal stratification, which appears through horizontal isothermal lines (Figure 5, right-hand side). At steady state the temperature in the tank becomes almost uniform, and a forced convection current dominates, although a small whirl appears at midheight near the wall, which is due to the cavity boundaries. This phenomenon is seen on all other configurations with hotter water discharged at the top of the tank and colder water extracted at the bottom.

Configuration J. In configuration J, hotter water enters at the peripheral top, and the outflow port is at midside. At the early stage of the transient, the flow behaves as in configuration A, i.e., there is no influence of the outflow position. Later, some slight disturbances appear in the bottom zone, then disappear near steady state (Figure 6). The isotherms tend to crowd at midheight, and the outflow water temperatures rise more rapidly, as is shown on the right-hand side of Figure 6. The main convection flow bypasses the lower region, which is a dead zone. This

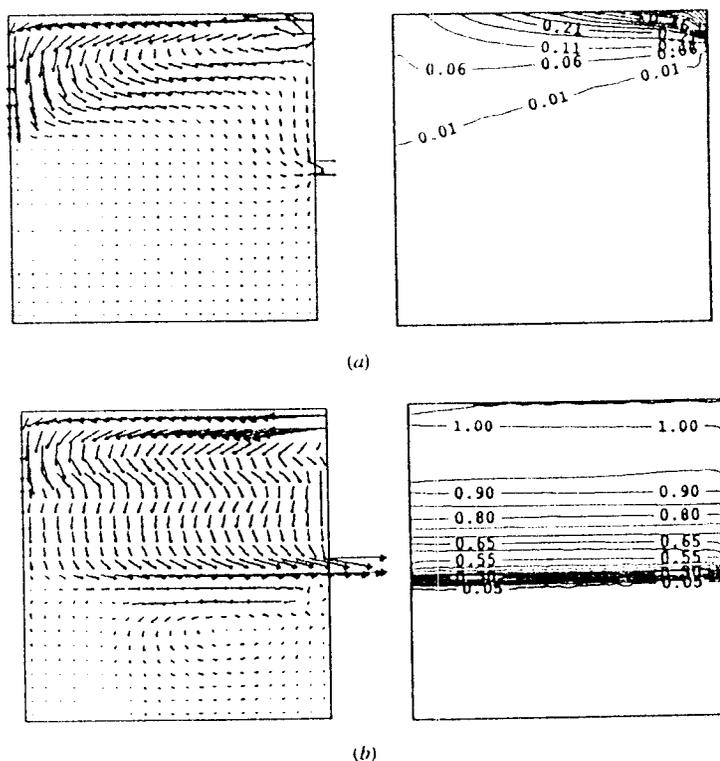
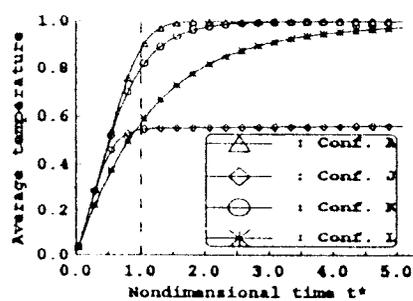


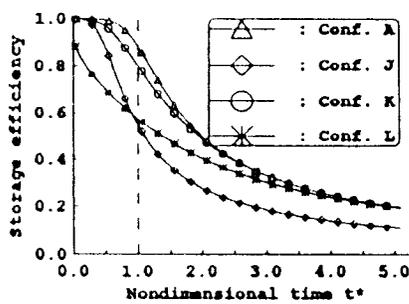
Figure 6. Transient velocity fields (left) and isothermal lines (right) in configuration J ($Ri = 760$): (a) $t^* = 3.63 \times 10^{-2}$ and (b) $t^* = 5.45 \times 10^{-1}$.

spread out in the tank through a recirculation from the wall to the axis. The higher isotherms move slowly from the layer near the wall to the remaining fluid. This recirculating fluid makes the outlet fluid temperature almost equivalent to the average temperature. At steady state the flow takes place almost near the wall between the inlet and the outlet ports.

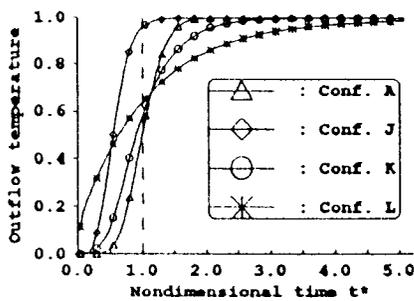
Average fluid temperature, outlet fluid temperature, and thermal storage efficiency. As seen in Figure 8, high storage efficiency is always associated with high average fluid temperature. On the other hand, for $t^* < 1$, high efficiency corresponds to a low outlet fluid temperature, except for configuration J,



(a)



(b)



(c)

Figure 8. (a) Transient average temperature, (b) transient thermal storage efficiency, and (c) transient outflow temperature for configurations A, J, K, and L.

in which the outlet fluid temperature increases rapidly because the flow bypasses the dead zone, in which the fluid stays relatively cold throughout the transient.

For configuration L the average fluid temperature and the outlet fluid temperature are almost identical. This results from mixing of the fluid. This situation leads to a low storage efficiency at the early stage of the transition (Figure 8*b*). Analysis of the flow structures in the different configurations shows that geometry A gives the optimum performance with respect to thermal stratification, and thermal storage efficiency.

In order to study the effect of Richardson number, we consider configuration A for the remainder of this section.

Richardson Number Effect

In order to study the effect of Ri , different values of this parameter are considered (i.e., $Ri = 0, 1, 10, 760$), while Re is kept constant. In Figures 9, 10, 11,

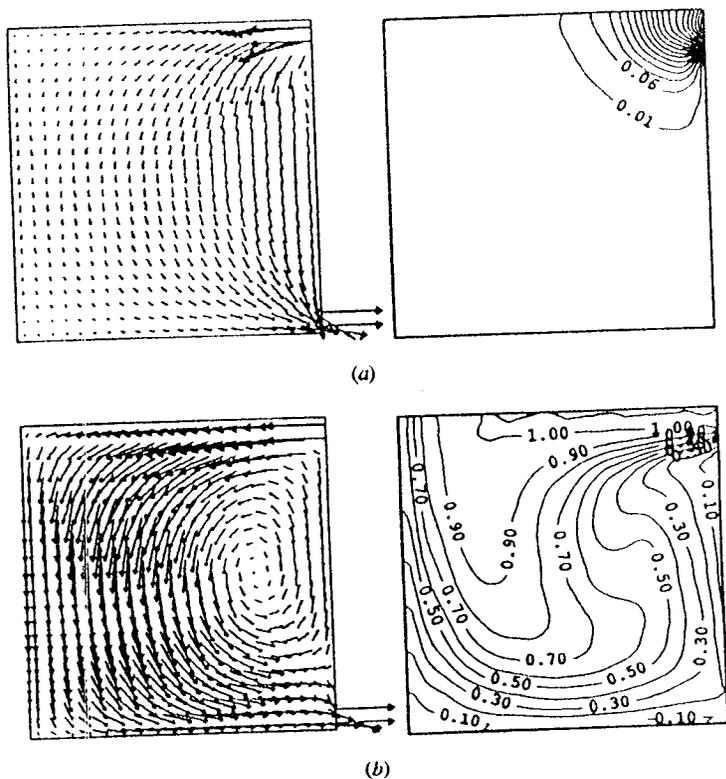


Figure 9. Transient velocity fields (left) and isothermal lines (right) in configuration A ($Ri = 0$): (a) $t^* = 3.63 \times 10^{-2}$ and (b) $t^* = 5.45 \times 10^{-1}$.

