

DOC/530.44-03/04

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ ABOU-BEKR BELKAID – TLEMCCEN
FACULTÉ DES SCIENCES – DÉPARTEMENT DE PHYSIQUE
LABORATOIRE DE PHYSIQUE THÉORIQUE

THESE

Inscrit Sous le N°:
Date le: 02/11/2009
Code: 3844

Présentée pour obtenir le grade de

DOCTEUR ES-SCIENCES

Option : Physique des Plasmas

Par

ZEYNEB BEDRANE EPOUSE TABET

Sur le thème :



Polarisation des raies X émises par des ions fortement chargés : un outil de diagnostic de la distribution angulaire des électrons dans les plasmas chauds

Soutenue en Mai 2009 devant le jury d'examen :

Mammar Bouamoud	Prof. (U Tlemcen)	Président du Jury
Mokhtar Inal	Prof. (U Tlemcen)	Directeur de Thèse
Ahmad Belasri	Prof. (UST-MB Oran)	Examineur
Djamel Benredjem	Prof. (U Paris-Sud)	Examineur
Bachir Liani	Prof. (U Tlemcen)	Examineur
Tewfik Baba-Hamed	M.C. (UST-MB Oran)	Examineur



Table des matières

1	Introduction	5
2	Aspect théorique de la spectroscopie X	11
2.1	Processus atomiques intervenant dans les plasmas	12
2.1.1	Excitation et déexcitation collisionnelle	12
2.1.2	Déexcitation radiative	13
2.2	Equilibre d'ionisation	13
2.2.1	Limite haute densité	14
2.2.2	Limite basse-densité (modèle coronal)	15
2.2.3	Modèle collisionnel-radiatif	16
2.3	Structure atomique des ions multichargés	18

4	Polarisation linéaire et distribution angulaire du rayonnement multipolaire	51
4.1	Détermination expérimentale du degré de polarisation	52
4.1.1	Principe de fonctionnement d'un cristal de <i>Bragg</i> comme polarimètre	52
4.2	Expression du degré de polarisation linéaire	54
4.2.1	Matrice densité au 1 ^{er} ordre de la théorie de perturbation	54
4.2.2	Degré de polarisation des raies associées à des transitions dipolaires	63
4.2.3	Degré de polarisation des raies associées à des transitions quadripolaires	64
4.3	Distribution angulaire de l'intensité d'une raie spectrale	65
5	Diagnostic en densité - Rapport d'intensité R	75
5.1	Expression du rapport d'intensité R	75
5.2	Méthode de calcul des forces de collision	80
5.3	Données atomiques	81
5.3.1	Probabilités de transition radiative	81
5.3.2	Forces de collision	82
5.3.3	Coefficients de taux d'excitation	89
5.4	Résultats numériques et discussion	98
5.4.1	Polarisation linéaire de raies	98
5.4.2	Distribution angulaire d'intensité	102
5.4.3	Rapport d'intensité de raies	103
6	Conclusions	111

Remerciements

Ce travail à été réalisé au sein du Laboratoire de Physique Théorique de l'Université de Tlemcen sous la direction du Professeur Mokhtar K. INAL. Je tiens à lui adresser mes remerciements les plus sincères pour l'honneur qu'il m'a fait en me confiant ce travail. Il a constamment su stimuler le goût du travail continu, acharné, et des choses bien faites. Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de mon profond respect et de ma reconnaissance.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur Mammam BOUAMOUD pour m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette thèse.

Je suis très sensible à l'honneur que m'a fait Monsieur Djamel BENREDJEM, Professeur à l'Université Paris-Sud, pour son déplacement et pour avoir accepté de juger ce travail. Je le prie de croire à mon respectueux attachement.

Il m'est agréable de remercier Messieurs Tewfik BABA-HAMED, Maître de Conférences et Ahmed BELASRI, Professeur à l'Université ST-MB d'Oran ainsi que Monsieur le Professeur Bachir LIANI de l'Université de Tlemcen d'avoir acceptés de se joindre à ce jury de thèse et d'examiner ce travail.

Je tiens à remercier également toutes les personnes dont l'aide et l'enthousiasme ont permis l'avancement de ce travail, en particulier : Monsieur le Professeur Tewfik Bouchaour et Monsieur le Docteur Amazigh DIB pour leur amabilité et leurs conseils toujours avisés.

Au moment de soutenir ma thèse c'est avec beaucoup d'émotion que je remercie mon frangin Docteur Rachid BEDRANE, Médecin Inspecteur à la Direction de Santé de Tlemcen, pour son appui et son soutien moral sans faille qu'il n'a cessé de me prodiguer. Qu'il veuille bien trouver ici l'expression de mon entier dévouement et ma profonde gratitude.

Zeyneb BEDRANE épouse TABET

Résumé

Nous avons investigué théoriquement comment la présence, dans un plasma chaud, d'une petite fraction d'électrons énergétiques peut influencer le diagnostic en densité des électrons du plasma. Ce diagnostic est basé sur le rapport d'intensité R de la raie interdite, z ($1s2s^3S_1 \rightarrow 1s^2^1S_0$) aux intensités des raies d'intercombinaison x et y ($1s2p^3P_{2,1} \rightarrow 1s^2^1S_0$) émises par des ions de la séquence iso-électronique de l'hélium. Dans ce travail nous avons effectué des calculs élaborés du rapport d'intensité R pour les ions héliumoïdes du néon Ne^{8+} pour une large gamme des densités électroniques variant de 10^9 à 10^{13} cm^{-3} en utilisant le modèle collisionnel-radiatif qui inclut, à la fois, la composante isotrope Maxwellienne et celle des électrons directifs. Dans ces calculs, la polarisation ainsi que la distribution angulaire anisotrope des raies d'émission sont prises en considération. La dépendance en densité du rapport d'intensité R a été calculée pour plusieurs valeurs de la température de la composante Maxwellienne dans le domaine $2 - 5 \times 10^6 \text{ K}$ et aussi pour différentes énergies et fractions d'électrons monoénergétiques dans le domaine $0.95 - 4 \text{ keV}$ et $0 - 10\%$, respectivement. Les calculs ont également été effectués pour différents angles d'émission par rapport à la direction du faisceau d'électrons entre 0° et 90° .

Tous les niveaux issus des configurations $1s^2$, $1s2l$, $1s3l$ et $1s4l$ ont été inclus dans le système d'équations collisionnelles-radiatives permettant de calculer les populations relatives des sous-niveaux magnétiques M_J qui nous intéressent. Les forces de collision dues d'une part aux électrons directifs et d'autre part aux électrons isotropes ont été calculées dans l'approche semi-relativiste par les codes complémentaires DISTWAV d'*Eissner* et *Seaton* [1] et JAJOM de *Saraph* [2]. Nos résultats montrent que, pour les basses températures électroniques et des énergies des électrons directifs pas assez grandes, l'anisotropie de la distribution angulaire des intensités de raies a un effet appréciable sur le rapport d'intensité R . La densité électronique déduite à partir du rapport d'intensité R sans inclure l'effet des électrons directifs peut être significativement surestimer ou sous-estimer en fonction de l'angle d'émission des raies par rapport à la direction du faisceau d'électrons.

Chapitre 1

Introduction

Souvent appelé le quatrième état de la matière, le plasma se rencontre en quantité abondante, en fait bien plus abondante que n'importe quel autre état de la matière, dans la nature que se soit dans les étoiles, la magnétosphère ou autre environnement planétaire. Il peut être créé par divers moyens en laboratoire. Les principales méthodes de diagnostic des plasmas chauds sont des méthodes faisant appel au rayonnement électromagnétique émis par ces plasmas. L'analyse spectroscopique du rayonnement sur l'ensemble du spectre électromagnétique est interprétée au moyen de modèles théoriques qui expliquent les mécanismes de production et d'émission du rayonnement. L'étude de ce rayonnement permet de déterminer la nature des ions, leurs répartitions et leurs niveaux d'énergie. En outre, les intensités relatives de certaines raies émises par les ions du plasma fournissent de précieux renseignements sur les conditions physiques qui règnent dans le plasma à savoir la densité et la température électronique, la présence d'électrons non-thermiques. Ces méthodes spectroscopiques ont été appliquées comme outil efficace de diagnostic des plasmas aussi bien astrophysiques que ceux produits en laboratoires à des fins de fusions par confinement magnétiques ou inertiel et également dans la réalisation des lasers X [3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10].

Les ions hautement chargés de la séquence iso-électronique de l'hélium sont généralement parmi les plus abondants dans les plasmas chauds à travers un large domaine de température du fait de leur structure électronique en couche fermée ($1s^2$) qui les rend difficilement ionisables. Les raies émises par de tels ions lors des transitions $1s2l \rightarrow 1s^2$ ($l=0,1$) apparaissent

parmi les plus intenses dans les spectres des plasmas chauds existant dans l'univers ou produits dans les laboratoires. Ces raies sont souvent utilisées pour les diagnostics de tels plasmas et, lorsqu'elles sont produites par des processus collisionnels, elles servent d'indicateurs fiables de température et de densité pour les électrons libres présents dans les plasmas. Elle peuvent également servir à déterminer l'équilibre d'ionisation des plasmas à travers le rapport d'abondance des états de charge héliumoïde et lithiuoïde d'un élément atomique.

En 1969 *Gabriel et Jordan* [3] furent les premiers à proposer la déduction de la densité électronique du plasma en mesurant les intensités relatives de raies appropriées émises par les ions héliumoïdes. Plus précisément, il s'agit de mesurer le rapport de l'intensité de la raie interdite, z ($1s2s\ ^3S_1 \rightarrow 1s^2\ ^1S_0$) aux intensités des raies d'intercombinaison x et y ($1s2p\ ^3P_{2,1} \rightarrow 1s^2\ ^1S_0$). Ce rapport, dénommé R , est fortement sensible aux variations de la densité des électrons du plasma, il décroît quand la densité électronique n_e augmente à partir d'une certaine valeur critique spécifique à l'ion émetteur. Cette décroissance de R est due à l'excitation collisionnelle des niveaux $1s2p\ ^3P$ à partir du niveau métastable $1s2s\ ^3S_1$ qui est le premier niveau excité de tout ion héliumoïde. Ainsi, l'intensité de la raie z se trouve diminuée au profit des intensités des raies x et y lorsque n_e augmente.

La dérivation par *Gabriel et Jordan* de la relation entre le rapport $R = z/(x + y)$ et la densité électronique n_e a, plus tard, fait l'objet de nombreux raffinements par plusieurs auteurs [11, 12, 13, 14, 15] à des fins d'application à une large variété de plasmas de laboratoire et présents dans l'univers. Le rapport d'intensité R a été utilisé pour diagnostiquer aussi bien les plasmas d'ionisation collisionnelle chauds correspondant à plusieurs types d'objets : les éruptions solaires, les supernovas, les milieux interstellaires et les plasmas de tokamak, que les plasmas photoionisés relativement froids [16] rencontrés, par exemple, dans les noyaux actifs de galaxies. La plupart de ces travaux ont été effectués dans l'hypothèse que la distribution des électrons libres du plasma est isotrope et Maxwellienne. Cependant, il est bien connu que, sous certaines conditions, la fonction de distribution des électrons manifeste, dans le domaine des grandes énergies, quelques effets anisotropes qui conduisent à une déviation du comportement Maxwellien pur dans de nombreux types

de plasmas chauds produits dans les laboratoires tels que ceux confinés magnétiquement [17, 18], produits par laser [19, 20], z-pinch [21, 22]. Il existe également une évidence tant théorique qu'observationnelle que les distributions de vitesses des électrons dans plusieurs plasmas chauds astrophysiques diffèrent de la distribution Maxwellienne et sont anisotropes, particulièrement dans le cas de la couronne solaire [23, 24].

Le but de cette thèse est de montrer, théoriquement, comment la présence dans le plasma d'une petite fraction d'électrons directifs et énergétiques peut affecter le rapport d'intensité R et, par voie de conséquence, modifier le diagnostic en densité par rapport à un plasma purement Maxwellien. La présence dans le plasma, d'électrons directifs animés de grandes énergies cinétiques pourrait affecter l'intensité relative des raies d'émission de deux manières distinctes.

- La première est à travers le caractère directif du faisceau d'électrons. L'excitation des ions suite à des collisions avec des électrons directifs conduit, en général, à une différence de peuplement des sous-niveaux magnétiques au sein d'un même niveau excité. Le rayonnement émis lors de la désexcitation spontanée de ces niveaux alignés est polarisé, et sa distribution angulaire est anisotrope. En comparant avec la situation isotrope, l'intensité d'une raie peut significativement changer en fonction de l'angle d'émission par rapport à la direction du faisceau incident. Ceci dépend, d'une part, du type du multipôle électromagnétique de la transition correspondante, et d'autre part, du signe de son degré de polarisation. On peut s'attendre à ce que le rapport d'intensité de deux raies soit notablement affecté par ce caractère anisotrope si les intensités de ces raies diffèrent de leurs valeurs moyennes de manière opposée, c'est à dire si l'une est augmentée et l'autre se trouve réduite.
- La seconde est à travers le caractère haute énergie des électrons. Les populations des niveaux seraient significativement influencées par le biais des coefficients de taux d'excitation qui changeraient par rapport à ceux Maxwelliens. En pratique, la contribution des électrons énergétiques aux coefficients de taux d'excitation dépend de l'énergie de ces électrons relativement, à la fois, à l'énergie du seuil d'excitation et à l'énergie moyenne des électrons Maxwelliens. En outre, cette contribution dépend

aussi du type de la transition collisionnelle, qu'elle soit optiquement permise, d'intercombinaison, ou alors interdite. Quand l'énergie du seuil d'excitation est plus grande que l'énergie thermique on peut s'attendre à ce que les électrons non-thermiques de grandes énergies conduisent à une augmentation des coefficients de taux d'excitation beaucoup plus pour les transitions optiquement permises que pour les transitions interdites.

Il y a eu dans le passé plusieurs études [25, 26, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 33, 22, 34] qui ont traité l'influence des électrons hautement énergétiques sur les intensités des raies X. Dans la plupart de ces cas étudiés, la distribution des électrons énergétiques a été supposée être isotrope ou quelques fois anisotrope mais, dans ce dernier cas, la polarisation et l'anisotropie des raies d'émission n'ont apparemment pas été prises en considération, sauf pour quelques rares papiers [28, 35, 22].

Dans ce travail nous avons effectué des calculs élaborés du rapport d'intensité R pour les ions héliumoïdes du néon Ne^{8+} pour une large gamme des densités électroniques variant de 10^9 à 10^{13} cm^{-3} en utilisant le modèle collisionnel-radiatif qui inclut, à la fois, la composante isotrope Maxwellienne et celle des électrons directifs. Dans ces calculs, la polarisation ainsi que la distribution angulaire anisotrope des raies d'émission sont prises en considération. La dépendance en densité du rapport d'intensité R a été calculée pour plusieurs valeurs de la température de la composante Maxwellienne dans le domaine $2 - 5 \times 10^6 \text{ K}$ et aussi pour différentes énergies et fractions d'électrons monoénergétiques dans le domaine $0.95 - 4 \text{ keV}$ et $0 - 10\%$, respectivement. Les calculs ont également été effectués pour différents angles d'émission par rapport à la direction du faisceau d'électrons entre 0° et 90° .

Notre choix pour les ions héliumoïdes Ne^{8+} a été motivé, d'une part, pour sa large abondance cosmique et pour le fait que le domaine de densité de sensibilité du rapport d'intensité R correspondant est typique des plasmas d'éruption solaire pour lesquels il y a, à présent, une certitude sur une forte anisotropie des distributions angulaires (pitch-angle) des électrons accélérés. D'autre part, des calculs détaillés sur la dépendance en densité du degré de polarisation des raies y et z ont récemment été publiés par *Rachedi*

et al [36]. Ces calculs ont été effectués dans le contexte des sources d'ions EBIT, où tous les électrons collisionnels sont quasi-unidirectionnels et quasi-monoénergétiques. Il a été montré que pour les faibles densités d'électrons, les raies y et z sont significativement polarisées négativement au voisinage du seuil d'excitation, mais lorsque la densité électronique n_e augmente, l'effet des excitations à partir du niveau métastable $1s2s^3S_1 \rightarrow 1s2p^3P_{1,2}$ conduit à une forte diminution du degré de polarisation qui peut être suivie par un changement de signe.

Le contenu de la thèse a été conçu selon le plan suivant. Le chapitre 2 donne une synthèse sur l'aspect théorique de la spectroscopie. Dans la première partie de ce chapitre, nous exposons des processus atomiques intervenant dans les plasmas ainsi que les modèles approximatifs nécessaires pour le calcul des populations des états excités des ions. Une attention particulière a été donnée au modèle collisionnel-radiatif qui sera appliqué dans nos calculs. La seconde partie est consacrée à la structure atomique des ions hautement chargés. Nous donnons l'essentiel de la méthode semi-relativiste basée sur l'approche du potentiel central sur laquelle repose le code SUPERSTRUCTURE [37] que nous avons utilisé pour évaluer les données de structure atomique des ions. Ces données de structure atomique se résument dans le calcul des fonctions d'onde, des énergies des différents niveaux ioniques ainsi que des probabilités de transition radiative entre les niveaux.

Le chapitre 3 traite l'excitation des ions fortement chargés par impact d'électrons. Nous exposons, de façon assez rigoureuse, le processus d'excitation des sous-niveaux magnétiques dans les ions positifs, en terme de matrice de densité. Nous passerons en revue les méthodes approximatives utilisées pour le calcul des forces de collisions, à savoir Close-Coupling CC, Distorted-Wave DW, Coulomb-Born CB et Coulomb-Bethe CBe.

Le chapitre 4 est consacré aux propriétés de polarisation des raies X émises par des ions après collisions avec des électrons unidirectionnels. Nous exposons, dans une première étape, la méthode expérimentale permettant la détection du degré de polarisation linéaire des raies X. Ensuite, dans une seconde étape, après application du formalisme de la matrice densité, nous établissons une expression générale du degré de polarisation d'une raie

associée à une transition multipolaire quelconque, électrique ou magnétique, en fonction des populations des sous-niveaux magnétiques du niveau supérieur de la raie. Nous consacrons la dernière partie de ce chapitre à la distribution angulaire de l'intensité d'une raie spectrale. Nous y exposerons toute l'algèbre nécessaire pour établir une expression reliant la distribution angulaire de la radiation émise suivant un angle d'observation θ par rapport à la direction du faisceau incident en fonction du degré de polarisation à 90° de cette raie. Nous effectuons, ensuite, une application pour les trois raies qui nous intéressent, x , y et z . Nous donnerons à la fin l'expression de l'intensité $I(\theta)$ de chacune des raies susmentionnées, en fonction de l'angle d'observation θ .

Le chapitre 5 concerne le diagnostic en densité basé sur le rapport R d'intensité de raies. Dans un premier lieu, nous établissons l'expression du rapport d'intensité R en fonction des populations des sous-niveaux magnétiques des niveaux supérieurs des raies concernées dans le cadre du modèle collisionnel-radiatif en tenant compte de l'anisotropie des raies d'émission. Nous décrivons, ensuite, le programme que nous avons utilisé pour le calcul des forces de collisions entre les sous-niveaux magnétiques. Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous présentons les données atomiques requises, à savoir les différentes probabilités de transition radiative, les forces de collisions entre les différents sous-niveaux magnétiques pour plusieurs valeurs de l'énergie des électrons incidents ainsi que les coefficients de taux d'excitation collisionnelle aussi bien pour la composante isotrope Maxwellienne que pour la composante du faisceau d'électrons directs. La dernière partie de ce chapitre sera consacrée à nos résultats numériques. Nous présentons tout d'abord, nos résultats du degré de polarisation des trois raies x , y et z . Nous montrons, par la suite, comment le rapport d'intensité R dépend de la densité électronique pour plusieurs combinaisons de la température de la composante Maxwellienne, de l'énergie des électrons du faisceau directif et de la fraction des électrons suprathermiques. Nous discutons aussi l'implication de nos résultats dans un diagnostic en densité des plasmas chauds.

Des conclusions et des perspectives d'avenir sont données dans le chapitre 6.

Chapitre 2

Aspect théorique de la spectroscopie

X

Presque tous les types de spectroscopies, y compris la spectroscopie des ions hautement chargés, traitent l'excitation des ions par des photons ou électrons. Les états excités de l'ion sont stabilisés par émission de photons.

Considérons l'émission d'un photon par un ion X^{z+} avec z la charge du noyau atomique, c'est à dire la charge de l'atome ou de l'ion sans électron optique. On appelle souvent z le nombre spectroscopique de l'ion. Ce nombre spectroscopique est relié à la charge nucléaire Z et au nombre d'électrons dans l'atome ou l'ion N par la relation :

$$z = Z + N - 1 \quad (2.1)$$

L'énergie du photon est égale à la différence d'énergie entre l'état excité i et l'état final j , de telle sorte que la conservation d'énergie est vérifiée :

$$E(i) - E(j) = \hbar\omega \quad (2.2)$$

L'intensité de la raie spectrale due à la transition du niveau i vers le niveau j est donnée par la relation :

$$I_{ij} = N_i \cdot A_{ij} \cdot \hbar\omega, \quad (2.3)$$

où A_{ij} représente la probabilité radiative ou le taux radiatif (s^{-1}), N_i est le nombre d'ions

X^{z+} dans l'état excité i (cm^{-3}) et $\hbar\omega$ l'énergie du photon. Le nombre de photons émis par unité de volume du plasma s'écrit sous la forme :

$$N^{ph} = N_i A_{ij} \quad (2.4)$$

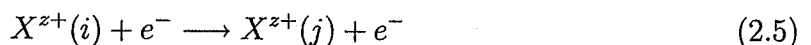
L'intensité de la raie spectrale dépend respectivement des taux de transition radiatif ainsi que de la densité de populations des niveaux excités. La détermination de cette dernière nécessite un bilan détaillé des différents processus de peuplement et de dépeuplement de chaque niveau de l'ion X^{z+} . Il y a lieu d'inclure tous les niveaux de l'ion émetteur ainsi que tous les degrés d'ionisation de l'élément X .

Souvent les processus de peuplement et de dépeuplement des niveaux des ions dans les plasmas par voie d'excitation, d'ionisation et de recombinaison sont dus aux collisions par des électrons libres. En raison de la forte répulsion Coulombienne, les collisions des ions avec les particules lourdes (protons et autres ions) ne jouent un rôle important que pour des transitions entre des niveaux très proches en énergie [38]. Cependant, dans les conditions de température et de densité qui nous intéressent dans notre travail et pour les ions émissifs de la séquence iso-électronique de l'hélium considérés, les seuls processus importants sont les processus d'excitation par collision à partir du niveau fondamental ou d'un niveau métastable (c'est un niveau excité dont la durée de vie est plus longue (3 ordres de grandeurs au moins) que les autres niveaux excités) et les processus de désexcitation radiative spontanée [3]. Il serait utile de décrire ces processus élémentaires.

2.1 Processus atomiques intervenant dans les plasmas

2.1.1 Excitation et désexcitation collisionnelle

La collision d'un ion cible X^{z+} se trouvant dans l'état i d'énergie E_i avec un électron projectile d'énergie cinétique e_i , peut conduire à une excitation (ou à une désexcitation) de l'ion qui effectuera une transition vers un niveau final j d'énergie E_j tel que $E_j > E_i$ ($E_j < E_i$) :



l'électron diffusé lors de ce choc possède l'énergie cinétique $e_j = e_i - \Delta E_{ij}$. $\Delta E_{ij} = E_j - E_i$ est l'énergie de la transition $i \rightarrow j$ ($\Delta E_{ij} > 0$ si excitation et $\Delta E_{ij} < 0$ si désexcitation). Il n'existe cependant aucune règle de sélection régissant les transitions collisionnelles, l'excitation (ou la désexcitation) par collisions électroniques est caractérisée par une section efficace $\sigma(i \rightarrow j)$ ayant la dimension d'une surface et représentant la probabilité pour que la cible X^{z+} soit portée du niveau i vers le niveau j . Cette section efficace dépendra du type de la transition collisionnelle $i \rightarrow j$ ainsi que de l'énergie e_i de l'électron incident. Nous verrons, avec détails dans le chapitre 3, le processus d'excitation collisionnelle des ions fortement chargés ainsi que l'expression de la section efficace d'excitation des sous-niveaux magnétiques.

2.1.2 Désexcitation radiative

En général, un niveau excité a toujours tendance à se désexciter par émission spontanée vers plusieurs niveaux inférieurs. La désexcitation radiative spontanée vers un niveau inférieur spécifique est caractérisée par une probabilité de transition exprimée en s^{-1} . Cette probabilité dépend du type de transition selon qu'il s'agit d'une transition dipolaire électrique, quadrupolaire électrique, dipolaire magnétique ou alors quadrupolaire magnétique (cf. section 2.4)

2.2 Equilibre d'ionisation

L'intensité de toute raie spectrale, comme le montre l'équation (2.3), dépend de la densité de population des ions dans le niveau supérieur de la raie. Les sections efficaces et les probabilités radiatives fournissent les constantes atomiques nécessaires, mais cela reste insuffisant pour calculer la densité des électrons dans les états excités. Un modèle incluant les états d'ionisation, les niveaux de populations ainsi que les processus élémentaires doit être décrit. Des modèles approximatifs se présentent dans le modèle d'équilibre thermodynamique local (ETL), le modèle coronal (CM) et le modèle collisionnel-radiatif (CR)

2.2.1 Limite haute densité

Le modèle ETL est applicable à certains types de plasmas stationnaires, ceux caractérisés par une densité électronique nettement élevée et par une température relativement faible. Dans ce modèle, la densité de population des niveaux atomiques est déterminée exclusivement par les processus collisionnels. En effet, lorsque la densité électronique devient importante, $n_e > 10^{22} \text{ cm}^{-3}$, les taux d'excitation collisionnelle des niveaux atomiques sont régis par le principe du bilan détaillé, le phénomène d'émission spontanée est quasi-absent. On peut alors écrire :

$$n_e \langle \sigma.v \rangle_{ij} \gg A_{ij} \quad (2.6)$$

avec n_e la densité électronique, A_{ij} le taux radiatif de l'état i vers l'état j et $\langle \sigma.v \rangle_{ij}$ le coefficient de désexcitation collisionnelle de l'état i vers l'état j .

On a alors la condition de *l'équilibre thermodynamique local* (LTE) pour laquelle la densité de population de l'état excité est proportionnelle au facteur de *Boltzmann* $\exp(-E_n/T_e)$, où E_n est l'énergie de l'état excité et T_e la température électronique.

La distribution de *Boltzmann* peut être exprimée comme suit :

$$\frac{N_i}{N_j} = \frac{g_i}{g_j} \exp\left(-\frac{E_i - E_j}{T_e}\right) \quad (2.7)$$

g_i et g_j sont, respectivement, les poids statistiques des niveaux i et j , T_e est la température des électrons.

En outre, la distribution de *Maxwell* pour les électrons libres du plasma et la distribution de *Saha* pour des ions dans les différents états d'ionisation sont valables [39]

Distribution de *Maxwell* pour les électrons :

$$dn_e = n_e F_M(\varepsilon) d\varepsilon \quad (2.8)$$

$$F_M(\varepsilon) = 2\sqrt{\frac{\varepsilon}{\pi T_e^3}} \exp\left(-\frac{\varepsilon}{T_e}\right) \quad (2.9)$$

Distribution de *Saha* des atomes dans différents états d'ionisation :

$$\frac{n_{z+1}}{n_z} = \frac{u_{z+1}}{u_z} S \exp(-\beta_z), \quad \beta_z = \frac{E_z}{T_e} \quad (2.10)$$

avec

$$S = \frac{z^3}{4\pi^{\frac{3}{2}}} \times \frac{\Theta^{\frac{3}{2}}}{a_0^3 n_e}, \quad n_z = \sum_i N_i^{(z)} \quad (2.11)$$

où ε est l'énergie cinétique des électrons en Ry ($1\text{Ry} = 13.6 \text{ eV}$), T_e est la température en K, $\Theta = T_e/z^2$, E_z représente l'énergie d'ionisation de l'atome X^z , a_0 est le rayon de *Bohr*, g_k est le poids statistique de l'état k et u_z représente la fonction de partition de l'atome X^z qui est égale à :

$$u_z = \sum_k g_k^{(z)} \exp(-\beta_{k0}). \quad (2.12)$$

2.2.2 Limite basse-densité (modèle coronal)

Le modèle coronal, comme son nom l'indique, dérive de l'étude de la couronne solaire et applicable à certains plasmas stationnaires de densités faibles et de températures électroniques élevées. C'est le cas opposé de l'équilibre thermodynamique. En effet, dans les plasmas peu denses à hautes températures, l'équilibre thermodynamique est loin d'être réalisé. Les phénomènes d'ionisation et d'excitation ne peuvent plus être décrits par les lois simples de *Saha* et *Boltzmann*. Il est alors nécessaire de faire une analyse de tous les processus radiatifs et de collisions. De telles études ont été initialement entreprises par les astrophysiciens pour l'étude des plasmas stellaires. Ainsi, dans le cas de la couronne solaire et de plasmas artificiels où les densités électroniques sont très faibles ($10^7 \text{ cm}^{-3} \leq n_e \leq 10^{12} \text{ cm}^{-3}$) avec des températures électroniques assez élevées ($T_e \geq 10^6 \text{ K}$) seuls certains processus restent prépondérants. Ces processus se résument à l'excitation par choc, désexcitation radiative, ionisation par choc, recombinaison diélectronique et radiative.

L'ionisation est produite par collision avec un électron, et comme on est dans un cas de basse densité on peut admettre que l'effet d'ionisation des ions soit négligeable devant l'excitation collisionnelle directe. Les populations des niveaux seront déterminées

en résolvant le système d'équations couplées :

$$N_i \sum_{j < i} A(i \rightarrow j) = n_e N_g C_e(g \rightarrow i) + \sum_{j > i} N_k A(k \rightarrow i) \quad (2.13)$$

où l'indice g se rapporte à l'état fondamental et A est la probabilité de transition radiative.

2.2.3 Modèle collisionnel-radiatif

C'est un modèle intermédiaire entre les deux précédents. On l'utilise lorsqu'on étudie les plasmas dont la densité d'électrons n'est ni trop faible ni trop élevée. Dans ce modèle, les populations des niveaux excités d'un ion dépendent du bilan de tous les processus collisionnels et radiatifs entrant en compétition. La variation, en fonction du temps, de la densité de population des différents niveaux de l'ion X^{z+} vérifie un système d'équations différentielles de type :

$$\begin{aligned} \frac{dN_j(X^{z+})}{dt} = & -N_j((X^{z+})\Gamma_j + \sum_{k \neq j} N_k(X^{z+})\Gamma_{kj}) \\ & + N(X^{(z-1)+})I_j(X^{(z-1)+}) + N(X^{(z+1)+})R_j(X^{(z+1)+}) \end{aligned} \quad (2.14)$$

où $N_j((X^{z+})\Gamma_j)$ représente le nombre de processus de dépeuplement du niveau j , Γ_j est la probabilité totale de déclin du niveau j (en s^{-1}) incluant :

- la probabilité de déclin radiatif vers les niveaux inférieurs :

$$A_j = \sum_{j' < j} A_{jj'} \quad (2.15)$$

- La probabilité de transition collisionnelle vers les autres niveaux de l'ion X^{z+} ,

$$W_j = \sum_{k \neq j} W_{jk} = \sum_{k \neq j} N_e C(j \rightarrow k) \quad (2.16)$$

- Le taux d'ionisation collisionnelle pour former l'ion $X^{(z+1)+}$,

$$W_j^i = N_e S_j(X^{z+}) \quad (2.17)$$

- Le taux de recombinaison pour former l'ion $X^{(z-1)+}$:

$$W_j^r = N_e \alpha_j(X^{z+}) \quad (2.18)$$

W_j^i et W_j^r ne jouent un rôle significatif que pour le niveau fondamental et le niveau métastable. Par ailleurs, $N_k(X^{z+})\Gamma_{kj}$ représente le nombre de processus de peuplement du niveau j à partir d'un autre niveau k de l'ion X^{z+} ,

$$\Gamma_{kj} = \begin{cases} W_{kj} + A_{kj} & \text{si } k > j \\ S = 1/2 & \text{si } k < j \end{cases} \quad (2.19)$$

$N(X^{(z-1)+})I_j(X^{(z-1)+})$ est le nombre de processus d'ionisation à partir de l'ion $X^{(z-1)+}$ vers le niveau j de l'ion X^{z+} et $N(X^{(z+1)+})R_j(X^{(z+1)+})$ le nombre de processus de recombinaison à partir de l'ion $X^{(z+1)+}$ vers le niveau j de l'ion X^{z+} . Ces deux processus ne jouent un rôle important que pour le fondamental et quelques niveaux excités de l'ion X^{z+} .

Le processus d'excitation dans un ion est habituellement beaucoup plus rapide que les échelles de temps de l'ionisation et la recombinaison, notamment lorsqu'on est proche de l'équilibre d'ionisation. Il en résulte alors que l'excitation peut être découplée de l'ionisation et de la recombinaison dans la formation d'un état excité. Dans ce cas, les densités de population peuvent être déterminées en tenant compte seulement des processus d'excitation et de désexcitation dus aux collisions et des processus d'émission radiative spontanée et en négligeant les processus d'ionisation et de recombinaison.

Dans l'hypothèse des états stationnaires ($dN_j(X^{z+})/dt$), qui est valable lorsque le temps d'évolution du plasma étudié est grand par rapport au temps caractéristique des processus atomiques qui se produisent dans le plasma, on peut alors écrire l'équation qui régit la population d'un état excité j quelconque de l'ion, :

$$N_j \left(\sum_{i < j} A_{ji} + N_e \sum_{i > j} C_{ji}^e + N_e \sum_{i < j} C_{ji}^d \right) = N_e \sum_{i < j} N_i C_{ji}^e + N_e \sum_{i > j} N_i C_{ji}^d + \sum_{i > j} N_i A_{ji} \quad (2.20)$$

où C^e (C^d) sont les coefficients de taux d'excitation (de désexcitation) collisionnelle.

2.3 Structure atomique des ions multichargés

Lorsqu'il s'agit de connaître la structure atomique des ions contenant plus d'un électron lié (autres qu'hydrogénoïdes), la résolution numérique de l'équation de *Schrödinger* est évidemment très compliquée. Cette difficulté provient, d'une part, de la complication de résoudre la partie de l'Hamiltonien due à l'interaction électron-électron, du fait du mouvement relatif de chaque électron, et d'autre part, des interactions relativistes que l'Hamiltonien doit inclure lorsque l'ion possède une charge assez importante.

A cet effet, des approches approximatives sont les seules solutions pour résoudre ce problème. Parmi ces approches existe l'approximation de champ moyen qui utilise un potentiel central afin d'évaluer la fonction radiale, l'approximation de *Hartree-Fock* qui consiste à résoudre les équations intégrales, ainsi que d'autres méthodes relativistes se basant sur la résolution de l'équation de *Dirac*.

Notre objectif dans ce chapitre est de présenter l'essentiel de la méthode semi-relativiste de calcul de structure atomique pour les ions modérément lourds, sur laquelle est basé le code appelé SUPERSTRUCTURE qui a été développé par Eissner, Nussbaumer et Jones [40, 37]. Cette méthode utilise un potentiel central statistique permettant de déterminer les fonctions radiales. Quand aux effets relativistes, ils sont pris en compte au moyen de l'approche perturbative de *Breit-Pauli*.

2.3.1 Formulations générales

Les mouvements des électrons dans un atome ou un ion sont gouvernés d'une part, par les forces électrostatiques qui sont l'attraction entre les électrons et le noyau et la répulsion entre les électrons, et d'autre part, par les forces magnétiques dues au mouvement orbital et au spin des électrons. Le système (noyau + électron) est décrit par un Hamiltonien contenant différents termes dus à ces forces [41]

$$H^T = H_{nr} + H_{rel} \quad (2.21)$$

où H_{nr} est le terme non relativiste décrivant les forces électrostatiques et H_{rel} représente le terme relativiste qui décrit les forces magnétiques.

Les fonctions propres représentant les états stationnaires du système et les valeurs

propres E donnant les énergies de ces états, sont solutions de l'équation de *Schrödinger* indépendante du temps

$$H^T \psi = E \psi \quad (2.22)$$

Exception faite pour l'atome d'hydrogène, cette équation ne peut être résolue rigoureusement. Des solutions approchées peuvent être obtenues moyennant certaines hypothèses. La masse du noyau d'un atome ou d'un ion comportant plusieurs électrons étant considérablement plus grande (plusieurs milliers de fois) que celles des électrons, le centre de masse de l'atome coïncide pratiquement avec le noyau supposé immobile à l'origine des coordonnées (ce qui revient à négliger l'effet d'entraînement du noyau).

Soit un ion positif de charge nucléaire Z et contenant N électrons, son Hamiltonien non-relativiste s'écrit en unités atomiques ($e = 1, m_e = 1, \hbar = 1, \vec{\nu}_e = \vec{k}_e$)

$$H_{nr} = \sum_{i=1}^N \left(-\frac{1}{2} \nabla_i^2 - \frac{Z}{r_i} \right) + \sum_{i>j}^N \frac{1}{r_{ij}} \quad (2.23)$$

le premier terme de cet Hamiltonien représente l'énergie cinétique des N électrons, le second provient de l'attraction exercée sur chacun d'eux par le noyau et le dernier terme décrit la répulsion mutuelle des électrons.

L'Hamiltonien relativiste H_{rel} comprend les interactions 'spin-orbite', les interactions 'spin-autre orbite', 'spin-spin' et 'orbite-orbite' ainsi que d'autres termes d'interactions que nous verrons ultérieurement dans la suite. Le terme 'spin-orbite', qui est généralement le plus dominant, décrit l'interaction du moment magnétique de chaque électron avec le champ magnétique dû au mouvement de l'électron dans le champ du noyau. L'interaction 'spin-autre orbite' désigne l'interaction du spin d'un électron avec l'orbite d'un autre électron, et représente physiquement l'effet d'écran de la charge nucléaire qui prend en considération que l'interaction des électrons se trouvant dans des couches incomplètes avec ceux qui appartiennent à des couches complètes. Quant au terme 'spin-spin', il exprime l'interaction du spin d'un électron avec le spin d'un autre, et le dernier terme 'orbite-orbite' représente l'interaction de l'orbite d'un électron avec l'orbite d'un autre [42, 43]

En absence du terme d'interaction mutuelle entre les électrons dans l'Hamiltonien non relativiste, les électrons seraient indépendants entre eux et il serait possible de résoudre

exactement l'équation de *Schrödinger*. Ce terme est de même ordre de grandeur que le terme dû à l'attraction par la charge nucléaire, il en résulte alors que cette interaction ne peut être donc traitée directement par la théorie des perturbations.

Parmi les méthodes approchées de résolution de ce problème, l'une des plus importantes qui a été largement appliquée, c'est la méthode statistique de *Thomas et Fermi* qui se base principalement sur l'approximation du champ central [41]. Cette méthode suppose que chaque électron est dans un état stationnaire dans le champ du noyau et des autres électrons, ce qui se traduit par le fait que la fonction d'onde du système est le produit de N fonctions d'onde à une particule ou 'spin-orbital'. L'hypothèse fondamentale est que l'état de l'ion est décrit par une configuration dans laquelle chaque électron est affecté à une spin-orbitale définie par les nombres quantiques n_i, l_i, s_i où l_i, s_i sont respectivement le moment angulaire orbital et le moment de spin. la fonction d'onde représentant un état A du système doit être antisymétrique par rapport à l'échange de deux électrons. Cet état quantique A est alors caractérisé par :

$$|\Phi^A\rangle = \mathbf{A}|1, \Phi\rangle |2, \Phi\rangle \dots \dots |N, \Phi\rangle \quad (2.24)$$

où \mathbf{A} est l'opérateur d'antisymétrie.

Dans l'état A , un électron i est alors associé successivement aux différents spin-orbitals $\Phi_a, \Phi_b, \dots, \Phi_N$ par le jeu de permutation contenu dans \mathbf{A} . Il est commode d'écrire l'état $|\Phi^A\rangle$ sous un déterminant de *Slater*

$$|\Phi^A\rangle = \begin{vmatrix} |1 : \Phi_a\rangle & \dots & |1 : \Phi_p\rangle & \dots & |1 : \Phi_N\rangle \\ |2 : \Phi_a\rangle & \dots & |2 : \Phi_p\rangle & \dots & |2 : \Phi_N\rangle \\ \cdot & & & & \cdot \\ \cdot & & & & \cdot \\ |N : \Phi_a\rangle & \dots & |N : \Phi_p\rangle & \dots & |N : \Phi_N\rangle \end{vmatrix} \quad (2.25)$$

Si on suppose que le champ électrostatique des électrons a une symétrie sphérique, on peut alors décomposer les états Φ en forme de produits tel que :

$$\Phi = \frac{P_{nl}(r)}{r} Y_l^{m_l}(\theta, \varphi) \sigma\left(\frac{1}{2}, m_s\right) \quad (2.26)$$

où $P_{nl}(r)$ est la fonction radiale, $Y_l^{m_l}(\theta, \varphi)$ est l'harmonique sphérique et $\sigma(\frac{1}{2}, m_s)$ représente la fonction de spin de l'électron par laquelle le nombre quantique m_s ne peut prendre que les valeurs $\pm\frac{1}{2}$.

Afin que les fonctions Φ forment une base orthonormée dans l'espace des fonctions d'onde, on impose la condition suivante :

$$\int_0^\infty P_{nl}(r) P_{n'l}(r) dr = \delta_{nn'} \quad (2.27)$$

qui s'ajoute à la relation d'orthonormalisation des harmoniques sphériques :

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi Y_l^{m_l*}(\theta, \varphi) Y_{l'}^{m_{l'}}(\theta, \varphi) \sin \theta d\theta = \delta(l, l') \delta(m_l, m_{l'}) \quad (2.28)$$

et de la fonction de spin

$$\sigma(\frac{1}{2}, m_s) \sigma(\frac{1}{2}, m_{s'}) = \delta(m_s, m_{s'}) \quad (2.29)$$

2.3.2 Différents types de couplage

Pour une configuration qui ne comprend que des couches complètes, la fonction d'onde totale est bien représentée par la fonction antisymétrique Φ_A où l'état A comprend toutes les valeurs possibles de nombres quantiques m_l, m_s associés à une valeur de nl donnée. Cependant pour une configuration comprenant des couches incomplètes, il est nécessaire de prendre une combinaison linéaire de déterminants tels que Φ_A où chacun correspond à un choix différent de spin-orbitaux occupés dans cette configuration.

Pour calculer les éléments de matrice de l'Hamiltonien total, on a intérêt à choisir la composante linéaire normée de déterminants, i.e. la base de fonctions d'onde qui soit bien adaptée aux symétries de l'Hamiltonien total. Le choix des coefficients de la combinaison linéaire est intimement lié au mode de couplage des moments angulaires des électrons. Ces modes de couplage sont le couplage LS , le couplage intermédiaire jj et le couplage LSJ [41, 44].

