

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA
RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABOU BAKR BELKAID



FACULTE
DES SCIENCES
DE L'INGENIEUR



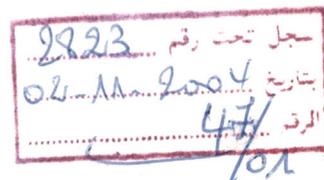
LABORATOIRE
DE GENIE
BIOMEDICAL



MEMOIRE DE MAGISTER
EN ELECTRONIQUE

Spécialité : Signaux & Systèmes

THEME



CLASSIFICATION DES ARYTHMIES CARDIAQUES PAR L'ANALYSE
A COMPOSANTE PRINCIPALE ET LES RESEAUX DE NEURONES

Présenté par : M^{lle} HEDEILI NAWEL



Devant la commission d'examen composée de

Président:	M ^r K. GHAFFOUR	Maître de conférence (Univ. de Tlemcen)
Examineurs :	M ^r T. BOUCHAOUR M ^r M. KHELIF	Maître de conférence (Univ. de Tlemcen) Docteur d'état (Univ. de Tlemcen)
Invité :	M ^r A. DALI YOUSSEF	Maître Assistant (CHU Tlemcen)
Rapporteur :	M ^r F. BEREKSI-REGUIG	Professeur (Univ. de Tlemcen)
Co-Encadreur:	M ^r M. A. CHIKH	Chargé de cours (Univ. de Tlemcen)

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

«الله نور السموات والأرض، مثل نوره كمشكاة فيها مصباح،
المصباح في زجاجة، الزجاج كاتها كوكب دري يوقد من
شجرة مباركة زيتونة لا شرقية ولا غربية، يكاد زيتها يضيء
، ولو لم تمسسه نار. نور على نور يهدي الله لنوره من يشاء، ويغرب
الله الأمثال للناس و الله بكل شيء عليم»

صِرْقُ اللَّهِ الْعَظِيمِ

شكر وإهداء

«عنه لم يشكر الناسا لم يشكر الله»
- سيدنا الشريف

إلى من قدر الله طاعتها بظاعته، ولنا اللهم الفضل
في تربيته وتعليمه... والدي الكرطين العزيزين
إلى أخوتي محمد همام الدين، عبد الفتاح، عبد الوهاب، والجميع
إلى من تهلت من علمهم في الطور الأبياتي
فالأكمل إلى فالثانوي فالجامعي إلى الآياتيين
المشركين.

إلى كل زميلاتي وزملائي في الدار الآخرة
سيدة، نهاد، لطيفة، فرح،...
إلى كل هؤلاء
أهدى هذا الجهد العلمي

نوال

Remerciements

Cette thèse a eu lieu au laboratoire de recherche Génie BioMédical (GBM) au département d'électronique de la faculté des sciences de l'Université Abou Bekr Belkaid. Elle est le résultat d'un travail auquel plusieurs personnes ont directement ou indirectement contribué.

En premier lieu, je veux remercier le Professeur Bereksi Reguig Fethi, directeur de thèse, sans lequel ce travail n'aurait pas eu lieu. Sa lucidité et son esprit de synthèse ont largement contribué à améliorer le contenu de cette thèse.

Mes plus vifs remerciements vont également au Monsieur Chikh Mohammed Amine pour avoir accepté de coencadrer cette thèse et pour m'avoir soutenu avec patience jusqu'au bout.

Je remercie Mr Ghaffour Kheireddine pour avoir accepté de présider le jury et de son intérêt pour le sujet.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur Bouchaour Teufik et Monsieur Khelif M'hamed qui ont accepté de faire partie de mon jury de thèse.

Je suis très sensible à l'honneur que m'a fait le Docteur A. Dali youcef, Médecin cardiologue au sein de l'hôpital de Tlemcen en acceptant mon invitation.

Je tiens à remercier tous les membres de l'équipe du laboratoire d'Etude et de recherche LERRISS de l'université Paris XII Val-de-Marne pour leur sympathie et surtout Monsieur Nait Ali Amine, pour ces précieux conseils.

Le soutien de mes parents tout au long de la préparation de cette thèse m'a été d'un grand réconfort. Je tiens ici à leur témoigner, tout ma reconnaissance et mon profond attachement pour l'amour dont ils m'ont entouré et pour leurs sacrifices.

Ensuite, je ne peux pas oublier les différents et précieux soutiens de mes frères et mes collègues.

Enfin, s'il y a quelque satisfaction à tirer de ce travail, s'il à quelque joie à éprouver au terme de ce travail, que toute la gloire et l'honneur en reviennent à dieu sans qui, pas un mot de cette thèse n'aurait pu être écrit.

SOMMAIRE

Introduction Générale	1
Chapitre I : Les bases cardiologiques	4
I.1 Introduction	5
I.2 Rappels anatomique et fonctionnel	5
I.3 L'électrogenèse cardiaque	5
I.3.1 Potentiel d'action	6
I.3.2 Propagation de l'excitation	7
I.4 Electrocardiographie	7
I.4.1 Enregistrement de l'ECG standard: les dérivations	8
I.4.1.1 Les dérivations périphériques bipolaires standards :	8
I.4.1.2 Les dérivations périphériques unipolaires	8
I.4.2 Terminologies et normes	9
I.4.3 Analyse d'ECG	11
I.4.3.1 Le rythme cardiaque	11
I.4.3.2 La fréquence cardiaque	11
I.4.4 Electrocardiogramme ambulatoire de Holter	11
I.5 Les différents troubles de rythmes (Les arythmies cardiaque)	12
I.5.1 Introduction	12
I.5.2 Les troubles de l'excitabilité	12
I.5.2.1 Les anomalies du rythme sinusal	12
I.5.2.2 Les Extrasystoles	13
I.5.2.3 Les échappements 'Escapes'	15
I.5.2.4 Les blocs	17
I.5.2.5 Les rythmes auriculaires.....	18
I.5.2.6 Les rythmes Ventriculaires	19
I.6 Les Bases de données :	20
I.6.1 Introduction	20
I.6.2 La base de données MIT BIH	21

I.7 Conclusion :	22
Références bibliographiques	23
Chapitre II : La théorie des ondelettes	24
Abréviations et Notations	25
II.1 Introduction	26
II.1.1 Remarques sur la transformée de Fourier	26
II.1.2 La transformée de Fourier a fenêtre glissante	27
II.1.3 Idée de la transformée en ondelettes	27
II.2 Définition des ondelettes	28
II.3 Transformée en ondelettes :	28
II.3.1 Transformée en ondelettes continue(TOC)	28
II.3.2 Transformée en ondelettes discrète (TOD)	29
II.3.2.1 Ondelettes orthogonale	30
II.4 Transformation en ondelette et Analyse multirésolution	31
II.4.1 Définition de fonction d'échelle	31
II.4.2 Fonctions d'échelle et fonctions ondelette associées	32
II.4.3 Décomposition en ondelettes orthogonales	33
II.4.4 Mise en œuvre algorithmique de la décomposition	34
II.5 Propriétés et caractéristiques des ondelettes	35
II.5.1 Condition d'admissibilité	35
II.5.2 Inversibilité	36
II.5.3 Régularité	36
II.5.4 Localisation temps-fréquence	36
II.5.5 Support compact	38
II.5.6 Orthogonalité	38
II.5.7 Coefficients rationnels	38
II.5.8 Symétrie	39
II.5.9 Nombre de moments nuls	39
II.5.10 Expression analytique	39
II.5.11 Interpolation	39
II.5.12 Autre caractéristiques	39

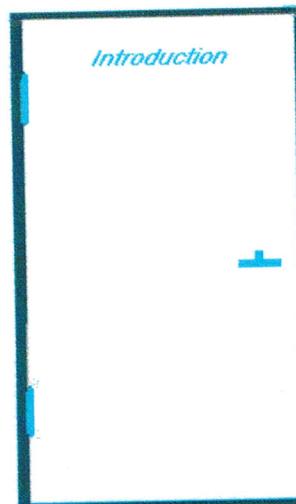
II.5.12.1	Implémentation par banc de filtres.....	39
II.5.12.2	Paradoxe de Zénon et fonction d'échelle	40
II.6	Autres types de transformations en ondelettes	41
II.6.1	Ondelettes biorthogonales	41
II.6.2	Paquet d'ondelette	41
II.7	Quelques ondelettes	42
II.7.1	Ondelettes continues	42
II.7.1.1	L'ondelette de Morlet	42
II.7.2	Ondelettes orthogonales	43
II.7.2.1	L'ondelette de Haar.....	43
II.7.2.2	Les ondelettes à support compact de I. Daubechies	43
II.7.3	Ondelettes biorthogonales	43
II.7.4	Synthèse	44
II.8	Choix de l'ondelette	45
II.9	Conclusion	45
	Références bibliographiques	46
	Chapitre III : Réseaux de neurones & Analyse de données	48
	Notations	49
III.1	Introduction.....	50
III.2	Les réseaux de neurones artificiels	50
III.2.1	Définition	50
III.2.2	Historique	51
III.2.3	Les réseaux neuronaux biologiques	52
III.2.4	Modélisation du neurone	53
III.2.4.1	Le modèle de Mc Culloch et Pitts	53
III.2.4.2	Modélisation générale	54
III.2.5	La topologie du réseau	55
III.2.6	l'apprentissage des réseaux de neurones	57
III.2.6.1	Les bases Biologiques de l'apprentissage	57
III.2.6.2	Modélisation de l'apprentissage biologique	58
III.2.6.3	Les Modes d'apprentissages	59

III.2.7	Les propriétés fondamentales des réseaux de neurones	59
III.2.7.1	Les réseaux de neurones sont des approximateurs universels.....	60
III.2.7.2	La parcimonie	60
III.2.8	Quelques applications, avantages et limites des réseaux de neurones ..	60
III.2.8.1	Applications des réseaux de neurones	60
III.2.8.2	Avantages des réseaux de neurones.....	63
III.2.8.3	Limites des réseaux de neurones	63
III.2.9	Quelques réseaux célèbres	64
III.2.9.1	Le perceptron	64
III.2.9.1.1	Le perceptron monocouche	64
III.2.9.1.2	Le perceptron multicouche	65
III.2.9.2	Le réseau de Hopfield	67
III.2.9.3	Le réseau de Kohonen	68
III.2.10	mettre en œuvre les réseaux de neurones	69
III.3	Analyse de données	71
III.3.1	Introduction	71
III.3.2	Nature de données analysables	72
III.3.3	Analyse multidimensionnelle	72
III.3.3.1	Principe général	72
III.3.3.2	L'analyse en composantes principales (ACP)	73
III.3.3.2.1	Objectifs de l'ACP	73
III.3.3.2.2	Fonctionnement de l'ACP	73
III.3.3.2.2	Avantages et inconvénients de l'ACP	77
III.3.3.2.2.1	Avantages	77
III.3.3.2.2.2	Inconvénients	77
III.4	Conclusion	78
	Références bibliographiques	80
	Chapitre IV : Prétraitement des Signaux ECG - Filtrage & Détection -	82
IV.1	Introduction :	83
IV.2	Filtrage des signaux ECG :	84
IV.2.1	Les sources de bruit :	84

IV.2.2 Principe du Filtrage :	84
IV.2.3 Les Différentes méthodes de filtrage :	85
IV.2.3.1 Les méthodes temporelles :	85
IV.2.3.2 Les méthodes fréquentielles :	85
IV.2.3.3 les méthodes Temps -fréquence :	85
IV.2.4 Filtrage par seuillage des coefficients d'ondelettes :	86
IV.2.4.1 Introduction :	86
IV.2.4.2 Analyse du signal ECG :	86
IV.2.4.3 Filtrage par seuillage des coefficients d'ondelettes (denoising by tresholding, wavelet shrinkage) :	88
IV.2.4.3.1 Les différents types de seuillage :	90
IV.2.4.3.2 Choix de l'ondelette mère :	94
IV.2.4.3.3 Critère d'évaluation du filtrage par seuillage :	94
IV.3 détection du complexe QRS :	98
IV.3.1 Introduction :	98
IV.3.2 Les méthodes existantes pour la détection des QRS :	98
IV.3.2.1 Algorithmes basés sur la dérivée première :	98
IV.3.2.2 Algorithmes basés sur l'amplitude et la dérivée première :	99
IV.3.2.3 Algorithmes basés sur les dérivées première et seconde :	99
IV.3.2.4 Algorithmes basés sur des filtres numériques :	100
IV.3.2.5 Algorithmes basés sur des transformations non-linéaires:	100
IV.3.3 Algorithme de Pan Tompkins	101
IV.3.3.1 Introduction	101
IV.3.3.2 Méthode & Algorithme	101
IV.3.3.2.1 Filtre Passe bande	102
IV.3.3.2.2 Dérivation	103
IV.3.3.2.3 Transformation non linéaire	104
IV.3.3.2.4 Intégration	104
IV.3.3.2.5 Seuillage adaptatif	105
IV.3.3.3 Résultats	105
IV.3.3.4 Limites de la méthode	107

IV.3.4	Détection des complexes QRS en utilisant les ondelettes (DWT-SA) ...	110
IV.3.4.1	Méthode & Algorithme	110
IV.3.4.2	Résultats	114
IV.3.5	Etude comparative entre les différentes méthodes de détection	118
IV.4	Conclusion	125
	Références bibliographiques	126
Chapitre V :	Classification des arythmies cardiaques(Classificateur neuronal)	129
V.1	Introduction :	130
V.2	Conception des classificateurs neuronaux	130
V.2.1	Préparation de données	130
V.2.1.1	Sélection des Paramètres	130
V.2.2	Conception des classificateurs à trois classes.....	132
V.2.2.1	Mise en forme des entrées des réseaux de neurones.....	132
V.2.2.2	Mise en forme des sorties désirées des réseaux de neurones.....	132
V.2.2.3	Apprentissage du réseau de neurones.....	133
V.2.2.4	La phase de test (validation)	134
V.2.2.5	Interprétation des résultats	139
V.2.3	Conception des classificateurs a quatre classes	141
V.2.3.1	Mise en forme des entrées des réseaux de neurones.....	141
V.2.3.2	Mise en forme des sorties désirées des réseaux de neurones.....	141
V.2.3.3	Apprentissage du réseau de neurones	142
V.2.3.4	La phase de test (validation)	143
V.2.3.5	Interprétation des résultats.....	145
V.2.4	Etude comparative.....	147
V.3	Conclusion	148
	Références bibliographiques	149
	Conclusion Générale & Perspectives	150
	Annexe A : Définitions Utiles	153

Introduction



The mean justify the means.

The approach to a problem is more important than its solution

- Hall' Law -

Everything is part of a larger system

- 2nd fundamental postulate of advanced systems theory -

Travailler dans un domaine, où deux disciplines se rencontrent, est toujours passionnant : L'horizon s'élargit, des applications inattendues de résultats de recherches apparaissent ... On découvre des ressemblances étonnantes entre des faits étudiés par des disciplines différentes. Nous étions donc très heureux que ce travail nous a donné la possibilité de connaître cet enrichissement pluridisciplinaire, notre rôle et celui d'un traducteur qui facilite aux spécialistes de domaines apparemment, étrangers leur rencontre, qui peut aider à la compréhension de langages tellement différents, qui peut rendre leur collaboration fructueuse ; qui peut éviter des malentendus bénins ou parfois plus sérieux. Cela commence au niveau du langage : ainsi « périodique » pour un médecin veut-il dire, qui se répète plusieurs fois, dans des délais à peu près similaires : le rythme cardiaque est périodique. Il n'en est rien pour un mathématicien pour qui cette définition manque de rigueur et qui, en ce cas, parle de phénomène répétitif. On est, en vérité, bien loin de la périodicité mathématique de la fonction $\sin(x)$!.. « En temps réel » pour un électronicien signifie vraiment immédiat, à une micro - ou pico - seconde près. Le médecin s'accommode de quelques secondes (ou parfois plus) de décalage, et parle lui aussi de temps réel.

En effet l'objet de cette thèse est la recherche d'une méthodologie de traitement du signal, utilisable cliniquement par le médecin, pour améliorer l'étude fine du signal cardiaque (ECG), de ses variations physiologiques, pathologiques, en s'intéressant plus particulièrement au complexe QRS dans le but de la réalisation d'un classificateur neuronal des arythmies cardiaques.

Ce travail intéresse donc deux disciplines :

- ❖ La médecine, dans sa spécialisation cardiologique.
- ❖ Le traitement du signal (Filtrage, détection, réduction des données, classification).

Son objectif est double :

- ❖ Mieux connaître le complexe QRS qui est l'image, dans l'ECG, de l'activation (dépoléarisation) des ventricules, et approcher les principaux problèmes liés au traitement de ce signal, à savoir :
 - Un signal ECG est noyé dans le bruit d'où la nécessité d'un filtrage (Filtrage par seuillage des coefficients d'ondelettes).
 - Extraction des paramètres pertinents liés au complexe QRS d'où la nécessité de la détection de ce complexe.
- ❖ Conception d'un classificateur neuronal basé sur les paramètres pertinents déjà extrait, pour la reconnaissance des arythmies cardiaques.

Notre thèse peut être subdivisée en deux parties.

La première partie qui comprend 3 chapitres, est consacrée à l'étude théorique des différents concepts et notions sur : l' ECG, Ondelettes, Réseau de neurones et analyse des données.

La deuxième partie de cette thèse, c'est-à-dire les chapitres 4 et 5, a pour but d'exposer les applications de l'étude théorique du signal ECG.

Le premier chapitre est une étude bibliographique sur le signal ECG et les différentes pathologies qui les interprètent, avec une description de la base des données ECG qui va être utilisé.

Dans le chapitre II, la théorie des ondelettes sera présentée. Après une introduction sur la transformée de Fourier et ses limites, nous verrons ce qu'est une ondelette ainsi que ses principales propriétés avant de passer à la transformée en ondelettes proprement dite. Transformée en ondelettes continue et transformée en ondelettes discrète seront différenciées. Un certain nombre d'ondelettes avec leurs propriétés, avantages et inconvénients, sera ensuite décrit. La transformée en ondelettes discrète conduit principalement à l'algorithme multirésolution.

Les définitions relatives aux réseaux de neurones sont présentées dans le chapitre III, ainsi que la propriété mathématique fondamentale des réseaux à une couche de neurones cachés sigmoïdaux, c'est-à-dire l'approximation parcimonieuse. Le principe de la mise en œuvre des réseaux de neurones par "apprentissage" est ensuite décrit.

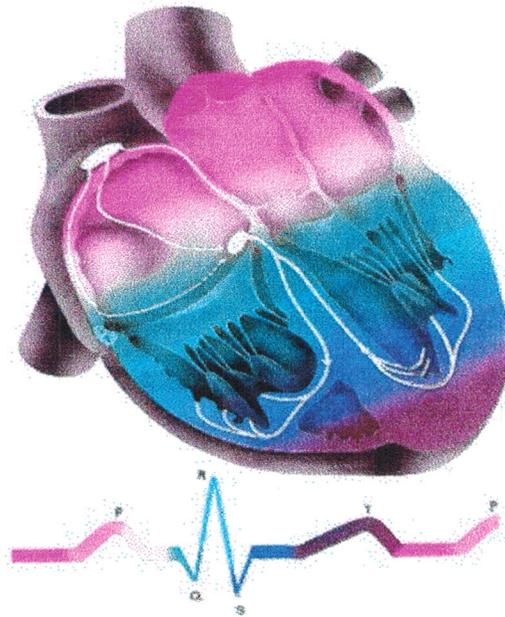
Le chapitre IV s'inscrit dans le cadre du traitement du signal électrocardiographique et consiste à détecter l'ensemble des complexes QRS, synonymes de contraction des ventricules, de la façon la plus robuste possible. On établira les résultats de détections correctes obtenus par différentes méthodes.

Cette étape est de loin la plus délicate, elle nécessite en outre des prétraitements (dont des étapes importantes : le filtrage).

Le chapitre V, grâce à un ensemble de paramètres pertinents réduits et sélectionnés des résultats obtenus du IV^{ème} chapitre, réalise une classification des arythmies cardiaques (Extrasystole ventriculaire, battement de fusion), par le biais des réseaux de neurones. On présente enfin les différents résultats obtenus de la classification.

Chapitre I

Les Bases Cardiologiques



Préambule : Ce chapitre présente des notions fondamentales sur la cardiologie. Il décrit succinctement les caractéristiques du tissu cardiaque auxquelles nous nous référerons dans ce mémoire ainsi que les processus de propagation de l'influx cardiaque, puis les principes fondamentaux de l'électrocardiographie et les différentes pathologies cardiaques. L'accent sera mis sur des signaux d'ECG extraits de la base de données MIT-BIH.



I.1 Introduction :

Le centre de la circulation est le cœur. Il bat sans relâche 60 à 80 fois par minute, ou 30 à 42 millions de fois par année. Sans une parfaite coordination du travail de ses milliers de cellules musculaires qui se contractent ensemble, il ne pourrait pomper le sang dans l'organisme.

Cette savante orchestration est l'œuvre d'un réseau électrique, le système de conduction. On définit comme arythmie les battements cardiaques irréguliers, gênants, ou qui compromettent la fonction de pompage ou l'activité électrique du cœur. Si certaines arythmies passent inaperçues, d'autres peuvent donner lieu à une sensation de palpitations, de malaise, d'essoufflement ou même conduire à l'évanouissement [1].

I.2 Rappels anatomique et fonctionnel :

Le cœur est situé au milieu du médiastin où il est partiellement recouvert par les poumons et antérieurement par le sternum et les cartilages des troisièmes, quatrièmes et cinquièmes côtes.

Les deux tiers du cœur sont situés à gauche de la ligne passant par le milieu du corps. Il repose sur le diaphragme et est incliné en avant et à gauche de telle sorte que l'apex soit antérieur par rapport au reste du cœur (Figure I.1). Le cœur est constitué de quatre cavités contractiles: les oreillettes reçoivent le sang veineux et les ventricules droit et gauche le propulsent respectivement dans la circulation pulmonaire et dans la circulation systémique (Figure I.2). [2]

Chaque battement cardiaque est un processus mécanique engendré par des phénomènes bioélectriques, notamment ioniques.

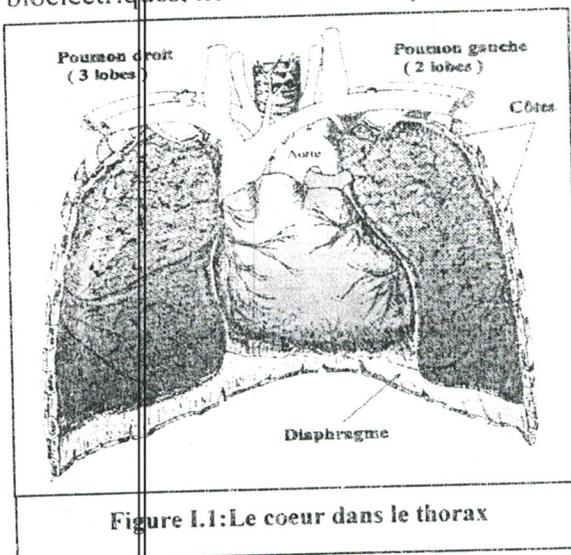


Figure I.1: Le cœur dans le thorax

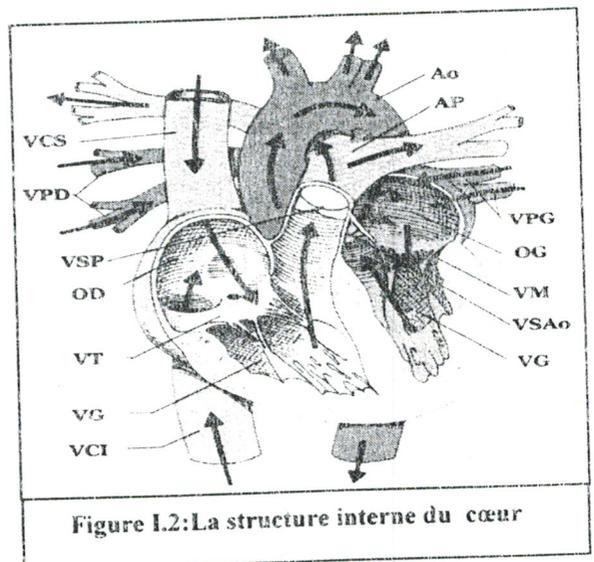


Figure I.2: La structure interne du cœur

I.3 L'électrogenèse cardiaque :

Excitabilité et contractilité sont les propriétés essentielles des tissus cardiaques. Elles varient selon la localisation de ces tissus dans le myocarde.



Pendant la période d'activité (systole) et de repos (diastole) les cellules cardiaques sont le siège d'une suite complexe d'événements électriques membranaires et intracellulaires qui entraînent la contraction. [1]

I.3.1 Potentiel d'action :

Ce sont les ions chlorure (Cl^-), sodium (Na^+), calcium (Ca^{++}) et potassium (K^+) qui sont impliqués dans les échanges membranaires. Leurs osmolarités intra-cellulaire et extra-cellulaire présentent des valeurs de potentiel électrochimique très différentes, spécifiques de chaque ion.

Les gradients des concentrations ioniques sont régis par des mécanismes d'échange à travers des canaux spécifiques de la membrane cellulaire. Les variations des potentiels observées au cours du cycle cardiaque correspondent à des modifications de la perméabilité membranaire pendant les différentes phases de ce cycle.

Pendant la phase de repos (diastole cellulaire), la polarisation membranaire à l'intérieur de la cellule est négative par rapport à l'extérieur : c'est le potentiel de repos dont la valeur est comprise entre -80 et -90 mV pendant la phase de systole, le potentiel de membrane tend à s'inverser par suite des variations de perméabilité aux ions Na^+ , Ca^{++} et du flux sortant de K^+ . L'intérieur de la membrane peut alors atteindre des potentiels de $+20$ à $+30$ mV par rapport à l'extérieur de la cellule. Cette variation de potentiel de membrane, caractéristique de la phase d'activité d'une cellule, constitue le potentiel d'action (Figure I.3).[3]

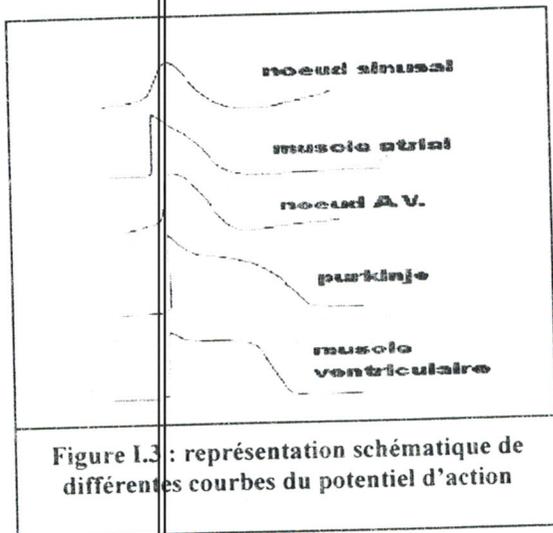


Figure I.3 : représentation schématique de différentes courbes du potentiel d'action

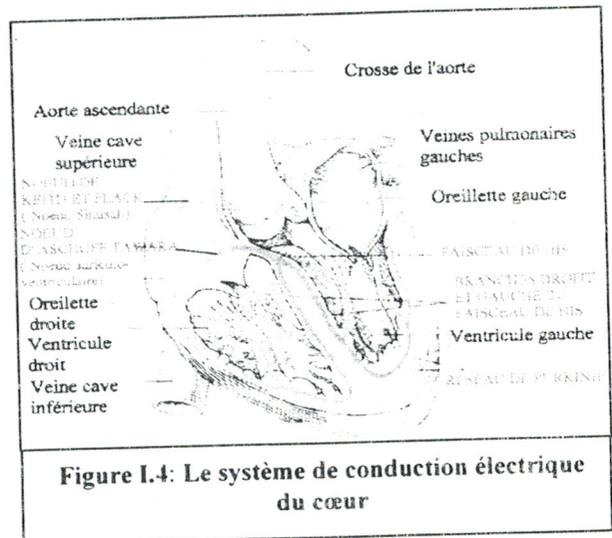


Figure I.4: Le système de conduction électrique du cœur

La forme du potentiel d'action varie selon le tissu considéré. Son amplitude crête à crête est de 100 à 120 mV. La phase de dépolarisation est la plupart du temps rapide ou très rapide. La vitesse est à peu près proportionnelle à la vitesse de conduction des tissus. La phase rapide de dépolarisation est suivie d'un plateau plus ou moins long et plus ou moins ample selon le tissu.

Le tissu nodal (c'est-à-dire des noeuds sinusal et auriculo-ventriculaire) présente, contrairement aux autres, une phase de dépolarisation lente. (Figure I.4).

Durant la phase de dépolarisation et une partie de la phase de repolarisation appelée "période réfractaire", les cellules sont inexcitables. Ces caractéristiques des cellules cardiaques



contribuent à une bonne synchronisation des mécanismes de contraction de l'ensemble du muscle cardiaque. [3]

I.3.2 Propagation de l'excitation :

La transmission de l'excitation dans les fibres cardiaques s'effectue de proche en proche.

Elle résulte d'un flux de courant entre les cellules qui viennent d'être activées et les cellules adjacentes au repos.

L'excitation qui est à l'origine du battement cardiaque prend naissance dans le nœud sinusal (ou nœud de Keith et Flack). Elle se propage de cellule à cellule dans toute la masse du muscle auriculaire pour produire la contraction des oreillettes. L'excitation atteint alors le nœud auriculo-ventriculaire (ou nœud d'Aschoff-Tawara, Figure I.4).

Ce nœud a un rôle de régulateur. Il impose à l'onde de propagation un certain retard avant de la transmettre au faisceau de His. Celui-ci transmet l'excitation aux ventricules, plus précisément au Faisceau de His et aux fibres de Purkinje qui cheminent sur toute la surface interne des ventricules.

Le nœud auriculo-ventriculaire et le faisceau de His constituent le seul lien fonctionnel normal entre les étages auriculaire et ventriculaire. Grâce au retard imposé par le nœud auriculo-ventriculaire, les ventricules ne sont dépolarisés qu'après la fin de la contraction des oreillettes, donc au moment où les ventricules sont remplis.

La conduction dans le réseau de Purkinje est très rapide ce qui permet d'obtenir une contraction à peu près simultanée de l'ensemble des myocardiocytes ventriculaires droit et gauche, d'où une expulsion optimale du volume sanguin ventriculaire vers les artères. La repolarisation se produit ensuite de façon plus lente. [4]

I.4 Electrocardiographie :

Une fibre cardiaque en cours de dépolarisation peut être assimilée à un dipôle de courant.

A un instant donné le front de l'onde d'activation formé par l'ensemble des dipôles élémentaires crée un champ électrique qui est fonction des moments dipolaires. L'enregistrement de l'évolution temporelle du champ électrique résultant, effectué au moyen d'électrodes cutanées, se nomme l'électrocardiogramme de surface.

L'apparition de l'électrocardiographie il y a une centaine d'années coïncide avec la création du premier système d'enregistrement suffisamment sensible pour mesurer les potentiels électriques cardiaques à partir de la surface du corps. Ce système fut réalisé en 1903 par Willem

Einthoven [5], physiologiste néerlandais de Leyde (1860-1927), considéré comme le père de l'électrocardiographie. Il décrit la succession des ondes P, QRS, T dans le signal électrocardiologique.

Il fut également le premier à découvrir certaines anomalies électrocardiographiques [5] telles que les tachycardies et les bradycardies ventriculaires. Il reçut en 1924 le prix Nobel pour l'ensemble de son travail sur l'électrocardiographie.



I.4.1 Enregistrement de l'ECG standard: les dérivations

Un système de dérivations consiste en un ensemble cohérent de dérivations, chacune définie par la disposition de ses électrodes sur le thorax du patient. L'emplacement des électrodes est choisi de sorte à explorer la quasi totalité du champ électrique cardiaque en offrant un ensemble cohérent de dérivations non redondantes. Plusieurs systèmes standardisés existent.

Dans le paragraphe suivant, nous décrirons chronologiquement les systèmes de dérivations les plus utilisés et les différents types d'ECG associés.

I.4.1.1 Les dérivations périphériques bipolaires standards :

Les dérivations I, II et III sont des dérivations bipolaires qui explorent l'activité cardiaque dans le plan frontal. Ce système de référence est schématisé par un triangle équilatéral dit triangle d'Einthoven, dont les sommets représentent les localisations des électrodes (Figure I.5). Les trois électrodes sont placées respectivement : au bras droit pour R, au bras gauche pour L et à la jambe gauche pour F.

On considère que tous les vecteurs résultants instantanés ont pour origine commune le centre du triangle équilatéral et on recueille leurs projections sur les côtés de ce triangle en mesurant les différences de potentiel entre ses sommets [5] :

$$D_I = V_L - V_R \quad (1.1)$$

$$D_{II} = V_F - V_R$$

$$D_{III} = V_F - V_L$$

Théoriquement, on a la relation :

$$D_I + D_{III} = D_{II} \quad (1.2)$$

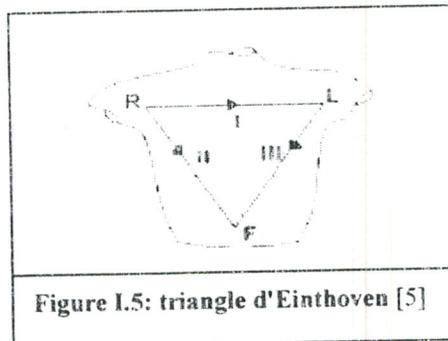


Figure I.5: triangle d'Einthoven [5]

I.4.1.2 Les dérivations périphériques unipolaires :

En 1934, Wilson introduit les dérivations unipolaires [5]. Dans ce cas, il mesure la différence de potentiel entre un point de référence et chacun des points R, L et F. Dans le système dit de Wilson, ce point de référence appelé "borne centrale de Wilson" est virtuel, il est supposé demeurer à un potentiel invariable et de valeur pratiquement nulle.

Goldberger [5] propose en 1942, les «dérivations unipolaires augmentées des membres» (aVR, aVL, aVF). Celles-ci permettent d'obtenir des signaux de plus grande amplitude que ceux du système de Wilson. Ces dérivations mesurent la différence de potentiel entre chacun des trois points et le potentiel moyen des deux autres. On obtient ainsi des déflexions augmentées d'un facteur 1,5 par rapport aux dérivations de Wilson (Figure I.6) :



$$\begin{aligned}
 aVR &= V_R - \frac{V_L - V_F}{2} = 3 \times \frac{V_R}{2} \\
 aVL &= V_L - \frac{V_F - V_R}{2} = 3 \times \frac{V_L}{2} \\
 aVF &= V_F - \frac{V_R - V_L}{2} = 3 \times \frac{V_F}{2}
 \end{aligned}
 \tag{I.3}$$

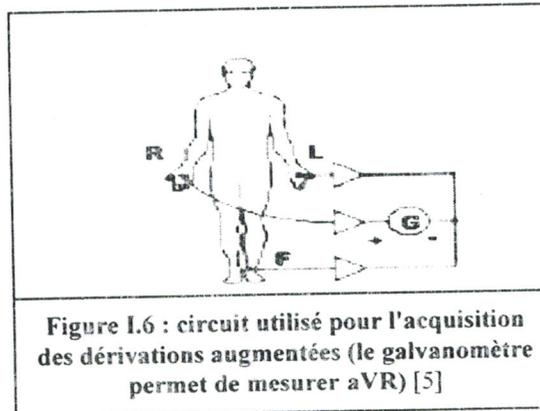


Figure I.6 : circuit utilisé pour l'acquisition des dérivations augmentées (le galvanomètre permet de mesurer aVR) [5]

En 1935, Kossman [5] propose les dérivations unipolaires précordiales (V1 à V6) (Figure I.6).

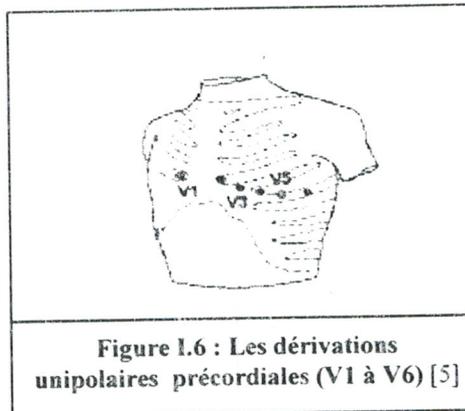


Figure I.6 : Les dérivations unipolaires précordiales (V1 à V6) [5]

Ces six dérivations unipolaires parcourent transversalement la région précordiale antérieure et latérale gauche. Elles correspondent à la mesure de différence de potentiel entre chaque électrode et la borne centrale de Wilson.

Le système d'électrodes standard utilisant 12 dérivations est finalement constitué de l'ensemble des dérivations: aVR, aVL, aVF, DI, DII, DIII et V1 à V6.

I.4.2 Terminologies et normes [6] :

Sur un tracé électrocardiographique, le premier repère est la ligne isoélectrique. Elle est la ligne de base correspondant à l'absence de phénomène électrique. Au-dessus de celle-ci, on parle d'onde positive, en dessous, d'onde négative. Une onde peut être aussi diphasique si une



partie de celle-ci se situe au-dessus et l'autre partie au-dessous de la ligne isoélectrique. Toutes les ondes se mesurent du début de leur phase initiale, à la ligne isoélectrique.

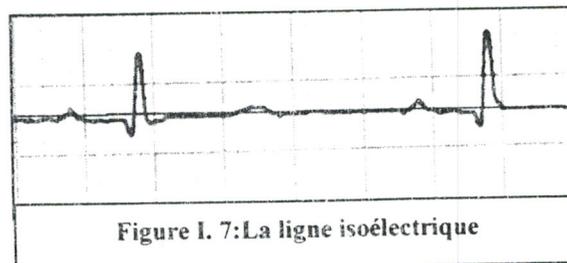


Figure I. 7: La ligne isoélectrique

a. L'onde P : Elle est l'onde de dépolarisation auriculaire. Elle est de forme arrondie, souvent positive, de faible amplitude (1 à 3 mvolts) et de moins de 0,12 seconde en D2.

b. Le complexe QRS : Il correspond à l'activation et à la dépolarisation des ventricules de l'endocarde vers l'épicarde, il est constitué de trois segments :

- L'onde Q : première déflexion négative : activation septale.
- L'onde R : première déflexion positive : activation pariétale du ventricule gauche (VG).
- L'onde S : déflexion négative qui suit l'onde R : activation basale du VG.

La durée de l'ensemble QRS varie de 0,06 à 0,1 seconde et se mesure du début du QRS jusqu'à la fin de l'onde S ou R, selon le cas.

c. Le segment PR : Il correspond à la pause d' $1/10^e$ de seconde entre l'activation auriculaire et l'activation ventriculaire, par le passage de l'influx du Noeud auriculo-ventriculaire au faisceau de His. Il se mesure de la fin de l'onde P jusqu'au début du QRS et correspond à 0,03 à 0,04 seconde .

d. L'onde T : Elle est la période de repolarisation ventriculaire. c'est une onde asymétrique.

e. Le segment ST : Il correspond à la période d'excitation uniforme des ventricules jusqu'à la phase de récupération des ventricules.

On le mesure de la fin de l'onde S ou R jusqu'au début de l'onde T. Il est normalement horizontal ou légèrement oblique +/- isoélectrique. Un sus-décalage ou un sous-décalage de plus d'1 mm par rapport à la ligne isoélectrique est anormal.

f. L'onde U : C'est le témoin d'une repolarisation tardive de zones myocardiques d'amplitude inscrite entre celle de l'onde P et de celle de l'onde T. Elle est inférieure à $1/4$ de l'amplitude de l'onde T.

g. L'intervalle PR : C'est le temps de conduction auriculo-ventriculaire.

C'est le temps nécessaire à l'influx pour dépolariser les oreillettes puis franchir le Noeud auriculo-ventriculaire et le tronc du faisceau de His. Il se calcule à partir du début de l'onde P en allant jusqu'au début du QRS.

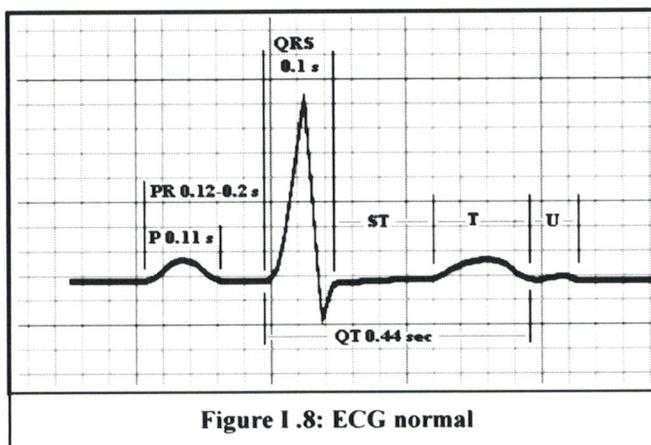
Il est de 0,12 à 0,23 seconde.

h. L'intervalle QT : C'est l'intervalle de dépolarisation (QRS), d'excitation (ST) et de repolarisation (T) des ventricules.