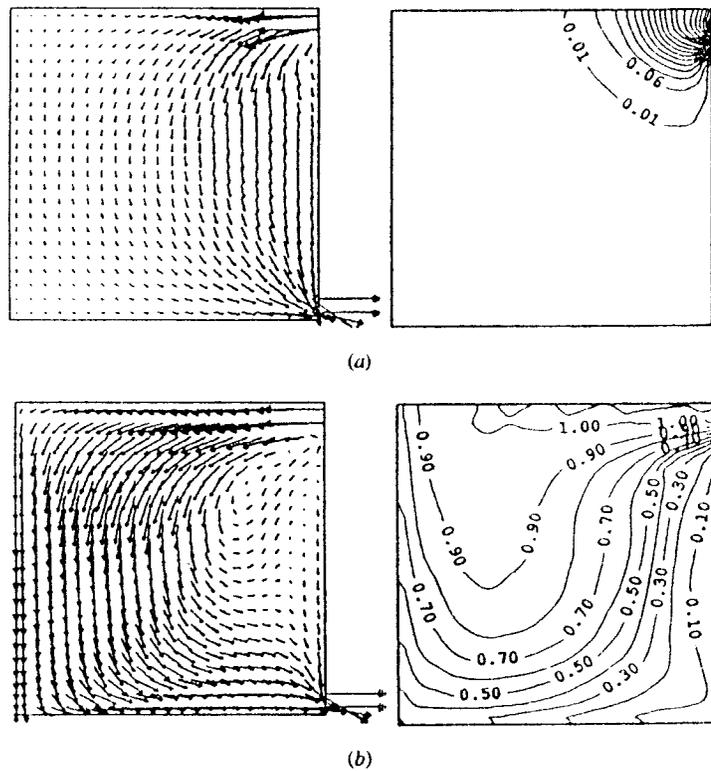
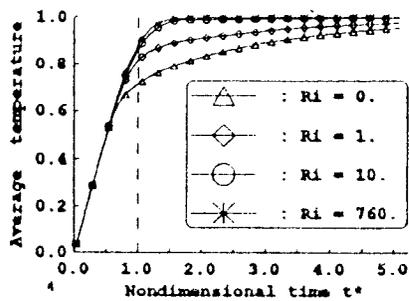


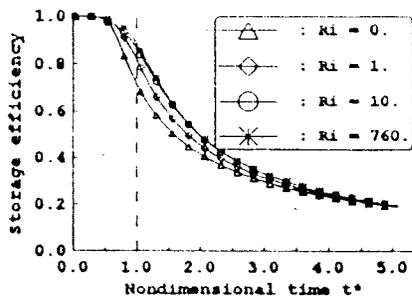
Figure 10. Transient velocity fields (left) and isothermal lines (right) in configuration A ($Ri = 1$): (a) $t^* = 3.63 \times 10^{-2}$ and (b) $t^* = 5.45 \times 10^{-1}$.

and 5 the isotherms for the different Ri show the following.

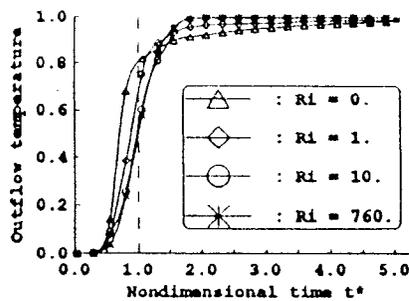
1. For $Ri \leq 1$ the higher temperature moves from the peripheral top surface toward the region near the axis of the tank at the early stage of the transient. Later, at the approach of steady state, the higher temperature invades the core of the fluid except for a thin peripheral zone between the inlet and the outlet port locations, where the temperature remains slightly lower (Figures 9 and 10).
2. For $Ri > 1$, thermal stratification appears at the early stages of the transient. With increasing Ri , thermal stratification becomes more evident. Later, the isotherms become horizontal lines (Figures 11 and 5) and concentrate at the bottom region. This indicates that the temperature in the tank tends to become uniform. As far as the flow structure is concerned the velocity fields are shown in Figures 9, 10, 11, and 5.
3. For $Ri \leq 1$ the flow structure is stable, and the inertia forces are dominant (Figures 9 and 10).



(a)



(b)



(c)

Figure 12. (a) Transient average temperature, (b) transient thermal energy storage efficiency, and (c) transient outflow temperature in configuration A for different values of Ri .

flow direction and inlet and outlet fluid port locations have been studied. Thermal performances are determined, and the most efficient configurations with respect to thermal storage efficiency are identified. It appears that the highest efficiency is obtained when hotter flow is discharged into the reservoir at the top and colder fluid is extracted from the bottom of the tank. As far as the Richardson number is concerned, higher storage performance is obtained with higher Richardson number.

REFERENCES

1. Z. Lavan and J. Thompson, Experimental Study of Thermal Stratified Hot Water Storage Tanks, *Solar Energy*, vol. 19, pp. 519-524, 1977.
2. S. K. Gupta and Y. Jaluria, An Experimental and Analytical Study of Thermal Stratification in an Enclosed Water Region due to Thermal Energy, *Energy Conversions Manage.*, vol. 22, pp. 63-70, 1982.
3. J. A. Duffie and W. A. Beckman, *Solar Engineering of Thermal Processes*, Wiley Interscience, New York, 1980.
4. W. F. Phillips and R. A. Pate, Mass and Energy Transfer in a Hot Liquid Energy System, in *Proceedings of American Section of the International Solar Energy Society*, pp. 17.6-17.10, Orlando, Florida, 1977.
5. S. T. Wu and S. M. Han, A Liquid Solar Energy Storage Tank Model: I, Formulation of a Mathematical Model, in *Modeling Simulation, Testing and Measurements for Solar Energy, The Winter Annual Meeting of ASME*, pp. 53-60, San Francisco, Calif., 1978.
6. A. M. C. Chan, P. S. Smereka, and D. Giusti, A Numerical Study of Transient Mixed Convection Flows in a Thermal Storage Tank. *ASME J. Heat Transfer*, vol. 105, pp. 246-253, 1983.
7. K. L. Guo and S. T. Wu, Numerical Study of Flow and Temperature Stratification in Liquid Thermal Storage Tank, *ASME J. Solar Energy Eng.*, vol. 107, pp. 15-20, 1985.
8. S. V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*, Hemisphere, Washington, D.C., 1980.
9. A. Bouhdjar, Convection Naturelle dans une Enceinte Rectangulaire Fermée, internal report, Centre de Développement des Energies Renouvelables, Bouzaréah, Algeria, Dec. 1991.
10. M. E. Newell and F. W. Schmidt, Heat Transfer by Laminar Natural Convection Within Rectangular Enclosures, *Trans. ASME J. Heat Transfer*, pp. 159-168, 1970.
11. N. C. Markatos and K. A. Pericleous, Laminar and Turbulent Natural Convection in an Enclosed Cavity, *Int. J. Heat Mass Transfer*, vol. 27, no. 5, pp. 755-772, 1984.
12. G. de Vahl Davis, Natural Convection of Air in a Square Cavity: A Benchmark Numerical Solution, *Int. J. Numer. Methods Fluids*, vol. 3, pp. 249-264, 1983.
13. S. K. Aggarwal and A. Manhapra, Use of heatlines for Unsteady Buoyancy-Driven Flow in a Cylindrical Enclosure, *ASME J. Heat Transfer*, vol. 111, pp. 576-578, 1989.
14. A. Benkhelifa, Etude Numérique de la Stratification Thermique dans une Cuve de Stockage Cylindrique, Thèse de Magister, Centre de Développement des Energies Renouvelables, Bouzaréah, Algeria, Dec. 1994.
15. A. Benkhelifa, A. Bouhdjar, and A. Harhad, Etude Numérique de la Convection Naturelle et Mixte dans une Cuve de Stockage Thermique, in *Conférence Maghrébine de Génie des Procédés*, pp. 714-717, Marrakesh, Morocco, 1994.
16. A. Harhad, A. Bouhdjar, and A. Benkhelifa, Etude Numérique de la Stratification Thermique dans une Cuve de Stockage Cylindrique, in *Journées Internationales sur les Transferts Héliothermiques*, pp. 404-412, Marrakesh, Morocco, 1995.



PERGAMON

Renewable Energy 25 (2002) 555–567

RENEWABLE
ENERGY

www.elsevier.nl/locate/renene

Numerical analysis of transient mixed convection flow in storage tank: influence of fluid properties and aspect ratios on stratification

A. Bouhdjar^{a,*}, A. Harhad^{1,b}

^a *Centre de Développement des Energies Renouvelables, B.P. 62 Route de l'Observatoire, Bouzareah 16340, Alger, Algeria*

^b *Institut de Mécanique, Université de Blida, B.P. 270 Route de Soumaa, Blida, Algeria*

Received 5 October 2000; accepted 13 March 2001

Abstract

Sensible heat storage in fluids generates thermal stratification. In order to improve thermodynamic system efficiency, stratification should be promoted much more. To this scope, this article presents a numerical study of transient mixed convection. The study investigates the use of different fluids as a heat storage medium in cylindrical cavities with different aspect ratios. The effect of the fluids is made through the variation of physical properties represented through the Prandtl number. The system consists of a cavity with fluid injection at the top and fluid discharge at the bottom. Transient, two-dimensional, mixed convection flows in a thermal storage tank have been studied using finite volume method. The governing equations are the conservation equations for laminar natural convection flow based on the Boussinesq approximation. Forced convection flow is superimposed through the use of appropriate boundary conditions (inflow and outflow conditions). The study considers three representative fluids i.e. Torada oil, ethylene glycol and water. It considers also cavities with aspect ratios varying from 3 to 1/3. Flow analysis is made through typical transient temperature distributions for the three fluids and for different configurations. The performances of thermal energy storage using these fluids are analyzed through the transient thermal storage efficiency. © 2001 Elsevier Science Ltd. All rights reserved.

