
Etude du comportement viscoélastoplastique de profils de sol

Azzedine CHEHAT¹, Zamila Harichane^{1*}, Hamid AFRA²

¹ Laboratoire de Géomatériaux, Université de Chlef, Algérie, BP 151, 02000, a_chehat@yahoo.fr

² Centre National d'Etudes et Recherches Intégrées du Bâtiment, Alger, afra_hamid@yahoo.com

*z_harichane@yahoo.fr

RÉSUMÉ. Dans le but de tenir compte du comportement non linéaire des sols, le modèle viscoélastoplastique est utilisé. La présente étude consiste d'abord en une modélisation rhéologique du matériau sol, supposé en conditions totalement non drainées. Puis une discrétisation en espace est faite en éléments finis unidimensionnels linéaires à deux nœuds. L'amortissement est pris en compte par la matrice d'amortissement de Rayleigh. La réponse sismique sous forme d'accélération relatives à la surface libre de chaque profil de sol des deux sites étudiés, de Garner Valley (USA) et Dar Elbeida (Algérie), est obtenue, suite à une excitation appliquée à la base rigide de chaque profil. Le comportement du profil de sol de chacun des deux sites est influencé par la forme de la matrice d'amortissement ainsi que du niveau de sollicitation.

ABSTRACT. In the goal to take into account of the non linear behavior of soils, a viscoelastoplastic model is used. The present study consists, firstly, in a rheological modeling of the soil material, assumed in completely non drained conditions. Then, a space representation is done by using linear one-dimensional finite elements with two nodes. Damping is taken into account by the Rayleigh's damping matrix. The seismic response in terms of relative accelerations at the free surface of each soil profile of the two studied sites, Garner Valley's site (USA) and Dar Elbeida's site (Algeria), to excitation applied at rigid base rock of each profile is obtained. The behavior of soil profile of each one of the two sites is influenced by the form of the damping matrix and the solicitation level.

MOTS-CLÉS : Modèle viscoélastoplastique, dépôt de sol, excitation sismique, accélération, amortissement de Rayleigh.

KEY WORDS: Viscoelastoplastic model, soil deposit, seismic excitation, acceleration, Rayleigh's damping.

1. Introduction

Avant d'atteindre les structures, les ondes sismiques se propagent de la source du séisme vers la surface en traversant les couches géologiques. Le mouvement engendré à la surface est très complexe, en particulier si on doit tenir compte du comportement réel du sol étudié et de la dissipation d'énergie sismique lors de son trajet. Avec l'apparition de l'outil informatique, la résolution numérique s'est avérée comme un moyen incontournable pour les analyses post-sismiques. Elle constitue également un outil intéressant de simulation en vue de la prédiction de la réponse de dépôts de sol ou d'ouvrages en terre à des mouvements sismiques futurs. Le premier modèle proposé par les chercheurs pour tenir compte des non linéarités des sols est le modèle viscoélastique linéaire équivalent proposé par Seed et Idriss au début des années 70 qui a été largement utilisée pour sa simplicité. Cette méthode présente toutefois des limitations importantes surtout lorsque le sol se caractérise par de fortes non linéarités. De ce fait, le recours aux méthodes non linéaires devient alors nécessaire. Plusieurs modèles sont depuis utilisés (Abdel-Ghaffar et Koh, 1982 ; Elgamal et al., 1985 ; Gazetas, 1982 ; Gazetas et al., 1982 ; Dakoulas et Gazetas, 1985 ; Elgamal, 1991 ; Abouseeda et Dakoulas, 1996 ; Singh et al., 2005 ; Louadj et al., 2009). Dans le but de tenir compte du comportement non linéaire du sol, la présente étude consiste d'abord en une modélisation rhéologique du matériau sol. Puis, afin d'étudier le comportement de ce dernier, vis-à-vis d'une sollicitation sismique, dans un dépôt de sol ou dans un ouvrage en terre tel qu'un barrage en terre, une modélisation géométrique adéquate en éléments finis est effectuée. Afin de mener à terme cette étude, des hypothèses simplificatrices justifiées par la nature du problème traité sont adoptées. Ainsi, le terrain est modélisé par un domaine infini latéralement et reposant sur un substratum rocheux parallèle à la surface du sol. Nous supposons que le sol est en conditions totalement non drainées. Cette hypothèse est justifiée dans le cas des chargements rapides tels que les sollicitations sismiques, où l'eau interstitielle n'a pas le temps de se drainer. La simplicité de la géométrie permet d'établir aisément les équations du mouvement. La formulation est menée selon le critère de Von Mises en tenant compte de l'amortissement au moyen du modèle de Rayleigh. L'hypothèse des petites déformations est adoptée.

