
Analyse fiabiliste de la capacité portante des fondations superficielles

Lazhar Belabed^{1*}, Messaouda Bencheikh¹, Hacene Benyaghla¹

1. Laboratoire de Génie Civil et d'Hydraulique, Université de Guelma, B.P.401 Guelma, Algérie

** E-mail : Belabed66@yahoo.fr*

RÉSUMÉ. *Les fondations superficielles sont largement utilisées dans le domaine de la construction. L'étude de leur stabilité en particulier vis-à-vis du poinçonnement constitue un aspect primordial dans le but de construire des fondations et même des ouvrages plus fiables et économiques. Dans cet article, on propose une analyse semi-probabiliste de la stabilité des fondations superficielles vis-à-vis du poinçonnement à l'état ultime basée sur l'Eurocode 7. Cette nouvelle approche prend en considération le caractère aléatoire des paramètres d'influence (géométrie, sol, surcharge), en particulier des paramètres de cisaillement du sol. Une comparaison de cette approche semi-probabiliste avec des approches conventionnelles nationales (approches déterministes) est effectuée pour différents cas de chargement et différents types de sols.*

ABSTRACT. *The shallow foundations are largely used in the field of construction. The study of their stability in particular bearing capacity constitutes a paramount aspect with an aim of building foundations and even works more reliable and economic. In this paper, we propose a semi-probabilistic analysis of the bearing capacity of the shallow foundations at the ultimate state based on the new Eurocode 7. This new approach takes into account the randomness of the parameters of influence (geometry, ground, overload), in particular of the shearing parameters of the soil. A comparison between this semi-probabilistic approach and conventional national approach's (deterministic approach's) is carried out for several cases of loading and several types of soils.*

MOTS CLÉS : *Fondations superficielles, Capacité portante, Stabilité, Eurocode 7, fiabilité, coefficient de sécurité.*

KEYWORDS: *Shallow foundations, bearing Capacity, Stability, Eurocode 7, Reliability, safety factor.*

1. Introduction

Depuis longtemps, on construisait des fondations et des ouvrages stables en augmentant la section ou la surface des éléments constituant cet ouvrage, et ceci à travers l'utilisation de facteurs de sécurité globaux empiriques déterminés arbitrairement par l'expérience. En conséquence, on obtient souvent des constructions surdimensionnées. La nécessité de construire des ouvrages plus fiables et économiques a amené les ingénieurs à développer un nouveau concept de sécurité basé sur la théorie de la probabilité qui devrait satisfaire ces exigences. On utilise à cette fin des facteurs partiels de sécurité dérivés de méthodes probabilistes pour couvrir la dispersion aléatoire des paramètres influant sur la stabilité de l'ouvrage au lieu d'un facteur global de sécurité (concept conventionnel). La sécurité du système est exprimée par la probabilité de rupture P_f ou par l'indice de fiabilité β défini par Hasofer/Lind. Ce nouveau concept permet en théorie une comparaison objective et rationnelle des différents modes de rupture d'une structure et même des différentes structures à travers un indice de fiabilité homogène et invariable, ce qui n'est pas le cas pour le concept conventionnel. La calibration des codes réglementaires semi-probabilistes vise à atteindre cette homogénéité, mais elle n'est que partielle (JCSS, 2001). L'objectif de ce travail est l'étude dans un premier temps de la stabilité semi-probabiliste des fondations superficielles vis-à-vis du poinçonnement à l'état ultime d'après l'Eurocode 7 (2004). Une étude comparative avec l'approche déterministe conventionnelle de sécurité (approche déterministe) a été ensuite effectuée pour valoriser l'analyse semi-probabiliste.