* Corresponding author. Tel: +213-21-90-23-97/+213-21-9015-03; fax: +213-21-90-23-97/+213-21-90-15-60.

E-mail address: bouhdjar@hotmail.com (A. Bouhdjar).

¹ Present address: University of Missouri, Department of Mathematics and Statistics, 206 Haag Hall, 5100 Rockhill Road Kansas City, MO 64110-2499, USA

Nomenclature

C_p	specific heat of fluid (J/kg K)
g	gravitational acceleration (m/s^2)
Gr	Grashof number ($Gr = \rho^2 \beta g \Delta T H^3 / \mu^2$)
k	thermal conductivity coefficient (W/m K)
P	non-dimensional pressure
Pr	Prandtl number ($Pr = \mu C_p / k$)
Re	Reynolds number ($Re = \rho v_r H / \mu$)
Ri	Richardson number ($Ri = Gr / Re^2$)
T	non-dimensional temperature
t	non-dimensional time ($= t^+ v_r / H$)
u	non-dimensional velocity component in the r -direction
v	non-dimensional velocity component in the y -direction
x, y, r	independent non-dimensional variables
β	volumetric coefficient of fluid expansion
ΔT	temperature difference
μ	dynamic viscosity (kg.m/s)
ρ	fluid density (kg/m^3)

Subscripts

e	at the entrance of the tank
i	for an initial value
n int	pertaining to the inside neighboring nodal point
r	for a reference value
s	at the outlet of the tank

Superscripts

+	dimensional value
---	-------------------

1. Introduction

A rational use of energy means a conception of a system with an efficiency as high as possible. A properly designed thermal storage system may increase the overall system efficiency significantly. Therefore, it is important for the designers to pay more attention to the thermal performance of the storage device in system design.

Many studies about the performance of storage systems have been reported. Experimentally, these studies [1,2] have been carried out in outdoor conditions and under laboratory conditions. The performance of a thermal storage device is affected by a number of factors. The main ones are (a) its thermal capacitance; (b) operating tem-

perature range; (c) hot water inlet location on the tank; (d) inlet port diameter; (e) aspect ratio; (f) inlet–outlet temperature difference; (g) temperature stratification in the tank and the functioning parameters.

The authors of this paper developed a 2-D model [3–5] in order to consider the effect of certain physical and geometrical parameters (Richardson number, inlet and outlet positions,...) on the dynamic and thermal behaviors of the fluid in a cylindrical storage cavity with vertical axis. In order to simulate the charging regime, which consists of injecting hot fluid in the tank, we assumed that the tank has one inlet port and one outlet port. The result shows that the storage system is of a better performance when the inlet port is at the top and the outlet one is at the bottom and the performance is improved with higher Richardson number [6]. Moreover, the storage performance is sustained no matter the fluid injection direction in the tank and no matter the exit direction as long as both phenomena take place at the top and at the bottom respectively [5].

The previous work was done assuming water as working fluid. In the following, we study the influence of the use of other fluids on the storage system efficiency. Precisely, we compare the thermal behavior of water, ethylene glycol and Torada oil. The choice for these fluids was made on the basis of their large use in solar systems and they are representative of a wide range of Prandtl numbers. As far as the aspect ratio is concerned, it will take values of one third, half, one, two and three.

2. Numerical method

The physical model represents a cylindrical cavity with a ring-like inlet opening at the top and a similar opening at the bottom (Fig. 1). Assumptions are constant

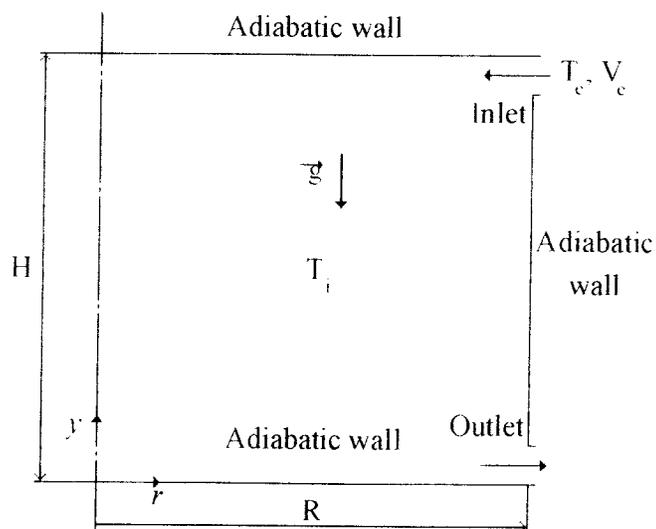


Fig. 1. Scheme of the cylindrical cavity studied.

properties except in the formulation for the buoyancy term in which Boussinesq approximations were made, negligible compressibility effects and viscous dissipation, Newtonian fluid, and laminar and two-dimensional flow.

The non-dimensional general form of the differential equation describing the flow is given by:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi) + \frac{1}{r^i} \frac{\partial}{\partial x}(r^i u \phi) + \frac{\partial}{\partial y}(v \phi) = \Gamma_\phi \left[\frac{1}{r^i} \frac{\partial}{\partial x} \left(r^i \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right] + S_\phi \quad (1)$$

This formulation is applicable for a two-dimensional Cartesian coordinate flow when $i=0$ and for an axisymmetric flow when $i=1$ and $x \equiv r$, where ϕ can be 1 , u , v or T according to the conservative governing equation considered and where Γ_ϕ and S_ϕ are the corresponding diffusion coefficient and source term respectively (Table 1).

The solution to the generated set of equations must satisfy the following conditions: At the solid wall:

$$u=v=0.; \frac{\partial T}{\partial n} = 0 \text{ (adiabatic wall)}$$

At the inlet:

$$u_e = -1.; v_e = 0.; T_e = 1.$$

At the outlet:

$$u_e = 1.; v_e = 0.; \frac{\partial T}{\partial n} = 0$$

for the axisymmetric conditions, we have

$$u=0, \frac{\partial v}{\partial r} = 0 \text{ at } r=0.$$

Table 1
Expressions for Γ_ϕ and S_ϕ in the case of mixed convection

Governing equation	ϕ	Γ_ϕ	Source term S_ϕ
Mass conservation	1	0	0
Momentum equation in x -direction	u	$\frac{1}{\text{Re}}$	$-\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{u}{r^2} \Gamma_\phi$
Momentum equation in y -direction	v	$\frac{1}{\text{Re}}$	$-\frac{\partial P}{\partial y} + T \text{Ri}$
Energy equation	T	$\frac{1}{\text{Re Pr}}$	0

For the initial conditions, $u=0$; $v_c=0$; $T_c=0$.

A finite volume method [7] is used to discretize the governing equations. The calculation domain is uniformly divided into small non-overlapping control volumes. A staggered grid is used such as the velocities lie on the faces of the control volumes whereas the pressures and the temperatures are located at the centers. A primitive variable formulation is used to solve the equations and a fully implicit time is employed. The power law scheme is used to discretize the convection and diffusion terms and the SIMPLE algorithm is used to solve the problem. The worked out computer program is validated with respect to the DeVahl Davis benchmark solution [8] and others [9,10].

The grid dependence has been investigated using different mesh sizes before settling to a mesh size of $1/22$ (24×24 cells), although the computer program was validated using mesh sizes identical to those used in the reference work.

As far as the time step is concerned, different values of Δt were considered. Slight variations of the calculated functions appear around $t=1$. However the effect of the time step size becomes negligible when $\Delta t < 0.2$ (the deviation of the average temperature appears on a small zone around $t=1$, and is, at most, equal to 1.4%).