2. Equations de base

2.1. Equations d'équilibre et du mouvement

Les forces agissant sur un élément du profil de sol (Figure 1) sont: la force d'inertie, la force de cisaillement et la force sismique et sont données, respectivement, par les équations [1-3]:

Amplification des ondes sismiques dans un dépôt de sol inhomogène.

$$F_i = \rho_i dy dx \frac{\partial^2 u(y, t)}{\partial t^2} \quad [1]$$

$$T_{xy} = \tau_{xy}(u, y, t) dy dx \quad [2]$$

$$F_{\ddot{u}_g} = \rho_i dy dx \ddot{u}_g \quad [3]$$

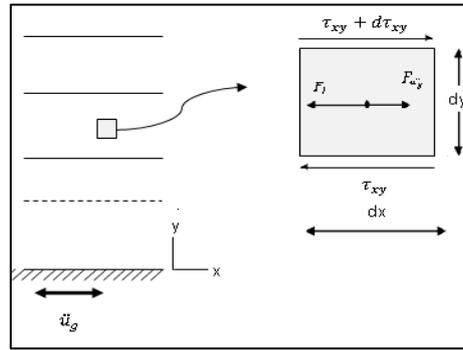


Figure 1. Forces agissant sur un élément du profil de sol.

L'équilibre de l'élément (Figure 1) permet d'obtenir l'équation de mouvement suivante:

$$\rho_i \frac{\partial^2 u(y, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y} (\tau_{xy}(u, y, t)) - \rho_i \ddot{u}_g \quad [4]$$

2.3. Fréquences propres

Pour une modélisation unidimensionnelle, la relation de la contrainte de cisaillement est donnée par l'équation [5]:

$$\tau_{xy}(u, y, t) = G(y) \frac{\partial u(y, t)}{\partial y} \quad [5]$$

La relation [4] devient pour le cas de vibrations libres:

$$\rho_i \frac{\partial^2 u(y, t)}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y} \left(G(y) \frac{\partial u(y, t)}{\partial y} \right) \quad [6]$$

Sous l'hypothèse des petites déformations, la variation du module de cisaillement avec la profondeur pour les profils de sol et les barrages en terre est donnée par la relation [7] (Abdel-Ghaffar et Koh, 1982 ; Elgamal et al., 1985 ; Gazetas, 1982 ; Gazetas et al., 1982 ; Dakoulas et Gazetas, 1985 ; Pecker, 1995) :

$$G(y) = G_b \left(\frac{y}{h} \right)^B ; \quad \left(B = 0, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{5}, 1 \right) \quad [7]$$

Dans cette expression, G_b désigne le module de cisaillement à la base du profil de sol qui est lié à la vitesse de propagation des ondes de cisaillement verticales par la relation $V_b = \sqrt{G_b / \rho_b}$ où ρ_b est la masse volumique. L'équation [7] devient alors

$$\rho_i \frac{\partial^2 u(y, t)}{\partial t^2} = G_b \frac{\partial}{\partial y} \left(\left(\frac{y}{h} \right)^B \frac{\partial u(y, t)}{\partial y} \right) \quad [8]$$