Il se mesure du début du QRS jusqu'à la fin de l'onde T.

le QT est fonction de la fréquence cardiaque; c'est pourquoi il est préférable d'utiliser le QT corrigé (QTc) qui se calcule avec la formule de Bazett :

$QTc = QT / \sqrt{Fc}$: qui est normalement inférieur ou égal à 0,44 seconde.



I.4.3 Analyse d'ECG [6] :

I.4.3.1 Le rythme cardiaque :

a. Rythme régulier : Il est régulier si la fréquence cardiaque est constante durant toute la durée de l'ECG.

b. Rythme sinusal : C'est un rythme où la systole, qui prend naissance dans le nœud sinusal, dépolarise successivement les oreillettes et les ventricules, à une fréquence de 60 à 100/mn.

Dans un rythme sinusal on a toujours une onde P devant chaque QRS.

I.4.3.2 La fréquence cardiaque:

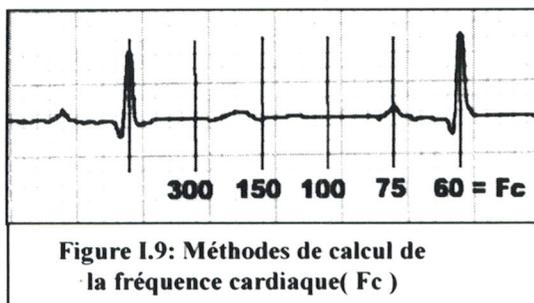
a. Méthodes de calcul de la fréquence cardiaque (Fc) :

En prenant pour principe que la fréquence cardiaque se mesure /mn, sur un papier millimétré pour ECG, un petit carré correspond à 0,04 seconde.

On visualise donc une 1^{er} onde R qui coïncide au trait gras et la 2^{ème} onde R permet d'indiquer

la fréquence cardiaque en relation avec le trait gras correspondant.

La fréquence Normale est entre 60-100 battement cardiaque par minute.



1.4.4 Electrocardiogramme ambulatoire de Holter [3] :

Malgré les quantités de renseignements qu'un ECG peut fournir, il ne reflète qu'un Instantané de l'activité électrique recueillie pendant les quelques secondes d'enregistrement.



Dans la plupart des cas, cela suffit pour faire un diagnostic et aider à l'élaboration d'un traitement. Mais certains symptômes épisodiques (palpitations, lipothymies, douleurs, ...) ont très peu de chances de se produire au moment de l'enregistrement, privant ainsi de la possibilité de rattacher ces symptômes à un éventuel trouble du rythme cardiaque. Le diagnostic de ces symptômes paraissant alors bien compromis, un américain s'appelant Holter a tenté de résoudre le problème en concevant un système d'enregistrement E.C.G. continu portable. Après bien des perfectionnements et une grande miniaturisation liée aux progrès de l'électronique, le dispositif permettant « l'enregistrement Holter » (ou tout simplement « le Holter ») est maintenant d'utilisation courante. Il enregistre en permanence l'ECG pendant 24 ou 48 heures.

L'ECG Holter est reconnu comme un outil très efficace pour le diagnostic des arythmies transitoires.

I.5 Les différents troubles de rythmes(Les arythmies cardiaque): [7],[8]

I.5.1 Introduction :

Le rythme dépend d'une part de la localisation et de la fréquence des excitations du pace-maker (nœud sinusal) et d'autre part de la manière dont se propage l'excitation émise par le pace-maker. Ainsi les troubles de rythme ou arythmies seront classés en :

- *Troubles de l'excitabilité* : ou le pace-maker est soit sinusal : tachycardie ou bradycardie sinusale , soit ectopique : auriculaire extra-sinusal (réalisant les rythmes auriculaires),Jonctionnel (réalisant les rythmes jonctionnels) ,ou ventriculaire (réalisant les rythmes ventriculaires).
- *Troubles de conduction* : ou le pace-maker est normal ,mais ou la conduction auriculo-ventriculaire de l'excitation est anormal ,ralentie ou bloquée : ce sont les blocs auriculo-ventriculaire.

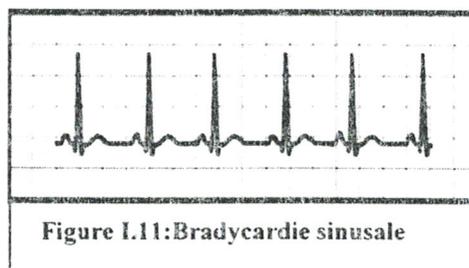
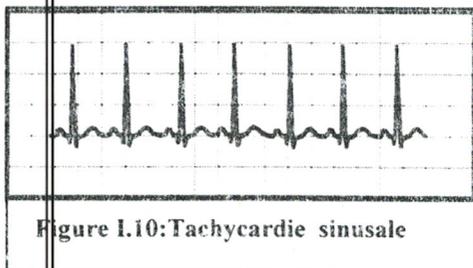
I.5.2 Les troubles de l'excitabilité :

I.5.2.1 Les anomalies du rythme sinusal :

a. La tachycardie sinusale : réalise un rythme sinusal dont la fréquence est comprise entre 100 et 150 battement par minute.

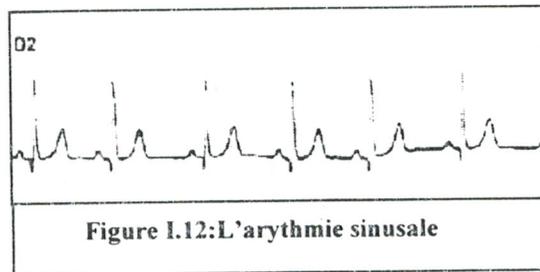
L'ECG est normal, seule la fréquence est accélérée ,cette accélération se fait dépens de l'intervalle diastolique.

b. La bradycardie sinusale : Il s'agit d'un rythme sinusal dont la fréquence est comprise entre 40 et 60 battements par minute.Elle possède les meme caractères que la tacyhcardie sinusale.





c. **L'arythmie sinusale** : Elle prend naissance dans le sinus, entraînant successivement les oreillettes et les ventricules avec une fréquence irrégulière. L'ECG est de morphologie normale, mais les complexes QRS sont irrégulièrement espacés, avec une variation de plus de 0,12 seconde dans la durée des intervalles P-P successifs.



I.5.2.2 Les Extrasystoles :

Une extrasystole est une excitation ventriculaire prématurée par rapport à la dépolarisation attendue, d'origine auriculaire, nodale ou ventriculaire. Parfois physiologiques, elles peuvent cependant traduire une pathologie sous-jacente plus ou moins grave.

☞ **Caractéristiques générales:**

- Excitation prématurée des ventricules par un foyer ectopique (autre que le nœud sinusal).
- Repos compensateur après l'extrasystole, le complexe QRS suivant arrivant au moment attendu si le rythme était resté sinusal.

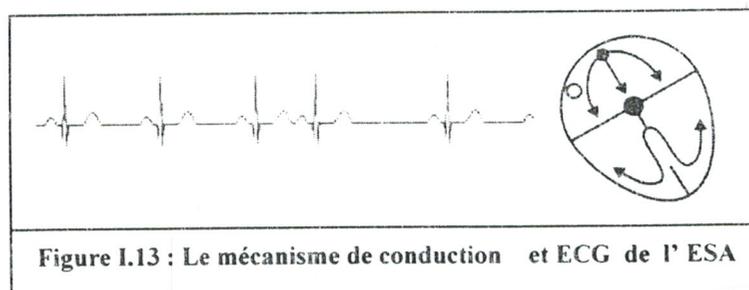
a. Les extrasystoles auriculaires (ESA):

C'est une systole isolée ou répétitive dont le point de départ de l'influx se situe dans l'oreillette avec une conduction et une activation normales.

Sur l'ECG, elle est représentée par une onde P' de morphologie différente de l'onde P d'origine sinusale. Elle peut être visible ou confondue dans le reste du tracé.

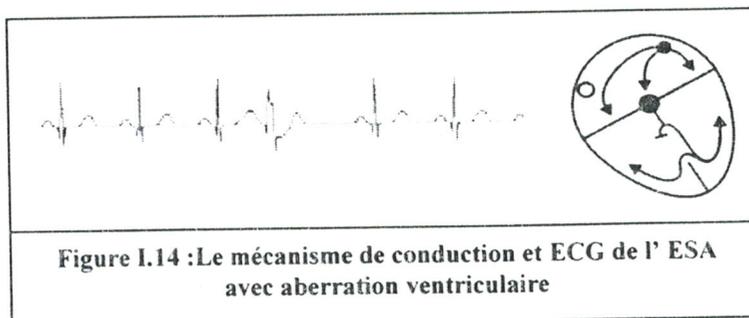
La régularité de l'intervalle PP est troublée par P' : P'R peut être plus court, égal ou plus long à PR. Le QRS suivant P' est souvent identique aux QRS suivant P, mais avec souvent une pause poste extrasystolique compensatrice.

Les ESA peuvent être isolées, en couplet, en salve, bigéminées, trigéminées ou quadrigéminées si toutes les deux, trois ou quatre ondes P.



b. Les extrasystoles auriculaire avec aberration ventriculaire:

c'est une extrasystole auriculaire avec un complexe QRS de morphologie différente des complexes QRS d'origine sinusale, avec aspect de bloc de branche droit lié à un trouble intermittent, fonctionnel, de la conduction de la branche droite du faisceau de HIS.



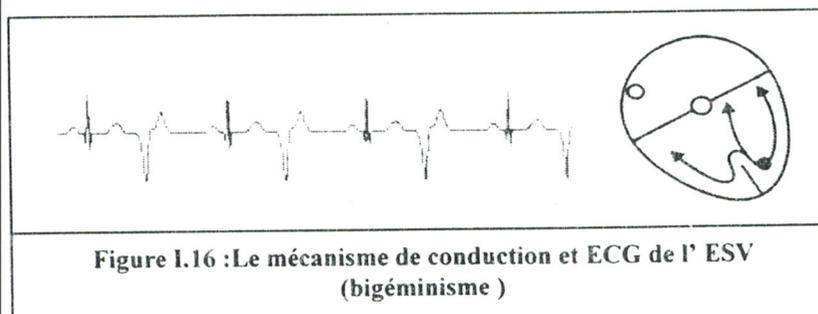
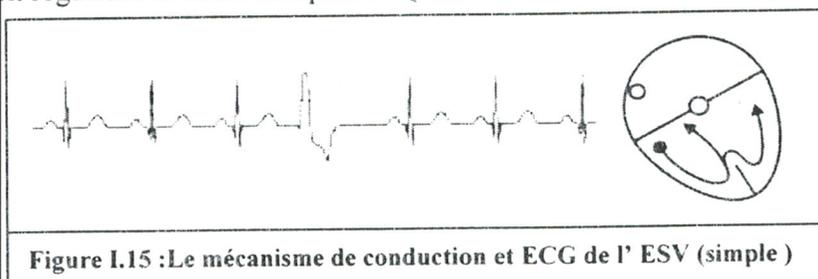
c. Les extrasystoles ventriculaire (ESV) :

C'est une impulsion électrique qui prend naissance prématurément dans un foyer ventriculaire ectopique, soit par automaticité d'un foyer ectopique, soit par réentrée avec une zone réfractaire localisée au voisinage immédiat du foyer ectopique.

Si les extrasystoles sont issues d'un même foyer ectopique, elles sont toutes d'aspect identique, elles sont monomorphes. Au contraire elles sont d'aspects multiples, polymorphes, si issues de foyers différents.

Les critères électrocardiographiques composent une triade :

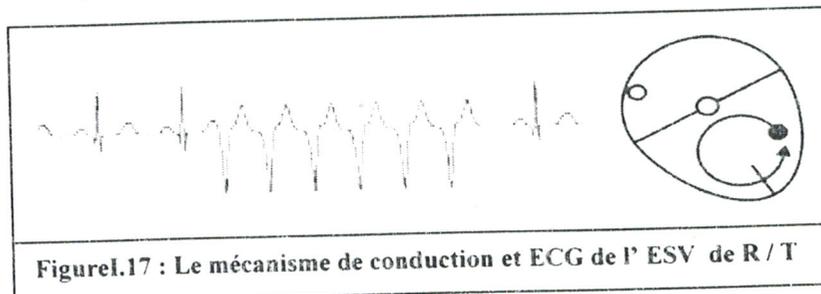
- ⇒ Absence d'onde P.
- ⇒ Complexes QRS prématurés.
- ⇒ Complexes QRS larges et déformés.
- ⇒ On notera aussi l'existence d'une pause compensatrice (c a d la longueur de deux cycles comportant l'extrasystole ventriculaire est égale a la longueur de deux cycles normaux.), et d'une onde T géante et souvent inverse au QRS.
- ⇒ L'extrasystole ventriculaire peut être :
 - Soit isolée : elle apparaît le plus souvent sur cœur sain.
 - Soit régulière : réalisant le *bigéminisme* qui est la succession régulière d'un complexe QRS normal et d'une extrasystole ventriculaire ; ou plus rarement le *trigéminisme* qui est la succession régulière de deux complexes QRS normaux et d'une extrasystole ventriculaire.





d. Les extrasystoles ventriculaire dans T (R sur T):

Les battements ectopiques ventriculaires peuvent survenir en même temps que l'onde T du battement précédent. Lors de l'installation d'un infarctus du myocarde aigu, de telles ectopies « R sur T » peuvent déclencher de arythmies ventriculaires.

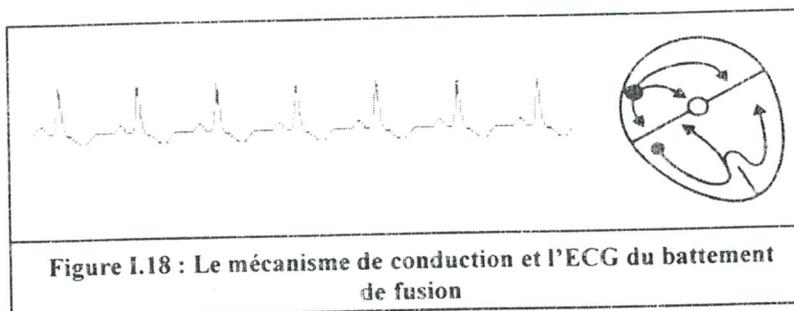


e. Les extrasystoles nodales (ou jonctionnelles) (ESJ):

Elles naissent du noeud auriculo-ventriculaire et l'activation ascendante des oreillettes donnent des ondes P' négatives en D2, D3 et aVf (ou sans onde P). Les complexes QRS sont le plus souvent fins, de morphologie identique au tracé en rythme sinusal. Ces extrasystoles supraventriculaires sont retrouvées chez des sujets normaux. Elles sont habituellement peu nombreuses (< 10 par heure).

e. Les battements de fusion (fusion des battements ventriculaires et des battements normaux):

Le complexe de fusion s'observe quand les ventricules sont activés par un influx auriculaire et un influx ventriculaire survenant de façon simultanée. Le complexe QRS résultant a donc une forme intermédiaire entre le complexe d'origine sinusale et le complexe extrasystolique.



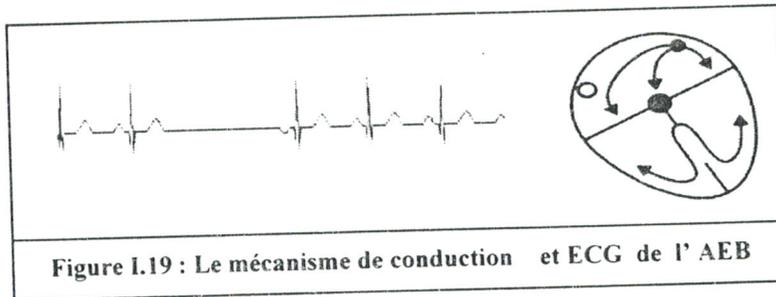
1.5.2.3 Les échappements 'Escapes' :

Il se trouve dans différentes partie du cœur des cellules qui ont le pouvoir d'émettre des excitation si le nœud sinusal (ou le nœud auriculo ventriculaire) ne se dépolarise pas ou, si la conduction de l'onde de dépolarisation est bloqué, donc la commande de la dépolarisation sera assumée par un foyer dans le muscle auriculaire ou dans la région autour du nœud auriculo ventriculaire (région jonctionnel) et on aura une onde de dépolarisation à une fréquence de 30 battement par minute. Si ceux-ci échouent ou, si la conduction est bloquée, un foyer ventriculaire assurera la dépolarisation à une fréquence de 30 battements par minute.



a. Battement auriculaire d'échappement 'Atrial escape Beat'(AEB) :

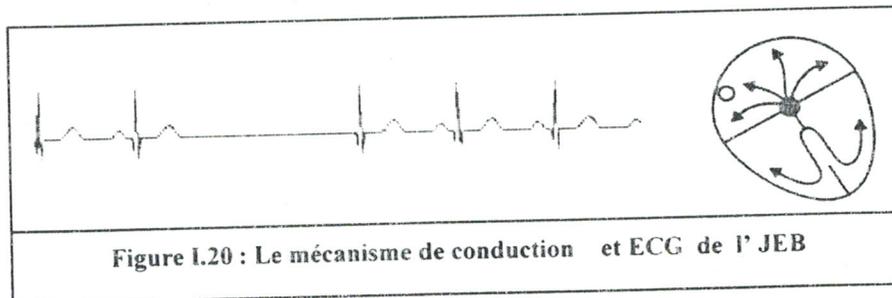
Si le nœud sinusal est inactive ,un foyer dans l'oreillette va assuré la commande du cœur , et en va avoir un rythme auriculaire d'échappement avec un onde P anormal et un complexe QRS et onde T normaux ,avec une durée RR long .



b. Battement jonctionnel d'échappement 'Nodal (junctional) escape beat (NEB):

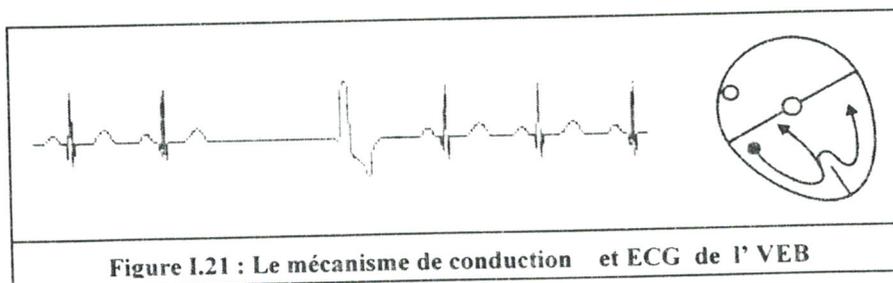
Si la région autour du nœud auriculo-ventriculaire succède, le rythme s'appelle un rythme jonctionnel d'échappement. Au niveau de l'ECG en aura un cycle cardiaque retardé sans onde P (en raison d'une absence de contraction auriculaire ou parce qu'elle est partiellement perdue dans le complexe de QRS) ou une onde P inversée.

La morphologie réelle de l'onde P dépend d'à quelle distance entre le foyer et le nœud auriculo-ventriculaire. L'onde de la dépolarisation sera toujours inversée parce qu'elle traverse les oreillettes dans la direction opposée comparée au rythme de sinus



c. Battement ventriculaire d'échappement :

Si les deux nœuds de dépolarisation se ralentit un foyer ventriculaire assure la commande du cœur , au niveau de l'ECG en aura un complexe QRS large retardé de morphologie anormal .





I.5.2.4 Les blocs :

a. Les blocs auriculo-ventriculaire :

Ce sont les blocs de conduction du courant de dépolarisation entre le nœud sinusal et les myocytes ventriculaires.

Selon le type du blocage, il existe 4 types de blocs auriculo-ventriculaires (B.A.V.):

- **B.A.V. du 1er degré:** (PR allongé $PR > 0,20-0,22$ seconde) mais chaque P est suivi d'un QRS.
- **B.A.V. du 2ème degré type 1:** allongement progressif du PR jusqu'à l'onde P bloquée.
- **B.A.V. du 2ème degré type 2:** blocage intermittent avec un passage de conduction sur 2, sur 3, voire sur 4.
- **B.A.V. du 3ème degré:** bloc complet, avec dissociation auriculo-ventriculaire.

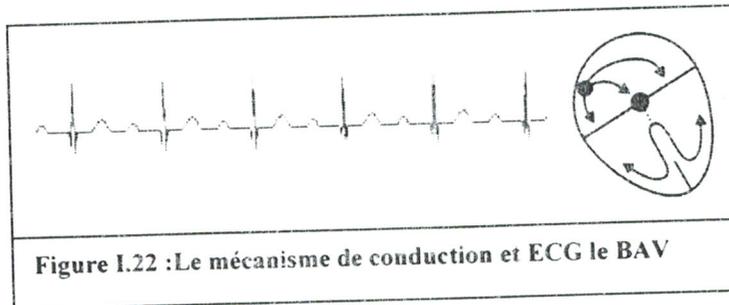


Figure I.22 : Le mécanisme de conduction et ECG le BAV

b. Le Bloc de branche :

Un bloc de branche est un bloc de conduction situé sur une branche du faisceau de His. Sur le tracé électrocardiographique, ceci se traduit par des anomalies du complexe QRS sans atteinte de l'espace PR.

☞ Caractéristiques générales:

- Anomalies du segment ST (donc de la repolarisation)
- Complexes QRS élargis ($>0,12$ sec).

• Les blocs de branche gauches (BBG):

Les différents signes électriques à rechercher sont les suivants :

- Aspect QS en V1, V2, V3
- Aspect R exclusif ou en M en D1, VL, plus ou moins V6
- Retard à l'apparition de la déflexion intrinséquoïde en V6 supérieure à 0.08s
- Parfois une déviation axiale gauche modérée peut se voir
- Troubles de la repolarisation à type d'ondes T négatives dans les précordiales gauches

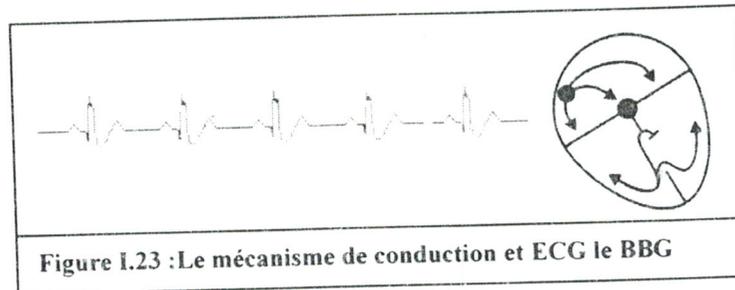


Figure I.23 :Le mécanisme de conduction et ECG le BBD

• Les blocs de branche droits (BBD) :

On recherche les signes électriques suivants :

- Aspect RSR' en V1 avec $R < R'$
- Aspect RS en D1, VL plus ou moins V6,
- Retard à l'apparition de la déflexion intrinsèque en V1 supérieure à 0,04s

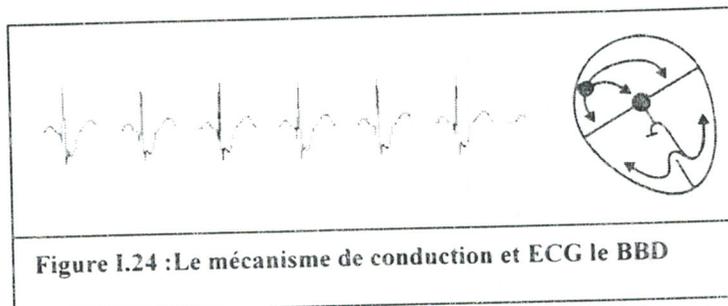


Figure I.24 :Le mécanisme de conduction et ECG le BBD

1.5.2.5 Les rythmes auriculaires:

a. Le flutter auriculaire (FU.A) :

C'est un rythme ectopique d'origine auriculaire extra-sinusal, qui se traduit par des contractions régulières et coordonnées des oreillettes à une fréquence de 300 par minute ; les ventricules ne se contractent qu'une fois sur 2 ou sur 3, car il existe un bloc fonctionnel.

☞ Caractère ECG :

- Les complexes auriculaires sont réguliers, morphologiquement anormaux : onde F de flutter avec aspect en dent de scie, fréquence de 300 battement par minute.
- Les complexes QRS-T sont normaux.

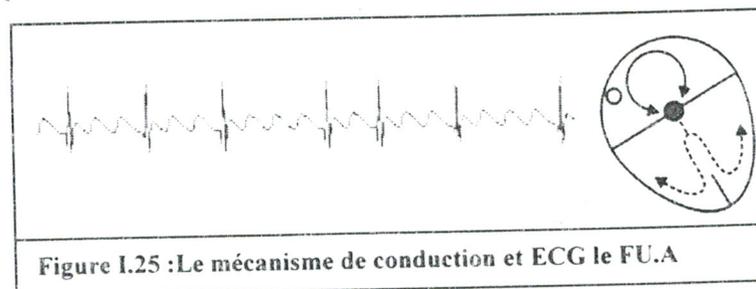


Figure I.25 :Le mécanisme de conduction et ECG le FU.A

b. La fibrillation auriculaire (F.A):

C'est un trouble du rythme fréquent. Il réalise un état anarchique d'excitation du myocarde des oreillettes aboutissant à des contractions vermiculaires dispersées et inefficaces



des oreillettes; les ventricules ne répondant qu'à quelques stimulations auriculaires ce qui aboutit à un rythme irrégulier à type de tachycardie le plus souvent.

Caractères ECG :

- Les complexes auriculaires sont irréguliers, de morphologie anormale : ondes f de fréquence 400 à 600 par minute, donnant à la ligne isoélectrique un aspect de trémulation.
- Les complexes QRS-T sont morphologiquement normaux mais inéquidistants.

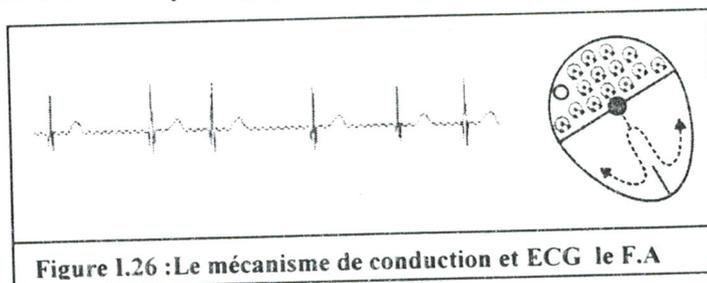


Figure 1.26 : Le mécanisme de conduction et ECG le F.A

1.5.2.6 Les rythmes Ventriculaires :

a. Tachycardie ventriculaire (T.V) :

La T.V est régulière avec un rythme de plus de 150 / min, des complexes QRS larges (durée supérieure ou égale à 0,12s), avec dissociation auriculo-ventriculaire (les ventricules battent plus vite que les oreillettes). C'est donc très important de bien rechercher les ondes P.

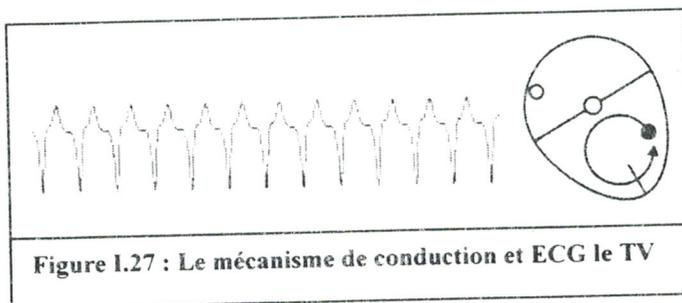


Figure 1.27 : Le mécanisme de conduction et ECG le TV

b. Fibrillation ventriculaire :

Le rythme ventriculaire est très rapide, complètement désorganisé. Les ondes P ne sont pas visibles et les QRS sont remplacés par une activité électrique anarchique, très polymorphe.

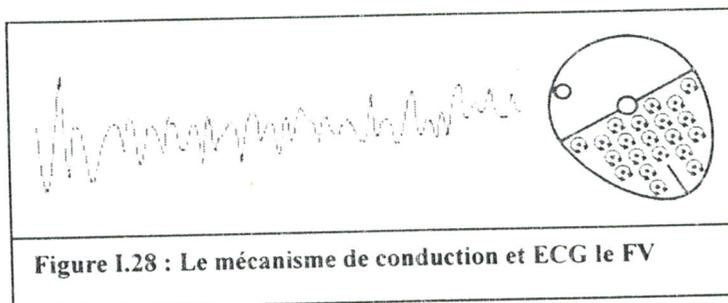


Figure 1.28 : Le mécanisme de conduction et ECG le FV



c. Flutter ventriculaire :

Le rythme ventriculaire est très rapide (supérieur à 250 par minute). Les ondes P ne sont pas visibles. Il se distingue de la fibrillation ventriculaire par l'aspect relativement organisé des QRS qui donnent un aspect sinusoïdal au tracé.

Après l'exposé des nécessaires bases cardiologiques, nous allons nous intéresser aux bases de données qui ont servi de support à notre étude.

I.6 Les Bases de données :

I.6.1 Introduction :

La validation de n'importe quel traitement automatisé des signaux d'ECG, exige son application plus ou moins à un groupe importants des signaux réels d'ECG et qui couvriront également le maximum des pathologies et des dérivations existant.

En général, les caractéristiques qui s'imposent à ces bases de données sont [9] :

- Elles contiennent des signaux réels et représentatifs d'une large variation de pathologies cardiaques pour permettre une bonne analyse des signaux d'ECG.
- Elles contiennent des signaux rarement observés mais cliniquement significatifs. Bien qu'il ne soit pas difficile d'obtenir des enregistrements des électrocardiogrammes correspondant à certaines anomalies, souvent plus significatives sont rarement enregistrées.
- Elles contiennent des signaux standard, c'est-à-dire, qu'il faut faire la comparaison des différents algorithmes de traitements des signaux d'ECG sur la même base de données.
- Elles contiennent des signaux annotés. Habituellement, chaque complexe QRS, il a été annoté manuellement par deux cardiologues ou plus, travaillant d'une manière indépendante. Ces annotations servent comme référence pour comparer les résultats produise par les méthodes automatisées.
- Elles contiennent des signaux discrets accessibles aux programmes machine. De cette façon, il est possible d'effectuer un test totalement automatique et reproductible.
- Les paramètres des signaux, comme f_s (la fréquence d'échantillonnage), etc.... doit être connus.

Actuellement il y a plusieurs bases de données des signaux d'ECG on donne comme exemples [9] :

- ⇨ *AHA DB*: The American Heart Association Database for Evaluation of Ventricular Arrhythmia Detectors (30 enregistrements, de 35 minutes chacune).
- ⇨ *MIT DB*: The Massachusetts Institute of Technology-Beth Israel Hospital Arrhythmia Database (48 enregistrements, de 30 minutes chacune).
- ⇨ *ESC DB*: The European Society of Cardiology ST-T Database (90 enregistrements, de deux heures chacune).
- ⇨ *NST DB*: The Noise Stress Test Database (12 enregistrements, de 30 minutes chacune).
- ⇨ *CU DB*: The Creighton University Ventricular Sustained Arrhythmia Database (35 enregistrements, de 8 minutes chacune).



Dans notre étude en a utilisé comme base de données la base de données MIT DB.

I.6.2 La base de données MIT BIH [10] :

Depuis 1975, les laboratoires de l'hôpital de Beth Israël a Boston (maintenant c'est le centre médical de Beth Israël Deaconess) et MIT ont réalisé une base de données MIT/BIH, qui a été commencé à être distribuée en 1980.

Cette base de données contient 48 enregistrements extraits d'une demi-heure des enregistrements ambulatoires à deux voies d'ECG, obtenus à partir de 47 sujets étudiés par le laboratoire d'arythmie de BIH entre 1975 et 1979. Vingt-trois enregistrements ont été choisis au hasard d'un ensemble de 4000 enregistrements ambulatoires de 24 heures d'ECG rassemblés d'une population mélangée des patients hospitalisés (60%) et des patients non hospitalisés (40%) à l'hôpital de Beth Israel de Boston (les séries '100'), les 25 enregistrements restants ont été choisis parmi les mêmes enregistrements mais qui mis en considération de arythmies rarement observés qui ont une signification cliniques (les séries '200').

Les enregistrements ont été échantillonné à une fréquence $f_s=360\text{Hz}$ avec une résolution de 11 bits sur une gamme de 10 mV. Deux cardiologues ou plus ont indépendamment annoté chaque enregistrement, (approximativement 110.000 annotations en tout) qui ont été inclus avec la base de données.

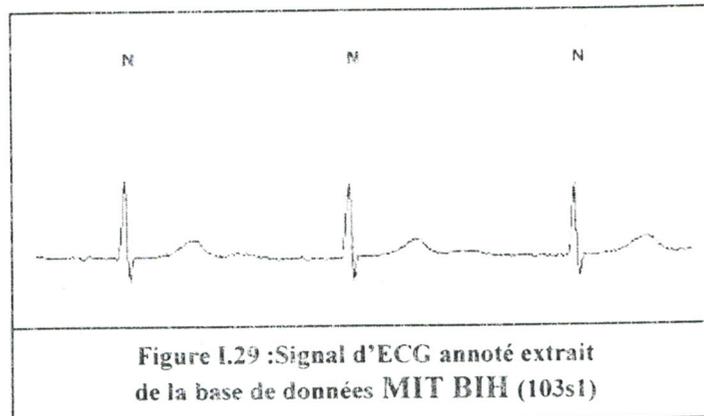


Figure I.29 :Signal d'ECG annoté extrait de la base de données MIT BIH (103s1)



I.7 Conclusion :

Le cœur est l'élément central du système cardiovasculaire qui permet l'alimentation en oxygène et en nutriments des organes. Il est principalement composé de quatre cavités : deux oreillettes et deux ventricules. À chaque battement, leurs contractions successives peuvent être suivies depuis l'extérieur du corps par des électrodes, collées à la surface de la peau, qui mesurent l'activité électrique des fibres musculaires cardiaques.

Cet examen non invasif s'appelle l'électrocardiogramme (ECG) quand il est effectué pendant quelques minutes à l'hôpital, et *l'examen Holter* lorsqu'il est effectué sur 24 heures.

Chaque couple de cavités (les oreillettes et les ventricules) possède sa propre signature électrique dans ECG a savoir :

- onde P : dépolarisation auriculaire,
- ondes Q, R et S : dépolarisation ventriculaire,
- onde T : repolarisation ventriculaire.

En effet, l'analyse de ces ondes permet, de diagnostiquer troubles du rythme (Troubles de l'excitabilité, Troubles de conduction) et un grand nombre d'autres pathologies cardiaques.

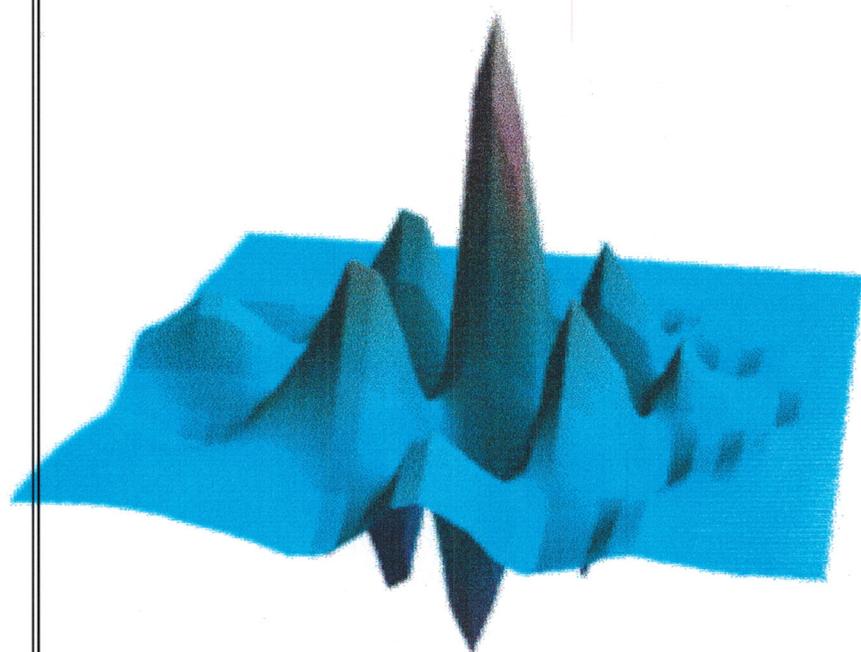


Références bibliographiques

- [1] : ROSE MARIE HAMLADJI, " Précis de sémiologie ", Edition OPU , 1999.
- [2] : ALAIN JUILLARD, " L'infirmière en cardiologie ", Edition LAMARRE, 1994.
- [3] : BARBARA OFICJALKA , " Morphologie de l'onde P du signal électrocardiographique . Analyse de forme des signaux bidimensionnels : Mesure d'effets pharmacologiques sur les Ondes P, QRS et T en représentation Temps - Fréquence ", thèse pour obtenir le grade de Docteur en Sciences de L'université de Nice-Sophia Antipolis ,1994.
- [4] : D. THOMAS, " Cardiologie ", Edition Ellipses ,1994.
- [5] : JEAN PHILIPPE COUDERC, " Analyse quantitative des composantes temps - échelle de l'ECG à haute résolution moyenne pour l'évaluation du risque de tachycardies ventriculaires et de la morte subie après un infarctus du myocarde ", thèse pour obtenir le grade de Docteur en Génie Biologique et médical de l'Institut National Des Sciences Appliquées de Lyon ,1997.
- [6] :HENRI DENDIN & J.P.BOURDARIAS & ANDRE LENAERS " Méthode d'investigation en cardiologie ", Edition Maloine ,1993 .
- [7] : JEAN GAY & MICHEL DESNOS & PATRICE BENOIT , " L'Electrocardiogramme -Savoir l'interpréter -" , EDITION OPU ,1994 .
- [8] : H.GILBERT MUDGE, " Manuel d'Electrocardiographie", Edition MADSI,1982.
- [9] : R.G MARK & P.S SCHLUTER &G.B MOODY & P.H DEVLIN & D. CHERNOFF, " An annotated ECG database for evaluating arrhythmia detectors ", Frontiers of Engineering in Health Care: Proceedings of the 4th Annual Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society, pp. 205-210. New York,1982 .
- [10]: " MIT-BIH Arrhythmia Database Directory ", Harvard MIT Division of Health Sciences and Technology, Biomed. Eng.center,1997.

Chapitre II

La Théorie Des Ondelettes



Préambule : Ce chapitre s'adresse aux personnes désireuses de connaître la théorie des ondelettes sans être de purs mathématiciens. Il décrit la théorie des ondelettes tout en mettant l'accent sur les différents types d'ondelettes et leurs propriétés respectives ainsi que les transformées d'ondelettes.



Abréviations et Notations

TO: Transformée en ondelettes.
 TOC, TOD: Transformée en ondelettes continue, discrète.
 TF: Transformée de Fourier.

Espace :

$L^2(\mathbb{R})$: L'espace des fonction de carré intégrable sur \mathbb{R} .

$\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$: Sous-espaces vectoriels fermés emboîtés.

W_j : L'espace complémentaire de V_j .

Ondelettes

ψ, ϕ : Ondelette, fonction d'échelle correspondante.

a, b : Facteur d'échelle, position.

C_ψ : Facteur de normalisation.

Fonctions et transformations usuelles

\hat{f} : Transformée de Fourier de la fonction f .

H^* : Complexe conjugué de H .

Ψ : La transformée de Fourier de ψ .

H, G : Transformée de Fourier de h, g .

$\psi_{a,b}^*$: Conjugué de $\psi_{a,b}$.

T_b : Translation de vecteur b .

δ_k : Dilatation de facteur k .

$D_{a,b}$: Coefficients de la transformée en ondelettes.

$d_{j,k}$: Les coefficients d'ondelettes.

h_k, g_k : Coefficients des filtres H,G

$H(\omega)$: Filtre passe bas.

$G(\omega)$: Filtre passe haut.



II.1 Introduction :

L'analyse de Fourier introduite au début du 19^e siècle par Joseph Fourier, permet de repérer les composantes physiques d'un signal grâce à une analyse spectrale réalisée à l'aide des séries ou de l'intégrale de Fourier. Toutefois l'étendue infinie de ses fonctions de base, la rend inadaptée pour l'analyse des signaux bien localisés en temps et donc infiniment étalés en fréquence.

Pour pallier cette défaillance de la méthode de Fourier, Dennis Gabor dans les années 1940, a proposé d'analyser le signal 'par bloc' à l'aide d'une fenêtre de pondération gaussienne qui glisse sur le graphe du signal. Cette méthode d'analyse connue sous le nom de *Transformée de Fourier à fenêtre glissante* ou de *Transformée de Gabor (TG)*, permet de définir le spectre fréquentiel du signal sur un ensemble de plages temporelles localisées. Il est ainsi possible de suivre l'évolution dans le temps du contenu spectral du signal et de réaliser par conséquent, une analyse *temps-fréquence* du signal.

À l'usage, cette nouvelle méthode d'analyse bien que fructueuse dans plusieurs applications, a révélé une insuffisance : la longueur fixe de la fenêtre glissante limite la résolution temporelle et ne permet pas d'analyser simultanément des phénomènes dont les échelles de temps sont différentes.