Le couplage LS ou le couplage *Russell Saunders* provient de la prédominance des interactions électrostatiques sur les interactions magnétiques. Ce couplage est utilisé pour traiter les niveaux les plus bas des atomes légers et les ions légers qui possèdent une faible

charge. Dans ce couplage on suppose que tous les éléments orbitaux \vec{l}_i sont couplés pour donner un moment orbital total \vec{L} :

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^N \vec{l}_i \quad (2.30)$$

et de même, les spins \vec{s}_i sont couplés pour donner un spin résultant \vec{S} :

$$\vec{S} = \sum_{i=1}^N \vec{s}_i \quad (2.31)$$

L'autre cas extrême est le couplage jj , qui se produit lorsque les interaction magnétiques entre \vec{l}_i et \vec{s}_i sont grandes devant la partie angulaire de l'interaction électrostatique. Ce type de couplage est beaucoup moins fréquent que le couplage LS et restreint aux niveaux élevés des atomes lourds ainsi qu'aux ions lourds très chargés. Dans ce couplage, le moment orbital \vec{l}_i et le spin \vec{s}_i de chaque électron sont couplés pour donner un moment angulaire \vec{j}_i :

$$\vec{j}_i = \vec{l}_i + \vec{s}_i \quad (2.32)$$

ensuite les moments angulaires \vec{j}_i des électrons sont couplés pour donner un moment angulaire total \vec{J}

$$\vec{J} = \sum_{i=1}^N \vec{j}_i \quad (2.33)$$

Le dernier cas, celui du couplage LSJ , est le plus largement utilisé pour traiter les atomes et les ions modérément lourds se trouvant dans différentes sources de plasma. En fait, l'importance donnée à ce type de couplage revient à l'abondance des ions moyennement chargés dans ces plasmas dans lesquels les interactions magnétiques ne sont pas tellement faibles. Dans ce couplage, les moments totaux \vec{L} et \vec{S} , définis par le couplage LS , sont unis pour donner un moment angulaire total \vec{J} tel que :

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S} \quad (2.34)$$

2.3.3 Traitement de la partie non relativiste de l'Hamiltonien total (Partie radiale)

En raison de l'approximation à symétrie sphérique du nuage d'électrons, la partie la plus importante du terme d'interaction mutuelle de l'Hamiltonien H_{nr} est fonction de r_i seul. A l'approximation d'ordre zéro, chaque électron est alors considéré comme une particule seule se déplaçant dans un potentiel central. Pour rendre compte de l'effet moyen de la répulsion des autres électrons, on cherche un potentiel central de type de *Thomas-Fermi-Dirac* qui se comporte comme suit :

$$\begin{cases} \lim_{r \rightarrow 0} V(r) = Z / r \\ \lim_{r \rightarrow \infty} V(r) = [(Z - N) + 1] / r \end{cases} \quad (2.35)$$

Pour des valeurs intermédiaires de r ce potentiel se met sous la forme suivante :

$$V(r) = \frac{F(Z, N, r)}{r} \quad (2.36)$$

dans laquelle $V(r)$ vérifie les conditions asymptotiques (2.35).

De plus pour acquérir plus de souplesse dans la recherche du potentiel, on introduit un paramètre d'échelle λ_l de telle sorte que :

$$V(r) = V(r, \lambda_l) \quad (2.37)$$

Ce paramètre ne doit dépendre que de l afin que les fonctions radiales correspondantes à la même valeur de l soient calculées dans le même potentiel pour satisfaire la relation d'orthonormalisation (2.27). Ce paramètre d'échelle peut être choisi de deux façons différentes :

La première est de faire varier λ_l jusqu'à ce qu'on accorde les énergies d'ionisation calculées avec les valeurs observées. Cette procédure semi-empirique, utilisée par *Eissner et al* [40] présente un inconvénient majeur. Celui-ci réside dans le fait que pour produire les énergies observées, on peut être amené à modifier les parties radiales de telles sortes que les fonctions d'ondes ne soient plus utilisables pour rendre compte des propriétés de l'ion ou de l'atome autres que l'énergie.

La seconde méthode, qui ne nécessite aucune donnée observée, consiste à faire varier successivement les paramètres d'échelle λ_l jusqu'à ce qu'un état d'énergie minimum soit atteint pour ce système. Cette application du principe variationnel est utilisée dans le programme de *Eissner et Nussbaumer* [37].

Pour obtenir les états propres de l'Hamiltonien, il suffit de déterminer ceux des Hamiltoniens approchés donnés par :

$$h_{nr}(\lambda) = -\nabla^2 + V(r, \lambda_l) \quad (2.38)$$

auxquels les spins-orbitales $\Phi(\vec{r})$ définies en (2.26) sont solutions de l'équation aux valeurs propres :

$$h_{nr}(\lambda) \Phi(\vec{r}) = \varepsilon \Phi(\vec{r}) \quad (2.39)$$

qui conduit à l'équation radiale :

$$\left[\frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} + 2V(r, \lambda_l) + \varepsilon_{nl} \right] P_{nl}(r) = 0 \quad (2.40)$$

où les fonctions radiales vérifient les conditions aux limites suivantes :

$$\begin{cases} \lim_{r \rightarrow 0} P_{nl}(r) = 0 \\ \lim_{r \rightarrow \infty} P_{nl}(r) = 0 \end{cases} \quad (2.41)$$

ainsi que la condition de normalisation suivante :

$$\int_0^\infty P_{nl}^2(r) dr = 1 \quad (2.42)$$

2.3.4 Traitement de la partie relativiste de l'Hamiltonien total

Pour calculer les éléments de matrice de l'Hamiltonien total, nous avons intérêt à choisir la combinaison linéaire normée de déterminants, c'est à dire la base de fonctions d'onde qui soit bien adaptée aux symétries de l'Hamiltonien total. Le choix des coefficients de la combinaison linéaire est intimement lié au mode de couplage des moments angulaires des électrons [41, 44].

En couplage intermédiaire, l'Hamiltonien total comprend l'interaction spin-orbite et

par conséquent, ne commute pas avec L^2 et S^2 mais seulement avec J^2 où \vec{J} est le moment angulaire total défini dans (2.34). Certains termes dans l'Hamiltonien magnétique qui sont à l'origine de la structure fine, ont des éléments de matrice non-diagonaux dans la représentation $(S L J M)$. Ces éléments de matrice sont responsables du mélange des états caractérisés par des valeurs de L et S différents mais de même valeurs de J et de même parité [40, 37].

A l'intérieur d'une séquence iso-électronique, l'interaction magnétique la plus dominante, celle de l'interaction spin-orbite devient de plus en plus prépondérante lorsque Z augmente. Des calculs entrepris dans [45] concernant l'ordre de grandeur des interactions montrant qu'il y a N termes dus à l'interaction spin-orbite variant comme $Z^4 \alpha^2$ où α est la constante de structure fine $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} = \frac{1}{137}$. En outre, il y a $\frac{1}{2}N(N-1)$ termes dus à l'interaction mutuelle des électrons variant comme Z . Le rapport de ces termes varie donc comme $Z^3(N-1)\alpha^2$ ce qui permet de prévoir que plus d'atome est ionisé ($Z > N$) plus l'interaction spin-orbite devient rapidement prépondérante.

Ces estimations ne permettent pas de donner des règles générales quant à l'importance relative des termes de l'Hamiltonien total, la charge nucléaire Z et le nombre d'électrons N interviennent concurrentiellement. Les corrections relativistes seront incluses au moyen de l'Hamiltonien de *Breit-Pauli* [37, 42, 43]. Cette approximation consiste à écrire l'Hamiltonien total du système atomique comme $H_{BP} = H_{nr} + H_{rel}$ où H_{rel} est l'Hamiltonien relativiste composé d'une somme d'opérateurs relativistes obtenus à partir de l'équation de *Dirac* (opérateurs à un corps) et de l'interaction de *Breit* (opérateurs à deux corps) en forme de *Pauli* [46, 47].

Les opérateurs à un corps sont respectivement :

- Le terme de correction de la masse dû aux mouvements rapides des électrons attirés par le champ nucléaire :

$$H_{rel}^{Mass} = -\frac{1}{4} \alpha^2 \sum_{i=1}^N \nabla_i^4 \quad (2.43)$$

- Le terme de *Darwin* à un corps :

$$H_{rel}^{D1} = -\frac{1}{4} \alpha^2 Z \sum_{i=1}^N \nabla_i^2 \left(\frac{1}{r_i} \right) \quad (2.44)$$

- Le terme des interactions spin-orbite du $i^{\text{ième}}$ électron dans le champ nucléaire :

$$H_{rel}^{SO} = \alpha^2 Z \sum_{i=1}^N r_i^{-3} (\vec{l}_i \cdot \vec{s}_i) \quad (2.45)$$

Les opérateurs à deux corps sont :

- Le terme d'interactions mutuelles de spin-orbite, et spin-autre orbite

$$H_{rel}^{SOO} = -\alpha^2 \sum_{i \neq j}^N \left(\frac{\vec{r}_{ij}}{r_{ij}^3} \times \vec{p}_i \right) (\vec{s}_i + 2\vec{s}_j) \quad (2.46)$$

- Le terme d'interaction spin-spin

$$H_{rel}^{SS} = 2\alpha^2 \sum_{i < j=1}^N \frac{1}{r_{ij}^3} \left[\vec{s}_i \cdot \vec{s}_j - \frac{3(\vec{s}_i \cdot \vec{r}_{ij})(\vec{s}_j \cdot \vec{r}_{ij})}{r_{ij}^2} \right] \quad (2.47)$$

- Le terme d'interaction orbite-orbite

$$H_{rel}^{OO} = -\alpha^2 \sum_{i < j=1}^N \left[\frac{\vec{p}_i \cdot \vec{p}_j}{r_{ij}} + \frac{\vec{r}_{ij} (\vec{r}_{ij} \cdot \vec{p}_i) \cdot \vec{p}_j}{r_{ij}^3} \right] \quad (2.48)$$

- Le terme de *Darwin* à deux corps

$$H_{rel}^{D_2} = \frac{1}{2} \alpha^2 Z \sum_{i < j=1}^N \nabla_i^2 \left(\frac{1}{r_{ij}} \right) \quad (2.49)$$

- Le terme dû au contact spin-spin interaction

$$H_{rel}^{CSS} = -\frac{16\pi}{3} \alpha^2 \sum_{i < j=1}^N (\vec{s}_i \cdot \vec{s}_j) \delta(\vec{r}_{ij}) \quad (2.50)$$

L'ensemble de ces interactions relativistes est pris en compte dans le code de structure atomique SUPERSTRUCTURE développé par *Eissner et al* [40, 37].

2.4 Probabilités de transition radiative

La résolution de l'équation de *Schrödinger* pour un ion multichargé qui peut être supposé isolé du fait que le plasma est assez dilué et par suite les corrélations sont négligeables,

détermine les énergies des états propres et les fonctions propres associées. Cependant l'analyse spectroscopique se fait par l'intermédiaire des raies spectrales qui proviennent de transition entre états propres de l'ion par émission de photons.

On observe que l'ion n'est pas isolé mais en interaction avec un champ de rayonnement. Le développement multipolaire de ce champ de rayonnement en fonction de son potentiel vecteur met en évidence une partie due aux sources électriques et une autre due aux sources magnétiques. La première provient de l'interaction du potentiel vecteur avec le vecteur impulsion de chaque électron et la seconde provient de l'interaction du vecteur potentiel du rayonnement avec le moment magnétique de chaque électron.

L'évolution de la contribution des termes d'interaction du rayonnement multipolaire sur les états atomiques de l'ion permet d'obtenir les probabilités de transition pour ces deux types de rayonnement. On désigne par probabilité de transition, la probabilité par unité de temps d'observer une transition directe d'un état i vers un état f [45].

Pour un rayonnement multipolaire électrique, on définit la probabilité de transition radiative par [45, 48] :

$$A^{Ej}(i \rightarrow f) = \frac{1}{\hbar} \left| \sum_{j\mu} i^j \frac{k_{ph}^{(2j+1)/2}}{(2j-1)!!} \left[\frac{2(j+1)}{j(2j+1)} \right]^{1/2} \langle \psi_f | Q_\mu^j | \psi_i \rangle \right|^2 \quad (2.51)$$

Pour le rayonnement multipolaire magnétique, elle est définie par :

$$A^{Mj}(i \rightarrow f) = \frac{1}{\hbar} \left| \sum_{j\mu} i^{j+1} \frac{k_{ph}^{(2j+1)/2}}{(2j-1)!!} \left[\frac{2(j+1)}{j(2j+1)} \right]^{1/2} \langle \psi_f | M_\mu^j | \psi_i \rangle \right|^2 \quad (2.52)$$

où Q_μ^j et M_μ^j sont respectivement les opérateurs moments multipolaires électriques et magnétiques. j , μ et k_{ph} sont, respectivement, le moment angulaire du photon émis, sa projection sur l'axe de quantification et le module de son vecteur d'onde.

Le calcul d'une probabilité de transition radiative implique d'après (2.51) et (2.52) le calcul des éléments de matrice des opérateurs Q_μ^j et M_μ^j pour un nombre infini de valeurs de j et de μ . En réalité, seuls les premiers termes du développement multipolaire contribuent d'une façon appréciable. En effet, si on prend comme ordre de taille le rayon de Bohr, l'échelle de grandeur pour la probabilité de transition radiative multipolaire

magnétique et électrique d'ordre j est :

$$A^{Ej}(i \rightarrow f) \approx e^2 k_{ph} (k_{ph} a_0)^{2j} \quad (2.53)$$

$$A^{Mj}(i \rightarrow f) \approx a^2 e^2 k_{ph} (k_{ph} a_0)^{2j} \quad (2.54)$$

Donc une augmentation du degré de la multipolarité d'une unité implique que la probabilité de transition radiative, qu'elle soit de type magnétique ou électrique, sera multipliée par le facteur $(k_{ph} a_0)^2 \ll 1$.

D'autre part, les lois de conservation du moment et de la parité conduisent à des règles de sélection déterminées, limitant les transitions possibles entre états du système rayonnant. Si le moment initial de l'ion est J_i , après émission d'un photon de moment j , le moment final de l'ion J_f ne peut prendre que les valeurs déterminées par la règle d'addition des moments :

$$|J_i - J_f| \leq j \leq J_i + J_f \quad (2.55)$$

de même pour les projections M_i et M_f des moments J_i et J_f vérifient avec la projection μ du photon, de par la règle d'addition des moments, la relation :

$$M_f = \mu + M_i \quad (2.56)$$

Quant aux parités des états initial π_i et final π_f du système rayonnant, elles doivent obéir à la loi :

$$\pi_i = \pi_f \times \pi_j \quad (2.57)$$

où π_j est la parité du photon émis. Dans le cas d'un rayonnement multipolaire électrique la parité s'exprime par $(-1)^j$. Pour le rayonnement multipolaire magnétique elle est égale à $(-1)^{j-1}$.

Vu la diminution des coefficients du développement multipolaire par le facteur $(k_{ph} a_0)^2$ qui est très inférieur à 1, chaque fois qu'on augmente l'ordre du développement j par 1, on confirme bien les observations spectroscopiques montrant précisément que les transitions dipolaire électriques sont les plus dominantes. C'est la raison pour laquelle ces transitions

sont appelées transitions permises. Par contre, les transitions interdites correspondent aux transitions dipolaires magnétiques, quadrupolaires magnétiques et quadrupolaires électriques. Ceci dit, les raies dues aux transitions interdites peuvent être aussi intenses que les raies permises lorsqu'elles sont émises par des ions fortement chargés.

D'après (2.51) et (2.52) les expressions de probabilités dipolaire électrique A^{E1} , quadrupolaire électrique A^{E2} , dipolaire magnétique A^{M1} et quadrupolaire magnétique A^{M2} sont respectivement données par :

$$\begin{aligned}
 A^{E1}(i \rightarrow f) &= \frac{64\pi^4}{3h} \frac{1}{\lambda_{ph}^3} \langle \psi_f | Q_\mu^1 | \psi_i \rangle^2 \\
 A^{E2}(i \rightarrow f) &= \frac{64\pi^6}{15h} \frac{1}{\lambda_{ph}^5} \langle \psi_f | Q_\mu^2 | \psi_i \rangle^2 \\
 A^{M1}(i \rightarrow f) &= \frac{64\pi^4}{3h} \frac{1}{\lambda_{ph}^3} \langle \psi_f | M_\mu^1 | \psi_i \rangle^2 \\
 A^{M2}(i \rightarrow f) &= \frac{64\pi^6}{15h} \frac{1}{\lambda_{ph}^5} \langle \psi_f | M_\mu^2 | \psi_i \rangle^2
 \end{aligned}
 \tag{2.58}$$

et vérifient les règles de sélection présentées dans les tableaux 2.1 et 2.2

TAB. 2.1 – Règles de sélection des probabilités de transitions radiatives dipolaires.

Type de transition	Dipôle	
	Electrique $E^{(1)}$	Magnétique $M^{(1)}$
Configuration τ	$\Delta\tau \neq 0$	$\Delta\tau = 0$
Parité π	changement de π	pas de changement de π
l	$\Delta l = \pm 1$	$\Delta l = 0$
S	$\Delta S = 0$	$\Delta S = 0$
L	$\Delta L = 0, \pm 1$ ($0 \leftrightarrow 0$)	$\Delta L = 0$
J	$\Delta J = 0, \pm 1$ ($0 \leftrightarrow 0$)	$\Delta J = 0, \pm 1$ ($0 \leftrightarrow 0$)
M	$\Delta M = 0, \pm 1$	$\Delta M = 0, \pm 1$

TAB. 2.2 – Même légende que le tableau 2.1 mais pour les transtions quadrupolaires.

Type de transition	Quadrupôle	
	Electrique $E^{(2)}$	Magnétique $M^{(2)}$
Configuration τ	$\Delta\tau \neq 0$	$\Delta\tau \neq 0$
Parité π	pas de changement de π	de changement de π
l	$\Delta l = 0, \pm 2$	$\Delta l = \pm 1$
S	$\Delta S = 0$	$\Delta S = 0, \pm 1$
L	$\Delta L = 0, \pm 1, \pm 2$ ($0 \leftrightarrow 0, 0 \leftrightarrow 1$)	si $\Delta S = 0$ $\Delta L = 0, \pm 1, \pm 2$ si $\Delta S = \pm 1$ $\Delta L = 0, \pm 1$ ($0 \leftrightarrow 0$)
J	$\Delta J = 0, \pm 1, \pm 2$ ($0 \leftrightarrow 0, 0 \leftrightarrow 1, \frac{1}{2} \leftrightarrow \frac{1}{2}$)	$\Delta J = 0, \pm 1, \pm 2$ ($0 \leftrightarrow 0, 0 \leftrightarrow 1, \frac{1}{2} \leftrightarrow \frac{1}{2}$)
M	$\Delta M = 0, \pm 1, \pm 2$	$\Delta M = 0, \pm 1, \pm 2$

Chapitre 3

Excitation collisionnelle des ions multichargés

Lorsque des électrons et des ions sont confinés dans un volume fini de l'espace, des processus variés de collisions se produisent de part les interactions électron-électron, ion-ion et électron-ion. Le plasma étudié est suffisamment dilué, la densité électronique est d'environ 10^9 à 10^{13} cm^{-3} pour que l'approximation de la collision binaire qui consiste à réduire l'interaction à plusieurs corps entre les particules du plasmas en une interaction isolée entre une paire de particules, peut être considérée comme valable. Dans cette approximation, le temps de collision est très inférieur au temps moyen qui sépare deux collisions consécutives, de sorte que les collisions peuvent être traitées comme indépendantes les unes des autres.

Pour les plasmas dont la température électronique excède le million de degrés, les processus de collision entre les électrons et les ions sont de loin les plus importants pour la production du rayonnement. Les collisions entre les ions jouent un rôle insignifiant dans l'émission de rayonnement à cause de la forte répulsion coulombienne qui intervient. Le *Bremsstrahlung* électron-électron, rayonnement de type quadrupolaire électrique, ne contribue sensiblement que dans le domaine des fortes températures $T_e > 10^8$ K. L'interaction électron-ion peut conduire à l'excitation ou l'ionisation de la cible ionique mais aussi à la capture de l'électron incident donnant lieu au processus de capture diélectronique dans un état doublement excité ou à la recombinaison radiative [49, 50].

Le rayonnement total émis résulte de la superposition de tous ces processus radiatifs

dont l'importance relative dépend de la longueur d'onde, de la température et de la densité des particules (électrons et ions). Dans notre travail, nous considérons des plasmas optiquement minces. Ceci implique que le rayonnement produit s'échappe librement du plasma sans être réabsorbé.

Lors d'une collision entre un électron et un ion à N électrons et de charge nucléaire Z , l'électron caractérisé initialement par son vecteur d'onde \vec{k}_i , et la projection m_{s_i} de son spin sur l'axe de quantification Oz , passe au voisinage de l'ion dans l'état α_i d'énergie E_i . Après la collision, l'ion se trouve dans l'état α_j d'énergie E_j et l'électron dans un état caractérisé par \vec{k}_j , m_{s_j} . Les états combinés du système e^- -ion obéissent au principe de conservation de l'énergie totale E_T avant et après la collision :

$$E_T = E_i + \frac{k_i^2}{2} = E_j + \frac{k_j^2}{2} \quad (3.1)$$

En négligeant, dans un premier temps, les interactions magnétiques et en se plaçant en couplage LS , l'état α_j de l'ion après la collision peut être défini par les nombres quantiques $c L_j S_j M_{L_j} M_{S_j}$, où c représente l'ensemble des nombres quantiques additionnels nécessaires pour spécifier complètement l'état. Ce dernier est caractérisé par la fonction d'onde antisymétrique $\chi_{\alpha_j}(\vec{X}_j)$ fonction propre des N électrons de la cible, où \vec{X}_j représente l'ensemble des coordonnées de position et de spin (\vec{r}_j, \vec{s}_j) des N électrons [51].

L'électron collisionnel caractérisé par \vec{k}_j et m_{s_j} et affecté de l'indice $N+1$, a pour coordonnées $\vec{x}_{N+1} = (\vec{r}_{N+1}, \vec{s}_{N+1})$ et sa fonction d'onde est [45] :

$$\theta_j(\vec{x}_{N+1}) = \sigma \left(\frac{1}{2}, m_{s_j} \right) \varphi_j(\vec{r}_{N+1}) \quad (3.2)$$

La fonction d'onde du système combiné e^- -ion peut se développer sur la base ortho-normée complète des fonctions d'onde de la cible ionique :

$$\Psi(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1}) = A \sum_j \chi_{\alpha_j}(\vec{X}_j) \theta_j(\vec{x}_{N+1}) \quad (3.3)$$

où A définit l'opérateur d'antisymétrisation :

$$A = \frac{1}{\sqrt{N+1}} \sum_{j=1}^{N+1} (-1)^{N+1-i} P_{i,N+1} \quad (3.4)$$

où $P_{i,N+1}$ est la permutation des indices i et $N+1$, qui introduit la possibilité d'échange entre l'électron incident $N+1$ et les électrons liés de la cible.

Cette fonction d'onde $\Psi(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1})$ doit être solution de l'équation de *Schödinger* :

$$H^T(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1}) \Psi(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1}) = E^T \Psi(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1}) \quad (3.5)$$

où H^T est l'Hamiltonien non relativiste du système total qui s'écrit en unités atomiques :

$$H^T(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1}) = - \sum_{j=1}^{N+1} \left(\frac{1}{2} \nabla_j^2 + \frac{Z}{r_j} \right) + \sum_{j=1}^N \sum_{i=j+1}^{N+1} \frac{1}{r_{ij}} \quad (3.6)$$

On peut décomposer cet Hamiltonien selon trois termes :

$$H(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1}) = H_{ion}(\vec{X}_j) + H_{elec}(\vec{x}_{N+1}) + U(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1}) \quad (3.7)$$

où H_{ion} est l'Hamiltonien de l'ion qui n'opère que sur les fonctions d'onde de l'ion :

$$\langle \chi_{\alpha_j}(\vec{X}_j) | H_{ion}(\vec{X}_j) | \chi_{\alpha_i}(\vec{X}_j) \rangle = E_j \delta(\alpha_j, \alpha_i) \quad (3.8)$$

$H_{elec}(\vec{x}_{N+1})$ est l'Hamiltonien de l'électron libre dans le potentiel central $\frac{z}{r_{N+1}}$:

$$H_{elec}(\vec{x}_{N+1}) = -\frac{1}{2} \nabla_{N+1}^2 - \frac{z}{r_{N+1}} \quad (3.9)$$

où $z = Z - N$ est la charge de l'ion (j) et $U(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1})$ est un potentiel d'ajustement pour retrouver la forme de $H(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1})$.

$$U(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1}) = \sum_{j=1}^N \frac{1}{r_{jN+1}} + \frac{N}{r_{N+1}} \quad (3.10)$$

Pour résoudre l'équation (3.5), il est plus commode de faire une décomposition en ondes partielles de la fonction d'onde totale, dans laquelle on considère des états de moment orbital donné pour l'électron collisionnel. En effet, la fonction d'onde représentant un électron de vecteur d'onde \vec{k}_j bien défini est une superposition de fonctions correspondant

à tous les moments cinétiques possibles de l'électron [52] :

$$\theta_j(\vec{x}_{N+1}) = \sum_{l_j m_{l_j} m_{s_j}} F_j(r_{N+1}) \frac{1}{r_{N+1}} Y_{l_j}^{m_{l_j}}(\hat{r}_{N+1}) \sigma(s_j, m_{s_j}) \quad (3.11)$$

avec \hat{r}_{N+1} qui représente les coordonnées angulaires de l'électron collisionnel, $Y_{l_j}^{m_{l_j}}$ est une harmonique sphérique, $F_j(r_{N+1})$ est la fonction radiale et $\sigma(s_j, m_{s_j})$ est la fonction de spin de l'électron.

Par conséquent, pour l'état du système combiné e^- -ion après la collision, chaque ensemble des nombres quantiques $c_j L_j S_j M_{L_j} M_{S_j} l_j s_j m_{l_j} m_{s_j}$ correspond à une voie γ_j selon laquelle la fonction $\Psi(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1})$ peut se développer en ondes partielles comme suit :

$$\Psi(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1}) = A \sum_{\gamma_j} \Phi_{\gamma_j}(\vec{X}_j, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}) \frac{1}{r_{N+1}} F_{\gamma_j}(r_{N+1}) \quad (3.12)$$

où $\Phi_{\gamma_j}(\vec{X}_j, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1})$ forment une base orthonormée relativement à $\vec{X}_j, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}$

$$\Phi_{\gamma_j}(\vec{X}_j, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}) = \chi_{\alpha_j}(\vec{X}_j) \sigma\left(\frac{1}{2}, m_s\right) Y_{l_j}^{m_{l_j}}(\hat{r}_{N+1}) \quad (3.13)$$

Le système total étant un système isolé dans l'espace, et invariant par rotation, et comme on ne tient pas compte des termes dépendant du spin dans l'Hamiltonien total, le moment orbital total $\vec{L} = \vec{L}_j + \vec{l}_j$ et le moment de spin total $\vec{S} = \vec{S}_j + \vec{s}_j$ sont séparément conservés durant la collision ainsi que la parité π définie par :

$$\pi = (-1)^{\sum_{k=1}^N l_k} \times (-1)^{l_j} \quad (3.14)$$

De ceci on définit alors une nouvelle voie Γ_j par l'ensemble des nombres quantiques :

$$\Gamma_j \equiv c_j L_j S_j M_{L_j} M_{S_j} l_j s_j \left(= \frac{1}{2}\right) m_{l_j} m_{s_j} L S M_L M_S \quad (3.15)$$

tel que L et S satisfont aux relations triangulaires :

$$|L_j - l_j| \leq L \leq L_j + l_j \quad (3.16)$$

$$\text{et } \begin{cases} S = S_j \pm 1/2 & \text{si } S_j \geq 1/2 \\ S = 1/2 & \text{si } S_j = 0 \end{cases} \quad (3.17)$$

On forme ainsi, à partir de la base de fonctions Φ_{γ_j} de la représentation γ_j , une nouvelle base de fonctions propres de $L^2 L_z S^2 S_z$ et π en utilisant le théorème d'addition de deux moments angulaires :

$$\begin{aligned} \Phi_{\Gamma_j}(\vec{X}_j, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}) &= \sum_{M_{S_j} m_{s_j}} \sum_{M_{L_j} m_{l_j}} C(L_j l_j M_{L_j} m_{l_j}; L M_L) \\ &\times C(S_j s_j M_{S_j} m_{s_j}; S M_S) \chi_{\alpha_j}(\vec{X}_j) \sigma(s_j, m_{s_j}) Y_{l_j}^{m_{l_j}}(\hat{r}_{N+1}) \end{aligned} \quad (3.18)$$

où $C(abm_a m_b; cm_c)$ désigne un coefficient de *Clebsch-Gordan*.

En développant la fonction d'onde totale du système sur cette base orthonormée complète de fonctions Φ_{Γ_j} , l'expression de $\Psi(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1})$ devient :

$$\Psi(\vec{X}_j, \vec{x}_{N+1}) = A \sum_{\Gamma_j} \Phi_{\Gamma_j}(\vec{X}_j, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}) \frac{1}{r_{N+1}} F_{\Gamma_j}(r_{N+1}) \quad (3.19)$$

Pour un r_{N+1} grand c'est à dire lorsque l'électron diffusé est suffisamment loin de la cible, il sent seulement l'effet de la charge positive z de l'ion, et par conséquent les fonctions radiales $F_{\Gamma_j}^{\infty}(r_{N+1})$ satisferont les équations radiales de *Coulomb* :

$$\left[\frac{d^2}{dr_{N+1}^2} - \frac{l_{\Gamma_j}(l_{\Gamma_j} + 1)}{r_{N+1}^2} + \frac{2z}{r_{N+1}} + k_{\Gamma_j}^2 \right] F_{\Gamma_j}^{\infty}(r_{N+1}) = 0 \quad (3.20)$$

où $z = Z - N$ est la charge de l'ion (j).

Les solutions de l'équation (3.20) sont les fonctions hypergéométriques confluentes, elles peuvent être exprimées comme une combinaison linéaire des fonctions régulières et irrégulières [45] :

$$F_{\Gamma_j}^{\Gamma_i}(r_{N+1}) \xrightarrow{r_{N+1} \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{k_{\Gamma_j}}} (\sin(\zeta_j) \delta(\Gamma_j k_{\Gamma_j}, \Gamma_i k_{\Gamma_i}) + \cos(\zeta_j) R_{\Gamma_j \Gamma_i}) \quad (3.21)$$

avec : $R_{\Gamma_j \Gamma_i}$ est un élément de la matrice de réactance qui est réelle.

$$\zeta_j(r_{N+1}) = k_{\Gamma_j} r_{N+1} - \frac{l_{\Gamma_j} \pi}{2} + \frac{z}{k_{\Gamma_j}} \ln(2k_{\Gamma_j} r_{N+1}) + \sigma_{\Gamma_j} \quad (3.22)$$

où $\sigma_{\Gamma_j} = \arg \Gamma \left(l_{\Gamma_j} + 1 - i \frac{z}{k_{\Gamma_j}} \right)$ est le déphasage coulombien pour l'onde partielle l_j , où $\Gamma(u)$ est la fonction gamma.

L'utilisation des fonctions radiales réelles données dans (3.21) est commode dans les applications numériques. Dans la recherche de l'expression analytique des sections efficaces, il est plus adéquat de réécrire l'équation (3.21), après transformation matricielle, sous la forme :

$$F_{\Gamma_j}^{\Gamma_i}(r_{N+1}) \xrightarrow{r_{N+1} \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{k_{\Gamma_j}}} (-2i \sin(\sigma_{\Gamma_j}) \delta(\Gamma_j k_{\Gamma_j}, \Gamma_i k_{\Gamma_i}) - \exp^{i\sigma_j} T_{\Gamma_j \Gamma_i}) \quad (3.23)$$

La relation entre la matrice de transition T et la matrice de réactance R est :

$$T = \frac{2iR}{1 - iR} \quad (3.24)$$

3.1 Expression de la section efficace d'excitation des sous-niveaux magnétiques

La théorie quantique de l'excitation des ions atomiques par impact d'électrons a été discutée dans plusieurs articles, mais les calculs qui ont été publiés concernent seulement des transitions entre niveaux ce qui veut dire que les sections efficaces d'excitations sont sommées sur tous les nombres quantiques magnétiques.

Le problème de collision entre un électron et un ion est souvent compliqué. D'une part, l'ion a une structure complexe : il est chargé et de plus il peut être excité durant la collision, l'électron projectile perd de l'énergie. D'autre part, l'électron projectile pourra s'échanger avec les électrons de la cible durant la collision et la fonction d'onde totale devra satisfaire le principe d'exclusion de *Pauli*.

La collision entre un électron et un ion comprenant N électrons est un problème à $N+1$ électrons. Lorsqu'on traite des atomes fortement ionisés comme ceux du néon héliumoïde Ne^{8+} , l'Hamiltonien atomique doit inclure les effets relativistes (interaction spin-orbite, variation de la masse avec la vitesse, terme de *Darwin*, etc). Cependant l'électron projectile peut être considéré comme étant non-relativiste tant que son énergie n'est pas assez grande (non supérieure à 150 keV).

Les sous-niveaux magnétiques de la cible sont définis en terme de nombre quantiques $\alpha_i = \Delta_i J_i M_i$ où J_i et M_i sont, respectivement, le nombre angulaire total et sa projection suivant l'axe de quantification, qui est pris parallèle à la direction des électrons incident. Δ_i représente tous les nombres quantiques additionnels permettant de spécifier complètement l'état. Par ailleurs, les nombres quantiques qui définissent l'électron projectile sont les moments orbital et de spin l_i et s_i aussi bien que leurs projections m_{l_i} et m_{s_i} ainsi que son vecteur d'onde $\vec{k}_i = (k_i, \hat{k}_i)$ ($k_i = |\vec{k}_i|$ et \hat{k}_i est un vecteur unitaire dans la direction de \vec{k}_i)

L'amplitude de diffusion de l'électron de la direction \vec{k}_j vers \vec{k}_i , associée à la transition $\alpha_j \rightarrow \alpha_i$ est donnée par [53]

$$f(\alpha_j m_{s_j} \hat{k}_j \rightarrow \alpha_i m_{s_i} \hat{k}_i) = \sum_{l_i m_{l_i} l_j m_{l_j}} \frac{2\pi i^{l_j - l_i - 1}}{(k_i k_j)^{1/2}} \exp[i(\sigma_{l_i} - \sigma_{l_j})] Y_{l_i}^{m_{l_i}}(\hat{k}_i) Y_{l_j}^{m_{l_j}*}(\hat{k}_j) \times T_{\beta_i \beta_j} \quad (3.25)$$

où $Y_l^{m_l}(\hat{k})$ représente l'harmonique sphérique. $T_{\beta_i \beta_j}$ est la matrice de transition de β_j vers β_i . β_i représente l'ensemble des nombres quantiques décrivant le système total dans la représentation non-couplée des moments angulaires i.e.

$$\beta_i \equiv (\alpha_i, l_i, m_{l_i}, s_i = \frac{1}{2}, m_{s_i}) \quad (3.26)$$

σ_{l_i} représente le déphasage *Coulombien* associé à la charge ionique *Coulombienne* $z = Z - N$. Il est donné par :

$$\sigma_{l_i} = \arg \Gamma(l_i + 1 - \frac{iz}{k_i}) \quad (3.27)$$

Γ est la fonction *Gamma* qui vérifie la relation de récurrence

$$\Gamma(x + 1) = x\Gamma(x) \quad (3.28)$$

Etant donné qu'on s'intéresse au rayonnement émis par des états dégénérés qui ont été excités par un faisceau d'électrons unidirectionnel, on doit inclure la matrice densité de ces états. Si on admet que le photon est émis bien après que le processus d'excitation soit achevé de telle façon que les processus d'excitation et de désexcitation soient indépendants l'un de l'autre. La matrice densité est directement reliée à l'amplitude de diffusion donnée

par (3.25). Cette matrice n'est diagonale que si l'on choisit l'axe de quantification suivant la direction de l'électron incident i.e. $\hat{k}_j = (0, 0)$. les éléments diagonaux $\rho_{\alpha_i \alpha_i}$ sont proportionnels à la section efficace d'excitation par impact d'électrons relative à la transition $\alpha_j \rightarrow \alpha_i$:

$$\rho_{\alpha_i \alpha_i} \propto Q(\alpha_j \rightarrow \alpha_i) = \frac{k_i}{2k_j} \sum_{m_{s_i} m_{s_j}} \int d\hat{k}_i |f(\alpha_j m_{s_j} 0 \rightarrow \alpha_i m_{s_i} \hat{k}_i)|^2 \quad (3.29)$$

La sommation et l'intégration se font sur toutes les composantes m_{s_i} ainsi que la direction de mouvement \hat{k}_i des électrons diffusés. En admettant que le faisceau d'électrons incident est non-polarisé, on a moyenné sur toutes les composantes de spin m_{s_j} . Dans le cas où les états atomiques initiaux sont statistiquement peuplés, on doit aussi moyenner sur tous les M_j . Pour $\hat{k}_j \neq (0, 0)$, la matrice densité peut être obtenue à partir de (3.25) en utilisant les éléments de matrice de rotation $D_{M_i M_i'}^{J_i}(\varphi_j, \theta_j, 0)$ où $\hat{k}_j = (\varphi_j, \theta_j)$.

La matrice de transition T est diagonale dans la représentation du moment angulaire J du système total et est indépendante de M_J . Tant que le comportement relativiste de l'électron libre reste ignoré et tant que les corrélations relativistes des énergies de l'ion cible sont petites, il est plus convenant de passer au couplage intermédiaire, appelé couplage de pair [44] :

$$\gamma_i \equiv (\Delta_i J_i l_i K_i(s_i) J M_J) \quad (3.30)$$

dans laquelle K_i et J sont obtenus à partir des relations de couplage :

$$\begin{cases} \vec{K}_i = \vec{J}_i + \vec{l}_i \\ \vec{J} = \vec{K}_i + \vec{s}_i \end{cases} \quad (3.31)$$

La transformation unitaire qui relie les deux représentations β et γ peut être déterminée en terme des coefficients des *Clebsch-Gordan* (écrits en notation de *Biedenharn* comme suit :

$$T_{\beta_i \beta_j} = \sum_{J K_i K_j M_J M_{K_i} M_{K_j}} C_{M_i m_i M_{K_i}}^{J l_i K_i} C_{M_{K_i} m_{s_i} M_J}^{K_i \frac{1}{2} J} T_{\gamma_i \gamma_j} C_{M_j m_j M_{K_j}}^{J l_j K_j} C_{M_{K_j} m_{s_j} M_J}^{K_j \frac{1}{2} J} \quad (3.32)$$

Comme, pour des raisons de simplification, l'axe de quantification a été choisi suivant la direction des électrons incidents, la projection de moment orbital $m_{l_j} = 0$ et la fonction

angulaire de l'électron projectile deviennent alors égale à :

$$Y_{l_j}^{m_{l_j}}(\hat{k}_j) = Y_{l_j}^{m_{l_j}^*}(\hat{k}_j) = \left[\frac{2l_j + 1}{4\pi} \right]^{\frac{1}{2}} \delta_{m_{l_j}, 0} \quad (3.33)$$

En substituant (3.33) et (3.32) dans (3.25), l'amplitude de transition se réduit alors à :

$$\begin{aligned} f(\alpha_j m_{s_j} \hat{k}_j \rightarrow \alpha_i m_{s_i} \hat{k}_i) &= \sum_{l_i l_j m_{l_i}} \sum_{JK_i K_j M_j M_{K_i}} i^{l_j - l_i - 1} (2l_j + 1)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\pi}{k_i k_j} \right)^{\frac{1}{2}} \\ &\times \exp [i(\sigma_{l_i} - \sigma_{l_j})] Y_{l_i}^{m_{l_i}}(\hat{k}_i) C(J_j l_j M_j 0; K_j M_j) C(K_j \frac{1}{2} M_j m_{s_j}; J M_j) \\ &\times C(J_i l_i M_i m_{l_i}; K_i M_{K_i}) C(K_i \frac{1}{2} M_{K_i} m_{s_i}; J M_j) T_{\gamma_i \gamma_j} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Il faut remarquer qu'on a directement remplacé M_{K_j} par M_j du fait que $m_{l_j} = 0$.

La section efficace différentielle d'excitation du sous-niveau magnétique $\Delta_j J_j M_j$ vers le sous-niveaux magnétique $\Delta_i J_i M_i$ qui représente, par définition, le nombre des électrons diffusés par unité de temps et d'angle solide, dans la direction \hat{k}_i , rapporté au flux incident dans la direction \hat{k}_j , est proportionnelle au carré de l'amplitude de diffusion [52]

$$\frac{dQ(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j)}{d\hat{k}_i} = \frac{k_i}{k_j} |f(\alpha_j m_{s_j} \hat{k}_j \rightarrow \alpha_i m_{s_i} \hat{k}_i)|^2 \quad (3.35)$$

Du fait que dans l'état initial les électrons ne sont pas polarisés, on peut moyenner sur toutes les orientations de spin m_{s_j} . On peut également sommer sur toutes les m_{s_i} puisque les électrons diffusés ne sont pas détectés. La section efficace d'excitation entre les sous-niveaux magnétiques, pour des électrons incidents non polarisés s'exprimera alors par :

$$Q(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = \frac{k_i}{2k_j} \sum_{m_{s_i} m_{s_j}} \int |f(\alpha_j m_{s_j} \hat{k}_j \rightarrow \alpha_i m_{s_i} \hat{k}_i)|^2 d\hat{k}_i \quad (3.36)$$

Si on remplace, dans cette équation, l'amplitude de diffusion par son expression donnée par (3.34), et en utilisant la relation d'orthonormalisation des harmoniques

sphériques, à savoir

$$\int Y_{l_i}^{m_{l_i}}(\hat{k}_i) Y_{l'_i}^{m_{l'_i}}(\hat{k}_i) d\hat{k}_i = \delta_{l_i l'_i} \delta_{m_{l_i} m_{l'_i}} \quad (3.37)$$

En outre, puisqu'on s'intéresse aux ions héliumoides dont le niveau final est 1^1S_0 , la forme finale de la section efficace d'excitation entre les sous-niveaux magnétiques s'écrit en fonction des forces de collision partielle [54, 55, 56] :

$$Q(1^1S_0 \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = \frac{\pi}{k_j^2} \sum_{l_i=0}^{\infty} \Omega_{l_i}(\Delta_i J_i M_i) \quad (3.38)$$

Les forces de collision partielles sont données par :

$$\Omega_{l_i}(\Delta_j J_j M_j \rightarrow \Delta_i J_i M_i) = \frac{1}{2} \sum_{l'_j m_{l'_j} m_{s_i} m_{s_j}} i^{l'_j - l'_j} \sqrt{(2l_j + 1)(2l'_j + 1)} \exp[i(\sigma_{l_j} - \sigma_{l'_j})] \times T_{\beta_i \beta_j} T_{\beta_i \beta'_j}^* \quad (3.39)$$

notons que $m_{l_j} = 0$ suite au choix de l'axe de quantification qui, rappelons le, est choisi suivant la direction du faisceau incident d'électrons.

En substituant (3.32) dans (3.39), et en appliquant les propriétés de symétrie des coefficients de *Clebsh-Gordan*, on peut vérifier que :

$$\Omega_{l_i}(\Delta_i J_i M_i) = \Omega_{l_i}(\Delta_i J_i - M_i) \quad (3.40)$$

Il est utile, pour la poursuite du développement de notre étude, de donner l'expression de la section efficace d'excitation pour chacun des sous-niveaux magnétiques, pour une distribution angulaire anisotrope d'angle θ , sous la forme suivante [52] :

$$\begin{cases} \sigma_0(\theta) = (1 - \cos^2 \theta) \sigma_1 + \cos^2 \theta \sigma_0 \\ \sigma_1(\theta) = \frac{1 - \cos^2 \theta}{2} \sigma_0 + \frac{1 + \cos^2 \theta}{2} \sigma_1 \end{cases} \quad (3.41)$$

où

$$\begin{cases} \sigma_{M_j}(\theta) = Q(1^1S_0 \longrightarrow 2^1P_1M_j, \theta) \\ \sigma_{M_j} = \sigma_{M_j}(\theta = 0) = Q(1^1S_0 \longrightarrow 2^1P_1M_j) \end{cases} \quad (3.42)$$

3.2 Méthodes utilisées pour le calcul des forces de collision

La démonstration présentée ci-dessus montre que le calcul des forces de collision requiert automatiquement la détermination de l'amplitude de diffusion qui est, à son tour, reliée à la matrice de transition T . Celle-ci peut être déduite à partir de la matrice de réactance R suivant la relation [42, 51] :

$$T = \frac{-2iR}{1 - iR} \quad (3.43)$$

La matrice R est déterminée par la forme asymptotique des fonctions radiales de l'électron projectile [1, 57]. Le problème qui se pose est que la résolution des équations impliquant ces fonctions radiales ne peut s'effectuer de façon exacte.

Le développement tronqué de la fonction d'onde du système peut être obtenu numériquement de façon exacte par l'approximation *Close-Coupling* CC (couplage collisionnel). C'est la méthode la plus élaborée pour le calcul des forces de collision. Cependant la puissance de cette méthode est imposante seulement dans le voisinage du seuil d'excitation des atomes neutres et des ions faiblement chargés. Pour les atomes aussi multiplement chargés que ceux de la séquence isoélectronique de l'hélium, l'approximation *Distorted-Wave* DW (ondes déformées) est profondément utile. [58] ont montré que l'approximation DW donne d'excellents résultats déjà pour les ions hydrogénides de numéro atomique $Z \geq 10$ qui sont moins adaptés à DW que les héliumoides compte tenu d'un couplage plus important entre les états atomiques.

