

---

# Simulation numérique d'une expérimentation de chauffage sur une argile non saturée

**Karim Bendani\*** **Hanifi Missoum\*\*** **Hywel Rhys Thomas\*\*\***  
**Nadia Laredj\*\*\*\*** **Mustapha Benabed\*\*\*\*\***

\* Département de Génie Civil, Université de Mostaganem, Route de Belhacel, BP 227 – Algérie, bendanik@yahoo.fr

\*\* Université de Mostaganem, Route de Belhacel, BP 227- Algérie, hanifimissoum@yahoo.fr

\*\*\* Geoenvironmental Research Centre, Cardiff School of Engineering, Cardiff University, Cardiff CF2 1XH, UK, ThomasHR@cardiff.ac.uk

\*\*\*\* Université de Mostaganem, Route de Belhacel, BP 227- Algérie, Nad27000@yahoo.fr

\*\*\*\*\* Université des Sciences et de la Technologie U.S.T.O, B.P. 1505 El-Menouar, Oran, Algérie, bennabed@yahoo.fr

---

*RÉSUMÉ. Il est présenté dans cette étude une analyse sur l'aptitude du modèle de comportement élasto-plastique pour les sols argileux à gonflement modéré à représenter une expérimentation de chauffage sur l'argile de Boom réalisée par le Centro de Investigaciones Energeticas, Medioambientales y Tecnológicas (CIEMAT), Espagne. Dans ce travail, il a été développé un modèle numérique basé sur la méthode des éléments finis et sur un algorithme élasto-viscoplastique pour effectuer une simulation qui tient compte du phénomène couplé de transfert de chaleur, d'humidité et d'air dans les sols argileux non saturés déformables. Un bon accord a été obtenu en comparant les résultats de la simulation numérique avec ceux des résultats expérimentaux.*

*ABSTRACT. An assessment of the ability of an elastoplastic model, for slightly swelling soils, in representing a heating experiment is presented. The heating experiment on a Boom clay was performed by the Centro de Investigaciones Energeticas, Medioambientales y Tecnológicas (CIEMAT), Spain. A numerical model based on finite element method and an elasto-viscoplastic algorithm is developed to undertake a simulation of a heating experiment taking into account the coupled transfer of heat, moisture and air in a deformable unsaturated soil. A good agreement is obtained between model predictions and experimental results.*

*MOTS-CLÉS : Modélisation numérique, Algorithme elasto-viscoplastique, Argile de Boom*

*KEYWORDS: Numerical modeling, elasto-viscoplastic algorithm, Boom clay*

---

## 1. Introduction

Dans ces dernières années, le besoin d'améliorer la compréhension du comportement des sols non saturés a été provoqué par le problème de dépôt et de stockage des déchets nucléaires. En particulier, l'utilisation des argiles non saturées compactées pour former un système de barrière dans un sol en profondeur est devenue l'axe principal de beaucoup d'efforts de recherche. Plusieurs matériaux ont été proposés y compris les argiles ayant de gonflement modéré à élevé.

Dans les années 1970, le SCK-CEN, Centre d'étude de l'Energie Nucléaire, à Mol, Belgique, a lancé un programme de recherche sur la possibilité du stockage des déchets radioactifs dans la couche de l'argile de Boom, au Nord-Est de la Belgique. En 1995, le SCK-CEN et l'ONDRAF, Organisme national des déchets radioactifs et des matières fissiles enrichies (Belgique), ont entamé le projet PRACLAY, un projet visant à tester dans un tunnel en vraie grandeur la conception de stockage des déchets radioactifs. Un travail intéressant a été effectué dans le cadre de ce projet PRACLAY Heater Test (Le, 2008).

Les situations considérées placent la barrière d'argile dans un état non saturée. Le sol est donc soumis à de larges variations de température, de degré de saturation et probablement d'état de contrainte. La bonne compréhension des mécanismes qui se produisent dans le sol, durant le chauffage et la ré-saturation est donc nécessaire pour analyser et utiliser de manière satisfaisante des argiles compactées comme système de barrières.

Le point de départ de ce travail est basée sur le modèle de transfert couplé de chaleur, d'humidité et d'air dans un milieu rigide non saturé développé par Thomas et Sansom (1995). Ce modèle a été étendu par un bon nombre de chercheurs pour prendre en compte les différents aspects du comportement à la déformation.. Dans ces modèles, le comportement à la déformation a été basé dans un premier temps sur l'approche de la surface d'état comprenant les variables : la contrainte moyenne, la succion et l'indice des vides (Thomas *et al.*, 1995; Thomas *et al.*, 1997 ; Thomas et Missoum, 1998) et plus tard, sur l'approche élastoplastique (Thomas et He, 1998; Mrad, 2005 et Ghasemzadeh, 2006).

Dans cette étude, il est présenté un modèle numérique qui tient compte du phénomène de transfert couplé de chaleur, d'humidité et d'air dans un sol non saturé déformable. Le comportement à la déformation du sol est basée sur le modèle de comportement élastoplastique des sols à gonflement modéré (Alonso *et al.*, 1990).

La solution numérique des équations développées est obtenue en utilisant la méthode des éléments finis associée à la méthode des différences finies, le tout basé sur un algorithme élasto-viscoplastique. Le modèle numérique obtenu a été incorporé dans le code COMPASS version HMAEP développé à l'université de Cardiff, UK.