C'est pourquoi le géophysicien Jean Morlet a proposé en 1981, alors qu'il s'intéressait à l'étude de signaux sismiques, une nouvelle méthode d'analyse : *L'analyse par ondelettes*. L'idée sous-jacente est de décomposer le signal à analyser sur une famille particulière de fonctions obtenues par translation et dilatation d'une fonction prototype appelée ondelette mère. Ce procédé permet de réaliser une analyse temporelle fine du signal lorsque l'ondelette est contractée et une analyse fréquentielle fine lorsqu'elle est dilatée. Ce réglage progressif de la forme de l'ondelette permet d'effectuer un zoom sur n'importe quel singularité intéressant du signal.

Une telle approche était déjà apparue au début du 20^e siècle à travers les recherches de Haar, Franklin et Littlewood -Paley pour suppléer la transformation de Fourier dans l'examen de la régularité et des propriétés locales d'une fonction [1].

II.1.1 Remarques sur la transformée de Fourier [2] :

La transformée de Fourier (TF), outil fondamental aussi bien en mathématiques qu'en physique et traitement du signal s'écrit pour une fonction f intégrable à une variable

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-mw} f(t) dt \quad (\text{II.1})$$

La transformée inverse existe et s'écrit alors :

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{mw} F(w) dw \quad (\text{II.2})$$

La transformée de Fourier, qui consiste à décomposer f sur des fonctions e^{mw} (très localisées en fréquence mais non localisées en espace) permet une analyse de l'ensemble des fréquences de la fonction f (analyse spectrale). En revanche cette analyse n'est pas localisée en espace (ou en temps, suivant le point de vu sous lequel on se place). L'analyse spectrale est un outil fondamental en mathématiques et en traitement du signal, notamment pour l'étude des signaux stationnaires (c'est à dire ayant des propriétés statistiquement invariantes au cours du temps). En effet, ces signaux se décomposent en combinaisons linéaires d'ondes. Cependant, il existe de nombreux cas où la relation temps - fréquence ou espace - fréquence est indispensable, notamment l'étude des signaux transitoires ou des événements imprévisibles apparaissent.

Prenons l'exemple d'un morceau de musique qui serait la fonction à analyser. Ce morceau est une suite de notes (ayant une fréquence bien déterminée) dans le temps.



On ne peut prévoir a priori à quel instant telle note va être jouée. La transformée de Fourier permet d'affirmer si le morceau contient des do, par exemple, et en quelle proportion. Par contre, elle ne permet pas de produire à quel moment du morceau un do a été joué.

II.1.2 La transformée de Fourier a fenêtre glissante :

Afin d'améliorer la localisation en temps, tout en préservant au mieux la localisation en fréquence, on peut utiliser la transformée de Fourier a fenêtre glissante, approche améliorée dans les années 40 par D. Gabor [3]. Ce dernier propose une représentation des composantes fréquentielles d'un signal, calculées à partir d'une série de portions du signal à analyser. La transformation de Fourier à fenêtre glissante (TFFG) fut tout d'abord évaluée sur différents types de signaux : acoustiques et sismiques. L'application de cette technique à des signaux électrophysiologiques est apparue à la fin des années 1980 (électroencéphalogramme, ECG).

La formulation de la TFFG de $f(t)$ est donnée par :

$$TFFG(l, w) = \int [f(t)w'(t-l)]e^{-iwt} dt \quad (II.3)$$

Où w est une fonction de fenêtre.

Le choix de la durée de la fenêtre est délicat. En effet, d'après l'équation II.3, plus la fenêtre temporelle est étroite (correspondant à une précision temporelle élevée), plus la précision fréquentielle est faible [4].

On a vu que la transformée de Fourier à fenêtre glissante de Gabor permet une représentation temps -fréquence ou espace -fréquence des fonctions. Cependant la taille de la fenêtre étant fixe (pour garantir les conditions de stationnarité), cette représentation ne paraît pas adaptée à la représentation de fonctions ou de signaux ayant des composantes de tailles très différentes de la taille de la fenêtre. Reprenons l'exemple du morceau de musique. Si la taille de la fenêtre est, par exemple, la durée d'une noire, la transformée n'est pas adaptée à l'étude des croches et des blanches.

II.1.3 Idée de la transformée en ondelettes :

J. Morlet en 1981 [5], pour l'étude haute résolution des signaux sismiques, propose une transformée où la taille de la fenêtre est variable, ceci grâce à un paramètre d'échelle. Cette transformée, la transformée en ondelettes, est une décomposition atomique dont les atomes sont issues d'une même fonction, l'ondelette mère, par opérations de translation et dilatation. Cette ondelette, appelée ainsi car présentant des oscillations (comme une onde) mais limitée en temps (d'où le nom de "petite onde"), doit être bien localisée en temps et en fréquence. Ainsi, la transformée en ondelettes permet une analyse temps -fréquence ou temps -échelle (la fréquence de chaque ondelette étant liée à l'échelle). La notion de représentation temps -échelle ou espace -échelle permet de voir la transformée en ondelette comme un microscope mathématique, le zoom étant l'échelle et l'optique, l'ondelette.

Il existe un grand nombre d'ondelettes offrant une grande diversité d'analyse. Il existe également diverses transformées (continues ou discrètes). Les transformées les plus utilisées vont être présentées, en ayant défini au préalable l'ondelette et ses propriétés. Les ondelettes les plus courantes seront ensuite présentées.



II.2 Définition des ondelettes :

Les ondelettes sont des fonctions $\psi_{a,b}(t)$ générées à partir d'une fonction $\psi(t)$, par translations (paramètre $b, b \in \mathbb{R}$) et par dilatations (paramètre $a, a \neq 0$) [6] dont la forme générale est :

$$\psi_{a,b}(t) = a^{-1/2} \cdot \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (\text{II.4})$$

b est le paramètre de localisation temporelle, tandis que $1/a$ est le paramètre fréquentiel.

Quand a est petit, la résolution est fine dans le domaine temporel et grossière dans le domaine fréquentiel (figure II.1) Les ondelettes étroites que l'on obtient dans ce cas, permettent d'extraire les détails fins du signal. Par contre les valeurs élevées de a donnent lieu à des ondelettes larges et plates qui mettent en évidence les traits grossiers du signal.

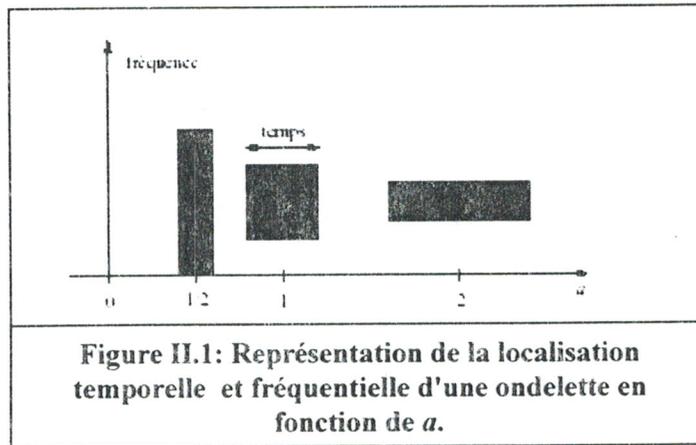


Figure II.1: Représentation de la localisation temporelle et fréquentielle d'une ondelette en fonction de a .

II.3 Transformée en ondelettes :

II.3.1 Transformée en ondelettes continue (TOC) [7] :

Un signal $s(t)$ est décomposé par $\psi_{a,b}(t)$ en :

$$D_{a,b} = \int_{-x}^{+x} s(t) \cdot \psi_{a,b}^*(t) \cdot dt \quad (\text{II.5})$$

Avec $\psi_{a,b}^*$ conjugué de $\psi_{a,b}$, $a \neq 0$ et $b \in \mathbb{R}$

L'ensemble des coefficients $(D_{a,b})$ constitue la transformée en ondelettes continue.

Si la fonction ondelette mère $\psi(t)$ satisfait la condition d'admissibilité suivante :

$$C_\psi = \int_{-x}^{+x} (|\Psi(\omega)|^2 / |\omega|) d\omega < \infty \quad (\text{II.6})$$

(ou Ψ Désigne la Transformée de Fourier (TF) de ψ).

Le signal $s(t)$ peut être reconstruit. La transformée en ondelettes continue inverse est alors définie par :

$$s(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-x}^{+x} \int_{-x}^{+x} D_{a,b} \cdot \psi_{a,b}(t) \cdot \frac{da \cdot db}{a^2} \quad (\text{II.7})$$



La condition d'admissibilité impose à $\psi(t)$ d'être oscillante. La figure II.2 donne un exemple de fonction $\psi(t)$ proposée par Meyer [8].

La transformée en ondelettes permet de caractériser la régularité ou l'irrégularité du signal. Cette propriété intéressante fait de cette transformée un outil performant pour l'analyse des signaux.

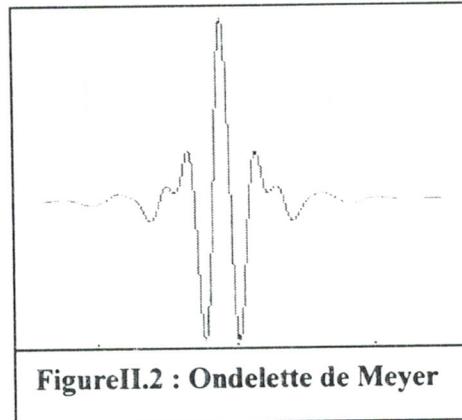


Figure II.2 : Ondelette de Meyer

II.3.2 Transformée en ondelettes discrète (TOD) [7] :

Nous avons vu que la transformée en ondelette continue unidimensionnelle s'écrivait

$$D_{a,b} = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) \psi_{a,b}^*(t) dt \quad (II.8)$$

ψ étant une ondelette admissible et $(\psi_{a,b})$ la famille d'ondelettes définie à partir de l'ondelette mère par opérations de translations et dilatations. Cette famille est souvent normalisée soit en norme L^1 , soit en norme L^2 .

La transformée en ondelettes telle qu'elle est définie est redondante, c'est à dire que l'on obtient plus de coefficients d'ondelettes qu'il n'en est nécessaire pour décrire le signal de manière exhaustive.

En pratique, on a plus souvent affaire à des signaux discrets, mais même sans cela, on a intérêt à discrétiser les valeurs de a et b .

Pour se rendre compte d'une part, de l'intérêt d'utiliser les ondelettes et d'autre part, de la manière dont on va discrétiser les valeurs de a et b , on va regarder comment les ondelettes se déploient ou se répartissent en temps et en fréquence, par rapport, par exemple, à une transformée de Fourier à fenêtre glissante.

Pour cela, on va représenter, en le juxtaposant, les supports temporels et fréquentiels des ondelettes dans le plan défini en abscisse par l'axe temporel et en ordonnées par l'axe fréquentiel. On visualise ainsi comment est découpé le plan temps-fréquence pour chaque type de transformée (Figure II.3)

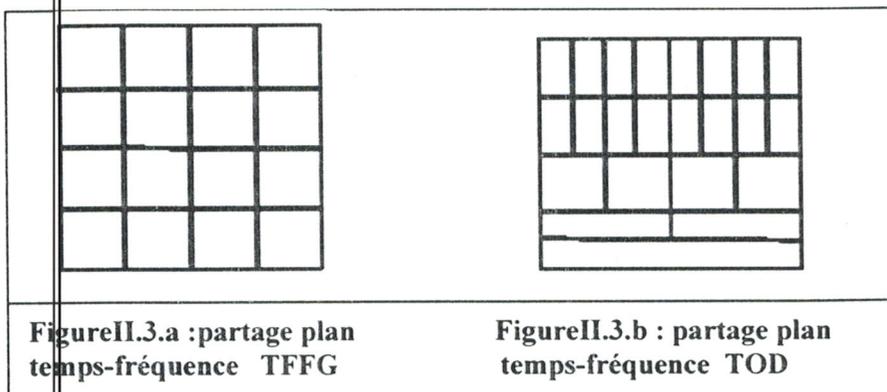


Figure II.3.a : partage plan temps-fréquence TFFG

Figure II.3.b : partage plan temps-fréquence TOD

Le pavage temps- échelle utilisée sur la figure précédente suggère une méthode de discrétisation exponentielle pour les échelles et pour le temps.

Soit $a = a_0^m$ et $b = b_0^n$ avec $a_0, b_0 \in \mathbb{Z}$. On obtient alors une transformée en ondelettes discrète¹.

$$D(m, n) = a_0^{-m} \int_{-x}^{x} s(t) \psi(a_0^{-m} t - n b_0) dt \quad (II.9)$$

Si on choisit $a_0 = 2$ et $b_0 = 1$, on parle alors de transformée en ondelettes dyadique.

$$D(m, n) = (\sqrt{2})^{-m} \int_{-x}^{x} s(t) \psi\left(\frac{t}{2^m} - n\right) dt \quad (II.10)$$

II.3.2.1 Ondelettes orthogonale :

La famille de fonctions $\psi_{a,b}(t)$ constitue une base d'ondelettes orthogonale de l'espace $L^2(\mathbb{R})$ de fonction de carré intégrable sur \mathbb{R} , si les paramètres a et b sont discrétisés suivant : $a = 2^{-j}$ et $b = k 2^{-j}$ [8]

Cette propriété permet :

D'une part de calculer à une échelle j donnée, les coefficients d'ondelettes $d_{j,k}$ d'un signal $s(t)$ par :

$$d_{j,k} = \langle s(t), \psi_{j,k}(t) \rangle = \int \psi_{j,k}(t) \cdot S(t) dt \quad (II.11)$$

Avec

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \text{ et } k \in \mathbb{Z} \quad (II.12)$$

Et d'autre part de reconstruire $s(t)$ par :

$$s(t) = \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (II.13)$$

Un exemple classique de base orthogonale d'ondelettes est celle qui est générée par la fonction de Haar. Cette fonction est définie par :

$$\psi = \begin{cases} 1 \dots \text{pour } 0 \leq t \leq 1/2 \\ -1 \dots \text{pour } 1/2 \leq t \leq 1 \\ 0 \dots \text{ailleurs} \end{cases} \quad (II.14)$$

La discrétisation du paramètre a entraîne logiquement l'introduction du concept d'échelle en lieu et place de la fréquence.

¹ : Il faut noter ici que c'est la transformée qui est discrète, et non l'ondelette qui reste une fonction continue.[9]



L'application du concept d'échelle à l'analyse par ondelettes prend tout son sens quand cette analyse est vue au travers d'une analyse multirésolution. S'appuyant sur la théorie des ondelettes orthonormales, Meyer [8] et Mallat [10] ont donc développé l'analyse multirésolution orthogonale par ondelettes.

II.4 Transformation en ondelette et Analyse multirésolution :

Une analyse multirésolution permet de représenter le signal comme une limite de ses approximations successives, ou chaque approximation est une version lissée de la précédente.

II.4.1 Définition de fonction d'échelle [11] :

L'analyse multirésolution dyadique qui sera ci-dessous développée, tient son appellation du fait qu'un facteur de résolution 2 lie deux échelles consécutives.

Elle est définie par une suite croissante de sous-espaces vectoriels fermés emboîtés $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ vérifiant les six propriétés suivantes:

$$1. \forall (j, k) \in \mathbb{Z}^2, s(t) \in V_j \Leftrightarrow f(t - 2^j k) \in V_j, \quad (\text{II.15})$$

$$2. \forall j \in \mathbb{Z}, V_{j-1} \subset V_j, \quad (\text{II.16})$$

$$3. \forall j \in \mathbb{Z}, s(t) \in V_j \Leftrightarrow s\left(\frac{t}{2}\right) \in V_{j-1} \quad (\text{II.17})$$

$$4. \lim_{j \rightarrow -\infty} V_j = \bigcap_{j=-\infty}^{\infty} V_j = \{0\} \quad (\text{II.18})$$

$$5. \lim_{j \rightarrow +\infty} V_j = \bigcup_{j=-\infty}^{\infty} V_j = L^2(\mathbb{R}) \quad (\text{II.19})$$

$$6. \exists \phi(t) \text{ tel que } \{\phi(t - k)\}_{k \in \mathbb{Z}} \text{ est une base de Riesz (Annexe A) de } V_0$$

La propriété 1 montre que V_j est invariant par n'importe quelle translation proportionnelle à l'échelle 2^j . Cette espace peut être assimiler à une grille uniforme avec des intervalles 2^j , qui caractérisent l'approximation du signal avec une résolution 2^{-j} .

L'inclusion (propriété 2) est une propriété de causalité. Celle-ci prouve qu'une approximation à une résolution 2^{-j} contient toutes les informations nécessaires pour générer une approximation à une plus large résolution $2^{-(j-1)}$. Dilatant les signaux dans V_j par 2 entraîne un élargissement des détails par 2 et la propriété 3 garantit la définition de l'approximation à une plus large résolution $2^{-(j-1)}$.

Quand la résolution 2^{-j} tend vers zéro (propriété 4) alors on perd tous les détails de $s(t)$.

De même quand la résolution 2^{-j} tend vers $+\infty$, la propriété 5 impose que l'approximation du signal converge vers le signal original.

Quand la résolution 2^{-j} augmente, le débit d'atténuation de l'erreur d'approximation dépend de la régularité de $s(t)$.

L'existence d'une base de Riesz (annexe A), $\{\phi(t - k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ de V_0 produit un théorème de discrétisation.

La fonction $\phi(t)$ peut être interprétée comme une cellule de résolution unitaire.



$\exists A > 0$ et $B > 0 / \forall s(t) \in V_0$; $s(t)$ peut être décomposée de manière unique en :

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a[k] \phi(t - k) \quad (\text{II.20})$$

Avec :

$$A \|s\|^2 \leq \sum_{k=-\infty}^{\infty} |a[k]|^2 \leq B \|s\|^2 \quad (\text{II.21})$$

Cette équivalence énergétique garantit que les expressions du signal à travers $\{\phi(t - k)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ sont numériquement stables.

Ainsi on peut alors définir l'approximation de $s(t)$ à la résolution 2^{-j} comme la projection orthogonale sur V_j . Pour calculer cette projection, on doit trouver une base orthogonale V_0 de V_j .

Elle est construite en dilatant et translatant une fonction unique ϕ appelée fonction d'échelle. A partir de cette fonction on génère une famille de fonctions d'échelle $\{\phi_{j,k}(t)\}_{k \in \mathbb{Z}}$ définies par :

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \phi(2^j t - k) \quad (\text{II.22})$$

Cette famille $\{\phi_{j,k}(t)\}$ constitue alors pour chaque résolution 2^{-j} une base orthonormale du sous-espace vectoriel V_j .

Du fait que $\phi \in V_0$ et que $V_0 \subset V_1$, il existe une séquence $\{h_k\}$ (voir propriété 6) telle que la fonction d'échelle ϕ satisfait l'équation de dilatation ('the two scales difference equation') suivante :

$$\phi(t) = \sqrt{2} \sum_k h_k \phi(2t - k) \quad (\text{II.23})$$

On montre que les coefficients h_k sont ceux d'un filtre $H(\omega)$ définie par :

$$H(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k e^{-ik\omega} \quad (\text{II.24})$$

la transformée de Fourier de II.23 conduit à l'équation :

$$\Phi(2\omega) = H(\omega) \Phi(\omega) \quad (\text{II.25})$$

$H(\omega)$ satisfait les propriétés suivantes :

- $H(0) = 1$
- $\forall \omega \in \mathbb{R}, |H(\omega + \pi)|^2 = 1$,(propriété des filtres conjugués)
- $\exists \rho > 0 / \forall \omega \in \mathbb{R}, |\omega| < \pi/2 \Rightarrow |H(\omega)| > \rho$

II.4.2 Fonctions d'échelle et fonctions ondelette associées [11] :

Les espaces $\{V_j\}_{j \in \mathbb{Z}}$ étant emboîtés et fermés, pour tout indice j , il existe un unique espace W_j inclus dans V_{j+1} et orthogonal à V_j , tel que V_{j+1} soit la somme directe (notée \oplus) de V_j et W_j :

$$V_{j+1} = V_j \oplus W_j \quad (\text{II.26})$$

L'espace W_j complémentaire de V_j , contient la différence d'information entre une approximation au niveau de résolution $j+1$, et une approximation au niveau de résolution j .



Les fonctions ondelettes $\{\psi_{j,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ précédemment définies, constituent à l'échelle j , une base orthonormale de W_j , si elles sont liées aux fonctions d'échelle qui leur sont associées par :

$$\psi(t) = \sqrt{2} \sum_k g_k \phi(2t - k) \tag{II.27}$$

Avec
$$g_k = (-1)^k h_{1-k} \tag{II.28}$$

Ce qui donne par transformation de Fourier :

$$\Psi(2\omega) = G(\omega) \Phi(\omega) \tag{II.29}$$

Avec
$$G(\omega) = H^*(\omega + \pi) e^{-i\omega} \tag{II.30}$$

Où H^* est le complexe conjugué de H .

La satisfaction de cette condition permet à un niveau de résolution donnée, d'associer une fonction d'ondelette à une fonction d'échelle.

II.4.3 Décomposition en ondelettes orthogonales [7] :

La décomposition en séries d'ondelettes (SO) orthogonales, ou simplement en ondelettes, s'effectue en projetant le signal sur les bases orthonormales de fonctions d'échelle et d'ondelettes.

La projection du signal $s(t)$ sur les espaces V_j et W_j , se décompose respectivement sur les bases $\{\phi_{j,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ et $\{\psi_{j,k}\}_{k \in \mathbb{Z}}$ en des signaux A_j et D_j , exprimés par :

$$A_j = \sum_k a_{j,k} \phi_{j,k} \quad \text{et} \quad D_j = \sum_k d_{j,k} \psi_{j,k} \tag{II.31}$$

Le signal A_j est interprété comme l'approximation du signal $s(t)$, tandis que D_j est vu comme un signal de détail qui renferme les informations nécessaires à la reconstruction du signal d'entrée.

On peut de même envisager que puisque $V_{j+1} = V_j \oplus W_j$, un signal A_{j+1} de V_{j+1} , se décompose en ses composantes sur V_j et W_j :

$$A_{j+1} = A_j \oplus D_j \tag{II.32}$$

L'analyse multirésolution peut être par la suite obtenue en itérant cette décomposition de base. Il suffit à chaque étape de considérer le signal d'approximation qui vient d'être calculé, comme point d'entrée de la décomposition à effectuer (figure II.3)

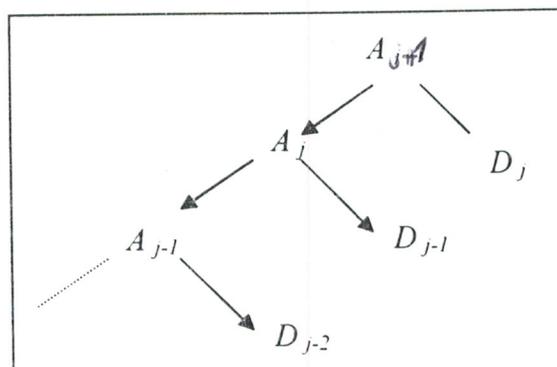


Figure II.4 schéma de décomposition d'un signal en ondelettes



Si l'on suppose que le signal d'entrée est un signal de résolution 2^0 , la décomposition en ondelettes du signal sur J niveaux, fournit une approximation grossière de ce signal au niveau de résolution J , et des signaux de détails aux différents niveaux de résolution j (avec $1 \leq j \leq J$). Cette décomposition qui est complète et orthogonale, s'écrit :

$$S_0(t) = \sum_k s_{0,k} \phi_{0,k}(t) \quad (II.33)$$

$$S_0(t) = \sum_k a_{-J,k} \phi_{-J,k}(t) + \sum_{j=1}^J (d_{-j,k} \psi_{-j,k}(t)) \quad (II.34)$$

Cette décomposition est unique et s'effectue sans perte et sans redondance d'information.

Son expression montre le caractère multirésolution de l'analyse. Le passage d'un niveau à un autre, correspond à une progression d'un octave dans le plan Fourier. Cette propriété résulte de la décomposition dyadique de l'analyse.

Le calcul pratique des coefficients de la décomposition s'effectue au moyen d'un algorithme performant que Mallat a proposé et qui est fondé sur la convolution du signal avec des filtres conjugués en quadrature (QMF "quadratur mirror filter") [10].

II.4.4 Mise en œuvre algorithmique de la décomposition :

L'implantation pratique des séries d'ondelettes présuppose la discrétisation du signal d'entrée. Cette contrainte permet d'introduire la notion de Transformée en Ondelettes Discrètes (TOD) dont le parallélisme avec les SO a été démontré par Rioul [12].

Mallat [10] a montré qu'en considérant le signal d'entrée S_n comme la suite des coefficients d'échelle $s_{0,n}$, au niveau de résolution 0.

- les coefficients d'ondelettes s'obtiennent de façon itérative par les relations ($j \leq 0$) :

$$a_{j-1,n} = \sum_k h_{k-2^n} s_{j,k} \quad (II.35)$$

$$d_{j-1,n} = \sum_k g_{k-2^n} s_{j,k} \quad (II.36)$$

- et que le calcul de ces coefficients peut être réalisé à partir d'un banc de filtres présentant des propriétés similaires aux filtres conjugués en quadrature (QMF) que Smith et Barnwell ont antérieurement introduit [13].

Ces résultats permettent d'interpréter la TOD comme un filtrage linéaire par banc de filtres itérés en octaves : les signaux de coefficients $s_{j,n}$ passent à travers une paire de filtres H et G et sont décomposés en deux sous-bandes. Les signaux résultants de cette opération sont ensuite décimés ou sous-échantillonnés (un échantillon sur deux est conservé) (Figure II.5). Le processus peut être ensuite itéré jusqu'au niveau de résolution désiré.



H et G qui sont les TF de h et g , correspondent respectivement à des filtres passe-bas et passe-haut. Ils (ou plus exactement leurs para-conjugués) permettent également de réaliser la synthèse du signal (figure II.5). La formule de reconstruction exacte du signal s'écrit :

$$s_{j,n} = \sum_k (h_{n-2k} s_{j-1,k} + g_{n-2k} s_{j-1,k}) \quad (II.37)$$

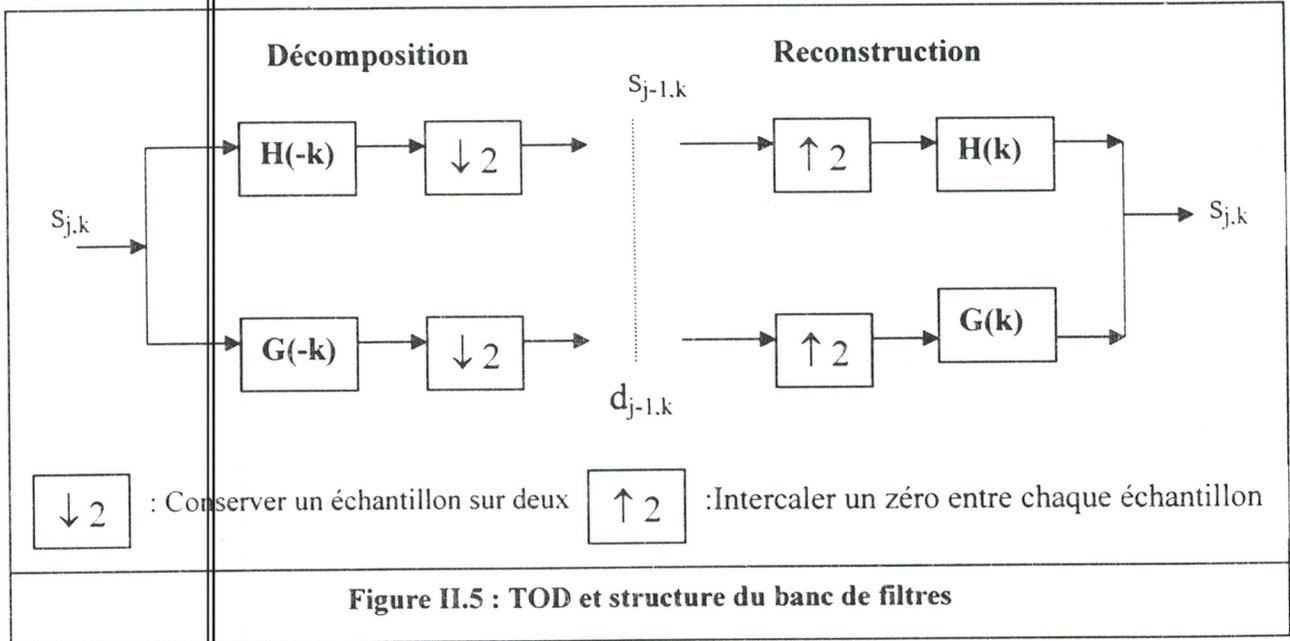


Figure II.5 : TOD et structure du banc de filtres

II.5 Propriétés et caractéristiques des ondelettes :

II.5.1 Condition d'admissibilité [2]:

La fonction ondelette doit vérifier un certain nombre de propriétés, la première d'entre elle se nomme *condition d'admissibilité*.

Soit $\psi(t) \in L^2(t)$, alors

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|}{|\omega|} . d\omega < \infty \quad (II.38)$$

Cette condition permet d'analyser le signal, puis de le reconstruire sans perte d'information.

La condition d'admissibilité implique en outre que la transformée de Fourier de l'ondelette à la fréquence du continu (pour $\omega = 0$) doit être nulle. Soit,

$$\hat{\psi}(0) = 0 \quad (II.39)$$

Ceci implique en particulier deux conséquences importantes :

- La première est que les ondelettes doivent posséder un spectre de type passe-bande.
- La seconde apparaît en réécrivant l'équation II.34 de façon équivalente sous la forme :

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t) . dt = 0 \quad (II.40)$$

et montre que $\psi(t)$ doit être à moyenne nulle

$\psi(t)$ est donc une fonction à largeur temporelle finie (fenêtre temporelle) possédant un caractère oscillatoire. On est donc bien en présence d'une *petite onde* : une ondelette.



II.5.2 Inversibilité [2]:

Tout comme la transformée de Fourier, la transformée en ondelettes est inversible.

$$s(t) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-x}^x \int_{-x}^x \frac{1}{a^2} \langle s | \psi_{a,b} \rangle \psi_{a,b} . da . db \tag{II.41}$$

Où C_ψ est un coefficient dont l'expression est : $C_\psi = 2\pi \int_{-x}^x |\hat{\psi}(\omega)|^2 \frac{d\omega}{\omega}$ (II.42)

(Avec $\hat{\psi}(\omega)$ transformée de Fourier de $\psi(t)$).

II.5.3 Régularité :

La régularité d'une ondelette [14] est la propriété permettant de localiser les singularités dans un signal. Cette propriété se traduit sur les coefficients d'ondelettes par une amplitude importante, caractérisant une singularité dans le signal, et par la décroissance des valeurs des coefficients avec l'échelle de résolution.

La régularité est une propriété importante pour les applications concernant la compression.

En effet, on désire alors obtenir des coefficients d'ondelettes les plus petits possibles (afin de les annuler), pour tout ce qui concerne les détails du signal ; la décroissance des coefficients en fonction de l'échelle est donc primordial. On peut noter qu'il existe un lien entre la régularité et les moments nuls d'une ondelette. Une ondelette ψ a n moments nul si :

$$M_k = \int_{-x}^x t^k . \psi(t) . dt = 0 \quad 0 \leq k < n \tag{II.43}$$

Avec : $M_0 = \int_{-x}^x \psi(t) . dt = 0$ (II.44)

Pour affiner la compréhension de la régularité, on va partir d'une expression simplifiée d'une transformée en ondelettes.

$$D(m, q) = \int s(t) . \psi_{m,q}(t) . dt \tag{II.45}$$

Posons $q = 0$ dans l'équation II.38 et développons la en série de Taylor autour de $t = 0$

$$D(m, 0) = \frac{1}{\sqrt{(m)}} \left[\sum_{p=0}^n s^{(p)}(0) \int \frac{t^p}{p!} \psi\left(\frac{t}{m}\right) . dt + O(n+1) \right] \tag{II.46}$$

Où $O(n+1)$ désigne les termes d'ordre supérieur n .

$$D(m, 0) = \frac{1}{\sqrt{(m)}} \left[s(0) . M_0 . m + \frac{s^{(1)}(0)}{1!} . M_1 . m^2 + \frac{s^{(2)}(0)}{2!} . M_2 . m^3 + \dots + \frac{s^{(n)}(0)}{n!} . M_n . m^{n+1} + O(m^{n+2}) \right] \tag{II.47}$$

Si tous les moments $M_0 \dots M_n$ sont nuls, cela veut dire que les coefficients $D(m, q)$ vont décroître comme m^{n-2} pour une fonction s suffisamment régulière. Cette propriété de régularité-moments nuls conditionne l'ondelette à posséder une décroissance rapide.

II.5.4 Localisation temps-fréquence [15] :

La transformée de Fourier peut être vue comme une représentation à base de sinusoides. Ces sinusoides sont très bien localisées en fréquence, mais pas en temps, car leur support est infini. C'est une conséquence de leur périodicité.



Si on veut représenter les propriétés fréquentielles d'un signal localement en temps, il convient de les analyser par des signaux localisés en temps et en fréquence, par exemple en utilisant (si possible) une base constituée de fonctions à support compact en temps *et* en fréquence.

Pour évaluer l'importance de cette propriété on va l'étudier dans le cas de la transformée de Fourier à fenêtre glissante (TFFG) et dans le cas de la transformées en ondelettes.

❖ *Représentation temps-fréquence de la TFFG :*

Comme on a déjà vu l'objectif de la méthode TFFG de Gabor était de créer une transformation de Fourier à fenêtre glissante utilisant une fenêtre qui optimise les précisions temporelles et fréquentielle pour la représentation d'un signal. Cette fenêtre temporelle est une fonction gaussienne qu'est caractérisé par deux paramètres qui sont sa durée $2\Delta_\omega$ et son centrage t^* (ces paramètres sont obtenus par l'utilisation de formules basées sur la racine carrée de la variance (écart type) des valeurs de t).

Pour une fonction gaussienne d'écart type 2α , (où α est une constante positive) la valeur de la durée de la fenêtre est : $2\Delta_\omega = 2\sqrt{\alpha}$ (II.48)

Dans le domaine fréquentiels, nous pouvons caractériser de la même façon la bande de fréquence $2\Delta_\omega$ et la fréquence centrale f^* de cette fenêtre par : $2\Delta_\omega = \frac{1}{\sqrt{\alpha}}$ (II.49)

Dans le plan temps fréquence, cette fenêtre peut être représentée par un rectangle dont la longueur est la durée temporelle de la fenêtre et la hauteur est la bande de fréquence du spectre de cette même fenêtre.

La représentation de cette fenêtre temps-fréquence est appelée "boîte de Heisenberg" (Figure II.6). Sa surface minimale est liée au principe d'incertitude de Heisenberg. Ce principe met en évidence l'impossibilité de localiser simultanément avec une grande précision un signal en temps et en fréquence. Les travaux de Heisenberg ont montré que le produit de la variance du signal en temps et en fréquence est au moins supérieur à une constante égale à $\frac{1}{16\pi^2}$, correspondant à une fenêtre de surface égale à

$$4\Delta_\omega \cdot \Delta_\omega = \frac{1}{4\pi} \quad (II.50)$$

La modulation de la fenêtre par la pulsation η induit une translation du spectre qui sera centré sur la fréquence $2\pi\eta$, alors qu'une translation temporelle b entraînera un centrage de la fenêtre sur cette valeur. Finalement, Gabor utilise une fenêtre caractérisée par une surface temps fréquence donnée qui est décalée dans les domaines du temps et des fréquences. Les côtés de la une boîte de Heisenberg qui limite la surface temps fréquence sont alors définis par : $[b - \Delta_\omega, b + \Delta_\omega]$ en temps et $[\eta - \Delta_\omega, \eta + \Delta_\omega]$ en fréquence. On voit très bien que la **Limite** majeur de cette transformation réside dans la longueur fixe de la fenêtre.

❖ *Représentation temps-fréquence de l'ondelette :*

L'utilisation du paramètre d'échelle modifie le centrage et la durée de la fonction d'ondelette. L'ondelette $\psi_{a,b}$ est centrée sur $b + at^*$ et la durée de la fonction est $2a\Delta_\omega$. L'étendue temporelle est $[b + at^* - a\Delta_\omega, b + at^* + a\Delta_\omega]$. La fréquence centrale et la



bande de fréquence analysée sont respectivement $\frac{f^*}{a}$ et $\frac{2}{a} \Delta_\psi$. L'étendue spectrale de la fenêtre est $\left[\frac{f^*}{a} - \frac{\Delta_\psi}{a}, \frac{f^*}{a} + \frac{\Delta_\psi}{a} \right]$ (Figure II.7).

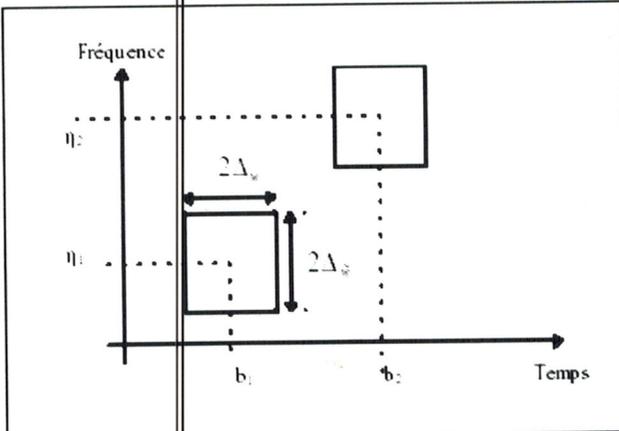


Figure II.6 : Boîte de Heisenberg, de la TFFG

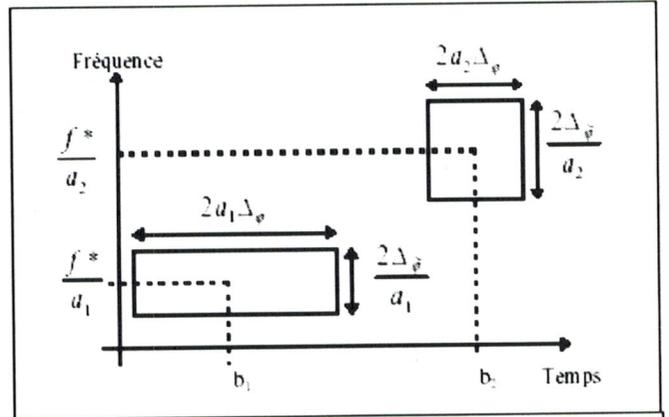


Figure II.7 : représentation temps-fréquence des ondelettes

L'aire temps-fréquence de l'ondelette est égale au produit $2a_2 \Delta_\psi \times \left(2 \frac{\Delta_\psi}{a_2} \right)$ Cette surface, égale à $4 \Delta_\psi \Delta_\psi$, est constante car indépendante du paramètre d'échelle.

En constate que dans les deux transformations (TFFG et transformée en ondelette) L'aire temps-fréquence et toujours constant ce qui veut dire que le principe d'incertitude de Heisenberg et vérifier dans les deux cas, mais la localisation temps-échelle fait la différence entre ces deux transformation.

II.5.5 Support compact [16] :

Si la fonction d'échelle ϕ et l'ondelette ψ sont à support compact, les filtres H et G sont des filtres à réponse impulsionnelle finie, ce qui est requis dans les implémentations. Si elles ne sont pas à support compact, une décroissance rapide est souhaitable de sorte que les filtres puissent être raisonnablement approchés par des filtres à réponse impulsionnelle finie.

II.5.6 Orthogonalité [16] :

Si les ondelettes sont orthogonales, la décomposition numérique est stable. Si l'analyse multi-résolution est orthogonale (cela inclut également les ondelettes biorthogonales), les opérateurs de projection dans les différents sous-espaces conduisent à des approximations optimales au sens de $L^2(R)$.

II.5.7 Coefficients rationnels [16] :

Pour une implémentation informatique, on souhaite que les coefficients des filtres h_k et g_k soient rationnels ou mieux dyadiques. En effet, diviser par une puissance de 2 sur un ordinateur correspond à un simple décalage de bits (donc très rapide).



II.5.8 Symétrie [16] :

Si la fonction d'échelle et l'ondelette sont (anti-) symétriques, alors les filtres sont à phase linéaire. S'il on n'a pas cette propriété, cela entraîne une distorsion de phase lors de la reconstruction.

II.5.9 Nombre de moments nuls [16]:

Comme nous l'avons dit auparavant, cela peut être important pour la détection de singularités et la caractérisation d'espaces réguliers. Il détermine le taux de convergence d'approximations ondelettes de fonctions régulières. Le nombre de moments nuls caractérise également la régularité de l'ondelette.

II.5.10 Expression analytique [16] :

On ne dispose pas en général de l'expression analytique de ϕ ou ψ . Dans certains cas, l'expression analytique est disponible et c'est très utile. En analyse harmonique, l'expression analytique de la transformée de Fourier est particulièrement utile.