2. Principe de l'approche probabiliste

2.1. Définition

Le coefficient de sécurité F_s d'un ouvrage est défini classiquement comme le rapport de la résistance à la rupture (capacité) R sur la sollicitation S appliquée. Dans les calculs à l'approche probabiliste on renonce à la notion classique du facteur global de sécurité F_s et on considère R et S comme deux variables aléatoires possédant chacune une moyenne et un écart-type. On applique ainsi des facteurs partiels de sécurité sur les sollicitations et sur les résistances. La différence entre les deux variables aléatoires $Z = R - S$ est appelée **marge de sécurité**. La marge de sécurité est évidemment une variable aléatoire. Un état limite est atteint lorsque $Z = R - S = 0$. Cette équation est appelée **équation d'état limite ou de performance**. Il y a rupture lorsque S devient supérieur à R , c'est-à-dire $Z < 0$, et l'on peut définir la probabilité de rupture comme (Belabed, 2008):

$$P_f = P_f [(R - S) \leq 0] = P_f (R \leq S) \quad [1]$$

Si $Z > 0$, ou $R > S$, la structure est dite stable.

Dans le cas où R et S suivent des lois normales de Gauss, la marge de sécurité $Z = R - S$ suit également une loi normale de densité (Fig. 1) :

$$f_Z(Z) = \frac{1}{\sigma_Z \cdot \sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{Z - m_Z}{\sigma_Z} \right)^2 \right] \quad [2]$$

dont la moyenne et l'écart-type vont respectivement:

$$m_Z = m_R - m_S \quad [3]$$

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2} \quad [4]$$

La rupture est associée à la portion de la densité de probabilité de la marge de sécurité correspondant à une valeur négative de cette marge, c'est-à-dire à $Z < 0$ représentée par des hachures sur la Figure 1, la surface hachurée étant la probabilité de rupture ou de ruine P_f calculée avec l'intégrale:

$$P_f = \int_{-\infty}^0 f_Z(z) \cdot dz \quad [5]$$

Au lieu de la probabilité de rupture P_f , Cornell (Favre, 2004) exprime la sécurité par un indice de fiabilité β qui se calcule d'après la formule suivante (Fig. 1) :

$$\beta = \frac{m_Z}{\sigma_Z} \quad [6]$$

Il existe plusieurs méthodes mathématiques pour résoudre l'intégrale de l'éq. 5 : méthode de Rosenbluth, méthode des moments, théorie de fiabilité de premier ordre (**FORM**), théorie de fiabilité de deuxième ordre (**SORM**), méthode de Monte-Carlo,.....etc. L'analyse de la fiabilité dans ce travail est effectuée par la théorie de fiabilité de premier ordre dont le principe est expliqué ci-dessous.

2.2. Théorie de fiabilité de premier ordre (FORM)

Un exemple du cas simple de deux variables aléatoires R et S de distributions symétriques est illustré sur la Figure 1. Pour déterminer l'indice de fiabilité β , toutes les variables aléatoires non-normales (ici R et S) doivent être normalisées en passant dans le plan réduit ($m=0, \sigma=1$). D'après la définition de Hasofer/Lind (1974), l'indice de fiabilité β est égal à la plus courte distance entre le milieu du cercle, courbes d'équiprobabilité, et la droite tangentielle approximative de l'équation d'état limite (JCSS, 2001). Si on projette maintenant les courbes d'équiprobabilité sur un plan perpendiculaire à la droite tangentielle, on obtient une courbe de distribution qui correspond à la densité de probabilité de la marge de sécurité Z (Fig. 1). De cette projection on déduit l'indice de fiabilité β et la zone négative correspond à la probabilité de rupture ou de ruine P_f . L'indice de fiabilité β déterminé par cette méthode correspond à la sécurité minimale. La perpendiculaire abaissée du milieu du cercle donne par intersection avec la droite tangentielle le point le plus dangereux sur la courbe de l'équation d'état limite qui présente la plus grande probabilité de

ruine (Fig. 1). Ce point est appelé le "point de calcul" et ses coordonnées R_d et S_d sont appelées "valeurs de calcul".