3.2.1 Approximation *Close-Coupling* (CC)

Dans cette approximation on ne tient compte du couplage qu'entre un certain nombre fini d'états Γ . La fonction d'onde du système total à $(N + 1)$ électrons s'écrit :

$$\Psi_{\Gamma}^{CC}(\vec{X}_i, \vec{x}_{N+1}) = A \sum_{\Gamma_i}^t \Phi_{\Gamma_i}(\vec{X}_i, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}) \frac{1}{r_{N+1}} F_{\Gamma_i \Gamma_j}^{CC}(r_{N+1}) \quad (3.44)$$

où t montre que la somme est bien tronquée. A est l'opérateur d'antisymétrisation défini par :

$$A = \frac{1}{\sqrt{N+1}} \sum_{i=1}^{N+1} (-1)^{N+1-i} P_{i,N+1} \quad (3.45)$$

$P_{i,N+1}$ est la permutation des indices i et $N + 1$, qui introduit la possibilité d'échange entre l'électron incident $N + 1$ et les électrons de la cible. $\Psi_{\Gamma}^{CC}(\vec{X}_i, \vec{x}_{N+1})$ est la fonction d'onde du système total ($e^- + \text{ion}$) dans l'approximation CC qui vérifie l'équation de *Schrödinger*.

La fonction $\Phi_{\Gamma_i}(\vec{X}_i, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1})$ est relative à une onde partielle donnée. Elle est égale au produit de la fonction d'onde de l'ion, la fonction spin de l'électron collisionnel ainsi que de son harmonique sphérique. Elle forme d'ailleurs une base orthonormée relativement à $\vec{X}_i, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}$. ON peut l'écrire sous la forme suivante :

$$\Phi_{\Gamma_i}(\vec{X}_i, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}) = \chi_{\beta_i}(\vec{X}_i) \sigma(\vec{s}_{N+1}) Y_{l_i}^{m_{l_i}}(\hat{r}_{N+1}) \quad (3.46)$$

avec \hat{r}_{N+1} représente les coordonnées angulaires de l'électron collisionnel. $F_{\Gamma_i \Gamma_j}^{CC}$ est la fonction radiale de l'électron projectile dans l'approximation CC.

Pour déterminer ces fonctions $F_{\Gamma_i \Gamma_j}^{CC}(r_{N+1})$ on utilise la méthode variationnelle i.e.

$$\delta \left[\langle \psi_{\Gamma_i}^{CC} | (H - E) | \psi_{\Gamma_j}^{CC} \rangle - \frac{1}{2} R_{\Gamma_i \Gamma_j}^{CC} \right] = 0 \quad (3.47)$$

ce qui implique un calcul d'intégrale i.e.

$$I = \int \delta \psi_{\Gamma_i}^{CC} (H - E) \psi_{\Gamma_j}^{CC} d\vec{X}_i d\vec{s}_{N+1} d\hat{r}_{N+1} = 0 \quad (3.48)$$

avec

$$\delta\psi_{\Gamma}^{CC}(\vec{X}_i, \vec{x}_{N+1}) = A \sum_{\Gamma_i}^t \Phi_{\Gamma_i}(\vec{X}_i, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}) \frac{1}{r_{N+1}} \delta F_{\Gamma_i \Gamma_j}^{CC}(r_{N+1}) \quad (3.49)$$

Le système d'équations couplées, résolu pour toutes les voies incluses dans la somme tronquée, donne des fonctions $\psi_{\Gamma}^{CC}(\vec{X}_i, \vec{x}_{N+1})$ telles que :

$$\langle \psi_{\Gamma_i}^{CC} | (H - E) | \psi_{\Gamma_j}^{CC} \rangle = 0 \quad (3.50)$$

3.2.2 Approximation *Distorted-Wave* (DW)

L'idée de base est de négliger tout couplage à l'ordre zéro entre les états du système total de diffusion. La technique mise au point par *Eissner et Seaton* consiste à calculer les fonctions radiales, d'ordre zéro, de l'électron de diffusion, dans un potentiel central de type *Thomas-Fermi-Dirac* décrivant l'ensemble de l'effet attractif du noyau et la répulsion moyenne des électrons de la cible. Les éléments de matrice de réactance sont alors obtenus à partir de la fonction radiale d'ordre zéro, dont il s'agit plus haut, par le principe variationnel [1, 45].

Donc d'après ce qu'on vient de décrire, l'approximation DW consiste à négliger les processus de couplage $\Gamma_j \rightarrow \Gamma_k \rightarrow \Gamma_i$, qui peuvent accompagner l'excitation $\Gamma_j \rightarrow \Gamma_i$. autrement dit, le système total $e^- + \text{ion}$ ne peut être que dans la voie initiale ou dans la voie finale. La fonction d'onde $\psi_{\Gamma_i}^{DW}$ décrivant le système se réduit alors à :

$$\psi_{\Gamma_i}^{DW}(\vec{X}_i, \vec{x}_{N+1}) = A \Phi_{\Gamma_i}(\vec{X}_i, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}) \frac{1}{r_{N+1}} F_{\Gamma_i \Gamma_j}^{DW}(r_{N+1}) \quad (3.51)$$

Donc les équations radiales se réduisent à une seule équation différentielle :

$$\left[\frac{d^2}{dr_{N+1}^2} - \frac{l_{\Gamma_i}(l_{\Gamma_i} + 1)}{r_{N+1}^2} + 2V(r_{N+1}, \lambda) + k_{\Gamma_i}^2 \right] F_{\Gamma_i \Gamma_j}^{DW}(r_{N+1}) = 0 \quad (3.52)$$

Le potentiel $V(r_{N+1}, \lambda)$ est le potentiel central statistique de *Thomas-Fermi-Dirac* décrivant l'ensemble de l'effet attractif du noyau et la répulsion moyenne des électrons de

la cible. Ce potentiel remplit les conditions aux limites suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \lim_{r_{N+1} \rightarrow \infty} V(r_{N+1}, \lambda) = \frac{z}{r_{N+1}} \\ \lim_{r_{N+1} \rightarrow 0} V(r_{N+1}, \lambda) = \frac{Z}{r_{N+1}} \end{array} \right. \quad (3.53)$$

La variable μ qui apparaît dans la forme du potentiel central, est un paramètre d'échelle qu'on introduit lors du calcul numérique pour calculer l'énergie de l'électron collisionnel.

La fonction radiale $F_{\Gamma}^{DW}(r_{N+1})$, régulière à l'origine, a pour forme asymptotique :

$$F_{\Gamma_i \Gamma_j}^{DW}(r_{N+1}) \xrightarrow{r_{N+1} \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{k_{\Gamma_i}}} [\delta(\Gamma_i k_i, \Gamma_j k_j) \sin(\sigma_{\Gamma_i} + \tau_{\Gamma_i}^{DW})] \quad (3.54)$$

Ce qui permet de définir la phase $\tau_{\Gamma_i}^{DW}$ utilisée dans l'approximation DW. Si on compare cette expression avec celle qui donne la forme asymptotique de la fonction radiale lorsqu'on tient compte de toutes les voies ouvertes qui dépendent de l'élément de matrice de diffusion, il apparaît que le choix de la phase $\tau_{\Gamma_i}^{DW}$ implique que :

$$R_{\Gamma_i \Gamma_j}^{DW}(\tau_{\Gamma_i}^{DW}) = 0 \quad (3.55)$$

Une amélioration des éléments de matrice R calculés en utilisant des fonctions approchées Ψ^{DW} est obtenue par :

$$R_{\Gamma_i \Gamma_j}^{DW}(\tau^{DW}) = -2 \langle \Psi_{\Gamma_i}^{DW} | H - E^T | \Psi_{\Gamma_j}^{DW} \rangle \quad (3.56)$$

L'approximation DW sera valable si $|R_{\Gamma_i \Gamma_j}^{DW}(\tau^{DW})| \ll 1$

La matrice $R^{DW}(\tau^{DW})$ est ensuite transformée en $R^{DW}(0)$ afin d'obtenir la matrice qui correspond aux conditions aux limites imposées par le problème physique et mathématique

[52]

$$R^{DW}(0) = \frac{\sin(\tau^{DW}) + R^{DW}(\tau^{DW}) \cos(\tau^{DW})}{\cos(\tau^{DW}) - R^{DW}(\tau^{DW}) \sin(\tau^{DW})} \quad (3.57)$$

3.2.3 Approximation *Coulomb-Bethe* (CBe)

Pour des énergies faibles, seul un nombre restreint d'ondes partielles (états bien définis de moments angulaires de l'électron incident) contribue significativement à la diffusion de l'électron. Ce nombre augmente avec l'énergie de l'électron incident. Il augmente aussi avec l'intensité du potentiel d'interaction dominant à longue portée. Le programme DW tel qu'il a été conçu par *Eissner et Seaton* [1] calcule les ondes partielles habituellement jusqu'à la limite $l_i = 30$.

Dans l'approximation de *Coulomb-Bethe*, tout en négligeant le couplage entre les états du système, on suppose que l'électron de collision ne pénètre pas le nuage électronique $1s^2$ de la cible. Ce qui mathématiquement se traduit par une commode simplification de la partie de l'hamiltonien du système total qui décrit l'interaction électrostatique électron projectile-électron de la cible. En outre cet électron, qui est extérieur au coeur ionique, est soumis pendant toute l'interaction avec l'ion, au potentiel *coulombien* asymptotique $2z / r_{N+1}$, ce qui est d'ailleurs compatible lorsqu'il s'agit d'ions aussi fortement chargés que les héliumoides.

Sachant que plus l'électron incident possède un moment angulaire grand, moins cet électron est susceptible d'approcher la cible du fait de la diffusion à grande distance. Il est donc opportun d'utiliser l'approche *Coulomb-Bethe* pour calculer les contributions des ondes partielles du moment angulaire l_i grands qui sont relativement appréciables dans le domaine des grandes énergies pour les transitions optiquement permises $\lambda = 1$.

Semi-classiquement, on montre que cette approximation est valable pour les valeurs de l_i telles que

$$l_i > l_{i_{min}} = \sqrt{k_j^2 \langle r \rangle^2 + 2z \langle r \rangle} - \frac{1}{2} \quad (3.58)$$

où $\langle r \rangle$ est le rayon sphérique moyen de l'ion cible.

Les éléments de matrice de transition $T_{\beta_i \beta_j}^{CBe}$ en représentation non-couplée sont donnés par :

$$T_{\beta_i \beta_j}^{CBe} = 4i \langle \psi_{\beta_i}^{CBe} | \sum_{\lambda, \mu} \sum_{k=1}^N \frac{r_k^\lambda}{r_{N+1}^{\lambda+1}} C_{\lambda \mu}(r_k) C_{\lambda \mu}^*(r_{N+1}) | \psi_{\beta_j}^{CBe} \rangle \quad (3.59)$$

où

$$\psi_{\beta_i}^{CBe}(\vec{X}_i, \vec{x}_{N+1}) = |\Delta_i J_i M_i k_i l_i m_{l_i} m_{s_i}\rangle = A \Phi_{\beta_i}(\vec{X}_i, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}) \frac{1}{r_{N+1}} F_{k_i l_i}^C(r_{N+1}) \quad (3.60)$$

ce qui nous permet d'écrire :

$$\begin{aligned} T_{\beta_i \beta_j}^{CBe} &= 4i \sum_{\lambda} \int_0^{\infty} F_{k_i l_i}^C(r_{N+1}) \frac{1}{r_{N+1}^{\lambda+1}} F_{k_j l_j}^C(r_{N+1}) dr_{N+1} \\ &\times \sum_{\mu} \int_{4\pi} Y_{l_i}^{m_{l_i}^*}(\hat{r}_{N+1}) C_{\lambda \mu}^*(\hat{r}_{N+1}) Y_{l_j}^{m_{l_j}}(\hat{r}_{N+1}) d\hat{r}_{N+1} \\ &\times \delta_{m_{s_i} m_{s_j}} \delta_{m_{l_i} 0} \langle \Delta_i J_i M_i | \sum_{k=1}^N r_k^{\lambda} C_{\lambda \mu}(\hat{r}_k) | \Delta_j J_j M_j \rangle \end{aligned} \quad (3.61)$$

En utilisant les relations suivantes $Y_l^{m_l^*} = (-1)^{m_l} Y_l^{-m_l}$ et

$$C(j_1 j_2 m_1 m_2; j m) = (-1)^{-j_1+j_2-m} \sqrt{2j+1} \begin{pmatrix} j_1 & j_2 & j \\ m_1 & m_2 & -m \end{pmatrix} \quad (3.62)$$

Nous pouvons calculer la seconde intégrale dans l'équation (3.61) pour $\lambda = 1$ (transition dipolaire électrique)

$$\begin{aligned} &\int_{4\pi} Y_{l_i}^{m_{l_i}^*}(\hat{r}_{N+1}) C_{1\mu}^*(\hat{r}_{N+1}) Y_{l_j}^0(\hat{r}_{N+1}) d\hat{r}_{N+1} \\ &= (-1)^{m_{l_i}+\mu} \sqrt{(2l_i+1)(2l_j+1)} \times \begin{pmatrix} l_i & 1 & l_j \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_i & 1 & l_j \\ -m_{l_i} & -\mu & 0 \end{pmatrix} \\ &= \sqrt{\frac{(2l_i+1)}{(2l_j+1)}} C(l_i 1 0 0; l_j 0) C(l_i 1 -m_{l_i} m_{l_i}; l_j 0) \end{aligned} \quad (3.63)$$

D'autre part, en faisant intervenir l'opérateur moment dipolaire électrique $Q_{\mu}^{(1)}$ défini par :

$$Q_{\mu}^{(1)} = \sum_{k=1}^N r_k C_{1\mu}(\hat{r}_k) \quad (3.64)$$

où la sommation sur k concerne tous les électrons de la cible. Nous pouvons écrire après

application du théorème de *Wigner-Eckart* :

$$\langle \Delta_i J_i M_i | Q_\mu^{(1)} | \Delta_j J_j M_j \rangle = \frac{1}{\sqrt{2J_i + 1}} C(J_j 1 M_j \mu; J_i M_i) \langle \Delta_i J_i || Q^{(1)} || \Delta_j J_j \rangle \quad (3.65)$$

où $\langle \Delta_i J_i || Q^{(1)} || \Delta_j J_j \rangle$ représente l'élément de matrice réduit. En injectant ces deux dernières équations (3.63) et (3.65) dans (3.61), nous obtenons pour l'élément de matrice de transition :

$$T_{\beta_i \beta_j}^{CBe} = \frac{4i}{\sqrt{2J_i + 1}} \sqrt{\frac{(2l_i + 1)}{(2l_j + 1)}} \delta_{m_{s_i} m_{s_j}} \int_0^\infty F_{k_i l_i}^C(r) \frac{1}{r^2} F_{k_j l_j}^C(r) dr C(l_i 1 0 0; l_j 0) \\ \times C(l_i 1 -m_i m_i; l_j 0) C(J_j 1 M_j M_i - M_j; J_i M_i) \langle \Delta_i J_i || Q^{(1)} || \Delta_j J_j \rangle \quad (3.66)$$

où μ a été remplacé par $M_i - M_j$ qui est aussi égal à $-m_i$.

En substituant l'équation (3.66) dans l'équation (3.39) qui donne la force de collision partielle entre les sous-niveaux magnétiques, celle-ci devient :

$$\Omega_{l_i}^{CBe} (\Delta_j J_j M_j \rightarrow \Delta_i J_i M_i) = \frac{8}{2J_i + 1} C(J_j 1 M_j M_i - M_j; J_i M_i)^2 \\ \times |\langle \Delta_i J_i || Q^{(1)} || \Delta_j J_j \rangle|^2 \sum_{m_{s_j} m_{s_i}} \delta_{m_{s_j} m_{s_i}} \sum_{l_j l_j'} (2l_i + 1) i^{l_j - l_j'} \exp[i(\sigma_{l_j} - \sigma_{l_j'})] \\ \times C(l_i 1 0 0; l_j 0) C(l_i 1 0 0; l_j' 0) C(l_i 1 M_i - M_j M_j - M_i; l_j 0) C(l_i 1 M_i - M_j M_j - M_i; l_j' 0) \\ \times \int_0^\infty F_{k_i l_i}^C(r) \frac{1}{r^2} F_{k_j l_j}^C(r) dr \int_0^\infty F_{k_i l_i}^C(r) \frac{1}{r^2} F_{k_j l_j'}^C(r) dr \quad (3.67)$$

En effectuant la sommation sur m_{s_i} et m_{s_j} et en introduisant la force de raie S définie par :

$$S(\Delta_i J_i, \Delta_j J_j) = |\langle \Delta_i J_i || Q^{(1)} || \Delta_j J_j \rangle|^2 \quad (3.68)$$

l'expression de la force de collision partielle dans l'approximation de *Coulomb-Bethe*

s'écrit :

$$\begin{aligned}
\Omega_{l_i}^{CBe}(\Delta_j J_j M_j \rightarrow \Delta_i J_i M_i) &= \frac{16}{2J_i + 1} C(J_j 1 M_j M_i - M_j; J_i M_i)^2 \\
&\times S(\Delta_i J_i, \Delta_j J_j) \sum_{l_j l'_j} (2l_i + 1) i^{l_j - l'_j} \exp \left[i(\sigma_{l_j} - \sigma_{l'_j}) \right] C(l_i 1 0 0; l_j 0) \\
&\times C(l_i 1 0 0; l'_j 0) C(l_i 1 M_i - M_j M_j - M_i; l_j 0) C(l_i 1 M_i - M_j M_j - M_i; l'_j 0) \\
&\times \int_0^\infty F_{k_i l_i}^C(r) \frac{1}{r^2} F_{k_j l_j}^C(r) dr \int_0^\infty F_{k_i l_i}^C(r) \frac{1}{r^2} F_{k_j l'_j}^C(r) dr
\end{aligned} \tag{3.69}$$

Pour obtenir toute la contribution *Coulomb-Bethe* à la force de collision Ω entre sous-niveaux magnétiques, il y a lieu tout simplement de sommer l'équation (3.69) sur l_i entre $l_0 + 1$ et l'_0 .

Il serait intéressant de vérifier l'exactitude de la formule (3.69) en la sommant sur M_i et M_j pour retrouver l'expression bien connue de $\Omega_{l_i}^{CBe}$ pour la transition entre niveaux :

$$\Omega_{l_i}^{CBe}(\Delta_j J_j \rightarrow \Delta_i J_i) = \frac{16}{3} S(\Delta_i J_i, \Delta_j J_j) \sum_{l_j} \max(l_i, l_j) I^2(k_j l_j, k_i l_i) \tag{3.70}$$

où I est l'intégrale de *Coulomb* qui est donnée par :

$$I(k_j l_j, k_i l_i) = \int_0^\infty F_{k_j l_j}^C(r) \frac{1}{r^2} F_{k_i l_i}^C(r) dr. \tag{3.71}$$

En effet, la sommation sur M_i et M_j au niveau de l'équation (3.69) fait apparaître l'utilisation des relations :

$$\begin{aligned}
\sum_{M_i M_j} C(J_j 1 M_j \mu; J_i M_i)^2 &= \sum_{M_i M_j} \frac{2J_i + 1}{3} C(J_j J_i M_j - M_i; 1 - \mu)^2 \\
&= \frac{2J_i + 1}{3}
\end{aligned} \tag{3.72}$$

et

$$\sum_{m_i \mu} C(l_i 1 -m_i \mu; l_j 0) C(l_i 1 -m_i \mu; l'_j 0) = \delta_{l_i l'_j}. \tag{3.73}$$

De plus on peut appliquer la relation suivante :

$$C(l_i 100; l_j 0) = (2l_j + 1) \begin{pmatrix} l_i & 1 & l_j \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}^2 = \begin{cases} (l_i + 1) / (2l_i + 1) & \text{si } l_j = l_i + 1 \\ l_i / (2l_i + 1) & \text{si } l_j = l_i - 1 \end{cases} \quad (3.74)$$

La force de collision partielle entre niveaux prend alors la forme :

$$\Omega_{l_i}^{CBe}(\Delta_j J_j \rightarrow \Delta_i J_i) = \frac{16}{3} S(\Delta_i J_i, \Delta_j J_j) \left[l_i I^2(k_j l_i - 1, k_i l_i) + (l_i + 1) I^2(k_j l_i + 1, k_i l_i) \right] \quad (3.75)$$

ce qui correspond bien à l'équation (3.70). On peut alors écrire $\Omega_{l_i}^{CBe}$ pour les transitions entre sous-niveaux en fonction de $\Omega_{l_i}^{CBe}$ entre niveaux sous la forme

$$\langle \Omega_{l_i}^{CBe}(\alpha_i \rightarrow \alpha_j) \rangle = \frac{1}{2J_i + 1} \langle J_j 1 M_j (M_i - M_j) | J_i M_i \rangle^2 \times \Omega_{l_i}^{CBe}(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_j J_j) \quad (3.76)$$

3.2.4 Approximation *Coulomb-Born* (CB)

Dans cette approximation on néglige également toute sorte de couplage entre les états du système. En outre on néglige d'une part, l'effet décharge entre l'électron libre et les électrons de la cible et d'autre part, le potentiel électrostatique devant le potentiel *coulombien*. les fonctions d'onde approchées de l'électron collisionnel, avant et après collision, sont des ondes *coulombiennes*. La forme asymptotique de la fonction radiale est alors :

$$F_{\Gamma_i}^{CB}(r_{N+1}) \xrightarrow{r_{N+1} \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{k_\Gamma}} \sin(\zeta_\Gamma) \quad (3.77)$$

Dans ce cas les fonctions d'onde approchées Ψ_Γ^B s'écrivent comme suit [45] :

$$\Psi_\Gamma^{CB}(\vec{X}_i, \vec{x}_{N+1}) = \Phi_\Gamma(\vec{X}_i, \vec{s}_{N+1}, \hat{r}_{N+1}) \frac{1}{r_{N+1}} F_{\Gamma_i, \Gamma_i}^{CB}(r_{N+1}) \quad (3.78)$$

Dans l'approximation de *Born*, les fonctions d'onde approchées de l'électron collisionnel sont des ondes coulombiennes après et avant collision. L'élément de matrice $R_{\Gamma_i, \Gamma_j}^{CB}(0)$,

régulier à l'origine, s'exprime simplement, d'après l'équation (3.56), par :

$$R_{\Gamma_i \Gamma_j}^{CB}(0) = -2 \langle \Psi_{\Gamma_i}^{CB} | H - E^T | \Psi_{\Gamma_j}^{CB} \rangle \quad (3.79)$$

Comme pour l'approximation DW on doit vérifier que $R_{\Gamma_i \Gamma_j}^{CB}(0) \ll 1$

Chapitre 4

Polarisation linéaire et distribution angulaire du rayonnement multipolaire

Il a été établi depuis longtemps que lorsqu'un système d'atomes ou d'ions entre en collision avec un faisceau directif d'électrons, un peuplement anisotrope des sous-niveaux magnétiques se produit à l'intérieur d'un même niveau. Cette inégalité de peuplement se manifeste à travers la polarisation du rayonnement émis lors de l'émission spontanée. L'intensité de ce rayonnement se caractérise par une distribution angulaire et anisotrope. *Oppenheimer* (1927-1928) fût le premier à faire un traitement théorique de la polarisation du rayonnement. Son travail a été ultérieurement développé et appliqué par *Penney* (1932). La théorie a été reprise et perfectionnée par *Percival et Seaton* (1958), puis par *Fano et Macek* (1973).

En admettant que les spins des électrons incidents sont orientés aléatoirement, l'alignement des sous-niveaux magnétiques résulte de l'anisotropie géométrique imposée au processus d'excitation par la direction privilégiée définie par le faisceau incident d'électrons. En raison de la symétrie de révolution du système autour de cette direction, les sections efficaces d'excitation des sous-niveaux magnétiques M_J et $-M_J$ sont identiques. La sélectivité de peuplement ne concerne alors que les sous-niveaux de $|M_J|$ différents. Par voie de conséquence, la polarisation des raies subséquentement émises sera de type linéaire, le degré de polarisation linéaire dépend de l'énergie et la densité des électrons incidents

ainsi que le type de transitions radiatives impliquées [59, 60].

Il est important de mentionner que si le faisceau d'électrons est initialement polarisé longitudinalement, le processus d'excitation directive des ions perd la propriété d'invariance par rapport à toute réflexion dans le plan normal à la direction du faisceau d'électrons. Ceci implique que l'excitation des sous-niveaux magnétiques M_J et $-M_J$ ne seront plus équiprobables. Il se produit alors ce qu'on appelle une orientation du niveau excité, qui conduit à une émission de radiation en outre polarisée circulairement [50].

4.1 Détermination expérimentale du degré de polarisation

Expérimentalement, le degré de polarisation linéaire P est donné par la relation :

$$P = \frac{I_{//} - I_{\perp}}{I_{//} + I_{\perp}} \quad (4.1)$$

où $I_{//}$ et I_{\perp} représentent, respectivement, les intensités de la radiation émise avec un vecteur champ électrique parallèle et perpendiculaire au plan formé par la direction du faisceau d'électrons incidents et celle de la direction de détection de la radiation.

Dans le domaine des raies X, il est très délicat de réaliser des mesures polarimétriques fines et précises surtout quand on a affaire à des intensités relativement faibles et douées d'un degré de polarisation peu élevé. Ceci exige une instrumentation de haute résolution, c'est la raison pour laquelle dans ce domaine, la totalité des polarimètres sont conçus à partir de cristaux de *Bragg* [61].

4.1.1 Principe de fonctionnement d'un cristal de *Bragg* comme polarimètre

Si un faisceau parallèle de rayons X polychromatiques d'intensité $I_{in}(\lambda)$ pour chacune des ondes monochromatiques est intercepté par un cristal plan réfléchissant de *Bragg* sous un angle d'incidence θ , seules les ondes de longueur λ vérifiant ou quasi-vérifiant la

loi de Bragg $n\lambda = 2d \sin \theta$ sont diffractés avec un coefficient de réflexion $R(\lambda, \theta)$ tel que :

$$I_R(\lambda, \theta) = I_{in}(\lambda)R(\lambda, \theta) \quad (4.2)$$

A fin d'obtenir le spectre des ions on doit faire pivoter le cristal entre deux angles donnés θ_1 et θ_2 avec une certaine vitesse angulaire ω , en même temps que le détecteur avec une vitesse double. L'intensité totale réfléchie pour l'onde de longueur λ s'écrit alors :

$$I_R(\lambda) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} I_R(\lambda, \theta) \frac{d\theta}{\omega} = I_{in}(\lambda)R_C(\lambda) \frac{1}{\omega} \quad (4.3)$$

où $R_C(\lambda)$ est le coefficient de réflexion intégré $R_C(\lambda) = \int_{\theta_1}^{\theta_2} R(\theta, \lambda)d\theta$. Il représente une caractéristique du matériau du cristal pour une longueur d'onde λ bien déterminée et pour une polarisation de cette onde bien définie.

Si P désigne le degré de polarisation de la radiation λ et si ρ est l'angle entre le plan d'incidence et le plan de polarisation du rayon considéré, le coefficient de réflexion intégré dépend de P et ρ suivant l'expression [62] :

$$R_C(\lambda) = \frac{N^2 \lambda^3 r_0^2}{2\mu \sin^2 \theta} \left(1 - \frac{\sin^2(2\theta)}{2}\right) (1 + P \cos(2\rho)) \quad (4.4)$$

Un faisceau incident de rayonnement X, de polarisation arbitraire peut être toujours considéré comme résultant de deux composantes de polarisation, l'une qui correspond au vecteur électrique parallèle au plan d'incidence et l'autre au vecteur électrique dans le plan perpendiculaire au plan d'incidence. Sous un angle θ de 45° les photons incidents avec des vecteurs électriques dans le plan d'incidence ne sont pas réfléchis de la surface du cristal. La meilleure sensibilité de détection de la polarisation des raies est donc obtenue pour l'angle d'incidence $\theta = 45^\circ$ alors que le coefficient de réflexion d'un cristal d'angle de Bragg proche de zéro ne varie pratiquement pas lorsque le degré de polarisation change [52].

4.2 Expression du degré de polarisation linéaire

Le formalisme de la matrice densité est un outil approprié pour décrire la distribution angulaire et la polarisation d'une raie émise spontanément par un ion excité du plasma [63, 64, 65]. Les processus d'excitation collisionnelle et d'émission radiative spontanée seront traités comme étant deux événements indépendants. Cette hypothèse est valable si on suppose que le temps de relaxation du niveau supérieur excité est dû exclusivement à sa durée de vie radiative c'est-à-dire que le niveau supérieur a suffisamment le temps pour décliner radiativement avant la prochaine collision. On traitera d'abord le cas général i.e. pour lequel le plasma baigne dans un champ magnétique et contient des ions multichargés.

Soit $\rho_i(t=0)$ l'opérateur densité qui caractérise les états excités des ions immédiatement après la collision. Les éléments diagonaux de cette matrice sont les densités de population des niveaux excités. Les éléments non-diagonaux correspondent aux cohérences. Donc $\rho_i(t=0)$ contient tous les détails sur l'excitation collisionnelle électronique.

Soit J_i le moment angulaire du système atomique excité et M_i sa projection suivant l'axe de quantification qui sera pris arbitrairement suivant la direction du champ magnétique. Puisque le processus d'excitation collisionnelle est axialement symétrique suivant le champ magnétique, et puisque l'axe de quantification est colinéaire à cet axe, les ions sont alors dans une superposition incohérente des états $|\Delta_i J_i M_i\rangle$ ce qui implique la matrice ρ_i est diagonale dans la base $|\Delta_i J_i M_i\rangle$.

Pour un temps arbitraire $t \geq 0$ on représente le système total d'ions et de photons émis par l'opérateur densité $\rho_f(t)$ tel que :

$$\rho_f(t) = U(t) \rho_i U^+(t) \quad (4.5)$$

où $U(t)$ est l'opérateur d'évolution temporelle.

Les intensités des photons, la distribution angulaire et la polarisation peuvent être évaluées au 1^{er} ordre de la théorie de perturbation électrodynamique quantique [66].

4.2.1 Matrice densité au 1^{er} ordre de la théorie de perturbation

Soit $|\vec{k}\lambda\rangle$ une fonction d'onde décrivant l'état du photon émis, où \vec{k} désigne le vecteur d'onde du photon et λ son hélicité. Ce sont *Jacob et Wick* [67] qui ont introduit la notion

d'état d'hélicité qui représente en fait la projection du moment angulaire total du photon sur la direction de propagation. Or, puisque la composante du moment angulaire orbital du photon sur la direction du photon étant nulle, l'hélicité représente aussi la projection du spin du photon le long de \vec{k} . Le spin du photon étant identifié à 1 en relation avec le fait que la fonction d'onde est un vecteur, λ ne peut prendre que les valeurs -1 et $+1$. $\lambda = 0$ ne peut exister à cause de la nature transverse des ondes électromagnétiques. Les éléments de la matrice densité ρ_f sont donc :

$$\langle \Delta_f J_f M_f, \vec{k}\lambda | \rho_f | \Delta_f J_f M_f, \vec{k}\lambda' \rangle \quad (4.6)$$

Etant donné que seuls les photons émis sont analysés, la matrice densité de polarisation des photons ρ^{ph} est la seule à nous intéresser. Elle est définie comme étant la moyenne (ou la trace) de tous les opérateurs densité ρ_f sur tous les états quantiques qui se déséxcitent [63]

$$\rho_{\lambda\lambda'}^{ph} = \langle \vec{k}\lambda | \rho^{ph} | \vec{k}\lambda' \rangle = \sum_{M_f} \langle \Delta_f J_f M_f, \vec{k}\lambda | \rho_f | \Delta_f J_f M_f, \vec{k}\lambda' \rangle \quad (4.7)$$

Soit V l'opérateur qui décrit la relaxation des ions excités par émission spontanée. On peut alors écrire :

$$\rho_f = V \rho_i V^+ \quad (4.8)$$

Les divers ions émettent indépendamment les uns des autres ce qui veut dire que la longueur d'onde du rayonnement émis est très petite devant la distance qui sépare deux ions donnés. Ceci implique l'inexistence de relation de phase entre les différents photons émis, les collisions successives subies par l'ion n'étant pas corrélées. Si on applique la relation de fermeture doublement à l'équation (4.7) tout en y insérant (4.8), on obtient :

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda\lambda'}^{ph} = & \sum_{M_f M_i M_i'} \langle \Delta_f J_f M_f, \vec{k}\lambda | V | \Delta_i J_i M_i, 0 \rangle \\ & \times \langle \Delta_i J_i M_i | \rho_i | \Delta_i J_i M_i' \rangle \langle \Delta_i J_i M_i', 0 | V^+ | \Delta_f J_f M_f, \vec{k}\lambda' \rangle \end{aligned} \quad (4.9)$$

où $|\Delta_i J_i M_i, 0\rangle$ est le produit de l'état de l'ion $|\Delta_i J_i M_i\rangle$ et l'état du vide électromagnétique.

Mais puisque la matrice densité ρ_i est diagonale, i.e. :

$$\langle \Delta_i J_i M_i | \rho_i | \Delta_i J_i M_i' \rangle = N(\Delta_i J_i M_i) \delta_{M_i M_i'} \quad (4.10)$$

on obtient :

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda\lambda'}^{ph} = & \sum_{M_f M_i} N(\Delta_i J_i M_i) \langle \Delta_f J_f M_f, \vec{k}\lambda | V | \Delta_i J_i M_i, 0 \rangle \\ & \times \langle \Delta_f J_f M_f, \vec{k}\lambda' | V | \Delta_i J_i M_i, 0 \rangle^* \end{aligned} \quad (4.11)$$

Les termes diagonaux $N(\Delta_i J_i M_i)$ de la matrice densité ρ_i représentent les populations des sous-niveaux Zeeman $|\Delta_i J_i M_i\rangle$.

Soit $A_{fi}(\vec{k}\lambda)$ la probabilité qu'un photon polarisé d'hélicité λ se propageant suivant la direction \vec{k} soit émis pendant que l'ion subit la transition $|\Delta_i J_i M_i\rangle \rightarrow |\Delta_f J_f M_f\rangle$. En considérant les processus collisionnels et radiatifs séparables, on écrit la probabilité sous la forme :

$$A_{fi}(\vec{k}\lambda) = \langle \Delta_f J_f M_f, \vec{k}\lambda | V | \Delta_i J_i M_i, 0 \rangle \quad (4.12)$$

En vue de rendre plus simple le problème de collision, l'axe de quantification est pris suivant la direction des électrons incidents. Il est alors nécessaire d'effectuer une rotation permettant de passer du repère d'observation du photon défini par \vec{k} au repère défini par l'axe z . L'orientation de \vec{k} est spécifiée par l'angle polaire θ et l'angle azimuthal φ . Si j dénote le moment angulaire du photon et m sa projection par rapport à l'axe de quantification, en utilisant l'élément de matrice de rotation :

$$D_{\lambda m}^{(j)}(\hat{k}) \equiv D_{\lambda m}^{(j)}(\varphi, \theta, 0) \equiv d_{\lambda m}^{(j)}(\theta) e^{im\varphi} \quad (4.13)$$

l'amplitude de probabilité définie dans la direction de quantification sera alors donnée par :

$$A_{fi}(\vec{k}\lambda) = \sum_{jm} \left[\frac{2j+1}{4\pi} \right]^{1/2} A(j) D_{\lambda m}^{(j)}(\hat{k}) (-1)^m \langle \Delta_f J_f M_f | Q_{-m}^{(j)} | \Delta_i J_i M_i \rangle \quad (4.14)$$

où $Q_m^{(j)}$ indique l'opérateur moment multipolaire électrique ou magnétique de l'ion et $A(j)$ un facteur multiplicatif dépendant du type de la radiation qui se simplifie lors du calcul de la polarisation.

Les éléments de matrice de $Q_m^{(j)}$ peuvent être déterminés en terme de symboles $3j$ de *Wigner* et des éléments de matrice réduits $\langle \Delta_f J_f \| Q^{(j)} \| \Delta_i J_i \rangle$ au moyen du théorème de *Wigner-Eckart* [68] par :

$$\langle \Delta_f J_f M_f \| Q_{-m}^{(j)} \| \Delta_i J_i M_i \rangle = (-1)^{J_f - M_f} \begin{pmatrix} J_f & j & J_i \\ -M_f & -m & M_i \end{pmatrix} \langle \Delta_f J_f \| Q^{(j)} \| \Delta_i J_i \rangle \quad (4.15)$$

La conservation du moment angulaire est complètement assurée par le symbole $3j$. On obtient finalement :

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda\lambda'}^{ph} = & \sum_{M_f M_i} N(\Delta_i J_i M_i) \sum_{j m} \sum_{j' m'} D_{\lambda m}^{(j)}(\hat{k}) D_{\lambda' m'}^{(j')}(\hat{k}) (-1)^{m+m'} A(j) A'(j') \langle \Delta_f J_f^{(j)} \| \Delta_i J_i \rangle \\ & \times \langle \Delta_f J_f \| Q^{(j')} \| \Delta_i J_i \rangle^* (-1)^{2J_f - 2M_f} \begin{pmatrix} J_f & j & J_i \\ -M_f & -m & M_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_f & j' & J_i \\ -M_f & -m' & M_i \end{pmatrix} \quad (4.16) \end{aligned}$$

Notons que $\rho_{\lambda\lambda'}^{ph}$ est nulle si $m \neq m'$, compte tenu des règles de sélection sur les symboles $3j$. On peut appliquer dans l'équation (4.16) la relation de composition des matrices de rotation qui s'écrit comme suit [44]

$$\begin{aligned} D_{\lambda m}^{(j)}(\hat{k}) D_{\lambda' m'}^{(j')*}(\hat{k}) = & (-1)^{\lambda' - m} \sum_{J M M'} (2J + 1) \begin{pmatrix} j & j' & J \\ \lambda & -\lambda' & M' \end{pmatrix} \\ & \times \begin{pmatrix} j & j' & J \\ m & -m & M \end{pmatrix} D_{M' M}^{(J)*}(\hat{k}) \quad (4.17) \end{aligned}$$

Si on considère le symbole $3j \begin{pmatrix} j & j' & J \\ m & -m & M \end{pmatrix}$ présent dans l'équation (4.17), les éléments de la matrice densité de photons s'annulent si le nombre quantique M est nul. Cet effet est prévisible du fait de la symétrie axiale. En effet, les états excités étant alignés par rapport à la direction du champ magnétique, le rayonnement émis doit être axialement symétrique par rapport à cette direction et donc $\rho_{\lambda\lambda'}^{ph}$ ne doit pas dépendre de l'angle azimuthal φ .

Ce dernier étant comptenu dans $e^{iM\varphi}$ puisque $D_{M'M}^{(J)}(\hat{k}) = d_{M'M}^{(J)}(\theta) e^{iM\varphi}$. Il convient de préciser que si les sous-niveaux *Zeeman* ont été excités d'une manière cohérente, M serait différent de zéro et la dépendance angulaire du rayonnement émis serait fonction de l'angle φ .

En utilisant la relation fondamentale qui relie les symboles $3j$ aux $6j$:

$$\sum_{M_f m} \begin{pmatrix} J_f & j & J_i \\ -M_f & -m & M_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J_f & j' & J_i \\ -M_f & -m & M_i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} j & j' & J \\ m & -m & 0 \end{pmatrix} \\ \times (-1)^{-m+2J_f-2M_f} = (-1)^{j'-j+2J_i-J_f-M_i} \begin{pmatrix} J & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} J & J_i & J_i \\ J_f & j & j' \end{matrix} \right\} \quad (4.18)$$

On obtient alors l'expression de $\rho_{\lambda\lambda'}^{ph}$ suivante :

$$\rho_{\lambda\lambda'}^{ph} = \sum_{M_i} N(\Delta_i J_i M_i) \sum_{jj'JM'} (-1)^{\lambda'} (2J+1) \begin{pmatrix} j & j' & J \\ \lambda & \lambda' & M' \end{pmatrix} (-1)^{-M_i+J-J_f} \\ \times \begin{pmatrix} J & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} J & J_i & J_i \\ J_f & j & j' \end{matrix} \right\} D_{M'0}^{(J)*}(\hat{K}) A(j) A^*(j') \\ \times \langle \Delta_f J_f \| Q^{(j)} \| \Delta_i J_i \rangle \langle \Delta_f J_f \| Q^{(j')} \| \Delta_i J_i \rangle^* \quad (4.19)$$

Il est utile de noter que

$$\sum_{M_i} N(\Delta_i J_i M_i) \begin{pmatrix} J & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} = 0, \quad (4.20)$$

quel que soit J impair en raison des propriétés de symétries des symboles $3j$ et en tenant compte du fait que les états excités $N(\Delta_i J_i M_i)$ et $N(\Delta_i J_i - M_i)$ sont également peuplés. Seuls donc subsistent au niveau de la sommation sur J dans $\rho_{\lambda\lambda'}^{ph}$ les termes avec J pair. En plus, comme on s'intéresse à des transitions dipolaires et quadrupolaires pures, la sommation dans l'équation (4.19) sur j et j' se réduit à $\delta_{jj'}$. La dépendance angulaire des éléments $\rho_{\lambda\lambda'}^{ph}$ est donnée par les harmoniques sphériques puisque :

$$D_{M'0}^{(J)*}(\varphi, \theta, 0) = \sqrt{\frac{4\pi}{2J+1}} Y_J^{-M'}(\theta) \quad (4.21)$$

Souvent si le rayonnement provient d'une transition permise par un dipôle électrique on ne retiendra que celui-ci : le quadrupôle magnétique, s'il est aussi permis par les règles de sélection est négligeable. De même, si le rayonnement émerge d'une transition permise par quadrupôle électrique et par dipôle magnétique, on ne tient compte que du dipôle magnétique.

On obtient finalement comme expression pour les éléments de matrice densité de polarisation des photons à une constante multiplicative près :

$$\rho_{\lambda\lambda'}^{ph} = (-1)^{\lambda'} \left| \langle \Delta_f J_f \parallel Q^{(j)} \parallel \Delta_i J_i \rangle \right|^2 \sum_{M_i} N(\Delta_i J_i M_i) (-1)^{-M_i + 2J_i - J_f} \\ \times \sum_{J_{\text{pair}}} \begin{pmatrix} j & j & J \\ \lambda & -\lambda' & M' \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} J & J_i & J_i \\ J_f & j & j \end{matrix} \right\} \sqrt{2J+1} Y_J^{-M'}(\theta) \quad (4.22)$$

sachant que :

$$\begin{pmatrix} j & j & J \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j & j & J \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.23)$$

J doit être pair, on a $\rho_{11}^{ph} = \rho_{-1-1}^{ph}$. Donc les probabilités de trouver un photon du rayonnement détecté dans les états d'hélicité $\lambda = 1$ et $\lambda = -1$ sont égales. Rappelons qu'un rayonnement composé de photons se trouvant dans un état d'hélicité $\lambda = 1(-1)$ est circulairement polarisé droite (gauche). L'expression de ρ_{11}^{ph} est donnée par :

$$\rho_{11}^{ph} = - \left| \langle \Delta_f J_f \parallel Q^{(j)} \parallel \Delta_i J_i \rangle \right|^2 \sum_{M_i} N(\Delta_i J_i M_i) (-1)^{J_f - M_i} \sum_{J_{\text{pair}}} \begin{pmatrix} j & j & J \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} J & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} J & J_i & J_i \\ J_f & j & j \end{matrix} \right\} \sqrt{2J+1} Y_J^0(\theta) \quad (4.24)$$

De même sachant que :

$$\begin{pmatrix} j & j & J \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} j & j & J \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \quad (4.25)$$

J étant pair, et $Y_J^2(\theta, 0) = Y_J^{-2}(\theta, 0)$, il est facile de trouver $\rho_{1-1}^{ph} = \rho_{-11}^{ph}$. L'expression de

ρ_{1-1}^{ph} est :

$$\rho_{1-1}^{ph} = -|\langle \Delta_f J_f \| Q^{(j)} \| \Delta_i J_i \rangle|^2 \sum_{M_i} N(\Delta_i J_i M_i) (-1)^{J_f - M_i} \sum_{J_{\text{pair}}} \begin{pmatrix} j & j & J \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} J & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} J & J_i & J_i \\ J_f & j & j \end{Bmatrix} \sqrt{2J+1} Y_j^2(\theta, 0) \quad (4.26)$$

Afin de décrire l'état de polarisation du photon, il est plus commode d'expliciter la matrice densité en fonction des quatre paramètres réels de Stokes I , η_1 , η_2 et η_3 [64, 54]

$$\rho^{ph} = \frac{I}{2} \begin{pmatrix} 1 + \eta_2 & -\eta_3 + i\eta_1 \\ -\eta_3 - i\eta_1 & 1 - \eta_2 \end{pmatrix} \quad (4.27)$$

où I est l'intensité totale du faisceau de photons, elle est reliée à la somme des éléments diagonaux de ρ^{ph} par la condition de normalisation :

$$I = \text{Tr } \rho^{ph} = \langle 1 | \rho^{ph} | 1 \rangle + \langle -1 | \rho^{ph} | -1 \rangle \quad (4.28)$$

Considérons un repère xyz avec l'axe z colinéaire à \vec{k} et les axes x et y arbitraires, perpendiculaires à \vec{k} . Le vecteur polarisation du rayonnement émis est situé sur le plan xy . Soit $I(\alpha)$ l'intensité transmise par un polariseur dont l'axe de transmission est orienté suivant un angle α par rapport à l'axe x . η_3 représente alors la polarisation linéaire suivant les axes x et y :

$$\eta_3 = \frac{I(0^\circ) - I(90^\circ)}{I} \quad (4.29)$$

η_1 représente la polarisation linéaire suivant les directions formant un angle de 45° avec les axes x et y respectivement :

$$\eta_1 = \frac{I(45^\circ) - I(135^\circ)}{I} \quad (4.30)$$

η_2 est le degré de polarisation circulaire :

$$\eta_2 = \frac{I_+ - I_-}{I} \quad (4.31)$$

où I_+ et I_- sont les intensités du rayonnement transmis par des filtres qui ne transmettent que les rayonnements polarisés circulairement droite et gauche.