II.5.11 Interpolation [16] :

Si la fonction d'échelle satisfait : $\phi(k) = \delta_k$ pour $k \in \mathbb{Z}$ (II.51)

Alors il est trivial de trouver la fonction de V_j qui interpole les données échantillonnées sur une grille de pas 2^j vu que ce sont simplement les valeurs de la fonction échantillonnée.

❖ *Remarque :*

On s'en doute, il n'est pas possible de construire des ondelettes ayant toutes ces propriétés, il faudra faire un compromis.

II.5.12 Autre caractéristiques [17] :

II.5.12.1 Implémentation par banc de filtres :

On n'évoquera pas ici le cas des ondelettes continues qui s'implémentent directement dans l'espace de Fourier.

Nous avons vu qu'une ondelette possède un spectre de type passe-bande. on va rappeler une propriété bien connue de la transformée de Fourier :

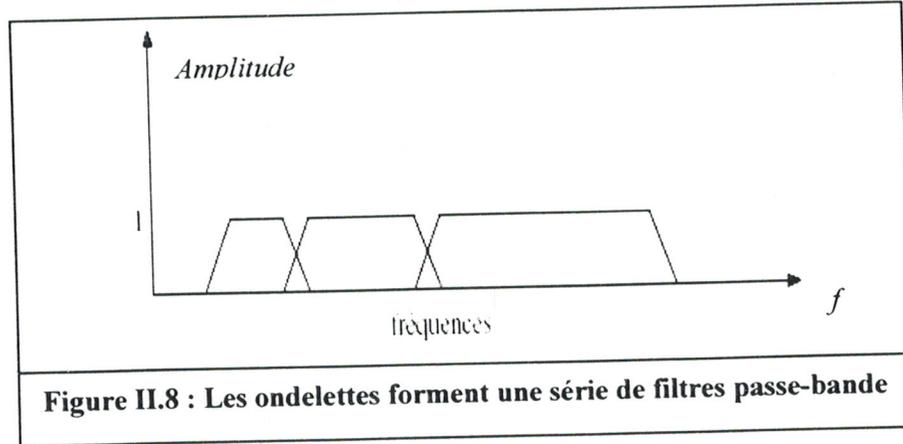
$$Fs(at) = \frac{1}{|a|} S\left(\frac{\omega}{a}\right) \quad (\text{II.52})$$

Cette propriété implique que, si nous dilatons notre ondelette d'un facteur d'échelle égale à 2, cela va compresser la largeur du spectre et décaler le spectre d'un facteur 2.

En répétant la procédure de dilatation, on peut couvrir par décalages successifs l'ensemble du domaine spectral (de la même façon que l'on couvre le domaine temporel par des ondelettes translatées).



Pour obtenir une bonne couverture fréquentielle, les spectres doivent se toucher en se tenant la main (Figure II.8) (ceci est possible pour un choix convenable de l'ondelette). Une série d'ondelettes dilatées peut donc être vue comme un ensemble de filtres passe-bande.



II.5.12.2 Paradoxe de Zénon et fonction d'échelle :

Du paragraphe précédent découle une question qu'on peut légitimement se poser : Comment réussir à couvrir tout le domaine spectral alors que la taille des spectres des ondelettes dilatées est de plus en plus faible ?

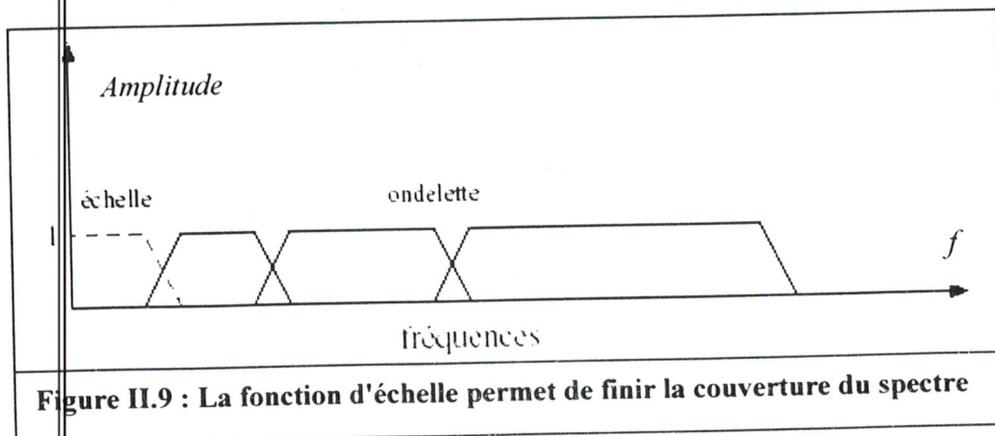
Cette question peut se reformuler comme étant le problème connu sous le nom de paradoxe de Zénon, à savoir : comment parcourir une distance donnée L en faisant par étapes des trajets d'une longueur de la moitié de la distance qu'il reste à parcourir ?

Pour ne pas tomber dans ce paradoxe, on est obligé d'introduire ici une autre fonction qui va nous aider à effectuer d'un coup la distance qu'il reste à parcourir pour couvrir la totalité du domaine spectral (Figure II.9).

Cette fonction c'est la fonction d'échelle ϕ qui possède donc un spectre passe-bas.

De cette manière, on limite le nombre d'ondelettes dilatées nécessaires pour couvrir tout le spectre (nombre en théorie infini si on se réfère à la solution du paradoxe de Zénon).

La fonction d'échelle possède une condition d'admissibilité : $\int \phi(t) dt = 1$ (spectre passe-bas).





II.6 Autres types de transformations en ondelettes :

II.6.1 Ondelettes biorthogonales :

La propriété d'orthogonalité des bases d'ondelettes qui ont été précédemment présentées, conduit à la construction de filtres complexes et asymétriques, et prive les ondelettes associées à ces filtres de propriétés comme la régularité et la symétrie qui sont intéressantes pour le traitement du signal et des images. Pour s'affranchir de la contrainte limitative d'orthogonalité, Cohen et al [18] ont introduit les bases d'ondelettes biorthogonales. Cette approche offre une plus grande flexibilité dans le choix des fonctions de base d'ondelettes.

Le principe est d'utiliser une famille de fonctions d'ondelette formant une base non orthonormale pour l'analyse, et une autre pour la synthèse. Les fonctions de base de ces deux familles sont néanmoins mutuellement orthogonales, sauf lorsque leurs indices coïncident.

II.6.2 Paquet d'ondelette :

Dans cette nouvelle théorie, le concept de base d'ondelettes a été généralisé pour inclure une librairie d'ondes modulées (les paquets d'ondelettes). Cette librairie $\{W_n\}_{n=0}^r$ peut être générée à partir d'une seule fonction $W_0(t)$ par :

$$W_{2^n}(t) = \sqrt{2} \sum_k h(k) W_n(2t - k) \quad (\text{II.53})$$

$$W_{2^{n-1}}(t) = \sqrt{2} \sum_k g(k) W_n(2t - k) \quad (\text{II.54})$$

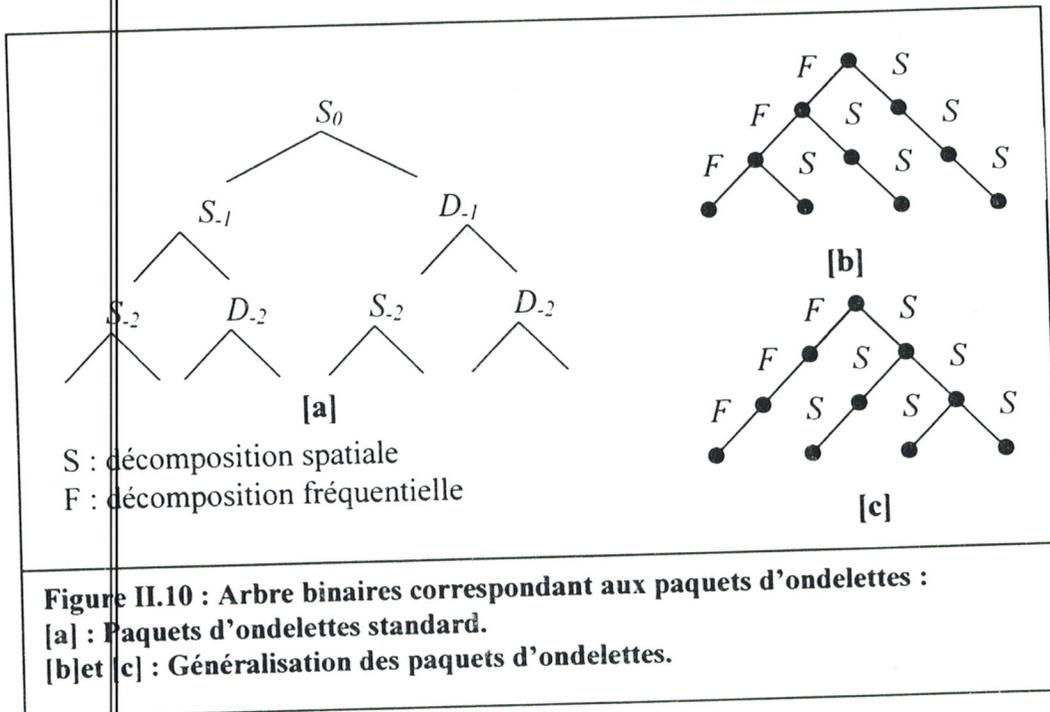
Où $W_0(t)$ peut être identifiée à la fonction $\phi(t)$ et $W_1(t)$ à l'ondelette mère $\psi(t)$.

La librairie peut être ensuite définie comme une collection de bases orthonormales composée de fonctions de la forme : $W_n(2^j x - k)$ ou $j, k \in \mathbb{Z}$ et $n \in \mathbb{N}$

Chaque élément de la librairie est déterminé par un sous-ensemble d'indices : un paramètre d'échelle j , un paramètre de localisation k , et un paramètre d'oscillation n .

La décomposition par paquets d'ondelettes se réalise comme dans la formulation de base mais s'effectue, dans le cas d'un signal par exemple, à la fois sur le signal d'approximation et sur le signal de détail. Ce qui conduit à un arbre structuré binaire (Figure II.10 [a]). Un intérêt évident de cette approche pour le traitement du signal, est la possibilité d'effectuer une décomposition fréquentielle adaptative [19].

Dernièrement, l'idée d'une généralisation de la théorie des paquets d'ondelettes a été émise [20,21]. Elle consiste à effectuer une décomposition par paquets d'ondelettes aussi bien adaptée fréquentiellement que temporellement (ou spatialement) (Figure II.10[b] et [c]).



II.7 Quelques ondelettes [2] :

II.7.1 Ondelettes continues :

De nombreuses fonctions peuvent vérifier la condition d'admissibilité. En effet, celle-ci n'est pas très restrictive. En pratique, le choix d'une ondelette analysante se fait en fonction du but recherché. Des critères supplémentaires tels que régularité, symétrie, décroissance rapide à l'infini peuvent être nécessaires.

Nous allons présenter quelques exemples d'ondelettes analysantes ainsi que leur principales caractéristiques.

II.7.1.1 L'ondelette de Morlet :

L'ondelette de Morlet et sa transformée de Fourier ont la propriété d'appartenir à l'espace S de Schwartz (voir annexe A). C'est donc une ondelette bien localisée en espace et en fréquence. Numériquement, on peut la considérer à support compact. De plus elle possède la propriété d'être directionnelle.

Cette ondelette complexe permet une analyse en module et argument. Sa régularité en fait un outil particulièrement adapté pour l'étude de la régularité de fonctions.



II.7.2 Ondelettes orthogonales :

II.7.2.1 L'ondelette de Haar :

Historiquement, la première base orthonormales d'ondelettes est la base de Haar. Celle-ci s'écrit :

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & \dots & 0 \leq x < \frac{1}{2} \\ -1 & \dots & \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ 0 & \dots & \text{sin on} \end{cases} \quad (1.55)$$

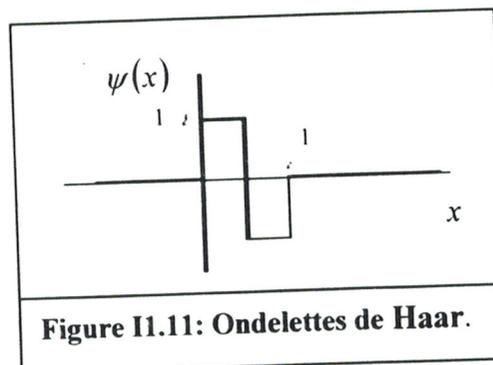


Figure II.11: Ondelettes de Haar.

Cette ondelette est très simple et facile à implémenter. De plus elle est a support compact. Le calcul de la TO est donc exact.

L'ondelette de Haar quoique très simple comporte un inconvénient majeur. En effet celle-ci n'est pas continue et sa transformée de Fourier décroît, ce qui est une mauvaise localisation en fréquence.

II.7.2.2 Les ondelettes à support compact de I. Daubechies :

Les ondelettes a support compact de Ingrid Daubechies sont particulièrement intéressantes dans la mesure ou on peut choisir la régularité voulue en imposant un certain nombre de moments nuls : la régularité augmente avec n . De plus, étant à support compact, le calcul de la transformée en ondelettes est exacte.

Les ondelettes a support compact ne sont pas symétriques ce qui introduit un déphasage. Ceci peut être problématique dans certaines applications comme la détection de frontières. I. Daubechies a montré que la seule ondelette réelle à support compact orthonormale était l'ondelette de Haar.

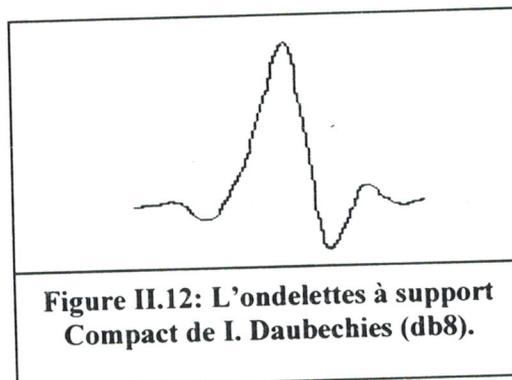
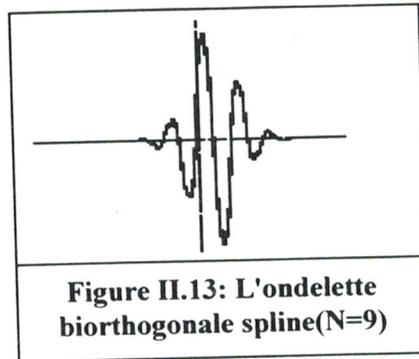


Figure II.12: L'ondelettes à support Compact de I. Daubechies (db8).

II.7.3 Ondelettes biorthogonales :

La notion de biorthogonalité a été introduite en 1987 par Tchamitchian et celle d'ondelettes biorthogonales, en 1992 par Cohen et all. [22]. Les ondelettes biorthogonales permettent d'introduire une certaine souplesse par rapport aux ondelettes orthonormales.

En effet, la base permettant l'analyse (décomposition en coefficients d'ondelettes) ne sera pas la même que celle permettant la synthèse (reconstruction de la fonction) d'ou des conditions moins strictes pour la construction des ondelettes.



II.7.4 Synthèse :

En résumé, on peut énumérer différents types d'ondelettes, continues ou discrètes, couramment utilisées :

a. ondelettes continues :

- ondelette de Morlet
- ondelette Sombbrero : (inverse de la dérivée première d'une gaussienne)

b. ondelettes discrètes :

- ondelettes orthogonales : Haar, Shannon, Meyer, Battle-Lemarié, Daubechies, Coiflets, spline.
- ondelettes biorthogonales : Cohen-Daubechies-Feauveau, Chui.
- ondelettes semi-orthogonales : spline.

Le tableau suivant dresse un rapide aperçu des caractéristiques de quelques ondelettes [2].

Ondelette	Support compact		Expression analytique		Symétrie	Orthogonalité	
	Primaire	Duale	Primaire	Duale		Semi	Totale
Daubechies	O	O	N	N	N	O	O
Biorthogonale Spline	O	O	O	N	O	N	N
Meyer	N	N	N	N	O	O	O
Spline orthogonale	N	N	O	O	O	O	O

Tableau II.1 Tableau des propriétés de plusieurs ondelette, symbole : O pour Oui, N pour Non



II.8 Choix de l'ondelette [17] :

Le choix de l'ondelette adaptée n'est pas aisé. Il convient de bien cerner le problème à étudier et d'identifier le type de transformée à utiliser (continue ou discrète). En analyse des signaux, on n'a pas besoin de la redondance pour cela l'utilisation de la TOD est alors conseillée. Pour une analyse multirésolution, on préfère une base d'ondelettes orthonormale et si on veut un calcul exact, alors les ondelettes à support compact sont indiquées. On peut également avoir besoin d'une ondelette indéfiniment dérivable, il faudra alors utiliser une des ondelettes de Meyer.

En pratique, il semblerait que l'élément le plus important soit le nombre de moments nuls pour la plupart des applications, il est désirable d'avoir le plus de coefficients d'ondelettes nuls et donc plus de moments nuls implique une meilleure transformation. Cependant, les ondelettes ayant un plus grand nombre de moments ont aussi un support plus grand donc si le signal à analyser était analytique, il serait idéal d'avoir un très grand nombre de moments nuls, mais comme la plupart des signaux ne sont pas analytiques, un compromis est désirable.

On voit donc qu'on ne peut parler d'une ondelette "idéale" adaptée à tous les cas. A chaque cas particulier correspond une ondelette particulière adaptée.

II.9 Conclusion :

Nous avons présenté dans ce chapitre un exposé succinct de la théorie des ondelettes ; des différents algorithmes de la transformée en ondelettes (Continue, discrète) ainsi que les problèmes de représentation d'une telle transformée. Les différentes approches de construction d'une base d'ondelettes telle l'approche multirésolution, l'approche discrète ou approche en bancs de filtres ont été ainsi présentées.

Il a été montré que le choix d'une ondelette dans l'approche de construction d'une base d'ondelettes, dépend de la nature du signal à étudié. Dans les chapitre suivants on s'intéresse à l'application de transformée d'ondelettes dans l'analyse du signal ECG, particulièrement de l'apport que cette transformation peut apporter dans le filtrage et la détection des ondes constituant le signal ECG. Cette étude sera exploitée pour la classification des cas pathologiques en utilisant les réseaux de neurones. Une étude théorique de ces réseaux est faite dans le chapitre suivant.



Références bibliographiques

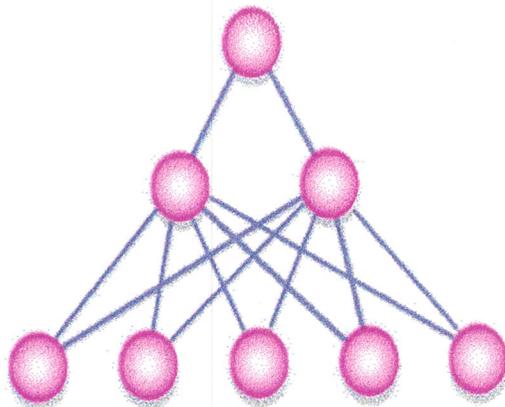
- [1]: A. COHEN, " Ondelettes et traitement Numérique du signal ", Recherches en Mathématiques Appliquées , RMA25, Edition Masson , Paris ,1992 .
- [2]: EMMANUELLE BOURNAY BOUCHEREAU , " Analyse d'Images par Transformées en Ondelettes -Application aux Images Sismiques " , Thèse pour obtenir le titre de Docteur en Mathématiques Appliquées de l'Université Joseph Fourier - GrenobleI,1997.
- [3]: D. GABOR, " Theory of communication", J. Inst. Elect. Eng. 93, p. 429-457, London, 1946.
- *[4]: I. DAUBECHIES, " Ten Lectures on Wavelets", Number 61 in CBMS-NSF Series in Applied Mathematics(SIAM) , Philadelphia , 1992 .
- [5]: J. MORLET, " Sampling theory and wave propagation"., In 12th International Conference on Pattern Recognition, 1994.
- [6]: A. GROSSMAN & J. MORLET, " Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape " ,SIAM J. Math. , Vol. 15, p. 723-736 ,1984 .
- [7]: HOWARD L. RESNIKOFF & RAYMOND O. WELLS , " Wavelet Analysis - The Scalable Structure Of Information " , Edition Spinger ,1998.
- [8]: Y. MEYER , " Les Ondelettes Algorithmes et Applications " , Armand Colin ,Paris,1992 .
- [9]: F. TRUCHETET , " Ondelettes pour le signal numérique " , Edition Hermès,1998 .
- [10]: S. G. MALLAT, " A Theory for Multiresolution Signal Decomposition -The Wavelet Représentation , IEEE Trans. Pattern Analysis Mach. Intell. , PAMI , Vol.2 , NO. 7 ,1989 .
- [11]: W. HARDLE & G. ERKYACHARIAN & D. PICARD & A. TSYBAKOV , " Wavelet , Approximation, and Statistical Applications " ,Edition Spinger , 1998 .
- [12] : P. ABRY & P. FLANDRIN, "On the initialization of the Discrete Wavelet Transform" , IEEE Signal Processing Letter , I2, p32-34, 1994 .
- [13]: M. VETTERLI & C. HERLEY, " Wavelets and Filter banks -theory and design -", IEEE Transactions on Signal Processing, Vol. 40, 2207-2232, 1992.
- [14]: S. MALLAT & W. H. HWANG," Singularity Detection and Processing with Wavelets " , IEEE Trans. on Information Theory , Vol. 38 , p 617-643, 1992.



- [15]: S. MALLAT , " Une exploration des signaux en ondelettes " ,Edition Ellipses, 2000.
- [16]: MIKAEL BOURGES & SEVENIER , " Réalisation d'une bibliothèque C de fonctions ondelettes " , Institut de Recherche en Informatique et Systèmes Aléatoires (IRISA),1994 .
- [17]: G. STRANG, " Wavelet and Filter bank", Wellesley Cambridge Press, 1996.
- x [18]: A. COHEN & I. DAUBECHIES & J. C. FEAUVEAU, " Biorthogonal Basis of Compactly Supported Wavelets " , Comput. Graphics Image Process. , Vol. 12, p224 -256, 1980.
- [19]: ANNE MANOURY , " Tatouage d'Images Numériques par Paquets d'Ondelettes " , Thèse pour obtenir le titre de Docteur en Automatique et Informatique Appliquée de l'Université de Nantes, 2001.
- [20]: C. HERLEY & J. KOVACEVIC & K. RAMCHANDRAN & M. VETTERLI , " Time Varying Orthonormal Tilings of the Time-Frequency Plane " , IEEE Proc. ICASSP, Vol. III,p106-154,1962.
- [21]: M. V. WICKERHAUSER, " Lectures on wavelet packet algorithms" ,INRIA, pages p 31-99,1991 .
- x [22]: I. DAUBECHIES , " Orthonormal bases of compactly supported wavelets",Comm. on Pure and Applied Math. , XLI, p 909 - 996, 1988 .

Chapitre III

Réseaux De Neurons & Analyse De Données



Préambule : Ce chapitre a pour but de donner un bagage (fondement) théorique sur deux notions ; la notion de classification (les réseaux de neurones) et la notion de réduction de données (l'analyse en composantes principales). Les modèles traduisent en quelque sorte et en partie le fonctionnement du cerveau humain, il est intéressant d'étudier leur architecture, leurs composants et les algorithmes associés d'apprentissage et de classification



Notations

Les réseaux de neurones

- $x_1(t), \dots, x_n(t)$ ou $(e_i)_{i=1..n}$: Le vecteur d'entrée du réseau.
 $d_1(t), \dots, d_m(t)$: Le vecteur de sortie désiré.
 $y_i(t)$ ou $(s_i)_{i=1..n}$: Le vecteur de sortie calculé.
 E : La fonction d'entrée totale du réseau.
 w_i : Les paramètres de pondération.
 A : La fonction d'activation du neurone
 b_i : Le biais (seuil).
 S : La fonction de sortie.

Analyse de données

- X : La matrice de données de type individus/variables
 q : Les variables.
 P : Les Individus .
 \bar{X}_i : La moyenne de la variable.
 δ_i : L'écart type
 X_c : La matrice centrée.
 X_{cr} : La matrice centrée réduite.
 S_{kl} : La matrice de covariance.
Corr : La matrice de corrélations.
CP : La matrice des composantes principales.
 L_i : Le vecteur des valeurs propres.
 T_i : Le vecteur normaliser :
CP_r : La matrice des composantes principales réduites.



III.1 Introduction :

Le cerveau humain est reconnu comme étant l'unité de traitement la plus complexe de l'univers. Il contient environ cent milliards de neurones organisés en réseaux, qui interagissent pour réaliser des fonctions aussi complexes que la mémoire, la perception, la pensée, le langage ou la conscience. Quel est le support physique de ces fonctions dans notre cerveau ?

On suppose qu'il n'existe pas de représentation picturale permanente des objets, mais que le cerveau conserve une empreinte de l'activité neuronale qui correspond à un circuit de neurones et de synapses dont l'activité recrée celle qui caractérisait chaque objet ou événement mémorisé.

Les connexions établies ou modifiées au cours de l'apprentissage constituent probablement un mode de codage des connaissances. Ces modifications essentielles font de chaque homme un individu unique.

L'intérêt des réseaux neuronaux artificiels remonte à la première moitié du siècle passé. Ce sont des modèles informatiques de structure et de fonctionnement inspirés des neurones réels. Afin de créer un réseau de neurones artificiel qui effectue une tâche particulière, on doit choisir un réseau de connexions entre les neurones et déterminer le coefficient synaptique de chaque connexion. Les connexions déterminent les neurones pouvant interagir, tandis que les coefficients synaptiques représentent l'importance de ces interactions. La valeur de ces coefficients est définie au cours d'une étape d'apprentissage.

Les neurones artificiels sont analogues à des unités de calcul dont l'état dépend des signaux qu'ils reçoivent. Chaque neurone calcule la somme de tous les signaux d'entrée pondérés par des coefficients synaptiques et détermine son état à l'aide d'une fonction de transfert.

Depuis l'essor considérable des réseaux neuronaux, il y a une dizaine d'années, une grande variété de réseaux a été proposée. Ils se distinguent par leur topologie, le type d'apprentissage mis en œuvre pour définir les coefficients synaptiques, et leur domaine d'application.

III.2 Les réseaux de neurones artificiels :

III.2.1 Définition :

Aujourd'hui de nombreux termes sont utilisés dans la littérature pour désigner le domaine des réseaux de neurones artificiels, comme connexionnisme ou neuromimétique. Pour notre part, il nous semble qu'il faut associer à chacun de ces noms une sémantique précise. Ainsi, les réseaux de neurones artificiels ne désignent que les modèles manipulés ; ce n'est ni un domaine de recherche, ni une discipline scientifique. Connexionnisme et neuromimétique sont tous deux des domaines de recherche à part entière, qui manipulent chacun des modèles de réseaux de neurones artificiels, mais avec des objectifs différents. L'objectif poursuivi par les ingénieurs et chercheurs connexionnistes est d'améliorer les capacités de l'informatique en utilisant des modèles aux composants fortement connectés. Pour leur part, les neuromiméticiens manipulent des modèles de réseaux de neurones artificiels dans l'unique but de vérifier leurs théories biologiques du fonctionnement du système nerveux central.

Définition :

Les réseaux de neurones artificiels sont des réseaux fortement connectés de processeurs élémentaires fonctionnant en parallèle. Chaque processeur élémentaire calcule une sortie unique sur la base des informations qu'il reçoit. Toute structure hiérarchique de réseaux est évidemment un réseau. [1]



III.2.2 Historique [1] :

- ❖ 1890 : W. James, célèbre psychologue américain introduit le concept de mémoire associative, et propose ce qui deviendra une loi de fonctionnement pour l'apprentissage sur les réseaux de neurones connue plus tard sous le nom de loi de Hebb.
- ❖ 1943 : J. Mc Culloch et W. Pitts laissent leurs noms à une modélisation du neurone biologique (un neurone au comportement binaire). Ceux sont les premiers à montrer que des réseaux de neurones formels simples peuvent réaliser des fonctions logiques, arithmétiques et symboliques complexes (tout au moins au niveau théorique).
- ❖ 1949 : D. Hebb, physiologiste américain explique le conditionnement chez l'animal par les propriétés des neurones eux-mêmes. Ainsi, un conditionnement de type pavlovien tel que, nourrir tous les jours à la même heure un chien, entraîne chez cet animal la sécrétion de salive à cette heure précise même en l'absence de nourriture. La loi de modification des propriétés des connexions entre neurones qu'il propose explique en partie ce type de résultats expérimentaux.

Les premiers succès :

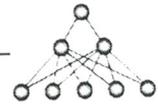
- ❖ 1957 : F. Rosenblatt développe le modèle du Perceptron. Il construit le premier neuroordinateur basé sur ce modèle et l'applique au domaine de la reconnaissance de formes. Notons qu'à cet époque les moyens à sa disposition sont limités et c'est une prouesse technologique que de réussir à faire fonctionner correctement cette machine plus de quelques minutes.
- ❖ 1960 : B. Widrow, un automaticien, développe le modèle Adaline (Adaptative Linear Element). Dans sa structure, le modèle ressemble au Perceptron, cependant la loi d'apprentissage est différente. Celle-ci est à l'origine de l'algorithme de rétropropagation de gradient très utilisé aujourd'hui avec les Perceptrons multicouches. Les réseaux de type Adaline restent utilisés de nos jours pour certaines applications particulières.
- ❖ 1969 : M. Minsky et S. Papert publient un ouvrage qui met en exergue les limitations théoriques du perceptron. Limitations alors connues, notamment concernant l'impossibilité de traiter par ce modèle des problèmes non linéaires. Ils étendent implicitement ces limitations à tous modèles de réseaux de neurones artificiels.

L'ombre :

- ❖ 1967-1982 : Toutes les recherches ne sont, bien sûr, pas interrompues. Elles se poursuivent, mais déguisées, sous le couvert de divers domaines comme : le traitement adaptatif du signal, la reconnaissance de formes, la modélisation en neurobiologie, etc. De grands noms travaillent durant cette période tels : S. Grossberg, T. Kohonen,

Le renouveau :

- ❖ 1982 : J. J. Hopfield est un physicien reconnu à qui l'on doit le renouveau d'intérêt pour les réseaux de neurones artificiels. A cela plusieurs raisons :
 - Il a présenté une théorie du fonctionnement et des possibilités des réseaux de neurones.
 - Il a fixé préalablement le comportement à atteindre pour son modèle et construit à partir de là, la structure et la loi d'apprentissage correspondant au résultat escompté. Ce modèle est aujourd'hui encore très utilisé pour des problèmes d'optimisation.
 - D'autre part, entre les mains de ce physicien distingué, la théorie des réseaux de neurones devient respectable. Elle n'est plus l'apanage d'un certain nombre de psychologues et neurobiologistes hors du coup.Mais reste à noter que ce modèle n'a pas répondu à toutes les attentes et s'est même heurtée à de sérieuses limitations. Aussi, bien que les limitations du Perceptron mise en avant par M. Minsky ne soient pas levées par le modèle d'Hopfield, les recherches sont relancées.



La levée des limitations :

- ❖ 1983 : La Machine de Boltzmann est le premier modèle connu apte à traiter de manière satisfaisante les limitations recensées dans le cas du perceptron. Mais l'utilisation pratique s'avère difficile, la convergence de l'algorithme étant extrêmement longue (les temps de calcul sont considérables).
- ❖ 1985 : La rétropropagation de gradient apparaît. C'est un algorithme d'apprentissage adapté aux réseaux de neurones multicouches (aussi appelés Perceptrons multicouches). Sa découverte réalisée par trois groupes de chercheurs indépendants indique que "la chose était dans l'air". Dès cette découverte, nous avons la possibilité de réaliser une fonction non linéaire d'entrée/sortie sur un réseau en décomposant cette fonction en une suite d'étapes linéairement séparables. De nos jours, les réseaux multicouches et la rétropropagation de gradient reste le modèle le plus étudié et le plus productif au niveau des applications.

III.2.3 Les réseaux neuronaux biologiques [2] :

Les cellules nerveuses, appelées neurones, sont les éléments de base du système nerveux central. Ils sont constitués de trois parties : le corps cellulaire, les dendrites, et l'axone (figure III.1)

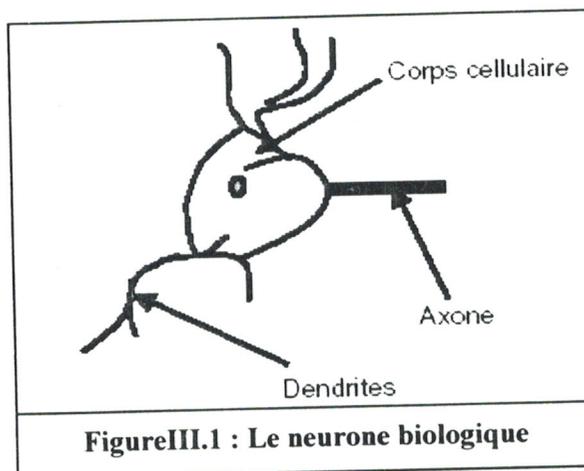


Figure III.1 : Le neurone biologique

Le corps cellulaire contient le noyau du neurone et effectue les transformations biochimiques nécessaires à la synthèse des éléments assurant la vie du neurone et le traitement des informations.

Chaque neurone possède une chevelure de dendrites. Elles se ramifient et forment une arborescence autour du corps cellulaire. Elles sont les récepteurs principaux du neurone pour capter les signaux lui parvenant.

L'axone sert de moyen de transport pour les signaux émis par le neurone, vers d'autres neurones. Il se distingue des dendrites par sa forme et les propriétés de sa membrane externe. Généralement plus long que les dendrites, il se ramifie à ses extrémités (communication avec d'autres neurones) alors que les ramifications des dendrites se produisent près du corps cellulaire.

Pour constituer le système nerveux, les neurones sont interconnectés suivant une répartition spatiale complexe. Les connexions entre neurones sont réalisées au niveau des synapses, lieu de proximité d'axone émetteur et de dendrites réceptrices.

Schématiquement, un neurone traite les courants électriques lui provenant de ses dendrites, et transmet le courant électrique résultant aux neurones auxquels il est connecté par l'intermédiaire de son axone.

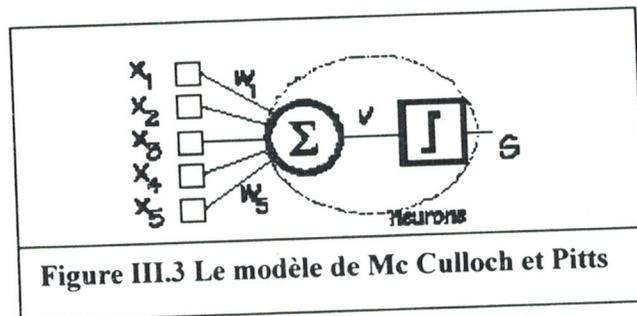
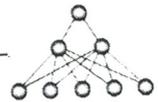


Figure III.3 Le modèle de Mc Culloch et Pitts

III.2.4.2 Modélisation générale [2] :

Le modèle du neurone de Mc Culloch et Pitts reste utilisé aujourd'hui, mais légèrement modifié dans la plupart des réseaux.

D'une façon générale, on définit un neurone formel par les cinq paramètres suivant (Figure III.4) :

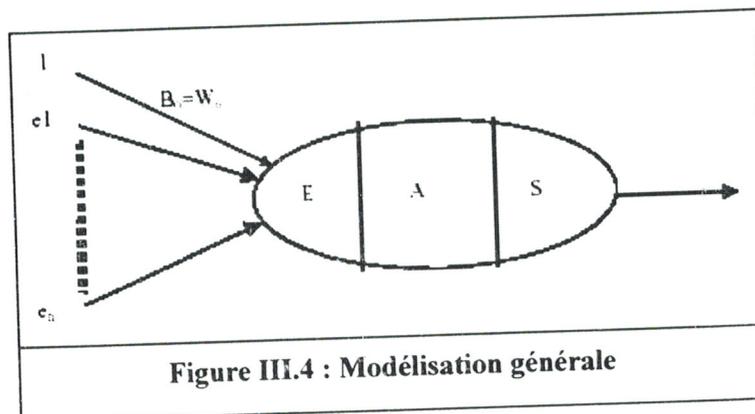


Figure III.4 : Modélisation générale

- La nature des entrées $(e_i)_{i=1..n}$ qui peuvent être binaires ou réelles.
- La fonction d'entrée totale $E = h\left(\sum_{i=1}^n w_i e_i\right)$, définissant le prétraitement effectué sur les entrées, avec w_i représente les paramètres de pondération (cette fonction peut être booléenne, linéaire, affine ou polynomiale).
- La fonction d'activation du neurone $A = f(E + b_i)$ définissant son état interne en fonction de son entrée totale, avec b_i représente le biais (seuil).

Il en existe quatre types principaux décrits sur la figure III.5 :

La fonction de *Heaviside* et la fonction *signe* n'autorisent que des sortie booléennes, la fonction *signe* ayant la particularité de ne pas s'annuler.

La fonction *linéaire* et la fonction *sigmoïde* ont l'avantage de fournir une infinité de sortie comprises entre deux valeurs extrêmes, le réseau perdant alors son caractère binaire. La fonction sigmoïde a été introduite pour sa dérivabilité, indispensable à certaines méthodes d'apprentissage (rétropropagation).

- La fonction de sortie $S = g(A)$ calculant la sortie du neurone en fonction de son état d'activation. En général la fonction g égale à la fonction identité, il y a donc assimilation entre la fonction d'activation et la fonction de sortie $S = f(E) = A$.
- La nature de la sortie du neurone qui peut être binaire ou réelle.



❖ *Remarque :*

- Les biais recentrent les fonctions d'activation autour de la valeur du seuil d'activation. Les biais sont artificiellement considérés comme des poids provenant d'une cellule toujours activée à 1.

- La fonction de seuillage f est définie par :
$$\begin{cases} f(x) = 1 \dots \text{si} \dots |x| > b \\ f(x) = 0 \dots \text{si} \dots -b < x < +b \end{cases}$$

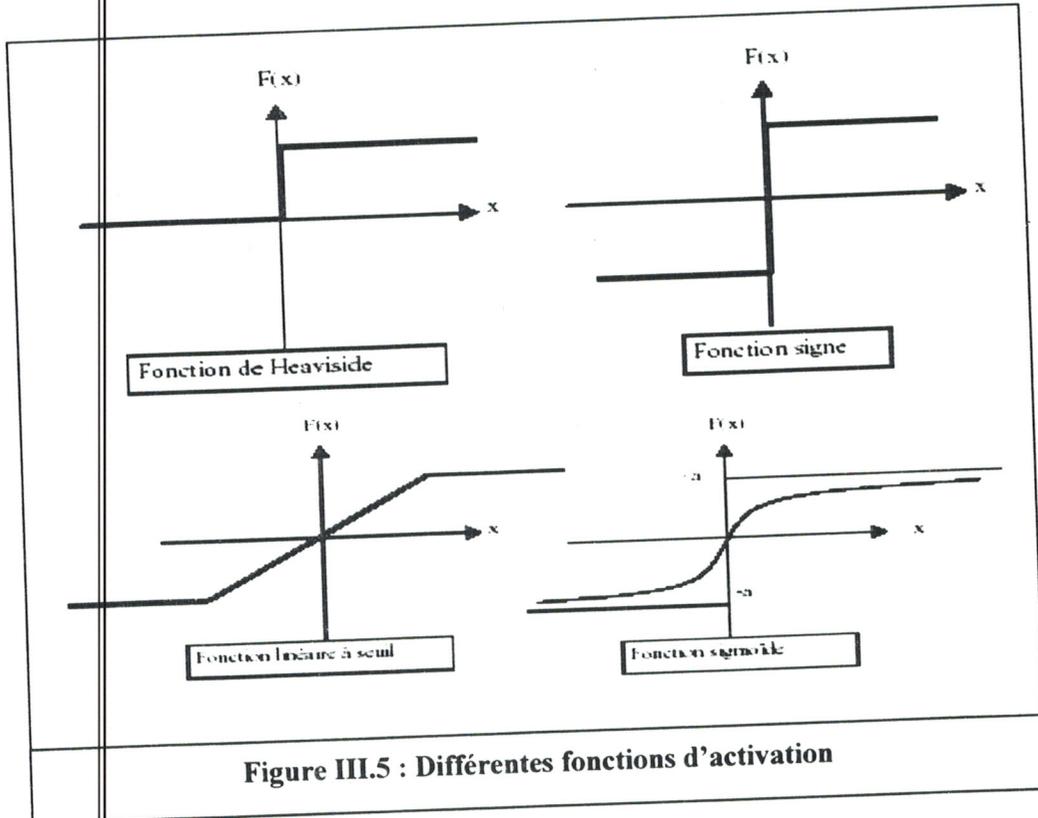


Figure III.5 : Différentes fonctions d'activation

Un neurone, *Nœud* du réseau, et donc un automate communiquant avec ses voisins par de *poids* et capable de s'activer lui-même en fonction des signaux reçus, à travers une fonction d'activation.

III.2.5 La topologie du réseau: [1]

Le réseau de neurone est un réseau d'automates finis partiellement ou totalement connectés entre eux, en interaction locale ou globale. Il est entièrement caractérisé par son architecture et les fonctions de transition d'état des neurones [5].