La solution de l'équation [8] est de la forme $u(y, t) = \phi(y) e^{i\omega t}$. Après introduction des conditions aux limites

$$\left. \begin{array}{l} u(0, t) = 0 \\ G(y) \frac{\partial}{\partial x} u(y, t) \Big|_{y=h} = 0 \end{array} \right\} \quad [9]$$

l'équation [8] devient

$$y^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + B y \frac{\partial \phi}{\partial y} + \frac{\rho_i \omega^2 h^B}{G_b} y^{2-B} \phi = 0 \quad [10]$$

L'équation [10] se ramène par l'introduction d'une nouvelle variable et une nouvelle fonction v à l'aide des formules (Krasnov et al, 1978):

$$\phi = \left(\frac{t}{\theta} \right)^{-\alpha/\beta} v ; \quad y = \left(\frac{t}{\theta} \right)^{1/\beta} \quad [11]$$

à l'équation de *Bessel* :

$$t^2 \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + t \frac{\partial v}{\partial t} + (t^2 - p^2) v = 0 \quad [12]$$

avec

$$\alpha = \frac{B-1}{2}; \beta = \frac{2-B}{2}; \theta = \frac{2\sqrt{\frac{\rho_i \omega^2 h^B}{G_b}}}{2-B}; p = \frac{(1-B)}{(2-B)} \quad [13]$$

La solution générale de l'équation [12] est donnée par (Krasnov et al, 1978):

$$v = C_1 J_p(t) + C_2 J_{-p}(t) \quad [14]$$

C_1 et C_2 sont des constantes qui se déterminent à partir des condition aux limites. De l'équation [11] il sort que :

$$\emptyset = (y)^{-\alpha} v ; t = \frac{2}{(2-B)} \sqrt{\frac{\rho_i \omega^2 h^B}{G_b}} y^{\left(\frac{2-B}{2}\right)} \quad [15]$$

L'équation [14] devient :

$$\emptyset = (y)^{\frac{1-B}{2}} \left[C_1 J_{\frac{(1-B)}{(2-B)}} \left(\frac{2}{(2-B)} \sqrt{\frac{\rho_i \omega^2 h^B}{G_b}} y^{\left(\frac{2-B}{2}\right)} \right) + C_2 J_{-\frac{(1-B)}{(2-B)}} \left(\frac{2}{(2-B)} \sqrt{\frac{\rho_i \omega^2 h^B}{G_b}} y^{\left(\frac{2-B}{2}\right)} \right) \right] \quad [16]$$

Les fonctions $J_p(y)$ et $J_{-p}(y)$ sont les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre p et $-p$, respectivement (Krasnov et al, 1978). Pour une hauteur totale ($y=h$) du profil de sol, les fréquences naturelles s'obtiennent des racines de la fonction de

Bessel du premier ordre ($J_{\frac{(1-B)}{(2-B)}}(a_i) = 0$). D'après la relation [16] et en remplaçant y par h , ces racines sont:

$$a_i = \frac{2}{(2-B)} \sqrt{\frac{\rho_i \omega_i^2 h^B}{G_b}} y^{\left(\frac{2-B}{2}\right)} | (y = h) \quad [17]$$

où ω_i ($\omega_i = 2\pi f_i$) sont les pulsations propres. Pour la couche inférieure (substratum), les racines de la fonction de Bessel et les fréquences naturelles sont données par les équations [18] et [19], respectivement:

$$a_i = \frac{2}{(2-B)} \frac{\omega_i}{V_b} h \quad [18]$$

$$f_i = \frac{V_b(2-B)}{4\pi h} a_i \quad [19]$$

Dans le cas où le module de cisaillement est constant, la valeur de la fréquence fondamentale est exprimée par la relation (Cascone et al, 2003)