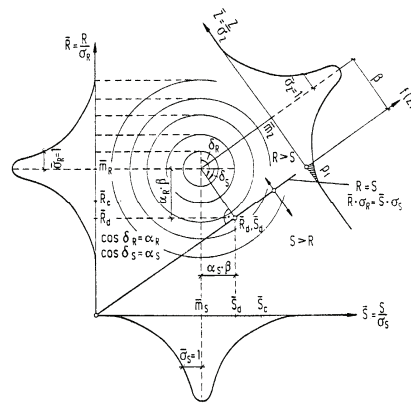


Figure 1. Indice de fiabilité et valeurs de calcul dans le plan standardisé ou réduit.

3. Etudes paramétriques

Les études paramétriques ont été effectuées pour une semelle de largeur B et longueur L ayant un encastrement $D=1.50\text{m}$ dans un sol homogène de poids volumique égal à 20 kN/m^3 (Tableau 1). Le poids volumique du béton est pris égal à 24 kN/m^3 . On détermine la largeur B minimale pour différents types de semelles filantes et carrées vérifiant l'équilibre du système suivant deux approches, approche déterministe et approche semi-probabiliste (Eurocode 7).

Paramètre	Type de distribution	Coefficient de variation	Valeur caractéristique
Angle de frottement interne φ' [$^\circ$]	Log-normale	10 %	20 à 40
Cohésion c' [kPa]	Log-normale	25 %	0 à 35
Poids volumique du sol γ [kN/m^3]	Normale	5 %	20
Charge extérieure permanente Q [kN/ml]	Normale	10 %	290 à 800
Inclinaison de la charge δ [$^\circ$]	Normale	10 %	10

Tableau 1. Données statistiques des variables aléatoires.

3.1. Approche déterministe

La sécurité est exprimée par un facteur global de sécurité F_s qui est égal en général au rapport de la résistance R sur la sollicitation S :

$$\frac{R}{S} \geq F_s \quad [7]$$

Les forces et les paramètres du sol ne sont pas pondérés.

3.1.1. Approche Française

La sécurité vis-à-vis du poinçonnement d'une fondation superficielle est exprimée par l'inéquation suivante d'après le DTU 13-12 (1988) :

$$q_{\text{réel}} \leq q_{\text{ad}} \quad [8]$$

$q_{\text{réel}}$: contrainte réelle non pondérée appliquée à la fondation ;

q_{ad} : contrainte admissible.

La contrainte admissible est la contrainte limite que peut supporter la fondation divisée par un coefficient (facteur) global de sécurité désigné par F_s , pris égal à 2. Le coefficient de sécurité n'est pas pris sur le poids des terres :

$$q_{\text{ad}} = \gamma \cdot D + \frac{\gamma \cdot \frac{B}{2} \cdot N_\gamma + \gamma \cdot D \cdot (N_q - 1) + c' \cdot N_c}{F_s} \quad [9]$$

Dans les calculs qui suivent cette approche sera nommée Approche DTU 13.12.

3.1.2. Approche traditionnelle Allemande

La vérification de la stabilité d'une fondation superficielle vis-à-vis du poinçonnement est effectuée par l'inéquation suivante d'après la norme Allemande ancienne DIN 1054 (1976):

$$\frac{V_b}{V} \geq F_s \quad [10]$$

avec

$$V_b = q_L \cdot B, \text{ tel que :}$$

B : surface de la semelle,

F_s : facteur global de sécurité, pris égal 2,

V_b : charge limite que peut supporter la fondation,

V : charges extérieures appliquées sur la fondation y compris poids propre.

Dans les calculs qui suivent cette approche est nommée Approche DIN 1054 ($F_s=2$).

3.2. Approche semi-probabiliste

D'après l'Eurocode 7 (2004) on distingue deux états limites, l'état limite ultime et l'état limite de service. Les états limites ultimes suivants doivent être vérifiés lorsqu'ils sont pertinents :

EQU (Equilibre) : (Exemple : renversement).

STR (Structure) : (Exemple : Fondations, ancrages).

GEO (Géotechnique) : Exemple : glissement des pentes, poinçonnement).