La topologie du réseau, c'est à dire la façon dont les neurones sont reliés, elle peut être quelconque, mais le plus souvent il est possible de distinguer une certaine régularité. Il existe de nombreuses topologies, parmi eux en donne :

❖ *Réseau multicouche (au singulier) :*

Les neurones sont arrangés par couche. Il n'y a pas de connexion entre neurones d'une même couche et les connexions ne se font qu'avec les neurones des couches avales (figure III.6). Habituellement, chaque neurone d'une couche est connecté à tous les neurones de la couche suivante et celle-ci seulement. Ceci nous permet d'introduire la



notion de sens de parcours de l'information (de l'activation) au sein d'un réseau et donc définir les concepts de neurone d'entrée, neurone de sortie. Par extension, on appelle couche d'entrée l'ensemble des neurones d'entrée, couche de sortie l'ensemble des neurones de sortie. Les couches intermédiaires n'ayant aucun contact avec l'extérieur sont appelés couches cachées.

❖ Réseau à connexions locales :

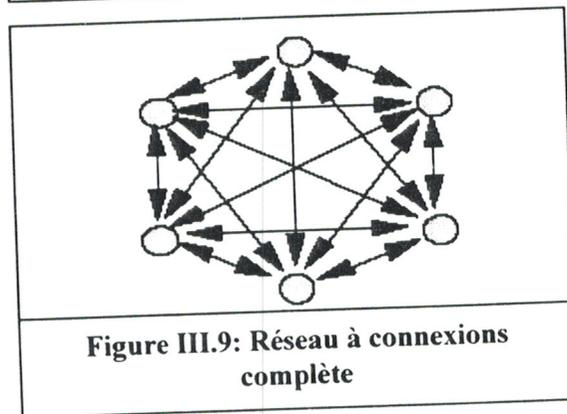
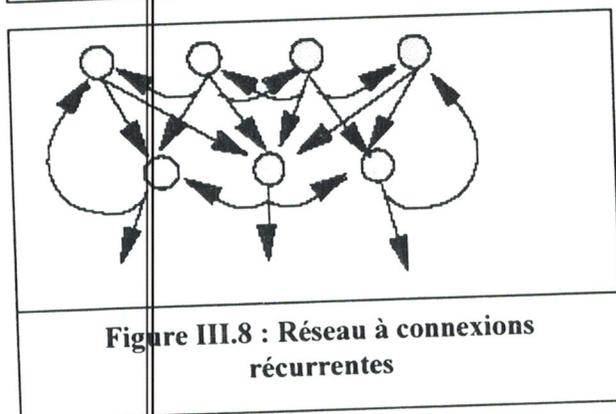
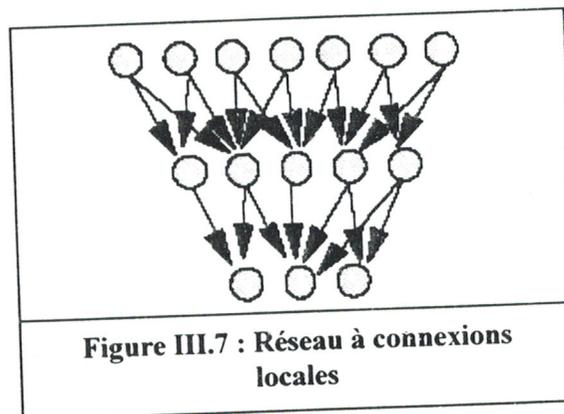
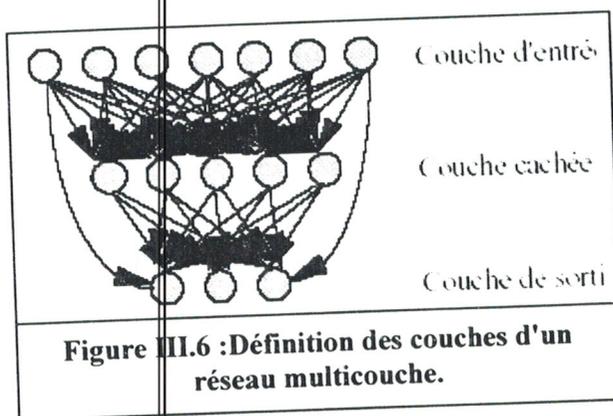
Il s'agit d'une structure multicouche, mais qui à l'image de la rétine, conserve une certaine topologie. Chaque neurone entretient des relations avec un nombre réduit et localisé de neurones de la couche avale (figure III.7). Les connexions sont donc moins nombreuses que dans le cas d'un réseau multicouche classique.

❖ Réseau à connexions récurrentes :

Les connexions récurrentes ramènent l'information en arrière par rapport au sens de propagation défini dans un réseau multicouche. Ces connexions sont le plus souvent locales (figure III.8).

❖ Réseau à connexion complète :

C'est la structure d'interconnexion la plus générale (figure III.9). Chaque neurone est connecté à tous les neurones du réseau (et à lui-même).



❖ Remarque :

Le mode de fonctionnement d'un réseau de neurone peut être parallèle ou séquentiel. Dans le mode parallèle, à chaque impulsion d'horloge, tous les neurones calculent, en fonction de leurs états d'entrées, leur nouvel état et transmettent leurs

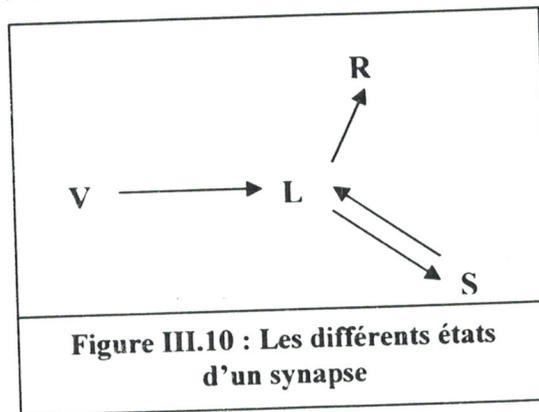


valeurs de sortie aux neurones qui leur sont connectés .dans le mode séquentiel , un neurone choisi aléatoirement , calcule son nouvel état et transmet sa sortie .

III.2.6 l'apprentissage des réseaux de neurones :

III.2.6.1 Les bases Biologiques de l'apprentissage :

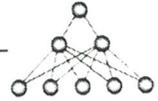
L'apprentissage correspond à l'acquisition de nouvelles connaissances et la mémoire correspond à la conservation de connaissances acquises. Une condition nécessaire pour qu'un système puisse "apprendre" durablement est que des effets irréversibles s'exercent sur lui. D'après le généticien *J. Delacour* [6], cette notion est liée à celle du seuil : dans le cerveau , un neurone n'entre en action que si l'excitation qui lui parvient dépasse un certain seuil .l'étape initiale de reconnaissance (Figure III.10), au début du développement du système nerveux , peut être décrite par le passage de l'état néant dit "virtuel" (V) à un état intermédiaire dit "labile" (L), correspondant à la mémoire à court terme .Une fois formée , une synapse " labile" va soit se stabiliser à un état dit (S) si le seuil est franchi et rester apte à transmettre l'influx nerveux pour un temps plus ou moins long , soit régresser vers un état dit (R) et perdre son aptitude de transmission.



L'apprentissage se caractérise donc au niveau biochimique par l'évolution de connexions entre les neurones .Dans le cas d'une stabilisation, une trace liée à une propriété d'associativité s'établit dans la mémoire. La faculté d'association est en effet une des caractéristiques principales de la pensée. Notre cerveau fonctionne par association d'idées et la mémoire est rafraîchie en faisant suivre à nos pensées certains cheminements. A la fin du siècle l'avant dernier, le philosophe et biologiste américain *J. William* avait déjà remarqué que "quand deux processus cérébraux élémentaires sont activés simultanément ou consécutivement, l'un d'eux, lorsqu'il se produit, tend à propager son excitation à l'autre".

Cependant, historiquement, la première règle d'apprentissage a été formulée de façon qualitative par le psychologue canadien *D. Hebb* [7]. Les apprentissages associatifs résulteraient d'un mécanisme simple fondé sur l'activité simultanée de plusieurs neurone : lorsque l'axone **A** active un neurone (ou prend part à son activation) de façon répétée ou persistante, un phénomène de croissance ou de changement métabolique surviendrait dans un de ces neurones ou dans les deux, de sorte que le neurone **A** activerait plus efficacement le neurone **B**. Selon ce modèle, nommé "mécanisme associatif pré-post", la coïncidence de l'activité des neurones pré et post -synaptiques renforce la connexion entre ces deux neurones.

Ceci implique que si l'on active un groupe de neurones faiblement connectés, ce groupe tend à s'organiser et à se renforcer.



III.2.6.2 Modélisation de l'apprentissage biologique :

Soit le poids de la connexion entre un neurone j et un neurone i à l'instant t . Supposons qu'entre les instants t et $t + \Delta t$, le réseau soit soumis à un stimulus, et que ce stimulus ait provoqué l'activation A_i du neurone i , et l'activation A_j du neurone j .

La règle de *Hebb* s'écrit alors comme suit :

$$w_{ij}(t + \Delta t) = w_{ij}(t) + mA_i A_j \quad (\text{III.1})$$

Où m ($m > 0$) est le coefficient d'apprentissage.

L'apprentissage, suivi de mémorisation, revient donc à modifier les poids des connexions jusqu'à obtenir une stabilisation du réseau, c'est à dire jusqu'à ce que le poids ne se modifie plus que de façon infime. Les algorithmes d'apprentissage consistent la plupart du temps à minimiser une fonction de coût d'erreur en effectuant "une descente du gradient". Cependant, des problèmes de convergence se posent pour certains réseaux. ainsi lors de cette minimisation, comment être assuré que l'on atteint un minimum global, plutôt qu'un minimum local ?

Le perceptron de *Rosenblatt* est la première machine adaptative ayant remporté un certain succès ; son originalité étant de contrôler l'algorithme d'apprentissage au moyen d'un théorème de convergence [8]. Parallèlement, d'autres méthodes d'apprentissage ont été proposées, en particulier la célèbre procédure de *Widrow* et *Hoff* [9] ou "adaline" fondée sur la minimisation itérative d'un critère quadratique.

Cependant, aucune de ces règles d'apprentissage ne peut fonctionner avec plus d'une couche d'éléments adaptatifs entre l'entrée et la sortie du système. De plus, *Minsky* et *papert* [10] ont montré que ces réseaux sont limités aux "fonctions linéairement séparables".

Widrow a tenté de généraliser les procédures d'apprentissage originales en utilisant des neurones effectuant des votes majoritaires ("Multiple Adaline" ou "Madaline").

Néanmoins, la convergence de ces procédures n'a pu être démontrée, bien qu'elle ait améliorée les résultats dans certains domaines (traitement adaptatif de signaux, par exemple).

Après la parution du livre de *Minsky* et *papert* en 1969, les travaux sur les réseaux neuronaux ont été suspendus. En 1971, *Amara* [11] étudie pourtant les propriétés des réseaux totalement connectés en tant que mémoires associatives. Il propose de stocker des informations sous forme d'états stables du système, ou de séquence d'états en utilisant la règle de *Hebb* pour le calcul des poids. *Kohonen* [12] propose également un modèle de mémoire associative linéaire fondé sur la règle de *Hebb*. Tous ces modèles présentant les mêmes limites que celles du Perceptron.

Le modèle proposé par *Hopfield* en 1982 [13] quoique identique à celui d'*Amari*, va entraîner le renouveau des réseaux de neurones car il intéresse les physiciens en raison de l'analogie de ce modèle et celui des "Verres de pin d'Ising" dans le domaine ferromagnétique.

En 1984, les cartes topologiques de *Kohonen* sont introduites [14]. Ces cartes permettent de réaliser une quantification de l'ensemble d'entrée, au même titre que les algorithmes de K-Means. Cet algorithme permet, en plus des algorithmes classiques de quantification, de poser une contrainte sur les mots code. Ceci assure une conservation de voisinage après apprentissage.

Puis *Hinton*, *Sejnowski* et *Ackley* [15] proposent "la machine de Boltzman", le premier modèle ayant dépassé les limites du Perceptron de façon satisfaisante. Ce type de réseau utilise une couche cachée de neurones, permettant modéliser des fonctions non linéairement séparables. Cependant, en raison de sa fonction de transfert stochastique, la convergence de l'algorithme d'apprentissage est extrêmement longue.



Dans les années 70, les travaux de *Groosberg* et *Carpenter* sur " l'Adaptative Résonance Theory" reposent sur des modèles à la fois psychologiques et biologiques. Dans [16], un apprentissage non supervisé et réalisé sur deux couches. La topologie du réseau est dynamique puisqu'à chaque fois que cela est nécessaire, un nouveau neurone de sortie est créé ainsi que de nouvelles connexions. Les auteurs ont montré que ce réseau est stable et ne souffre d'aucun problème de convergence. Les applications portent sur la reconnaissance de formes, la perception de la parole et la classification de signaux radar. Les résultats peuvent être assez mauvais lorsque les informations traitées sont bruitées. Plus précisément, les performances du modèle sont dictées par le choix d'un paramètre, appelé seuil de vigilance, possédant presque le total contrôle de propriétés de généralisation de classification.

En 1986, *Le Cun* [17] et *Rumelhart* proposent simultanément l'algorithme apportant la solution aux problèmes rencontrés : La *rétro-propagation*. Le réseau est formé de plusieurs couches de neurones. La fonction de transfert utilisée est une fonction sigmoïde dont la dérivabilité joue un rôle important. Le principe est de redistribuer sur toutes les couches une partie de l'erreur de manière récursive, en partant de la couche de sortie et en remontant vers la couche d'entrée, tout en respectant l'idée de la règle de *Widrow* et *Hoff*.

Expérimentalement, on atteint un minimum global dans la majorité des cas. Cet algorithme est actuellement le plus utilisé.

En 1989 *Gelenbe* propose un nouveau modèle de Réseau de Neurone Aléatoire, appelé *RNA*, qui représente l'état d'un réseau dans lequel circulent des signaux ponctuels positifs (excitateurs) et négatifs (inhibiteurs), avec le comportement à seuil habituel des modèles neuronaux. *Gelenbe* démontre que la distribution de probabilité stationnaire de l'état du réseau (constituée par le potentiel à l'entrée de chaque neurone) est égale au produit de probabilités marginales de l'état de chaque neurone, ce qui simplifie le calcul explicite ou numérique de leur distribution. En 1993 *Gelenbe* [18] propose un algorithme d'apprentissage supervisé pour le *RNA*, qui présente l'intérêt de s'appliquer à des réseaux récurrents, c'est à dire à tout type de réseaux (avec ou sans feed-back). On peut trouver d'autres algorithmes d'apprentissage supervisés pour des réseaux avec feed-back notamment dans les travaux de *Rohwer et al.* [19].

III.2.6.3 Les Modes d'apprentissages :

Au niveau des algorithmes d'apprentissage, il a été défini deux grandes classes selon que l'apprentissage est dit supervisé ou non supervisé. Cette distinction repose sur la forme des exemples d'apprentissage. Dans le cas de l'apprentissage supervisé, les exemples sont des couples (Entrée, Sortie associée) alors que l'on ne dispose que des valeurs (Entrée) pour l'apprentissage non supervisé. Remarquons cependant que les modèles à apprentissage non supervisé nécessitent avant la phase d'utilisation une étape de labélisation effectuée l'opérateur, qui n'est pas autre chose qu'une part de supervision [1].

III.2.7 Les propriétés fondamentales des réseaux de neurones : [5], [20]

La propriété fondamentale des réseaux de neurones est l'approximation parcimonieuse. Cette expression traduit deux propriétés distinctes : d'une part, les réseaux de neurones sont des approximateurs universels et, d'autre part, une approximation à l'aide de réseau de neurones nécessite, en général, moins de paramètres ajustables que les approximateurs usuels.



III.2.7.1 Les réseaux de neurones sont des approximateurs universels :

La propriété d'approximation universelle des réseaux de neurones peut s'énoncer comme suit : pour toute fonction déterministe suffisamment régulière, il existe au moins un réseau de neurones, possédant une couche de neurones cachés et un neurone de sortie linéaire, qui réalise une approximation de cette fonction et de ses dérivées successives, au sens des moindres carrés, avec une précision arbitraire. Cette propriété est vraie pour des neurones à fonctions d'activations sigmoïdales, fonctions radiales et ondelettes.

Il va de soi que la propriété d'approximation universelle n'est pas spécifique aux réseaux de neurones : les polynômes, les séries de Fourier, les fonctions splines, possèdent cette même particularité. Ce qui différencie les réseaux de neurones des autres approximateurs universels usuels, c'est leur parcimonie.

III.2.7.2 La parcimonie :

Cette propriété peut s'énoncer comme suit :

Si le résultat de l'approximation (c'est à dire la sortie du réseau de neurone) est une fonction non linéaire des paramètres ajustable, elle est plus parcimonieuse que si elle est une fonction linéaire de ces paramètres. De plus, pour des réseaux de neurones à fonction d'activation sigmoïde, l'erreur commise dans l'approximation varie comme l'inverse du nombre de neurones cachés, et elle est indépendante du nombre de variables de la fonction à approcher. Par conséquent, pour une précision donnée, donc pour un nombre de neurones cachés donné, le nombre de paramètres du réseau est proportionnel au nombre de variables de la fonction à approcher.

Ces propriétés sont particulièrement intéressantes du point de vue du temps de calcul, et surtout du point de vue de la quantité d'information nécessaire pour le calcul des coefficients :

- Du point de vue du temps de calcul, l'estimation des coefficients du réseau (*l'apprentissage*), est d'autant plus rapide que le nombre de paramètres à calculer est petit ;
- Lorsque la fonction que l'on cherche à approcher n'est pas connue analytiquement, mais seulement par l'intermédiaire de l'ensemble d'apprentissage, la taille de l'échantillon (donc le nombre d'exemples) nécessaire croît avec le nombre de poids. Le fait d'utiliser moins de coefficients que les méthodes classiques de régression permet donc une économie en nombre d'exemples, ce qui peut être particulièrement important lorsque l'acquisition des exemples est coûteuse ou lente.

En raison de ces propriétés les réseaux de neurones sont capables d'intervenir dans la résolution de nombreux problèmes de modélisation et de classification à partir de mesures. Ainsi, il peut être avantageux de les mettre en œuvre pour toute application nécessitant de trouver, par de méthodes statistiques, une relation non linéaire entre des données numériques.

III.2.8 Quelques applications, avantages et limites des réseaux de neurones :

III.2.8.1 Applications des réseaux de neurones : [5] , [20]

Les domaines d'application sont ceux de la reconnaissance de formes, du traitement du signal, du diagnostic, ... En fait, est considérée comme éligible toute application qui se représente sous la forme d'une fonction réalisant une mise en correspondance de deux espaces, pour peu que l'on dispose d'exemples représentatifs et en quantité suffisante du comportement de cette fonction. Cependant, déterminer une application potentielle n'est



pas tout, il faut aussi spécifier le meilleur modèle de réseau susceptible de résoudre le problème et ses nombreux paramètres.

❖ *La modélisation non linéaire de données statiques :*

Les réseaux de neurones sont très avantageux chaque fois que l'on veut modéliser des données indépendantes du temps, qui dépendent de plus de deux facteurs. Ainsi, on utilise les réseaux de neurones pour prédire les propriétés de molécules à partir de descripteurs que l'on peut calculer sans synthétiser ces molécules (leur masse, leur volume, leur nombre d'atomes, les charges électriques portées par ceux-ci) ; ainsi, si le réseau de neurones prédit qu'une molécule n'a pas les propriétés (pharmacologiques par exemple) que l'on cherche à obtenir, on peut économiser une synthèse chimique coûteuse.

❖ *La modélisation non linéaire de processus dynamiques :*

Pour modéliser des processus dynamiques, on utilise des réseaux de neurones. A partir de chroniques de mesures effectuées sur le processus, il est possible de réaliser des modèles très précis qui permettent, par exemple, de prévoir l'évolution future du processus ; on peut ainsi réaliser des simulateurs utilisables pour l'aide à la conception, ou pour la formation de personnel d'exploitation du procédé, ou encore pour réaliser des boucles de commande.

❖ *La commande de processus :*

Puisque les réseaux de neurones sont capables d'approcher n'importe quelle fonction non linéaire, ils peuvent évidemment être utilisés pour réaliser des lois de commande non linéaires, donc pour commander des processus non linéaires.

❖ *La détection d'anomalies*

Comme les réseaux de neurones peuvent réaliser des modèles non linéaires, très rapides et précis, du comportement normal de processus, on peut les utiliser pour détecter des anomalies de fonctionnement : il suffit en effet d'utiliser le modèle neuronal pour prédire ce que sera l'évolution du processus si son mode de fonctionnement est normal, et de comparer les prévisions du modèle avec les mesures effectuées : si les mesures s'écartent des prédictions de manière statistiquement significative, c'est que le processus est dans un mode de fonctionnement anormal.

❖ *Aide au diagnostic médical :*

Les réseaux de neurones ici permettent de réaliser des fonctions de mise en correspondance entre l'espace des symptômes avec celui des diagnostics à partir d'exemples de diagnostics réalisés par un expert humain (figure III.11).

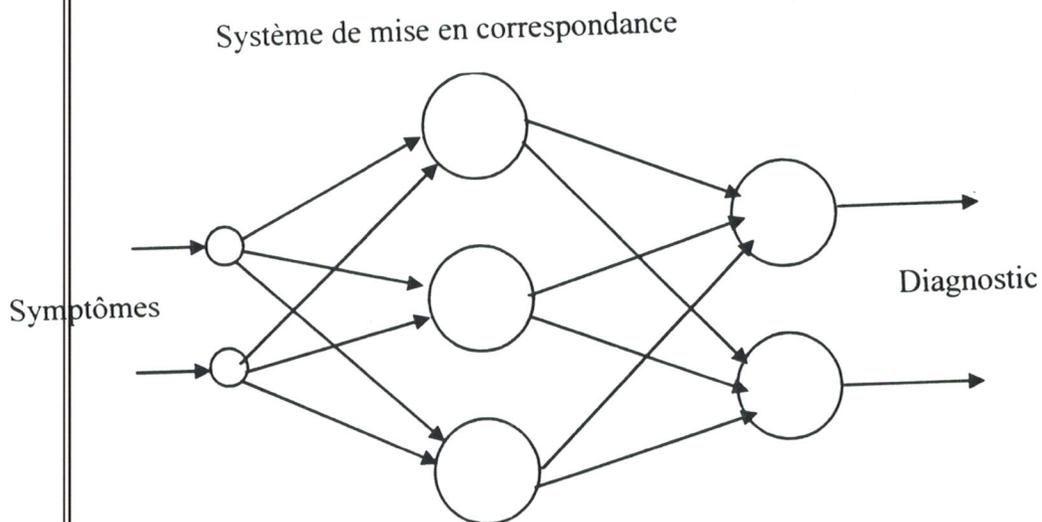


Figure III.11 : Application à un problème de diagnostic médical

❖ *La reconnaissance de formes :*

Dans le domaine de la reconnaissance de formes, la classification automatique tient un rôle important. Or, en raison de leur propriété d'approximateurs universels, les réseaux de neurones sont susceptibles d'estimer de manière précise la probabilité d'appartenance d'un objet inconnu à une classe parmi plusieurs possibles. Ainsi, des systèmes de lecture des codes postaux, utilisant des réseaux de neurones, sont opérationnels dans les centres français de tri postal.

❖ *L'économie et la finance*

Les réseaux de neurones sont de plus en plus fréquemment utilisés pour modéliser des données financières ou économiques.

❖ *Autres applications :*

Les domaines d'application sont très nombreux parmi eux on a :

- Traitement du Signal.
- Traitement de la Vision et de la Parole.
- Reconnaissance des signatures.
- Reconnaissance de caractères manuscrits, traitement des chèques.
- Analyse du signal pour les télécommunications.
- Elimination du bruit (reconnaissance, transport, amplification...).
- réseaux et communication
- Compression de données.
- Robotique.
- Classification et Analyse Discriminante.
- Modélisation et Prévision.
- Classification de séries temporelles ("formes temporelles").
- Nouvelles architectures informatiques.
- Etude du Cerveau.
- Evaluation des risques pour l'environnement.
- Prévisions météorologiques.
- Analyse chimique.
- Et bien d'autres choses encore...



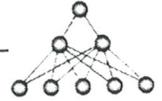
III.2.8.2 Avantages des réseaux de neurones : [5], [21]

Quelques propriétés spécifiques, à la fois sur le plan de la mise en oeuvre informatique et sur le plan des aptitudes.

- Capacité d'adaptation : apprentissage extrapolable et potentiel d'auto organisation.
 - Capacité de représenter n'importe quelle fonction, linéaires ou pas, simple ou complexe. (voir les propriétés des réseaux de neurones)
 - Capacité de généralisation : spectaculaire notamment en reconnaissance de "formes".
 - On passe directement des données au prédicteur, sans intermédiaire, sans simplification ou interprétation sujette à caution.
 - Simplicité de mise en oeuvre pour de nombreux problèmes.
 - Aspect "Boîte noire" (le réseau de neurones n'explique pas ses décisions) risqué mais séduisant.
 - Intérêt général dans le cas de problèmes pour lesquels on connaît peu d'informations a priori.
 - Résistance au bruit ou au manque de fiabilité des données.
 - Grande variété possible dans la variable prédite : Oui/Non, valeur continue, une ou plusieurs classes parmi n , etc.
 - Comportement moins mauvais en cas de faible quantité de données.
 - Pour l'utilisateur novice, l'idée d'apprentissage est plus simple à comprendre que les complexités des statistiques multi variables.
 - Relation spatiales (localisation géographique etc.) faciles à analyser et modéliser.
- Intérêt probablement croissant à terme, avec l'évolution des travaux théoriques et appliqués qui feront progresser les performances, la compréhension, les capacités, et la facilité d'utilisation des réseaux de neurones, domaines par domaines.

III.2.8.3 Limites des réseaux de neurones : [5], [21]

- Performances (temps de réponses) : notamment pour des algorithmes de type rétro-propagation.
Remarque : ce point est améliorable si l'on parvient à réaliser l'implantation efficace de réseaux de neurones sur des processeurs à architecture parallèles (et non séquentielles comme c'est essentiellement le cas actuellement).
- Manque de formalisme (ou dans certains cas, déficit d'informations sur les avancées théoriques, ce qui revient au même d'un point de vue pratique). Le "savoir" et la compétence sont plus liés à l'expérience qu'à la maîtrise des formalismes théoriques. La pluridisciplinarité et la complexité des systèmes mis en jeu dans les réseaux neuro-mimétiques ne favorisent peut-être pas l'émergence de formalismes universels et productifs.
- Manque de recul. Et par conséquent, manque d'expérience, ce qui est contraignant compte tenu du point précédent.
- Aspect "Boîte noire" séduisant car spectaculaire, mais risqué et parfois mal perçu (méfiance de la part des utilisateurs).
- Importance du travail préliminaire de préparation des données, notamment : choix des variables pertinentes, normalisation, élimination de données aberrantes, organisation du protocole d'apprentissage et de validation...
- L'échec des méthodes traditionnelles sur certains problèmes de modélisation provient souvent du manque d'informations contenues dans les données. Ce ne sont pas les réseaux de neurones qui amélioreront les performances dans ce cas.



III.2.9 Quelques réseaux célèbres [22] :

III.2.9.1 Le perceptron :

III.2.9.1.1 Le perceptron monocouche :

Le perceptron monocouche est un réseau de neurones à deux couches, une couche d'entrée et une couche de sortie. Ce perceptron est dit monocouche car il ne possède qu'une couche active (celle de sortie) par opposition aux perceptrons multicouches, qui ont plus d'une couche active. Chaque neurone de la couche d'entrée est relié à tous les neurones de la couche de sortie. (Figure III.12).

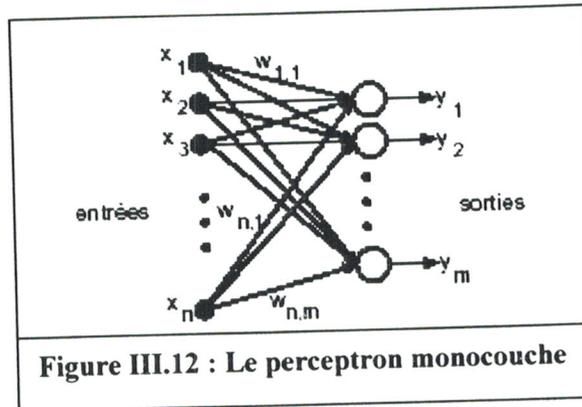


Figure III.12 : Le perceptron monocouche

L'apprentissage de ce réseau se fait comme suit :

Tout d'abord les poids de toutes les liaisons sont initialisés avec de petites valeurs aléatoires, en général de l'ordre de $-0,5$ à $+0,5$. Puis un motif est présenté au réseau, lequel calcule la sortie correspondante. Les poids des liaisons sont ensuite mis à jour proportionnellement à l'écart entre la sortie calculée et la sortie désirée. Les motifs sont présentés les uns après les autres. L'ensemble des motifs est présenté plusieurs fois jusqu'à ce que les poids des liaisons soient stables [23]. C'est un apprentissage supervisé. La principale limitation du perceptron monocouche est que, dans l'espace des motifs, les limites des classes qu'il reconnaît sont des hyperplans. On dit qu'il ne peut résoudre que des problèmes linéairement séparables. (Figure III.13).

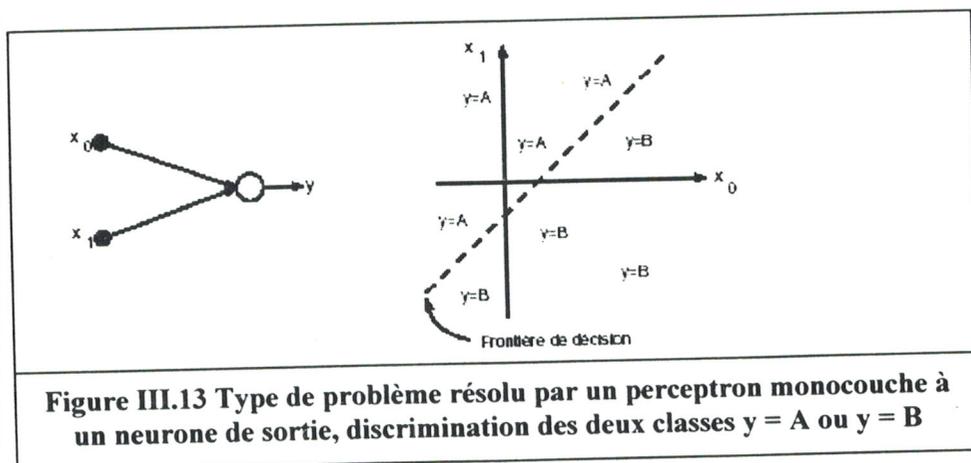


Figure III.13 Type de problème résolu par un perceptron monocouche à un neurone de sortie, discrimination des deux classes $y = A$ ou $y = B$



Algorithmes d'apprentissage du perceptron monocouche (avec n neurones d'entrée et m neurones de sortie) :

1. initialisation des poids et du seuil :

Donner à $w_{i,j}(0)$ ($1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m$) des valeurs aléatoires comprises, par exemple, entre -0.5 et +0.5, $w_{i,j}(t)$ étant le poids de la liaison entre l'entrée i et le neurone de sortie j à l'instant t .

2. présentation d'une nouvelle entrée et de la sortie désirée :

Présenter un vecteur d'entrée $x_1(t), \dots, x_n(t)$ et le vecteur de sortie désiré $d_1(t), \dots, d_m(t)$

3. calcul de la sortie :

$$y_j(t) = F\left(\sum_{i=1}^n w_{i,j}(t) \cdot x_i(t)\right) \quad (\text{III.2})$$

4. mise à jour des poids :

$$w_{i,j}(t+1) = w_{i,j}(t) + \eta [d_j(t) - y_j(t)] x_i(t) \quad (1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m) \quad (\text{III.3})$$

Où η est un facteur de gain positif et inférieur à 1

5. retourner en 2 jusqu'à la convergence (c'est à dire $d_j(t) \approx y_j(t)$)

III.2.9.1.2 Le perceptron multicouche :

Ce type de perceptron comporte une ou plusieurs couches cachées (CC) entre la couche d'entrée (CE) et la couche de sortie (CS). Ces couches supplémentaires sont connectées aux couches voisines (Figure III.14). Ce type de réseau résout les problèmes qui mettent en échec le perceptron monocouche. Les perceptrons multicouches ont longtemps été délaissés car on ne connaissait pas d'algorithme d'apprentissage efficace. À l'heure actuelle, l'algorithme de rétro-propagation du gradient en est un.

L'algorithme d'apprentissage, dit de rétro-propagation du gradient, est analogue à celui du perceptron monocouche. La différence se situe au niveau de la mise à jour des poids des liaisons. Elle dépend, pour un neurone de sortie, de l'écart entre la valeur calculée et la sortie désirée, pour un neurone d'une couche cachée, de la somme pondérée des mises à jour des poids de la couche suivante, et, dans les deux cas, de l'état du neurone considéré. Cette mise à jour se fait donc récursivement en partant de la couche de sortie vers la couche d'entrée. Il faut noter que, dans ce réseau, la fonction de seuillage doit être dérivable; on utilise habituellement une sigmoïde.

L'avantage de ce réseau par rapport au perceptron monocouche est que la limite des classes qu'il sait reconnaître devient convexe dans l'espace des motifs, s'il ne comporte qu'une couche cachée et quelconque s'il en comporte au moins deux (Figure III.15).

En utilisant plus de deux couches cachées, on ne change pas le type de problème résoluble, mais uniquement la vitesse de convergence de l'algorithme [23]. Bien qu'aucune preuve de convergence de l'algorithme de rétro-propagation n'existe, ce type de réseau est l'un des plus employés actuellement car ses performances sont généralement bonnes.



Néanmoins, le problème du dimensionnement des couches intermédiaires reste ouvert et il n'est résolu que de façon empirique (généralement par essai-modification) : si on augmente les tailles des couches cachées, le réseau apprend par coeur, si on les diminue, on le force à généraliser.

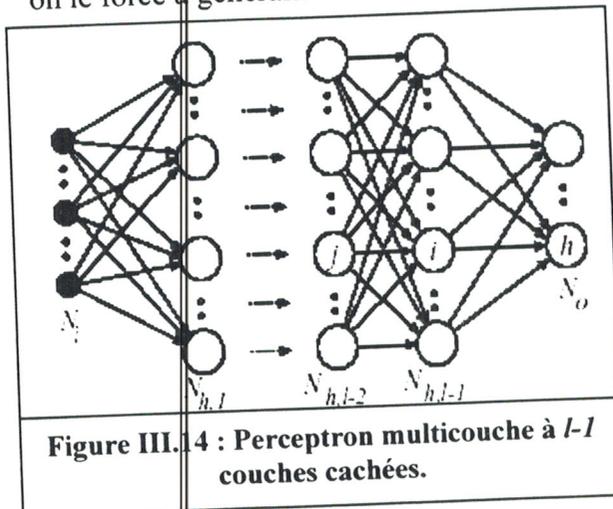


Figure III.14 : Perceptron multicouche à l-1 couches cachées.

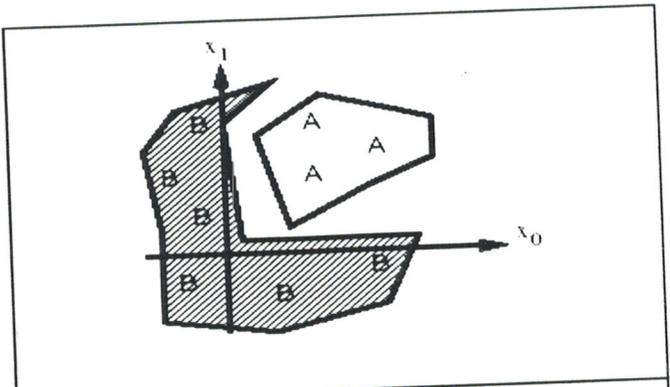


Figure III.15 : Type de discrimination obtenue avec un réseau à 2 CC avec 2 neurones de sortie : A et B, et 2 neurones d'entrée : x_0 et x_1

Algorithmme d'apprentissage par rétro-propagation

Cet algorithme cherche à minimiser l'erreur quadratique moyenne entre la sortie calculée et la sortie désirée. On utilise habituellement comme fonction de seuillage une sigmoïde :

$$F(\alpha) = \frac{1}{1 + e^{-\alpha}} \tag{III.4}$$

Dont les valeurs de sortie sont entre 0 et 1. (Figure III.5).

1. initialisation des poids :
Donner à tous les poids une valeur aléatoire (par exemple entre -0; 5 et +0; 5).

2. présentation d'une nouvelle entrée et de la sortie désirée :
Présenter le vecteur d'entrée x_1, \dots, x_n et le vecteur de sortie désirée

correspondante d_1, \dots, d_m

3. calcul de la sortie de chaque neurone j :

$$y_j(t) = F\left(\sum_{i=1}^k w_{i,j}(t) \cdot y_i(t)\right) \tag{III.5}$$

On calcule ceci successivement pour chaque couche du réseau, de l'entrée vers la sortie. k étant le nombre de neurones de la couche précédente.

4. mise à jour des poids, récursivement de la sortie vers l'entrée :

Chaque poids est modifié d'une valeur $\Delta w_{i,j}$:

$$\Delta w_{i,j} = \eta \cdot \delta_j \cdot y_i(t) \tag{III.6}$$

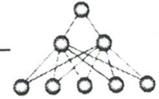
$$w_{i,j}(t+1) = w_{i,j}(t) + \Delta w_{i,j} \tag{III.7}$$

Où $w_{i,j}(t)$ est le poids d'une liaison entre deux neurones i et j de deux couches consécutives au temps t , où η est un facteur de gain positif et inférieur à 1, où $y_i(t)$ est l'état du neurone i ou d'une entrée et δ_j :

$$\delta_j = 2 \cdot y_j(1 - y_j)(d_j - y_j) \tag{III.8}$$

Si j est un neurone de sortie alors

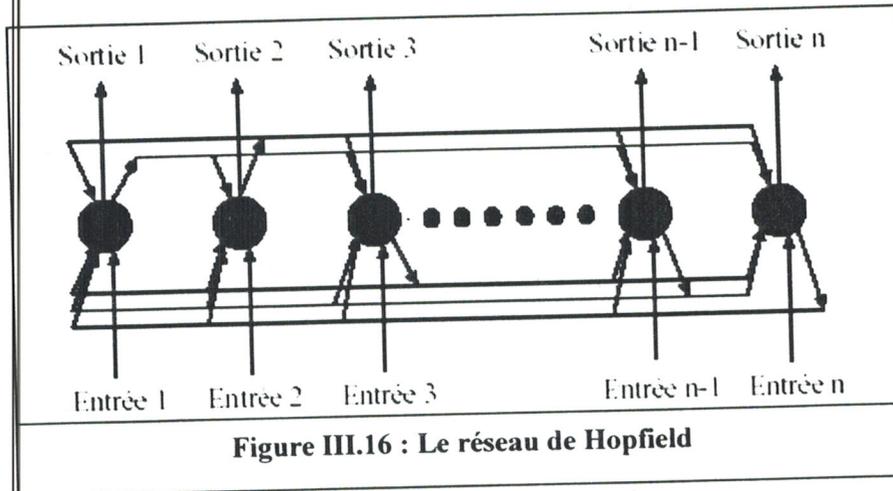
$$\delta_j = y_j(1 - y_j) \sum_k \delta_k \cdot w_{j,k} \tag{III.9}$$



Où k parcourt les neurones de la couche suivant celle du neurone j
 5. retourner en 2 jusqu'à la convergence (idem monocouche)

III.2.9.2 Le réseau de Hopfield :

Ce type de réseau a été proposé par Hopfield en 1982. Il ne comporte qu'une seule couche ; chaque neurone est relié à tous les autres : pour N neurones il y a donc N^2 liaisons. Ses entrées sont de type binaire : entre -1 et $+1$. Chaque neurone joue à la fois le rôle d'entrée et de sortie (Figure III.16).



Lors de l'apprentissage on fixe les poids des liaisons du réseau en fonction des motifs à reconnaître. On peut utiliser pour cela la règle de Hebb qui consiste à renforcer les connexions entre les neurones pour lesquels on souhaite des sorties de même signe, et à diminuer les poids des connexions dans le cas contraire. Les poids sont calculés de telle sorte que les motifs soient des états stables du réseau. Lorsque ensuite on lui présente un motif bruité ou incomplet, le réseau de Hopfield converge vers l'état stable le plus proche, qu'on espère être un motif appris. Le réseau de Hopfield fonctionne donc comme une mémoire associative. La fonction de seuillage utilisée est une fonction de Heavyside.

Il a deux principales limitations. La première est qu'il ne peut apprendre qu'un nombre limité de motifs. Si on essaie de lui en faire apprendre un trop grand nombre, le réseau de Hopfield peut alors converger vers un état parasite, qui n'est pas un des motifs à reconnaître. Le nombre de motifs à reconnaître acceptable est de l'ordre de 0,15 fois le nombre total de neurones du réseau [23].