The flow-through reservoir studied shows a pattern of a piston like type flow [3,10]. Once the flow is initiated, the system might approximate most practical system used mainly if there is some kind of symmetry in the configuration and the aspect ratio is greater than one. In case of an aspect ratio smaller than one, some dead zone might appear but it is gradually absorbed by induced effects.

Using water as working fluid and a tank of an aspect ratio equal to 1, it appears that the highest efficiency is obtained when hotter flow is injected in the reservoir at the top and the colder fluid is extracted from its bottom. For a more detailed presentation concerning this question, the reader is referred to the study in [3].

3. Results and discussion

Since the governing equations are written in non-dimensional form, the influence of the fluid properties is studied through the variation of the Prandtl number. The mixed convection flow is characterized by a fixed Richardson number equal to 300 based on the cavity height (H) and by a Reynolds number equal to 30. It is to recall that the considered fluids are water ($Pr=3.1$), ethylene glycol ($Pr=51$) and Torada oil ($Pr=204$). The considered aspect ratios (H/R) are of $1/3$, $1/2$, 1 , $1/0.5$ and $1/0.3$.

We define a transient thermal storage efficiency in term of the effective energy stored versus the total energy inflow as follows [10,11]:

$$\eta = \frac{\rho C_p Q t^* [T_c - T_s]}{\rho C_p Q t^* [T_c - T_i]} = \frac{[T_c - T_s]}{[T_c - T_i]} \quad (2)$$

where Q is the inflow volumetric rate and t^* , the time elapsed.

$$\eta(t^*) = [T_c - T_s] / [T_c - T_i] \quad (3)$$

In this expression the outlet temperature T_s is function of t^* , consequently the efficiency is represented with respect to the time characteristic $t^* (=Qt^*/V)$. This scale represents the time necessary to fully replace the fluid in the tank when flow occurs. The transient calculations were carried over enough time to lead the efficiency to an insignificant value. However, intermediate results are analyzed.

Doing an analysis through isotherms, we notice that ethylene glycol and torada oil behave identically for the different values of the considered aspect ratio throughout the transient (Fig. 2). Moreover, we find that, when $Pr \geq 33$, fluids present the same behavior.

In Fig. 3, we notice that fluids with low Prandtl numbers (such as the case of water with $Pr=3.1$) present an extended stratification. This becomes more evident when the aspect ratio is less than one in which stratification gets wider. Fluids having a high Prandtl number ($Pr > 33$) tend to have isotherms gathered around some intermediate zone. For this case, the flow presents a piston like move which causes the isotherm gathering.

Fig. 4 shows the storage efficiency computed according to Eq. (3). The study of these curves shows that they may be approximated by the following distribution function:

$$\eta = \frac{A_1 - A_2}{1 + \exp\left(\frac{(t^* - t_0^*)}{\Delta t}\right)} + A_2 \quad (4)$$

A_1 and A_2 are respectively the maximum and the minimum values that may be taken by η . t_0^* is the abscissa corresponding to the half amplitude of η between A_1 and A_2 . This point corresponds to the inflexion point.

Δt is, on the asymptotic line, the half width between the tangent to the curve and the vertical axis at the inflexion point. A close look at the different parameters i.e. A_1 , A_2 , t_0^* and Δt shows that, for our efficiency correlations, A_1 will have values near 1 and A_2 will have values near 0, due to the fact that the efficiency has to evolve from 1 to 0, no matter the fluid and the configuration used. Remains t_0^* and Δt that might distinguish curves representing the influence of different fluids and configurations.

An analysis of the different curves representing these parameters (Fig. 5) shows that t_0^* is much subordinated to the tank configuration i.e. to the aspect ratio.

For each configuration, a study of the evolution of the different parameters of the efficiency functions with respect to the Prandtl number gives up a correlation of the form:

$$N = N_0 + C_1 \exp\left(-\frac{Pr}{t_1}\right) + C_2 \exp\left(-\frac{Pr}{t_2}\right) \quad (5)$$

N stands for A_1 , A_2 , t_0^* or Δt and N_0 , C_1 , t_1 , C_2 and t_2 are constants which depend

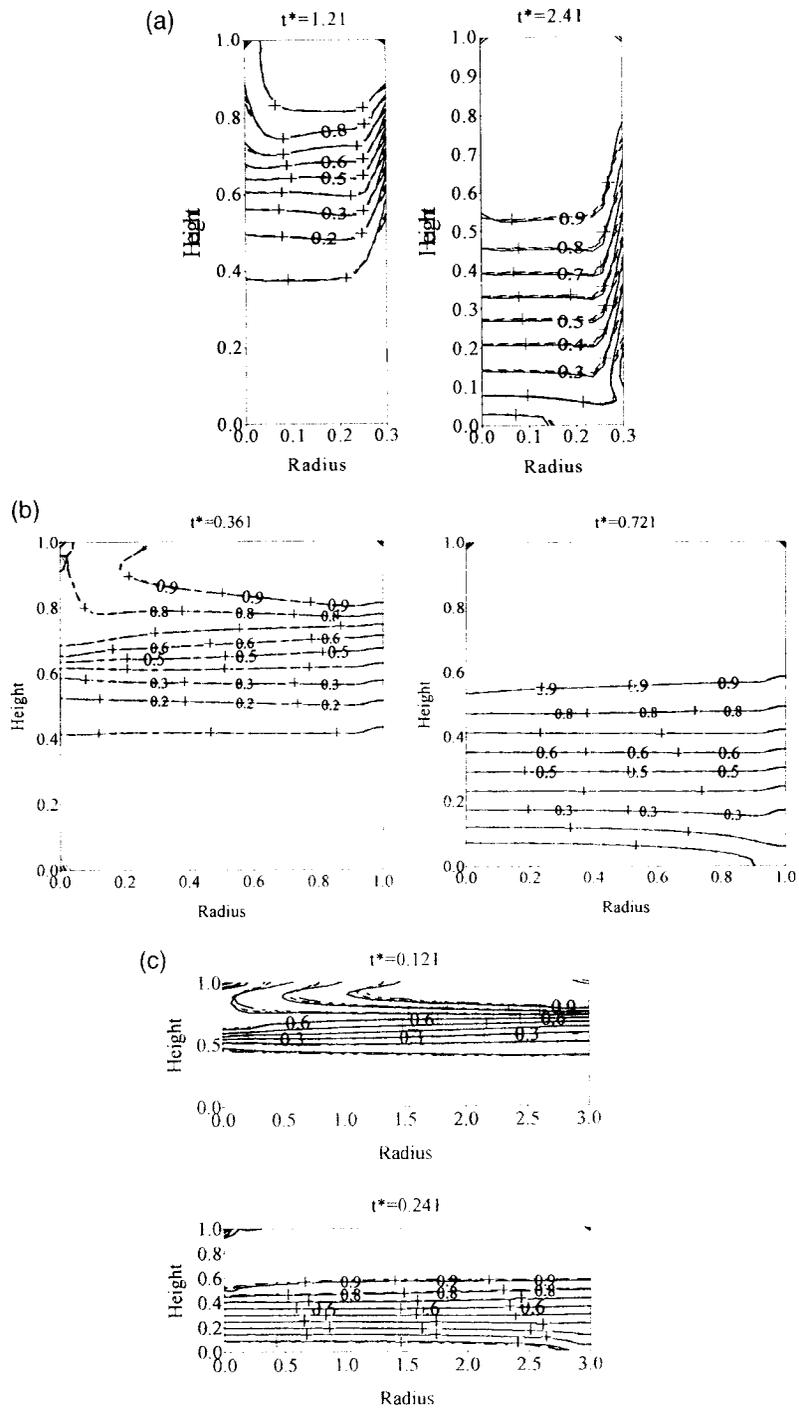


Fig. 2. Isotherms of fluids having $Pr=204$ (—), $Pr=51$ (- -) and $Pr=33$ (- · -) in various configurations.