Le degré de polarisation P du rayonnement émis est défini par :

$$P = \sqrt{\eta_1^2 + \eta_2^2 + \eta_3^2} \quad (4.32)$$

Pour un faisceau de photons non polarisé, les trois paramètres de Stokes η_1 , η_2 et η_3 sont nuls et $P = 0$. La matrice densité correspondante à ce cas prend la forme :

$$\rho^{ph} = \frac{I}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4.33)$$

si un faisceau de photons est tel que $P = 1$, celui-ci est complètement polarisé. On dit qu'il est dans un état pur de polarisation [54].

On peut en déduire les relations entre les paramètres de Stokes et les éléments de la matrice densité

$$\rho^{ph} = \begin{pmatrix} \rho_{11}^{ph} & \rho_{1-1}^{ph} \\ \rho_{-11}^{ph} & \rho_{-1-1}^{ph} \end{pmatrix} \quad (4.34)$$

par identification. On a :

$$I = \rho_{11}^{ph} + \rho_{-1-1}^{ph} = 2\rho_{11}^{ph} \quad (4.35)$$

représente la trace de la matrice densité.

$$I \eta_2 = \rho_{11}^{ph} - \rho_{-1-1}^{ph} = 0 \quad (4.36)$$

la polarisation circulaire η_2 est nulle ce qui signifie que le rayonnement émis est composé de photons dans les deux états d'hélicité avec une intensité égale.

$$I \eta_1 = -i(\rho_{1-1}^{ph} - \rho_{-11}^{ph}) = 0 \quad (4.37)$$

le paramètre η_1 est aussi nul, il ne subsiste que :

$$I \eta_3 = -\rho_{1-1}^{ph} - \rho_{-11}^{ph} = -2\rho_{1-1}^{ph} \quad (4.38)$$

soit

$$\eta_3 = -\frac{\rho_{1-1}^{ph}}{\rho_{11}^{ph}} \quad (4.39)$$

L'intensité de la radiation émise suivant l'angle θ est alors donnée, à un facteur multiplicatif près, par :

$$I(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_f J_f; \theta) = |\langle \Delta_f J_f \| Q^{(j)} \| \Delta_i J_i \rangle|^2 \sum_{M_i} N(\Delta_i J_i M_i) (-1)^{J_f - M_i} \\ \times \sum_{J_{\text{pair}}} \begin{pmatrix} j & j & J \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} J & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} J & J_i & J_i \\ J_f & j & j \end{matrix} \right\} \sqrt{2J+1} Y_J^0(\theta) \quad (4.40)$$

En substituant les équations (4.24) et (4.26) dans l'équation (4.39), le degré de polarisation de la radiation émise s'exprime en fonction des populations des sous-niveaux magnétiques supérieurs par :

$$P(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_f J_f; \theta) = \eta_3 = \frac{A}{B} \quad (4.41)$$

$$A = \sum_{M_i, J_{\text{pair}} \geq 2} N(\Delta_i J_i M_i) (-1)^{J_f - M_i} \begin{pmatrix} j & j & J \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} J & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} J & J_i & J_i \\ J_f & j & j \end{matrix} \right\} \sqrt{2J+1} Y_J^2(\theta, 0) \quad (4.42)$$

$$B = \sum_{M_i, J_{\text{pair}}} N(\Delta_i J_i M_i) (-1)^{1+J_f - M_i} \begin{pmatrix} j & j & J \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix} \\ \times \begin{pmatrix} J & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} J & J_i & J_i \\ J_f & j & j \end{matrix} \right\} \sqrt{2J+1} Y_J^0(\theta) \quad (4.43)$$

où θ est l'angle entre la direction de l'émission radiative et l'axe de quantification qui est, soit la direction des électrons si on est en présence de faisceaux directs, soit la direction du champ magnétique si on a une distribution angulaire d'électrons admettant cette direction comme axe de symétrie. La polarisation du rayonnement émis n'existe que dans la mesure où il y a une déviation au peuplement statistique des sous-niveaux *Zeeman*. Si le moment angulaire J_i du niveau supérieur est nul alors $P = 0$

4.2.2 Degré de polarisation des raies associées à des transitions dipolaires

Le degré de polarisation des raies associées à des transitions dipolaires électriques ou magnétiques s'obtient à partir de (4.41 - 4.43) en y mettant $j = 1$ et en remplaçant les expressions explicites des harmoniques sphériques et les valeurs de symboles $3j$:

$$P(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_f J_f; \theta) = \pm \frac{A'}{B'} \quad (4.44)$$

avec :

$$A' = \sum_{M_i} N(\Delta_i J_i M_i) (-1)^{J_f - M_i} \begin{pmatrix} 2 & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J_i & J_i & J_f \end{Bmatrix} \frac{\sqrt{15}}{2\sqrt{2}} \sin^2 \theta \quad (4.45)$$

et

$$B' = N(\Delta_i J_i) \frac{(-1)^{2J_i}}{3(2J_i + 1)} - \sum_{M_i} N(\Delta_i J_i M_i) (-1)^{J_f - M_i} \begin{pmatrix} 2 & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \times \begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J_i & J_i & J_f \end{Bmatrix} \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{6}} (3 \cos^2 \theta - 1) \quad (4.46)$$

Dans l'équation (4.44) le signe (+) s'applique pour les transitions $E1$, alors que le signe (-) s'applique pour les transitions $M1$.

Pour la transition $J_i = 1 \rightarrow J_f = 0$, le symbole $6j$

$$\begin{Bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ J_i & J_i & J_f \end{Bmatrix} = \frac{1}{3} \quad (4.47)$$

Si J_f n'est pas nul, on peut montrer que $\left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 2 \\ J_i & J_i & J_f \end{array} \right\}$ prend une valeur strictement inférieure à $1/3$. Il en résulte, en général, une diminution dans le degré de polarisation. Physiquement, on peut comprendre cela comme suit. Si J_f est nul, tous les ions finissent dans le même état $|J_f = 0 M_f = 0\rangle$. Si, par contre, J_f n'est pas nul, les ions concernés se désexcitent dans des états différents $|J_f M_f = -J_f, \dots, +J_f\rangle$. Une réduction du degré de polarisation en découle, qui est d'autant plus forte, en principe, que J_f est grand, du fait que la polarisation finale des ions n'est pas observée. Le coefficient $\left\{ \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 2 \\ J_i & J_i & J_f \end{array} \right\}$ représente donc un facteur de dépolarisation lié au fait que la polarisation finale des ions est inobservée.

4.2.3 Degré de polarisation des raies associées à des transitions quadrupolaires

De la même manière le degré de polarisation pour des transitions quadrupolaires électriques ou magnétiques s'obtient à partir de (4.41) en y mettant $j = 2$:

$$P(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_f J_f; \theta) = \pm \frac{A'' + B''}{C} \quad (4.48)$$

avec :

$$A'' = -\frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{14}} \left\{ \begin{array}{ccc} 2 & 2 & 2 \\ J_i & J_i & J_f \end{array} \right\} \sin^2 \theta \sum_{M_i} (-1)^{J_f - M_i} \begin{pmatrix} 2 & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} N(\Delta_i J_i M_i) \quad (4.49)$$

$$B'' = \frac{3\sqrt{5}}{2\sqrt{14}} \left\{ \begin{array}{ccc} 2 & 2 & 4 \\ J_i & J_i & J_f \end{array} \right\} \sin^2 \theta (7 \cos^2 \theta - 1) \\ \times \sum_{M_i} (-1)^{J_f - M_i} \begin{pmatrix} 4 & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} N(\Delta_i J_i M_i) \quad (4.50)$$

et

$$\begin{aligned}
C = N(\Delta_i J_i) & \frac{(-1)^{2J_i}}{5(2J_i + 1)} - \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{14}} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ J_i & J_i & J_f \end{matrix} \right\} (3 \cos^2 \theta - 1) \\
& \times \sum_{M_i} (-1)^{J_f - M_i} \begin{pmatrix} 2 & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} N(\Delta_i J_i M_i) \\
& - \frac{3}{2\sqrt{5} \times 14} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 4 \\ J_i & J_i & J_f \end{matrix} \right\} (35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta + 3) \\
& \times \sum_{M_i} (-1)^{J_f - M_i} \begin{pmatrix} 4 & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} N(\Delta_i J_i M_i) \quad (4.51)
\end{aligned}$$

Dans l'équation (4.48) le signe (+) s'applique pour les transitions $E2$, alors que le signe (-) s'applique pour les transitions $M2$.

4.3 Distribution angulaire de l'intensité d'une raie spectrale

L'intensité d'une raie spectrale due à la transition à partir d'un niveau j vers un niveau inférieur i dans un ion X^{z+} , exprimée en $\text{eV s}^{-1} \text{cm}^{-3}$, est donnée par :

$$I_{ji} = N_j(X^{z+}) A_{ji} h\nu_{ji} \quad (4.52)$$

où $N_j(X^{z+})$ est la densité des ions X^{z+} se trouvant dans le niveau supérieur j (en cm^{-3}), A_{ji} est la probabilité de transition radiative spontanée du niveau j vers le niveau i (en s^{-1}) et $h\nu_{ji}$ est l'énergie du photon émis lors de la transition (en eV).

La probabilité A_{ji} est une constante caractéristique de l'ion, elle est indépendante des conditions du plasma, son expression explicite, pour un rayonnement multipolaire, est donnée dans la section 2.4. Cependant, les densités de populations $N_j(X^{z+})$ des niveaux excités sont dépendantes des processus radiatifs et collisionnels qui ont lieu dans le plasma. L'équation (4.52) est valable dans le cas d'un plasma optiquement mince, i.e. le rayonnement s'échappe librement du plasma sans être réabsorbé. Cette hypothèse est

toujours satisfaite dans le domaine XUV pour des plasmas chauds de densité faible ou modérément élevée (densité des électrons inférieure à $\sim 10^{16} \text{ cm}^{-3}$) qui nous intéresse dans notre travail.

L'étude des raies X émises par un plasma chaud présente un grand intérêt non seulement parce que de tels types de rayonnement contribuent appréciablement aux pertes d'énergie du plasma, mais aussi parce que leurs intensités et profils peuvent être utilisés en vue de diagnostiquer l'état du plasma. Bien que les probabilités de transition radiative permise (dipolaire électrique) soient considérablement plus grandes que les probabilités de transition radiative interdite (dipolaires magnétiques, quadrupolaires électriques et magnétiques), les raies correspondantes à ces différents types de transitions peuvent avoir des intensités tout à fait comparables, surtout pour les plasmas de faibles densités où le dépeuplement des niveaux excités s'effectue essentiellement par déclin radiatif spontané. Les raies interdites ont d'autant plus d'importance que les ions émissifs considérés sont hautement chargés puisque les probabilités de transitions croissent comme Z^{10} pour les dipôle magnétiques, Z^8 pour les quadrupôles magnétiques et seulement comme Z^4 pour les dipôles électriques [69].

La distribution angulaire de la radiation émise lors d'une transition $\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_f J_f$ permise par un seul multipôle πj ($\pi \equiv E$ ou M) suivant un angle d'observation θ par rapport à l'axe de quantification s'écrit sous la forme suivante :

$$I(\theta) = 2\rho_{11}^{ph}(\theta) = 2(2J_i + 1) \sum_{K \text{ pair}} \sqrt{2K + 1} Y_K^0(\theta, 0) \sum_{M_i} N_{M_i} (-1)^{J_f - M_i} \\ \times \begin{pmatrix} K & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} (2j + 1) \begin{pmatrix} K & j & j \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} K & J_i & J_i \\ J_f & j & j \end{matrix} \right\} A_{\pi j}(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_f J_f) \quad (4.53)$$

$\rho_{11}^{ph}(\theta)$ représentent les éléments diagonaux de la matrice densité de polarisation de photons, suivant l'angle d'observation θ , dans l'état d'hélicité $\lambda = 1$, $Y_K^0(\theta, 0)$ sont les harmoniques sphériques, N_{M_i} est la population du sous-niveau M_i et $A_{\pi j}$ représente la probabilité de transition radiative du niveau $\Delta_i J_i$ vers le niveau $\Delta_f J_f$.

Pour une distribution dipolaire où $j = 1$, on aura

$$I(\theta) = -A_{\pi 1} \sum_{M_i} N_{M_i} + 5(2J_i + 1) P_2(\cos \theta) \sum_{M_i} N_{M_i} (-1)^{J_f - M_i} \\ \times \begin{pmatrix} 2 & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \sqrt{\frac{3}{10}} \left\{ \begin{matrix} 2 & J_i & J_i \\ J_f & 1 & 1 \end{matrix} \right\} A_{\pi 1} \quad (4.54)$$

avec $P_n(\cos \theta)$ est le polynôme de Legendre d'ordre n .

Comme les symboles $6j$ et $3j$ sont respectivement reliés aux coefficients de *Racah* et aux coefficients de *Clebsch-Gordan*, l'équation (4.54) peut s'écrire sous la forme :

$$I(\theta) = \sum_{M_i} N_{M_i} - \sqrt{\frac{15}{2}} (-1)^{J_f - J_i} \sqrt{2J_i + 1} P_2(\cos \theta) \\ \times W(11J_i J_i; 2J_f) \sum_{M_i} N_{M_i} C_{0M_i M_i}^{2J_i J_i} \quad (4.55)$$

où $W(11J_i J_i; 2J_f)$ sont les coefficients de *Racah* et $C_{0M_i M_i}^{2J_i J_i}$ sont les coefficients de *Clebsch-Gordan*. En écrivant l'équation (4.55), le facteur multiplicatif $-A_{\pi 1}$ dans le membre de droite de l'équation (4.54) a été supprimé. Ceci car, comme il sera vu plus tard, $I(\theta)$ est normalisé de telle sorte que sa moyenne angulaire correspond à la population du niveau supérieur de la raie.

Pour une distribution quadrupolaire où $j = 2$, on obtient

$$I(\theta) = -A_{\pi 2} \sum_{M_i} N_{M_i} + 5(2J_i + 1) P_2(\cos \theta) \sum_{M_i} N_{M_i} (-1)^{J_f - M_i} \\ \times \begin{pmatrix} 2 & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \sqrt{\frac{5}{14}} \left\{ \begin{matrix} 2 & J_i & J_i \\ J_f & 2 & 2 \end{matrix} \right\} A_{\pi 2} + 9(2J_i + 1) P_4(\cos \theta) \\ \times \sum_{M_i} N_{M_i} (-1)^{J_f - M_i} \begin{pmatrix} 4 & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \frac{2}{3} \sqrt{\frac{10}{7}} \left\{ \begin{matrix} 4 & J_i & J_i \\ J_f & 2 & 2 \end{matrix} \right\} A_{\pi 2} \quad (4.56)$$

cette équation s'écrit en terme de coefficients de *Racah* et coefficients de *Clebsch-Gordan*

de la manière suivante :

$$I(\theta) = \sum_{M_i} N_{M_i} - \sqrt{\frac{5}{14}} (-1)^{J_f - J_i} \sqrt{2J_i + 1} \sum_{M_i} N_{M_i} \left[5P_2(\cos \theta) \right. \\ \left. \times W(22J_i J_i; 2J_f) C_{0M_i M_i}^{2J_i J_i} + 12P_4(\cos \theta) W(22J_i J_i; 4J_f) C_{0M_i M_i}^{4J_i J_i} \right] \quad (4.57)$$

Pour la raie z , qui est dipolaire de type magnétique i.e. $M1$, et correspond à la transition $J_i = 1 \rightarrow J_f = 0$, la distribution angulaire s'écrit :

$$I(\theta) = (N_0 + 2N_1) - \sqrt{\frac{15}{2}} (-1) \sqrt{3} P_2(\cos \theta) W(1111; 20) \sum_{M_i} N_{M_i} C_{0M_i M_i}^{211} \quad (4.58)$$

D'après [44], on a $W(1111; 20) = \frac{1}{3}$ et

$$\sum_{M_i} N_{M_i} C_{0M_i M_i}^{211} = N_0 C_{000}^{211} + 2N_1 C_{011}^{211} = \sqrt{\frac{2}{5}} (N_1 - N_0) \quad (4.59)$$

L'équation (4.58) se réduit alors à :

$$I(\theta) = (N_0 + 2N_1) + (N_1 - N_0) P_2(\cos \theta) \quad (4.60)$$

avec $P_2(\cos \theta) = \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1)$.

La valeur moyenne de cette distribution angulaire s'écrit comme suit :

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi I(\theta) \sin \theta d\theta = \frac{1}{2} (N_0 + 2N_1) \int_0^\pi \sin \theta d\theta = N_0 + 2N_1 \quad (4.61)$$

sachant que $\int_0^\pi P_2(\cos \theta) \sin \theta d\theta = 0$. En insérant l'équation (4.61) dans l'équation (4.60) on obtient :

$$\frac{I(\theta)}{\langle I \rangle} = 1 + \frac{N_1 - N_0}{N_0 + 2N_1} \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) \quad (4.62)$$

Il serait commode de faire intervenir le degré de polarisation de la raie z à 90° donné par $P_0 = \frac{N_1 - N_0}{N_1 + N_0}$ dans l'expression (4.62) qui prend alors la forme :

$$\frac{I(\theta)}{\langle I \rangle} = \frac{1 + P_0 \cos^2 \theta}{1 + \frac{P_0}{3}} \quad (4.63)$$

En ce qui concerne la raie y qui est aussi une raie dipolaire mais de type électrique, il est facile d'obtenir comme distribution angulaire d'intensité l'expression suivante :

$$\frac{I(\theta)}{\langle I \rangle} = \frac{1 - P_0 \cos^2 \theta}{1 - \frac{P_0}{3}} \quad (4.64)$$

où le degré de polarisation de la raie y à 90° s'écrit $P_0 = \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1}$

Cependant pour la raie x , qui est quadrupolaire de type magnétique i.e. $M2$, et correspond à la transition $J_i = 2 \rightarrow J_f = 0$, la distribution angulaire s'écrit :

$$I(\theta) = (N_0 + 2N_1 + 2N_2) - \sqrt{\frac{5}{14}} \sqrt{5} \sum_{M_i} N_{M_i} \left[5P_2(\cos \theta) W(2222; 20) \right. \\ \left. \times C_{0M_i M_i}^{222} + 12P_4(\cos \theta) W(2222; 40) C_{0M_i M_i}^{422} \right] \quad (4.65)$$

on a $W(2222; 20) = W(2222; 40) = \frac{1}{5} [44]$. D'autre part on a

$$P_4(\cos \theta) = \frac{1}{8} (35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta + 3) \quad (4.66)$$

$$\sum_{M_i} N_{M_i} C_{0M_i M_i}^{222} = \sqrt{\frac{2}{7}} (2N_2 - N_1 - N_0) \quad (4.67)$$

$$\sum_{M_i} N_{M_i} C_{0M_i M_i}^{422} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{7}} (N_2 - 4N_1 + 3N_0) \quad (4.68)$$

L'équation (4.65) devient alors :

$$I(\theta) = (N_0 + 2N_1 + 2N_2) - \frac{5}{7} \left[\frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1) (2N_2 - N_1 - N_0) \right. \\ \left. + \frac{1}{10} (35 \cos^4 \theta - 30 \cos^2 \theta + 3) (N_2 - 4N_1 + 3N_0) \right] \quad (4.69)$$

De la même manière qu'on l'a démontré précédemment pour la raie z , dans le cas de la raie x l'intensité moyenne $\langle I \rangle$ est égale à $\langle I \rangle = N_0 + 2N_1 + 2N_2$. Après avoir effectué toute l'algèbre nécessaire, le rapport de la distribution angulaire sur l'intensité moyenne,

pour la raie x , peut s'écrire de la manière suivante :

$$\frac{I(\theta)}{\langle I \rangle} = \frac{5}{2} \times \frac{N_2(1 - \cos^4 \theta) + N_1(1 - 3 \cos^2 \theta + 4 \cos^4 \theta) + 3N_0 \cos^2 \theta(1 - \cos^2 \theta)}{N_0 + 2N_1 + 2N_2} \quad (4.70)$$

Pour les ions héliumoides de numéro atomique Z pas très élevé de sorte que les effets relativistes ne soient pas assez importants, on peut faire l'approximation suivante $N_0 = \frac{4}{3}N_1 - \frac{1}{3}N_2$ [54]. L'équation(4.70) se simplifie alors à :

$$\frac{I(\theta)}{\langle I \rangle} = \frac{3}{2} \times \frac{(1 + \cos^2 \theta)N_1 + (1 - \cos^2 \theta)N_2}{2N_1 + N_2} \quad (4.71)$$

Le degré de polarisation de la raie x à 90° est $P_0 = \frac{N_2 - N_1}{N_2 + N_1}$. L'équation (4.71) s'écrit en fonction de P_0 de la manière suivante :

$$\frac{I(\theta)}{\langle I \rangle} = \frac{1 - P_0 \cos^2 \theta}{1 - \frac{P_0}{3}} \quad (4.72)$$

Il serait intéressant maintenant de déterminer l'intensité $I(\theta)$ de chacune des raies x , y et z en fonction de l'angle d'observation θ . Donnons tout d'abord la forme générale de l'intensité d'une raie spectrale émise à un angle θ par rapport à l'axe de quantification z . Elle s'écrit de la forme suivante

$$I(\theta) = \rho_{11}^{ph} + \rho_{-1-1}^{ph} = 2(2J_i + 1)(2j + 1) \sum_K \frac{2K + 1}{\sqrt{4\pi}} P_K(\cos \theta) \begin{pmatrix} K & j & j \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \\ \times \left\{ \begin{matrix} K & J_i & J_i \\ J_f & j & j \end{matrix} \right\} \sum_{M_i} N_{M_i} (-1)^{J_f - M_i} \begin{pmatrix} K & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} A(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_f J_f) \quad (4.73)$$

L'intensité moyenne $\langle I \rangle$ sera égale à :

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2} \int_0^\pi I(\theta) \sin \theta d\theta = (2J_i + 1)(2j + 1) \frac{1}{\sqrt{\pi}} \begin{pmatrix} 0 & j & j \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \\ \times \left\{ \begin{matrix} 0 & J_i & J_i \\ J_f & j & j \end{matrix} \right\} \sum_{M_i} N_{M_i} (-1)^{J_f - M_i} \begin{pmatrix} 0 & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} A(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_f J_f) \quad (4.74)$$

sachant que :

$$P_K(\cos(\theta)) = \left(\frac{4\pi}{2K+1} \right)^{\frac{1}{2}} Y_K^0(\theta, 0) \quad (4.75)$$

et

$$\int_0^\pi P_K(\cos \theta) \sin \theta d\theta = \frac{2\delta_{K0}}{2K+1} \quad (4.76)$$

D'autre part on a [44] :

$$\begin{pmatrix} 0 & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} = \frac{(-1)^{J_i+M_i}}{\sqrt{2J_i+1}} \quad (4.77)$$

$$\begin{pmatrix} 0 & j & j \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} = \frac{(-1)^{j-1}}{\sqrt{2j+1}} \quad (4.78)$$

$$\left\{ \begin{array}{ccc} 0 & J_i & J_i \\ J_f & j & j \end{array} \right\} = \frac{(-1)^{J_f+j+J_i}}{\sqrt{(2j+1)(2J_i+1)}} \quad (4.79)$$

l'équation (4.74) devient alors :

$$\langle I \rangle = -\frac{1}{\sqrt{\pi}} \sum_{M_i} N_{M_i} A(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_f J_f) \quad (4.80)$$

Le rapport de l'intensité $I(\theta)$ à l'intensité moyenne $\langle I \rangle$ s'écrit :

$$\frac{I(\theta)}{\langle I \rangle} = \left[1 + \sum_{K \geq 2} \beta_K P_K(\cos \theta) \right] \quad (4.81)$$

où

$$\beta_K = (2J_i + 1)(2j + 1)(2K + 1) \begin{pmatrix} K & j & j \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} K & J_i & J_i \\ J_f & j & j \end{matrix} \right\} \\ \times \left[\sum_{M_i} N_{M_i} (-1)^{J_f - M_i + 1} \begin{pmatrix} K & J_i & J_i \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \right] \left[\sum_{M_i} N_{M_i} \right]^{-1} \quad (4.82)$$

Pour les raies z et y , qui correspondent à $J_i = 1$, $J_f = 0$ et $j = 1$, l'équation (4.81) devient :

$$I(\theta) = \langle I \rangle [1 + \beta_2 P_2(\cos \theta)] \quad (4.83)$$

avec :

$$\beta_2 = 45 \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{matrix} \right\} \left[\sum_{M_i} N_{M_i} (-1)^{-M_i + 1} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \right] \\ \times \left[\sum_{M_i} N_{M_i} \right]^{-1} = \frac{1}{2} \left[\sum_{M_i} N_{M_i} (3M_i^2 - 2) \right] \left[\sum_{M_i} N_{M_i} \right]^{-1} \quad (4.84)$$

Or pour ces deux raies

$$\sum_{M_i} N_{M_i} = N_0 + N_1 + N_{-1} \quad (4.85)$$

et puisque la population des sous-niveaux magnétiques $M_i = 1$ et $M_i = -1$ sont égales, β_2 sera alors égale à :

$$\beta_2 = -\frac{N_0 - N_1}{N_0 + 2N_1} \quad (4.86)$$

L'intensité de la raie z , qui est de type $M1$, s'écrit alors :

$$I_z(\theta) = \langle I_z \rangle \frac{1 + P_z \cos^2 \theta}{1 + \frac{P_z}{3}} \quad (4.87)$$

P_z représente la polarisation de la raie z et est égale à :

$$P_z = -\frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \quad (4.88)$$

De même l'intensité de la raie y , qui est de type $E1$, s'écrit comme suit :

$$I_y(\theta) = \langle I_y \rangle \frac{1 - P_y \cos^2 \theta}{1 - \frac{P_y}{3}} \quad (4.89)$$

P_y représente la polarisation de la raie y et est égale à :

$$P_y = \frac{N_0 - N_1}{N_0 + N_1} \quad (4.90)$$

Cependant la raie x qui est quadrupolaire magnétique $M2$ et qui correspond à $J_i = 2$, $J_f = 0$ et $j = 2$, son intensité angulaire s'exprime comme suit :

$$I(\theta) = \langle I \rangle [1 + \beta_2 P_2(\cos \theta) + \beta_4 P_4(\cos \theta)] \quad (4.91)$$

où :

$$\begin{aligned} \beta_2 = & 125 \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{matrix} \right\} \left[\sum_{M_i} N_{M_i} (-1)^{-M_i+1} \right. \\ & \left. \times \begin{pmatrix} 2 & 2 & 2 \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \right] [N_0 + 2N_1 + 2N_2]^{-1} = \frac{5}{7} \times \frac{N_0 + N_1 - 2N_2}{N_0 + 2N_1 + 2N_2} \end{aligned} \quad (4.92)$$

et :

$$\begin{aligned} \beta_4 = & 225 \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \left\{ \begin{matrix} 4 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{matrix} \right\} \left[\sum_{M_i} N_{M_i} (-1)^{-M_i+1} \right. \\ & \left. \times \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 0 & -M_i & M_i \end{pmatrix} \right] [N_0 + 2N_1 + 2N_2]^{-1} = -\frac{4}{7} \times \frac{3N_0 - 4N_1 + N_2}{N_0 + 2N_1 + 2N_2} \end{aligned} \quad (4.93)$$

Le rapport d'intensité angulaire à l'intensité moyenne pour la raie x s'écrit :

$$\frac{I_x(\theta)}{\langle I_x \rangle} = -\frac{5}{2} \times \frac{3N_0 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + N_1(1 - 4 \cos^2 \theta) \sin^2 \theta - N_2 \sin^4 \theta}{P_x(\theta)(N_0 + 2N_1 + 2N_2)} \quad (4.94)$$

$P_x(\theta)$ est la polarisation de la raie x pour un angle θ défini par rapport à l'axe de quantification, est donné par :

$$P_x(\theta) = -\frac{3N_0 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + N_1(1 - 4 \cos^2 \theta) \sin^2 \theta - N_2 \sin^4 \theta}{3N_0 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + N_1(1 - 3 \cos^2 \theta + 4 \cos^4 \theta) + N_2(1 + \cos^2 \theta) \sin^2 \theta} \quad (4.95)$$

Mentionnons que, contrairement aux raies dipolaires, l'intensité $I_x(\theta)$ ne peut être explicitement reliée à P_x .

Chapitre 5

Diagnostic en densité - Rapport d'intensité R

Dans ce chapitre nous calculerons le rapport d'intensité R pour les ions héliumoïdes Ne^{+8} dans un vaste domaine de densité électronique n_e de 10^9 à 10^{13} cm^{-3} en utilisant un modèle collisionnel-radiatif basé sur une distribution de vitesses des électrons qui inclut à la fois une composante isotrope Maxwellienne prédominante et une composante de faisceau monoénergétique minoritaire. La polarisation et l'anisotropie de la distribution angulaire des raies émises sont prises en compte dans notre traitement.

Tout d'abord établissons l'expression du rapport d'intensité R en fonction des populations des sous-niveaux magnétiques des niveaux supérieurs des raies concernées.

5.1 Expression du rapport d'intensité R

Comme on l'a vu au chapitre précédent, le rayonnement émis par des ions qui ont été excités suite à des collisions avec des électrons dont la distribution de vitesses est axialement symétrique par rapport un axe z pris comme axe de quantification est, en général, linéairement polarisé. Son intensité est anisotrope mais symétrique par rapport à ce même axe.

Les intensités des raies dipolaires y , de type électrique, et z , de type magnétique, correspondant toutes les deux à la transition $J_i = 1 \rightarrow J_f = 0$, qui sont émises suivant une direction définie par l'angle θ par rapport à l'axe de symétrie Oz , s'écrivent d'après

les relations (4.89) et (4.87) comme suit :

$$I_y(\theta) = \langle I_y \rangle \frac{1 - P_y \cos^2 \theta}{1 - \frac{P_y}{3}} \quad I_z(\theta) = \langle I_z \rangle \frac{1 + P_z \cos^2 \theta}{1 + \frac{P_z}{3}} \quad (5.1)$$

où P_y et P_z représentent, respectivement, le degré de polarisation de la raie y et celui de la raie z , dont les expressions sont données par les équations (4.90) et (4.88).

Par ailleurs, pour la raie x , qui est de type quadrupolaire magnétique, et correspond à la transition $J_i = 2 \rightarrow J_f = 0$, son intensité s'écrit d'après l'équation (4.94) comme :

$$I_x(\theta) = -\frac{5}{2} \langle I_x \rangle \times \frac{3N_0 \sin^2 \theta \cos^2 \theta + N_1(1 - 4 \cos^2 \theta) \sin^2 \theta - N_2 \sin^4 \theta}{P_x(\theta)(N_0 + 2N_1 + 2N_2)} \quad (5.2)$$

où P_x est le degré de polarisation de la raie x donné par l'équation (4.95).

Il sera montré plus loin que les rapports $\frac{I_x(\theta)}{\langle I_x \rangle}$ et $\frac{I_y(\theta)}{\langle I_y \rangle}$ sont pratiquement égaux pour toute valeur de θ , ce qui signifie physiquement que la distribution angulaire de la raie x est très similaire à celle de la raie y . Par voie de conséquence, et en utilisant l'équation (5.1), une formule approximative peut être aisément déduite reliant directement le rapport d'intensité $R(\theta)$ à sa valeur moyenne $\langle R \rangle = \frac{\langle I_x(\theta) \rangle}{\langle I_x(\theta) \rangle + \langle I_y(\theta) \rangle}$ à savoir :

$$R(\theta) = \frac{I_z(\theta)}{I_x(\theta) + I_y(\theta)} \approx \langle R \rangle \frac{3 - P_y}{3 + P_z} \frac{1 + P_z \cos^2 \theta}{1 - P_y \cos^2 \theta} \quad (5.3)$$

En désignant par A_β la probabilité de transition radiative associée à la raie b ($\beta = x, y$ ou z) et par λ_β la longueur d'onde correspondante ($\lambda_x \approx \lambda_y$), on peut écrire :

$$\langle R \rangle = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} \frac{(N_{0,z} + 2N_{1,z}) A_z}{(N_{0,x} + 2N_{1,x} + 2N_{2,x}) A_x + (N_{0,y} + 2N_{1,y}) A_y} \quad (5.4)$$

$N_{\alpha,\beta}$ étant la population du sous-niveau magnétique $M_j = \alpha$ appartenant au niveau supérieur de la raie notée β .

Dans nos calculs, les populations des sous-niveaux magnétiques des niveaux supérieurs des raies considérées ont été déterminées dans le cadre du model collisionnel-radiatif.

Dans le domaine des densités électroniques où le rapport R des ions Ne^{8+} devient particulièrement sensible (à savoir $5 \times 10^{10} \lesssim n_e \lesssim 5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$), on peut considérer seulement les transitions collisionnelles à partir du niveau fondamental 1^1S_0 et du niveau métastable 2^3S_1 . À part ces deux niveaux, tous les autres niveaux excités sont presque entièrement dépeuplés par des déclin radiatifs avec des probabilités supérieures à 10^7 s^{-1} . Les populations $N_{\alpha,\beta}$ impliquées dans les équations (5.1), (5.1), (4.88), (4.90), et (4.95) sont solutions d'un système couplé d'équations de taux. Les équations qui gouvernent explicitement ces populations peuvent s'écrire comme suit :

$$\begin{aligned}
N_{M_j,y} [A_y + A(2^3\text{P}_1 \rightarrow 2^3\text{S}_1)] &= n_e [N(1^1\text{S}_0) \\
&\times C(1^1\text{S}_0 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j) + \sum_{M_i} N_{M_i,z} C(2^3\text{S}_1 M_i \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j)] \\
&+ \sum_k N(\Delta_k J_k M_k) A(\Delta_k J_k M_k \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j)
\end{aligned} \tag{5.5}$$

pour les sous-niveaux magnétiques supérieurs de la raie y ,

$$\begin{aligned}
N_{M_j,z} \left[A_z + n_e \sum_{J=0,1,2} C(2^3\text{S}_1 M_j \rightarrow 2^3\text{P}_J) \right] &= \frac{1}{3} n_e N(1^1\text{S}_0) \\
&\times C(1^1\text{S}_0 \rightarrow 2^3\text{S}_1) + \sum_k N(\Delta_k J_k M_k) \\
&\times A(\Delta_k J_k M_k \rightarrow 2^3\text{S}_1 M_j)
\end{aligned} \tag{5.6}$$

pour les sous-niveaux magnétiques supérieurs de la raie z , et

$$\begin{aligned}
N_{M_j,x} [A_x + A(2^3\text{P}_2 \rightarrow 2^3\text{S}_1)] &= n_e [N(1^1\text{S}_0) \\
&\times C(1^1\text{S}_0 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j) + \sum_{M_i} N_{M_i,z} C(2^3\text{S}_1 M_i \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j)] \\
&+ \sum_k N(\Delta_k J_k M_k) A(\Delta_k J_k M_k \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j)
\end{aligned} \tag{5.7}$$

pour les sous-niveaux magnétiques supérieurs de la raie x .

Dans les équations (5.5), (5.6) et (5.7), Δ_k désigne l'ensemble de nombres quantiques nécessaires pour décrire les états de la cible en plus du moment angulaire total J_k et sa projection M_k suivant l'axe Oz , A est la probabilité de transition radiative et C le coefficient de taux d'excitation collisionnelle. Le dernier terme dans le membre de droite des

équations (5.5), (5.6) et (5.7) traduit le peuplement des sous-niveaux $\Delta_j J_j M_j$ dû à des cascades radiatives à partir de sous-niveaux magnétiques supérieurs. On peut admettre que tous les niveaux de cascades $\Delta_k J_k$ déclinent radiativement vers des niveaux excités inférieurs essentiellement par des transitions dipolaires électriques. La probabilité de transitions $E1$ entre sous-niveaux magnétiques individuels peut être déduite à partir de celle entre niveaux auxquels appartiennent ces sous-niveaux à l'aide de l'expression suivante :

$$A(\Delta_k J_k M_k \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = \langle J_j 1 M_j (M_k - M_j) | J_k M_k \rangle^2 A(\Delta_k J_k \rightarrow \Delta_j J_j) \quad (5.8)$$

où $\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j m \rangle$ représente le coefficient de Clebsch-Gordan. En écrivant le membre de gauche des deux équations (5.5) et (5.6) nous avons pris en compte le fait que la probabilité A à partir de n'importe quel sous-niveau magnétique $\Delta_j J_j M_j$ vers un niveau inférieur $\Delta_i J_i$ est indépendante de M_j et elle est égale à la probabilité de transition entre les deux niveaux, c'est à dire,

$$A(\Delta_j J_j M_j \rightarrow \Delta_i J_i) = \sum_{M_i} A(\Delta_j J_j M_j \rightarrow \Delta_i J_i M_i) = A(\Delta_j J_j \rightarrow \Delta_i J_i) \quad (5.9)$$

La fonction de distribution des vitesses des électrons dans le plasma émetteur a été choisie en étant constituée de deux composantes. L'une Maxwellienne isotrope et l'autre selon un faisceau monoenergétique. Par voie de conséquence, trois paramètres sont susceptibles de caractériser cette fonction de distribution des vitesses, qui sont : la température T_e de la composante Maxwellienne, l'énergie e_0 du faisceau d'électrons et la fraction f de la densité des électrons impliqués dans la composante du faisceau. Pour chaque excitation collisionnelle, le coefficient de taux d'excitation C est déterminé à partir de la combinaison linéaire des deux coefficients de taux d'excitation C_M et C_b dus, respectivement, à la composante Maxwellienne d'électrons et celle du faisceau d'électrons

$$C(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = (1 - f) C_M(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) + f C_b(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j). \quad (5.10)$$

Le coefficient de taux d'excitation C_M , exprimé en cm^3/s , est donné en fonction de la

force de collision $\langle \Omega \rangle$ moyennée sur 4π , par :

$$C_M(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = \frac{8.63 \times 10^{-6}}{T_e^{1/2}} \times \int_{\Delta E_{ij}}^{\infty} \langle \Omega(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) \rangle \exp(-\epsilon_i/kT_e) d(\epsilon_i/kT_e) \quad (5.11)$$

où T_e qui précède l'intégrale est en Kelvin, $\Delta E_{ij} = E_j - E_i$ représente l'énergie de transition, et ϵ_i est l'énergie cinétique de l'électron incident. Des expressions générales pour $\langle \Omega(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) \rangle$ ont été données dans le chapitre 2.

Dans le cas particulier de l'excitation collisionnelle à partir du niveau fondamental ($J_i = 0$), le coefficient de taux d'excitation C_M ne dépend évidemment pas du nombre quantique M_j du sous-niveau final, et est simplement donné par :

$$C_M(1^1S_0 \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = \frac{1}{2J_j + 1} C_M(1^1S_0 \rightarrow \Delta_j J_j). \quad (5.12)$$

Pour la composante du faisceau d'électrons, le coefficient de taux d'excitation C_b , exprimé en cm^3/s , est obtenu à partir de la relation :

$$C_b(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = \frac{7.099 \times 10^{-8}}{\sqrt{e_0}} \Omega(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j), \quad (5.13)$$

où e_0 est en eV et $\Omega(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j)$ représente la force de collision correspondante aux électrons incidents le long de l'axe Oz. Son expression explicite a été rappelée dans Chapitre 2.

Mentionnons que C_M et C_b obeïssent tous les deux à la relation de symétrie :

$$C_K(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = C_K(\Delta_i J_i -M_i \rightarrow \Delta_j J_j -M_j), \quad (5.14)$$

où l'indice K correspond à "M" ou "b". Le coefficient de taux d'excitation total, pour les transitions entre niveaux, peut être obtenu à partir de $C_K(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j)$, en moyennant sur M_i et en sommant sur M_j

$$C_K(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_j J_j) = \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i M_j} C_K(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j). \quad (5.15)$$

5.2 Méthode de calcul des forces de collision

Afin de calculer le rapport d'intensité R pour les ions héliumoïdes du néon Ne^{8+} , il y a lieu de déterminer les populations des sous-niveaux magnétiques qui interviennent dans les équations (5.5), (5.6) et (5.7). Pour cela on est amené à résoudre un système d'un grand nombre d'équations couplées qui font impliquer des transitions tant collisionnelles que radiatives entre différents sous-niveaux magnétiques de l'ion. On a besoin de connaître alors les coefficients de taux d'excitation collisionnelle ainsi que les taux d'émission radiative pour les diverses transitions impliquées.

En 1987, *Inal et Dubau* [54] avaient élaborés un programme qui permet de calculer les forces de collisions pour l'excitation des sous-niveaux magnétiques. Ce programme utilise les éléments de matrice de réactance obtenus dans l'approche semi-relativiste par les codes complémentaires DISTWAV d'*Eissner et Seaton* [1] et JAJOM de *Saraph* [2], qui avaient été développés à University College, London. Dans DISTWAV [1], les fonctions radiales monoélectroniques pour les états aussi bien liés que libres sont calculées dans un potentiel statistique de type de *Thomas-Fermi-Dirac* basé sur l'approximation du champ central. Les matrices de réactances sont évaluées dans la représentation du couplage *LS*. JAJOM [2] transforme ces matrices de réactance dans le couplage intermédiaire en utilisant les coefficients de couplage des termes obtenus à partir du code de structure atomique SUPERSTRUCTURE [37]. Ces coefficients de couplage des termes sont déduits après diagonalisation de la matrice de l'Hamiltonien total des électrons de la cible incluant l'interaction *spin-orbite* et d'autres corrections relativistes (correction de masse, terme de *Darwin*, *spin-orbite* mutuelle et *spin-spin*) dans l'approche perturbative de *Breit-Pauli*.

En vertu de ce programme, les forces de collision dues d'une part aux électrons directifs et d'autre part aux électrons isotropes ont été calculées. Pour les transitions permises et pour les électrons incidents doués de grandes énergies cinétiques relativement aux énergies de transition, les contributions des ondes-partielles élevées aux forces de collision ont été calculées dans l'approche de *Coulomb-Bethe* en utilisant le programme de base construit par *Burgess et Sheorey* [70]. Pour les électrons isotropes, les calculs dans l'approximation de *Coulomb-Bethe* sont plutôt simples dans la mesure où, comme il a été vu dans le chapitre 2, les forces de collisions partielles moyennées angulairement entre sous-niveaux magnétiques peuvent être directement déduites à partir des forces de collision partielles

niveau-niveau correspondantes suivant l'équation (3.76).