La figure 1.17 représente de manière imagée un réseau de Hopfield. Les trous représentent les états stables. Un motif quelconque correspond à un point du plan. La convergence est analogue au chemin d'une bille vers un trou. À gauche, les trous sont peu nombreux et bien espacés : il n'y a pas de problème. À droite, les motifs appris sont trop nombreux ; il apparaît des trous parasites issus de l'interférence entre deux motifs proches, et certains "bons" trous sont noyés dans leurs voisins.

La seconde limitation est qu'un motif peut ne pas devenir un état stable s'il est trop proche d'un autre motif.

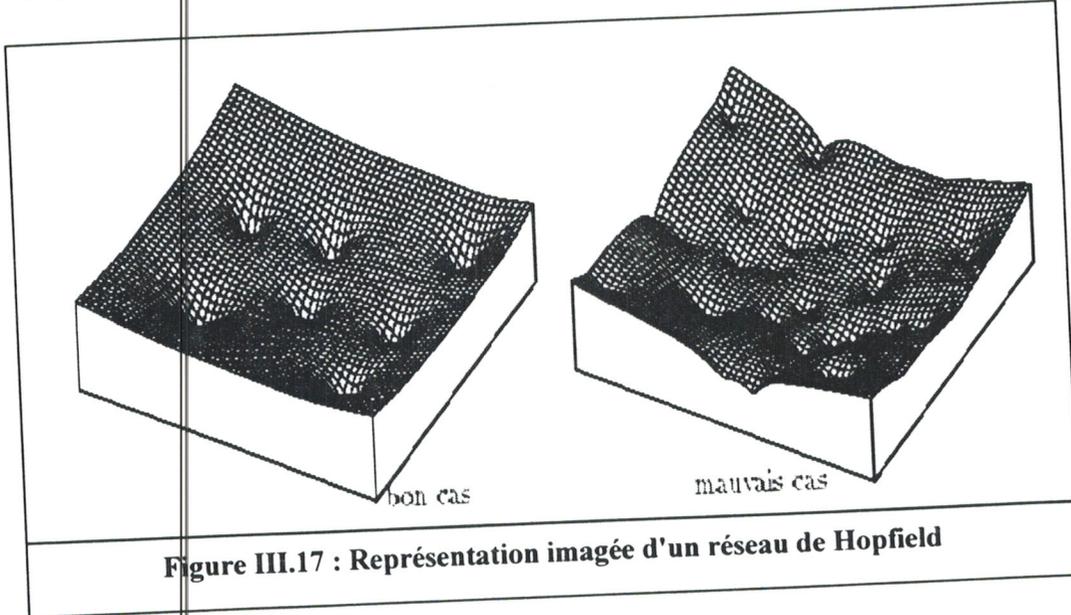
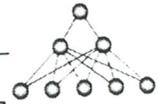


Figure III.17 : Représentation imagée d'un réseau de Hopfield

Algorithmique d'apprentissage du réseau de Hopfield :

1. initialisation des poids des liaisons :

$$t_{i,j} = \begin{cases} \sum_{s=1}^n x_i^s \cdot x_j^s, & 1 \leq i \leq n \\ 0, & \dots i = j \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

Où $t_{i,j}$ est le poids de la liaison entre le neurone i et le neurone j et où x_i^s est l'élément i du motif de classe s .

2. présentation d'un motif inconnu :

$$\mu_i(0) = x_i ; 1 \leq i \leq n \quad (\text{III.11})$$

Où $\mu_i(t)$ est la sortie du neurone i au temps t et où x_i est l'élément i du motif présenté.

3. mise à jour des poids :

$$t_{i,j} = t_{i,j} + \eta \cdot x_i \cdot x_j \quad (\text{règle de Hebb}) \quad (\text{III.12})$$

$$\mu_j(t+1) = F\left(\sum_{i=1}^n t_{i,j} \cdot \mu_i(t)\right) ; 1 \leq j \leq n \quad (\text{III.13})$$

F est une fonction en échelon.

4. répéter en retournant en 3 jusqu'à convergence :

L'état final des neurones représente alors le motif appris le plus proche du motif présenté.

III.2.9.3 Le réseau de Kohonen :

Le réseau de Kohonen comporte deux couches : une couche d'entrée et une couche de sortie. Chaque neurone d'entrée est connecté à tous les neurones de la couche de sortie.

Les neurones de la couche de sortie sont organisés en une grille à deux dimensions (Figure III.18).

L'idée principale du réseau de Kohonen est de faire en sorte que les neurones se regroupent en aires, chacune étant chargée de reconnaître un motif. Les aires ne sont pas déterminées à l'avance mais apparaissent lors de l'apprentissage. Cet apprentissage est non-supervisé.

Les poids des liaisons sont initialisés à des valeurs aléatoires de l'ordre de -0,5 à +0,5, puis chaque motif à classer est présenté. Après avoir présenté un motif au réseau, on détermine quel neurone de sortie est le plus proche de l'entrée, au sens d'une fonction de distance qui tient compte des poids des liaisons et de l'état des neurones de sortie.



Ensuite les poids des liaisons partant de ce neurone sont mis à jour, ainsi que ceux des liaisons des neurones voisins. Puis on passe au motif suivant. L'ensemble des motifs est présenté plusieurs fois jusqu'à ce que les poids des liaisons soient stables.

Les réseaux de Kohonen permettent de classifier des éléments lorsque l'on n'en connaît pas de partition a priori. C'est le principal avantage de l'apprentissage non-supervisé.

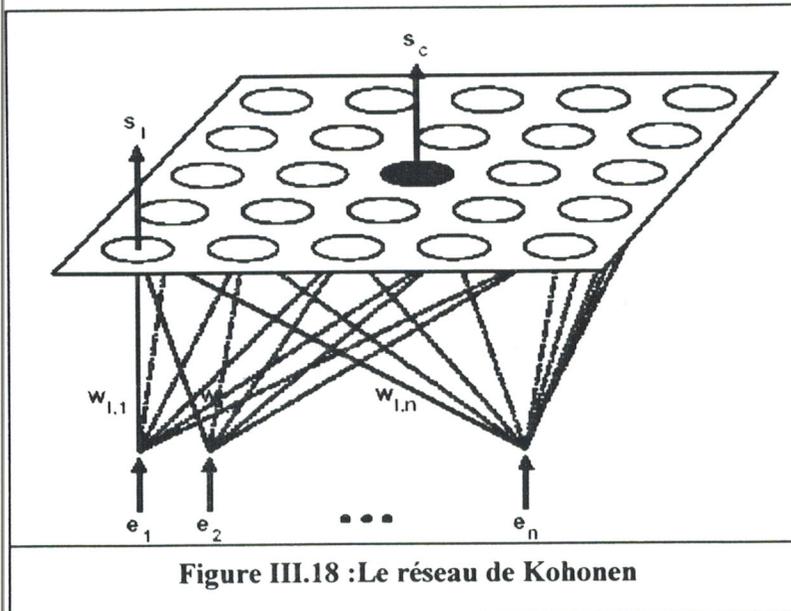


Figure III.18 :Le réseau de Kohonen

❧ Algorithme d'apprentissage du réseau de Kohonen :

1. initialisation des poids :

Donner à tous les poids des liaisons de petites valeurs aléatoires.

2. présentation d'une nouvelle entrée :

3. calcul de la distance à tous les nœuds :

$$d_j = \sum_{i=1}^n (x_i(t) - w_{i,j}(t))^2 \quad (\text{III.14})$$

Où $x_i(t)$ est l'état du neurone d'entrée i au temps t et $w_{i,j}(t)$ le poids de la liaison entre l'entrée i et la sortie j au temps t .

4. sélection du neurone ayant la distance minimale :

Chercher le neurone j^* ayant le d_j minimal.

5. mise à jour des poids des liaisons du neurone j^* et de ses voisins avec la couche d'entrée :

$$w_{i,j^*}(t+1) = w_{i,j^*}(t) + \eta(t)(x_i(t) - w_{i,j^*}(t)) \quad (\text{III.15})$$

Où $\eta(t)$ est un terme de gain inférieur à 1 et positif qui décroît au cours du temps.

6. retourner en 2 jusqu'à la convergence

III.2.10 mettre en œuvre les réseaux de neurones : [5], [24]

Les réseaux de neurones réalisent des fonctions non linéaires paramétrées ; ils peuvent approcher toute fonction de régression si l'on trouve un réseau de neurones qui rend minimum la fonction de coût des moindres carrés (somme des carrés des différences entre les valeurs calculées par le réseau de neurones et les valeurs mesurées). La mise en œuvre d'un réseau de neurones nécessite donc :



- De déterminer les entrées pertinentes, c'est-à-dire les grandeurs qui ont une influence significative sur le phénomène que l'on cherche à modéliser,
- De collecter les données nécessaires à l'apprentissage et à l'évaluation des performances du réseau de neurones,
- De trouver le nombre de neurones cachés nécessaires pour obtenir une approximation satisfaisante,
- D'estimer les valeurs des paramètres correspondant à un minimum de la fonction de coût, c'est-à-dire d'effectuer un apprentissage,
- D'évaluer les performances du réseau de neurones à l'issue de l'apprentissage.

En fonction des résultats obtenus, il peut être nécessaire d'effectuer plusieurs itérations de tout ou une partie de cette procédure.

Nous allons aborder successivement ces différents points.

a. déterminer les entrées pertinentes (analyse des données):

Il est souvent préférable d'effectuer une analyse de données de manière à déterminer les caractéristiques discriminantes pour détecter ou différencier ces données. Ces caractéristiques constituent l'entrée du réseau de neurones.

Notons que cette étude n'est pas spécifique aux réseaux de neurones, quelque soit la méthode de détection ou de classification utilisée, il est généralement nécessaire de présenter des caractéristiques représentatives. Cette détermination des caractéristiques a des conséquences à la fois sur la taille du réseau (et donc le temps de simulation), sur les performances du système (pouvoir de séparation, taux de détection), et sur le temps de développement (temps d'apprentissage).

Une étude statistique sur les données peut permettre d'écarter celles qui sont aberrantes et redondantes, parmi ces méthodes qui peuvent être utilisées on cite : Analyse des composantes principales (ACP), L'analyse factorielle des correspondances (AFC), l'Analyse en Composantes Indépendantes (ACI). (Voir III.3).

Dans le cas de la classification, il appartient à l'expérimentateur de déterminer le nombre de classes auxquelles ses données appartiennent et de déterminer pour chaque donnée la classe à laquelle elle appartient.

b. La collecte des données :

Nous avons vu que, pour pouvoir effectuer l'apprentissage, il faut disposer de données. Celles-ci doivent être en nombre suffisant, et être suffisamment représentatives.

L'objectif de cette étape et de recueillir de données, à la fois pour développer le réseau de neurones et pour le tester. Dans le cas d'applications sur des données réelles, l'objectif est de rassembler un nombre de données suffisant pour constituer une base représentative des données susceptibles d'intervenir en phase d'utilisation du système neuronal.

c. Elaboration de la structure du réseau de neurones :

Il existe un grand nombre de types de réseaux de neurones, avec pour chacun des avantages et de inconvénients. Le choix d'un réseau peut dépendre :

- De la nature des données (dans notre cas, des données présentant des variations au cours du temps).
- D'éventuelles contraintes d'utilisation en temps réel.
- Des différents types de réseaux de neurones disponibles dans le logiciel de simulation que l'on compte utiliser (à moins de le programmer).



Ce choix est aussi fonction de la maîtrise ou de la connaissance que l'on a de certains réseaux, ou encore du temps dont on dispose pour tester une architecture prétendue plus performante. Le choix du nombre de neurones cachés et l'une des étapes les plus importantes dans le choix de la topologie du réseau.

❖ *Le nombre de neurones cachés :*

L'écart entre l'approximation réalisée par un réseau de neurones et la fonction à approcher est inversement proportionnel au nombre de neurones cachés ; malheureusement, ce résultat n'est pas constructif, en ce sens qu'il ne peut que donner des estimations, ou des bornes larges, du nombre de neurones cachés nécessaires. Il n'existe pas, à l'heure actuelle, de résultat théorique permettant de prévoir le nombre de neurones cachés nécessaires pour obtenir une performance spécifiée du modèle, compte tenu des données disponibles.

d. Apprentissage du réseau de neurones :

Plusieurs types d'apprentissages peuvent être adaptés à un même type de réseau de neurones. Les critères de choix sont souvent la rapidité de convergence ou les performances de généralisation.

Le critère d'arrêt de l'apprentissage est souvent calculé à partir d'une fonction de coût, caractérisant l'écart entre les valeurs de sortie obtenues et les valeurs de références.

Certains algorithmes d'apprentissage se chargent de la détermination des paramètres architecturaux du réseau de neurones. Si on n'utilise pas ces techniques, l'obtention des paramètres architecturaux optimaux se fera par comparaison des performances obtenues pour différentes architectures de réseaux de neurones.

Des contraintes dues à l'éventuelle réalisation matérielle du réseau peuvent être introduites lors de l'apprentissage.

e. Validation :

Une fois le réseau calculé, il faut procéder à des tests pour vérifier que le réseau réagit bien comme on le souhaite : c'est la validation. Donc dès que le réseau de neurones sera entraîné (après apprentissage), il est nécessaire de le tester sur une base de données différentes de celles utilisées pour l'apprentissage. Ce test permet à la fois d'apprécier les performances du système neuronal et de détecter le type de données qui pose problème. Si les performances ne sont pas satisfaisantes, il faudra soit modifier l'architecture du réseau, soit modifier la base d'apprentissage (caractéristiques discriminantes ou représentatives des données de chaque classe).

III.3 Analyse de données :

III.3.1 Introduction: [25]

L'analyse de données est apparue dans les années trente grâce à H. Hotteling, qui initialisait le principe de l'analyse en composantes principales et de l'analyse canonique.

Ces méthodes furent ensuite complétées et perfectionnées sans grand succès, car elles nécessitaient de très importants calculs. Le développement de l'informatique, dans les années soixante, a remis cette approche de la statistique au goût du jour et la multiplication de micro-ordinateurs scientifiques a permis sa propagation.

La statistique classique ne s'intéresse qu'à un nombre limité de caractères mesurés sur un ensemble restreint d'individus. Elle s'appuie sur des estimations ou des tests très restrictifs. Dans la réalité, les individus sont le plus souvent décrits par de très nombreux



paramètres, qui n'obéissent pas à des lois connues a priori. La différence essentielle de l'analyse de données, par rapport à la statistique classique, est qu'elle réalise une étude globale du couple individus caractères en s'appuyant sur des représentations graphiques beaucoup plus lisibles que de volumineux tableaux de mesures. Les ressemblances ou les dissemblances entre individus ou entre caractères, leur corrélations positives ou négatives sont à la base de l'analyse, qui peut s'effectuer suivant plusieurs points de vue. Des méthodes de classification automatique viennent compléter les analyses graphiques.

Cette approche multidimensionnelle, depuis qu'elle est maîtrisée grâce à l'apport de l'informatique, a connu un très grand nombre d'applications pratiques pour l'observation et la compréhension des phénomènes complexes notamment en médecine, physique, sciences naturelles, sciences humaines, etc.

III.3.2 Nature de données analysables : [25]

En analyse de données on distingue deux types d'informations:

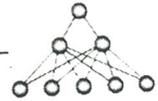
- *Les individus* : ils peuvent représenter des entités comme des personnes, des entreprises, des pays, des journaux, etc. Sur ces individus nous allons réaliser des observations ou des mesures.
- *Les variables* : Les variables sont des caractères relatifs à ces individus. Elles peuvent être de deux types (quantitatives, qualitatives) :
- Une variable sera quantitative si elle prend des valeurs sur une échelle numérique. Les opérations algébriques habituelles (addition, multiplication, calcul de moyenne) peuvent être utilisées pour combiner ou normaliser leurs valeurs numériques.
- Une variable sera qualitative si elle peut prendre des modalités non numériques. Les valeurs possibles prises par une variable de type quantitatif sont appelées des modalités.

III.3.3 Analyse multidimensionnelle :

III.3.3.1 Principe général : [26]

Ces méthodes ont pour but de décrire des données consignées dans un tableau croisant des individus (m lignes) et des caractères ou variables (n colonnes) qui sont mesurés sur ces individus. L'étude s'effectue par réduction du nombre de caractères, non sous forme d'une simple sélection de certains d'entre eux, mais par construction de nouveaux caractères synthétiques obtenus en combinant les caractères initiaux (méthode factorielle). De plus la méthode de modélisation sera ici linéaire puisque chaque facteur synthétique sera combinaison linéaire des caractères initiaux. Les principales méthodes d'analyse multidimensionnelle sont:

- L'analyse en composantes principales.
- L'analyse factorielle des correspondances.
- L'analyse canonique.
- L'analyse factorielle discriminante.
- Analyse Factorielle d'un Tableau de Distances.
- Analyse des Correspondances Multiples.
- Analyse Factorielle Multiple.



III.3.3.2 L'analyse en composantes principales (ACP) :

L'ACP fait en réalité partie d'un ensemble de méthodes d'analyse de données, appelées méthodes multifactorielles. De façon générale, celles-ci ont pour but de résumer de la façon la plus fidèle possible un grand ensemble de données, c'est-à-dire d'observations différentes (les variables) pour chaque membre d'une importante population d'étude (les individus). Ce résumé engendre toujours une perte d'information, mais c'est au profit des informations les plus pertinentes et de la lisibilité, donc de la meilleure interprétation.

III.3.3.2.1 Objectifs de l'ACP : [26]

Il existe plusieurs approches différentes de l'ACP, mais toutes s'accordent sur les conditions de son application et son objectif général. Cette méthode s'applique aux ensembles de données quantitatives d'au moins deux variables.

Puisqu'il s'agit d'une méthode d'analyse de données multifactorielle, son but est de résumer cet ensemble de données. Ceci se fait selon les modalités suivantes :

- Fournir des outils simples et lisibles de représentation des informations traitées, permettant de faire ressortir des données brutes les éventuels liens existant entre les variables (en terme de corrélation),
- Donner des indications sur la nature, la force et la pertinence de ces liens, afin de faciliter leur interprétation et découvrir quelles sont les tendances dominantes de l'ensemble de données.
- Réduire efficacement le nombre de dimensions étudiées (et ainsi simplifier l'analyse), en cherchant à exprimer le plus fidèlement possible l'ensemble original de données grâce aux relations détectées entre les variables.

III.3.3.2.2 Fonctionnement de l'ACP : [27],[28]

a. Principe :

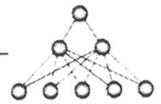
On a vu que l'objectif principal de l'ACP était de réussir à exprimer un système complexe de données de dimension quelconque, représenté par un tableau dit Individus/Variables, dans un plus petit nombre de dimensions, tout en minimisant la perte d'informations engendrée.

Ce processus consiste à construire de nouveaux caractères synthétiques à partir de facteurs (d'où le terme d'analyse multifactorielle) obtenus par combinaisons linéaires des variables initiales.

Ce sont ces nouveaux caractères synthétiques qui sont appelés composantes principales. La problématique consiste alors à trouver les n composantes principales qui expliquent (c'est-à-dire qui résument) la plus grande quantité d'information originale (n étant le nombre de dimensions auxquelles on veut réduire l'étude. Dans de nombreux cas, on se limite à 2). L'étude des données pourra alors être réduite à ces composantes principales, si elles sont suffisamment représentatives.

Il faut donc pouvoir quantifier l'efficacité des composantes principales, pour ne retenir que les plus significatives. Dans le cadre des représentations graphiques, les composantes principales sont assimilées aux axes.

Ainsi, dans le cadre d'une représentation des données dans un espace à deux dimensions, l'axe des abscisses représentera la première composante principale, celle qui explique la plus grande partie de l'information d'origine, et l'axe des ordonnées sera la



deuxième composante principale, celle qui explique la plus grande partie de l'information restante.

Remarque : l'ACP ne peut s'appliquer que si les variables quantitatives qu'on étudie ne sont pas indépendantes deux à deux et possèdent des coefficients de corrélation non nuls. On n'utilisera donc cette méthode que si on a déjà un a priori concernant la relation de certaines de ces variables.

b. Formulation mathématique de l'ACP :

La mise en oeuvre mathématique de l'ACP peut être divisée en 6 étapes principales :

1. Préparation des données :

Les données que l'on doit traiter par l'ACP sont stockées dans un tableau X de type individus/variables de la forme suivante :

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{1q} \\ x_{21} & x_{22} & x_{2q} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ x_{p1} & x_{p2} & x_{pq} \end{bmatrix}$$

On a alors :

- q variables, représentées en colonnes
- p individus, représentés en lignes

Le problème est que si on analyse directement la matrice X, les résultats seraient faussés par les valeurs relatives des variables (Par exemple si les valeurs ont été mesurées dans des unités différentes). Préparer les données pour le traitement consiste donc à transformer le tableau de données pour réduire ces effets.

On peut alors travailler sur une version centrée réduite X_{cr} de la matrice X.

❖ Pour centrer la matrice X, (X_c) on soustrait à chacune des valeurs la moyenne de sa variable.

$$X_c = g_{ij} = X - \bar{X}_j \tag{III.16}$$

Avec :

$$\bar{X}_j = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p X_{ij} \tag{III.17}$$

❖ Pour réduire la matrice centrée, on divise chacune des valeurs par l'écart type de sa variable.

$$X_{cr} = y_{ij} = \frac{g_{ij}}{\delta_j} \tag{III.18}$$

Avec δ_j est l'écart type de la variable :

$$\delta_j = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p (X_{ij} - \bar{X}_j)^2 \tag{III.19}$$

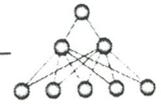
2. Matrice des coefficients de corrélations :

Soit **Corr** la matrice de corrélations des données contenues dans le tableau X_{cr} .

$$corr = \frac{S_{kl}}{\sqrt{y_{kk} * y_{ll}}} \tag{III.20}$$

Avec S_{kl} est la matrice de covariance :

$$S_{kl} = \frac{1}{p} \sum_{i=1}^p X_{ik} X_{il} \tag{III.21}$$



3. Valeurs et vecteurs propres de la matrice des corrélations :

Soit eig une matrice diagonale D des valeurs propres et une matrice plein V dont les colonnes sont les vecteurs propres correspond ainsi :

$$[V, D] = eig(X) \quad ; \quad X * V = V * D \quad (III.22)$$

On obtient alors les facteurs qui seront utilisés pour construire les composantes principales.

4. Classer les vecteurs propres dans l'ordre décroissant des valeurs propres associées :

On trie les vecteurs propres dans l'ordre décroissant des valeurs propres associées

On dispose alors des facteurs dans l'ordre décroissant de la quantité d'information qu'ils expliquent.

Il est également possible d'exprimer en pourcentage l'importance de chacun, afin de visualiser l'importance relative des composantes principales.

Soit u la matrice dont les colonnes sont les vecteurs propres de $Corr$ dans l'ordre décroissant de leurs valeurs propres associées.

5. Matrice des composantes principales :

La matrice appelée matrice des composantes principales est celle qui contient les coordonnées des individus dans l'espace formé par les composantes principales.

Soit CP la matrice des composantes principales. On a alors :

$$CP = X_{rc} \cdot u$$

6. Représentations graphiques

Le but de l'ACP étant de résumer une situation donnée, la représentation graphique est la phase finale et la plus importante de ce processus, car elle permet d'avoir rapidement un aperçu de ce que le calcul numérique ne peut pas fournir. L'ACP peut fournir deux types de représentations graphiques :

❖ *les diagrammes de dispersion* : Il s'agit d'utiliser la matrice des composantes principales précédemment calculée pour représenter les individus, sous forme de nuages de points, dans des plans ou espaces factoriels de deux ou trois composantes principales.

Ce type de représentation permet de montrer comment se situe chaque individu par rapport aux composantes principales, et donc de pouvoir identifier des cas isolés (Figure III.19).

❖ *Les cercles de corrélation* : Il s'agit cette fois-ci de représenter les variables dans des systèmes d'axes factoriels à deux composantes principales, munis d'un cercle de rayon 1 pour aider à l'interprétation.

Ce type de graphique est plus utile que les diagrammes de dispersion, car il permet de visualiser facilement les relations existant entre les variables elles-mêmes, la force de ces relations et quelles composantes principales les expliquent le mieux. Il offre donc une vision plus globale de la situation, plus dans la lignée de ce qu'on veut obtenir en effectuant une ACP (Figure III.20).

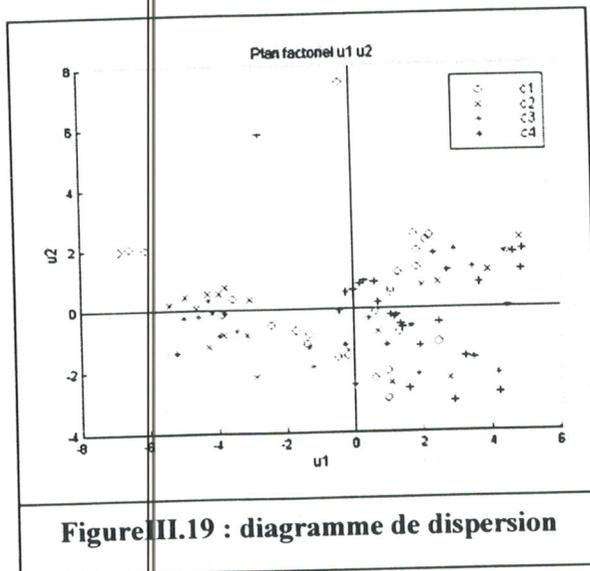
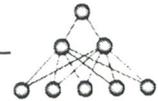


Figure III.19 : diagramme de dispersion

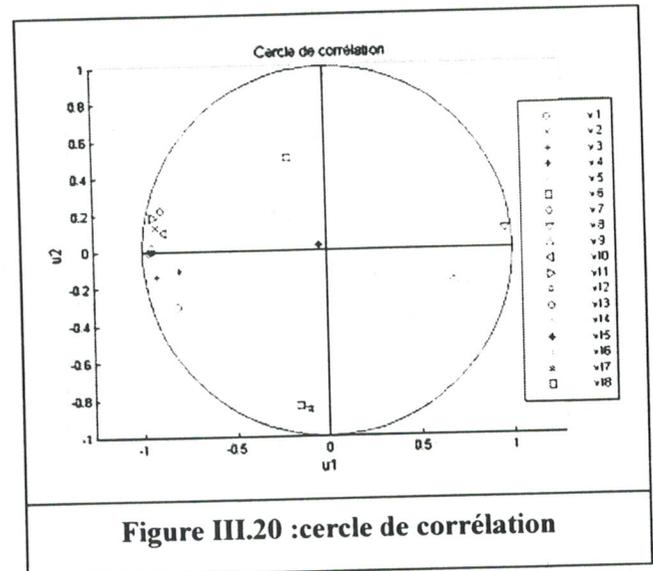


Figure III.20 : cercle de corrélation

7. Interprétation de l'ACP

Interpréter les résultats d'une ACP consiste en grande partie à donner un sens aux axes factoriels découverts (les composantes principales), et à déterminer la nature des relations existants entre ces axes et :

- *les individus* ; cette indication est donnée par les diagrammes de dispersion, qui expriment la contribution de chacun des individus à la variance des axes.
- *les variables* ; cette indication est donnée par les cercles de corrélation, qui expriment en terme de coefficient de corrélation la contribution des variables aux axes factoriels.

Pour interpréter les résultats de l'ACP, on utilise à la fois des méthodes empiriques et des méthodes numériques.

Les méthodes empiriques sont des règles basées seulement sur l'observation visuelle du graphique. Parmi ces règles empiriques, on peut citer les deux suivantes qui sont les deux principales :

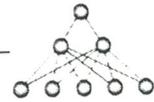
- Plus une variable est proche de la périphérie du cercle et d'un des axes (c'est-à-dire plus sa coordonnée sur cet axe est proche de 1 ou -1), plus elle est corrélée à cet axe (plus cette composante principale explique cette variable).
- Plus deux variables sont proches sur le graphe, plus leur lien est fort.

Ces méthodes visuelles ont l'avantage de fournir sans manipulations mathématiques supplémentaires des interprétations rapides et relativement fiables de l'ACP. Cependant, elles comportent également des contraintes (par exemple, on évite d'interpréter visuellement des variables qui ne se trouvent pas vers la périphérie du cercle, car alors les règles ne s'appliquent plus), elles sont difficilement applicables lorsqu'on possède de très nombreuses variables et bien entendu s'avèrent insuffisantes si on a besoin de conclusions précises. C'est pourquoi on leur associe des méthodes numériques, principalement pour l'étude des individus en non plus des variables.

Les méthodes numériques consistent en des indicateurs mathématiques qui expriment des caractéristiques particulières du système axes/individus/variables qu'on a déterminé par l'ACP.

Parmi les indicateurs numériques les plus utilisés, on peut citer :

- Le pourcentage d'information initiale expliqué par chaque composante principale



- La contribution chaque individu à chaque axe ou par rapport à tout le nuage. Puisque en s'intéresse seulement à la réduction des données en utilisons ACP, sans avoir besoin d'interpréter les résultats, cette étape est facultatif.

8. Réduction des données :

Soit L_j , le vecteur des valeurs propres, et T_j , le vecteur normaliser :

$$T(j) = \frac{100.L_j}{\sum L_j} \quad (\text{III.23})$$

$$\text{Et } \begin{cases} A(j) = 1..si.T(j) > \min \\ A(j) = 0..si.non \end{cases} \quad (\text{III.24})$$

Avec \min représente le seuil a posé

$$\text{On aura donc la dimension réduite } n : n = \sum T(j) \quad (\text{III.25})$$

Et on obtient la matrice réduite u_r , dont les colonnes sont les vecteurs propres réduits
 $u_r = u(1:n)$

La matrice des composantes principales réduites CP_r , est donné par :

$$CP = X_{rc} \cdot u_r \quad (\text{III.26})$$

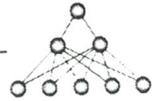
III.3.3.2.2 Avantages et inconvénients de l'ACP : [27]

III.3.3.2.2.1 Avantages :

- **Simplicité mathématique** : L'ACP est une méthode factorielle car la réduction du nombre des caractères ne se fait pas par une simple sélection de certains d'entre eux, mais par la construction de nouveaux caractères synthétiques obtenus en combinant les caractères initiaux au moyen des "facteurs". Cependant, il s'agit seulement de combinaisons linéaires. Les seuls véritables outils mathématiques utilisés dans l'ACP sont le calcul des valeurs/vecteurs propres d'une matrice, et les changements de base. Sur le plan mathématique, l'ACP est donc une méthode simple à mettre en oeuvre.
- **Simplicité des résultats** : Grâce aux graphiques qu'elle fournit, l'Analyse en Composantes Principales permet d'appréhender une grande partie de ses résultats d'un simple coup d'oeil.
- **Puissance** : L'ACP a beau être simple, elle n'en est pas moins puissante. Elle offre, en quelques opérations seulement, un résumé et une vue complète des relations existant entre les variables quantitatives d'une population d'étude, résultats qui n'auraient pas pu être obtenus autrement, ou bien uniquement au prix de manipulations fastidieuses.
- **Flexibilité** : L'ACP est une méthode très souple, puisqu'elle s'applique sur un ensemble de données de contenu et de taille quelconques, pour peu qu'il s'agisse de données quantitatives organisées sous forme individus/variables. Cette souplesse d'utilisation se traduit surtout par la diversité des applications de l'ACP, qui touche tous les domaines, comme exposé dans la partie précédente.

III.3.3.2.2.2 Inconvénients :

En tant que méthode d'analyse de données, l'ACP n'a pas réellement d'inconvénients en soi. Elle s'applique simplement sur des cas précis et pour générer un



type de résultat particulier. Ca n'aurait donc aucun sens de dire que c'est un inconvénient de l'ACP qu'elle ne s'applique pas en dehors de ce contexte. De même, étant donné qu'il s'agit avant tout d'une technique de résumé de données, la perte d'information forcément engendrée n'est pas un inconvénient, mais plutôt une condition d'obtention du résultat, même si elle occulte parfois des caractéristiques pourtant représentatives dans certains cas particuliers.

On peut donc parler tout au plus de précautions d'utilisation. La règle est juste que l'ACP, de même que toutes les méthodes d'aide à la décision, n'est qu'un outil mathématique mis à disposition de l'analyste de données pour résumer la réalité. Ses résultats ne doivent donc pas être pris en compte de manière brute, mais nécessitent d'être interprétés et critiqués.

III.4 Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons décrit tout d'abord le neurone biologique, puis nous avons présenté le neurone formel d'utilisation encore répandue proposé en 1943 par McCulloch et Pitts. Ces derniers ont montré la capacité d'un réseau neuronal à réaliser certaines fonctions logiques. Nous avons donné ensuite une définition plus générale des neurones formels et on a insisté sur l'importance du couplage synaptique dans les processus d'apprentissage souligné par Hebb en 1949. Ce qui nous a amené à évoquer les bases biologiques de l'apprentissage, puis à rappeler la première règle d'apprentissage introduite par Hebb.

Avant d'aller plus loin, on a donné quelques applications, avantages et limites des réseaux de neurones, sans oublier de donner les deux propriétés essentielles du réseau de neurone à savoir l'approximation universelle et la parcimonie, puis on a présenté une étude plus ou moins détaillée de quelques réseaux célèbres comme par exemple le perceptron multicouche.

Par la suite nous avons exposé plus en détail les différentes étapes nécessaires pour mettre en œuvre le réseau de neurones, à savoir :

- Déterminer les entrées pertinentes, c'est-à-dire les grandeurs qui ont une influence significative sur le phénomène que l'on cherche à modéliser (analyser les données),
- Collecter les données nécessaires à l'apprentissage et à l'évaluation des performances du réseau de neurones,
- Trouver la topologie du réseau à utiliser pour obtenir une approximation satisfaisante,
- Estimer les valeurs des paramètres correspondant à un minimum de la fonction de coût, c'est-à-dire effectuer un apprentissage,
- Évaluer les performances du réseau de neurones à l'issue de l'apprentissage.

Dans cette procédure l'analyse des données est une étape cruciale qui mérite une étude poussée ce qui a été présenté dans la dernière partie de ce chapitre.

Analyser les données, c'est-à-dire les organiser, en extraire les informations les plus pertinentes, les présenter sous une forme exploitable et les interpréter. Cependant, la quantité parfois colossale des données collectées et leurs redondances, ainsi que leurs complexités rendent ces tâches souvent difficiles. D'où la nécessité de méthodes rigoureuses d'analyse de données, permettant de structurer, compresser, faciliter et rendre plus efficace ces différentes opérations. L'analyse en Composantes Principales (ACP) est l'une de ces méthodes qui a été étudiée.

Puisqu'il s'agit d'une méthode d'analyse de données multidimensionnelles, son but est de résumer ces données selon les modalités suivantes :



- ❖ Fournir des outils simples et lisibles de représentation des informations traitées, permettant de ressortir des données brutes les éventuels liens existant entre les variables (en terme de corrélation ou covariance).
- ❖ Donner les indications sur la nature, la force et la pertinence de ces liens, afin de faciliter leur interprétation et découvrir quelles sont les tendances dominantes de l'ensemble de données.
- ❖ Réduire efficacement le nombre de dimension étudiées, en cherchant à exprimer le plus fidèlement possible l'ensemble, original des données grâce aux relations détectées entre les variables.

Ce chapitre avec les deux précédents représente des fondements théoriques pour les chapitres qui vont suivre, à savoir :

- ❖ Filtrage des signaux ECG et détection des complexes QRS en appliquant la transformée en ondelette discrète.
- ❖ Compression du complexe QRS détecté par l'ACP.
- ❖ Classification des battements cardiaques par le biais des réseaux de neurones .



Références bibliographiques

- [1] : CLAUDE TOUZET, " Les Réseaux de Neurones -Introduction connexionnisme -", Laboratoire d'Etudes et Recherche à Nîmes (LERI), France ,1992 .
- [2] : JEAN FRANCOIS JODOUIN, " Les réseaux de neurones, Edition Hermès ,1994.
- [3] : ERIC DAVALO & PATRIC NAIM, " Les Réseaux de Neurones ". Edition Eyrolles, 1992.
- [4] :T. ALANI, " Introduction aux Systèmes Adaptatifs à Base d'Apprentissage", Laboratoire A2SI-ESIEE-Paris , 2002 .
- [5] : JUAN TORRES MORENO, "Apprentissage et généralisation par des réseaux de neurones : étude de nouveaux algorithmes constructifs" , Pour obtenir le titre de Docteur en Sciences Cognitives de l'Institut National Polytechnique de Grenoble ,1997.
- [6] : Y. LUCON , " Modèle connexionniste de l'apprentissage " .Thèse pour obtenir le titre de Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie , Paris - France ,1987.
- [7] : D. Hebb, "The Organization of Behavior ", New York: Wiley, 1949.
- [8] : F.ROSENBLATT, " On the convergence of reinforcement procedures in simple perceptrons" , Cornell Aeronautical Lab. Report No VG- 1196-G-4, 1957 .
- [9] : B. WIDROW & M. E. HOFF , " Adaptative Switching circuit ",IRE Wescon and Conversion Record, Part 4, New York , p. 96 -104 ,1960 .
- [10]: M. MINSKY & S. PAPER, " Perceptrons Introduction ", Cambridge, MA - MIT Press, p. 1-20 ,1969 .
- [11]: S. I. AMARI , " Learning patterns and pattern sequences by self organizing net of threshold elements" , Proc. Of IEEE Trans. Computers, Vol. C-21, No 11, 1971.
- [12] : T. KOHONEN, " Correlation matrix memories " .IEEE Trans. On Computers, Vol. C-21, p. 335-359,1972 .
- [13]: J. HOPIELD , " Neurons with graded response have collective computational properties like those of two state neurons ", Proc. of the National Academy of Sciences, U.S.A. vol. 81 ,p. 3088-3092,1984 .
- [14] : T. KOHONEN , " Self-organizing feature maps " , Self-organization and associative memory , Berlin, Allemagne ,Springer -Verlag ,1984 .
- [15] : D. H. ACKELEY & G. E. HINTON & T. J. SEJNOWSKI , " A learning algorithm for boltzmann machines " , Cognitive Science 9, p. 147 -169 ,1985 .

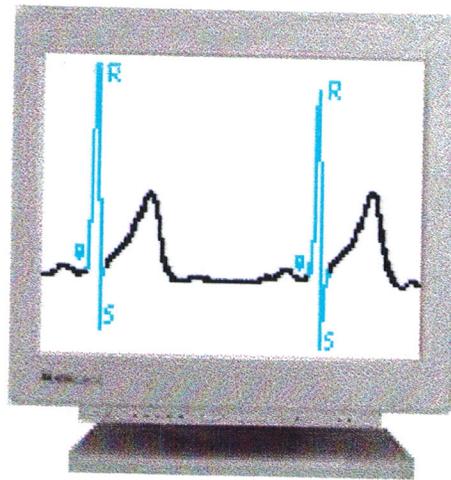


- [16] : S. GROSSBERG, " Neural networks and natural intelligence", MIT Press,1988.
- [17] : Y. Le Cun, " Modèles Connexionnistes de l'Apprentissage", Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie, Paris, France, 1987.
- [18] : I. RIVALIS, L. PERSONNAZ, G. DREYFUS, "Modélisation, Classification et commande par Réseaux de Neurones : Principes fondamentaux, Méthodologie de conception et illustrations industrielles" , Laboratoire d'Electronique, Ecole Supérieure de Physique et de Chimie Industrielles de la Ville de Paris.
- [19] : R. ROHWER & FORREST , " Training time-dependance in neural networks " , Proc. IEEE International Conference on neural networks . San Diego , p. 701 .1987 .
- [20] : G. DREYFUS, " Les Réseaux de Neurones " Proc. Mécanique Industrielle et Matériaux, N0 51, Pri, 1998
- [21] : F. BLOYO & M. VERLEYSSEN , " Les Réseaux de Neurones Artificiels ", Presse Universitaire de France ,1996.
- [22] :FRANÇOIS PARMENTIER , " Une approche algorithmique cellulaire parallèle du perceptron multicouche ",Rapport de D.E.A. en Informatique DEA ,Université de Nancy I , 1993.
- [23] : P. LIPPMANN, " An introduction to computing with neural nets" , IEEE ASSP Magazine. pp. 4-22,1987.
- [24] : C.TOUZET & N.GIAMBIASI," Système d'aide aux choix d'un réseau de neurones " , Rapport Finale du contact ANVARL N0 8801006 GJAL ,1989.
- [25] : B. DOUSSET, " Cours d'analyse de données " , Institut de Recherche en Informatique de Toulouse, 2000 .
- [26] : ALAIN BACCINI & PHILIPPE BESSE, " Data mining : Exploration Statistique", Publication du Laboratoire de Statistique et Probabilités,Université Paul Sabatier , Toulouse , 2002.
- [27]: D. BERTRAN & E. VIGNEAU & M. QANNARI & M. F. DEVAUX ,
" Comparaison de la régression en composantes principales et de la latent root regression. Application à la prédiction de la production spécifique de granulés par spectroscopie proche infrarouge " , Actes du congrès de l'A.SU Agro-industrie et méthodes statistiques . Dijon .1995.
- [28] : MOHAMED I. OWIS & ABOU BAKR M. YOUSSEF & YASSER M. KADAH ,
" Characterization of ECG signals based on blind source separation", IBE Technologies, Egypt,2001 .