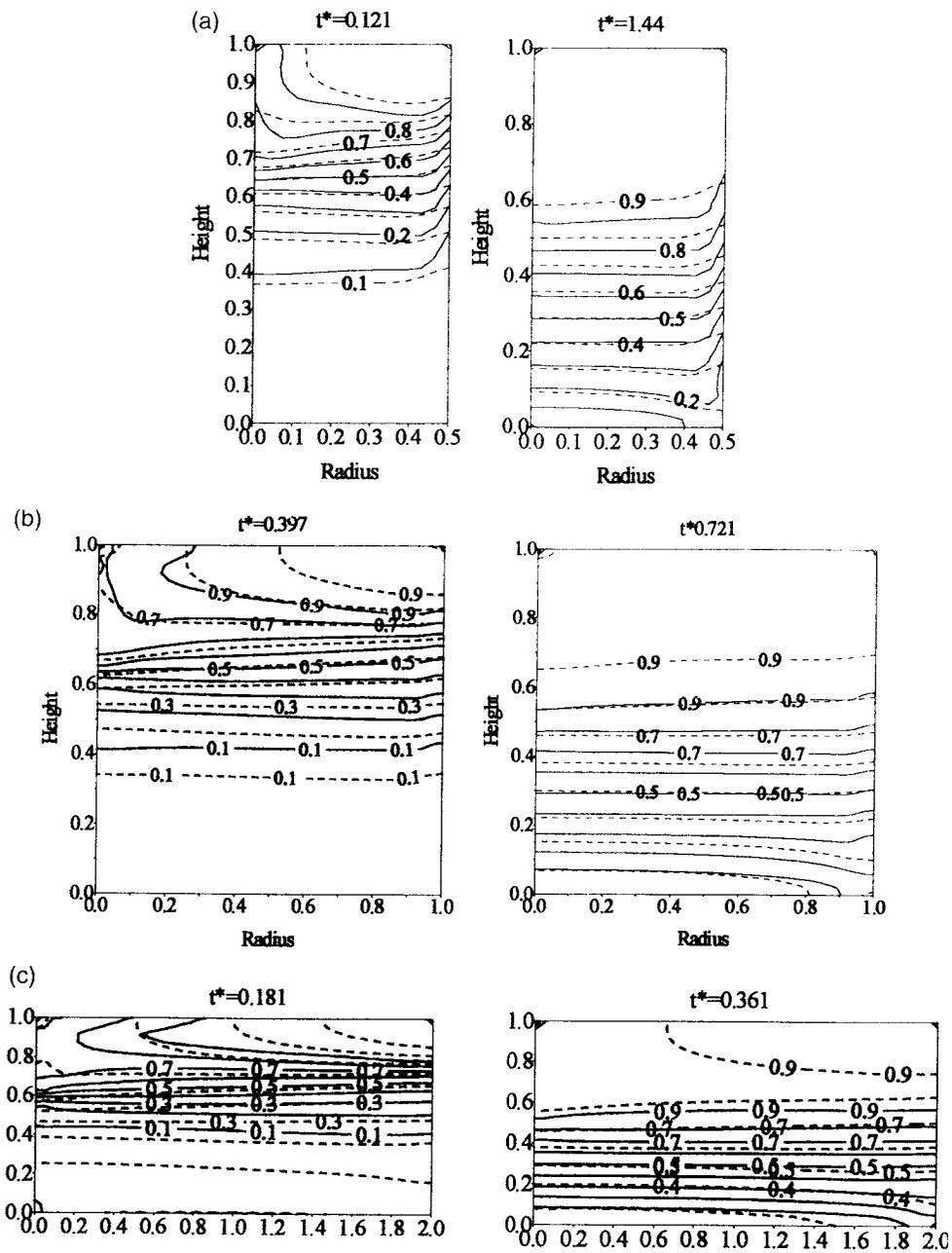


Fig. 3. Isotherms of fluids having $Pr=3.1$ (---) and $Pr=204$ (—) in various configurations.

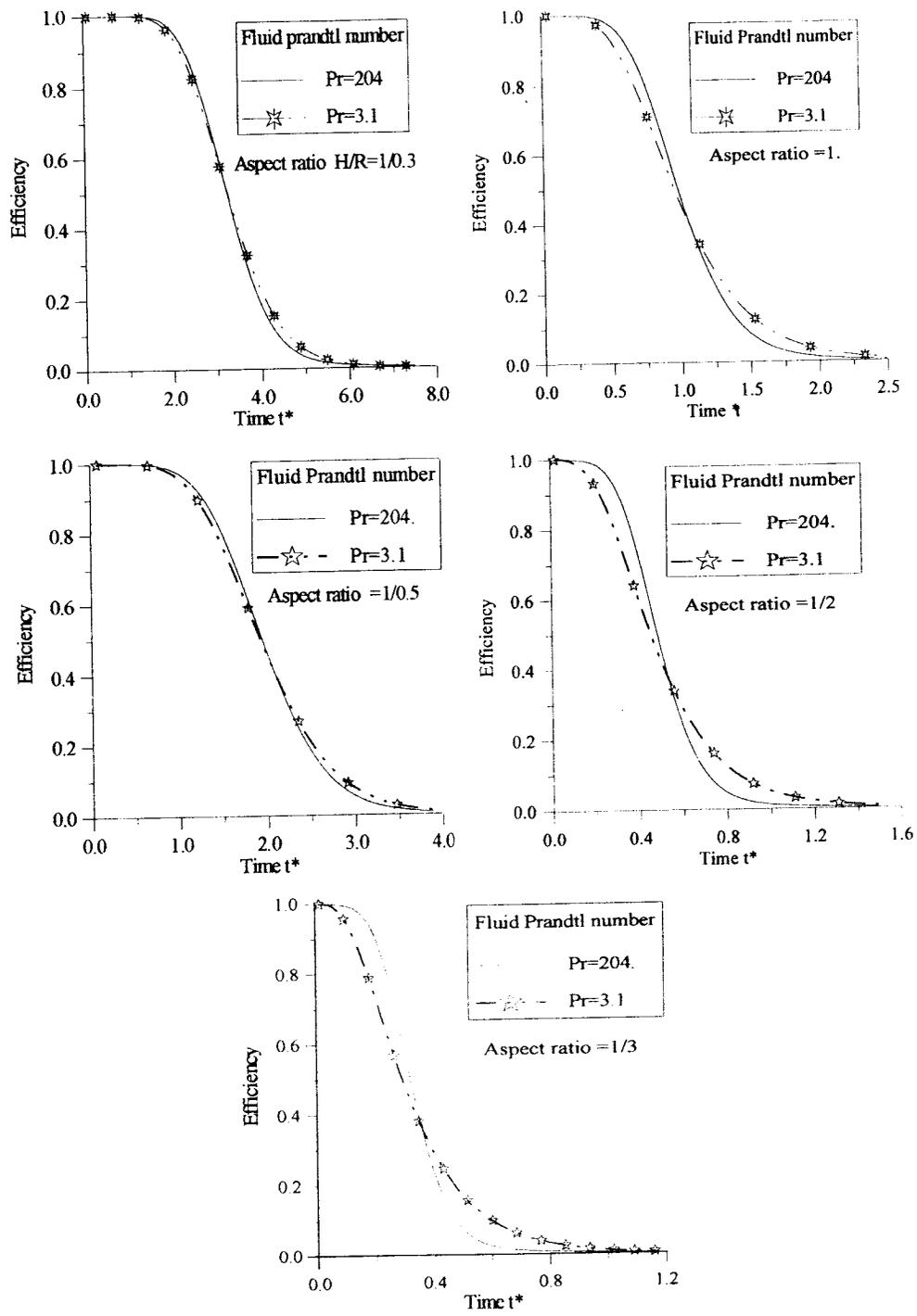


Fig. 4. Storage efficiency using different fluids for each configuration.

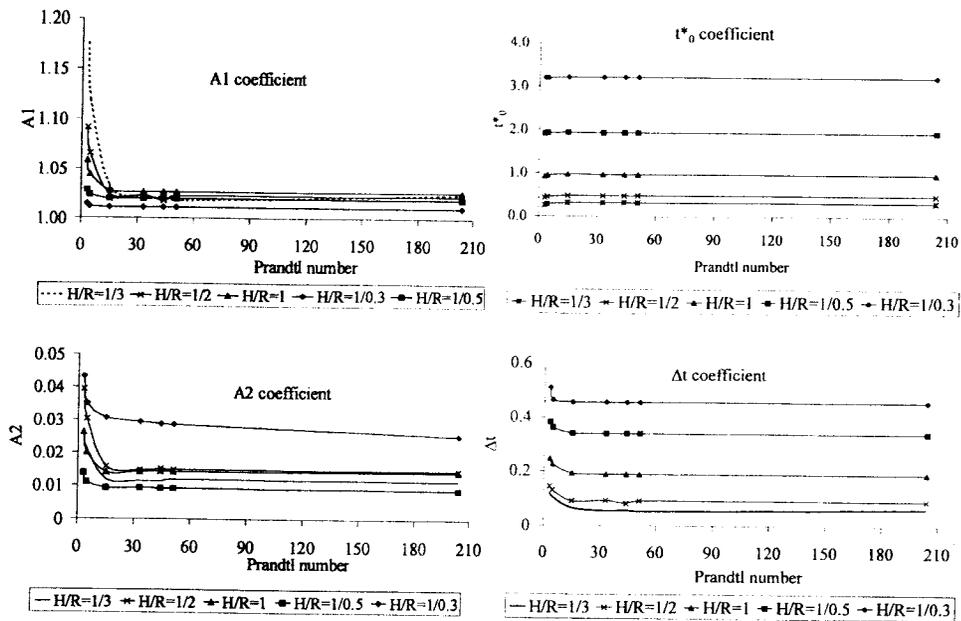


Fig. 5. Evolution of the different coefficients of the storage efficiency correlation with respect to the Prandtl number.

on the considered configuration. Although behaviors of fluids with $Pr > 33$ are identical, the study was extended to various values of Prandtl numbers in order to minimize errors in determining these constants.