Deux simulations numériques d'une expérimentation de chauffage sont réalisées : 1) avec le modèle non linéaire élastique (Thomas et Missoum, 1998) et 2) avec le modèle élastoplastique à gonflement modéré. Dans ces deux simulations, il est étudié en particulier le comportement à la déformation de l'argile de Boom soumise à un chauffage. Les prédictions des deux modèles ont été comparées avec les résultats expérimentaux obtenus par CIEMAT (Villar, 95). Cette comparaison a mis en évidence l'influence du comportement plastique sur la déformation du sol.

## 2. Formulation Théorique

### 2.1. Transfert d'humidité

L'équation régissant le transfert d'humidité en termes de liquide et de vapeur est obtenue par l'application de la loi de conservation de masse, qui a pour expression :

$$\frac{\partial(\rho_w n S_w)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_v n S_a)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_w V_w) + \nabla \cdot (\rho_w V_v) + \nabla \cdot (\rho_v V_a) = 0 \quad [1]$$

où  $\nabla$  est l'opérateur de divergence,  $n$  la porosité,  $\rho$  la masse volumique,  $S$  le degré de saturation,  $t$  le temps et  $V$  la vitesse. Les indices  $w$ ,  $a$  et  $v$  font référence à : liquide, air et vapeur respectivement.

### 2.2. Transfert de l'air

Le transfert de l'air est considéré pour l'air libre et l'air dissout dans le liquide interstitiel. L'écoulement de l'air libre est représenté par la loi de Darcy. L'équation de conservation de masse du transfert de l'air sec donnée comme suit :

$$\frac{\partial(S_a + HS_w)n\rho_{da}}{\partial t} = -\nabla \cdot [\rho_{da}(V_a + HV_w)] \quad [2]$$

où  $H$  est le coefficient de solubilité volumique d'Henry d'air sec dans l'eau et l'indice  $da$  fait référence à l'air sec.

### 2.3. Transfert de chaleur

Le transfert de chaleur est considéré par l'application de l'équation de conservation d'énergie. Cette approche prend en compte le transfert de chaleur par conduction et par convection et aussi la chaleur latente de vaporisation. On a donc :

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = -\nabla \cdot Q \quad [3]$$

Où  $\phi$  est la teneur en chaleur.

La teneur en chaleur du sol humide par unité de volume est définie comme suit :

$$\phi = H_c(T - T_r) + LnS_a\rho_v \quad (\text{J/m}^3) \quad [4]$$

où  $L$  est la chaleur latente de vaporisation,  $H_c$  est la chaleur spécifique du sol non saturé à la température de référence  $T_r$  et est exprimée selon l'approche de (Ewen *et al.*, 1989) comme :

$$H_c = (1-n)C_{ps}\rho_v + n(C_{pw}S_w\rho_w + C_{pv}S_a\rho_v + C_{pda}S_a\rho_{da}) \quad (\text{J/Km}^3) \quad [5]$$

où  $C_{ps}$ ,  $C_{pw}$ ,  $C_{pv}$  et  $C_{pda}$  sont les chaleurs spécifiques des particules solides, du liquide, de la vapeur et de l'air sec respectivement.

Le flux de chaleur par unité de surface  $Q$  est défini comme suit :

$$Q = -\lambda_T \nabla T - (v_v \rho_v + v_a \rho_a)L + (C_{pw}v_w\rho_w + C_{pv}v_v\rho_w + C_{pv}v_a\rho_v + C_{pda}v_a\rho_{da})(T - T_r) \quad (\text{W/m}^2) \quad [6]$$

où  $\lambda_T$  est le coefficient de conductivité thermique du sol non saturé.

En substituant les expressions de  $\phi$  et  $Q$  des équations (4) et (6) dans l'équation (3), on reçoit l'équation différentielle qui gouverne le transfert de chaleur suivante :

$$\begin{aligned} (T - T_r) \frac{\partial H_c}{\partial t} - H_c \frac{\partial T}{\partial t} + Ln\rho_v \frac{\partial S_a}{\partial t} LnS_a \frac{\partial \rho_v}{\partial t} + LS_a\rho_v \frac{\partial n}{\partial t} = \\ \nabla \lambda_T \nabla T - L \nabla \cdot (\rho_v v_v) - L \nabla \cdot (\rho_a v_a) - C_{pw}\rho_w \nabla \cdot (v_w(T - T_r)) \\ - C_{pv} \nabla \cdot (\rho_v v_v(T - T_r)) - C_{pv} \nabla \cdot (\rho_v v_a(T - T_r)) - C_{pda} \nabla \cdot (\rho_{pda} v_a(T - T_r)) \end{aligned} \quad [7]$$

#### 2.4. La déformation

La déformation totale  $d\varepsilon$  due à la variation de la contrainte et de la succion est donnée par l'expression incrémentale suivante :

$$d\varepsilon = d\varepsilon^e + d\varepsilon^p \quad [8]$$

où  $d\varepsilon^e$  et  $d\varepsilon^p$  est l'incrément de déformation élastique et plastique respectivement.

L'incrément de déformation volumique élastique est exprimé comme suit :

$$d\varepsilon^e = d\varepsilon_\sigma^e + d\varepsilon_s^e + d\varepsilon_T^e \quad [9]$$

Les indices  $\sigma$ ,  $s$  et  $T$  font référence à : la contrainte nette, la succion et la température respectivement.