Nous avons calculé les coefficients de taux *Maxwellien* C_M pour l'excitation des ions Ne^{+8} du fondamental 1^1S_0 vers tous les sous-niveaux magnétiques $M_J \geq 0$ des 30 niveaux excités issus des configurations $1snl$ avec $n = 2, 3$ et 4 , et à partir des sous-niveaux magnétiques du niveau métastable 2^3S_1 vers les sous-niveaux magnétiques des niveaux de structure fine $2^3P_{0,1,2}$. Nous avons effectué ce calcul pour trois valeurs de température $T_e = 2 \times 10^6, 3 \times 10^6$ et 5×10^6 K. Nous avons aussi calculé les coefficients de taux dus aux électrons directifs C_b pour les mêmes transitions pour quatre valeurs de l'énergie $e_0 = 950, 1250, 2000$ et 4000 eV. La première énergie, à savoir 950 eV, correspond à une énergie juste au dessus du seuil d'excitation $1s^2 \rightarrow 1s2l$.

5.3 Données atomiques

5.3.1 Probabilités de transition radiative

Tous les niveaux issus des configurations $1s^2, 1s2l, 1s3l$ et $1s4l$ ont été inclus dans le système d'équations collisionnelles-radiatives permettant de calculer les populations relatives des sous-niveaux magnétiques M_J qui nous intéressent. Un ensemble de valeurs des probabilités de transition radiative est donné dans les tableaux 5.1 et 5.2. Ces valeurs ont été calculées en utilisant le code de structure atomique SUPERSTRUCTURE [37] dans lequel les corrections relativistes sont incluses au moyen de l'approximation de *Breit-Pauli*.

On peut remarquer des tableaux 5.1 et 5.2 que le niveau 2^3S_1 est bien métastable ; il possède la plus faible probabilité de transition radiative qui est inférieure par un facteur au moins égal à 10^3 par rapport aux probabilités des autres niveaux. On s'attend à ce que son dépeuplement s'effectue essentiellement par des désexcitations collisionnelles vers des niveaux supérieurs pour des densités d'électrons suffisamment élevées. Par ailleurs, le niveau 2^3S_1 est alimenté efficacement par cascades radiatives provenant des niveaux supérieurs de type triplets $1snp$. Il est bien connu que sa population est due en grande partie par cascades radiatives provenant de tels niveaux supérieurs.

On peut voir du tableau 5.1 que le niveau 2^3P_0 n'alimente que le niveau métastable 2^3S_1 étant donné que le rapport de branchement associé à cette transition est de 1. De ce même tableau on peut remarquer aussi que le niveau 2^3P_1 se désexcite à 98 %

vers le fondamental et n'alimente qu'à 2 % le niveau métastable. C'est un comportement complètement contraire à celui de 2^3P_2 qui a un rapport de branchement de 0.979 pour sa transition vers 2^3S_1 et de seulement 0.020 pour son déclin vers le fondamental.

5.3.2 Forces de collision

Nous présentons dans les tableaux 5.3, 5.4, 5.5 et 5.6 les résultats de nos calculs des forces de collision pour les transitions à partir du niveau fondamental 1^1S_0 vers les différents sous-niveaux magnétiques M_j appartenant à chaque niveau excité $\Delta_j J_j$ issu des configurations $1s2l$, $1s3l$ et $1s4l$ dans l'ion héliumoïde Ne^{8+} . Les résultats sont donnés pour quatre valeurs de l'énergie des électrons incidents e_i , 950, 1250, 2000 et 4000 eV, lorsqu'il s'agit des niveaux finaux $1s2l$ et pour les trois valeurs 1250, 2000 et 4000 eV lorsqu'il s'agit des niveaux finaux $1s3l$ et $1s4l$. L'énergie de 950 eV se situe juste au dessus du seuil d'excitation $1s^2 \rightarrow 1s2l$ et ne permet donc pas l'excitation des niveaux $1s3l$ et $1s4l$. Sur ces mêmes tableaux nous avons reporté les énergies de transitions ΔE ainsi que les valeurs des forces de collision totales en sommant sur les différents sous-niveaux finaux M_j .

Il apparaît du tableau 5.3 que le processus d'excitation directe à partir du niveau fondamental peuple préférentiellement les sous-niveaux $M_j = \pm 1$ du niveau 2^3P_1 par rapport à $M_j = 0$. Pour des énergies d'impact entre 950 et 2000 eV le rapport $\Omega(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_1 1)/\Omega(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_1 0)$ varie aux alentours de 3. Ce rapport diminue à ~ 1.7 lorsque l'énergie augmente à 4 keV. Par ailleurs, dans tout le domaine d'énergie considéré, on remarque une très faible différence, d'une part entre $\Omega(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_1 0)$ et $\Omega(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_2 2)$ et d'autre part entre $\Omega(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_1 1)$ et $\Omega(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_2 1)$. Ceci provient du fait que les interactions relativistes conduisant au mélange spin-orbite entre les niveaux 2^1P_1 et 2^3P_1 n'ont pas d'effet significatif sur les forces de collision $\Omega(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_1 0)$ et $\Omega(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_1 1)$ [54].

Il convient de mentionner qu'à partir des tableaux 5.3, 5.4, 5.5 et 5.6 on remarque que l'excitation directe des sous-niveaux magnétiques des niveaux 2^3S_1 , 3^3S_1 et 4^3S_1 à partir du fondamental n'est pas du tout sélective. Cet effet est prévisible dans la mesure où ces niveaux possèdent un moment angulaire orbital nul ($L = 0$) et sont correctement décrits dans le couplage LS (pas de mélange avec d'autres niveaux).

TAB. 5.1 – Probabilités de transition radiative A (en s^{-1}) et rapports de branchement RB pour les transitions à partir des niveaux $1s2l$ et $1s3l$ de Ne^{8+} impliquées dans le peuplement collisionnel-radiatif des niveaux supérieurs des raies x , y et z . Nos résultats (désignés par B.I.F.) sont comparés à ceux de *Chen et al* [71] (désignés par Ch.). La notation $x[y] = x \times 10^y$ a été utilisée.

Transition	B.I.F.		Ch.
	A	RB	A
$2^3S_1 \rightarrow 1^1S_0$	1.09[4]	1.000	9.81[3]
$2^3P_0 \rightarrow 2^3S_1$	1.02[8]	1.000	1.03[8]
$2^3P_1 \rightarrow 1^1S_0$	5.36[9]	0.981	4.58[9]
$2^3P_1 \rightarrow 2^3S_1$	1.03[8]	0.019	1.05[8]
$2^3P_2 \rightarrow 1^1S_0$	2.26[6]	0.020	2.21[6]
$2^3P_2 \rightarrow 2^3S_1$	1.10[8]	0.979	1.12[8]
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_0$	5.86[9]	0.111	
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$	1.75[10]	0.332	
$3^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$	2.94[10]	0.557	
$3^3P_0 \rightarrow 2^3S_1$	1.42[11]	1.000	
$3^3P_1 \rightarrow 1^1S_0$	1.41[9]	0.010	1.71[9]
$3^3P_1 \rightarrow 2^3S_1$	1.42[11]	0.990	1.45[11]
$3^3P_2 \rightarrow 2^3S_1$	1.42[11]	1.000	1.44[11]
$3^3D_1 \rightarrow 2^3P_0$	2.41[11]	0.556	2.44[11]
$3^3D_1 \rightarrow 2^3P_1$	1.80[11]	0.417	1.83[11]
$3^3D_1 \rightarrow 2^3P_2$	1.20[10]	0.028	1.22[10]
$3^3D_2 \rightarrow 2^3P_1$	3.19[11]	0.737	3.23[11]
$3^3D_2 \rightarrow 2^3P_2$	1.05[11]	0.243	1.07[11]
$3^3D_2 \rightarrow 2^1P_1$	8.77[9]	0.020	
$3^3D_3 \rightarrow 2^3P_2$	4.33[11]	1.000	4.39[11]
$3^1D_2 \rightarrow 2^3P_1$	6.32[9]	0.015	
$3^1D_2 \rightarrow 2^3P_2$	2.92[9]	0.007	
$3^1D_2 \rightarrow 2^1P_1$	4.05[11]	0.978	4.10[11]

TAB. 5.2 – Même légende que pour le tableau 5.1 sauf qu'il s'agit de nos résultats pour les transitions radiatives à partir des niveaux $1s4l$ de Ne^{8+} .

Transition	A	RB	Transition	A	RB
$4^3S_1 \rightarrow 2^3P_0$	1.69[9]	0.057	$4^3F_2 \rightarrow 3^3D_1$	7.58[10]	0.847
$4^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$	5.01[9]	0.170	$4^3F_2 \rightarrow 3^3D_2$	1.37[10]	0.153
$4^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$	8.38[9]	0.285	$4^3F_4 \rightarrow 3^3D_3$	9.02[10]	1.000
$4^3S_1 \rightarrow 3^3P_0$	1.59[9]	0.054	$4^1F_3 \rightarrow 3^3D_2$	1.89[10]	0.210
$4^3S_1 \rightarrow 3^3P_1$	4.76[9]	0.162	$4^1F_3 \rightarrow 3^3D_3$	3.97[9]	0.044
$4^3S_1 \rightarrow 3^3P_2$	7.98[9]	0.271	$4^1F_3 \rightarrow 3^1D_2$	6.72[10]	0.746
$4^3P_0 \rightarrow 2^3S_1$	5.67[10]	0.734	$4^3D_1 \rightarrow 2^3P_0$	7.72[10]	0.420
$4^3P_0 \rightarrow 3^3S_1$	1.77[10]	0.230	$4^3D_1 \rightarrow 2^3P_1$	5.79[10]	0.315
$4^3P_0 \rightarrow 3^3D_1$	2.70[9]	0.035	$4^3D_1 \rightarrow 2^3P_2$	3.84[9]	0.021
$4^3P_1 \rightarrow 1^1S_0$	6.39[8]	négli.	$4^3D_1 \rightarrow 3^3P_0$	2.49[10]	0.135
$4^3P_1 \rightarrow 2^3S_1$	5.63[10]	0.742	$4^3D_1 \rightarrow 3^3P_1$	1.87[10]	0.102
$4^3P_1 \rightarrow 3^3S_1$	1.76[10]	0.232	$4^3D_1 \rightarrow 3^3P_2$	1.25[9]	0.007
$4^3P_1 \rightarrow 3^3D_2$	1.98[9]	0.026	$4^3D_2 \rightarrow 2^3P_1$	1.03[11]	0.568
$4^3P_2 \rightarrow 2^3S_1$	5.62[10]	0.739	$4^3D_2 \rightarrow 2^3P_2$	3.41[10]	0.188
$4^3P_2 \rightarrow 3^3S_1$	1.76[10]	0.231	$4^3D_2 \rightarrow 3^3P_1$	3.33[10]	0.184
$4^3P_2 \rightarrow 3^3D_3$	2.25[9]	0.030	$4^3D_2 \rightarrow 3^3P_2$	1.10[10]	0.061
$4^3F_3 \rightarrow 3^3D_2$	6.16[10]	0.683	$4^3D_3 \rightarrow 2^3P_2$	1.39[11]	0.756
$4^3F_3 \rightarrow 3^3D_3$	6.05[9]	0.067	$4^3D_3 \rightarrow 3^3P_2$	4.49[10]	0.244
$4^3F_3 \rightarrow 3^1D_2$	2.26[10]	0.250			

TAB. 5.3 – Forces de collision pour l'excitation des ions Ne^{8+} à partir du niveau fondamental $1s^2\ ^1S_0$ vers les différents sous-niveaux magnétiques M_j appartenant aux 4 niveaux triplets $1s2l$ pour quatres valeurs de l'énergie e_i des électrons incidents. Les énergies du seuil d'excitation ΔE ainsi que les forces de collision totales obtenues en sommant sur tous les sous-niveaux magnétiques M_j (symbolisées par Σ) sont aussi présentées. La notation $x[y] = x \times 10^y$ a été utilisée.

Niveau excité	ΔE (Ry)	M_j	e_i (eV)			
			950	1250	2000	4000
2^3S_1	66.425	0	8.11[-4]	6.10[-4]	3.43[-4]	1.26[-4]
		1	8.11[-4]	6.10[-4]	3.43[-4]	1.26[-4]
		Σ	2.43[-3]	1.83[-3]	1.03[-3]	3.78[-4]
2^3P_0	67.131	0	1.48[-3]	9.73[-4]	4.32[-4]	1.14[-4]
2^3P_1	67.139	0	6.38[-4]	4.09[-4]	2.00[-4]	8.35[-5]
		1	1.91[-3]	1.26[-3]	5.57[-4]	1.46[-4]
		Σ	4.46[-3]	2.93[-3]	1.31[-3]	3.77[-4]
2^3P_2	67.157	0	2.32[-3]	1.54[-3]	6.73[-4]	1.61[-4]
		1	1.90[-3]	1.25[-3]	5.51[-4]	1.37[-4]
		2	6.31[-4]	3.99[-4]	1.86[-4]	6.53[-5]
		Σ	7.40[-3]	4.84[-3]	2.15[-3]	5.65[-4]

TAB. 5.4 – Même légende que pour le tableau 5.3 sauf qu'il s'agit de l'excitation vers les différents sous-niveaux magnétiques M_j appartenant aux niveaux $1s3l$ pour trois valeurs de l'énergie e_i des électrons incidents.

Niveau excité	ΔE (Ry)	M_j	e_i (eV)		
			1250	2000	4000
3^3S_1	78.482	0	1.89[-4]	1.03[-4]	3.62[-5]
		1	1.89[-4]	1.03[-4]	3.62[-5]
		Σ	5.66[-4]	3.08[-4]	1.09[-4]
3^3P_0	78.675	0	3.36[-4]	1.42[-4]	3.61[-5]
3^3P_1	78.677	0	1.32[-4]	5.95[-4]	2.28[-5]
		1	4.38[-4]	1.85[-4]	4.58[-5]
		Σ	1.01[-3]	4.30[-4]	1.15[-4]
3^3P_2	78.682	0	5.38[-4]	2.26[-4]	5.23[-5]
		1	4.36[-4]	1.84[-4]	4.41[-5]
		2	1.31[-4]	5.71[-5]	1.95[-5]
		Σ	1.67[-3]	7.07[-4]	1.80[-4]
3^3D_1	78.786	0	6.68[-5]	1.92[-5]	2.75[-6]
		1	2.33[-5]	8.12[-6]	1.75[-6]
		Σ	1.13[-4]	3.54[-5]	6.24[-6]
3^3D_2	78.787	0	3.88[-5]	8.22[-6]	3.92[-6]
		1	6.25[-6]	6.85[-6]	1.13[-5]
		2	1.32[-5]	9.65[-7]	4.28[-6]
		Σ	1.90[-4]	2.38[-5]	3.51[-5]
3^3D_3	78.789	0	8.19[-5]	2.17[-5]	2.52[-6]
		1	6.43[-5]	1.83[-5]	2.59[-6]
		2	2.47[-5]	1.00[-5]	2.44[-6]
		3	1.95[-6]	2.05[-6]	9.69[-7]
		Σ	2.64[-4]	8.24[-5]	1.45[-5]
3^1D_2	78.794	0	1.13[-4]	2.36[-4]	1.12[-4]
		1	4.85[-5]	1.97[-4]	3.25[-4]
		2	7.79[-6]	2.78[-5]	1.23[-4]
		Σ	2.25[-4]	6.86[-4]	1.01[-3]

TAB. 5.5 – Même légende que pour le tableau 5.3 sauf qu'il s'agit de l'excitation vers les différents sous-niveaux magnétiques M_j appartenant aux niveaux 1s4s, 1s4p et 1s4d pour trois valeurs de l'énergie e_i des électrons incidents.

Niveau excité	$\Delta E(\text{Ry})$	M_j	e_i (eV)		
			1250	2000	4000
4^3S_1	82.627	0	8.28[-5]	4.45[-5]	1.55[-5]
		1	8.28[-5]	4.45[-5]	1.55[-5]
		Σ	2.48[-4]	1.34[-4]	4.64[-4]
4^3P_0	82.698	0	1.57[-4]	6.51[-5]	1.63[-5]
4^3P_1	82.699	0	6.04[-5]	2.63[-5]	9.80[-6]
		1	2.04[-4]	8.48[-5]	2.06[-5]
		Σ	4.69[-4]	1.96[-4]	5.09[-5]
4^3P_2	82.701	0	2.52[-4]	1.04[-4]	2.37[-5]
		1	2.04[-4]	8.43[-4]	1.99[-5]
		2	5.98[-5]	2.54[-5]	8.62[-6]
		Σ	7.78[-4]	3.23[-4]	8.08[-5]
4^3D_1	82.743	0	4.00[-5]	1.12[-5]	1.59[-6]
		1	1.37[-5]	4.66[-6]	9.89[-7]
		Σ	6.74[-5]	2.05[-5]	3.59[-6]
4^3D_2	82.743	0	2.15[-5]	2.32[-6]	1.34[-6]
		1	3.77[-5]	1.82[-6]	3.17[-6]
		2	7.49[-6]	2.37[-7]	1.14[-6]
		Σ	1.12[-4]	6.42[-6]	9.97[-6]
4^3D_3	82.744	0	4.94[-5]	1.28[-5]	1.47[-6]
		1	3.85[-5]	1.07[-5]	1.50[-6]
		2	1.42[-5]	5.67[-6]	1.38[-6]
		3	9.63[-6]	1.10[-6]	5.31[-7]
		Σ	1.57[-4]	4.78[-5]	8.29[-6]
4^1D_2	82.747	0	5.20[-5]	1.15[-4]	6.63[-5]
		1	1.09[-5]	9.01[-5]	1.57[-4]
		2	2.90[-6]	1.17[-5]	5.65[-5]
		Σ	9.59[-5]	3.19[-4]	4.94[-4]

TAB. 5.6 – Même légende que pour le tableau 5.3 sauf qu'il s'agit de l'excitation vers les différents sous-niveaux magnétiques M_j appartenant aux niveaux 1s4f pour trois valeurs de l'énergie e_i des électrons incidents.

Niveau excité	ΔE (Ry)	M_j	e_i (eV)		
			1250	2000	4000
4^3F_3	82.746	0	2.07[-6]	5.06[-7]	5.40[-7]
		1	1.14[-6]	1.07[-6]	3.67[-7]
		2	4.57[-7]	4.09[-7]	1.00[-6]
		3	2.70[-8]	3.79[-8]	3.03[-7]
		Σ	5.31[-6]	3.54[-6]	3.88[-6]
4^3F_2	82.746	0	2.01[-6]	3.50[-7]	2.33[-8]
		1	1.03[-6]	2.45[-7]	2.94[-8]
		2	1.12[-7]	5.09[-8]	1.35[-8]
		Σ	4.30[-6]	9.41[-7]	1.09[-7]
4^3F_4	82.747	0	2.17[-6]	4.30[-7]	2.00[-8]
		1	1.78[-6]	3.26[-7]	2.48[-8]
		2	8.80[-7]	2.52[-7]	3.17[-8]
		3	1.20[-7]	9.09[-8]	2.54[-8]
		4	2.10[-9]	6.59[-9]	5.98[-9]
Σ	7.73[-6]	1.69[-6]	1.96[-7]		
4^1F_3	82.747	0	2.33[-6]	7.41[-7]	7.90[-7]
		1	9.54[-7]	1.56[-6]	5.37[-7]
		2	3.51[-7]	5.98[-7]	1.46[-6]
		3	2.04[-8]	5.54[-8]	4.43[-7]
		Σ	4.98[-6]	5.17[-6]	5.68[-6]

Dans le tableau 5.7 nous présentons les résultats de nos calculs des forces de collision pour l'excitation des ions Ne^{8+} à partir des sous-niveaux magnétiques du niveau métastable $2^3\text{S}_1 M_i$ vers les différents sous-niveaux magnétiques M_j appartenant aux niveaux triplets $1s2p$ pour les quatre valeurs d'énergie e_i considérées dans le tableau 5.3. On peut noter que l'excitation collisionnelle à partir du niveau métastable 2^3S_1 peuple principalement les niveaux $2^3\text{P}_{0,1,2}$ [72]. On peut voir du tableau 5.7 que l'excitation à partir du sous-niveau magnétique $2^3\text{S}_1 M_i = 0$ peuple presque seulement les sous-niveaux $M_j = \pm 1$ du niveau 2^3P_1 tandis que l'excitation à partir du sous-niveau $2^3\text{S}_1 M_i = 1$ conduit surtout au peuplement du sous-niveau $2^3\text{P}_1 M_j = 0$. Pour 2^3P_2 , l'excitation à partir du sous-niveau $2^3\text{S}_1 M_i = 0$ peuple de façon dominante les sous-niveaux $M_j = \pm 1$ alors que les sous-niveaux $M_j = \pm 2$ sont préférentiellement peuplés par excitation à partir des sous-niveaux magnétiques $2^3\text{S}_1 M_i = \pm 1$, respectivement. Il est intéressant de remarquer également que, dans le domaine d'énergie considéré, les plus grandes valeurs des forces de collision correspondent aux transitions entre sous-niveaux magnétiques impliquant un $\Delta M = \pm 1$, par contre les transitions qui impliquent un $\Delta M = 3$ (par exemple $2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = -2$) correspondent aux plus faibles valeurs des forces de collision.

5.3.3 Coefficients de taux d'excitation

Dans notre travail nous supposons la présence de deux composantes d'électrons dans le plasma, l'une thermique très largement majoritaire, qui suit une distribution de *Maxwell*, et l'autre suprathermique très minoritaire qui suit une distribution anisotrope non-Maxwellienne. Pour cette dernière, nous adoptons, par souci de simplicité, une distribution monoénergétique et unidirectionnelle.

Nous avons calculé les coefficients de taux Maxwellien C_M pour l'excitation des ions Ne^{8+} à partir du niveau fondamental 1^1S_0 vers tous les sous-niveaux associés aux 30 niveaux issus de la configuration $1snl$ avec $n = 2, 3$ et 4 et à partir des sous-niveaux magnétiques du niveau métastable 2^3S_1 vers les différents sous-niveaux magnétiques M_j appartenant à chacun des trois niveaux triplets $1s2p^3\text{P}_{0,1,2}$ pour trois valeurs de la température $T_e = 2 \times 10^6$, 3×10^6 et 5×10^6 K. Mentionnons que dans cet intervalle de température, l'état de charge héliumoïde du néon est relativement abondant. Nous avons

TAB. 5.7 – Forces de collision pour l'excitation des ions Ne^{8+} à partir des sous-niveaux magnétiques M_i du niveau métastable 2^3S_1 vers les différents sous-niveaux magnétiques M_j appartenant à chacun des trois niveaux triplets $1s2p$ pour quatre valeurs de l'énergie e_i des électrons incidents. La notation $x[y] = x \times 10^y$ a été utilisée.

Transition	e_i (eV)			
	950	1250	2000	4000
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_0 M_j = 0$	0.149	0.147	0.144	0.142
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_0 M_j = 0$	0.472	0.492	0.526	0.575
$2^3\text{S}_1 \rightarrow 2^3\text{P}_0$	1.09	1.13	1.20	1.29
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j = 0$	3.56[-4]	2.56[-4]	1.32[-4]	3.94[-5]
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j = 1$	0.708	0.739	0.789	0.863
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j = -1$	1.67[-4]	1.20[-4]	6.20[-5]	1.85[-5]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j = 0$	0.708	0.739	0.789	0.863
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j = 1$	0.223	0.220	0.216	0.213
$2^3\text{S}_1 \rightarrow 2^3\text{P}_1$	3.28	3.39	3.59	3.88
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 0$	0.298	0.294	0.289	0.284
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 1$	0.710	0.740	0.791	0.864
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 2$	3.57[-4]	2.56[-4]	1.32[-4]	3.94[-5]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = -2$	2.34[-12]	2.44[-12]	2.58[-12]	2.74[-12]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = -1$	1.78[-4]	1.28[-4]	6.60[-5]	1.97[-5]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 0$	0.237	0.247	0.264	0.288
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 1$	0.224	0.220	0.216	0.213
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 2$	1.42	1.48	1.58	1.73
$2^3\text{S}_1 \rightarrow 2^3\text{P}_2$	5.48	5.67	5.99	6.48

TAB. 5.8 – Coefficients de taux d'excitation Maxwellien C_M (en cm^3s^{-1}) pour les ions Ne^{8+} à partir du niveau fondamental vers les quatre niveaux triplets $1s2l$ pour trois valeurs de la température T_e . Les lignes (i), (ii) et (iii) donnent les résultats pour l'excitation directe, l'excitation directe + la contribution des résonances, et la contribution des cascades radiatives provenant des niveaux $1s3l$ et $1s4l$, respectivement. La notation $x[y] = x \times 10^y$ a été utilisée.

Niveau excité		T_e (10^6 K)		
		2	3	5
2^3S_1	(i)	6.90[−14]	3.07[−13]	8.63[−13]
	(ii)	9.19[−14]	3.92[−13]	1.13[−12]
	(iii)	4.93[−14]	2.99[−13]	1.00[−12]
2^3P_0	(i)	4.03[−14]	1.72[−13]	4.52[−13]
	(ii)	4.57[−14]	1.92[−13]	4.95[−13]
	(iii)	2.33[−15]	1.43[−14]	4.92[−14]
2^3P_1	(i)	1.21[−13]	5.18[−13]	1.35[−12]
	(ii)	1.37[−13]	5.79[−13]	1.48[−12]
	(iii)	7.01[−15]	4.31[−14]	1.48[−13]
2^3P_2	(i)	2.02[−13]	8.60[−13]	2.23[−12]
	(ii)	2.29[−13]	9.61[−13]	2.44[−12]
	(iii)	1.18[−14]	7.22[−14]	2.49[−13]

également calculé les coefficients de taux d'excitation C_b pour ces mêmes transitions causées par le faisceau d'électrons en quatre énergies $e_0 = 950, 1250, 2000$ et 4000 eV. Rappelons que 950 eV est une énergie juste au dessus du seuil d'excitation $1s^2 \rightarrow 1s2l$.

Dans les tableaux 5.8 et 5.9 nous présentons les résultats des coefficients C_M seulement pour les transitions entre niveaux étant donné que pour la composante isotrope Maxwellienne l'excitation à partir du niveau fondamental n'est pas du tout sélective par rapport aux sous-niveaux magnétiques. Les valeurs de C_M pour les transitions entre sous-niveaux peuvent être déduites directement à partir de celles entre niveaux en divisant par le poids statistique du niveau final correspondant, conformément à l'équation (5.9). Dans le tableau 5.8 on donne aussi les valeurs de C_M pour l'excitation $1s^2 \rightarrow 1s2l$ en incluant les effets des résonances dues aux niveaux autoionisants intermédiaires $1s3lnl'$ avec $n \geq 3$. La contribution des résonances a été évaluée par nos soins en interpolant les résultats obtenus

TAB. 5.9 – Coefficients de taux d'excitation Maxwellien C_M (en cm^3s^{-1}) pour les ions Ne^{8+} à partir du niveau fondamental vers les différents niveaux $1s3l$ et $1s4l$ contribuant au peuplement des niveaux supérieurs des raies x , y et z pour trois valeurs de la température T_e . La notation $x[y] = x \times 10^y$ a été utilisée.

Niveau excité	T_e (10^6 K)		
	2	3	5
3^3S_1	7.14[-15]	4.33[-14]	1.57[-13]
3^3P_0	4.34[-15]	2.57[-14]	8.96[-14]
3^3P_1	1.30[-14]	7.69[-14]	2.69[-13]
3^3P_2	2.16[-14]	1.28[-13]	4.46[-13]
3^3D_1	1.51[-15]	8.72[-15]	2.93[-14]
3^3D_2	2.52[-15]	1.47[-14]	5.07[-14]
3^3D_3	3.51[-15]	2.03[-14]	6.83[-14]
3^1D_2	2.68[-15]	2.01[-14]	1.02[-13]
4^3S_1	2.11[-15]	1.43[-14]	5.70[-14]
4^3P_0	1.33[-15]	8.80[-15]	3.39[-14]
4^3P_1	3.95[-15]	2.63[-14]	1.01[-13]
4^3P_2	6.57[-15]	4.36[-14]	1.68[-13]
4^3F_3	4.53[-17]	3.10[-16]	1.28[-15]
4^3F_2	3.53[-17]	2.26[-16]	8.27[-16]
4^3F_4	6.34[-17]	4.06[-16]	1.49[-15]
4^1F_3	4.33[-17]	3.06[-16]	1.34[-14]
4^3D_1	5.55[-16]	6.32[-15]	1.36[-14]
4^3D_2	9.22[-16]	6.05[-15]	2.30[-14]
4^3D_3	1.29[-15]	8.41[-15]	3.16[-14]

TAB. 5.10 – Coefficients de taux d'excitation Maxwellien C_M (en $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$) pour les ions Ne^{8+} à partir du niveau métastable 2^3S_1 et ses sous-niveaux magnétiques M_i vers les différents niveaux triplets 2^3P et leurs sous-niveaux magnétiques M_j pour trois valeurs de la température T_e . La notation $x[y] = x \times 10^y$ a été utilisée.

Transition	T_e (10^6 K)		
	2	3	5
$2^3\text{S}_1 \rightarrow 2^3\text{P}_0$	1.42[-9]	1.26[-9]	1.09[-9]
$2^3\text{S}_1 M_i=0 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j=0$	6.29[-12]	4.80[-12]	3.19[-12]
$2^3\text{S}_1 M_i=0 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j=1$	2.12[-9]	1.88[-9]	1.62[-9]
$2^3\text{S}_1 M_i=1 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j=-1$	3.07[-12]	2.34[-12]	1.56[-12]
$2^3\text{S}_1 M_i=1 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j=0$	2.12[-9]	1.88[-9]	1.62[-9]
$2^3\text{S}_1 M_i=1 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j=1$	2.12[-9]	1.88[-9]	1.62[-9]
$2^3\text{S}_1 \rightarrow 2^3\text{P}_1$	4.29[-9]	3.77[-9]	3.23[-9]
$2^3\text{S}_1 M_i=0 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j=0$	2.80[-9]	2.49[-9]	2.14[-9]
$2^3\text{S}_1 M_i=0 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j=1$	2.10[-9]	1.87[-9]	1.61[-9]
$2^3\text{S}_1 M_i=0 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j=2$	6.32[-12]	4.82[-12]	3.20[-12]
$2^3\text{S}_1 M_i=1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j=-2$	0.	0.	0.
$2^3\text{S}_1 M_i=1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j=-1$	3.16[-12]	2.41[-12]	1.60[-12]
$2^3\text{S}_1 M_i=1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j=0$	7.01[-10]	6.23[-10]	5.36[-10]
$2^3\text{S}_1 M_i=1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j=1$	2.10[-9]	1.87[-9]	1.61[-9]
$2^3\text{S}_1 M_i=1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j=2$	4.21[-9]	3.74[-9]	3.22[-9]
$2^3\text{S}_1 \rightarrow 2^3\text{P}_2$	7.01[-9]	6.23[-9]	5.36[-9]

par *Zhang et Sampson* [72]. Dans ce même tableau nous incluons aussi la contribution des cascades radiatives à partir des niveaux $1s3l$ et $1s4l$.

Dans le tableau 5.10 nous présentons les résultats des coefficients C_M pour l'excitation à partir du niveau métastable 2^3S_1 et ses sous-niveaux magnétiques M_i vers les niveaux triplets $1s2p$ et leurs sous-niveaux magnétiques M_j . Pour de telles excitations les contributions des résonances aux coefficients C_M ont été ignorées parce qu'elles sont faibles [72]. Dans ce tableau nous ne donnons pas les coefficients de taux d'excitation $C_M(2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_0)$ pour $M_i = 0$ et $M_i = 1$ du moment que chacun d'eux est égal au coefficient de taux d'excitation entre niveaux $C_M(2^3S_1 \rightarrow 2^3P_0)$.

Dans les tableaux 5.11 et 5.12 nous présentons les résultats des coefficients C_b , respectivement, pour l'excitation à partir du niveau fondamental vers tous les sous-niveaux magnétiques M_j des niveaux triplets $1s2l$ et pour l'excitation à partir du niveau métastable 2^3S_1 et ses sous-niveaux magnétiques M_i vers les différents niveaux triplets $1s2p$ et leurs sous-niveaux magnétiques M_j . Pour l'énergie cinétique $e_0 = 950\text{eV}$, les électrons du faisceau directif n'excitent que les niveaux $1s2l$ à partir du fondamental 1^1S_0 et, par conséquent, aucune contribution des cascades provenant des niveaux supérieurs $1snl$ avec $n \geq 3$ n'interviendra dans les coefficients C_b (tableau 5.11).

Dans les deux tableaux 5.10 et 5.12 on peut voir que les coefficients de taux pour les transitions $\Delta n = 0$ optiquement interdites entre les sous-niveaux magnétiques, à savoir $2^3S_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3P_1 M_j = 0$ et $2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_{1,2} M_j$ avec $|M_i - M_j| \geq 2$, sont trois ordres de grandeur plus petits que ceux pour les transitions permises et peuvent être alors négligés dans les calculs collisionnels-radiatifs. Si on analyse bien ces deux tableaux on peut voir que pour les fortes transitions (i.e. celles qui sont optiquement permises) $2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_{J_j} M_j$ les coefficients C_M et C_b sont du même ordre de grandeur. Ceci s'explique par la faible énergie qui sépare les deux niveaux 2^3S_1 et $2^3P_{J_j}$ et qui est seulement de ~ 10 eV. Pour une petite fraction d'électrons suprathermiques directifs n'excédant pas 10% de l'ensemble des électrons du plasma, les transitions collisionnelles $2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_{J_j} M_j$ seraient principalement assurées par les électrons Maxwelliens. Pour de telles transitions, la contribution d'une petite fraction f d'électrons du faisceau directif aux coefficients de taux totaux n'excède pas, d'après les calculs que nous avons effectués, la valeur de f (en %), ceci pour n'importe quelle paire de paramètres (T_e, e_0) . Notons

TAB. 5.11 – Coefficients de taux non-Maxwellien C_b (en $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$) d'excitation des ions Ne^{8+} à partir du niveau fondamental 1^1S_0 vers tous les sous-niveaux magnétiques M_j des niveaux triplets $1s2l$ pour quatre valeurs de l'énergie e_0 du faisceau d'électrons. Les ligne (i) et (ii) donnent les résultats pour l'excitation directe et la contribution des cascades radiatives provenant des niveaux $1s3l$ et $1s4l$, respectivement. La notation $x[y] = x \times 10^y$ a été utilisée.

Niveau excité		e_0 (eV)			
		950	1250	2000	4000
$2^3\text{S}_1 M_j = 0$	(i)	1.98[-12]	1.30[-12]	5.73[-13]	1.48[-13]
	(ii)		3.77[-12]	1.25[-12]	2.15[-13]
$2^3\text{S}_1 M_j = 1$	(i)	1.98[-12]	1.30[-12]	5.73[-13]	1.48[-13]
	(ii)		2.38[-12]	7.97[-13]	1.54[-13]
2^3S_1	(i)	5.94[-12]	3.90[-12]	1.71[-12]	4.44[-13]
	(ii)		8.53[-12]	2.84[-12]	5.23[-13]
2^3P_0	(i)	3.62[-12]	2.09[-12]	6.94[-13]	1.29[-13]
	(ii)		4.21[-13]	1.38[-13]	2.68[-14]
$2^3\text{P}_1 M_j = 0$	(i)	1.58[-12]	8.71[-13]	3.16[-13]	9.38[-14]
	(ii)		4.47[-13]	1.24[-13]	4.37[-14]
$2^3\text{P}_1 M_j = 1$	(i)	4.65[-12]	2.71[-12]	9.02[-13]	1.65[-13]
	(ii)		4.10[-13]	1.21[-13]	3.98[-14]
2^3P_1	(i)	1.09[-11]	6.29[-12]	2.11[-12]	4.23[-13]
	(ii)		1.27[-12]	3.66[-13]	1.23[-13]
$2^3\text{P}_2 M_j = 0$	(i)	5.69[-12]	3.33[-12]	1.10[-12]	1.82[-13]
	(ii)		6.04[-13]	1.70[-13]	3.48[-14]
$2^3\text{P}_2 M_j = 1$	(i)	4.65[-12]	2.71[-12]	8.95[-13]	1.55[-13]
	(ii)		4.74[-13]	1.50[-13]	3.08[-14]
$2^3\text{P}_2 M_j = 2$	(i)	1.57[-12]	8.57[-13]	2.94[-13]	7.34[-14]
	(ii)		2.88[-13]	1.07[-13]	2.80[-14]
2^3P_2	(i)	1.81[-11]	1.05[-11]	3.48[-12]	6.38[-13]
	(ii)		2.13[-12]	6.84[-13]	1.52[-13]

TAB. 5.12 – Coefficients de taux non-Maxwelliens C_b (en $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$) d'excitation des ions Ne^{8+} à partir du niveau métastable 2^3S_1 et ses sous-niveaux magnétiques M_i vers les différents niveaux 2^3P et leurs sous-niveaux magnétiques M_j pour quatre valeurs de l'énergie e_0 du faisceau d'électrons. La notation $x[y] = x \times 10^y$ a été utilisée.

Transition	e_0 (eV)			
	950	1250	2000	4000
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_0 M_j = 0$	3.13[-10]	2.33[-10]	1.70[-10]	1.13[-10]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_0 M_j = 0$	1.01[-9]	9.56[-10]	8.35[-10]	6.43[-10]
$2^3\text{S}_1 \rightarrow 2^3\text{P}_0$	7.75[-10]	7.16[-10]	6.14[-10]	4.68[-10]
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j = 0$	9.69[-13]	5.84[-13]	2.25[-13]	4.76[-14]
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j = 1$	1.51[-9]	1.43[-9]	1.25[-9]	9.64[-10]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j = -1$	4.53[-13]	2.71[-13]	1.07[-13]	2.26[-14]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j = 0$	1.51[-9]	1.43[-9]	1.25[-9]	9.64[-10]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_1 M_j = 1$	4.69[-10]	3.49[-10]	2.54[-10]	1.71[-10]
$2^3\text{S}_1 \rightarrow 2^3\text{P}_1$	2.32[-9]	2.14[-9]	1.84[-9]	1.40[-9]
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 0$	6.28[-10]	4.70[-10]	3.40[-10]	2.27[-10]
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 1$	1.51[-9]	1.43[-9]	1.25[-9]	9.65[-10]
$2^3\text{S}_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 2$	9.69[-13]	5.84[-13]	2.25[-13]	4.76[-14]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = -2$	0.00	0.00	0.00	0.00
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = -1$	4.83[-13]	2.91[-13]	1.13[-13]	2.38[-14]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 0$	5.02[-10]	4.76[-10]	4.17[-10]	3.22[-10]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 1$	4.72[-10]	3.51[-10]	2.54[-10]	1.71[-10]
$2^3\text{S}_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3\text{P}_2 M_j = 2$	3.01[-9]	2.87[-9]	2.51[-9]	1.94[-9]
$2^3\text{S}_1 \rightarrow 2^3\text{P}_2$	3.88[-9]	3.57[-9]	3.07[-9]	2.34[-9]

également, d'après le tableau 5.10, que les coefficients de taux Maxwelliens C_M pour les transitions permises $2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_1 M_j$ sont indépendants des sous-niveaux initiaux M_i et finaux M_j .

En comparant l'importance relative des coefficients de taux C_M et C_b pour l'excitation directe à partir du fondamental, on peut voir des tableaux 5.8 et 5.11 que pour les températures $T_e = 2 \times 10^6$ et 3×10^6 K C_M est beaucoup plus petit que C_b lorsque $e_0 < 2$ keV. Pour ces deux températures l'énergie du seuil d'excitation est bien plus élevée que l'énergie thermique moyenne ($\Delta E_{ij}/kT_e = 5.3$ et 3.5 respectivement) et de ce fait seule une petite proportion d'électrons Maxwelliens est capable d'exciter les ions Ne^{8+} à partir du fondamental $1s^2$ vers les niveaux $1s2l$. Par exemple, pour $T_e = 2 \times 10^6$ K seulement 1.4 % parmi les électrons Maxwelliens contribuent à C_M . Dans ce cas, la valeur du coefficient total d'excitation C , donné par la formule (5.7), croit d'un facteur 7 quand le terme C_b est inclus pour une fraction d'électrons suprathermiques $f = 5\%$. En outre, si on considère la température $T_e = 5 \times 10^6$ K et l'énergie cinétique $e_0 = 4$ keV, l'efficacité de la composante des électrons Maxwelliens dans l'excitation à partir du fondamental prend de l'importance alors que celle de la composante des électrons monoénergétiques devient faible. Cette faible contribution des électrons du faisceau directif est due au fait que les forces de collisions vers les niveaux triplets $1s2l$ décroissent rapidement quand l'énergie des électrons incidents augmente. Il y a lieu de mentionner que les excitations $1^1S_0 \rightarrow 2^1S_0$ et 2^1P_1 n'ont pas été reportées dans les deux tableaux 5.8 et 5.11 parce que ces excitations n'ont, pratiquement, aucun effet sur le rapport d'intensité R .

à notre connaissance, il n'y a pas de données disponibles dans la littérature pour pouvoir comparer nos résultats de C_b pour les transitions à partir du fondamental vers des sous-niveaux M_j ainsi que ceux de C_M pour les transitions $2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_{J_j} M_j$. Pour ces dernières transitions, nos valeurs de C_b aux énergies $e_0 = 950$ et 1250 eV ont été comparées avec celles interpolées à partir des calculs purement relativistes de *Zhang et Sampson* [56]. L'accord entre ces données est meilleur que $\sim 16\%$ pour les transitions optiquement permises comme il a été déjà signalé dans [36]. Notons que les coefficients Maxwelliens de taux d'excitation C_M pour les transitions entre niveaux $1^1S_0 \rightarrow 2^3S_1$, $2^3P_{0,1,2}$ et $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_{0,1,2}$ sont trouvés être en bon accord (mieux que $\sim 3\%$) avec ceux de *Zhang et Sampson* [72]. Un très bon accord a été aussi trouvé entre les présents calculs de C_b

pour les transitions entre niveaux $1^1S_0 \rightarrow 2^3S_1, 2^3P_{0,1,2}$ pour l'énergie 1250 eV et ceux de *Chen et al* [71] qui ont utilisé la méthode purement relativiste de *Dirac R-matrix*.

Ce que nous pouvons retenir de cette section est que la contribution de C_b a un faible effet sur les coefficients de taux d'excitation $C(2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_{J_j} M_j)$ mais peut jouer un rôle assez important, même pour une fraction f de quelques pourcents, sur les coefficients de taux d'excitation à partir du fondamental, surtout pour les températures relativement faibles T_e et les énergies e_0 pas assez grandes. De plus, la contribution de C_b affecte plus significativement l'excitation $1^1S_0 \rightarrow 2^3S_1$ que les excitations $1^1S_0 \rightarrow 2^3P_{1,2}$ quand on inclut les cascades radiatives provenant des niveaux $1s3l$ et $1s4l$.

5.4 Résultats numériques et discussion

Les coefficients de taux d'excitation présentés dans les tableaux 5.8-5.12 ont été utilisés pour calculer les populations des sous-niveaux magnétiques des niveaux supérieurs des raies x, y et z dans le cadre du modèle collisionnel-radiatif. Pour les coefficients de taux d'excitation à partir du fondamental donnés dans les tableaux 5.8-5.10 les contributions des résonances et des cascades radiatives provenant des niveaux $1s3l$ et $1s4l$ ont été incluses. Les probabilités de transition radiative à partir des niveaux excités $1snl$ ($n = 2, 3$ et 4) ont été données dans les tableaux 5.1 et 5.2. Nous avons déterminé les populations des sous-niveaux magnétiques en fonction de la densité électronique n_e pour plusieurs valeurs de la température T_e et de l'énergie e_0 du faisceau d'électrons, qui ont été considérées dans les données collisionnelles de la section précédente, et pour des valeurs de la fraction des électrons énergétiques directs entre 0 et 10%.