From Fig. 5, representing A_1 , A_2 , t_0^* and Δt for each configuration, we generate the N_0 , C_1 , t_1 , C_2 and t_2 coefficients. This is given in Table 2. An analysis of these curves shows that, as asserted previously, fluids having $Pr > 33$, behave identically. Also plotting t_0^* with respect to the aspect ratio confirms the fact that this parameter is much more influenced by the tank configuration as cited previously (Fig. 6).

4. Conclusion

Behavior of fluids having a wide range of Prandtl numbers have been studied during energy storage in a cylindrical tank. Categories of these fluids have been characterized. Efficiency correlations have been deduced with respect to the Prandtl number for configurations which are of large use in system applications not only in solar energy utilization but also in energy saving fields such as waste heat recovery in industry. These efficiency correlations were validated through results of Eq. (1).

- [10] Chan AMC, Smereka PS, Giusti D. A Numerical study of transient mixed convection flows in a thermal storage tank. *ASME J Heat Transf* 1983;105:246–53.
- [11] Duffie A, Beckman WA. *Solar engineering of thermal processes*. New York: Wiley Interscience, 1980.

conditions and under laboratory conditions. The performance of a thermal storage device is affected by a number of factors. The main ones are a) its thermal capacitance; b) operating temperature range; c) hot water inlet location on the tank, b) inlet port diameter, c) aspect ratio, d) inlet-outlet temperature difference, e) temperature stratification in the tank and the functioning parameters.

The authors of this paper developed a 2-D model [3; 4; 5] in order to consider the effect of certain physical and geometrical parameters (Richardson number, inlet and outlet positions...) on the dynamic and thermal behaviors of the fluid in a cylindrical storage cavity with vertical axis. In order to simulate the charging regime, which consists of injecting hot fluid in the tank, we assumed that the tank has one inlet port and one outlet port. The result shows that the storage system is of a better performance when the inlet port is at the top and the outlet one is at the bottom and the performance is improved with higher Richardson number [6]. More over the storage performance is sustained no matter the fluid injection direction in the tank and no matter the exit direction as long as both phenomena take place at the top and at the bottom respectively [5].

The relatively good thermal properties of water and its low cost make it an ideal heat conveying and storing fluid. Other fluids were considered as a conveying and storage medium.

Precisely the simulation considered the thermal behavior of besides the water, the ethylene glycol and the torada oil. The choice for these fluids was made on the basis of their use in solar systems and they are representative of a wide range of Prandtl numbers.

A correlation for the storage efficiency was deduced with respect to the Pr number[5].

Behaviors of fluids having a wide range of Prandtl numbers were simulated during energy storage process. Categories of these fluids were characterized. Efficiency correlations were deduced with respect to the Pr numbers.

As far as the aspect ratio defined as (H/R) is concerned, it will take values of 1/5, 1 and 1/2.

The present study is concerned with the influence of the flow rate expressed through the Reynolds number on the storage efficiency in the different configurations considering water as medium.

2. NUMERICAL METHOD

The physical model represents a cylindrical cavity with a ring-like inlet opening at the top and a similar opening at the bottom (fig.1). Assumptions are constant properties except in the formulation for the buoyancy term in which Boussinesq approximations were made, negligible compressibility effects and

viscous dissipation, Newtonian fluid, and laminar and two-dimensional flow.

The non-dimensional general form of the differential equation describing the flow is given by:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi) + \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial x}(r'u\phi) + \frac{\partial}{\partial y}(v\phi) = \Gamma_{\phi} \left[\frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial x}(r' \frac{\partial \phi}{\partial x}) + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} \right] + S_{\phi}$$

This formulation is applicable for a two-dimensional Cartesian coordinate flow when $i = 0$ and for an axisymmetric flow when $i = 1$ and $x \equiv r$, where ϕ stands for 1, u , v or T according to the conservative governing equation considered and where Γ_{ϕ} and S_{ϕ} are the corresponding diffusion coefficient and source term respectively (Table 1).

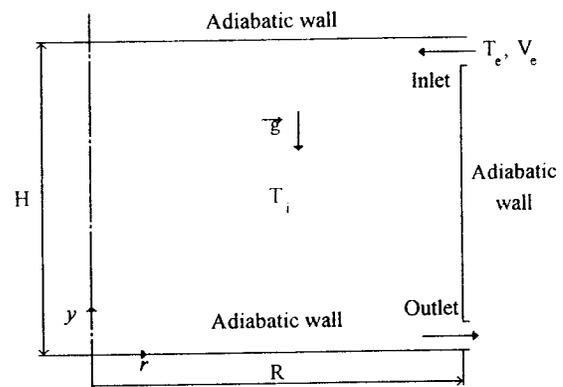


Fig.1 scheme of the studied cylindrical cavity

The solution to the generated set of equations must satisfy the following conditions:

At the solid wall

$$u=v=0. ; \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_w = 0 \text{ (adiabatic wall)}$$

At the inlet: $u_e=-1.;$ $v_e=0.;$ $T_e=1.$

At the outlet : $u_o=1.;$ $v_o=0.;$ $\frac{\partial T}{\partial n} = 0$

for the axisymmetric conditions, we have

$$u = 0, \frac{\partial v}{\partial r} = 0, \frac{\partial T}{\partial r} = 0 \text{ at } r=0.$$

For the initial conditions, $u=0.;$ $v=0.;$ $T_i=0.$

A finite volume method [8] is used to discretize the governing equations. The calculation domain is uniformly divided into small non-overlapping control volumes. A staggered grid is used such as the velocities lie on the faces of the control volumes whereas the pressures and the temperatures are located at the centers.

A primitive variable formulation is used to solve the equations and a fully implicit time is employed. The power law scheme is used to discretize the convection and diffusion terms and the SIMPLE algorithm is used to solve the problem.

The worked out computer program is validated with respect to the DeVahl Davis benchmark solution [9] and others [10;11]

The grid dependence has been investigated using different mesh sizes before settling to a mesh size of 1/22 (24x24 cells), although the computer program was validated using mesh sizes identical to those used in the reference work.

As far as the time step is concerned, different values of Δt were considered. Slight variations of the calculated functions appear around $t=1$. However the effect of the time step size becomes negligible when $\Delta t < 0.2$ (the deviation of the average temperature appears on a small zone around $t=1$. and is, at most, equal to 1.4%).

Since we consider the influence of the mass flow rate through the variation of the Reynolds number, a test was made as far as the flowing regime is concerned. In this case, we took $Re=2.3 \times 10^{-4}$.

The simulation is made until the steady state is reached then we analyzed the evolution of the velocity components. It appears that, once the steady state is gotten, both components became constant confirming the assumption of laminar flow.

Governing equation	ϕ	Γ_ϕ	Source term S_ϕ
Mass conservation	1	0	0
Momentum equation in x-direction	u	1/Re	$-\frac{\partial P}{\partial x} - i \frac{u}{r^2} \Gamma_\phi$
Momentum equation in y-direction	v	1/Re	$-\frac{\partial P}{\partial y} + T Ri$
Energy equation	T	1/RePr	0

Table 1

3. RESULTATS AND DISCUSSION

Since the governing equations are written in non dimensional form, the influence of the fluid properties and the flow rate are studied through the Prandtl number and the variation of the Reynolds number. The different configurations are obtained by allowing the variation of the radius from 0.5 to 2. In the present study, the mixed convection is characterized by a fixed Richardson number equal to 10 based on the cavity height. Prandtl number for water is 3.01.