Ici, la loi de Hooke peut être étendue pour relier l'incrément de contrainte nette à celui de la déformation comme suit :

$$d\sigma^n = D(d\varepsilon - d\varepsilon_s^e - d\varepsilon_T^e - d\varepsilon^p) \quad [10]$$

où est  $D$  la matrice d'élasticité

La déformation volumétrique élastique produite par la variation de la contrainte nette et de la succion est donnée par :

$$d\varepsilon_p^e = -\frac{\kappa}{v} \frac{dp}{p} \quad [11]$$

et 
$$d\varepsilon_s^e = -\frac{\kappa_s}{v} \frac{ds}{(s + p_{atm})} = A_s ds \quad [12]$$

où  $p$  est la contrainte moyenne nette,  $\kappa$  et  $\kappa_s$  sont la pente de la droite volume spécifique/contrainte et la pente de la droite volume spécifique/succion dans le domaine élastique respectivement.

La déformation volumique élastique due à la variation de la température est exprimée comme suit :

$$d\varepsilon_T^e = \left[ \frac{\alpha_T}{v} dT + A_s \frac{\partial s_r}{\partial T} dT \right] = \left[ A_T + A_s \frac{\partial s_r}{\partial T} \right] dT \quad [13]$$

où  $s_r$  est la succion à la température de référence  $T_r$  et  $\alpha_T$  est le coefficient d'expansion thermique.

Les fonctions de charge proposées par (Alonso *et al.*, 1990) sont définies ci-dessous :

$$F_1(p, q, s, p_0^*) = q^2 - M^2 (p + p_s) (p_0 - p) = 0 \quad [14]$$

$$F_2(s, s_0) = s - s_0 = 0 \quad [15]$$

où  $M$  est la pente de la ligne d'état critique et  $p_s$  un paramètre représentant l'effet de la succion sur la cohésion du sol.

où  $p_0$  est la contrainte de préconsolidation à une succion donnée et est donnée comme suit :

$$\left( \frac{p_0}{p_c} \right) = \left( \frac{p_0^*}{p_c} \right)^{\left( \frac{\lambda(0) - \kappa}{\lambda(s) - \kappa} \right)} \quad [16]$$

$$\text{avec } \lambda(s) = \lambda(0)[(1-r)\exp(-\beta s) + r] \quad [17]$$

où  $p_0^*$  est la contrainte de préconsolidation,  $\lambda(0)$ ,  $\lambda(s)$ ,  $\beta$  et  $r$  sont les paramètres qui contrôlent la rigidité du sol,  $s_0$  est le paramètre d'écroûissage de la succion.

Alonso *et al.*, (1990) ont proposé de modifier l'expression de la loi d'écoulement associée par l'introduction d'un paramètre  $\alpha_q$  (Ohmaki, 1982) dans l'expression du potentiel plastique correspondant à la surface de charge LC. Pour pouvoir incorporer le modèle proposé dans l'analyse par éléments finis, il est proposé ici, les expressions suivantes définissant les potentiels plastiques (Thomas et He., 1998) :

$$Q_1 = \alpha_q q^2 - M^2(p + p_s)(p_0 - p) \quad [18]$$

$$Q_2 = s - s_0 \quad [19]$$

où  $Q_1$  correspond à la surface de charge LC et  $Q_2$  correspond à la surface de charge SI.

Les principales hypothèses de la loi d'écoulement suggèrent que la déformation plastique est proportionnelle au gradient de contraintes du potentiel plastique. En appliquant la déformation plastique incrémentale, on reçoit l'expression suivante :

$$d\varepsilon^p = \chi_1 \frac{dQ_1}{dp} + \chi_2 \frac{dQ_2}{ds} \quad [20]$$

où  $\chi_1$  et  $\chi_2$  sont les paramètres de fluidité qui sont déterminés à partir des conditions de consistance (Alonso *et al.*, 1990).

Il faut noter ici que l'incrément de la déformation plastique peut être divisé en deux composantes volumique et déviatorique associé à la surface de charge  $F_1$ .

La direction de l'incrément de déformation plastique pour la déformation latérale nulle, lorsque l'état de contrainte satisfait les conditions  $K_0$ , peut être exprimée comme :

$$\frac{d\varepsilon_q^p}{d\varepsilon_{vp}^p} = \frac{2}{3} \left( \frac{1}{1 - \frac{\kappa}{\lambda(0)}} \right) \quad [21]$$

Pour des raisons de simplicité  $d\varepsilon_q^e$  est supposée égale à zéro (Alonso *et al.*, 1990) et donne la relation suivante :

$$\left( \frac{q}{p + p_s} \right) = \frac{3(1 - K_0)}{1 + 2K_0} \quad [22]$$

En substituant l'équation (20) dans l'équation (21),  $\alpha_q$  est déterminé comme suit :

$$\alpha_q = \frac{M(M-9)(M-3)}{9(6-M)} \frac{1}{\left(1 - \frac{\kappa}{\lambda(0)}\right)} \quad [23]$$

Les deux lois d'écroûissage des surfaces de charge  $F_1$  et  $F_2$  considérées sont ceux exprimées dans (Alonso *et al.*, 1990).