$$f_1 = \frac{V_s}{4h}.$$

3. Formulation viscoélastoplastique

Pour l'étude du comportement dynamique d'un profil de sol, le modèle viscoélastoplastique est utilisé. Dans le domaine de très petites déformations, le comportement du sol est raisonnablement élastique, les déformations subies par le sol sont réversibles. Avec l'hypothèse de géométrie unidimensionnelle et d'élasticité linéaire isotrope, le taux de déformation de cisaillement est relié au taux de contrainte de cisaillement par la relation suivante :

$$\dot{\tau} = G \dot{\gamma}^e \quad [20]$$

Lorsque la limite d'élasticité est atteinte, le sol présente des déformations irréversibles. Par hypothèse, le sol est supposé avoir un comportement élastoplastique, c'est-à-dire que la déformation totale se décompose en une partie élastique réversible et une partie plastique irréversible :

$$\dot{\gamma} = \dot{\gamma}^e + \dot{\gamma}^p \quad [21]$$

D'après l'équation [21], l'équation [20] devient :

$$\dot{\tau} = G(\dot{\gamma} - \dot{\gamma}^p) \quad [22]$$

La discrétisation en espace est faite en éléments finis unidimensionnels linéaires à deux nœuds. La colonne de hauteur totale h est discrétisée en N éléments. Chaque élément e_i est caractérisé par son épaisseur h_i , sa masse volumique ρ_i et son module de cisaillement G_i . Les masses sont supposées concentrées aux nœuds des éléments. L'approximation par éléments finis du problème consiste à résoudre pour un nœud i , commun aux éléments e_i et e_{i+1} l'équation:

$$\rho_i \frac{h_i}{2} \frac{\partial^2 u(y,t)}{\partial t^2} + \rho_{i+1} \frac{h_{i+1}}{2} \frac{\partial^2 u(y,t)}{\partial t^2} = \left(\rho_i \frac{h_i}{2} \ddot{u}_g + \tau_{yx}(e_i) + \rho_{i+1} \frac{h_{i+1}}{2} \ddot{u}_g - \tau_{yx}(e_{i+1}) \right) \quad [23]$$

où \ddot{u}_g est l'excitation appliquée à la base de la colonne de sol (Figure 1). Sous forme condensée, l'équation à résoudre pour chaque incrément de temps s'écrit:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{I\}\ddot{u}_g \quad [24]$$

La prise en compte de l'amortissement n'est pas une tâche évidente et il est très difficile de postuler comment la matrice d'amortissement $[C]$ est déterminée et avec qu'elle grandeurs mécaniques elle peut être mesurée. La procédure la plus répandue est de choisir la matrice d'amortissement comme une combinaison linéaire des matrices de masse $[M]$ et de rigidité $[K]$ selon le modèle de Rayleigh. Cette matrice a été utilisée dans plusieurs travaux (Muroso et al., 2001 ; Woodward et al., 1996 ; Hashash et al., 2001 ; Zienkiewicz et al., 1999). La matrice $[C]$ s'exprime donc par la relation:

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K] \quad [25]$$

Les constantes α et β peuvent prendre différentes expressions. Selon Muroso et al. (2001), Woodward et al. (1996) et Hashash et al. (2001), des expressions de α et β introduites dans l'équation [25] permettent d'écrire la matrice d'amortissement sous les formes [26], [27] et [28], respectivement.

$$[C] = \omega_1 \xi [M] + \frac{\xi}{\omega_1} [K] \quad [26]$$

$$[C] = 2\omega_1 \omega_2 \xi \left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \right] [M] + 2\xi \left[\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1^2 - \omega_2^2} \right] [K]. \quad [27]$$

$$[C] = \frac{2\xi}{\omega} [K] \quad [28]$$

où ξ est le coefficient d'amortissement pour chaque couche du profil de sol. Pour chaque couche i , la rigidité élémentaire correspondante a pour expression:

$$[K]_i = \begin{bmatrix} \frac{G_i}{h_i} & -\frac{G_i}{h_i} \\ -\frac{G_i}{h_i} & \frac{G_i}{h_i} \end{bmatrix} \quad [29]$$

En tenant compte de l'amortissement, l'équation [24] devient:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[M]\{I\}\ddot{u}_g \quad [30]$$

L'équation [30] est résolue en utilisant la méthode itérative de *Newton*.