5.4.1 Polarisation linéaire de raies

Nous avons tracé sur les figures 5.1 et 5.2 nos résultats des degrés de polarisation P_x, P_y et P_z des raies x, y et z (à 90° par rapport à la direction du faisceau incident d'électrons) en fonction de la densité électronique dans le domaine $10^9 - 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ pour plusieurs valeurs sélectionnées des paramètres T_e et e_0 . Tous les résultats présentés dans ces figures ont été obtenus pour une fraction d'électrons directs $f = 5\%$. Pour l'énergie $e_0 = 950 \text{ eV}$ des électrons directs (cf. figure 5.1(a)) la courbe P_x représentant le degré de polarisation

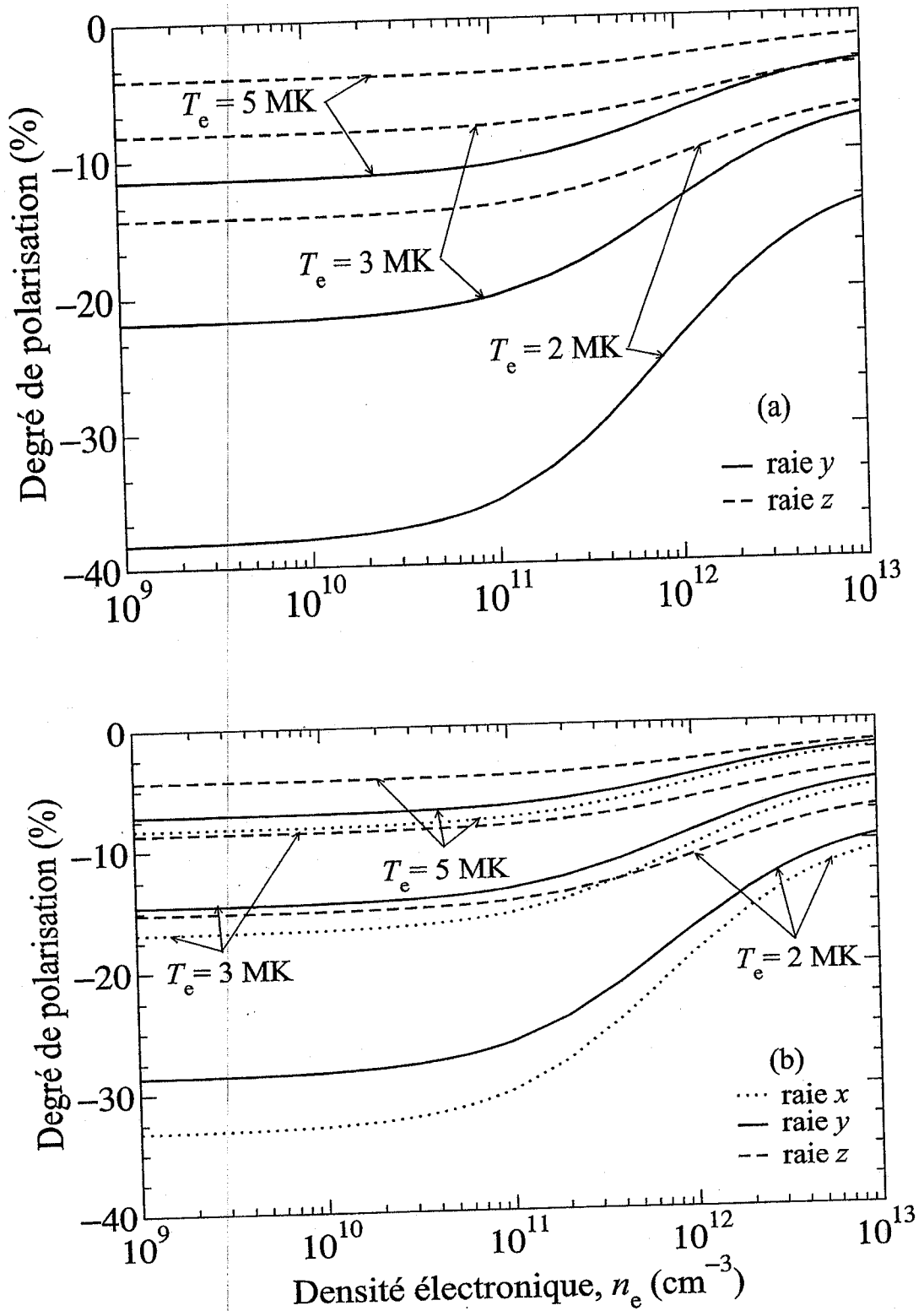


FIG. 5.1 – Degré de polarisation des raies d'émission x (pointillés), y (trait plein) et z (trait discontinu) de Ne^{8+} en fonction de la densité électronique pour une fraction d'électrons directs $f = 5\%$. Ces résultats sont montrés pour des températures T_e des électrons Maxwelliens indiquées sur les figures et pour deux énergies des électrons suprathermiques : (a) $e_0 = 950 \text{ eV}$, (b) $e_0 = 1250 \text{ eV}$.

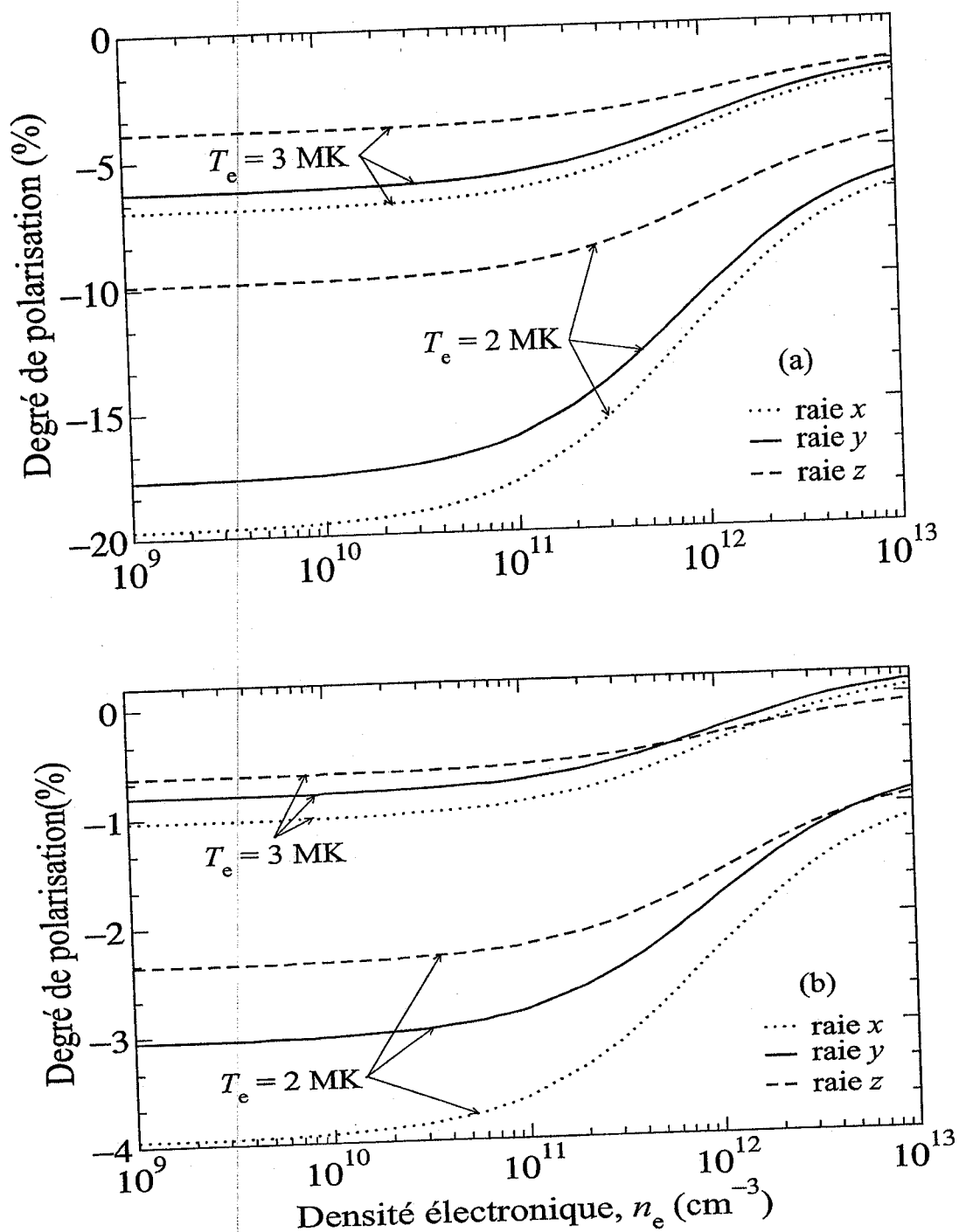


FIG. 5.2 – Même légende que la figure 5.1 mais pour des énergies des électrons suprathermiques : (a) $e_0 = 2$ keV, (b) $e_0 = 4$ keV.

de la raie x en fonction de la densité électronique n_e n'apparaît pas parce qu'elle est pratiquement confondue avec celle de P_y pour toute valeur de la densité. Cette quasi-confusion des courbes de P_x et P_y est due, d'une part, aux égalités entre les coefficients de taux $C(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_1 M_j = 0) = C(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_2 M_j = 2)$ et $C(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_1 M_j = 1) = C(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_2 M_j = 1)$ et d'autre part, au fait que pour cette énergie de 950 eV les cascades radiatives provenant des niveaux $1snl$ avec $n \geq 3$ n'interviennent pas. Notons que pour des énergies cinétiques e_0 supérieures au seuil d'excitation $1s^2 \rightarrow 1s3l$ la raie x apparaît toujours plus polarisée que la raie y , ceci en raison des effets des cascades radiatives.

Aux grandes énergies $e_0 = 2$ et 4 keV les degrés de polarisation des trois raies x , y et z n'ont pas été représentés pour la température $T_e = 5 \times 10^6$ K (figures 5.2(a) et 5.2(b)) puisqu'ils sont extrêmement petits, i.e. moins que 3% et 0.5% en valeur absolue, respectivement. Pour cette valeur de température la contribution des 5% d'électrons directs aux coefficients de taux d'excitation à partir du fondamental diminue à moins de 7.5% pour $e_0 = 2$ keV et à moins de 2.0% pour $e_0 = 4$ keV. Il est intéressant de mentionner que pour l'énergie $e_0 = 4$ keV, même dans la limite $f \rightarrow 1$, i.e. dans le cas d'un faisceau directif pur, les polarisations absolues $|P_x|$ et $|P_y|$ ne dépassent pas 20% et 12%, respectivement.

Dans le domaine des basses densités, i.e. $n_e \lesssim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$, où les niveaux $1s2l$ sont principalement peuplés suite à des excitations à partir du seul niveau fondamental, on peut noter que les trois raies ne sont pas significativement dépolarisées par les électrons Maxwelliens à $T_e = 2 \times 10^6$ K et $e_0 = 950$ eV ou $e_0 = 1250$ eV. Pour ces paramètres de T_e et e_0 , les excitations $1s^2 \rightarrow 1s2l$ sont assurées de façon largement dominante par les électrons directs. Par exemple, pour $e_0 = 950$ eV, nos calculs montrent que P_y décroît de $\sim -49\%$ en l'absence de la composante Maxwellienne ($f \rightarrow 1$) à seulement $\sim -38\%$ pour $f = 5\%$. En comparant les figures 5.1(a), (b) et 5.2(a), (b) on voit bien que la diminution du degré de polarisation des raies est d'autant plus prononcée que T_e et/ou e_0 augmentent, comme cela est prévue dans la mesure où la contribution de la composante Maxwellienne d'électrons aux coefficients de taux d'excitation devient de plus en plus importante.

Il est utile de mentionner que, quand la densité électronique n_e croît, la décroissance du degré de polarisation est beaucoup moins importante que dans le cas d'un faisceau directif pur, qui a été considéré par *Rachedi et al* [36]. Dans ce cas, la décroissance du

degré de polarisation est en effet souvent suivie d'un changement de signe. Nos calculs indiquent que, par exemple, pour $e_0 = 2$ keV, quand n_e croît de 10^9 jusqu'à 10^{13} cm^{-3} , P_y varie de $\sim -39.8\%$ à $\sim +8.7\%$ dans le cas d'un faisceau directif pur tandis que pour une fraction $f = 5\%$ et une température $T_e = 2 \times 10^6$ K la décroissance de P_y est limitée à l'intervalle de $\sim -17.7\%$ à $\sim -6.0\%$ seulement. Ceci est dû au fait que, comme il a été mentionné dans la section 5.3.3, seule la composante Maxwellienne est principalement responsable du transfert collisionnel de population du niveau métastable vers les niveaux triplets $2^3P_{0,1,2}$. Un tel transfert est presque non selectif par rapport aux sous-niveaux magnétiques de 2^3P_1 et de 2^3P_2 lorsqu'il est induit par des électrons Maxwelliens alors qu'il conduit, lorsqu'il s'agit d'électrons directifs, à une sélectivité de population des sous-niveaux magnétiques, qui est opposée à celle causée par l'excitation à partir du fondamental [36].

5.4.2 Distribution angulaire d'intensité

Il serait intéressant, avant de présenter nos résultats du rapport d'intensité R , de comparer l'anisotropie angulaire d'émission des deux raies x et y . Ceci est illustrée dans la figure 5.2 qui donne la variation des rapports des intensités I_x et I_y des raies x et y à leurs valeurs moyennes $\langle I_x \rangle$ et $\langle I_y \rangle$ en fonction de l'angle d'émission θ défini par rapport à la direction du faisceau incident d'électrons, pour trois couples représentatifs des paramètres (T_e, e_0) . La densité électronique a été fixée à $n_e = 10^{11}$ cm^{-3} et la fraction d'électrons directifs à $f = 5\%$.

Ni les résultats de $I(\theta)/\langle I \rangle$ pour $e_0 = 950$ eV ni ceux pour $T_e = 5 \times 10^6$ K ne sont utiles à montrer. La raison est que pour l'énergie des électrons directifs de 950 eV où les cascades radiatives vers les niveaux supérieurs des raies x et y dues aux électrons directifs n'ont pas lieu, il y a une quasi-égalité entre $I_x(\theta)/\langle I_x \rangle$ et $I_y(\theta)/\langle I_y \rangle$ pour tout angle θ et ceci indépendamment de n_e . Ceci s'explique par deux faits. Le premier est que les populations des sous-niveaux supérieurs de la raie x satisfont la relation $N_{2,x} = 4N_{1,x} - 3N_{0,x}$. Par conséquent, l'intensité $I_x(\theta)$ et la polarisation P_x se trouvent directement reliées l'une à l'autre suivant une expression exactement similaire à celle appliquée à la raie dipolaire y (voir équation (5.1)). Le second fait est que $P_x \approx P_y$, comme nous l'avons mentionné dans la section 5.3.3. En ce qui concerne maintenant $T_e = 5 \times 10^6$ K la raie x aussi bien que

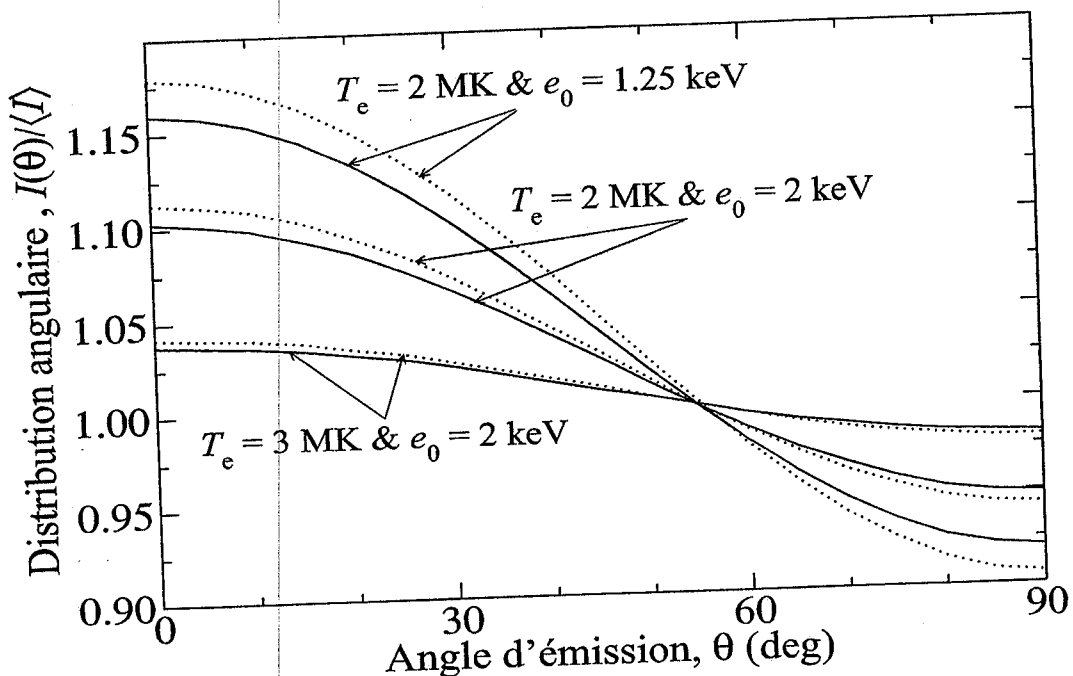


FIG. 5.3 – Comparaison de l'anisotropie de la distribution angulaire $I(\theta)/\langle I \rangle$ pour les deux raies x (pointillés) et y (trait plein) calculée pour la densité électronique $n_e = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ et la fraction d'électrons directs $f = 5\%$ pour trois paires de paramètres (T_e, e_0) indiquées sur la figure.

la raie y sont faiblement polarisées et de ce fait on s'attend à ce que leurs distributions angulaires d'intensité soient toutes les deux pratiquement isotropes.

On peut observer de la figure 5.2 que les distributions angulaires d'intensité des raies x et y ne diffèrent pas significativement l'une de l'autre, elles se rapprochent d'autant plus que l'énergie e_0 et/ou la température T_e croissent par suite de la diminution de la polarisation linéaire résultant d'une petite contribution des électrons directs aux populations des niveaux excités. Ceci se produit également lorsque la densité n_e augmente au dessus de 10^{11} cm^{-3} . Par conséquent, l'expression (5.3) peut être utilisée sereinement pour une évaluation approximative de $R(\theta)$ à partir $\langle R \rangle$.

5.4.3 Rapport d'intensité de raies

Dans les figures 5.4, 5.5 et 5.6 nous représentons les résultats de nos calculs du rapport d'intensité R en fonction de la densité des électrons variant de 10^9 à 10^{13} cm^{-3} pour neuf couples (T_e, e_0) sélectionnés parmi les 12 différentes possibilités considérées dans notre travail.

Dans les figures 5.4(a)-(c) et 5.5(a)-(c) où les couples (T_e, e_0) choisis sont de telle sorte

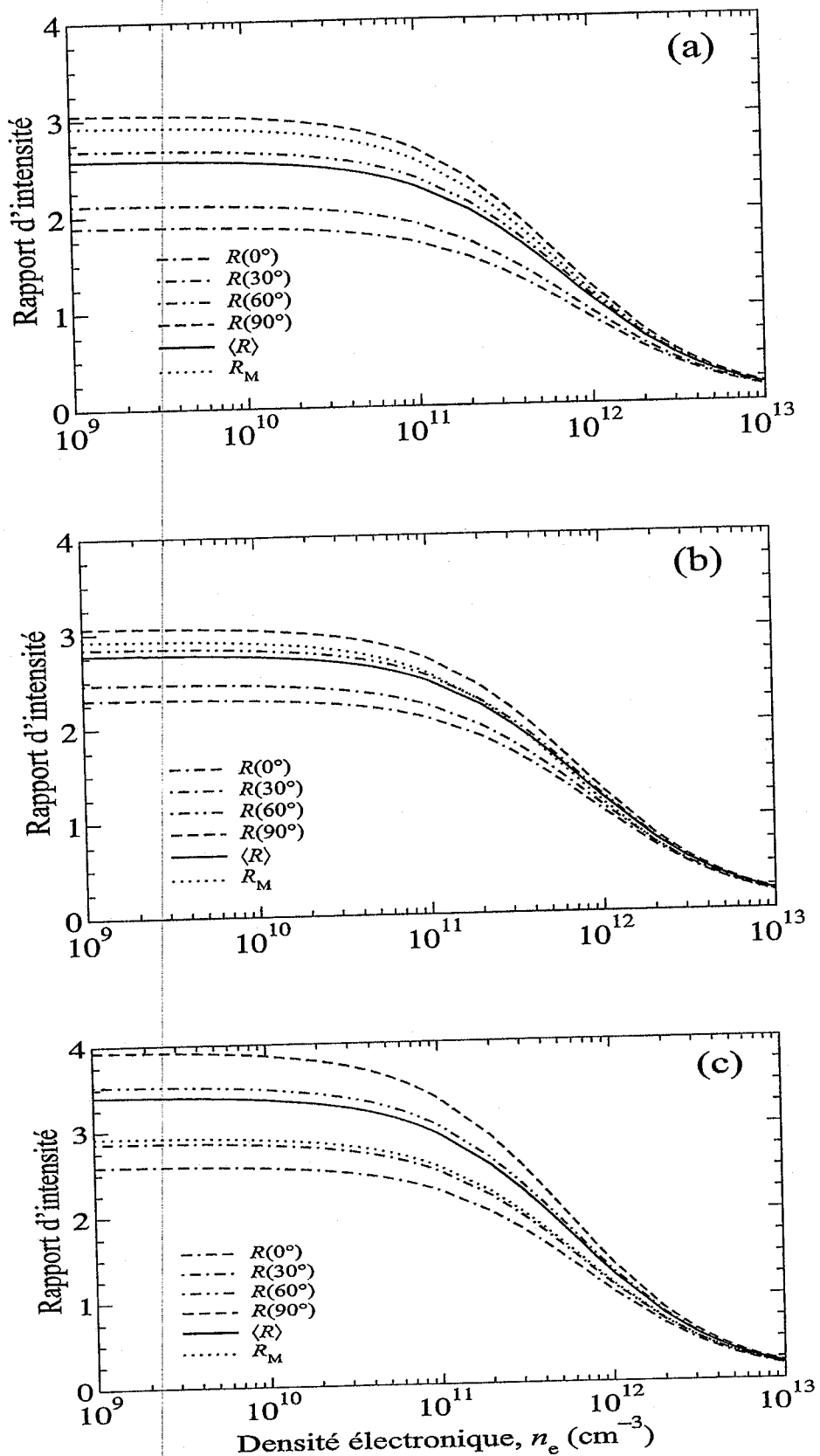


FIG. 5.4 - Rapport d'intensité R en fonction de la densité électronique n_e (en cm^{-3}) pour une fraction d'électrons directs $f = 5\%$ et pour trois paires de température T_e , de la composante Maxwellienne, et d'énergie e_0 , du faisceau directif : (a) $(T_e, e_0) = (2 \times 10^6 \text{ K}, 950 \text{ eV})$, (b) $(T_e, e_0) = (3 \times 10^6 \text{ K}, 950 \text{ eV})$ et (c) $(T_e, e_0) = (2 \times 10^6 \text{ K}, 1.25 \text{ keV})$. Les résultats sont donnés pour quatre angles d'émission, $R(0^\circ)$, $R(30^\circ)$, $R(60^\circ)$ et $R(90^\circ)$, ainsi que pour l'émission moyenne, $\langle R \rangle$, et dans le cas d'une distribution Maxwellienne pure ($f = 0$), R_M .

qu'on s'attendrait à une influence plus au moins significative de l'anisotropie d'émission, les résultats du rapport d'intensité R sont représentés pour quatre angles d'émission θ par rapport à la direction du faisceau incident entre 0° et 90° . D'un autre côté, les figures 5.6(a)-(c) correspondantes à des couples de paramètres (T_e, e_0) tels que les raies x, y et z sont prévues faiblement anisotropes, seul R à $\theta = 90^\circ$ est représenté.

Afin de mieux illustrer les deux types d'effets provenant de la présence des 5% d'électrons directifs dans le plasma émetteur, à savoir le caractère directionnel du faisceau d'électrons qui conduit à une distribution angulaire anisotrope et le caractère haute-énergie qui influence significativement les coefficients de taux d'excitation, nous avons inclu dans les neuf figures 5.4, 5.5 et 5.6 aussi bien le rapport $\langle R \rangle$ des intensités moyennes que le rapport R_M calculé sans la composante du faisceau directif, i.e. dans la limite Maxwellienne pure ($f = 0$). Une comparaison entre $R(90^\circ)$ et $\langle R \rangle$ permet de mesurer les effets de l'anisotropie des raies d'émission dus à l'aspect directionnel de la composante du faisceau incident, tandis qu'une comparaison entre $\langle R \rangle$ et R_M permet d'évaluer les effets relatifs à l'aspect haute-énergie.

Il est clair que les différences les plus importantes entre $R(90^\circ)$ et $\langle R \rangle$ et entre $\langle R \rangle$ et R_M apparaissent dans le cas des basses températures T_e ($T_e = 2 \times 10^6$ K) et des énergies e_0 pas assez grandes ($e_0 = 950, 1250$ eV) considérées dans les figures 5.4(a) et 5.4(c). On peut remarquer à partir de la figure 5.4 que la sensibilité de R par rapport à la densité électronique est beaucoup plus appréciable pour $\theta = 90^\circ$ que pour $\theta = 0^\circ$. Dans le cas particulier représenté dans la figure 5.4(c), $R(90^\circ)$ et $R(0^\circ)$ décroissent, respectivement, par un facteur de ~ 20 et ~ 15 quand la densité augmente de 10^9 à 10^{13} cm^{-3} . D'un autre côté, nous constatons que la prise en compte de l'anisotropie des raies d'émission peut conduire à une augmentation de 15% du rapport $R(90^\circ)$ et une diminution de 24% du rapport $R(0^\circ)$ relativement à $\langle R \rangle$. La raison de cette significative augmentation de $R(90^\circ)$ et diminution de $R(0^\circ)$ relativement à $\langle R \rangle$ réside dans le fait que la polarisation a un effet opposé sur les raies z et (x, y) . En effet, à $\theta = 90^\circ$ ($\theta = 0^\circ$) la polarisation conduit à une croissance (décroissance) de l'intensité de la raie z et inversement à une décroissance (croissance) des intensités de x et y . Comme prévu, les figures 5.4 (a)-(c) et 5.5 (a)-(c) montrent clairement une baisse de la dépendance en θ du rapport R quand la température T_e et/ou l'énergie e_0 augmentent. La réduction de l'anisotropie angulaire du rapport R se

produit également si la densité électronique augmente pour des valeurs données de T_e et e_0 comme une conséquence directe de la décroissance de la polarisation des raies montrée dans les figures 5.1 et 5.2. En comparant maintenant $\langle R \rangle$ à la valeur Maxwellienne R_M , le premier rapport ne peut excéder le second rapport que de moins de 16%, ce qui signifie que le rapport d'intensité R n'est pas sensiblement influencé par l'aspect haute-énergie de la composante du faisceau d'électrons. D'après nos calculs, dans le domaine de densité où R en est sensible ($10^{11} \lesssim n_e \lesssim 10^{13} \text{ cm}^{-3}$), $R(90^\circ)$ et $R(0^\circ)$ peuvent être, respectivement, 31% plus grand et 11% plus petit que R_M dans le cas particulier où $T_e = 2 \times 10^6 \text{ K}$ et $e_0 = 1.25 \text{ keV}$. Dans ce cas, la densité déduite de $R(90^\circ)$ en prétendant une distribution Maxwellienne pure peut être sous-estimée par un facteur 3. Par contre, la densité déduite de $R(0^\circ)$ peut être sur-estimée d'un facteur aussi important que 7.

Dans la figure 5.6, les trois courbes donnant $R(90^\circ)$, $\langle R \rangle$ et R_M apparaissent pratiquement confondues dans tout le domaine de densité. Par conséquent, pour les grandes valeurs de température et d'énergie telles que celles considérées dans la figure 5.6, la non prise en considération des 5% d'électrons directifs a un effet pratiquement négligeable sur le rapport R . Ceci s'explique par le fait que toutes les transitions collisionnelles impliquées dans le peuplement des niveaux triplets $1s2l$ sont presque complètement induites par des électrons Maxwelliens, notamment les transitions à partir du niveau fondamental.

Mentionnons que les seuls calculs disponibles en littérature pour pouvoir comparer nos résultats sont ceux du rapport Maxwellien pur R_M . Un accord ne dépassant pas 5% a été trouvé entre nos résultats de R_M tracés sur la figure 5.6 et ceux de *Keenan et al* [73]. D'un autre côté, nous avons comparé le rapport $R(90^\circ)$ présenté dans les figures 5.4, 5.5 et 5.6 aux résultats obtenus par nos soins à partir de la relation approximative $R(90^\circ) \approx \langle R \rangle (3 - P_y)/(3 + P_z)$ déduite à partir de l'équation plus générale (5.3). Les différences ont été trouvées très insignifiantes et par voie de conséquence la dépendance de R en θ peut être correctement décrite au moyen de la formule (5.3).

La figure 5.7 montre la dépendance du rapport $R(90^\circ)$ vis-à-vis du paramètre f qui rappelons-le représente la fraction d'électrons directifs présents dans le plasma émetteur, pour trois valeurs de la densité $n_e = 10^{11}$, 5×10^{11} et 10^{12} cm^{-3} . Dans la figure 5.7(a) nous donnons les résultats pour $T_e = 2 \times 10^6 \text{ K}$ et $e_0 = 1.25 \text{ keV}$ tandis que dans la figure 5.7(b) nous présentons les résultats pour $T_e = 3 \times 10^6 \text{ K}$ et $e_0 = 2 \text{ keV}$. Afin de mettre en

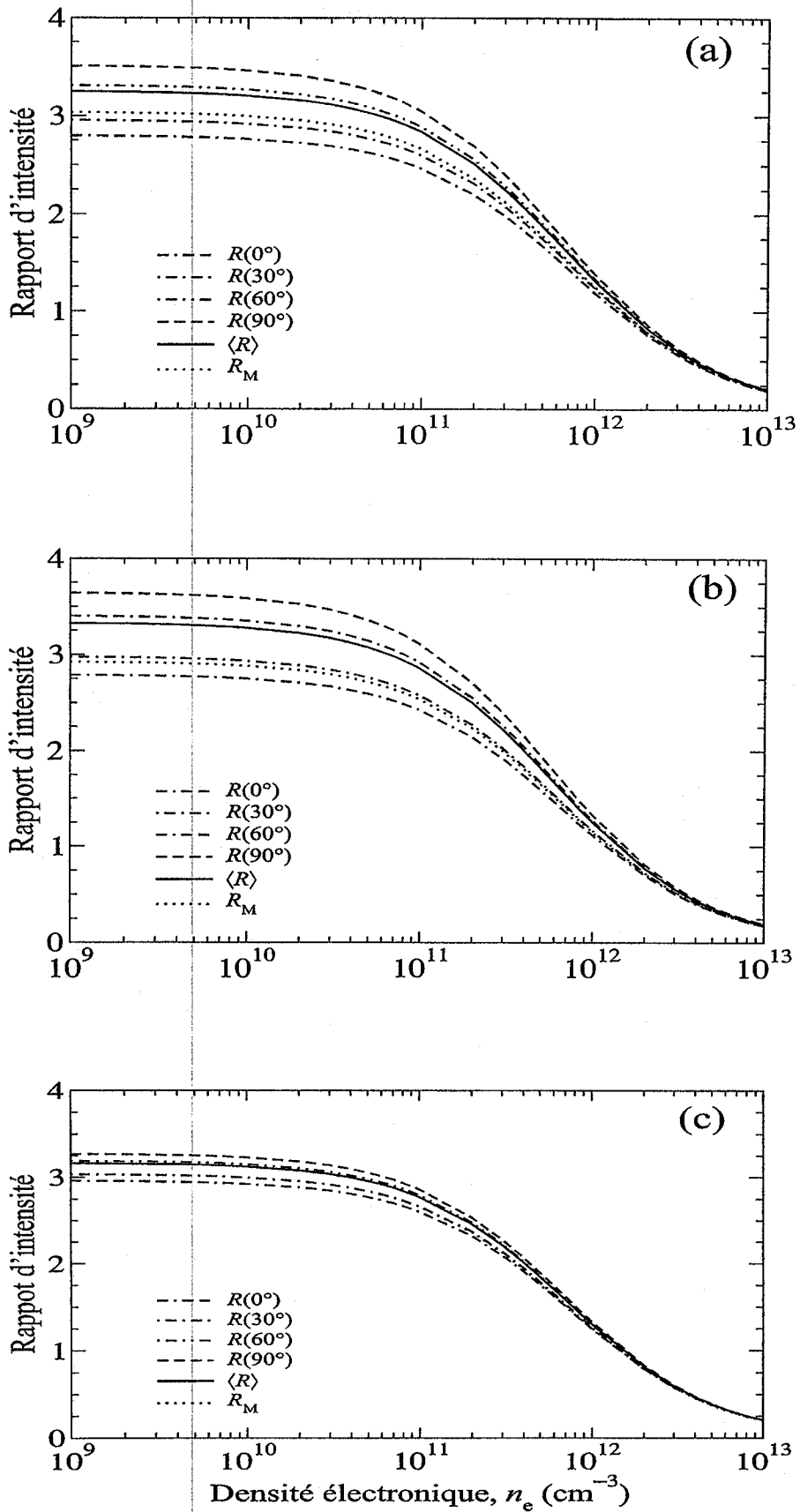


FIG. 5.5 – Même légende que pour la figure 5.4 mais pour trois paires : (a) $(T_e, e_0) = (3 \times 10^6 \text{ K}, 1.25 \text{ keV})$, (b) $(T_e, e_0) = (2 \times 10^6 \text{ K}, 2 \text{ keV})$ et (c) $(T_e, e_0) = (3 \times 10^6 \text{ K}, 2 \text{ keV})$.

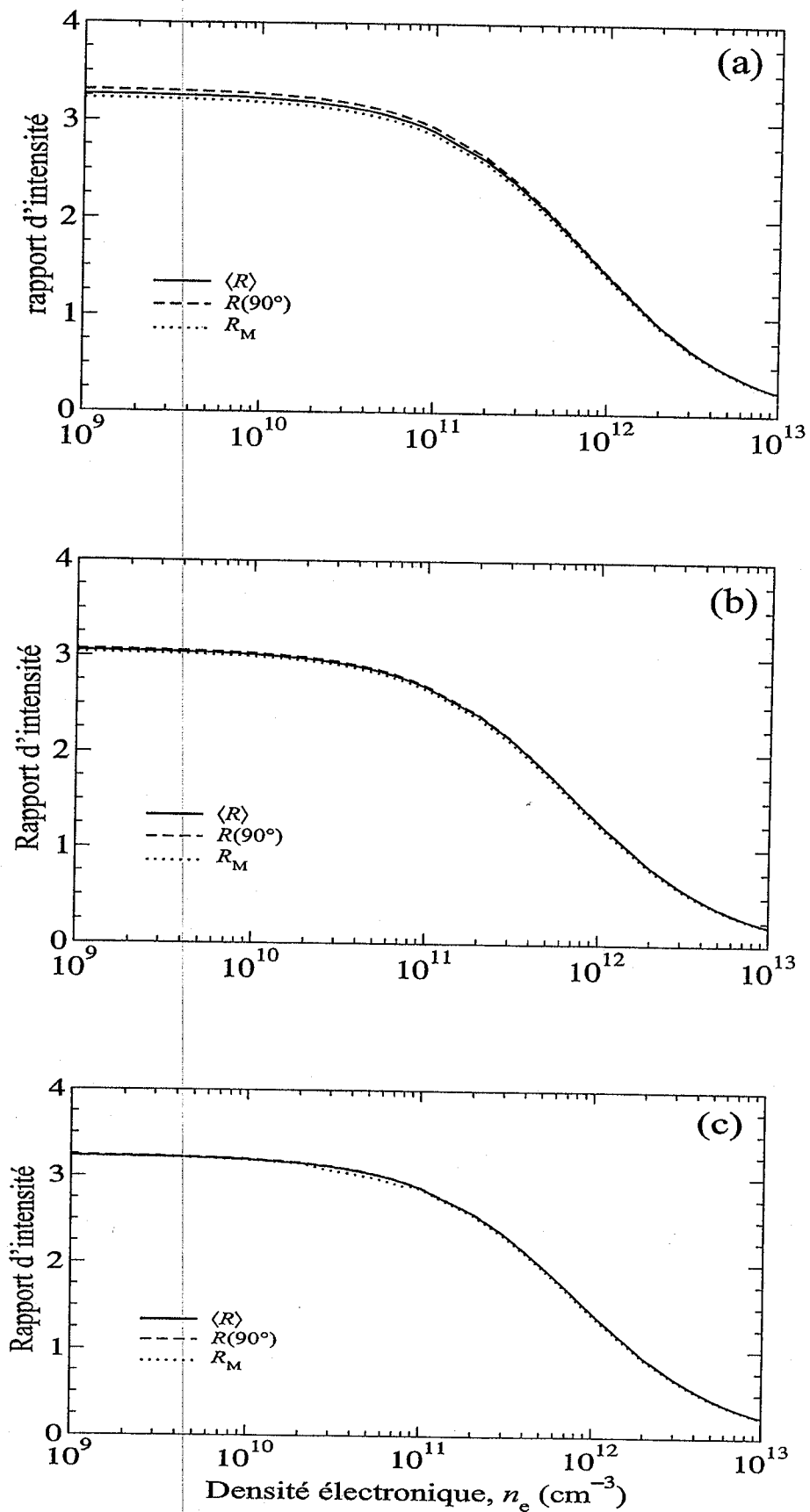


FIG. 5.6 – Même légende que pour la figure 5.4 mais pour trois paires : (a) $(T_e, e_0) = (5 \times 10^6 \text{ K}, 2 \text{ keV})$, (b) $(T_e, e_0) = (3 \times 10^6 \text{ K}, 4 \text{ keV})$ et (c) $(T_e, e_0) = (5 \times 10^6 \text{ K}, 4 \text{ keV})$. Ici les résultats sont montrés pour une direction d'émission perpendiculaire au faisceau d'électrons $R(90^\circ)$, pour l'émission moyenne $\langle R \rangle$ et dans le cas d'une distribution Maxwellienne pure ($f = 0$), R_M .

évidence l'importance de l'anisotropie angulaire nous présentons aussi dans la figure 5.7 le rapport $\langle R \rangle$. Notons tout d'abord que pour une densité donnée aussi bien $R(90^\circ)$ que $\langle R \rangle$ croissent d'une manière monotone avec l'augmentation de f comme une conséquence des effets de la composante des électrons directifs qui renforcent, par l'intermédiaire des cascades radiatives, plus significativement l'intensité de la raie z que les intensités des raies x et y .

Notons par ailleurs que, comme prévu, le rapport $R(90^\circ)$ est plus sensible à f que le rapport $\langle R \rangle$ correspondant (à la même densité électronique). Evidemment, à la limite $f \rightarrow 0$, $R(90^\circ)$ tend vers $\langle R \rangle$ pour n'importe quelle température T_e ou densité électronique n_e . Quand n_e croît la différence entre $R(90^\circ)$ et $\langle R \rangle$ devient de plus en plus petite puisque la polarisation des raies se trouve de plus en plus diminuée.

Dans la limite des basses densités, on trouve que, pour les mêmes valeurs de température et d'énergie que celles considérées dans la figure 5.7(a), $R(90^\circ)$ et $\langle R \rangle$ varient de 2.9 à 4.1 et 3.5, respectivement, quand f augmente dans l'intervalle de 0 à 10%. Pour les paramètres T_e et e_0 considérés dans 5.7(b), les polarisations des raies sont tellement faibles qu'elles n'introduisent pas de différences substantielles entre $R(90^\circ)$ et $\langle R \rangle$, du moins pour $f \lesssim 5\%$. Nos calculs représentés sur la figure 5.7(a) indiquent que pour la plus basse densité considérée, i.e. $n_e = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, le rapport $R(90^\circ)$ est augmenté de 17% à $f = 10\%$ comparativement à $\langle R \rangle$ et de 37% comparativement à une distribution Maxwellienne pure. Il est utile de noter qu'il y a une augmentation de $R(90^\circ)$ de plus de 20% relativement à une situation Maxwellienne pure dès que la fraction d'électrons directifs dépasse 1.7%. Précisément à $f = 1.7\%$, le diagnostic en densité basé sur $R(90^\circ)$ en supposant un plasma Maxwellien pur peut être erroné : il peut sous-estimer par un facteur de 2.3 la densité électronique réelle.

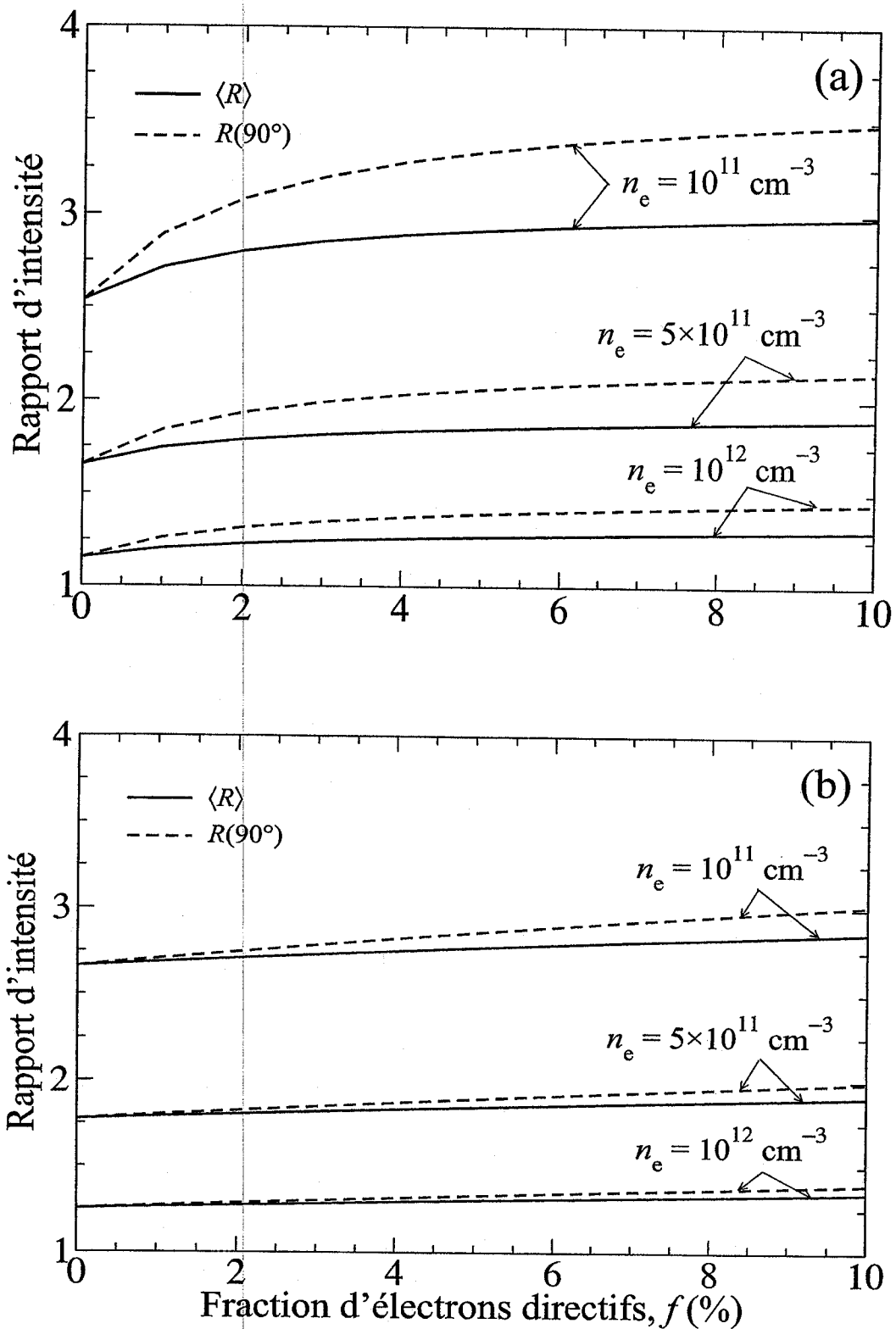


FIG. 5.7 – Rapport d'intensité R en fonction de la fraction des électrons directs f pour trois valeurs de la densité $n_e = 10^{11}$, 5×10^{11} et 10^{12} cm^{-3} et pour deux couples de paramètres (T_e, e_0) : (a) $(2 \times 10^6 \text{ K}, 1.35 \text{ keV})$, (b) $(3 \times 10^6 \text{ K}, 2 \text{ keV})$. Les résultats sont montrés pour le rapport d'émission à 90° par rapport au faisceau incident, $R(90^\circ)$ ainsi que pour l'émission moyenne, $\langle R \rangle$.