3.1 Velocity fields

Figure 2 shows the flow development in a cavity with an aspect ratio of 1/0.5. The first case considers $Re=200$. As it can be seen the flow tends to diffuse gradually in the tank fluid. The penetration depth is small so the flow will move downward by spreading. In the case, mass diffusion plays an important part in storing energy. This is confirmed by figure 5 in which the temperature of the fluid increases gradually generating stratification in the fluid.

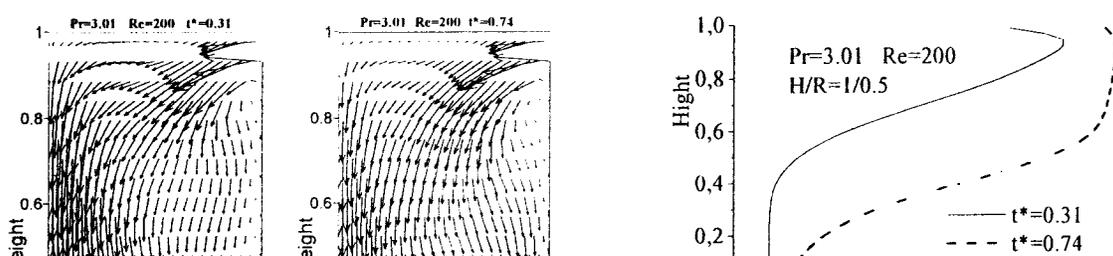
The second case of figure 2 considers $Re=1000$. The buoyancy forces play a larger role since the flow tends to move along the top wall then it is forced to move back and downward leaving behind a large proportion of the fluid slightly disturbed. As it is seen on figure 6, stratification is well established on the upper portion of the cavity leaving the other part almost at the initial temperature.

Figure 3 shows the development of flow in a square cavity. In the case of $Re=200$, a vortex is generated near the entrance and denoting the effect of the buoyancy forces. The flow slips along the tops wall then moves toward the exit but later with the weakening of the buoyancy forces the flow spreads almost all over, generating a less extended stratification (fig.6). In the case of a high Re then high Gr , a reversed U pattern appears as the fluid moves along the top wall then comes back leading to the exit. A more extended stratification takes place in the zone touched by the flow (fig.7).

Figure 4 shows fluid flow in a cavity of an aspect ratio of 1/2. At the beginning, the fluid moves along the top wall then descend along the axis before coming back to the bulk fluid. Later on a reversed U is formed with a bit of disturbance in the lower zone. Most lower part of the fluid is kept at the initial temperature and little stratification above. Later the mixing zone at the entrance expand, stratification gets wider covering the whole cavity (fig.8). In the case of high Re , at the beginning, the flow seems to slip along the wall and splitting and moving gradually downward (fig.4). Near the axis, it generates vortices. At later time a reversed U is formed bringing the vortex near the entrance and this leaves the bottom zone outside the heat transfer. This situation leads to the creation an upper zone with stratification at mid height and a lower zone with a temperature varying slightly a layer after the other (fig.9).

3.2 Thermal storage efficiency

The transient thermal storage efficiency (η) of an energy storing device can defined in terms of the effective energy stored versus the maximum possible heat capacity of the water in the tank at a given time.



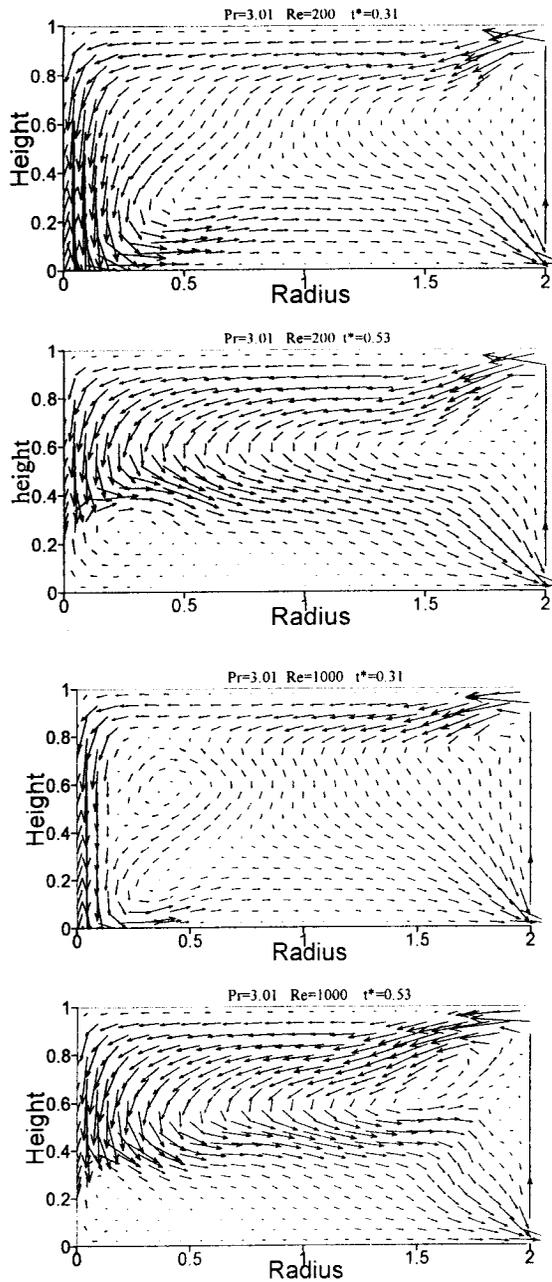


Fig.4 Transient flow development for a (1/2) configuration (C) at different Re

However since we are looking into storing phenomenon under different operation conditions, we will define the storage efficiency in terms of the real available energy at the entrance versus the maximum available energy. Mathematically, this is given by:

$$\eta = \frac{\rho C_p Q t^+ [T_e - T_s]}{\rho C_p Q t^+ [T_e - T_i]} = \frac{[T_e - T_s]}{[T_e - T_i]}$$

where Q is the inflow volumetric rate and t^+ , the time elapsed.

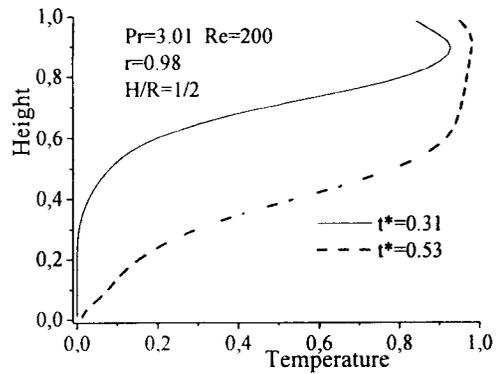


Fig.9 Vertical Temperature profile for (C1) at mid distance from the axis in different times

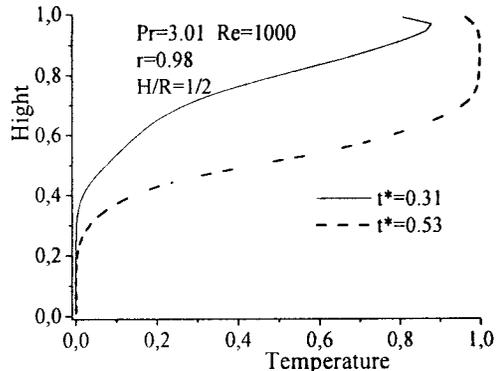
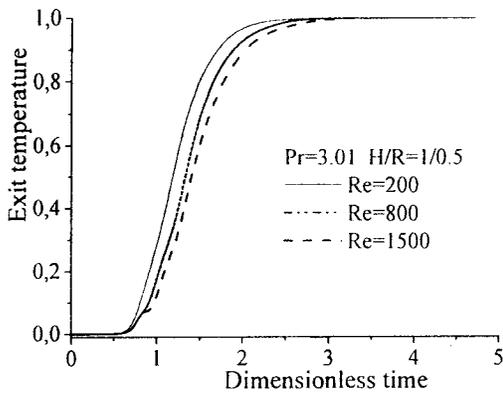
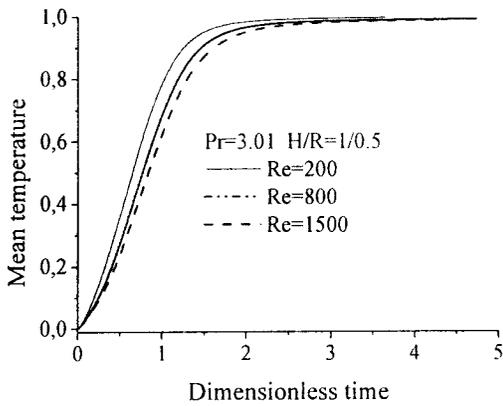