UPL (Soulèvement) : (Exemple : poussée d'Archimède).

HYD (Hydraulique) : (Exemple : érosion interne, Renard).

Pour les états limites de rupture ou de déformation excessive d'un élément de structure ou du terrain (STR et GEO), les sollicitations sont majorées et les résistances minorées avec des facteurs partiels de sécurité de telle sorte que :

$$R_d - N_d \geq 0 \quad [11]$$

avec

R_d : résistance de calcul ou capacité portante de calcul,

N_d : sollicitation (charge) de calcul appliquée à la fondation tenant compte d'éventuels coefficients pondérateurs des charges (généralement supérieurs à 1).

Pour le calcul de la capacité portante (résistance) de calcul, on distingue deux cas :

Cas (1) : Si les facteurs partiels de sécurité sont appliqués sur les forces, la capacité portante de calcul est calculée comme suit :

$$R_d = \frac{Q_L}{\gamma_R} \quad [12]$$

$$Q_L = q_L \cdot B$$

Q_L : capacité portante caractéristique calculée avec les paramètres caractéristiques du sol,

γ_R : facteur partiel de sécurité appliqué sur la résistance (capacité portante caractéristique), voir Tableaux 2 et 3.

Cas (2) : Si les facteurs partiels de sécurité sont appliqués sur les paramètres du sol (γ , c' , ϕ'), la capacité portante de calcul est calculée avec les paramètres de calcul du sol:

$$R_d = Q_L (\phi'_d, c'_d, \gamma_d) = q_L (\phi'_d, c'_d, \gamma_d) \cdot B \quad [13]$$

$$\text{avec} \quad \text{tg } \phi'_d = \frac{\text{tg } \phi'_k}{\gamma_{\phi'}} \quad ; \quad c'_d = \frac{c'_k}{\gamma_{c'}} \quad ; \quad \gamma_d = \gamma_k$$

$\gamma_{\phi'}$: facteur partiel de sécurité appliqué sur l'angle de frottement interne effectif,

$\gamma_{c'}$: facteur partiel de sécurité appliqué sur la cohésion effective,

L'indice "k" signifie valeur caractéristique et l'indice "d" valeur de calcul.

La sollicitation ou la charge de calcul est calculée par la combinaison :

$$N_d = \gamma_G N_G + \gamma_Q N_Q \quad [14]$$

N_G : sollicitation permanente (charges extérieures + poids propre de la semelle),

N_Q : sollicitation variable (dans ce travail aucune sollicitation variable n'est prise en compte),

γ_G : facteur partiel de sécurité appliqué sur les sollicitations permanentes,

γ_Q : facteur partiel de sécurité appliqué sur les sollicitations variables.

Les valeurs des facteurs partiels de sécurité sont données dans les Tableaux 2 et 3.

3.2.1. Eurocode 7

D'après l'Eurocode 7 (2004), il convient de vérifier le dimensionnement des éléments structuraux (fondations superficielles) à l'état limite ultime (STR) soumis à des actions géotechniques, et la résistance du terrain (GEO) en utilisant l'une des trois approches suivantes complétées, pour les actions géotechniques et les résistances, par l'EN 1997 (Tableau 2). Elles diffèrent par la façon dont elles distribuent les facteurs partiels de sécurité entre les actions, les effets des actions, les propriétés des matériaux et les résistances.

***Approche de calcul 1 :** On doit vérifier qu'aucun état limite de rupture ou de déformation excessive ne sera atteint sous chacune des deux combinaisons d'ensembles de facteurs partiels suivantes :

Combinaison 1 : A1+M1+R1

Combinaison 2 : A2+M2+R1

Dans les combinaisons 1 et 2, les facteurs partiels de sécurité sont appliqués aux actions et aux paramètres de résistance du terrain.