Comme il a été noté ci-dessus, l'incrément de déformation plastique totale peut être exprimée comme la somme des incréments de déformation plastique du à la variation de la contrainte moyenne nette et la succion. En introduisant cela dans la relation contrainte-déformation donnée dans l'équation (10), on reçoit :

$$d\sigma^n = D(d\varepsilon - d\varepsilon_s^e - d\varepsilon_T^e - d\varepsilon_p^p - d\varepsilon_s^p) \quad [24]$$

En substituant les équations (12) et (13) dans l'équation (29), on a :

$$d\sigma^n = D\left(d\varepsilon - A_s ds - \left(A_T + A_s \frac{\partial s_r}{\partial T}\right) dT - d\varepsilon_p^p - d\varepsilon_s^p\right) \quad [25]$$

Les relations développées ci-dessus sont incorporées dans le modèle numérique pour obtenir une solution qui vérifie l'équation d'équilibre des contraintes suivante :

$$\frac{\partial(\sigma_{ij} - \delta_{ij} u_a)}{\partial x_j} + \frac{\partial u_a}{\partial x_i} + b_i = 0 \quad [26]$$

où  $\delta$  est le symbole de Kronecker et  $b_i$  est la force de volume.

L'équation d'équilibre des contraintes (26) peut être réécrite en utilisant l'équation (24) comme suit :

$$B \left[ D \left( B^T d\mathbf{u} + A_s du_w - \left( A_T + A_s \frac{\partial s_r}{\partial T} \right) dT - A_s du_a - d\varepsilon_p^p - d\varepsilon_s^p \right) \right] - B^T m du_a + db = 0 \quad [27]$$

avec  $B$  la matrice de déformation exprimée pour une analyse en état plan de contrainte ou en état plan de déformation et  $\mathbf{u}$  le vecteur déplacement.

### 3. Formulation numérique

L'approche numérique est basée sur la méthode des éléments finis pour la discrétisation spatiale des équations et la méthode des différences finies pour la discrétisation temporelle.

Dans cette étude la méthode des résidus pondérés de Galerkin est employée. Des éléments isoparamétriques bidimensionnels à huit nœuds sont utilisés. Ici, un algorithme élasto-viscoplastique est développé.

En suivant l'algorithme présenté par (Owen *et al.*,1980), la loi d'écoulement viscoplastique peut être définie comme suit :

$$\dot{\varepsilon}^{vp} = t_1 \langle \varphi(F_1) \rangle \frac{\partial Q_1}{\partial p} + t_2 \langle \varphi(F_2) \rangle \frac{\partial Q_2}{\partial s} \quad [28]$$

où  $\dot{\varepsilon}^{vp}$  est le taux de déformation visco-plastique,  $t_1$  et  $t_2$  sont des paramètres de fluidité qui contrôle le taux d'écoulement plastique,  $Q_1$  et  $Q_2$  sont les potentiels plastiques,  $\varphi$  est une fonction positive croissante et  $\langle \cdot \rangle$  est un opérateur défini comme suit:

$$\begin{aligned} \langle \varphi(F) \rangle &= \varphi(F) && \text{pour } F > 0 \\ \langle \varphi(F) \rangle &= 0 && \text{pour } F \leq 0 \end{aligned}$$

L'incrément de déformation plastique peut être exprimé comme (Owen *et al.*, 1980) :

$$d\varepsilon_{n+1}^{vp} = \Delta t_n \left[ (1 - \theta) \dot{\varepsilon}_n^{vp} + \theta \dot{\varepsilon}_{n+1}^{vp} \right] \quad [29]$$

où  $n$  représente le niveau du pas de temps. L'incrément de temps  $\Delta t_n = t_{n+1} - t_n$  et  $\theta$  est une constante d'intégration,  $\theta = 0, 0.5$  et  $1$  pour les schémas explicite, Crank Nicholson et implicite respectivement. Le second membre de l'équation (29) peut être modifié en utilisant le développement en séries de Taylor, ce qui donne après réarrangement :

$$d\varepsilon_{n+1}^{vp} = \dot{\varepsilon}_{n+1}^{vp} \Delta t_n = \Delta t_n \left[ \dot{\varepsilon}_n^{vp} + \theta \left( \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{vp}}{\partial p_n} dp_n + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{vp}}{\partial s_n} ds_n \right) \right] \quad [30]$$

La relation contrainte-déformation définie par l'équation (24) peut être réécrite avec la substitution de l'équation (30) comme suit :

$$d\sigma_{n+1}^n = D \left[ d\varepsilon_{n+1} - d\varepsilon_s^e - d\varepsilon_T^e - \dot{\varepsilon}_n^{vp} \Delta t_n - \theta \Delta t_n \left( \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{vp}}{\partial p_n} dp_n + \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{vp}}{\partial s_n} ds_n \right) \right] \quad [31]$$



En réarrangeant l'équation (31) et avec des substitutions appropriées, on reçoit :

$$d\sigma''_{n+1} = \tilde{D} \begin{bmatrix} d\varepsilon_{n+1} + \left( A_s + \theta\Delta t_n \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{vp}}{\partial s_n} m \right) du_{w_{n+1}} \\ - \left( A_T + A_s \frac{\partial s_r}{\partial T} \right) dT_{n+1} - \left( A_s + \theta\Delta t_n \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{vp}}{\partial s_n} m \right) du_{a_{n+1}} - \dot{\varepsilon}_n^{vp} \Delta t_n \end{bmatrix} \quad [32]$$

$$\text{où} \quad \tilde{D} = D \left[ I + \theta\Delta t_n \left( \frac{\partial \dot{\varepsilon}^{vp}}{\partial p_n} \right) D \right]^{-1} \quad [33]$$

avec  $I$  la matrice unité.

Toutes les relations ci-dessus ont été incorporées dans l'équation d'équilibre (27) pour l'obtention de l'équation régissant le comportement à la déformation basé sur l'approche élastoplastique pour un sol à gonflement modéré.