Chapitre 6

Conclusions

Dans cette thèse nous avons investigué théoriquement comment la présence dans le plasma d'une petite fraction d'électrons énergétiques et directionnels influence le diagnostic en densité des électrons basé sur le rapport d'intensité de raies X émises par des ions héliumoides. Nous avons reporté les résultats de calculs élaborés du rapport R de l'intensité de la raie interdite z aux intensités des raies d'intercombinaison (x, y) pour les ions de néon Ne^{+8} dans un vaste domaine de densité électronique n_e entre 10^9 et 10^{13} cm^{-3} en supposant la présence d'une petite fraction d'électrons énergétiques et directionnels dans le plasma émetteur. La dépendance en densité du rapport d'intensité R a été calculée pour différentes conditions du plasma caractérisées par la température T_e des électrons Maxwelliens dans le domaine $2 - 5 \times 10^6 \text{ K}$, l'énergie cinétique e_0 et la fraction f des électrons directifs dans le domaine $0.95 - 4 \text{ keV}$ et $0 - 10\%$, respectivement.

Aux grandes températures ($T_e \gtrsim 5 \times 10^6 \text{ K}$) et énergies ($e_0 \gtrsim 2 \text{ keV}$), l'effet des électrons directifs sur le rapport d'intensité R a été trouvé négligeable, ceci en raison de la faible contribution de ces électrons aux processus d'excitation, notamment celle à partir du niveau fondamental. Cependant, pour des températures relativement basses ($T_e \lesssim 2 \times 10^6 \text{ K}$) et des énergies des électrons directifs pas assez grandes ($e_0 \lesssim 2 \text{ keV}$), nos calculs ont montré que le rapport R peut être significativement influencé par la présence des ces électrons. Cette influence est due principalement au caractère directif des électrons plutôt que de leur caractère hautes énergies. Il a été remarqué que les intensités des raies z et (x, y) diffèrent de leurs valeurs moyennes, respectivement, d'une manière opposée, ce

qui rend le rapport d'intensité R sensible à la direction d'émission des raies par rapport à la direction des électrons directifs. Par exemple, pour $n_e = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $T_e = 2 \times 10^6 \text{ K}$, $e_0 = 1.25 \text{ keV}$ et $f = 5\%$, lorsque l'angle d'émission varie de $\theta = 0^\circ$ (le long du faisceau d'électrons) à $\theta = 90^\circ$ (perpendiculairement au faisceau), la sensibilité angulaire du rapport d'intensité R se manifeste par une diminution de $\sim 10\%$ et une augmentation de $\sim 30\%$ de sa valeur comparativement à celle correspondant à un plasma supposé purement Maxwellien. Ceci conduit, lorsque les effets des électrons directifs sont omis, à une surestimation de la densité électronique par un facteur de ~ 7 si elle est déduite à partir du rapport $R(0^\circ)$. Par contre, il y a une sousestimation de la densité électronique par un facteur de ~ 3 si elle est déduite à partir du rapport $R(90^\circ)$. Quand la densité augmente, les effets d'anisotropie décroissent à cause de l'excitation à partir du niveau métastable qui a tendance à égaliser les populations des sous-niveaux supérieurs des raies. Ces effets d'anisotropie deviennent insignifiants pour $n_e \gtrsim 2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

Jusqu'à présent, il n'existe aucun calcul théorique du rapport R dans les conditions de plasma émetteur à distribution d'électrons anisotropes pour pouvoir comparer nos résultats. Les seuls résultats disponibles en littérature sont ceux du rapport R_M correspondant à un plasma Maxwellien pur, un accord ne dépassant pas 5% a été trouvé avec les résultats de calculs de *Keenan et al* [73]. Par ailleurs, les coefficients Maxwelliens de taux C_M pour les excitations entre niveaux $1^1S_0 \rightarrow 2^3S_1$, $2^3P_{0,1,2}$ et $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_{0,1,2}$ sont trouvés être en très bon accord (mieux que $\sim 3\%$) avec ceux de *Zhang et Sampson* [72]. Un très bon accord a été aussi trouvé entre nos présents calculs du coefficient de taux d'excitation non-Maxwelliens C_b pour les transitions entre niveaux $1^1S_0 \rightarrow 2^3S_1$, $2^3P_{0,1,2}$ pour l'énergie 1250 eV et ceux de *Chen et al* [71] qui ont utilisé la méthode purement relativiste de *Dirac R-matrix*.

Les résultats du rapport d'intensité R présenté dans ce travail n'incluent la contribution ni des processus de recombinaison (radiative + diélectronique) ni ceux d'ionisation de couche interne. L'inclusion de tels processus est, à présent, au dessus de nos capacités. D'un point de vue qualitatif, on peut s'attendre à ce que la contribution due à l'ionisation de couche interne des ions lithiomoïdes Ne^{7+} soit significative en présence d'électrons

énergétiques et devrait avoir l'effet d'augmenter l'intensité de la raie z accompagné par une diminution de son anisotropie angulaire. Ceci devrait conduire à une augmentation des rapports d'intensité $R(0^\circ)$ et $R(90^\circ)$ d'une manière presque similaire.

Bibliographie

- [1] W. Eissner and J. Seaton. *J. Phys. B : At. Mol. Phys.*, 5(2187), 1972.
- [2] H.E. Saraph. *Comput. Phys. Commun.*, 15(247), 1978.
- [3] A. H. Gabriel and C. Jordan. *MNRAS*, 142(501), 1969.
- [4] D.L. McKenzie, R.M. Broussard, P.B. Landecker, H.R. Rugge, K.M. Young, G.A. Doschek, and U. Feldman. *Ap. J.*, 241(409), 1980.
- [5] G.A. Doschek, U. Feldman, P.B Landecker, and D.L. McKenzie. *Astrophys. J.*, 249(372), 1981.
- [6] D.L. McKenzie and P.B. Landecker. *Ap. J.*, 254(309), 1982.
- [7] L.W. Acton, M.E. Bruner, W.A. Brown, B.F. Fawcett, W. Schweizer, and R.J. Speer. *Ap. J.*, 291(865), 1985.
- [8] D.L. McKenzie. *Ap. J.*, 296(294), 1985.
- [9] W.A. Brown, M.E. Bruner, L.W. Acton, and H.E. Mason. *Astrophys. J.*, 301(981), 1986.
- [10] T. Kato. *Physica. Scripta.*, T73(98), 1997.
- [11] G.T. Blumenthal, G.W.F. Drake, and W.H. Tucker. *Astrophys. J.*, 172(205), 1972.
- [12] A.H. Gabriel and C. Jordan. *in Case Studies in Atomic Collision Physics (Amsterdam : North-Holland)*, 2(209), 1972.
- [13] A.H. Gabriel and C. Jordan. *Astrophys. J.*, 186(327), 1973.
- [14] A.K. Pradhan and J.M. Shull. *Astrophys. J.*, 249(821), 1981.
- [15] C.J. Wolfson, J.G. Doyle, J.W. Leibacher, and K.J.H. Philips. *Astrophys. J.*, 269(319), 1983.
- [16] D. Porquet and J. Dubau. *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.*, 143(495), 2000.

- [17] G. Bertschinger, W. Biel, The TEXTOR-94 Team, O. Herzog, J.H. Kunze, and M. Bitter. *Phys. Scr.*, T83(132), 1999.
- [18] O. Marchuk, G. Bertschinger, J.H. Kunze, N.R. Badnell, and S. Fritzsche. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.*, 37(1951), 2004.
- [19] J.C. Kieffer, J.P. Matte, M. Chaker, C.Y. Chien, S. Coe, G. Mourou, J. Dubau, and M.K. Inal. *Phys. Rev. E*, 48(4648), 1993.
- [20] Y. Inubushi, M. Nishimure, H. and Ochiai, S. Fujioka, T. Johzaki, and K. Mima. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 99(305), 2006.
- [21] B.A. Hammel and L.A. Jones. *Appl. Phys. Lett.*, 44(667), 1984.
- [22] A.S. Shlyaptseva, S.B. Hansen, V.L. Kantsyrev, S.B. Bauer, D.A. Fedin, N. Ouart, S.A. Kazantsev, A.G. Petrashen, and U.I. Safronova. *Rev. Sci. Instrum.*, 72(1241), 2001.
- [23] D.B. Melrose. *Sol. Phys.*, 130(3), 1990.
- [24] G. Mann and A. Klassen. *Astron. Astrophys.*, 441(319), 2005.
- [25] A.H. Gabriel and K.J.H. Philips. *Mon. Not. R. Astron. Soc.*, 187(319), 1979.
- [26] R. Bartiromo, F. Bombarda, and R. Giannella. *Phys. Rev. A*, 32(531), 1985.
- [27] J. F. Seely, U. Feldman, and G. A. Doschek. *ApJ*, 319(541), 1987.
- [28] M. K. Inal and J. Dubau. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.*, 22(3329), 1989.
- [29] A. H. Gabriel, F. Bely-Dubau, P. Faucher, and L. W. Acton. *ApJ*, 378(438), 1991.
- [30] O. Peyrusse, J. C. Kieffer, C. Y. Côté, and M. Chaker. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.*, 26(L511), 1993.
- [31] F. B. Rosmej. *JQSRT*, 51(319), 1994.
- [32] F. B. Rosmej. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.*, 28(L747), 1995.
- [33] J. Abdallah Jr, A. Ya. Faenov, S.A. Pikuz, M.D. Wilke, G.A. Kyrala, and R.E.H. Clark. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 62(1), 1999.
- [34] A.S. Shlyaptseva, S.B. Hansen, V.L. Kantsyrev, , D.A. Fedin, N. Ouart, K.B. Fournier, and U.I. Safronova. *Phys. Rev. E*, 67(026409), 2003.
- [35] F. Walden, H.-J. Kunze, A. Petoyan, A. Urnov, and J. Dubau. *Phys. Rev. E*, 59(3562), 1999.

- [36] S.W. Rachedi, M.K. Inal, and J. Dubau. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.*, 38(547), 2005.
- [37] W. Eissner, M. Jones, and H. Nussbaumer. *Comput. Phys. Commun.*, 8(270), 1974.
- [38] M.J. Seaton. *Mon. Not. Royal Astron. Soc.*, 127(191), 1964.
- [39] I.I. Sobel'man, L.A. Vainstein, and E.A. Yukov. Excitation of atoms and broadening of spectral lines. Technical report, Second Edition, Springer Verlag, 1998.
- [40] W. Eissner and H. Nussbaumer. *J. Phys. B : At. Mol. Phys.*, 2(1028), 1969.
- [41] R.D. Cowan. *The theory of atomic structure and spectra*. PhD thesis, University of California, 1981.
- [42] P.G. Burke and W. Eissner. low-energy electron collision with complex atoms and ions. *Atoms in Astrophysics, ed. Burke et al.*, 1983.
- [43] M. Jones. *Phil. Trans. R. Soc.*, 277(587), 1975.
- [44] A.R. Edmonds. Angular momentum in quantum mechanics. *University of Princeton*, 1957.
- [45] M. Malinovsky-Arduini. Thèse de doctorat. *Université de Paris VII*, 1975.
- [46] A.H. Bethe and E.E. Salpeter. *Quantum Mechanics of One- and Two- Electron Atoms, Springer-Verlag*, 1972.
- [47] A.I. Akhiezer and V.B. Berestetsky. *Quantum Electron Electrodynamics, Interscience, New York*, 1965.
- [48] R. Marrus and J.P. Mohr. *Advances in Atomic and Molecular Physics*, 14(181), 1978.
- [49] I.I. Sobelman, L.A. Vainshtein, and E.A. Yucov. Excitation of atoms and broadening of spectral lines. *Springer-Verlag*, 1981.
- [50] M.K. Inal. Thèse de doctorat d'état. *Université de Tlemcen*, 1997.
- [51] J. Dubau and C.J. Zeippen. *Atomic Physics of Highly Ionized Atoms, Plenum. Pub. Corp.*, 1983.
- [52] M.K. Inal. Thèse de doctorat de 3^e cycle. *Université de Paris-Sud, Orsay*, 1984.
- [53] A. Burgess, D.G. Hummer, and J.A. Tully. *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, 226(255), 1970.
- [54] M.K. Inal and J. Dubau. *J. Phys. B : At. Mol. Opt. Phys.*, 20(4221), 1987.

- [55] H.L. Zhang and Sampson D.H. *Phys. Rev. A.*, 41(198), 1990.
- [56] H.L. Zhang and Sampson D.H. *Phys. Rev. A.*, 52(3827), 1995.
- [57] M.J. Seaton. *Advences In Atomic and Molecular Physics*, 11(83), 1975.
- [58] M.A. Hayes and M.J. Seaton. *J. Phys. B : At. Mol. Phys.*, 10(L 573), 1977.
- [59] I.C. Percival and M.J. Seaton. *Phil. Trans. Roy. Soc. A*, 251(113), 1958.
- [60] H. Kleinpoppen and A. Scharmann. Progress in atomic spectroscopy, part a. *Plenum, New York*, page 329, 1978.
- [61] K. Akita, K. Tanaka, and T. Watnabe. *Solar Phys.*, 86(101), 1983.
- [62] R. Novick. *Space Sci. Rev.*, 18(389), 1975.
- [63] U. Fano. *Rev. Mod. Phys.*, 29(74), 1957.
- [64] K. Blum. Density matrix theory and application. *2nded. Plenum, NewYork*, 1996.
- [65] S.A. Kazansteve and J.C. Hénoux. Polarisation spectroscopy of ionized gazes. *Dordrecht*, 1995.
- [66] V.B. Berestetskii, E.M. Lifshitz, and L.P. Pitaevskii. Quantum electrodynamics. *Pergamon, Oxford*, 1982.
- [67] M. Jacob and G.C. Wick. *Ann. Phys.*, 7(404), 1959.
- [68] A. de Shalit and I. Talmi. Nuclear shell theory. *Academic, New York*, 1963.
- [69] C.D. Lin, W.R. Johnson, and A. Dalgarno. *Phys. Rev. A*, 15(154), 1977.
- [70] A. Burgess and V.B. Sheorey. *J. Phys. B. : Atom. Molec. Phys.*, 7(2403), 1974.
- [71] G.X. Chen, R.K. Smith, K. Kirby, N.S. Brickhouse, and B.J. Wargelin. *Phys. Rev. A*, 74(042709), 2006.
- [72] H.L. Zhang and Sampson D.H. *Astrophys. J. Suppl. Ser.*, 63(487), 1987.
- [73] F.P. Keenan, D.L. McKenzie, S.M. McCann, and A.E. Kingston. *Astrophys. J.*, 318(926), 1987.
- [74] A. Burgess and J.A. Tully. *Astron. Astrophys.*, 254(436), 1992.
- [75] Y.T. Lee and K.J. Reed. *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer*, 39(57), 1988.
- [76] O. Marchuk. *Modeling of He-like spectra measured at the tokamaks TEXTOR and TORE SUPRA*. PhD thesis, Bochum University, 2004.

Effect of directional energetic electrons on the density diagnostic of hot plasmas

Z Bedrane¹, M K Inal¹ and S Fritzsche^{2,3}

¹ LPT, Département de Physique, Université A Belkaid, BP 119, 13000 Tlemcen, Algeria

² Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI), D-64291 Darmstadt, Germany

³ Frankfurt Institute of Advanced Studies, D-60438 Frankfurt am Main, Germany

E-mail: m.inal@mail.univ-tlemcen.dz

Received 2 November 2008

Published 16 February 2009

Online at stacks.iop.org/JPhysB/42/055701

Abstract

We have theoretically investigated how a small fraction of energetic beamed electrons influences the diagnostics of the electron density in hot plasmas, based on the intensity ratio R of the helium-like forbidden line to the intercombination lines. Elaborate calculations of the intensity ratio R have been performed for Ne^{8+} ions over the range of electron densities 10^9 – 10^{13} cm^{-3} using an electron distribution (model) that includes both Maxwellian isotropic and monoenergetic beam components. By taking into account all important transitions among the 117 magnetic sublevels of the $1s^2$ and $1snl$ ($n = 2$ – 4) configurations, a collisional-radiative model has been applied for determining the populations of the upper-magnetic sublevels of lines. The required collision strengths due to both electron components were computed semi-relativistically in the complementary distorted-wave and Coulomb–Bethe methods. The results are given for temperatures T_e of the Maxwellian electron component in the range 2 – 5×10^6 K and for kinetic energies e_0 of the monoenergetic electron component between 0.95 and 4 keV. At low T_e and e_0 not too high, the anisotropy of the intensity angular distribution of lines is found to have an appreciable effect on the R ratio. The electron density inferred from the intensity ratio R without including the beam effect can be significantly overestimated or underestimated depending upon the emission angle relative to the electron beam direction.

1. Introduction

X-ray line emission of highly charged He-like ions has been found useful for diagnostic purposes in order to deduce the electron temperature, the electron density, or the state of ionization of the ions for both, hot collisionally ionized and relatively cold photoionized, plasmas. Gabriel and Jordan [1, 2] were the first to develop the theory of He-like line ratios for their application as a diagnostic tool for understanding the plasma conditions. Their first derivation of quantitative relationships between the intensity ratios and the plasma parameters were later refined in a number of works [3–6] to apply to a wide variety of astrophysical and laboratory plasmas.

Among the He-like line ratios there is the ratio $R = I_z/(I_x + I_y)$ of the intensity of the forbidden magnetic-dipole line $z(1s2s^3S_1 \rightarrow 1s^2^1S_0)$ to the intensities of the (electric dipole allowed but spin-forbidden) intercombination lines

$x, y(1s2p^3P_{2,1} \rightarrow 1s^2^1S_0)$ which is a useful tool for the diagnostics of the electron density n_e [7, 8]. For He-like ions with nuclear charge $Z = 6$ – 12 , this intensity ratio R is strongly sensitive to the density n_e above a certain critical value that increases from $\sim 10^8$ to $\sim 10^{12}$ cm^{-3} as Z is enlarged. This sensitivity to the electron density occurs approximately within two orders of magnitude in n_e , and it arises from the metastability of the z upper level from which there is collisional transfer of population to the x and y upper levels.

Almost all of the previous works on using the intensity ratio R for plasma diagnostics were carried out under the assumption that the free electrons follow an isotropic Maxwellian velocity distribution. It is known, however, that under certain conditions, the electron distribution shows some anisotropic effects at high energies that lead to deviations from a purely Maxwellian behaviour in a number of different types of hot laboratory plasmas, including magnetically confined [9, 10], laser-produced [11, 12], z -pinch [13, 14]

plasmas and plasma focus devices [15]. There also exists both observational and theoretical evidence that the electron velocity distributions in many hot astrophysical plasmas differ from the Maxwellian distribution and are anisotropic, and this applies in particular to the solar corona and flaring loops [16, 17]. In this work, we investigate theoretically how a small fraction of monoenergetic electrons with a directed, beam-like distribution affects the intensity ratio R in hot plasmas and, hence, may modify the density diagnostic of plasmas with regard to a purely Maxwellian plasma.

The presence of directional and (highly) energetic electrons can affect the relative intensity of the observed lines in the emitting plasma in two ways. First, the directionality character of the electron beam leads in general to differences of population between the magnetic sublevels within a given excited level. For this reason, the (line) radiation emitted in the decay of this level to a lower level will be polarized and exhibit an anisotropic angular distribution. When compared with the isotropic case, in fact, the line intensity can change significantly at some emission angle with respect to the electron beam direction, depending on the electromagnetic multipole type of the corresponding transition and on the sign of its polarization degree. It can be expected, therefore, that the intensity ratio of two lines can be more affected by such anisotropy effects if the two intensities differ from their mean values in an opposite sense, for example, if one is enhanced and the other is reduced.

Second, the high-energy character would significantly influence the level populations through changes of the excitation rate coefficients relative to the Maxwellian ones. In practice, the contribution of energetic electrons to the excitation rate coefficients depends on the energy of such electrons relative to both the excitation threshold energy and the mean energy of the Maxwellian electrons. In addition, its contribution also depends on the type of the collisional transition, whether optically allowed, intercombination or forbidden. When the threshold energy is large compared to the thermal energy, one can expect that the excitation rate coefficient is much more enhanced for the optically allowed transitions by the non-thermal high-energy electrons than for forbidden transitions.

There have been numerous studies that have dealt with the influence of highly energetic electrons on the intensity of x-ray lines (see, e.g., [14, 18–27]). In most of these case studies, the energetic electrons were considered to be either isotropic or with a beam-like distribution, although in the latter case the effects of polarization and anisotropy of emission lines were not taken into account except for a few papers [14, 21].

In this work we have performed detailed calculations of the intensity ratio R for helium-like Ne^{8+} ions for a wide range of electron densities n_e from 10^9 to 10^{13} cm^{-3} , using a steady-state collisional-radiative model based on an electron velocity distribution which includes both Maxwellian isotropic and monoenergetic beam components. In these computations, the polarization and anisotropic angular distribution of the emitted lines are taken into account. The density dependence of R has been computed for several values of the temperature of the Maxwellian component in the range $2\text{--}5 \times 10^6 \text{ K}$, as well

as for different energies and fractions of the monoenergetic electron component in the range of 0.95–4 keV and 0–10%, respectively. The calculations were also carried out for various angles of emission relative to the electron beam direction between 0° and 90° .

Our choice for Ne^{8+} ions is motivated in part by its large cosmic abundance and the fact that the density range of sensitivity of the corresponding R ratio is characteristic of solar flare plasmas, where there is presently ample evidence of strongly anisotropic pitch-angle distributions of accelerated electrons. Moreover, detailed calculations on the density dependence of the degree of polarization of the y and z lines from Ne^{8+} ions have been published recently by Rachedi *et al* [28]. These calculations have been performed in the context of electron beam ion trap (EBIT) studies, where all the colliding electrons are quasi-unidirectional and monoenergetic. They have revealed that, at low electron densities, the lines y and z are significantly negatively polarized near to the threshold excitation but that, as n_e is increased, the effect of the $1s2s\ ^3S_1 \rightarrow 1s2p\ ^3P_{1,2}$ excitations results in a strong reduction of the polarization degree followed by a change of sign.

The general plan of the paper is as follows. In section 2, we provide the basic equations as required for the calculation of the line ratio R in a collisional-radiative model, taking into account the radiative emission anisotropy. Data for collisional transitions between magnetic sublevels due to both electron components, Maxwellian isotropic and monoenergetic beam, are given in section 3, with emphasis on the contribution of the electron-beam component to the excitation rate coefficients. In section 4, we first present our results for the degree of polarization of the three lines x , y and z . Here, we also show how the intensity ratio R depends on the electron density for several combinations of the Maxwellian temperature, beam energy and beam fraction. We also discuss the implications of our results with regard to plasma density diagnostics. A few conclusions are given in section 5. In the appendix, in addition, we derived the general expressions for the collision strength for transition between magnetic sublevels caused by isotropic electrons.

2. Basic formulae

If ions are excited by electrons with an axially symmetric velocity distribution (with regard to some axis z), the emitted line radiation is in general linear polarized, and its intensity distribution is symmetric around this axis. For the electric-dipole line y and magnetic-dipole line z , the intensities $I_y(\theta)$ and $I_z(\theta)$ emitted at an angle θ with respect to the z -axis can be related by

$$\begin{aligned} I_y(\theta) &= \langle I_y \rangle \frac{1 - P_y \cos^2 \theta}{1 - P_y/3} & \text{and} \\ I_z(\theta) &= \langle I_z \rangle \frac{1 + P_z \cos^2 \theta}{1 + P_z/3} \end{aligned} \quad (1)$$

to the mean (i.e., 4π -averaged) intensities $\langle I_y \rangle$ and $\langle I_z \rangle$, respectively. In these equations, P_y and P_z denote the degree of polarization of the lines y and z for the emission angle $\theta = 90^\circ$. Moreover, if we denote for a line b , the population

of the upper magnetic sublevel $a = 2S+1L_J M_J$ by $N_{a,b}$, the (degree of) polarization P_y and P_z can be expressed as

$$P_y = \frac{N_{0,y} - N_{1,y}}{N_{0,y} + N_{1,y}} \quad \text{and} \quad P_z = \frac{N_{1,z} - N_{0,z}}{N_{1,z} + N_{0,z}}. \quad (2)$$

Furthermore, for the magnetic-quadrupole line x , the degree of polarization is given by [29]

$$P_x = \frac{N_{2,x} - N_{1,x}}{N_{2,x} + N_{1,x}}, \quad (3)$$

while its intensity $I_x(\theta)$ can be written as

$$I_x(\theta) = \frac{5}{2} \langle I_x \rangle [3N_{0,x} \cos^2 \theta (1 - \cos^2 \theta) + N_{1,x} (1 - 3 \cos^2 \theta + 4 \cos^4 \theta) + N_{2,x} (1 - \cos^4 \theta)] \times [N_{0,x} + 2N_{1,x} + 2N_{2,x}]^{-1}. \quad (4)$$

It should be mentioned here that, in contrast to the dipole lines, the intensity $I_x(\theta)$ cannot be explicitly connected with P_x .

As it will be seen later, the ratios $I_x(\theta)/\langle I_x \rangle$ and $I_y(\theta)/\langle I_y \rangle$ are very close to each other for any value of θ , i.e. that the intensity angular distribution of the x and y lines are very similar to each other. As a consequence and by using equation (1), an approximate formula can be derived that relates the intensity ratio $R(\theta)$ directly to its mean value $\langle R \rangle = \langle I_z / (\langle I_x \rangle + \langle I_y \rangle)$, i.e.

$$R(\theta) = \frac{I_x(\theta)}{I_x(\theta) + I_y(\theta)} \approx \langle R \rangle \frac{3 - P_y}{3 + P_z} \frac{1 + P_z \cos^2 \theta}{1 - P_y \cos^2 \theta}. \quad (5)$$

Moreover, if we denote the transition probability of a line b ($b = x, y$ or z) by A_b and its wavelength by λ_b (with $\lambda_x \approx \lambda_y$), we obtain

$$\langle R \rangle = \frac{\lambda_y}{\lambda_z} \frac{(N_{0,z} + 2N_{1,z})A_z}{(N_{0,x} + 2N_{1,x} + 2N_{2,x})A_x + (N_{0,y} + 2N_{1,y})A_y}. \quad (6)$$

In the computations below, the populations of the upper magnetic sublevels of the considered lines are determined in a steady-state collisional-radiative model. At the electron densities $5 \times 10^{10} \lesssim n_e \lesssim 5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$, at which the intensity ratio R of the Ne^{8+} ions is particularly sensitive, one needs to consider only the collisional transitions from the ground 1^1S_0 and metastable 2^3S_1 levels. Apart from this latter level, all other excited levels are almost entirely depopulated by radiative decay with probabilities larger than 10^7 s^{-1} . The populations $N_{a,b}$ that enter equations (1)–(4) are obtained as solutions of a coupled set of rate equations, those which explicitly govern them can be written as

$$\begin{aligned} N_{M_j,y} [A_y + A(2^3P_1 \rightarrow 2^3S_1)] &= n_e [N(1^1S_0) C(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_1 M_j) \\ &+ \sum_{M_i} N_{M_i,z} C(2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_1 M_j)] \\ &+ \sum_k N(\Delta_k J_k M_k) A(\Delta_k J_k M_k \rightarrow 2^3P_1 M_j) \end{aligned} \quad (7)$$

for the upper magnetic sublevels of the y line, and

$$\begin{aligned} N_{M_j,z} \left[A_z + n_e \sum_{J=0,1,2} C(2^3S_1 M_j \rightarrow 2^3P_J) \right] &= \frac{1}{3} n_e N(1^1S_0) C(1^1S_0 \rightarrow 2^3S_1) + \sum_k N(\Delta_k J_k M_k) \\ &\times A(\Delta_k J_k M_k \rightarrow 2^3S_1 M_j) \end{aligned} \quad (8)$$

for the upper magnetic sublevels of the z line. For the upper sublevels of the x line, moreover, the population $N_{M_j,x}$ is obtained by an equation analogue to (7) but by replacing $y \rightarrow x$ and $2^3P_1 \rightarrow 2^3P_2$. In equations (7) and (8), Δ_k is used to denote all further quantum numbers that are needed for a unique description of the target states in addition to the total angular momentum J_k and its z projection M_k . As before, A_b is the radiative transition probability and C is the collisional excitation rate coefficient.

The last term on the right-hand side of both equations (7) and (8) accounts for the population of the magnetic sublevels $\Delta_j J_j M_j$ due to radiative cascades from higher sublevels $\Delta_k J_k M_k$. Hereby, all the higher, cascading levels $\Delta_k J_k$ can be assumed to decay radiatively to lower excited levels primarily by electric-dipole transitions. The E1 transition probability between individual magnetic sublevels can be deduced from the overall decay probability of the upper to the lower level by using the expression

$$A(\Delta_k J_k M_k \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = \langle J_j 1 M_j (M_k - M_j) | J_k M_k \rangle^2 \times A(\Delta_k J_k \rightarrow \Delta_j J_j), \quad (9)$$

where $\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j m \rangle$ is a Clebsch–Gordan coefficient. In writing the left-hand side of equations (7) and (8), we have used the fact that the A probability from any $\Delta_j J_j M_j$ magnetic sublevel to a lower $\Delta_i J_i$ level is independent of M_j and is equal to the level-to-level transition probability, i.e. $A(\Delta_j J_j M_j \rightarrow \Delta_i J_i) = A(\Delta_j J_j \rightarrow \Delta_i J_i)$.

As motivated and explained above, the velocity distribution of the electrons in the emitting plasma has been chosen to consist of two components, one Maxwellian isotropic and the other monoenergetic beam. Therefore, the velocity distribution can be overall characterized by three parameters, namely, the electron temperature T_e of the Maxwellian component, the kinetic energy ϵ_0 of the monoenergetic electron beam and the fraction f of the electron density involved in the beam component. For each collisional excitation, then, the rate coefficient C is determined from the combination of two rate coefficients C_M and C_b due to, respectively, the Maxwellian electron and beam electron components

$$C(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = (1 - f) C_M(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) + f C_b(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j). \quad (10)$$

The rate coefficient C_M , in units of $\text{cm}^3 \text{ s}^{-1}$, is given in terms of the 4π -averaged collision strength $\langle \Omega \rangle$ by

$$\begin{aligned} C_M(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) &= \frac{8.63 \times 10^{-6}}{T_e^{1/2}} \int_{\Delta E_{ij}}^{\infty} \langle \Omega(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) \rangle \\ &\times \exp(-\epsilon_i/kT_e) d(\epsilon_i/kT_e), \end{aligned} \quad (11)$$

where T_e before the integral is in Kelvins, k is Boltzmann's constant, $\Delta E_{ij} = E_j - E_i$ is the transition energy and ϵ_i is the kinetic energy of the incident electron. General expressions for the sublevel-dependent collision strength $\langle \Omega(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) \rangle$ are derived in the appendix. In the particular case of an excitation from the ground level ($J_i = 0$), the C_M coefficient

does not depend on the final sublevel M_j and is simply given by

$$C_M(1^1S_0 \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = \frac{1}{2J_j + 1} C_M(1^1S_0 \rightarrow \Delta_j J_j). \quad (12)$$

For the electron-beam component, the rate coefficient C_b , in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$, is obtained from the relationship

$$C_b(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = \frac{7.099 \times 10^{-8}}{\sqrt{e_0}} \Omega(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j), \quad (13)$$

where the kinetic energy e_0 is taken in eV and where the collision strength $\Omega(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j)$ for incident electrons along the z -direction can be obtained from explicit expressions as found, for instance, in the text of Rachedi *et al* [28]. Both C_M and C_b satisfy the useful symmetry relation

$$C_K(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j) = C_K(\Delta_i J_i - M_i \rightarrow \Delta_j J_j - M_j), \quad (14)$$

where the subscript K stands for 'M' or 'b'. The total rate coefficient for transition between levels can be obtained from $C_K(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j)$ by averaging over M_i and summing over M_j

$$C_K(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_j J_j) = \frac{1}{2J_i + 1} \sum_{M_i M_j} C_K(\Delta_i J_i M_i \rightarrow \Delta_j J_j M_j). \quad (15)$$

3. Excitation rate coefficients

The collision strengths due to both beam electrons and isotropic electrons were computed in a semi-relativistic distorted-wave method based on adaptation of the well-known University College London set of codes [30–32] to the treatment of transitions between magnetic sublevels, as done in Inal and Dubau [33, 34]. For incident electrons with high kinetic energies relative to the transition energies, the high partial-wave contributions to the collision strengths for allowed transitions were calculated in the Coulomb–Bethe approach using the basic program of Burgess and Sheorey [35]. The details of the calculations of such contributions have already been described by Rachedi *et al* [28] in the case of unidirectional incident electrons. For isotropic electrons the Coulomb–Bethe calculations are even simpler since the angular-averaged partial-wave collision strengths between magnetic sublevels can be directly deduced from the corresponding partial-wave level-to-level collision strengths, according to equation (A.6) derived in the appendix.

We have calculated the Maxwellian-averaged rate coefficients C_M for the excitation of the Ne^{8+} ions from the 1^1S_0 ground level to all magnetic sublevels associated with the 30 levels of the $1snl$ configurations with $n = 2, 3$ and 4, and from the 2^3S_1 metastable magnetic sublevels to the $2^3P_{0,1,2}$ magnetic sublevels at the three temperatures $T_e = 2 \times 10^6, 3 \times 10^6$ and 5×10^6 K. We have also calculated the beam rate coefficients C_b for the same transitions at the four energies $e_0 = 950, 1250, 2000$ and 4000 eV, and with the first energy just being slightly above the $1s^2 \rightarrow 1s2l$

Table 1. Rate coefficients C_M (in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$) for collisional excitation of Ne^{8+} ions from the 1^1S_0 ground level to the different $1s2l$ triplet levels at three values of the temperature T_e . Rows (a), (b) and (c) give results for, respectively, the direct contribution, direct plus resonance contribution and cascade contribution from $1s3l$ and $1s4l$ levels to the rate coefficient. Note $x[y] = x \times 10^y$.

Excited level		T_e (K)		
		2×10^6	3×10^6	5×10^6
2^3S_1	(a)	6.90[−14]	3.07[−13]	8.63[−13]
	(b)	9.19[−14]	3.92[−13]	1.13[−12]
	(c)	4.93[−14]	2.99[−13]	1.00[−12]
2^3P_0	(a)	4.03[−14]	1.72[−13]	4.52[−13]
	(b)	4.57[−14]	1.92[−13]	4.95[−13]
	(c)	2.33[−15]	1.43[−14]	4.92[−14]
2^3P_1	(a)	1.21[−13]	5.18[−13]	1.35[−12]
	(b)	1.37[−13]	5.79[−13]	1.48[−12]
	(c)	7.01[−15]	4.31[−14]	1.48[−13]
2^3P_2	(a)	2.02[−13]	8.60[−13]	2.23[−12]
	(b)	2.29[−13]	9.61[−13]	2.44[−12]
	(c)	1.18[−14]	7.22[−14]	2.49[−13]

excitation threshold. Tables 1 and 2 show the results that have been obtained for the C_M rates, while tables 3 and 4 display the results for the C_b rates. Let us mention here that the excitations $1^1S_0 \rightarrow 2^1S_0$ and 2^1P_1 are not included in tables 1 and 3 because they do not have practically any effect on the R ratio. For the isotropic Maxwellian component there is an equal population of the magnetic sublevels for the excitation from the 1^1S_0 level and, thus, only the C_M results for the level-to-level transitions are given in table 1. The values of C_M for specific magnetic sublevels can be deduced by dividing the level-to-level rate coefficient by the statistical weight of the final corresponding level, according to equation (12).

In table 1, we also give values of the C_M rate coefficients for $1s^2 \rightarrow 1s2l$ excitations which include the resonance excitation effects due to intermediate autoionizing $1s3lnl'$ levels with $n \geq 3$. The contributions of resonances have been evaluated by interpolation of the results obtained by Zhang and Sampson [36]. For the $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_{0,1,2}$ excitations, the resonance contributions to the rate coefficients C_M were ignored because they are known to be weak [36]. Instead of giving our calculated rate coefficients C_M and C_b for direct excitation from the ground level to the $1s3l$ and $1s4l$ magnetic sublevels, tables 1 and 3 only show the contributions of these excitations followed by radiative cascades into the $1s2l$ magnetic sublevels. The radiative transition probabilities from the $1s3l$ and $1s4l$ levels as adopted for estimating the cascade effects were evaluated with the SUPERSTRUCTURE atomic structure code [31]. In fact, the transition probabilities from $1s3l$ levels were already given in table 1 of Rachedi *et al* [28]. Note that for the kinetic energy $e_0 = 950$ eV, the beam electrons excite only the $1s2l$ levels from the 1^1S_0 level and, thus, no cascade contributions can occur to the rate coefficients C_b from the higher lying $1snl$ levels with $n \geq 3$. In table 2, moreover, the two rate coefficients $C_M(2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_0)$ for $M_i = 0$ and $M_i = 1$ are not shown since both of them are equal to the level-to-level rate coefficient $C_M(2^3S_1 \rightarrow 2^3P_0)$. In both tables 2 and 4, it is seen that the

Table 2. Rate coefficients C_M (in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$) for collisional excitation of Ne^{8+} ions from the 2^3S_1 metastable level and its M_i magnetic sublevels to the different 2^3P levels and their M_j magnetic sublevels at three values of the temperature T_e . Note $x[y] = x \times 10^y$.

Excitation	T_e (K)		
	2×10^6	3×10^6	5×10^6
$2^3S_1 \rightarrow 2^3P_0$	1.42[-9]	1.26[-9]	1.09[-9]
$2^3S_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3P_1 M_j = 0$	6.29[-12]	4.80[-12]	3.19[-12]
$2^3S_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3P_1 M_j = 1$	2.12[-9]	1.88[-9]	1.62[-9]
$2^3S_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3P_1 M_j = -1$	3.07[-12]	2.34[-12]	1.56[-12]
$2^3S_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3P_1 M_j = 0$	2.12[-9]	1.88[-9]	1.62[-9]
$2^3S_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3P_1 M_j = 1$	2.12[-9]	1.88[-9]	1.62[-9]
$2^3S_1 \rightarrow 2^3P_1$	4.29[-9]	3.77[-9]	3.23[-9]
$2^3S_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3P_2 M_j = 0$	2.80[-9]	2.49[-9]	2.14[-9]
$2^3S_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3P_2 M_j = 1$	2.10[-9]	1.87[-9]	1.61[-9]
$2^3S_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3P_2 M_j = 2$	6.32[-12]	4.82[-12]	3.20[-12]
$2^3S_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3P_2 M_j = -2$	0	0	0
$2^3S_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3P_2 M_j = -1$	3.16[-12]	2.41[-12]	1.60[-12]
$2^3S_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3P_2 M_j = 0$	7.01[-10]	6.23[-10]	5.36[-10]
$2^3S_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3P_2 M_j = 1$	2.10[-9]	1.87[-9]	1.61[-9]
$2^3S_1 M_i = 1 \rightarrow 2^3P_2 M_j = 2$	4.21[-9]	3.74[-9]	3.22[-9]
$2^3S_1 \rightarrow 2^3P_2$	7.01[-9]	6.23[-9]	5.36[-9]

Table 3. Rate coefficients C_b (in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$) for collisional excitation of Ne^{8+} ions from the 1^1S_0 ground level to the different $1s2l$ triplet levels and their M_j magnetic sublevels at four values of the electron-beam energy e_0 . Rows (a) and (b) give results for the direct contribution and the cascade contribution from $1s3l$ and $1s4l$ levels to the rate coefficient, respectively. Note $x[y] = x \times 10^y$.

Excited sublevel		e_0 (eV)			
		950	1250	2000	4000
$2^3S_1 M_j = 0$	(a)	1.98[-12]	1.30[-12]	5.73[-13]	1.48[-13]
	(b)		3.77[-12]	1.25[-12]	2.15[-13]
$2^3S_1 M_j = 1$	(a)	1.98[-12]	1.30[-12]	5.73[-13]	1.48[-13]
	(b)		2.38[-12]	7.97[-13]	1.54[-13]
2^3S_1	(a)	5.94[-12]	3.90[-12]	1.71[-12]	4.44[-13]
	(b)		8.53[-12]	2.84[-12]	5.23[-13]
2^3P_0	(a)	3.62[-12]	2.09[-12]	6.94[-13]	1.29[-13]
	(b)		4.21[-13]	1.38[-13]	2.68[-14]
$2^3P_1 M_j = 0$	(a)	1.58[-12]	8.71[-13]	3.16[-13]	9.38[-14]
	(b)		4.47[-13]	1.24[-13]	4.37[-14]
$2^3P_1 M_j = 1$	(a)	4.65[-12]	2.71[-12]	9.02[-13]	1.65[-13]
	(b)		4.10[-13]	1.21[-13]	3.98[-14]
2^3P_1	(a)	1.09[-11]	6.29[-12]	2.11[-12]	4.23[-13]
	(b)		1.27[-12]	3.66[-13]	1.23[-13]
$2^3P_2 M_j = 0$	(a)	5.69[-12]	3.33[-12]	1.10[-12]	1.82[-13]
	(b)		6.04[-13]	1.70[-13]	3.48[-14]
$2^3P_2 M_j = 1$	(a)	4.65[-12]	2.71[-12]	8.95[-13]	1.55[-13]
	(b)		4.74[-13]	1.50[-13]	3.08[-14]
$2^3P_2 M_j = 2$	(a)	1.57[-12]	8.57[-13]	2.94[-13]	7.34[-14]
	(b)		2.88[-13]	1.07[-13]	2.80[-14]
2^3P_2	(a)	1.81[-11]	1.05[-11]	3.48[-12]	6.38[-13]
	(b)		2.13[-12]	6.84[-13]	1.52[-13]

rate coefficients for the $\Delta n = 0$ optically forbidden transitions between magnetic sublevels, $2^3S_1 M_i = 0 \rightarrow 2^3P_1 M_j = 0$ and $2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_{1,2} M_j$ with $|M_i - M_j| \geq 2$, are three orders of magnitude smaller than those for the allowed transitions and can be neglected in the collisional-radiative calculations.

A closer inspection of tables 2 and 4 reveals that for the strong (allowed) transitions $2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_j M_j$ the rate coefficients C_M and C_b are of comparable magnitude. This

arises from the very small $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_j$ energy separation which is only about 10 eV. For a small fraction of less than 10% of the monoenergetic electron beam to the overall electron distribution, the collisional transitions $2^3S_1 M_i \rightarrow 2^3P_j M_j$ occur mainly with Maxwellian electrons. More precisely, the contribution to total rate coefficients for such transitions due to some fraction f of beam electrons does not, according to our calculations, exceed the magnitude of f (in %) for any

Table 4. Rate coefficients C_b (in $\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$) for collisional excitation of Ne^{8+} ions from the 2^3S_1 metastable level (labelled 1) and its M_i magnetic sublevels to the different 2^3P levels and their M_j magnetic sublevels at four values of the electron-beam energy e_0 . The j labels 2, 3 and 4 refer to the levels 2^3P_0 , 2^3P_1 and 2^3P_2 , respectively. Note $x[y] = x \times 10^y$.