Chapitre IV

Prétraitement Des Signaux ECG

- Filtrage & Détection -



Préambule : Le prétraitement est la première phase dans la réalisation d'un classificateur neuronal des arythmies cardiaque, exigeant donc une qualité quasi irréprochable. Pour cela deux étapes sont nécessaires : tout d'abord le filtrage dont le rôle est d'éliminer un grand nombre de bruits qui nuisent la détection des complexes QRS ; ensuite la détection automatique de ces complexes QRS. Il faut savoir que se prétraitement est basé sur les fondements théorique des ondelettes.



IV.1 Introduction :

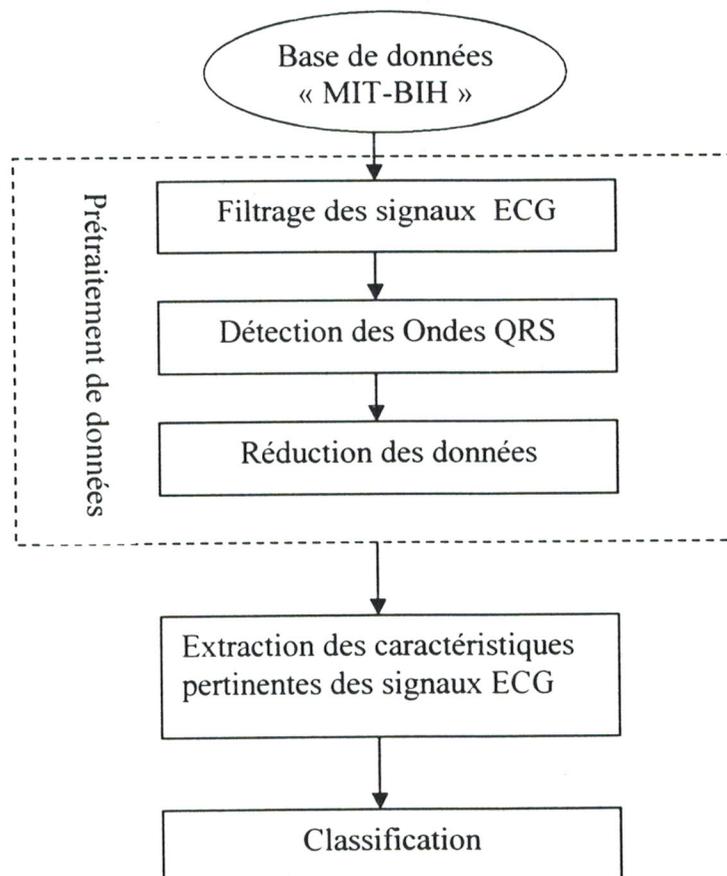
Des millions d'ECG sont analysés à travers le monde chaque année. Le traitement de ce vaste nombre permettant des diagnostics exacts, justifie les tentatives d'automatisation de l'ECG.

De la fin des années 50, l'analyse des signaux et l'informatique ont permis d'envisager un traitement automatisé des signaux électrocardiographiques, en 1957 Piggberger réalisait le premier système capable de délimiter les ondes électrocardiographiques[1]. Le processus d'interprétation automatique d'ECG comporte avant tout l'ensemble des traitements qui porte sur deux niveaux :

- Prétraitement des signaux ECG et réduction de données.
- Classification des signaux et interprétation de résultats.

Dans ce chapitre et le chapitre qui suit nous allons utiliser les outils dont le fondement théorique a été décrit dans le chapitre I, II et III pour la mise en œuvre d'un classificateur neuronal des arythmies cardiaques.

L'organigramme suivant représente le plan de travail quand va suivre dans ces deux derniers chapitres.





Ce chapitre est consacré au prétraitement des signaux ECG : réduction du bruit par filtrage et détection des ondes QRS.

IV.2. Filtrage des signaux ECG :

IV.2.1 Les sources de bruit :

Différentes sources de bruit apparaissent sur les Tracés ECG [2] :

- Bruit électronique venant de la chaîne d'acquisition, il peut être considéré comme un bruit blanc ;
- Bruit venant du secteur (et ses harmoniques) ;(50 ou 60Hz)
- Bruit venant de l'interface peau-electrode ;
- Bruit venant des parties du corps autres que le cœur : a son origine se trouvent les contractions musculaires dues aux mouvements ou tonus musculaire ; il varie de dixièmes de Hz (mouvements respiratoires), a quelques Hz (par exemple, mouvements des membres) pouvant parfois atteindre plusieurs dizaines de Hz , couvrant toute la bande de fréquences dans laquelle on trouve le signal cardiaque .

Sur la Figure IV.1 empruntée au travail de N.Thakor et Coll [3], sont représentées les densités spectrales des ondes ECG en comparaison avec celles de bruit musculaire et du bruit du mouvement .On peut distinguer :

- Une zone au dessous de 2-3Hz, contenant surtout les ondes P et T, mais aussi les mouvements, dont les mouvements respiratoires ;
- Une zone 3-35Hz dans laquelle le signal ECG classique domine, surtout QRS (P et T n'allant pas au dessus de 10Hz) ;
- Une zone au dessus de 35Hz, ou le bruit musculaire prédomine et dans laquelle sont noyés certains signaux cardiaques (His, Potentiel tardifs).

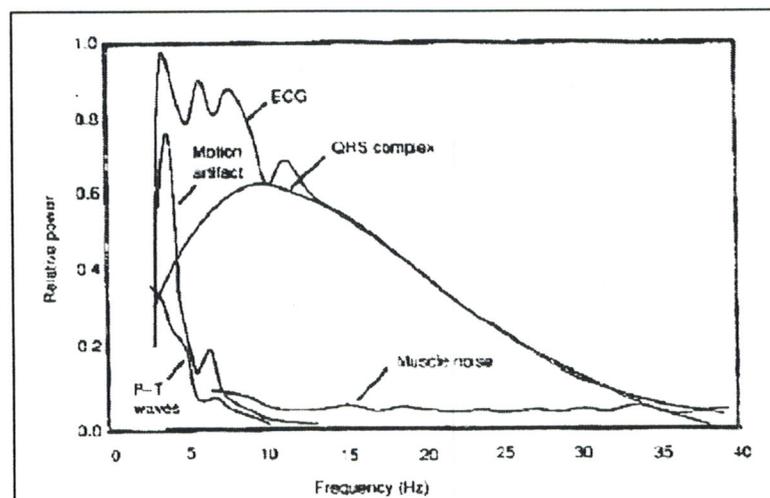


Figure IV.1 : spectre de puissance de l'ECG et ses composantes moyennées sur 150 battements [3]

IV.2.2 Principe du Filtrage [4] :

Soit $x(t)$ un signal ECG bruité:

$$x(t) = s(t) + b(t) \quad (IV.1)$$

Ou :

$s(t)$: est un signal ECG,

$b(t)$: est un bruit considéré comme un bruit blanc gaussien de variance notée σ^2 .



Filtrer le signal $x(t)$ avec un filtre de réponse impulsionnelle $h(t)$ revient à faire une convolution $x(t) * h(t)$. Cette solution a donc comme inconvénient, outre la modification du signal, la corrélation du bruit puisque le filtre agit sur chaque battement. En effet le problème de filtrage est particulièrement délicat dans la phase de prétraitement de l'ECG, ou l'on souhaite enlever le bruit en changeant le moins possible le signal :

- en coupant les basses fréquences (c'est à dire en enlevant la ligne de base due surtout aux mouvements respiratoires), on porte toujours atteinte au spectre de ondes ECG, surtout de l'onde T et l'onde P.
- Le bruit musculaire (EMG) ayant un très large spectre, incluant aussi des fréquences de type cardiaque, il est impossible de l'enlever complètement avec un filtre passe haut.

IV.2.3 Les Différentes méthodes de filtrage [5] :

Il existe trois méthodes pour filtrer les signaux ECG :

IV.2.3.1 Les méthodes temporelles :

Trois types de filtres digitaux ont été utilisés dans le domaine temporel : les filtres à réponse infinie (FRI), à réponse finie (FRF) et les filtres utilisant des fenêtres spectrales particulières. Les avantages et les inconvénients de ces trois approches ont été décrits par Lander en 1989 [6] :

- ❖ Les filtres FRI sont simples à mettre en oeuvre (formules de Butterworth). Ils sont caractérisés par une bande de fréquence étroite. Leurs réponses impulsionnelles sont théoriquement infinies. Il existe deux inconvénients à l'application de ce type de filtrage : l'apparition d'un phénomène de "rebond" sur la partie terminale du complexe QRS et un déphasage du signal.
- ❖ Les filtres FRF ont une très bonne précision temporelle et un faible décalage de phase. Ils présentent néanmoins des effets de rebond au début et à la fin du complexe QRS. Ces rebonds rendent impossible la détection du début et de la fin du complexe. Néanmoins, la morphologie du QRS est mieux préservée qu'avec les filtres FRI.
- ❖ Les filtres à fenêtre fréquentielle opèrent dans le domaine fréquentiel par fenêtrage du spectre du signal étudié. On obtient un filtrage sans distorsion car il s'effectue sans décalage de phase, mais reste le problème de choix de la fenêtre.

IV.2.3.2 Les méthodes fréquentielles :

Ils ont permis de dévoiler des modifications des composantes fréquentielles de l'ECG, on a comme filtre : filtre passe bas, filtre passe haut, filtre passe bande.

Les méthodes fréquentielles présentent également deux inconvénients majeurs : une résolution fréquentielle inadéquate et : l'élimination de l'information temporelle.

IV.2.3.3 les méthodes Temps -fréquence :

Il existe un nombre considérable de méthodes temps-fréquence. Nous ne décrivons que la méthode qui a été appliquée à l'ECG (filtrage par seuillage des coefficients d'ondelettes), et qui a représenté une solution optimale pour tous les inconvénients des autres méthodes mêmes les méthodes qui s'appliquent dans le domaine temps -fréquence comme :

- ❖ La transformée de Fourier à fenêtre glissante (**transformation de Gabor**) : L'inconvénient majeur de cette transformation réside simplement dans le fait que Gabor utilise une fenêtre de durée constante dans laquelle seul le nombre d'oscillations varie. Par



conséquent, la précision temporelle reste identique pour la mesure de l'énergie des composantes du signal dans les basses et les hautes fréquences.

IV.2.4 Filtrage par seuillage des coefficients d'ondelettes :

IV.2.4.1 Introduction :

Les signaux que l'on traite sont extraits de la base des données MIT -BIH (voir chapitre I), ces signaux sont des signaux filtrés par un filtre passe bande avec une bande passante entre 0.1Hz et 100Hz , mais malgré ça ils sont toujours parasités par le bruit qui peut être présent de façon très transitoire (voir section IV.2.1) et gêner considérablement les procédures de détection . Pour cela on a décidé de mettre en œuvre des techniques de filtrage utilisant les ondelettes non redondantes.

L'une des principales caractéristiques des ondelettes et de découper le spectre du signal en sous bandes est de pouvoir séparer les composantes de bruit des composantes du signal lui-même [7]. On va travailler sur chaque niveau de résolution séparément, y effectuer un certain traitement (seuillage des coefficients par exemple, dans le cas de la suppression du bruit), puis de reconstruire le signal. Il est à noter aussi que les ondelettes ont une grande aptitude à résoudre des problèmes de façon quasi simultanée (filtrage-débruitage).

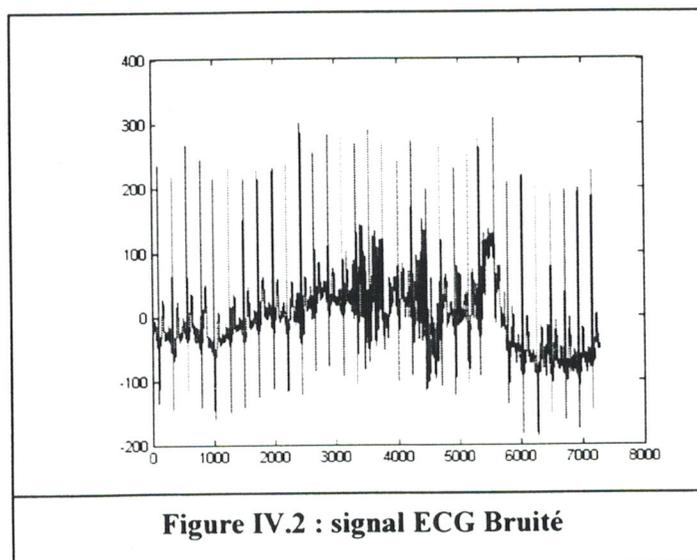
On va tenir compte dans la suite de la spécificité (des caractéristiques propres) du signal ECG.

IV.2.4.2 Analyse du signal ECG :

Pour analyser le comportement du bruit sur le signal ECG , on peut remarquer au niveau de son spectre la présence de hautes fréquences. Cependant l'incapacité, liée à la transformée de Fourier , de localiser temporellement le bruit avec précision peut être gênante d'autant plus que la partie du spectre due aux composantes du QRS et celle due au bruit peuvent être étroitement mêlées . De plus un signal ECG peut être parasité de façon très transitoire.

On a donc décidé d'utiliser les propriétés des ondelettes : découpage du spectre en sous bandes et régularité (Chapitre II). Pour la régularité , on peut dire que ce sont les coefficients d'ondelettes liés à des phénomènes importants dans le signal (bruit, QRS) vont avoir tendance à se manifester le long des différentes échelles , ces coefficients auront des valeurs importantes avec une décroissance particulière le long des échelles .

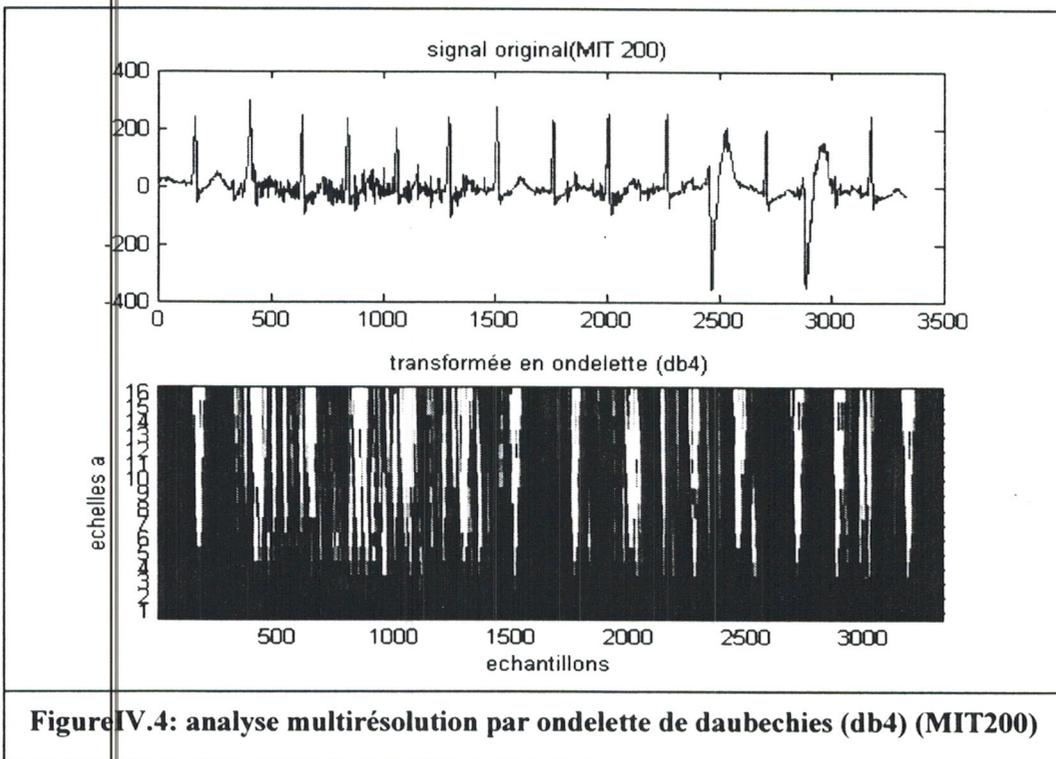
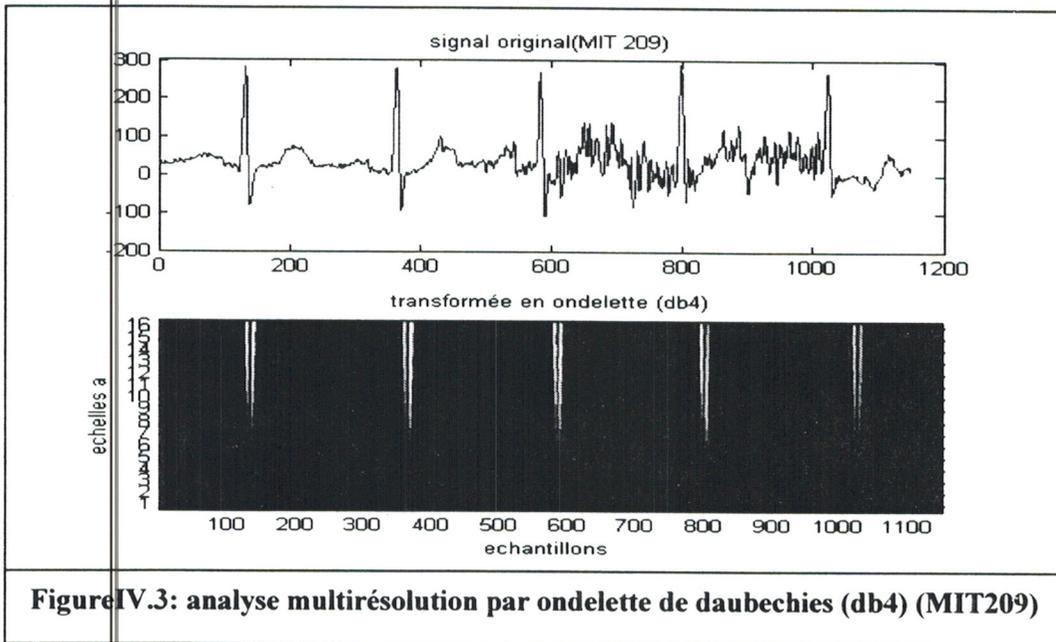
On prend l'exemple d'un signal ECG particulièrement bruité (voir la Figure IV.2)





Une analyse par l'ondelette de daubechies va mettre en évidence une localisation temporelle et spectrale de la présence du bruit (voir les Figures :IV.3, IV.4). On peut constater par exemple, la croissance de l'incertitude sur la localisation exacte des ondes QRS au fur et à mesure que l'on descend dans les échelles , de même l'apparition du bruit dans les hautes fréquences . Cependant, pour ne pas rester à un niveau qualitatif une analyse globale s'avère insuffisante.

On a donc décider de regarder l'allure des coefficients d'ondelettes à une échelle haute fréquence (FigureIV.5).



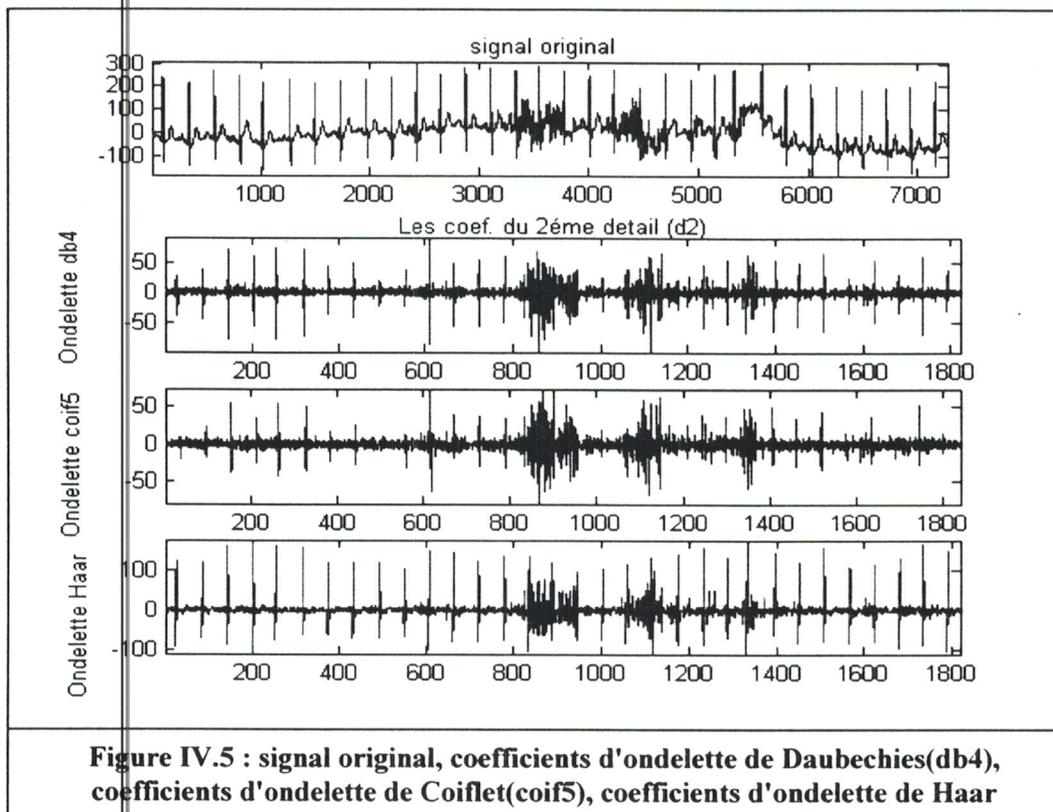


Figure IV.5 : signal original, coefficients d'ondelette de Daubechies(db4), coefficients d'ondelette de Coiflet(coif5), coefficients d'ondelette de Haar

La première constatation est la remarquable propriété des ondelettes à suivre les variations du contenu du signal original. Les deux parties du signal (d'abord la partie non bruitée puis la partie bruitée) correspondent exactement aux deux parties différentes des coefficients d'ondelettes (faible variance des coefficients, puis forte variance des coefficients). On peut remarquer que sur la partie faible variance des coefficients, on repère aisément les composantes dues aux complexes QRS.

IV.2.4.3 Filtrage par seuillage des coefficients d'ondelettes (denoising by tresholding, wavelet shrinkage):

On utilise des ondelettes non redondantes et orthogonales (la transformation en ondelettes est une simple inversion au niveau de la reconstruction).

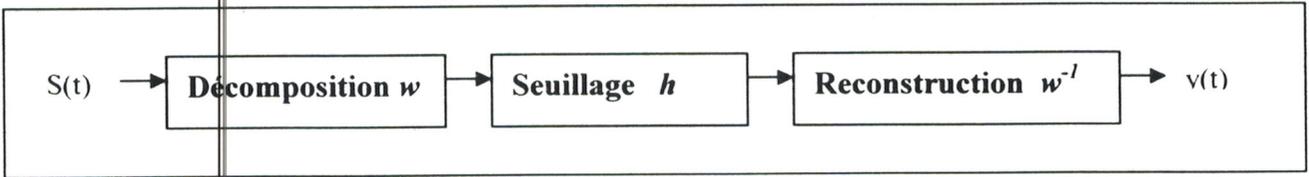
Le filtrage par seuillage des coefficients d'ondelettes repose sur les points suivants [7] :

- Les caractéristiques d'un signal peuvent être représentés par un nombre réduit de coefficients.
- Le bruit affecte tous les coefficients d'ondelettes.
- En réduisant des coefficients d'ondelettes à zéro, le bruit peut être supprimé en préservant les caractéristiques du signal.
- L'utilisation des méthodes de seuillage permet de déterminer la valeur du seuil à partir des statistiques du signal.

Nous avons vu qu'il était possible de réaliser une décomposition en ondelettes d'un signal puis de reconstruire ce signal à partir de ses coefficients d'ondelettes. Pourtant, cette technique n'aurait pas grand intérêt si on ne modifiait pas ces coefficients car on



obtiendrait un signal final identique au signal initial, donc pour filtrer un signal par seuillage on va suivre les étapes représentées par le schéma bloc suivant :



Les figures IV.6 et IV.7 représentent la décomposition en six niveaux du signal ECG (une approximation (a6) et six détails(d1..d6)) et sa reconstruction après seuillage (une analyse multi résolution) .

En remarque que le seuillage des coefficients d'ondelettes à permet de réduire considérablement le bruit dans les différentes niveaux de décompositions surtout le bruit haut fréquence retrouvé dans les détails d1 et d2.

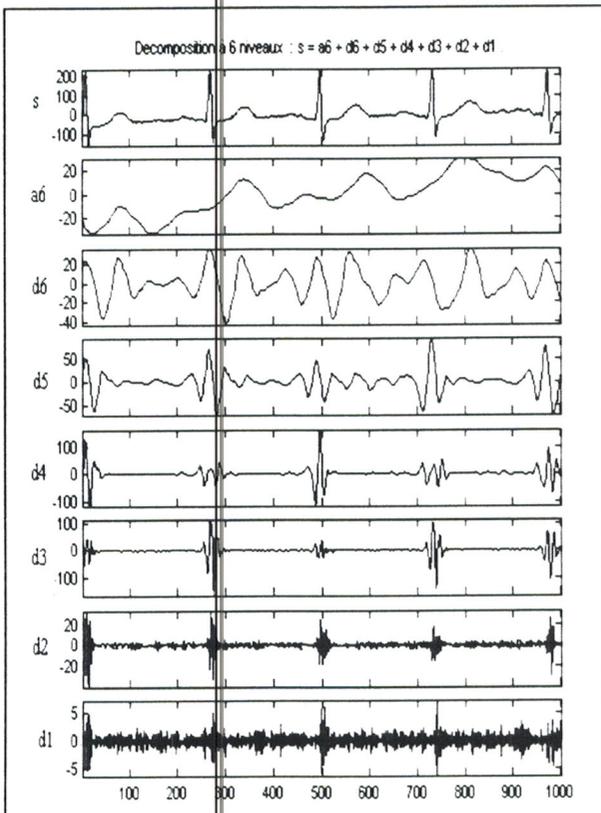


Figure IV.6 : Analyse multirésolution d'un signal bruité

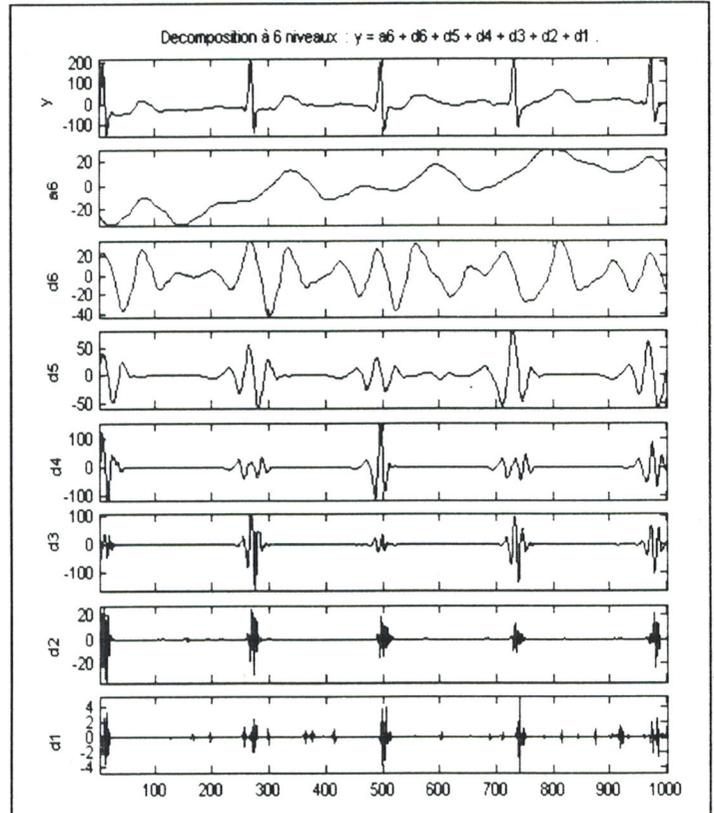


Figure IV.7 : Niveaux de résolution après seuillage des coefficients



IV.2.4.3.1 Les différents types de seuillage:

Il existe plusieurs types d'estimateurs par seuillage. Nous pouvons d'abord distinguer les seuillage dur et seuillage doux.

❖ seuillage dur "Hard" : [7],[8]

Le seuillage dur est celui qui est le plus "intuitif". On se fixe un seuil $T > 0$. On ne conserve que les coefficients d'ondelettes supérieurs à T et on met à zéro les autres.

Soit w les coefficients d'ondelette et T la valeur du seuil. A l'issu du seuillage on obtient le vecteur des coefficients d'ondelette seuillés S_w tel que :

$$S_w = \begin{cases} w \dots si \dots |w| > T \\ 0 \dots si \dots |w| \leq T \end{cases} \quad (IV.2)$$

Avec :

$$T = \delta \sqrt{2 \log N} \quad (IV.3)$$

et δ^2 : La variance du bruit obtenu a l'aide de la valeur médiane m (*median absolute deviation*) des coefficients d'ondelette du niveau de résolution le plus fin (les coefficients d'ondelette du plus haut niveau de résolution): $\delta = m/0.6745$ [9]

Les figures IV.8 et IV.9 montrent un signal ECG bruité et le signal ECG résultant d'un débruitage par seuillage dur de coefficient d'ondelette. La méthode employée ici reposait sur l'utilisation d'ondelettes non redondantes db4.

❖ seuillage doux "soft" : [7],[8]

Dans le cas du seuillage dur, on met toujours à zéro les coefficients inférieurs à un seuil T . Par contre, pour ceux supérieurs à T , on atténue l'amplitude des coefficients par la valeur du seuil afin de s'assurer d'avoir enlever l'effet du bruit même pour les forts coefficients.

Le seuillage doux est similaire au seuillage dur sauf qu'il diminue de T la valeur de coefficients bruités se trouvant au dessus du seuil.

$$S_w = \begin{cases} w - T \dots si \dots w \geq T \\ w + T \dots si \dots w \leq -T \\ 0 \dots si \dots |w| \leq T \end{cases} \quad (IV.4)$$

Le seuillage dur crée une discontinuité au $x = \pm T$, le seuil doux ne le fait pas.

Le coefficient seuillé du seuillage doux sera donc plus petit que le coefficient du signal. Ce type de seuillage garantit que le signal obtenu sera toujours plus régulier que le signal de départ (Figure IV.12 ; Figure IV.13).

❖ seuillage SURE "Stein Unbiased Risk Estimator" : [7],[8]

Il permet de déterminer une estimation non biaisée du risque de distorsion.

Il s'agit d'une méthode qui permet d'adapter la valeur du seuil T suivant un critère de risque quadratique moyen minimum (Figure IV.14 ; Figure IV.15).

$$\text{Avec :} \quad T = 2 \log_2 (n \log_2 (n)) \quad (IV.5)$$

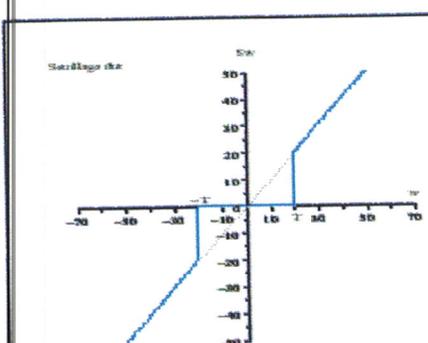
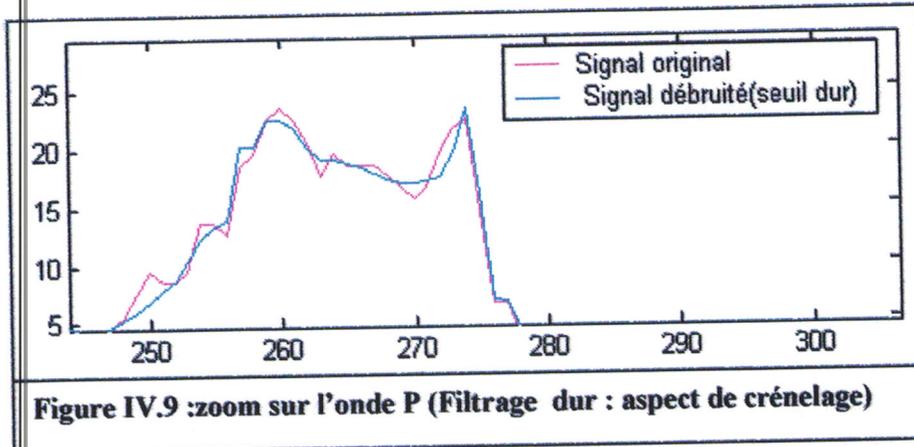
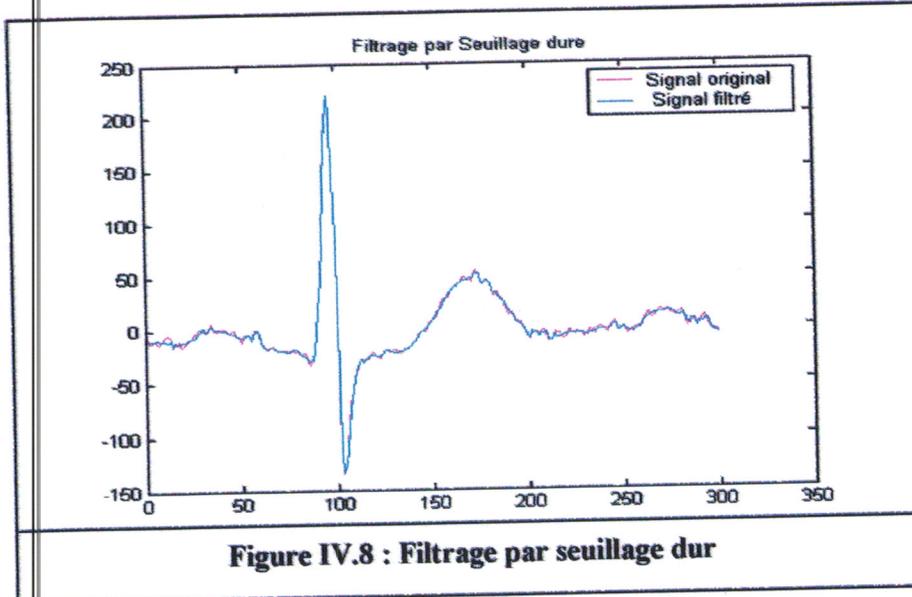
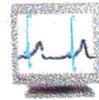


Figure IV.10 : seuillage dur

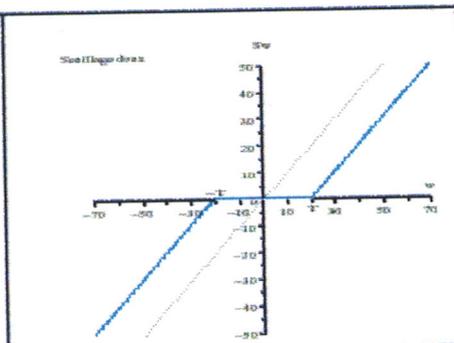


Figure IV.11 : seuillage doux

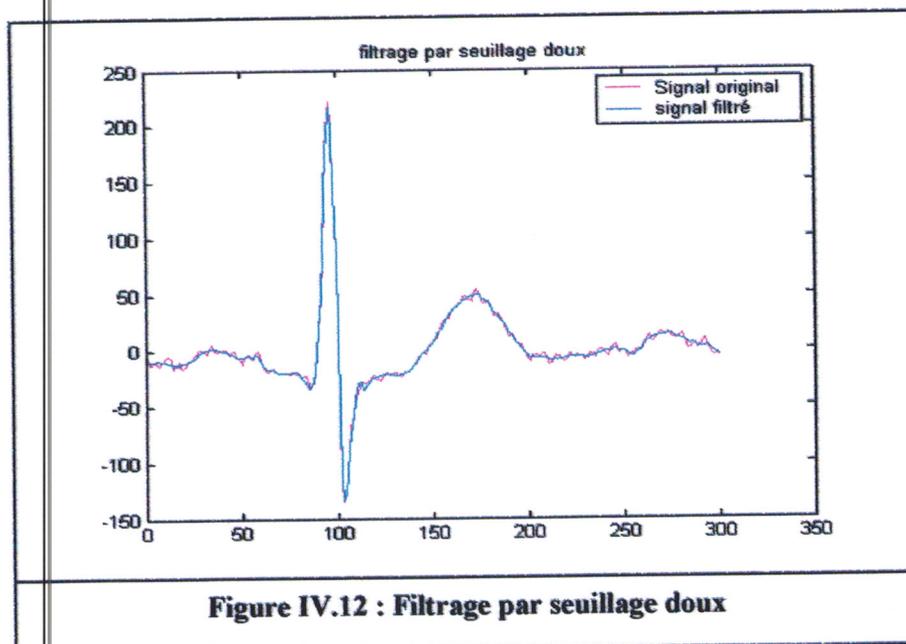


Figure IV.12 : Filtrage par seuillage doux

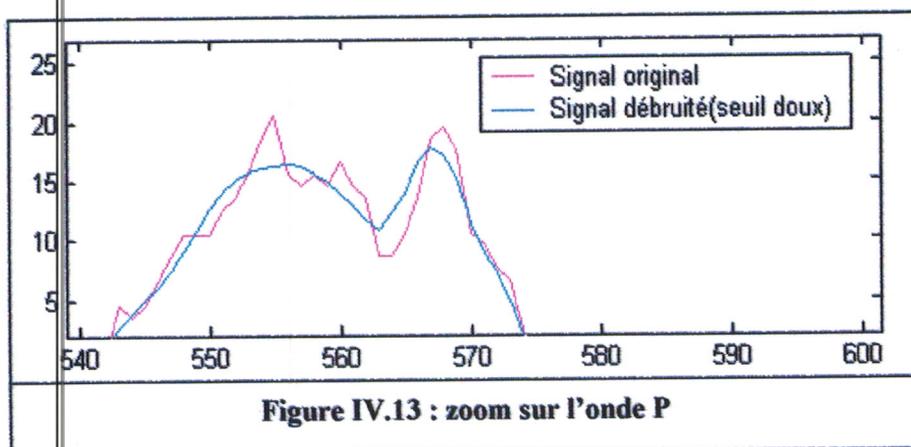
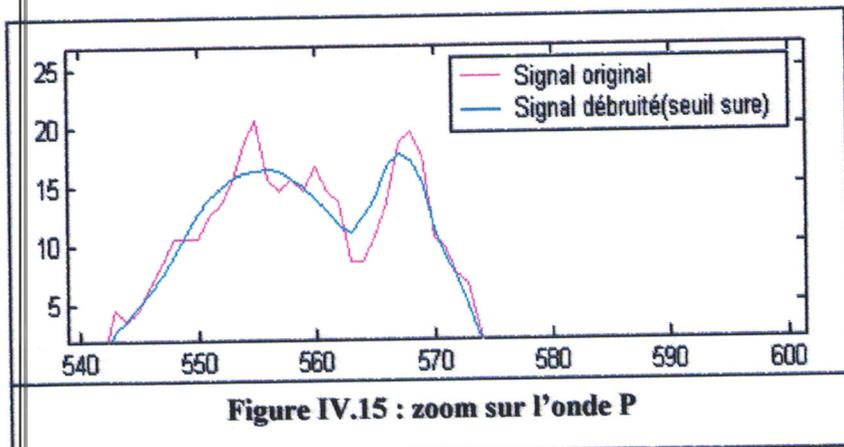
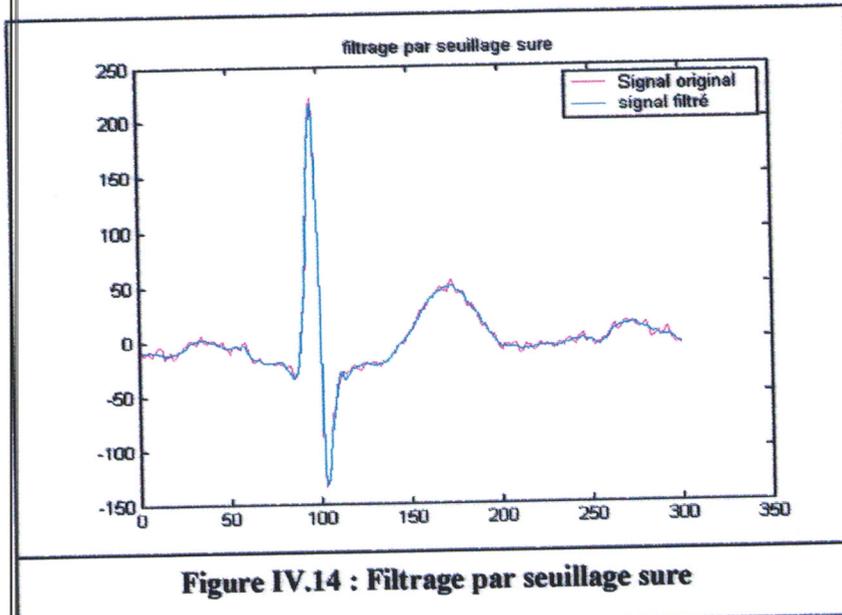
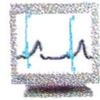


Figure IV.13 : zoom sur l'onde P





Une analyse des résultats obtenus par l'application des différentes méthodes de seuillage, nous permet de remarquer l'effet de crénelage obtenu par seuillage dur. Cependant on peut constater que le seuillage sure est le mieux adapté à nos signaux compte tenu du lissage qu'il introduit sur les signaux bruités.