Le système de quatre équations (1), (2), (7) et (27) peut être discrétisé spatialement et mis sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ww} & \mathbf{K}_{wT} & \mathbf{K}_{wa} & - \\ \mathbf{K}_{Tw} & \mathbf{K}_{TT} & \mathbf{K}_{Ta} & - \\ \mathbf{K}_{aw} & - & \mathbf{K}_{aa} & - \\ - & - & - & - \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{ws} \\ \mathbf{T}_s \\ \mathbf{u}_{as} \\ \mathbf{u}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ww} & \mathbf{C}_{wT} & \mathbf{C}_{wa} & \mathbf{C}_{wu} \\ \mathbf{C}_{Tw} & \mathbf{C}_{TT} & \mathbf{C}_{Ta} & \mathbf{C}_{Tu} \\ \mathbf{C}_{aw} & \mathbf{C}_{aT} & \mathbf{C}_{aa} & \mathbf{C}_{au} \\ \mathbf{C}_{uw} & \mathbf{C}_{uT} & \mathbf{C}_{ua} & \mathbf{C}_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_{ws} \\ \dot{\mathbf{T}}_s \\ \dot{\mathbf{u}}_{as} \\ \dot{\mathbf{u}}_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{f}_w \\ \mathbf{f}_T \\ \mathbf{f}_a \\ \mathbf{f}_u \end{bmatrix} = 0 \quad [34]$$

avec  $\mathbf{K}_{ij}$  et  $\mathbf{C}_{ij}$  les matrices correspondantes des équations, ( $i, j = w, a, u, \mathbf{u}$ )

Le système (34) peut être réécrit sous forme plus compacte comme suit :

$$[\mathbf{K}]\{\phi\} + [\mathbf{C}]\left\{\frac{\partial \phi}{\partial t}\right\} + \{f\} = \{0\} \quad [35]$$

où  $\{\phi\}$  est le vecteur des variables principales à savoir : pression interstitielle de l'eau, la température, la pression interstitielle de l'air et le déplacement.

Pour résoudre l'équation [35], une forme générale du schéma aux différences implicites à mi-intervalle est utilisée pour la discrétisation des équations par rapport au temps. L'équation (35) sera donc réécrite comme suit:

$$K(\varphi^n) [1 - \theta] \{\varphi^{n+1}\} + \theta \{\varphi^n\} + C(\varphi^n) \left[ \frac{\{\varphi^{n+1}\} - \{\varphi^n\}}{\Delta t} \right] + f(\varphi^n) = \{0\} \quad [36]$$

$(\varphi^n)$  est le niveau de temps à partir duquel les matrices  $K$ ,  $C$  et  $f$  sont évaluées et est exprimé comme suit :

$$\{\varphi^n\} = \omega \{\varphi^{n+1}\} + (1 - \omega) \{\varphi^n\} \quad [37]$$

où  $\omega$  est un facteur d'intégration, qui définit l'intervalle de temps requis ( $\omega \in [0,1]$ ) et  $\theta = 0, 0.5, 1$  pour les schémas explicite, central et implicite respectivement.

Pour le schéma aux différences implicite à mi-intervalle,  $\omega = 0.5$  et  $\theta = 0$ . L'équation (36) devient donc :

$$K \left( \frac{\{\varphi^{n+1}\} + \{\varphi^n\}}{2} \right) \{\varphi^{n+1}\} + C \left( \frac{\{\varphi^{n+1}\} + \{\varphi^n\}}{2} \right) \left( \frac{\{\varphi^{n+1}\} - \{\varphi^n\}}{\Delta t} \right) + f \left( \frac{\{\varphi^{n+1}\} + \{\varphi^n\}}{2} \right) = \{0\} \quad [38]$$

L'équation (38) peut être réécrite sous une autre forme comme suit:

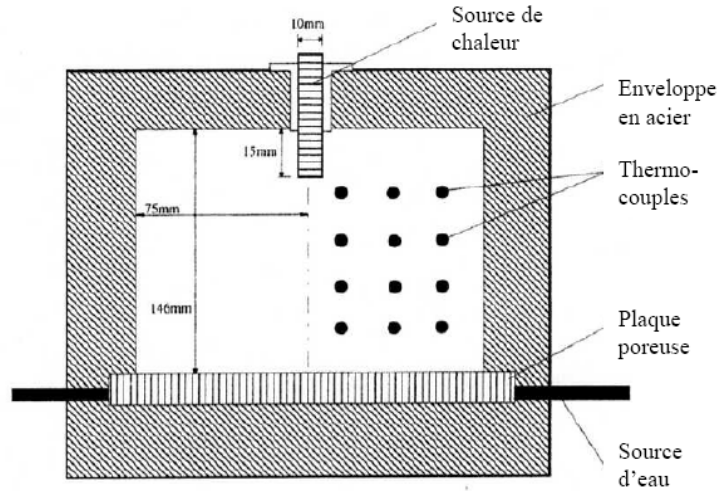
$$K^{n+0.5} \{\varphi^{n+1}\} + C^{n+0.5} \left( \frac{\{\varphi^{n+1}\} - \{\varphi^n\}}{\Delta t} \right) + f^{n+0.5} = \{0\} \quad [39]$$

La solution du vecteur  $\{\varphi^{n+1}\}$  peut être obtenue si les matrices  $K$ ,  $C$  and  $f$  à l'intervalle de temps  $n + 0.5$  sont déterminées. Pour ce faire, la méthode itérative de prédiction/correction est employée.