***Approche de calcul 2 :** On doit vérifier qu'aucun état limite de rupture ou de déformation excessive ne sera atteint avec la combinaison d'ensembles de facteurs partiels suivante :

Combinaison : A1+M1+R2

Dans cette approche, les facteurs partiels de sécurité sont appliqués aux actions ou aux effets des actions et aux résistances du terrain.

***Approche de calcul 3 :** On doit vérifier qu'aucun état limite de rupture ou de déformation excessive ne sera atteint avec la combinaison d'ensembles de facteurs partiels suivante :

Combinaison : A1 ou A2+M2+R3

Dans cette approche, les facteurs partiels de sécurité sont appliqués aux actions ou aux effets des actions et aux paramètres de résistance du terrain.

Les approches de l'Eurocode 7 (2004) sont désignées avec l'abréviation EC 7 (Approche 1 ou 2 ou 3).

Analyse fiabiliste de la capacité portante des fondations superficielles

Equilibres STR & GEO (Fondations superficielles)				
Approches	Approche 1		Approche 2	Approche 3
Combinaisons	A1+M1+R1	A2+M2+R1	A1+M1+R2	A1 ou A2 + M2 + R3
Facteurs partiels pour les actions ou effets des actions (A)				
Action permanente défavorable γ_G	1,35	1,00	1,35	1,35 ou 1,00
Action permanente favorable γ_G	1,00	1,00	1,00	1,00
Action variable défavorable γ_Q	1,50	1,30	1,50	1,50 ou 1,30
Facteurs partiels pour les paramètres de sol (M)				
Angle de frottement interne $\gamma_{\phi'}$	1,00	1,25	1,00	1,25
Cohésion γ_c'	1,00	1,25	1,00	1,25
Poids volumique γ_γ	1,00	1,00	1,00	1,00
Facteurs partiels de la résistance (R)				
Portance γ_R	1,00	1,00	1,4	1,00

Tableau 2. Valeurs des facteurs partiels de sécurité d'après l'Eurocode 7 (2004).

3.2.2. Règles DIN 1054

DIN 1054 (2005) est la nouvelle norme Allemande qui détermine les modalités de vérification de sécurité des ouvrages géotechniques en se référant à l'Eurocode 7 (2004) en tenant compte de la notion des facteurs partiels de sécurité. DIN 1054 (2005) divise l'analyse de l'état limite ultime en trois approches :

Approche 1A : état limite ultime de perte de position. Défaillance d'une structure à travers une perte d'équilibre sans rupture (Exemple : Poussée d'Archimède) ;

Approche 1B : état limite ultime de rupture d'une structure ou d'éléments constituant une structure ou du sol (Exemple : capacité portante des fondations superficielles) ;

Approche 1C : état limite ultime de rupture d'ensemble "structure et sol" (Exemple : stabilité d'ensemble d'un mur de soutènement ancré).

Pour chaque cas la norme recommande une combinaison de calcul avec des coefficients partiels de sécurité. Dans le cas d'étude de la stabilité des fondations superficielles vis-à-vis du poinçonnement, DIN 1054 (2005) recommande de faire

les vérifications par l'approche 1B puisqu'elle est plus critique que l'approche 1C. L'approche 1A n'est pas applicable dans ce problème. Dans l'approche 1B les facteurs partiels de sécurité sont appliqués sur les forces, alors que dans l'approche 1C ils sont appliqués sur les paramètres du sol (γ , ϕ' , c') (Tableau 3).

	$\gamma_{\phi'}$	$\gamma_{c'}$	γ_{γ}	γ_R	γ_G	γ_Q
Approche 1C	1,25	1,25	1,00	1,00	1,00	1,30
Approche 1B	1,00	1,00	1,00	1,40	1,35	1,50

Tableau 3. Valeurs des facteurs partiels de sécurité d'après DIN 1054 (2005).

Les approches 1B et 1C de DIN 1054 (2005) correspondent respectivement aux approches 2 et 1 (combinaison 2) de l'Eurocode 7 (2004) (voir Tableaux 2 et 3). C'est pour cette raison que l'on étudie seulement les trois approches de l'Eurocode 7 (Tableau 2) :

- Approche 1 (combinaison 2 : A2+M2+R1),
- Approche 2 (combinaison : A1+M1+R2),
- Approche 3 (combinaison : A1+M2+R3).