4. Résultats numériques

Nous déterminons dans cette application la réponse sismique en termes d'accélération relatives en surface libre d'un profil de sol. Nous avons choisi un site au niveau duquel les sollicitations sismiques sont faibles et un deuxième où les sollicitations sont élevées. Le premier site est celui de Garner Valley (Pecker, 1995 ; Harichane et al., 2005) situé à environ à 7km à l'est de San Jacinto et le deuxième est celui de Dar Elbeida dans la capital Alger. Les caractéristiques géotechniques des deux sites sont données par Bonilla et al, (2002) et Bahar (2006), respectivement. La réponse est obtenue en intégrant le modèle *viscoélastoplastique*, suite à une excitation appliquée à la base rigide du profil de sol.

D'après la relation [19] qui donne les fréquences naturelles du profil de sol pour $p = \frac{(1-B)}{(2-B)}$, on obtient $p = \frac{1}{3}$ pour $B=0,5$, d'où les fréquences naturelles du profil de

sol sont $f_1 = 3.44\text{Hz}$ et $f_2 = 9.20\text{Hz}$. Les fréquences naturelles obtenues du rapport spectral des enregistrements sont $f_1 = 3.25\text{Hz}$ et $f_2 = 8.4\text{Hz}$ et qui sont en accord avec celles estimées, pour le site de Garner Valley. Celles au niveau du site de Dar Elbeida sont $f_1 = 10.96\text{ Hz}$ et $f_2 = 29.29\text{Hz}$. Les réponses sismiques viscoélastoplastiques à la surface libre de chaque profil de sol sont représentées dans les figures 2 et 3 pour différentes formes de la matrice d'amortissement.

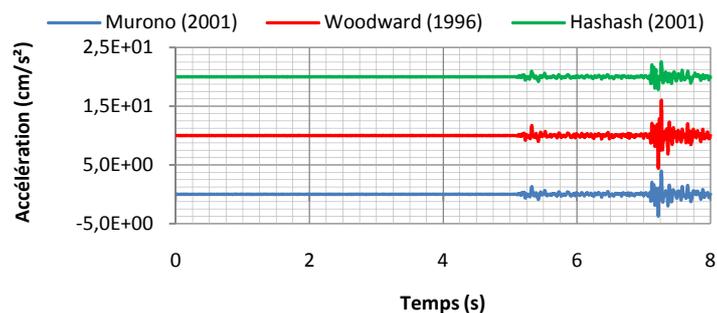


Figure 2. Accélérations relatives calculées à la surface libre du profil de sol de Garner Valley pour différentes formes de la matrice d'amortissement.

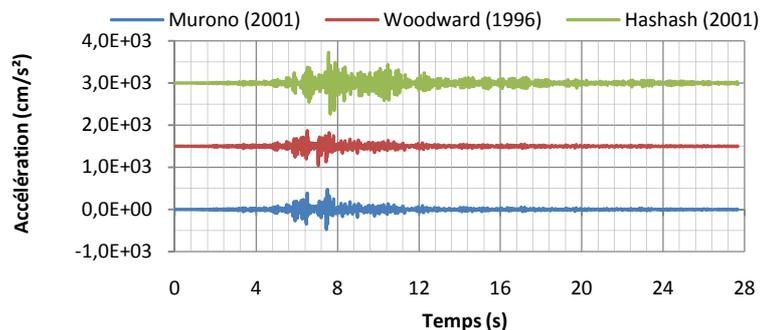


Figure 3. Accélérations relatives calculées à la surface libre du profil de sol de Dar Elbeida pour différentes formes de la matrice d'amortissement.