Excitation $1M_i \rightarrow jM_j$	e_0 (eV)			
	950	1250	2000	4000
10 \rightarrow 20	3.13[−10]	2.33[−10]	1.70[−10]	1.13[−10]
11 \rightarrow 20	1.01[−9]	9.56[−10]	8.35[−10]	6.43[−10]
1 \rightarrow 2	7.75[−10]	7.16[−10]	6.14[−10]	4.68[−10]
10 \rightarrow 30	9.69[−13]	5.84[−13]	2.25[−13]	4.76[−14]
10 \rightarrow 31	1.51[−9]	1.43[−9]	1.25[−9]	9.64[−10]
11 \rightarrow 3 −1	4.53[−13]	2.71[−13]	1.07[−13]	2.26[−14]
11 \rightarrow 30	1.51[−9]	1.43[−9]	1.25[−9]	9.64[−10]
11 \rightarrow 31	4.69[−10]	3.49[−10]	2.54[−10]	1.71[−10]
1 \rightarrow 3	2.32[−9]	2.14[−9]	1.84[−9]	1.40[−9]
10 \rightarrow 40	6.28[−10]	4.70[−10]	3.40[−10]	2.27[−10]
10 \rightarrow 41	1.51[−9]	1.43[−9]	1.25[−9]	9.65[−10]
10 \rightarrow 42	9.69[−13]	5.84[−13]	2.25[−13]	4.76[−14]
11 \rightarrow 4 −2	0.00	0.00	0.00	0.00
11 \rightarrow 4 −1	4.83[−13]	2.91[−13]	1.13[−13]	2.38[−14]
11 \rightarrow 40	5.02[−10]	4.76[−10]	4.17[−10]	3.22[−10]
11 \rightarrow 41	4.72[−10]	3.51[−10]	2.54[−10]	1.71[−10]
11 \rightarrow 42	3.01[−9]	2.87[−9]	2.51[−9]	1.94[−9]
1 \rightarrow 4	3.88[−9]	3.57[−9]	3.07[−9]	2.34[−9]

considered pair of parameters T_e and e_0 . Note that the C_M rate coefficient for the allowed transition $2^3S_1M_i \rightarrow 2^3P_1M_j$ appears to be independent of the initial M_i and final M_j sublevels.

By comparing now the relative importance of the C_M and C_b rate coefficients for direct excitation from the ground level, it can be seen from tables 1 and 3 that the C_M for $T_e = 2 \times 10^6$ and 3×10^6 K are much smaller than the C_b for $e_0 < 2$ keV. At these two temperatures, the threshold energy is well above the average thermal energy ($\Delta E_{ij}/kT_e = 5.3$ and 3.5, respectively), and only a small proportion of the Maxwellian electrons are able to excite the ions from the $1s^2$ ground to the $1s2l$ levels. For example, at $T_e = 2 \times 10^6$ K only 1.4% among the Maxwellian electrons contribute to the C_M , and the values of calculated total rate coefficients C given by equation (10) are found to increase up to a factor of 7 when the C_b term is included for a beam fraction of $f = 5\%$. If we furthermore consider a temperature $T_e = 5 \times 10^6$ K and kinetic energy $e_0 = 4$ keV, the efficiency of the Maxwellian electron component in the excitation from the ground level takes considerable importance while that of the monoenergetic electron component becomes weak. This small contribution of the beam component is related to the fact that the collision strengths to the $1s2l$ triplet levels decrease rapidly with increasing electron energy.

To our knowledge, there are no published data available to which we can compare our results of C_b for the transitions from the ground level to M_j -sublevels as well as of C_M for the $2^3S_1M_i \rightarrow 2^3P_JM_j$ transitions. For the latter transitions, our C_b values at energies $e_0 = 950$ and 1250 eV were compared with those interpolated from the full relativistic calculations of Zhang and Sampson [37]. The agreement of these data is better than 16% for the important allowed transitions,

as already stated in Rachedi *et al* [28]. Let us mention that our C_M rate coefficients for the level-to-level transitions $1^1S_0 \rightarrow 2^3S_1, 2^3P_{0,1,2}$ and $2^3S_1 \rightarrow 2^3P_{0,1,2}$ were found to agree to better than 3% with those reported in Zhang and Sampson [36]. Very good agreement was also found between the present C_b calculations for the level-to-level transitions $1^1S_0 \rightarrow 2^3S_1, 2^3P_{0,1,2}$ at the energy $e_0 = 1250$ eV and those from Chen *et al* [38], who used the full relativistic Dirac R -matrix method.

To summarize this section, it can be retained that the contribution of C_b has small effect on the $2^3S_1M_i \rightarrow 2^3P_JM_j$ rate coefficients but can play, even for a fraction f of a few percents, a noticeable role in the rate coefficients from the ground level, especially at low T_e and e_0 not too high. Moreover, the C_b contribution affects more significantly the $1^1S_0 \rightarrow 2^3S_1$ excitation than the $1^1S_0 \rightarrow 2^3P_{1,2}$ excitations when including the radiative cascades from $1s3l$ and $1s4l$ levels.

4. Numerical results and discussion

The excitation rate coefficients listed in tables 1–4 have been employed to calculate the populations of the upper magnetic sublevels of the lines x , y and z . For the rate coefficients from the ground level, given in tables 1 and 3, the contribution of resonances and of cascades from $1s3l$ and $1s4l$ levels have been incorporated. The radiative transition probabilities from the $1s2l$ triplet levels used in the collisional-radiative calculations are those shown in table 1 of Rachedi *et al* [28], who took them from Johnson *et al* [39]. We have determined the magnetic-sublevel populations as a function of electron density n_e for the various values of T_e and e_0 considered in the collisional data in section 3 and for values of the beam fraction f between 0 and 10%.

4.1. Line polarization

Our results for the polarization degrees P_x , P_y and P_z of the x , y and z lines (at 90° to the electron beam direction) are plotted in figure 1 as a function of the electron density in the 10^9 – 10^{13} cm^{-3} range, for several selected values of the parameters T_e and e_0 . All the results presented in this figure have been obtained by taking the beam fraction to be $f = 5\%$. We first note that for $e_0 = 950$ eV, i.e. figure 1(a), the P_x curves are not shown because they are practically blended with the corresponding P_y curves at all densities. This near equality between P_x and P_y is due to the relations $C(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_1M_j = 0) = C(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_2M_j = 2)$ and $C(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_1M_j = 1) = C(1^1S_0 \rightarrow 2^3P_2M_j = 1)$, and to the fact that there are no radiative cascades from $1snl$ levels with $n \geq 3$ due to the energy of the beam electrons. Note that for kinetic energies e_0 larger than the $1s^2 \rightarrow 1s3l$ excitation threshold energy, the line x is predicted to be always more polarized than line y because of radiative cascade effects. At high energies $e_0 = 2$ and 4 keV the polarization degrees of the three lines are not shown for $T_e = 5 \times 10^6$ K (figures 1(b) and (c)) since they are extremely small, i.e. less than 3% and 0.5% in absolute value, respectively. For this T_e value the contribution to rate coefficients for excitation from the ground level coming from the 5% beam electrons is found to be less than 7.5% for $e_0 = 2$ keV and 2.0% for $e_0 = 4$ keV. Note that at $e_0 = 4$ keV, even in the limit $f \rightarrow 1$, i.e. pure electron beam, the absolute polarizations $|P_y|$ and $|P_z|$ do not exceed 20% and 12%, respectively.

In the range of low densities, i.e. $n_e \lesssim 10^{10}$ cm^{-3} , where the $1s2l$ levels are populated almost only as a result of excitations from the ground level, the three lines are not significantly depolarized by the Maxwellian electrons at $T_e = 2 \times 10^6$ K for $e_0 = 950$ or 1250 eV for which the $1s^2 \rightarrow 1s2l$ excitations by beam electrons dominate those by Maxwellian electrons. As an example, for $e_0 = 950$ eV our calculations show that P_y decreases from $\sim -49\%$ in the absence of the Maxwellian component ($f \rightarrow 1$) to $\sim -38\%$ for $f = 5\%$. By comparing figures 1(a)–(c) the reduction of the polarization of the lines is seen to be more and more pronounced as T_e and / or e_0 is increased, as expected since the contribution of the Maxwellian component to excitation rate coefficients become more and more important.

It is of interest to point out that, when n_e is increased, the decrease in the degree of polarization is much less important than for a pure electron beam as considered in the work of Rachedi *et al* [28], where the decrease is often followed by a change of sign. Our calculations indicate that at, for example, $e_0 = 2$ keV, in going from $n_e = 10^9$ to 10^{13} cm^{-3} P_y changes from -39.8% to $+8.7\%$ in the pure beam situation ($f = 1$) whereas P_y decreases only from -17.7% to -6.0% in the case of $f = 5\%$ and $T_e = 2 \times 10^6$ K. This is because, as mentioned in section 3, only the Maxwellian electron component is mainly responsible for the collisional transfer from the metastable level to levels $2^3P_{0,1,2}$. Such a transfer is almost unselective with respect to the 2^3P_1 and 2^3P_2 magnetic sublevels when induced by Maxwellian electrons, whereas it leads, when induced by beam electrons, to a preferential population of the magnetic sublevels which is opposite to that of the excitation from the ground level [28].

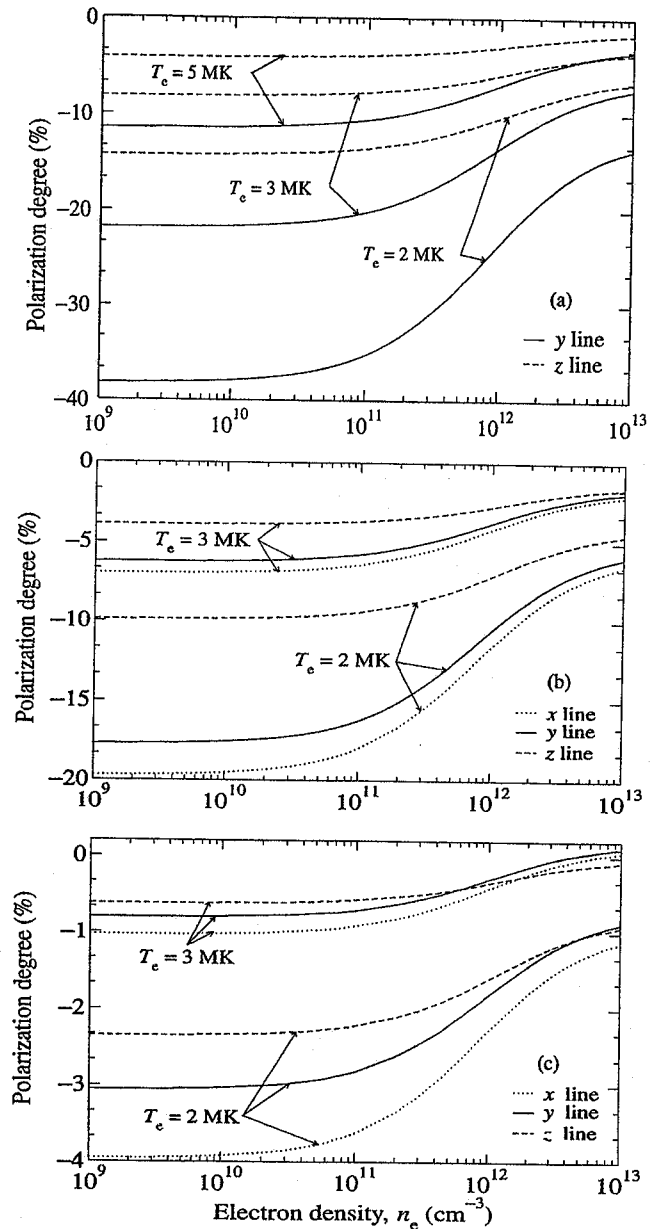


Figure 1. Calculated degree of polarization for the lines x (dotted lines), y (full lines) and z (dashed lines) of Ne^{8+} as a function of the electron density at an electron-beam fraction of $f = 5\%$. Results are shown for temperatures T_e of the Maxwellian electrons indicated in the figure and for different energies of the beam electrons: (a) $e_0 = 950$ eV, (b) $e_0 = 2$ keV and (c) $e_0 = 4$ keV.

4.2. Line intensity ratio

Before presenting our results of the intensity ratio R , it seems to us interesting to first compare the angular anisotropy of the two emissions x and y . This is illustrated in figure 2, where the intensities I_x and I_y of the lines x and y relative to their 4π -averaged values $\langle I_x \rangle$ and $\langle I_y \rangle$ are displayed versus the emission angle θ with respect to the electron beam direction, for three representative (T_e, e_0) couples. The electron density was fixed at $n_e = 10^{11}$ cm^{-3} and the beam fraction at $f = 5\%$. Neither the results of $I(\theta)/\langle I \rangle$ for $e_0 = 950$ eV nor those for $T_e = 5 \times 10^6$ K would be useful to show. The reason is that

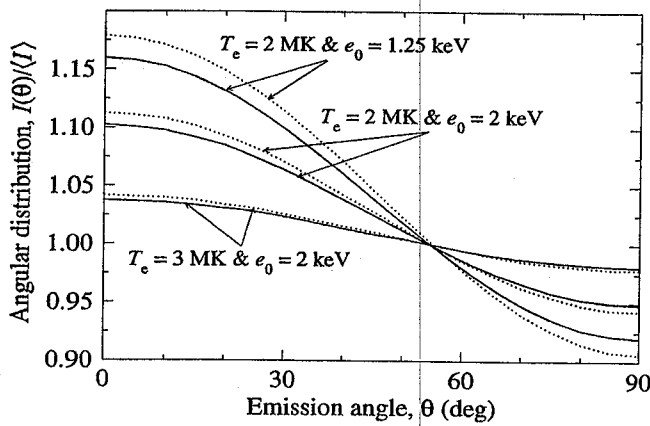


Figure 2. Comparison of the anisotropy of the intensity angular distribution $I(\theta)/I$ of the two lines x (dotted lines) and y (full lines) calculated for an electron density of $n_e = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, beam fraction of $f = 5\%$, and for three different pairs of parameters (T_e, e_0) indicated in the figure.

at the 950 eV beam energy, where radiative cascades to the x and y upper levels due to beam electrons cannot occur, there is quasi-equality between $I_x(\theta)/I_x$ and $I_y(\theta)/I_y$ at any angle θ and independently of n_e . This results from two facts. The first is that the populations of the x upper sublevels satisfy the relation $N_{2,x} = 4N_{1,x} - 3N_{0,x}$. As a consequence, the intensity $I_x(\theta)$ and polarization P_x become directly related to each other by an expression exactly similar to that applying to the dipole line y (see equation (1)). The second fact is that $P_x \approx P_y$, as mentioned in section 3. As for $T_e = 5 \times 10^6 \text{ K}$, both the x and y lines are weakly polarized, and one expects their intensity angular distribution practically isotropic.

It is seen from figure 2 that the intensity angular distribution of the lines x and y do not differ significantly to each other. The differences become smaller with increasing e_0 and/or T_e because of the reduction of line polarization resulting from a lesser contribution of beam electrons to the excited level populations. This would also happen when the density n_e increases above 10^{11} cm^{-3} . Therefore, expression (5) can be used with confidence for an approximate determination of $R(\theta)$ from $\langle R \rangle$.

Figures 3 and 4 show our calculated intensity ratio R as a function of the electron density ranging from 10^9 to 10^{13} cm^{-3} for six selected (T_e, e_0) couples among the 12 different possibilities considered in this work. As for figures 1 and 2, we have taken the beam fraction to be $f = 5\%$. In figures 3(a)–(c), where the three chosen (T_e, e_0) couples are such that one can expect an influence more or less significant of the emission anisotropy, the results of R are presented for the emission of lines at four angles θ with respect to the electron beam direction between 0° and 90° . On the other hand, in figures 4(a)–(c), corresponding to (T_e, e_0) couples such that the x, y and z emissions are expected to be weakly anisotropic, only the ratio R at $\theta = 90^\circ$ is displayed. To better show the two types of effects arising from the occurrence of the 5% beam electrons in the emitting plasma indicated in section 1, both figures 3 and 4 also present the ratio $\langle R \rangle$ of 4π -averaged intensities as well as the ratio R_M calculated without the electron-beam component included, i.e. in the pure

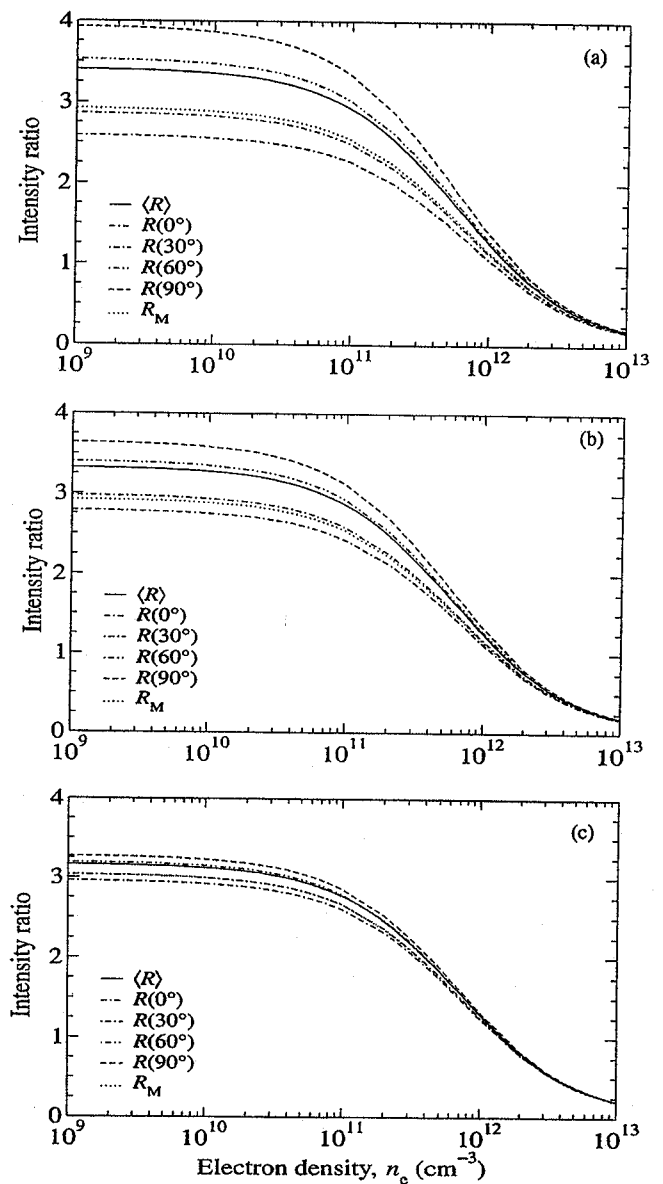


Figure 3. Calculated intensity ratio R as a function of electron density at a beam fraction of $f = 5\%$ and for three pairs of temperature T_e of the Maxwellian component and energy e_0 of the beam component: (a) $(T_e, e_0) = (2 \times 10^6 \text{ K}, 1.25 \text{ keV})$, (b) $(T_e, e_0) = (2 \times 10^6 \text{ K}, 2 \text{ keV})$ and (c) $(T_e, e_0) = (3 \times 10^6 \text{ K}, 2 \text{ keV})$. Results are shown for four emission angles, $R(0^\circ)$, $R(30^\circ)$, $R(60^\circ)$ and $R(90^\circ)$, as well as for 4π -averaged emission, $\langle R \rangle$, and when assuming an electron distribution completely Maxwellian ($f = 0$), R_M .

Maxwellian limit ($f = 0$). A comparison between $R(90^\circ)$ and $\langle R \rangle$ allows us to measure the effects of anisotropy of line emission due to the directionality aspect of the electron-beam component, whereas a comparison between $\langle R \rangle$ and R_M allows us to assess the effects related to the high-energy aspect.

It is clear that the most significant differences between $R(90^\circ)$ and $\langle R \rangle$ and between $\langle R \rangle$ and R_M occur in the case of low T_e ($T_e = 2 \times 10^6 \text{ K}$) and e_0 not too high ($e_0 = 1.25 \text{ keV}$) presented in figure 3(a). It can be seen from figure 3 that the density sensitivity of the ratio R for $\theta = 90^\circ$ can be much more remarkable than that for $\theta = 0^\circ$. In the particular

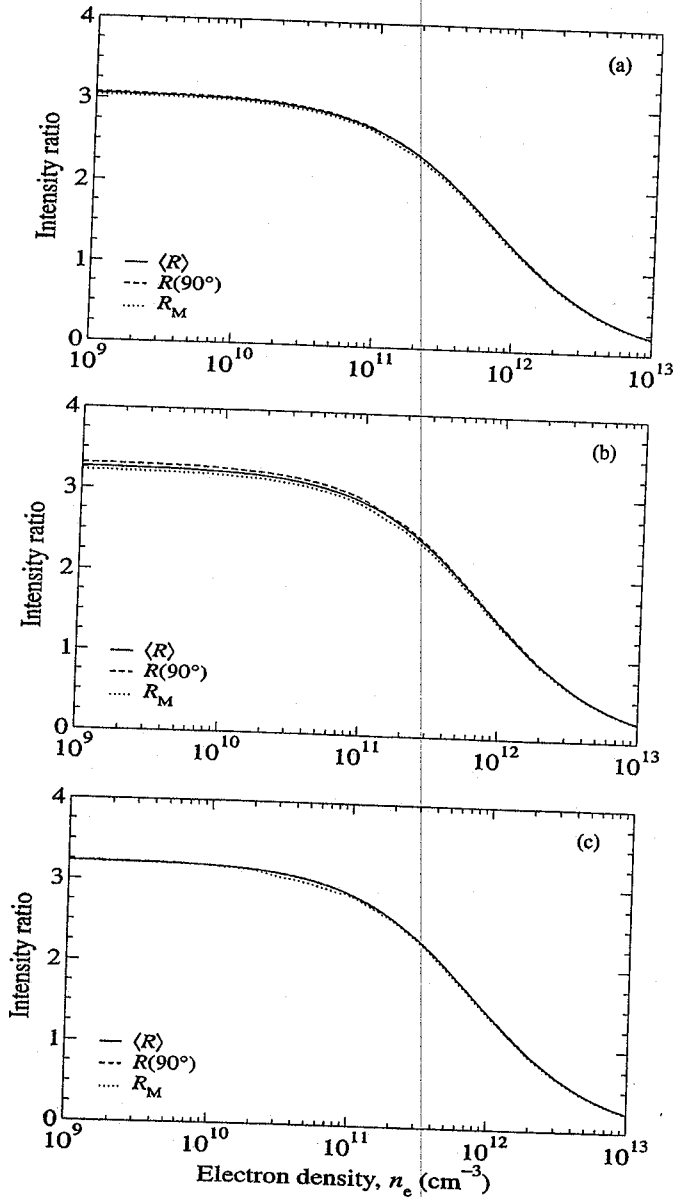


Figure 4. The same as in figure 3 but for the three pairs: (a) $(T_e, e_0) = (3 \times 10^6 \text{ K}, 4 \text{ keV})$, (b) $(T_e, e_0) = (5 \times 10^6 \text{ K}, 2 \text{ keV})$ and (c) $(T_e, e_0) = (5 \times 10^6 \text{ K}, 4 \text{ keV})$. Here results are shown for emission in a direction perpendicular to the electron beam, $R(90^\circ)$, for 4π -averaged emission, $\langle R \rangle$, and when assuming an electron distribution completely Maxwellian ($f = 0$), R_M .

case shown in figure 3(a), the $R(90^\circ)$ and $R(0^\circ)$ decrease by a factor of ~ 20 and ~ 15 in going from 10^9 to 10^{13} cm^{-3} , respectively. On the other hand, we find that the allowance for the anisotropy of line emission can lead to a 15% increase of the ratio $R(90^\circ)$ and a 24% decrease of the ratio $R(0^\circ)$ compared to $\langle R \rangle$. The reason for this significant increase of $R(90^\circ)$ or decrease of $R(0^\circ)$ relative to $\langle R \rangle$ is that the polarization has opposite effects on the intensities of z and (x, y) lines. It increases (decreases) at $\theta = 90^\circ$ ($\theta = 0^\circ$) the intensity of z line but decreases (increases) the intensity of x and y lines. As expected, figures 3(a)–(c) show clearly a reduction of the θ -dependence of the R ratio with increasing T_e and/or e_0 . The reduction of angular anisotropy of R also occurs if the

electron density is increased for given values of T_e and e_0 as a direct consequence of the decrease of the polarization of lines demonstrated in figure 1. When comparing now $\langle R \rangle$ to the Maxwellian value R_M , the first ratio can be greater than the second one by no more than 16%, which means that the R ratio is not appreciably influenced by the high-energy aspect of the electron-beam component. For the density range over which R is sensitive ($10^{11} \lesssim n_e \lesssim 5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$), the $R(90^\circ)$ and $R(0^\circ)$ can be, respectively, 31% greater and 11% smaller than the R_M for the specific case of $T_e = 2 \times 10^6 \text{ K}$ and $e_0 = 1.25 \text{ keV}$. In this case, the density inferred from the $R(90^\circ)$ assuming a pure Maxwellian electron distribution can be underestimated by a factor of about 3. By contrast, the density inferred from the $R(0^\circ)$ can be overestimated by a factor of about 7.

In figure 4 the three $R(90^\circ)$, $\langle R \rangle$ and R_M curves are seen to stay very close to one another over the whole density range. Therefore, at T_e and e_0 both relatively high such as those considered in figure 4 neglect of the 5% electron-beam component has very negligible effect on the R ratio. This proceeds from the fact that all the collisional transitions involved in the population of the $1s2l$ triplet levels are almost completely caused by the Maxwellian electrons, particularly those from the ground level.

Let us mention that the only calculations available in the literature with which we can make comparison are for the pure-Maxwellian ratio R_M . Agreement within 5% was found between the present R_M results displayed in figure 4 and those of Keenan *et al* [40]. On the other hand, we have compared the ratio $R(90^\circ)$ presented in figures 3 and 4 to that calculated using the approximate relation $R(90^\circ) \approx \langle R \rangle (3 - P_y) / (3 + P_z)$ derived from equation (5). The differences have been found to be very insignificant, and therefore the dependence of the R ratio on θ can be well described by means of formula (5). Figure 5 shows the dependence of the $R(90^\circ)$ ratio on the beam fraction f for three values of the density $n_e = 10^{11}, 5 \times 10^{11}$, and 10^{12} cm^{-3} . In figure 5(a) we give the results calculated for $T_e = 2 \times 10^6 \text{ K}$ and $e_0 = 1.25 \text{ keV}$, while in figure 5(b) we give the results for $T_e = 3 \times 10^6 \text{ K}$ and $e_0 = 2 \text{ keV}$. In order to see the importance of angular anisotropy, also shown in figure 5 is the ratio $\langle R \rangle$ for the 4π -averaged emission. We first note that at a given density both $R(90^\circ)$ and $\langle R \rangle$ increase monotonously with increasing f as a consequence of the effects of electron beam component which enhance, through radiative cascades, more significantly the z intensity than the x and y intensities. We further note that, as expected, $R(90^\circ)$ can be more f -sensitive than the corresponding $\langle R \rangle$ (at the same electron density). Of course, in the limit $f \rightarrow 0$ $R(90^\circ)$ tends to $\langle R \rangle$ at any T_e or n_e . As n_e increases, the difference between $R(90^\circ)$ and $\langle R \rangle$ becomes smaller as the polarization of the lines is reduced.

In the low-density limit we find that, for the same parameters T_e and e_0 as those considered in figure 5(a), $R(90^\circ)$ and $\langle R \rangle$ vary from 2.9 to 4.1 and to 3.5, respectively, as f increases within the range 0–10%. For the parameters T_e and e_0 considered in figure 5(b), the line polarizations are too low to introduce substantial differences between the $R(90^\circ)$ and $\langle R \rangle$, at least for $f \lesssim 5\%$. Our calculations reported in figure 5(a) indicate that for the lowest density considered, i.e.

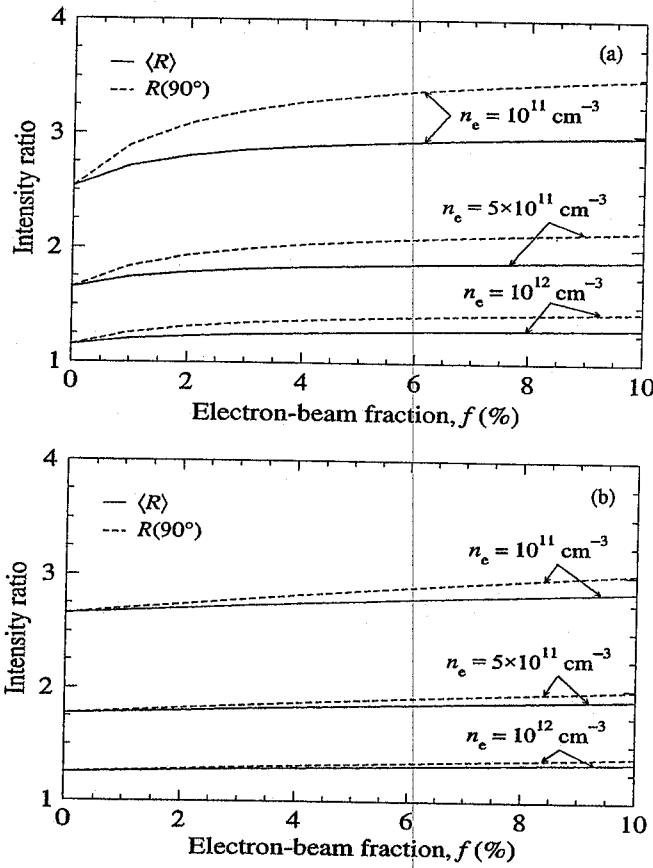


Figure 5. Calculated intensity ratio R as a function of the fraction f of beam electrons for the three electron densities 10^{11} , 5×10^{11} and 10^{12} cm^{-3} , and for two (T_e, e_0) couples: (a) $(2 \times 10^6 \text{ K}, 1.25 \text{ keV})$ and (b) $(3 \times 10^6 \text{ K}, 2 \text{ keV})$. Results are shown for both the ratio for emission at 90° to the electron beam, $R(90^\circ)$, and for 4π -averaged emission, $\langle R \rangle$.

$n_e = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, the ratio $R(90^\circ)$ at $f = 10\%$ is enhanced by 17% compared to the ratio $\langle R \rangle$ and by 37% compared to a pure Maxwellian distribution with no beam electrons. It is worth noting that there is an increase of $R(90^\circ)$ by more than 20% relative to the pure Maxwellian situation as soon as the beam-fraction f exceeds 1.7%. At precisely $f = 1.7\%$, the interpretation of the $R(90^\circ)$ based on the assumption of a pure Maxwellian plasma can underestimate by a factor of 2.3 the true electron density.

5. Conclusions

In this paper we have reported the results of elaborate calculations for the ratio R of the Ne^{8+} forbidden magnetic-dipole z to intercombination (x, y) line intensities over the electron density range 10^9 – 10^{13} cm^{-3} , assuming the presence of a small proportion of directional energetic electrons in the emitting plasma. The density dependence of the intensity ratio R was computed for various plasma conditions characterized by a temperature T_e of the Maxwellian electrons in the range 2 – $5 \times 10^6 \text{ K}$, a kinetic energy e_0 and fraction f of the beam electrons in the range 0.95 – 4 keV and 0 – 10% , respectively.

At high T_e ($\gtrsim 5 \times 10^6 \text{ K}$) and e_0 ($\gtrsim 2 \text{ keV}$), the effect of the beam electrons on the R ratio is negligibly small owing

to the weak contribution of these electrons in the excitation process from the ground level. But for low T_e ($\lesssim 2 \times 10^6 \text{ K}$) and e_0 not too high ($\lesssim 2 \text{ keV}$), our calculations have shown that the R ratio can be significantly influenced by the beam electrons, and this arises mainly because of their directional dependence rather than because of their high energy. The intensities of lines z and (x, y) are found to differ from their corresponding 4π -averaged values in just the opposite manner, making the R ratio sensitive to the direction of emission with respect to the electron beam. At, for example, $n_e = 10^{11} \text{ cm}^{-3}$, $T_e = 2 \times 10^6 \text{ K}$, $e_0 = 1.25 \text{ keV}$ and $f = 5\%$, the angular sensitivity of R is manifested by a $\sim 10\%$ decrease and a $\sim 30\%$ increase of R compared with the pure-Maxwellian situation when the emission angle varies from $\theta = 0^\circ$ (along the electron beam) to $\theta = 90^\circ$ (perpendicular to the electron beam). This leads to an overestimation of the electron density by a factor of ~ 7 if deduced from the $R(0^\circ)$ ratio, and to an underestimation by a factor of ~ 3 if inferred from the $R(90^\circ)$ ratio when the effects of the beam electrons are omitted. As the density increases, the anisotropy effects decrease and become insignificant for $n_e \gtrsim 2 \times 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

The calculated R ratio presented here does not include the contribution from neither the recombination (radiative plus dielectronic) nor the inner-shell ionization processes. Such an inclusion is presently beyond our capability. From a qualitative point of view, the contribution due to inner-shell ionization of Ne^{7+} , which can be expected to be significant in the presence of energetic electrons, would have the effect of increasing the intensity of the z line with a decrease of its angular anisotropy. This would lead to an increase of both the $R(0^\circ)$ and $R(90^\circ)$ ratios in a nearly similar way.

Acknowledgment

One of the authors (MKI) gratefully acknowledges the hospitality of the Gesellschaft für Schwerionenforschung (GSI) during his visit.

Appendix. Derivation of expressions for the 4π -averaged collision strength

Here we derive expressions for the collision strength for the transition caused by isotropic electrons from magnetic sublevel $\alpha_i = \Delta_i J_i M_i$ to magnetic sublevel $\alpha_j = \Delta_j J_j M_j$, which is involved in equation (11) for calculating the Maxwellian-averaged rate coefficient C_M . The starting equation is that giving the amplitude $f(\alpha_i m_{s_i} k_i \rightarrow \alpha_j m_{s_j} k_j)$ for scattering of an electron from wave vector k_i to k_j having changed its spin z component from m_{s_i} to m_{s_j} associated with the transition $\alpha_i \rightarrow \alpha_j$ in the target ion

$$f(\alpha_i m_{s_i} k_i \rightarrow \alpha_j m_{s_j} k_j) = \frac{2\pi}{\sqrt{k_i k_j}} \sum_{l_i m_{l_i}} \sum_{l_j m_{l_j}} i^{l_i - l_j - 1} e^{i(\sigma_i + \sigma_j)} \times Y_{l_j m_{l_j}}(\hat{k}_j) Y_{l_i m_{l_i}}^*(\hat{k}_i) T_{\beta_j \beta_i}. \quad (\text{A.1})$$

In equation (A.1) l_i (l_j), m_{l_i} (m_{l_j}) denote the orbital angular momentum and its z projection of the incident (scattered)

electron, σ_l is the Coulomb phase, $Y_{lm_i}(\hat{k})$ are spherical harmonics, and $T_{\beta_j\beta_i}$ is the transition matrix element between the states $\beta_j = \alpha_j k_j l_j m_j m_{s_j}$ and $\beta_i = \alpha_i k_i l_i m_i m_{s_i}$. Assuming that the incident electrons are unpolarized and are all moving in an arbitrary direction \hat{k}_i in a given coordinate system xyz , the collision strength for the $\alpha_i \rightarrow \alpha_j$ transition is, after making use of the orthonormality of the spherical harmonics to perform the integration over all possible directions of \hat{k}_j , given by

$$\begin{aligned} \Omega(\alpha_i \rightarrow \alpha_j; \hat{k}_i) &= \frac{k_i k_j}{2\pi} \sum_{m_{s_i} m_{s_j}} \int |f(\alpha_i m_{s_i} k_i \rightarrow \alpha_j m_{s_j} k_j)|^2 d\hat{k}_j \\ &= 2\pi \sum_{m_{s_i} m_{s_j}} \sum_{\substack{l_i l_j \\ m_i m_j}} i^{l_i - l_j} e^{i(\sigma_{l_i} - \sigma_{l_j})} Y_{l_i m_i}^*(\hat{k}_i) Y_{l_j m_j}(\hat{k}_i) \\ &\quad \times T_{\beta_j\beta_i} T_{\beta_j\beta_i}^* \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

For collisions involving isotropic electrons, one needs to determine the collision strength $\langle \Omega(\alpha_i \rightarrow \alpha_j) \rangle$ obtained by averaging $\Omega(\alpha_i \rightarrow \alpha_j; \hat{k}_i)$ over all random directions of \hat{k}_i , i.e.,

$$\langle \Omega(\alpha_i \rightarrow \alpha_j) \rangle = \frac{1}{4\pi} \int \Omega(\alpha_i \rightarrow \alpha_j; \hat{k}_i) d\hat{k}_i. \quad (\text{A.3})$$

By inserting equation (A.2) into (A.3) and using again the orthonormality property of spherical harmonics, one easily gets for the angular-averaged collision strength

$$\langle \Omega(\alpha_i \rightarrow \alpha_j) \rangle = \frac{1}{2} \sum_{m_{s_i} m_{s_j}} \sum_{\substack{l_i m_i \\ l_j m_j}} |T_{\beta_j\beta_i}|^2. \quad (\text{A.4})$$

It clearly appears that the right-hand side of equation (A.4) is symmetrical with respect to i and j subscripts, which means $\langle \Omega(\alpha_i \rightarrow \alpha_j) \rangle = \langle \Omega(\alpha_j \rightarrow \alpha_i) \rangle$.

It is convenient to transform the T -matrix elements from the uncoupled angular momentum representation β_i to a coupled one involving the total angular momentum J of the combined electron-ion system and its z component M_J . When adopting the pair-coupled representation $\gamma_i = \Delta_i J_i l_i K_i s_i$ ($= 1/2$) $J M_J$ in which J_i is coupled to l_i to give K_i which, in turn, is coupled to s_i ($s_i = 1/2$) to form J , $\langle \Omega(\alpha_i \rightarrow \alpha_j) \rangle$ can be expressed as

$$\begin{aligned} \langle \Omega(\alpha_i \rightarrow \alpha_j) \rangle &= \frac{1}{2} \sum_{m_{s_i} m_{s_j}} \sum_{\substack{l_i m_i \\ l_j m_j}} \left| \sum_{\substack{J K_i K_j \\ M_J M_{K_i} M_{K_j}}} \langle J_i l_i M_i m_i | K_i M_{K_i} \rangle \right. \\ &\quad \times \langle K_i 1/2 M_{K_i} m_{s_i} | J M_J \rangle \langle J_j l_j M_j m_j | K_j M_{K_j} \rangle \\ &\quad \times \langle K_j 1/2 M_{K_j} m_{s_j} | J M_J \rangle T_{\gamma_j \gamma_i} \left. \right|^2. \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

For optically allowed transitions at high electron-impact energies, a very large number of partial waves l_i has to be included to reach convergence. The contribution from high partial waves can be adequately estimated in the Coulomb-Bethe (CBe) approximation. In this approximation the l_i -partial collision strength $\langle \Omega_{l_i}^{\text{CBe}}(\alpha_i \rightarrow \alpha_j) \rangle$ for large l_i can be

related to that between levels $\Omega_{l_i}^{\text{CBe}}(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_j J_j)$ according to

$$\begin{aligned} \langle \Omega_{l_i}^{\text{CBe}}(\alpha_i \rightarrow \alpha_j) \rangle &= \frac{1}{2J_i + 1} \langle J_j 1 M_j (M_i - M_j) | J_i M_i \rangle^2 \\ &\quad \times \Omega_{l_i}^{\text{CBe}}(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_j J_j). \end{aligned} \quad (\text{A.6})$$

The partial collision strength for transition between levels is given by the usual expression [35]

$$\begin{aligned} \Omega_{l_i}^{\text{CBe}}(\Delta_i J_i \rightarrow \Delta_j J_j) &= \frac{16}{3} S(\Delta_i J_i, \Delta_j J_j) \sum_{l_j} \max(l_i, l_j) \\ &\quad \times I^2(k_i l_i, k_j l_j), \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

where S is the line strength between the $\Delta_i J_i$ and $\Delta_j J_j$ levels, $\max(l_i, l_j)$ is the greater of l_i and l_j , and I is the dipole Coulomb integral. From equation (A.6) the dependence of $\langle \Omega_{l_i}^{\text{CBe}}(\alpha_i \rightarrow \alpha_j) \rangle$ upon the M_i and M_j magnetic quantum numbers appears similar to that of the radiative transition probability (9), as it was first pointed out by Sahal-Br echot [41].

References

- [1] Gabriel A H and Jordan C 1969 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **142** 501
- [2] Gabriel A H and Jordan C 1969 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **145** 241
- [3] Gabriel A H and Jordan C 1972 *Case Studies in Atomic Collision Physics* vol 2 ed E W McDaniel and M R C McDowell (Amsterdam: North Holland) p 209
- [4] Blumenthal G R, Drake G W F and Tucker W H 1972 *Astrophys. J.* **172** 205
- [5] Mewe R and Schrijver J 1978 *Astron. Astrophys.* **65** 99
- [6] Porquet D and Dubau J 2000 *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **143** 495
- [7] McKenzie D L 1985 *Astrophys. J.* **296** 294
- [8] Ness J-U, Mewe R, Schmitt J H M M, Raassen A J J, Porquet D and Kaastra J S 2001 *Astron. Astrophys.* **367** 282
- [9] Bertschinger G, Biel W, Herzog O, Weinheimer J, Kunze H-J and Bitter M (the TEXTOR-94 Team) 1999 *Phys. Scr. T* **83** 132
- [10] Marchuk O, Bertschinger G, Kunze H-J, Badnell N R and Fritzsche S 2004 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **37** 1951
- [11] Kieffer J C, Matte J P, Chaker M, Beaudoin Y, Chien C Y, Coe S, Mourou G, Dubau J and Inal M K 1993 *Phys. Rev. E* **48** 4648
- [12] Inubushi Y, Nishimura H, Ochiai M, Fujioka S, Johzaki T and Mima K 2006 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **99** 305
- [13] Hammel B A and Jones L A 1984 *Appl. Phys. Lett.* **44** 667
- [14] Shlyaptseva A S, Hansen S B, Kantsyrev V L, Bauer B S, Fedin D A, Ouart N, Kazantsev S A, Petrashen A G and Safronova U I 2001 *Rev. Sci. Instrum.* **72** 1241
- [15] Abdallah J Jr, Clark R E H, Faenov A Ya, Karpinski L, Pikuz S A, Romanova V M, Sadowski M, Scholz M and Szydlowski A 1999 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **62** 85
- [16] Melrose D B 1990 *Sol. Phys.* **130** 3
- [17] Mann G and Klassen A 2005 *Astron. Astrophys.* **441** 319
- [18] Gabriel A H and Philips K J H 1979 *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **187** 319
- [19] Bartiromo R, Bombarda F and Gianella R 1985 *Phys. Rev. A* **32** 531
- [20] Seely J F, Feldman U and Doschek G A 1987 *Astrophys. J.* **319** 541

- [21] Inal M K and Dubau J 1989 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **22** 3329
- [22] Gabriel A H, Bely-Dubau F, Faucher P and Acton L W 1991 *Astrophys. J.* **378** 438
- [23] Peyrusse O, Kieffer J C, Côté C Y and Chaker M 1993 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **26** L511
- [24] Rosmej F B 1994 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **51** 319
- [25] Rosmej F B 1995 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **28** L747
- [26] Abdallah J Jr, Faenov A Ya, Pikuz S A, Wilke M D, Kyrala G A and Clark R E H 1999 *J. Quant. Spectrosc. Radiat. Transfer* **62** 1
- [27] Shlyaptseva A S, Hansen S B, Kantsyrev V L, Fedin D A, Quart N, Fournier K B and Safronova U I 2003 *Phys. Rev. E* **67** 026409
- [28] Rachedi S W, Inal M K and Dubau J 2005 *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* **38** 547
- [29] Inal M K, Surzhykov A and Fritzsche S 2005 *Phys. Rev. A* **72** 042720
- [30] Eissner W and Seaton M J 1972 *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **5** 2187
- [31] Eissner W, Jones M and Nussbaumer H 1974 *Comput. Phys. Commun.* **8** 270
- [32] Saraph H E 1978 *Comput. Phys. Commun.* **15** 247
- [33] Inal M K and Dubau J 1987 *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **20** 4221
- [34] Inal M K and Dubau J 1993 *Phys. Rev. A* **47** 4794
- [35] Burgess A and Sheorey V B 1974 *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* **7** 2403
- [36] Zhang H L and Sampson D H 1987 *Astrophys. J. Suppl. Ser.* **63** 487
- [37] Zhang H L and Sampson D H 1995 *Phys. Rev. A* **52** 3827
- [38] Chen G X, Smith R K, Kirby K, Brickhouse N S and Wargelin B J 2006 *Phys. Rev. A* **74** 042709
- [39] Johnson W R, Plante D R and Sapirstein J 1995 *Advances in Atomic, Molecular, and Optical Physics* vol 35 ed B Bederson and H Walther (San Diego, CA: Academic) p 255
- [40] Keenan F P, McKenzie D L, McCann S M and Kingston A E 1987 *Astrophys. J.* **318** 926
- [41] Sahal-Bréchet S 1974 *Astron. Astrophys.* **32** 147