3.3. Interprétation des résultats

Les résultats des calculs des largeurs minimales des semelles étudiées pour différents cas et d'après différentes approches sont illustrés dans les Tableaux 4 jusqu'à 6.

Semelle filante - charge verticale centrée Q=290 kN/ml					
	Approches déterministes		Approches semi-probabilistes		
	DIN 1054 (1976)	DTU 13.12 (1988)	Approches de l'Eurocode 7		
ϕ' [°]/ c' [kPa]	$F_s = 2$	$F_s = 2$	1	2	3
40/0	0.27	0.27	0.31	0.26	0.40
35/0	0.50	0.50	0.52	0.48	0.68
35/5	0.43	0.43	0.44	0.41	0.58
30/10	0.64	0.63	0.59	0.61	0.79
25/20	0.79	0.77	0.66	0.75	0.90
20/35	0.86	0.83	0.66	0.81	0.91

Tableau 4. Largeur minimale B [m] de la semelle d'après différentes approches.

Semelle filante – charge centrée inclinée Q=400 kN/ml Inclinaison $\delta = 10^\circ$					
	Approches déterministes		Approches semi-probabilistes		
	DIN 1054 (1976)	DTU 13.12 (1988)	Approches de l'Eurocode 7		
φ' [°]/c' [kPa]	$F_s = 2$	$F_s = 2$	1	2	3
40/0	0.52	0.46	0.59	0.50	0.77
35/0	0.95	0.86	0.99	0.91	1.28
35/5	0.83	0.73	0.86	0.79	1.13
30/10	1.25	1.10	1.19	1.19	1.57
25/20	1.63	1.37	1.41	1.54	1.91
20/35	1.92	1.48	1.53	1.80	2.11

Tableau 5. Largeur minimale B [m] de la semelle d'après différentes approches.

Semelle filante - charge verticale excentrée Q=800 kN/ml Excentricité $e = B/6$					
	Approches déterministes		Approches semi-probabilistes		
	DIN 1054 (1976)	DTU 13.12 (1988)	Approches de l'Eurocode 7		
φ' [°]/c' [kPa]	$F_s = 2$	$F_s = 2$	1	2	3
40/0	0.95	0.96	1.09	0.91	1.39
35/0	1.68	1.68	1.76	1.60	2.24
35/5	1.49	1.50	1.56	1.43	2.00
30/10	2.22	2.21	2.13	2.12	2.76
25/20	2.88	2.83	2.50	2.73	3.30
20/35	3.31	3.21	2.60	3.13	3.51

Tableau 6. Largeur minimale B [m] de la semelle d'après différentes approches.

Les résultats des calculs des indices de fiabilité pour tous les cas sont regroupés dans les Figures 2 et 3 d'après différentes approches.

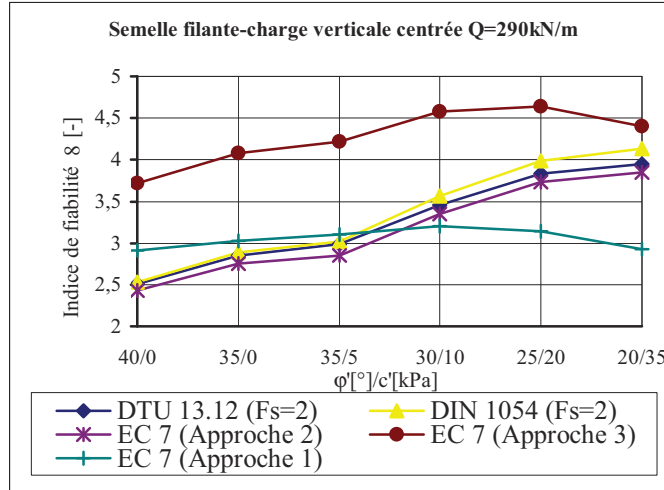


Figure 2. Indice de fiabilité β [-] d'après différentes approches.