On constate d'après la figure 2, qu'il existe une différence entre la réponse qui utilise la relation [27] et les deux autres relations tan disque dans la figure 3, ce sont les accélérations obtenues selon le modèle de Hashash et al. (2001) qui sont les plus élevées. Les figures 4-a et 5-a montrent des comparaisons entre les accélérations viscoélastiques et viscoélastoplastiques calculées suivant les relations [26] et [27], respectivement. Dans les figures 4-b et 5-b, on compare les accélérations enregistrées et celles viscoélastoplastiques calculées, en surfaces libres. La figure 4 montre une similitude entre les réponses calculées et enregistrées ce qui reflète un comportement linéaire des matériaux du profil de sol du site de Garner Valley. Par

) XXIX^e Rencontres Universitaires de Génie Civil. Tlemcen, 29 au 31 Mai 2011.

contre, on constate que les matériaux du profil de sol du site de Dar Elbeida se comportent fortement non linéaires du fait de la différence des résultats observée entre le modèle viscoélastique et le modèle viscoélastoplastique. D'autre part, le modèle viscoplastique donne une réponse en bon accord avec celle enregistrée, pour des niveaux de sollicitations élevées (cas de Dar Elbeida).

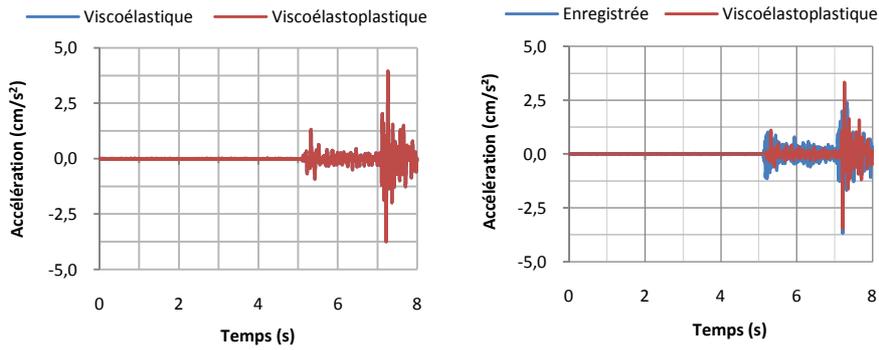


Figure 4. Comparaison entre les accélérations viscoélastique et visc-élastoplastique et l'accélération enregistrée à la surface libre du profil de sol de Garner Valley.

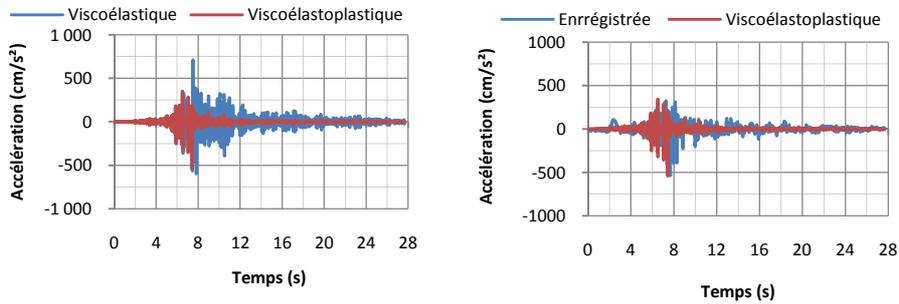


Figure 5. Comparaison entre les accélérations viscoélastique et viscélastoplastique et l'accélération enregistrée à la surface libre du profil de sol de Dr Elbeida.

4. Conclusion

Le modèle non linéaire présenté dans cette étude a permis d'analyser le comportement des sols soumis à des sollicitations sismiques. La modélisation du comportement du sol par une loi visco-élastoplastique, selon le critère de Von Mises, avec écrouissage isotrope a permis de mettre en évidence les différents aspects du comportement non linéaire du sol lors d'un chargement cyclique tel que le séisme. Le comportement du profil de sol dépend, d'une part, de la forme de la matrice d'amortissement et, d'autre part, du niveau de sollicitation. Pour les sollicitations sismiques élevées (cas de Dar Elbeida), le modèle viscoélastoplastique proposé donne des résultats satisfaisants comparés à ceux donnés par les enregistrements des mouvements des sols.