#### 4. Propriétés du matériau utilisé dans la simulation numérique

Cette simulation a pour but d'analyser l'aptitude du modèle élastoplastique pour les sols à gonflement modéré pour représenter une expérimentation de chauffage. L'expérience considérée a été réalisée par Centro de Investigaciones Energeticas, Medioambientales y Tecnológicas (CIEMAT), Espagne.

L'expérience consiste à un chauffage d'un échantillon de l'argile de Boom complètement scellée par une tige chauffée placée dans la partie haute à l'intérieur du sol. Durant l'expérimentation, la température est contrôlée par une série de thermocouples placés dans l'échantillon Figure 1. A la fin de l'expérience, des échantillons sont prélevés du sol pour la détermination de la teneur en eau et l'indice des vides.



**Figure 1.** Cellule thermo-hydraulique avec une source de chaleur ponctuelle

L'argile de Boom utilisée dans l'expérience est préparée à partir d'une poudre avec une teneur en eau initiale de 14.8%. L'argile était ensuite placée dans la cellule et compactée de façon uni-axiale par une charge statique de 2.6 MPa. Un bain thermostatique a été utilisé pour maintenir la température ambiante (interface cellule-sol) constante égale à 26°C. La température de la tige chauffante a été élevée jusqu'à 100°C et a été maintenue à cette valeur pour le reste de l'expérimentation. Les paramètres élastoplastiques utilisés dans cette simulation sont rassemblés dans le tableau 1.

La position initiale des surfaces de charge LC et SI doivent aussi être définie. Les paramètres du matériau définis plus haut peuvent être utilisés pour calculer la contrainte de préconsolidation saturée équivalente de 0.705 MPa. Ce qui donne les paramètres d'écroissage initiales de :  $p_0^* = 0.705 \text{ MPa}$  et  $s_0 = 6.75 \text{ MPa}$ .

Dans cette simulation, la valeur du coefficient dilatation thermique  $\alpha_T$  est prise égale à  $1.0 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Les paramètres thermo-fluide du matériau utilisés dans cette simulation sont ceux utilisés dans (Thomas et Sansom, 1995).

Type	Paramètres	Valeurs et Fonctions
Les paramètres de compressibilité pour la variation de la	$\lambda(0)$	0.26
	$r$	0.6564
	$\beta$	$54.4 \text{ MPa}^{-1}$
	$\kappa$	0.00265
	$p_c$	0.06 MPa

contrainte moyenne nette	$p_0^*$	0.705 MPa
Les paramètres pour la variation de la succion	$\lambda_s$	0.08
	$\kappa_s$	0.008
	$s_0$	6.75 MPa
Les paramètres de la résistance au cisaillement	$v_i$	0.333
	$M$	1.0
	$k$	$7.32 \times 10^{-3}$
Degré de Saturation eau	$S_w$	$1 - 0.872 \left( 1 - e^{-1.147 \times 10^{-7} X (u_a - u_w)} \right)$
Conductivité Hydraulique	$K_w$	$\frac{1.3 \times 10^{-12}}{1 + 1.35 \times 10^{-10} (u_a - u_w)^{1.692}}$
Conductivité à l'air	$K_a$	$1.31 \times 10^{-19} \frac{\gamma_a}{\mu_a} [e(1 - S_r)]^{2.47}$
Conductivité thermique	$\lambda_T$	$1.4 S_w + 0.19(1 - S_w)$

**Tableau 1.** Les paramètres élastoplastiques du matériau utilisés dans la simulation

## 5. Les résultats expérimentaux

La figure 3 montre les mesures expérimentales de l'indice des vides de l'échantillon en valeurs discrètes sur les positions des tranches découpées de l'échantillon de sol. La mesure dans la région autour de la tige chauffante a donné une diminution de l'indice des vides moyen initial de 0.754 à 0.635. Les résultats donnés sur la demi partie inférieure montre une augmentation de l'indice des vides moyen de 0.754 à 0.859 à la base de l'échantillon.

## 6. La simulation numérique

Le modèle numérique développé pour le transfert couplé d'humidité, d'air et de chaleur pour un sol élasto-plastique à gonflement modéré est utilisé pour cette simulation. La géométrie et les conditions aux limites pour l'expérimentation de chauffage décrites plus haut permettent l'utilisation de la formulation axisymétrique. Le domaine considéré est donc réduit à un plan avec les dimensions de 75 mm horizontalement et de 146 mm verticalement.

Le maillage adopté pour la discrétisation du domaine est effectué à l'aide d'éléments isoparamétriques à huit nœuds. Un pas de temps variable a été utilisé,

commençant par une valeur initiale de 5 secondes et terminant par une valeur finale de 5 heures.

L'échantillon est supposé avoir des conditions initiales uniformes. La température initiale est prise égale à celle du bain thermostatique. La succion initiale peut être déterminée à partir de la teneur en eau initiale et qui a pour valeur 6.75 MPa et la valeur de la densité des grains solides du sol est 2.72 et la masse volumique sèche est  $1.55 \text{ Kg/m}^3$ , (Villar, 1995). La pression interstitielle de l'air initiale est supposée égale à la pression atmosphérique, ce qui donne une pression interstitielle de l'eau initiale égale à -6.65 MPa. L'indice des vides initial est pris égal à 0.754.