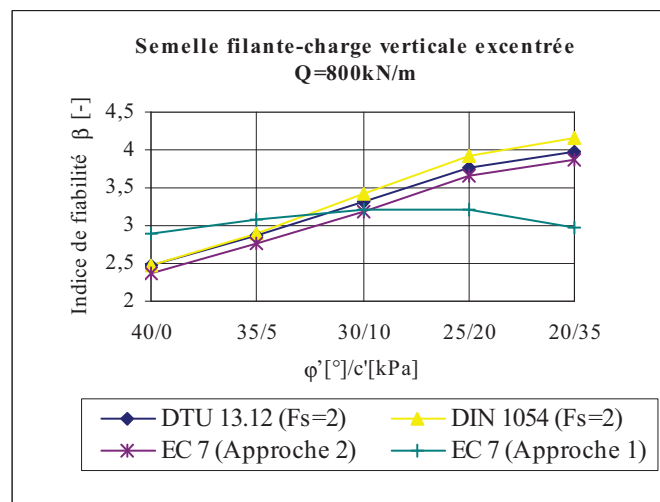


Figure 3. Indice de fiabilité β [-] d'après différentes approches.

L'interprétation de ces résultats nous a permis de tirer les constatations suivantes :

* L'approche 3 (EC 7) sous-estime la sécurité en donnant les plus grandes largeurs de semelles et les plus grands indices de fiabilité. Le niveau de sécurité correspondant est inhomogène sur toute la fourchette des sols étudiés.

* Le niveau de sécurité obtenu pour l'approche 1 (EC 7), dont les facteurs partiels de sécurité sont appliqués sur les paramètres du sol, est relativement homogène le long de la fourchette des sols étudiés en comparaison avec les approches dont les facteurs

de sécurité sont appliqués sur les forces (Approches 2 (EC 7), DIN 1054 ($F_s=2$) et DTU 13.12 ($F_s=2$)). Ces dernières approches présentent la même tendance dans les valeurs de β . Les valeurs de β obtenues par l'approche 1 sont proches des valeurs cibles $\beta=3$.

* Dans tous les cas étudiés, les approches de l'Eurocode 7 (Approches 1 et 2) sont de loin les plus défavorables. Ils donnent le minimum de sécurité et les plus petites dimensions des semelles. L'approche 2 est la plus défavorable pour les sols pulvérulents et de faible cohésion ($c' \leq 10$ kPa). L'approche 1 (combinaison 2) est la plus défavorable pour les sols à moyenne et forte cohésion ($c' > 10$ kPa).

4. Conclusions

Dans ce travail, on a présenté une nouvelle analyse du problème basée sur la théorie probabiliste (EC 7) en appliquant des facteurs partiels de sécurité sur les forces (Approche 2) ou sur les paramètres du sol (Approche 1). Une étude comparative avec les approches déterministes nationales a été effectuée.

5. Bibliographie

- Belabed L., Bencheikh M., « Analyse semi-probabiliste de la capacité portante des fondations superficielles », *Revue Française de Géotechnique* n°124, p.61-75, 2008.
- DIN 1054, *Sicherheitsnachweise im Erd-und Grundbau*, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 1976.
- DIN 1054, *Sicherheitsnachweise im Erd-und Grundbau*, Beuth Verlag GmbH, Berlin, 2005.
- DTU 13.12, *Règles pour le calcul des fondations superficielles*, Cahiers CSTB, AFNOR, Paris, 1988.
- Eurocode 7, *Calcul géotechnique*, partie 1 «Règles générales», 2004.
- Favre J.-L., *Géotechnique, sécurité des ouvrages, risques*, Technosup, Ellipses, 2004.
- JCSS, *Probabilistic model code*, The Joint Committee on Structural Safety, 2001.