5. Bibliographie

- Abdel-Ghaffar A.M., Koh A.S., « Three-dimensional dynamic of non-homogeneous earth dams », *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol.1, n° 3, 1982, p. 136-144.
- Bahar R., « Rapport Geotechnique: CMA CGM Algérie, D-Geot 20/05 », Département Géotechnique, Société de Construction et d'Engineering, Janvier 2006, Algérie.
- Bonilla L., Steidl J.H., Gariel, J.C., Archuleta R.J., « Borehole response studies at the garner valley down hole array southern California », *Bulletin of the Seismological Society of America*, vol. 92, 2002, p. 3165-3179.
- Cascone E., Rampello S., « Decoupled seismic analysis of an earth dam », *Soil dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 23, 2003, p. 349-365.
- Elgamal A.W. « Shear hysteretic elasto-plastic earthquake response of soil systems». *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 20, 1991, p. 371-387.
- Elgamal A.W., Abdel-Ghaffar A.M., Prevost J.H., « Elasto-plastic earthquake shear-response of one-dimensional earth dam models », *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, vol. 13, 1985, p. 617-633.
- Gazetas G., « Shear Vibration of Vertically Inhomogeneous Earth », *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 6, 1982, p. 219-241.
- Gazetas G., Debchaudhury A., Gasparini, D.A., « Stochastic estimation of the nonlinear response of earth dams to strong earthquakes », *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 1, 1982, p. 39-46.

XXIX^e Rencontres Universitaires de Génie Civil. Tlemcen, 29 au 31 Mai 2011.

- Gazetas G., Dakoulas P., «A class of inhomogeneous shear models for seismic response of dam and embankments», *Soil dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 4, n° 4, 1985, p.166-182.
- Hashash Y.M.A., Park D., « Non linear one-dimensional seismic ground motion propagation in the mississippi embayment», *Engineering Geology*, vol. 62, 2001, p. 185-206.
- Khellafi, A.M., Modélisation du Comportement des Sols Saturés Soumis a des Sollicitations sismiques, Mémoire de Magister, Université de Blida, 2002.
- Krasnov M., Kissélev A., Makarenko G., *Recueil de problemes sur les equations differentielles ordinaires*, Ed. Mir, Moscou, 1978, 283 p.
- Louadj S., Vincens E., Bahar R., Laouami N., « Identification of Keddara dam behavior during Boumerdes earthquake on May 21, 2003», *The International Journal of Geotechnical Engineering*, vol. 3, 2009, p. 117-132.
- Mohammadioun B., Mohammadioun G. Gariel J.C., Preliminary Results from a Vertical array in Garner Valley California, Earthquake Engineering Tenth World Conference, 1992.
- Murono Y., Tanamura S., « Non-Linear Earthquake Response of Soft Ground with Non-Flat Base», *Quarterly Report of RTRI*, vol. 42, n° 3, 2001, p.151-155.
- Pecker A., « Validation of small strain properties from record weak seismic motions», *Soil dynamics and Earthquake Engineering*, vol. 14, 1995, p. 399-408.
- Singh R., Roy D., Jain S.K., « Analysis of earth dams affected by the 2001 Bhuj Earthquake». *Engineering Geology*, vol. 80, 2005, p. 282-291.
- Woodward P.K., Griffith D.V., « Influence of viscous damping in the dynamic analysis of an earth dam using simple constitutive models », *Computers and Geotechnics*, vol. 19, n° 3, 1996, p. 245-263.
- Zienkiewicz O.C., Chan A.H.C., Pastor M., Schrefler B.A., Shiomi T., *Computational Geomechanics with Special Reference to Earthquake Engineering*, John Wiley & Sons, 1999.