La déformation initiale de l'échantillon a été supposée nulle. L'expérience a été conçue pour être scellée hermétiquement. Pour simuler le chauffage de l'échantillon, un élément spécial est utilisé pour représenter la tige chauffante en laiton. La formulation théorique de cet élément spécial est obtenue en éliminant les termes de couplage dans le système (34) et en réduisant les termes  $C_{TT}$  et  $K_{TT}$  pour prendre en compte la conduction thermique.

Les conditions de température aux limites sont les suivantes :

$$\begin{aligned} T|_{x=0cm} &= 373.2K & 13.1 \leq z \leq 14.6cm & t \geq 0 \\ T|_{x=7.5cm} &= 299.2K & 0 \leq z \leq 14.6cm & t \geq 0 \\ T|_{z=14.6cm} &= 299.2K & 0.5 \leq x \leq 7.5cm & t \geq 0 \\ T|_{z=0cm} &= 299.2K & 0 \leq x \leq 7.5cm & t \geq 0 \end{aligned}$$

La cellule est supposée rigide, ce qui permet de considérer l'expérience en tant que problème confiné.

## 7. Comparaison entre les résultats expérimentaux et de la simulation

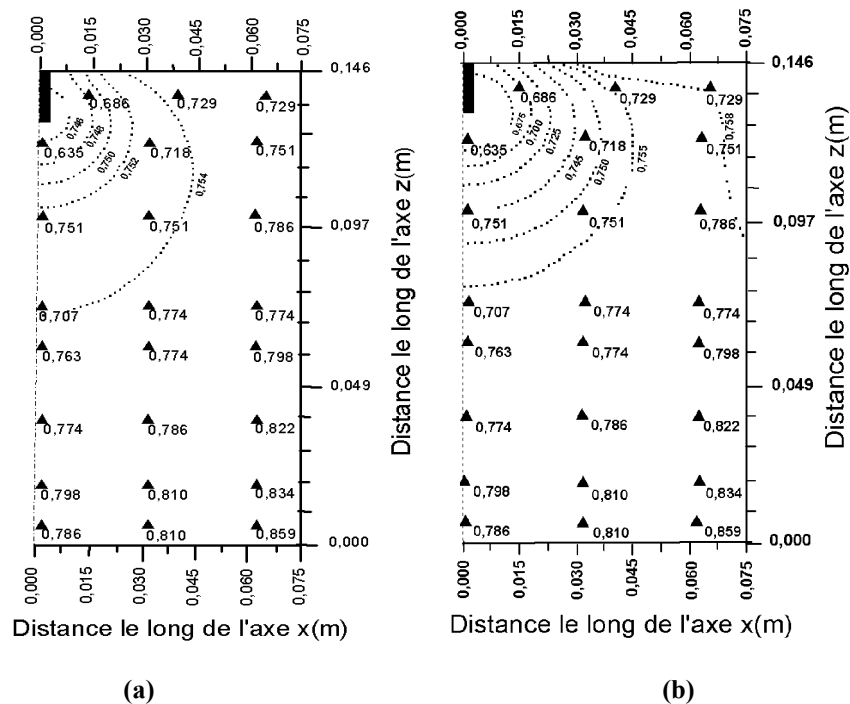
Les résultats de la simulation du comportement de l'échantillon à la déformation sont présentés graphiquement par des contours dans les figures 2a et 2b. Les résultats expérimentaux ont été représentés sur ces figures par des points discrets pour réaliser la comparaison.

Deux simulations numériques ont donc été réalisées : 1) avec le modèle non linéaire élastique (Missoum, 2001) en utilisant l'équation de la surface d'état suivante en terme de l'indice des vides  $e$ , donnée par Volckaert et al. (1996) pour l'argile de Boom :

$$e = 0.77 - 2,985 \times 10^{-9} \cdot \sigma'' - 2.304 \times 10^{-9} \cdot s + 1,592 \times 10^{-16} \sigma'' \cdot s$$

et 2) avec le modèle élastoplastique à gonflement modéré ici proposé. Les résultats de déformation ont été présentés en terme de l'indice des vides dans les figures 2a et 2b pour les simulations élastique et élastoplastique respectivement.

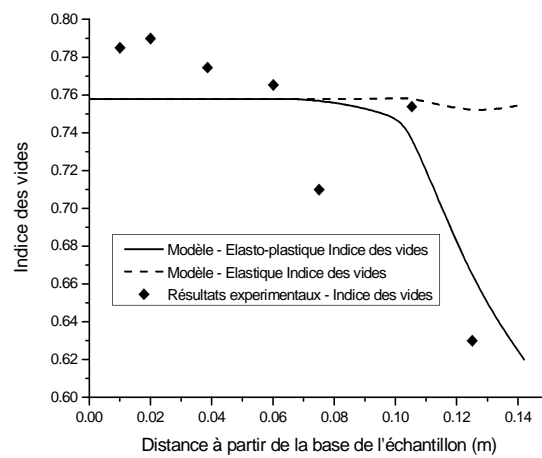
En général, on peut observer que les deux simulations produisent un retrait autour de la tige chauffante. Cependant, la valeur de changement de volume est assez différente dans chaque cas. En étudiant en premier lieu la simulation élastique, le retrait maximal se produit dans la région directement adjacente à la tige chauffante avec le développement d'un indice des vides minimum de 0.746. La surface du retrait s'étend approximativement jusqu'à la moitié de l'échantillon. Le changement de volume dans cette région peut être expliqué par deux mécanismes : 1) la dilatation thermique et 2) le séchage retrait. Le retrait du sol indique que l'effet du séchage est dominant par rapport à l'effet de la dilatation thermique avec un maximum de retrait sur les régions les plus sèches. Aucun changement de volume significatif n'a été observé dans la moitié inférieure de l'échantillon. Les résultats élastoplastiques présentent des contours similaires à ceux produits dans la simulation élastique. Le retrait maximal se produit aussi dans la région directement adjacente à la tige chauffante avec la prédiction d'un indice des vides minimum de 0.619. La raison de l'augmentation significative de la valeur du retrait est le développement des déformations plastiques.