Fig.10 Vertical Temperature profile for (C2) at mid distance from the axis in different times

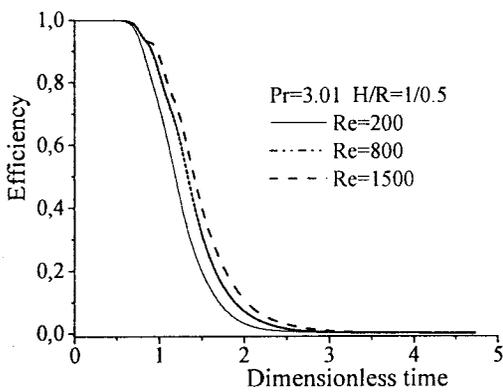
In this expression the outlet temperature T_s is function of t^+ , consequently the efficiency is represented with respect to the time characteristic t^* ($=Q t^+/V$). This scale represents the necessary time to fully replace the fluid in the tank when flow occurs. The transient calculations were carried over enough time to lead the efficiency to an insignificant value. However, intermediate results are analyzed. This formulation seems more suitable; it is expressed in terms of parameters that have an impact on the system in which the storing device is incorporated. In order to understand the phenomena taking place with the variation of the Re number, the average temperature, the exit temperature and the efficiency are plotted for each configuration in figs.10, 11 and 12. It should be noted that the higher the exit temperature is, the lower the average temperature in the tank will be. This situation occurs with high flow rate. This generates less energy stored. The efficiency as defined previously is improved with high flow rate. A low flow rate will generate a piston like flow resulting in a much extended stratification and consequently a better performance in storing energy. In this case higher performance in storing means early higher outlet temperature.



(a)



(b)

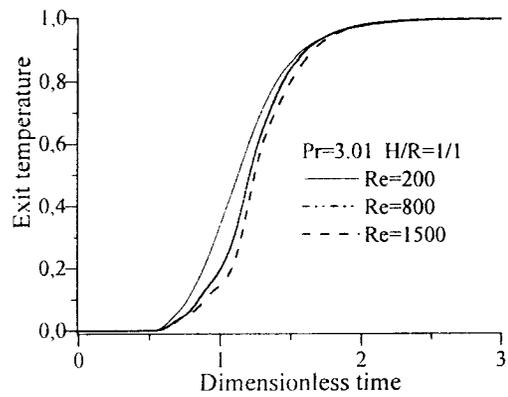


(c)

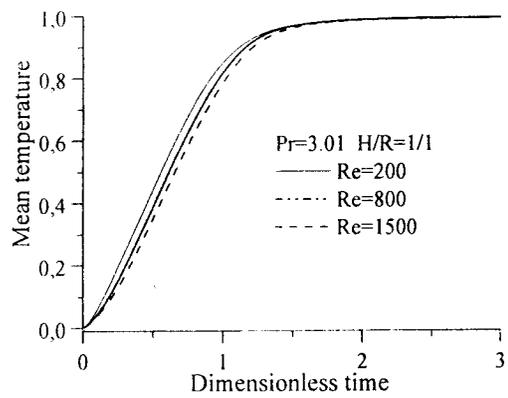
Fig.11 Exit temperature (a), average temperature (b) and efficiency (c) of the flow in cavity of (1/0.5) aspect ratio

The study of the efficiency curves representing the previously defined formulation shows that they can be approximated by the following distribution function:

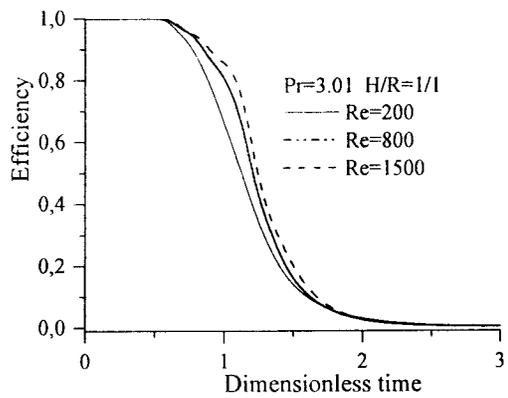
$$\eta = \frac{A_1 - A_2}{1 + \exp\left(\frac{t^* - t_0^*}{\Delta t}\right)} + A_2$$



(a)



(b)



(c)

Fig.12 Exit temperature(a), average temperature(b) and efficiency (c) of the flow in cavity of (1/1) aspect ratio

A_1 and A_2 are respectively the maximum and the minimum values that may be taken by η . t_0^* is the abscissa corresponding to the half amplitude of η between A_1 and A_2 . This point corresponds to the inflexion point. Δt is, on the asymptotic line, the half width between the tangent to the curve and the vertical axis at the inflexion point.

4. CONCLUSION

Transient two dimensional flow and heat transfer characteristics in cylindrical cavity have been examined numerically. Water as the most common storage medium and the easiest one to handle was considered. Different aspect ratios for the cavity were chosen. Emphasis was made on flow rate and cavity aspect ratio. Thermal energy storage has been simulated under the influence of, particularly, cavity configuration and mass flow rate. A global efficiency has been defined. A wide range of Re number was considered ($200 < Re < 10^4$). High degree of stratification might be achieved in short dimensionless time at low flow rate and as a consequence an early high exit temperature. With high flow rate, low exit temperature is generated with less energy stored due to the presence of a zone left aside by the flow. Efficiency correlations have been deduced with respect to the Re number for configurations widely used. However the optimum choice of a storage tank configuration depends on the system operations in which the device is incorporated.

REFERENCES

1. Z. Lavan and J. Thompson, Experimental study of thermal stratified hot water storage tanks. *Solar Energy*, 19, 519-524, (1977).
2. S.K. Gupta and Y. Jaluria, An experimental and analytical study of thermal stratification in an enclosed water region due to thermal energy. *Energy Convers. Mgmt*, 22, 63-70, (1982)
3. A. Bouhdjar, A. Benkhelifa and A. Harhad, Numerical Study of Transient Mixed Convection in a Cylindrical Cavity, *Numerical Heat Transfer, an International Journal of Computation and Methodology* 31, 3, 305-324, (1997).
4. A. Benkhelifa, A. Bouhdjar et A. Harhad, Etude numérique de la convection naturelle et mixte dans une cuve de stockage thermique. *Conférence Maghrébine de Génie des Procédés*, 714-717, Marrakech, Maroc (1994).
5. A. Bouhdjar, and A. Harhad, Numerical analysis of transient mixed convection in a storage tank: influence of fluid properties and aspect ratios on stratification, *In Renewable Energy an international journal Pergamon Press* V 25 N°4 Dec 2001 pp555-568
6. A. Harhad, A. Bouhdjar et A. Benkhelifa, Etude numérique de la stratification thermique dans une cuve de stockage cylindrique. *Journées Internationales sur les Transferts Héliothermiques (J.I.T.H)*, 404-412, Marrakech, Maroc (1995).
7. A. Benkhelifa, A. Bouhdjar et A. Harhad, Effet de la direction de l'écoulement sur les performances de stockage thermique dans une cuve cylindrique. *2ème Rencontre Maghrébine sur la Mécanique*, 200-205, Université de Constantine, Algérie. (1995).
8. S.V. Patankar, *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. Hemisphere, Washington, D. C., U.S.A. (1980).
9. G. DeVahl Davis, Natural convection of air in a square cavity: a benchmark numerical solution. *Int. J. Num. Methods Fluids* 3, 249-264, (1983).
10. S.K. Aggarwal, and A. Manhapra, Use of heatlines for unsteady buoyancy-driven flow in a cylindrical enclosure. *ASME Journal of Heat Transfer* 111, 576-578 (1989).
11. A.M.C. Chan, P.S. Smereka and D. Giusti, A Numerical study of transient mixed convection flows in a thermal storage tank. *ASME Journal of Heat Transfer* 105, 246-253 (1983).
12. K.L. Guo and S. T. Wu, Numerical study of flow and temperature stratification in liquid thermal storage tank. *ASME Journal of Solar Energy Engineering* 107, 15-20 (1985).