**Figure 2.** Prédiction du modèle des contours de l'indice des vides par (a) l'analyse élastique et (b) l'analyse élastoplastique et les mesures expérimentales aux points considérés

La figure 3 montre la distribution de l'indice des vides le long de l'axe de symétrie longitudinal de l'échantillon pour les deux simulations par rapport aux résultats expérimentaux en points discrets.

La comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux montre que dans la moitié supérieure de l'échantillon la simulation élastique prédit correctement l'évolution du changement de volume mais sous-estime fortement la valeur du retrait. La simulation élastoplastique produit une meilleure prédiction du retrait dans la moitié supérieure de l'échantillon.



**Figure 3.** Distribution de l'indice des vides le long de l'axe de symétrie longitudinal

Dans la moitié inférieure, les deux simulations prédisent un niveau très bas de gonflement. Cependant, les résultats expérimentaux indiquent qu'il s'est produit une large augmentation de la valeur de l'indice des vides initial. A première vue, il semble que le modèle ne peut pas représenter le mécanisme dans la moitié inférieure de l'échantillon. Cependant, la méthode de compactage peut être considérée comme la cause la plus raisonnable pour cette différence. L'utilisation de la simple charge uni-axiale pour le compactage de l'échantillon peut résulter à un sol de poids volumique sec très variée. Cette variation peut produire un sol lâche à la base de l'échantillon puisque l'effet du compactage est moins ressenti dans cette région. Cette conclusion a été avancée par (Villar, 1995).

## 8. Conclusion

Le but de ce travail était d'étudier l'aptitude du modèle du sol élastoplastique à gonflement modéré à représenter le comportement du sol observé expérimentalement. Une comparaison entre la simulation élastique et la simulation élastoplastique a montré que toutes les deux présentent une correcte tendance de la déformation, cependant la simulation élastique sous-estime fortement la déformation. Par contre la simulation élastoplastique a présenté une meilleure corrélation avec les résultats expérimentaux.

En général, il est considéré que les résultats obtenus dans cette simulation sont très encourageants et donnent une certaine confiance sur la capacité du modèle à représenter les processus physiques observés à l'intérieur de l'échantillon de sol.

## 9. Remerciements

Le travail présenté a été réalisé dans le cadre du projet de recherche CNEPRU (Comité National d'évaluation et de Programmation de la Recherche Universitaire), MESRS, Code :J0402220070017. Nous tenons à remercier tout particulièrement Professeur H. R. Thomas de l'université de Cardiff, UK pour sa collaboration et ses précieux conseils.

## 9. Bibliographie

- Alonso E. E., Gns A., Josa A., « A constitutive model for partially saturated soils »  
Geotechnique, 40, 1990, p. 405-430
- Ewen, J., Thomas, H.R. (1989) "Heating unsaturated medium sand" Geotechnique 39(3),  
1989, p. 455-470
- Ghasemzadeh H., Couplage dans les géomatériaux multiphasiques effet de la température et  
de la chimie, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées (CERMES), 2006
- Le T.T., Comportement thermo-hydro-mécanique de l'argile de Boom, Thèse de Docteur de  
l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, CERMES, 2008
- Missoum H., Modélisation et Simulation du Transfert Couplé d'Humidité, d'Air et de Chaleur  
dans un Sol Déformable Partiellement Saturé, Thèse de Doctorat d'Etat, U.S.T.Oran,  
Algérie, 2001
- Mrad M., Modélisation du comportement hydromécanique des sols gonflants non saturés,  
Thèse de Docteur de l'Ecole National Polytechnique de Lorraine, 2005
- Ohmaki S., "stress-strain behavior of anisotropically consolidated cohesive soil", *Proc 1<sup>st</sup> Int.  
Symp.Num. Mod. Geomech.*, Zurich, 1982, p. 250-269
- ONDRAF/NIRAS,. *Aperçu technique du rapport SAFIR 2. Safety Assessment and Feasibility  
Interim Report 2.* Publication NIROND 20001-05 F, 2001 ; p. 280



- Thomas H.R., He Y., "A coupled heat-moisture and air transfer theory for deformable unsaturated soil and its algorithmic implementation" *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 40, 1997, p. 3421-3441
- Thomas H.R., He, Y., "Computational modeling the behaviour of unsaturated soil using elasto-plastic approach", *Geotechnique*, 48(5), 1998, p. 589-603
- Thomas H. R., Missoum H., "Three-dimensional coupled heat, moisture and air transfer in a deformable unsaturated soil", *Int. J. Numer. Meth. Engng.*, 44, 1998, p. 919-943
- Thomas H.R., Sanson M.R., "Fully coupled analysis of heat, moisture and air transfer in unsaturated soil", *J. Eng. Mech. Div. ASCE.*, 121(3), 1995, p. 392-405
- Villar M., Personal communication, 1995
- Volckaert G., Imbert C., Thomas H. R. et Alonso E. E. "Modelling and testing of the hydration of clay backfilling and sealing materials" *End of contract report on CEC contract No F12W-CT90-0033*, 1996