IV.2.4.3.2 Choix de l'ondelette mère [7] :

Parmi les ondelettes orthogonales non redondantes, régulière et à supports compact on a choisi les ondelettes de Daubechies, Coiflet et Haar les deux premières ont une morphologie comparable à celle de notre signal, la dernière à cause de sa simplicité.

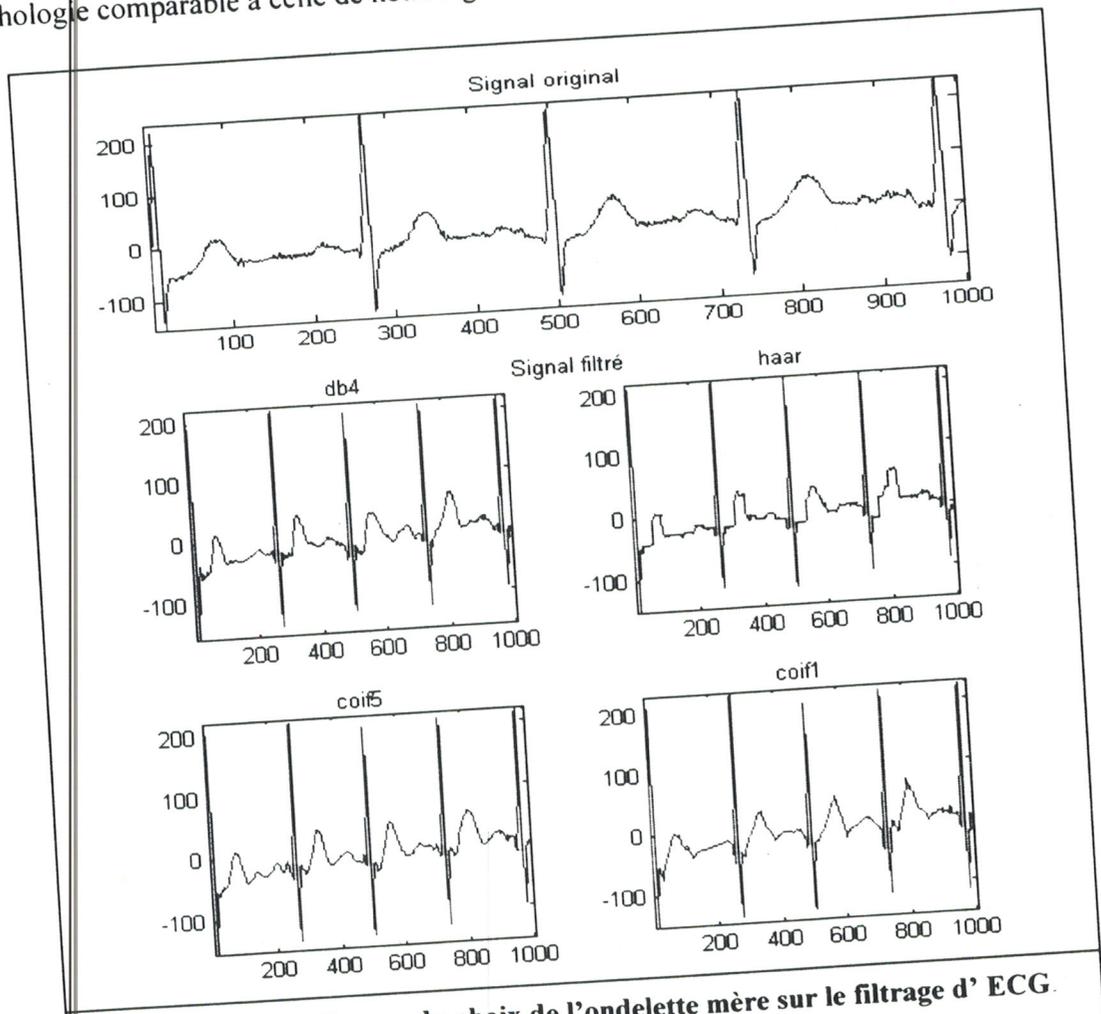
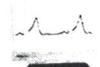


Figure IV.16 : L'influence du choix de l'ondelette mère sur le filtrage d' ECG.

Comme le montre la figure IV.16 les résultats de filtrage avec l'ondelette de Haar et l'ondelette coiflet1, ne sont pas satisfaisants à cause de l'effet de crénelage rencontré sur la synthèse du signal (ondelette haar) et la distorsion du signal dans le cas de l'ondelette coiflet1. Les ondelettes db4 et coif5 (coiflet5) ont donné de meilleurs résultats.

IV.2.4.3.3 Critère d'évaluation du filtrage par seuillage [10],[11] :

Jusqu'à maintenant on a évalué la performance du filtrage par seuillage par un critère purement qualitatif (visuel), une évaluation quantitative s'avère aussi nécessaire pour avoir une appréciation globale du filtrage par ondelette. Un ensemble de paramètres sont souvent utilisés, ils se résument par :



1. Coefficient de distorsion : $PRD = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - \tilde{x}(n))^2}{\sum_{n=1}^N x^2(n)}} \times 100$ (IV.6)

2. Coefficient de distorsion normalisé : $PRD_n = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (x(n)^2 - \tilde{x}(n)^2)}{\sum_{n=1}^N (x(n) - \bar{x})^2}} \times 100$ (IV.7)

Avec : \tilde{x} : Le signal reconstruit ; \bar{x} : La moyenne du signal d'origine ; x : signal original.

3. Rapport signal sur Bruit (signal Noise ration) "SNR: $SNR = 10 \log \frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - \bar{x})^2}{\sum_{n=1}^N (x(n) - \tilde{x}(n))^2}$ " (IV.8)

4. RMS "Root Mean Squared error" : $RMS = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - \tilde{x}(n))^2}{N}} \times 100$ (IV.9)

5. MSE "Mean Squared error" : $MSE = \frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - \tilde{x}(n))^2}{N} \times 100$ (IV.10)

6. MSE_n (MSE normalise): $MSE_n = \frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - \tilde{x}(n))^2}{\sum_{n=1}^N (x(n))^2} \times 100$ (IV.11)

7. La corrélation : en calculant la corrélation entre le signal bruité et le signal filtré.

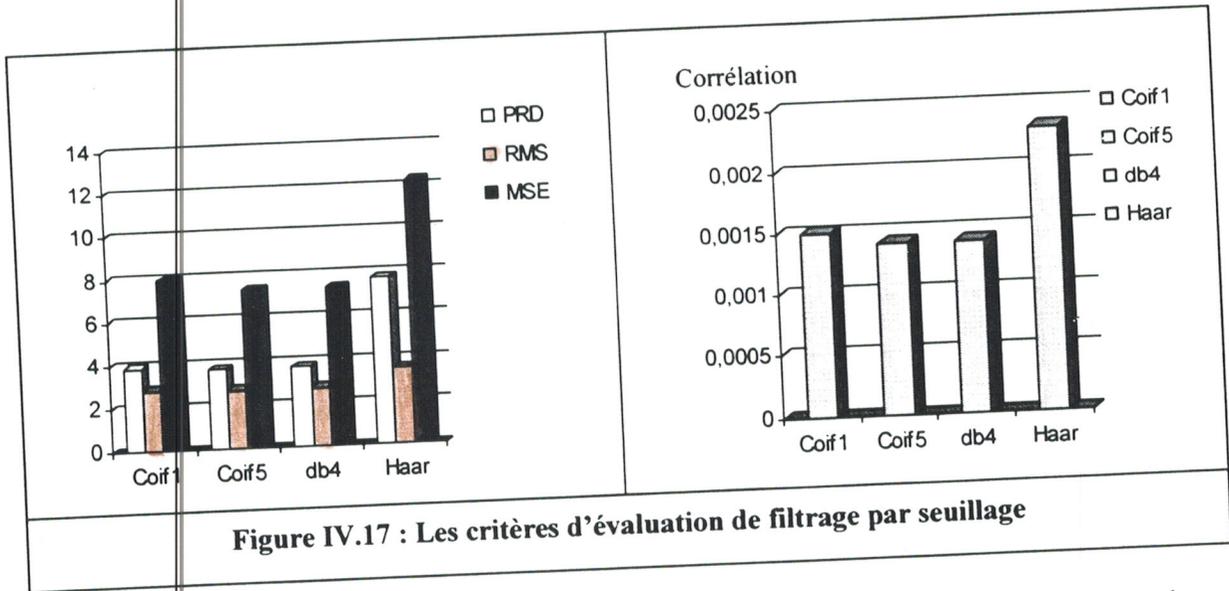
Le tableau suivant représente les résultats obtenus pour chaque ondelette :

	Coif5	Coif1	Db4	Haar
PRD	3.69	3.83	3.68	4.75
PRD_n	3.69	3.83	3.68	4.75
SNR	28.6	28.2	28.66	26.46
RMS	2.7	2.71	2.71	3.49
MSE	7.4	7.94	7.37	12.22
MSE_n	0.0014	0.0015	0.0014	0.0023
Corrélation	0.9997	0.9996	0.9997	0.9994

Tableau IV.1 Critères d'évaluation du filtrage

Il est évident que les meilleurs résultats sont donnés par l'ondelette db4 et à une échelle moindre par l'ondelette coif5.

Les histogrammes suivants montrent que le taux maximum de SNR a été donné par l'ondelette db4 , et pour les autres critères, coif5 et db4 ont donné les meilleurs résultats (les valeurs les plus faibles pour PRD_n , PRD , RMS , MSE , MSE_n , et les valeurs maximales pour la corrélation).

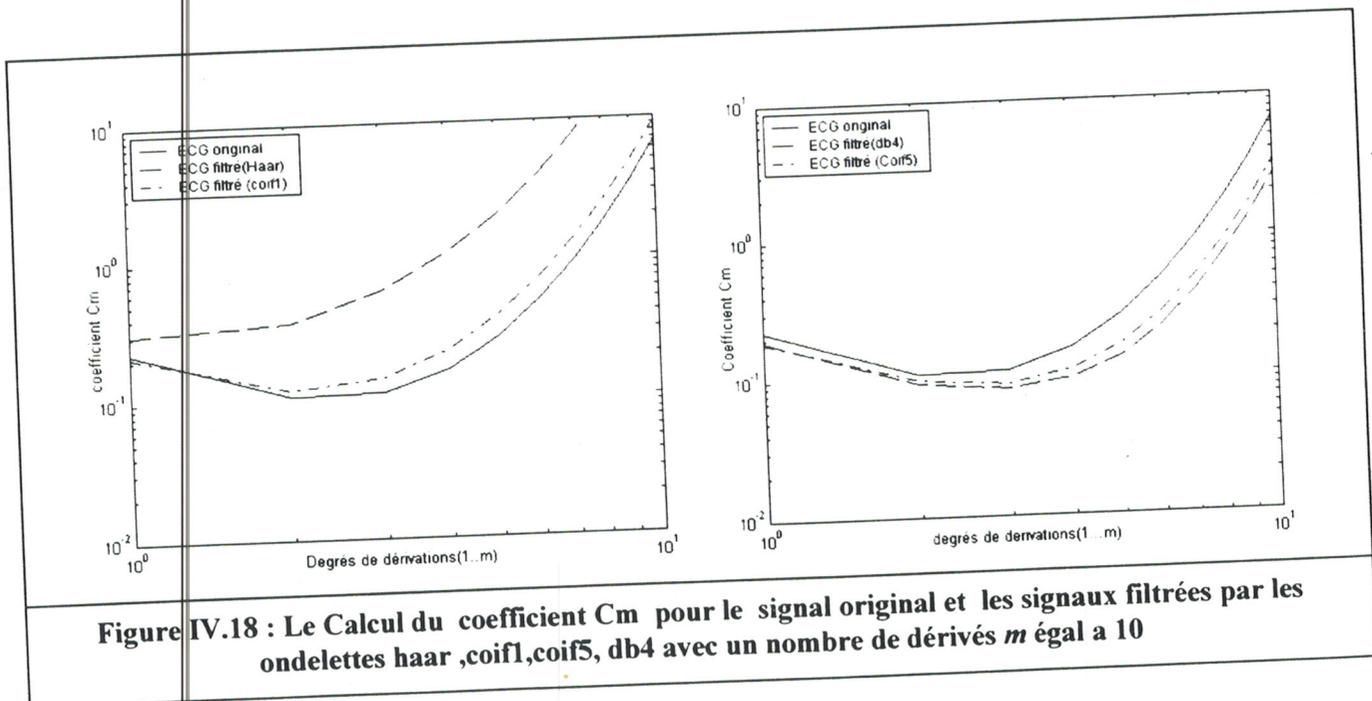


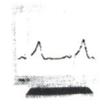
Ces critères d'évaluations déjà cités permettant de comparés la différence entre les échantillons des signaux mais la morphologie du signal n'est pas prise en considération, pour cela on va utilisé d'autres types de paramètres qui permettent de détecter les déformations accrues .La morphologie d'un signal et reliée aux limites de ces dérivés $(f^{(n)}(n))$ [12].

Soit le coefficient de douceur "smoothness" [12] :

$$Cm_n = \sqrt{\sum_{n=1}^N (f^{(n)}(n))^2} \tag{IV.12}$$

Les coefficients Cm calculés pour le signal original et les signaux filtrées par les ondelettes haar ,coif1,coif5, db4 ont donné les courbes suivantes :





On remarque que la courbe de coefficient C_m du signal ECG filtré par l'ondelette db4 est semblable à celle du signal original. Le résultat de ce coefficient pour le filtrage par ondelette Haar est très marqué car ici le coefficient croît très rapidement avec m . On constate donc que les ondelettes db4 et coif5 sont les mieux adaptés à notre application ; pour cela on va choisir heuristiquement l'ondelette db4.

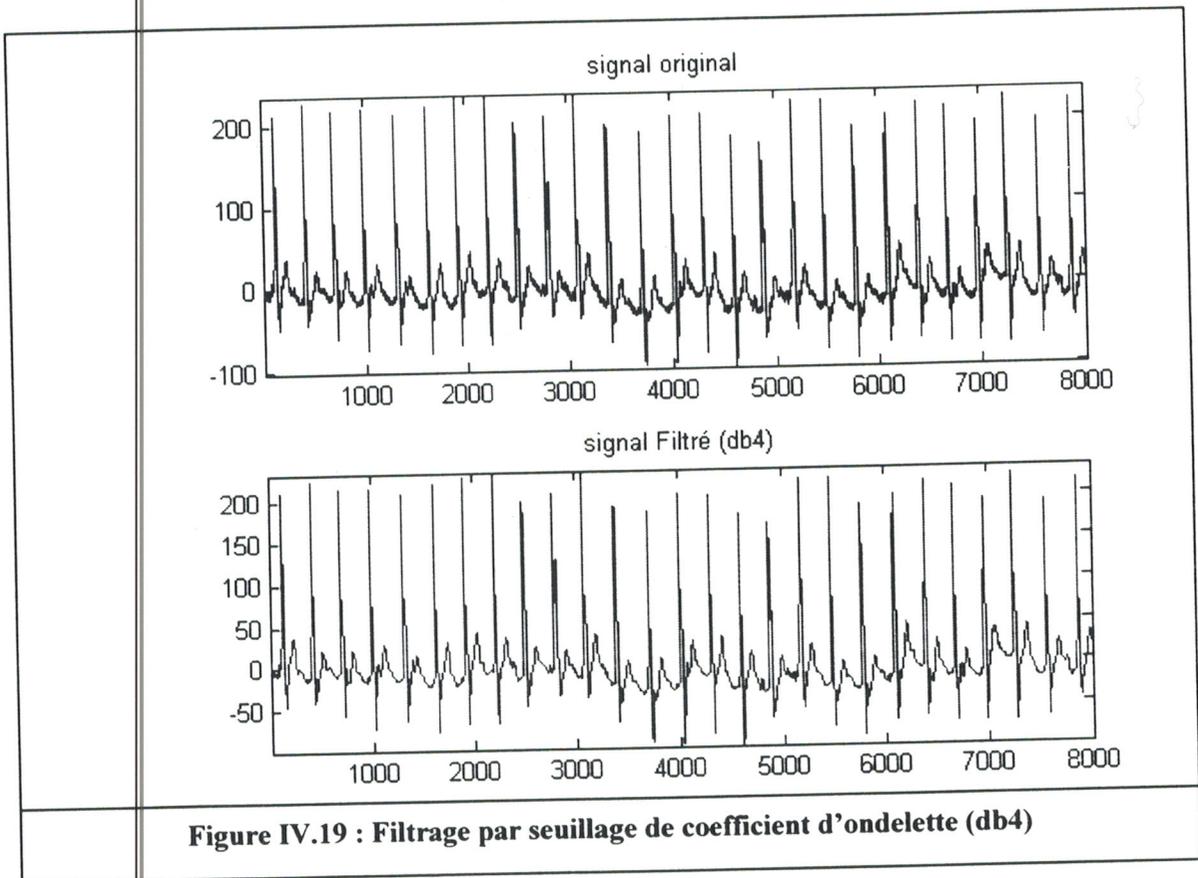
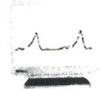


Figure IV.19 : Filtrage par seuillage de coefficient d'ondelette (db4)

Après cette étude qualitative et quantitative d'évaluation de seuillage dans le filtrage par ondelette ; par l'application d'un ensemble d'ondelettes ; le choix donc est porté sur un filtrage par seuillage sure en utilisant l'ondelette db4. Ce filtrage est alors appliqué à l'ensemble de nos signaux MIT-BIH. Un échantillon de résultat est représenté sur la figure IV.19



IV.3 détection du complexe QRS :

IV.3.1 Introduction :

Dans cette section on va aborder un problème pas facile à résoudre et d'une importance cruciale pour la suite des traitements le problème de détection du complexe QRS. De nombreuses méthodes existent pour détecter efficacement le QRS. Chaque méthode possède ses avantages et ses inconvénients en terme de robustesse, de coût de calcul ou de complexité. Après avoir passées en revue différentes méthodes existantes dans la littérature, on explicitera la méthode retenue et sa capacité à détecter efficacement le complexe QRS. Pour finir cette section, on compare les résultats de la détection des complexes QRS obtenus par les différentes méthodes proposées. L'objectif visé est de détecter le plus grand nombre de QRS de manière correcte et du coup minimiser les fausses détections .

IV.3.2 Les méthodes existantes pour la détection des QRS :

La majorité des méthodes utilise le calcul de la dérivée, puis un seuillage. De nombreuses variantes existent, faisant intervenir d'autres caractéristiques (dérivée seconde, amplitude, etc. . .). Ces multiples méthodes se différencient par leur plus ou moins grande sensibilité au bruit, perturbations de la ligne de base, etc.

Des études de synthèse des différentes méthodes de détection des complexes QRS ont déjà été répertoriées [13] ,d'autres méthodes, plus récentes, ont vue le jour depuis une dizaine d'années, sont liées à l'utilisation des ondelettes et des réseaux de neurones [14],[15] pour la reconnaissance du QRS. Ces méthodes ont été regroupées en différentes catégories [16]:

- algorithmes basés sur la dérivée première
- algorithmes basés sur l'amplitude et la dérivée première
- algorithmes basés sur les dérivées première et seconde
- algorithmes basés sur des filtres numériques
- algorithmes basés sur des transformations non-linéaires
- algorithmes basés sur des méthodes syntaxiques

Avant de décrire la méthode que nous avons utilisée, nous allons décrire succinctement les différentes méthodes précitées. Dans la suite, $s(n)$ représentera les échantillons de notre signal électrocardiographique.

IV.3.2.1 Algorithmes basés sur la dérivée première

Selon un algorithme proposé par Menard [13], la dérivée première est calculée en utilisant la formule :
$$Y(n) = -2s(n-2) - s(n-1) + s(n+1) + 2s(n+2) \quad (IV.13)$$



Un seuil h est appliqué. Il est calculé comme suit :
$$h = \alpha \cdot \max\{Y(n)\} \quad (IV.14)$$

Les points de la dérivée première qui dépassent le seuil sont recherchés, et le premier point dépassant le seuil est considéré comme le début d'un QRS .

IV.3.2.2 Algorithmes basés sur l'amplitude et la dérivée première

Parmi d'autres algorithmes, on peut mentionner celui de Moiret-Mahoudex [13] . Un seuil h en amplitude est calculé comme une fraction de la plus grande valeur positive du signal :

$$h = \alpha \cdot \max\{s(n)\} \quad (IV.15)$$

Où la valeur de α dépend des caractéristiques du signal. La dérivée première est calculée par :

$$Y(n) = s(n+1) - s(n-1) \quad (IV.16)$$

On considère alors deux autres seuils l'un positif β_1 et l'autre négatif β_2 , les auteurs recommandent des seuils de valeurs respectives $\beta_1 = 0.5$ et $\beta_2 = -0.3$ pour un signal échantillonné à 250Hz.

Un QRS est repéré si trois points consécutifs de la dérivée $Y(n)$ excèdent le seuil positif β_1 et sont suivis dans les 100 ms qui suivent par deux points consécutifs qui excèdent le seuil négative β_2 .

Un QRS *candidat* est déclaré si les conditions suivantes sont remplies :

$$Y(i), Y(i+1), Y(i+2) > \beta_1 \quad (IV.17)$$

$$Y(j), Y(j+1) < -\beta_2 \quad (IV.18)$$

$$s(i), s(i+1), \dots, s(j+1) \geq h \quad (IV.19)$$

IV.3.2.3 Algorithmes basés sur les dérivées première et seconde :

On peut citer ici deux algorithmes : l'un de Balda [13] , l'autre de Fokapu et Girard [17] .

a. *Algorithme de Balda* :

Pour cette méthode, les valeurs absolues de la dérivée première et seconde sont calculées à partir du signal ECG :

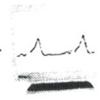
$$y_1(n) = \text{abs}(s(n+1) - s(n-1)) \quad (IV.20)$$

$$y_2(n) = \text{abs}(s(n+2) - 2s(n) + s(n-2)) \quad (IV.21)$$

Puis les deux signaux sont mis à l'échelle et sommés :

$$y_3(n) = 1.3 \cdot y_1(n) + 1.1 \cdot y_2(n) \quad (IV.22)$$

Le signal $y_3(n)$ est analysé jusqu'à ce que la condition $y_3 \geq 1$ soit rencontrée, les huit points suivants sont alors comparés au seuil et si, six ou plus de ces points sont supérieurs à ce seuil alors un QRS est détecté.



b. *Algorithme Fokapu et Girard :*

La méthode de Fokapu et Girard reprend à peu près les mêmes étapes :

- calculs des dérivées première et seconde
- lissage, mise au carré, normalisation
- sommation
- calculs des positions des QRS grâce à un seuil

$$y_1(n) = s(n+1) - s(n-1) \tag{IV.23}$$

$$y_2(n) = s(n+2) - 2s(n) + s(n-2) \tag{IV.24}$$

$$y_3(n) = coef1 \cdot y_{liss_1}^2(n) + coef2 \cdot y_{liss_2}^2(n) \tag{IV.25}$$

IV.3.2.4 Algorithmes basés sur des filtres numériques

L'algorithme décrit est une adaptation de celui de Okado [18]. La première étape consiste en un lissage par moyenne glissante sur trois points :

$$y_1(n) = \frac{1}{4} (s(n-1) + 2s(n) + s(n+1)) \tag{IV.26}$$

La sortie du filtre à moyenne glissante est ensuite filtrée par un filtre passe-bas :

$$y_2(n) = \frac{1}{2m+1} \sum_{k=n-m}^{n+m} y_1(k) \tag{IV.27}$$

La différence entre l'entrée et la sortie du filtre est mise au carré :

$$y_3(n) = (y_1(n) - y_2(n))^2 \tag{IV.28}$$

On filtre à nouveau :

$$y_4(n) = y_3(n) \left[\sum_{k=n-m}^{n+m} y_3(k) \right]^2 \tag{IV.29}$$

Le dernier signal est construit en utilisant la formule :

$$\begin{cases} y_5(n) = y_4(n) & \text{si } (y_1(n) - y_1(n-m))(y_1(n) - y_1(n+m)) > 0 \\ y_5(n) = 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{IV.30}$$

La valeur maximale de ce dernier signal sert à déterminer un seuil :

$$h = \alpha \max(y_5) \tag{IV.31}$$

Un QRS est détecté pour $y_5(n) > h$.

IV.3.2.5 Algorithmes basés sur des transformations non-linéaires :

a. *L'algorithme MOBD (Multiplication of Backward Difference)* [19] :

Cet algorithme opère sur la dérivée première du signal ECG (backward difference) :

$$y(n) = s(n) - s(n-1) \tag{IV.32}$$

La transformée MOBD du $N^{ième}$ ordre est définie par :

$$z(n) = \prod_{k=0}^{N-1} |y(n-k)| \tag{IV.33}$$



De plus une condition de signe doit être respectée, à savoir $z(n)$ est mis à zéro si deux expressions (IV.33) consécutives sont de signes différents :

$$z(n) = 0 \dots si \dots signe[y(n-k)] \neq signe[y(n-k+1)] \dots k = 0, 1, \dots, N-2 \quad (IV.34)$$

Finalement le signal ECG est comparé à un seuil dont la valeur dépend des caractéristiques du signal.

b. L'algorithme de Hamilton & Tompkins [20] :

Cet algorithme s'applique en calculant une approximation de la dérive médiane d'un filtre FIR, le signal est alors appelé $x_d(n)$. Puis une transformation non linéaire est appliquée en utilisant la formule suivante :

$$y(n) = x_d(n)^2 \quad (IV.35)$$

Et on termine par un seuillage et un fenêtrage.

IV.3.3 Algorithme de Pan Tompkins [21], [22]:

IV.3.3.1 Introduction :

En s'inspirant de la littérature cet algorithme à donné les meilleurs taux de détection du complexe QRS, il constituera notre plateforme avec laquelle notre méthode de détection basé sur l'application des ondelettes sera comparée et évaluée. L'étude de cette algorithme est présenté ci dessous.

IV.3.3.2 Méthode & Algorithme :

La méthode de Pan et Tompkins utilise la somme des dérivées première et seconde lissées, normalisées puis mises au carré. Cette méthode repose sur le diagramme ci dessous :

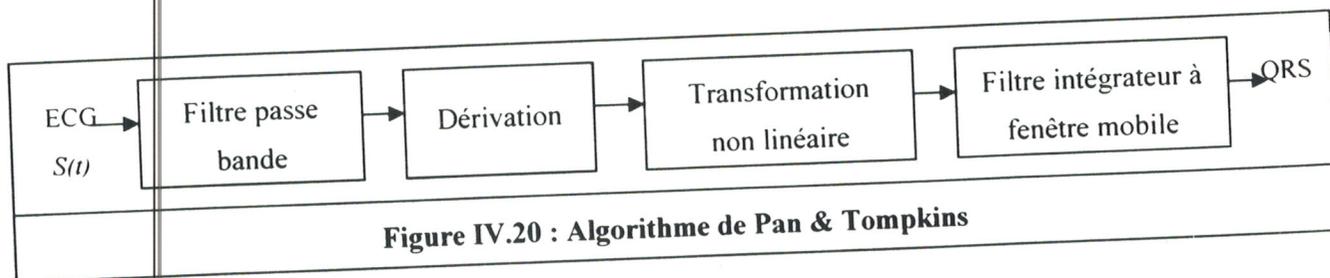
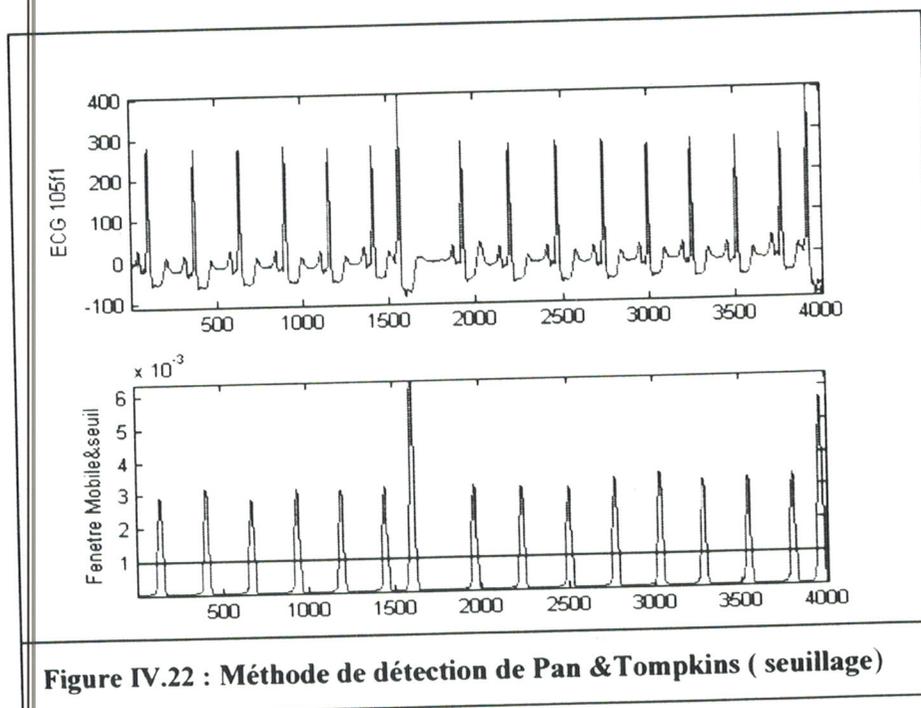
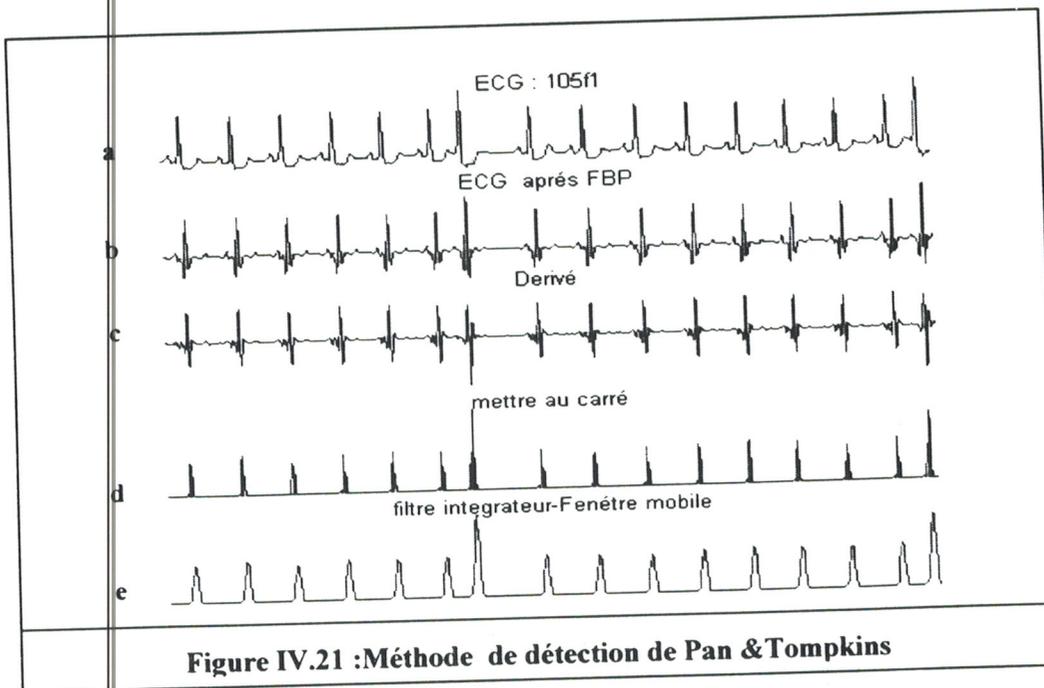


Figure IV.20 : Algorithme de Pan & Tompkins



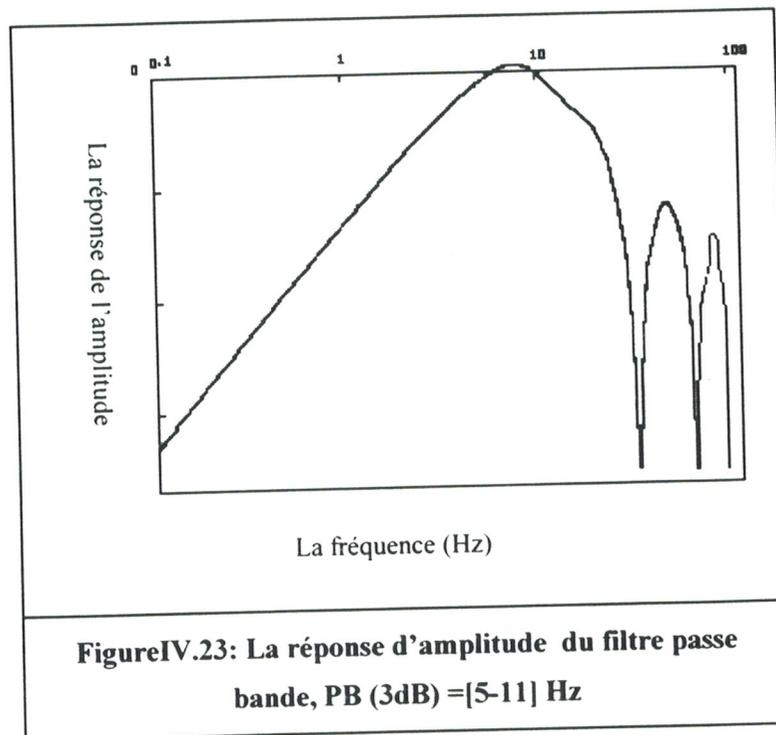
Les figures suivantes représentent une application de cette méthode de détection sur un signal ECG.





IV.3.3.2.1 Filtre Passe bande :(Figure IV.21.b)

D'après les données physiologiques, les ondes R ont une énergie maximale dans la bande 5-15 Hz [23]. Il est donc naturel de commencer par un filtrage du signal dans cette bande, le filtre passe bande utilisé est composé d'un filtre passe bas en cascade avec un filtre passe haut avec une bande passante entre 5-11Hz.(Figure IV.23).



❖ *Filtre passe bas :*

La fonction de transfert en z du filtre est :

$$H(z) = \frac{(1 - z^{-6})^2}{(1 - z^{-1})^2} \quad (IV.36)$$

L'équation différentielle du filtre est :

$$y(nT) = 2y(nT - T) - y(nT - 2T) + x(nT) - 2x(nT - 6T) + x(nT - 12T) \quad (IV.37)$$

Avec T qui désigne la période d'échantillonnage.

La fréquence de coupure du filtre est autour de 11Hz, avec un gain de 36.

❖ *Filtre passe haut :*

La fonction de transfert en z du filtre est :

$$H(z) = \frac{(-1 + 32z^{-16} + z^{-32})}{(1 + z^{-1})} \quad (IV.38)$$

L'équation différentielle du filtre est :

$$y(nT) = 32x(nT - 16T) - [y(nT - T) + x(nT) - x(nT - 32T)] \quad (IV.39)$$



La fréquence de coupure du filtre est autour de 5Hz. avec un gain de 32.

IV.3.3.2 Dérivation (Figure IV.21.c)

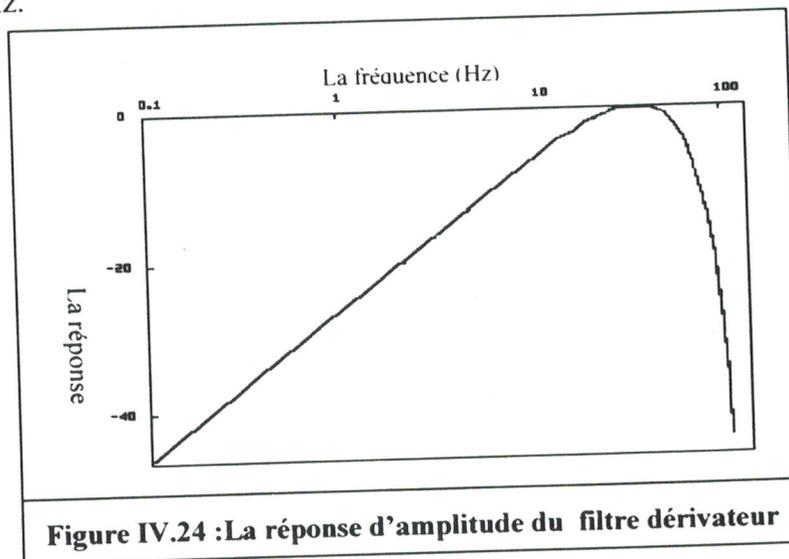
Le complexe QRS étant bref (entre 0.02 et 0.2 seconde), et de forte amplitude, la dérivé du signal à ce niveau présente des valeurs maximales élevées. On continue donc le traitement du signal par l'application d'un filtre dérivateur numérique, qui a comme fonction de transfert la fonction suivante :

$$H(z) = (1/8T)(-z^{-2} - 2z^{-1} + 2z^1 + z^2) \tag{IV.40}$$

Et comme équation différentielle :

$$y(nT) = (1/8)[-x(nT - 2T) - 2x(nT - T) + 2x(nT + T) + x(nT + 2T)] \tag{IV.41}$$

La figure IV.24 représente la réponse fréquentielle du filtre dérivateur qui est linéaire entre 0.1 -30Hz.



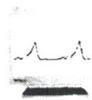
IV.3.3.2.3 Transformation non linéaire (Figure IV.21.d) :

Afin d'accentuer le contraste mis en évidence par la dérivation, on élève au carré le signal obtenu, ce qui permet, en outre, d'éliminer le signe et d'assurer la symétrie de détection entre les ondes R et les ondes QS.

$$y(n) = x(n)^2 \tag{IV.42}$$

IV.3.3.2.4 Intégration (Figure IV.21.e) :

L'intégration du signal permet d'obtenir un maximum unique pour chaque complexe. La taille de la fenêtre d'intégration doit être adaptée à la largeur moyenne d'un complexe QRS. Si elle est trop grande, le maximum est décalé en temps par rapport à la position du R (influence de l'onde T) ; si, au contraire, elle est trop petite, on obtient plusieurs pics pour une même onde R. La taille de cette fenêtre est choisie de manière



empirique. Elle est de 0.15 seconde [21] ce qui correspond au double de la largeur moyenne d'un complexe QRS.

L'équation différentielle du filtre intégrateur et donné par :

$$y(nT) = (1/N)[x(nT - (N - 1)T) + x(nT - (N - 2)T) + \dots + x(nT)] \quad (IV.43)$$

Avec n : Nombre d'échantillons dans la largeur de la fenêtre .

IV.3.3.2.5 Seuillage adaptatif (Figure IV.22) :

À l'issue du traitement précédent, le signal disponible possède un maximum absolu pour chaque complexe QRS ; il possède en outre d'autres maxima locaux, de plus faible amplitude en général, qui correspondent soit à du bruit, soit aux ondes T. Cette étape consiste donc en une recherche de maxima capable de ne pas prendre en considération les maxima trop faibles qui peuvent correspondre au bruit en effectuant un seuillage en amplitude.

IV.3.3.3 Résultats :

Cet algorithme a principalement été validé par l'étude de la base MIT, dans laquelle chaque complexe QRS a été annoté manuellement(Chapitre I). L'évaluation de cette méthode est basée sur deux lois statistiques (la sensibilité (SE) et la prédictibilité(P+)) et un erreur de détection (ED) .[21],[5]

$$SE = \frac{TP}{TP + FN} \quad (IV.44)$$

$$P+ = \frac{TP}{TP + FP} \quad (IV.45)$$

$$ED = \frac{FP + FN}{rp} \quad (IV.46)$$

Avec : TP(True positif) :représente le nombre de battements correctement détecté (QRS).

FN(false négatif) : représente le nombre de battements non détecté (QRS).

FP (false positif) : représente le nombre de battements détecté (QRS) mais en fait , ils n'existent pas.

rp : Le nombre totale de battements dans un enregistrement.

Le taux d'erreur global sur cette base est de 0.675%. Sa distribution est représentée dans le tableau ci-dessous.



IV.3.3.4 Limites de la méthode :

Après une analyse des résultats obtenus on constate que l'erreur de détection est due généralement aux causes suivantes :

a. cas d'un signal bruité

Les cas difficiles à traiter le plus fréquemment rencontré sont les fichiers où un bruit important (temporaire ou non) va venir se superposer au signal ECG et dégrader fortement les possibilités de détection des QRS. La présence du bruit va en effet entraîner des valeurs importantes au niveau des dérivées première et seconde et de nombreuses fausses détections vont être ajoutées.

La figure (IV.25) montre de tels exemples de détection des signaux bruités.

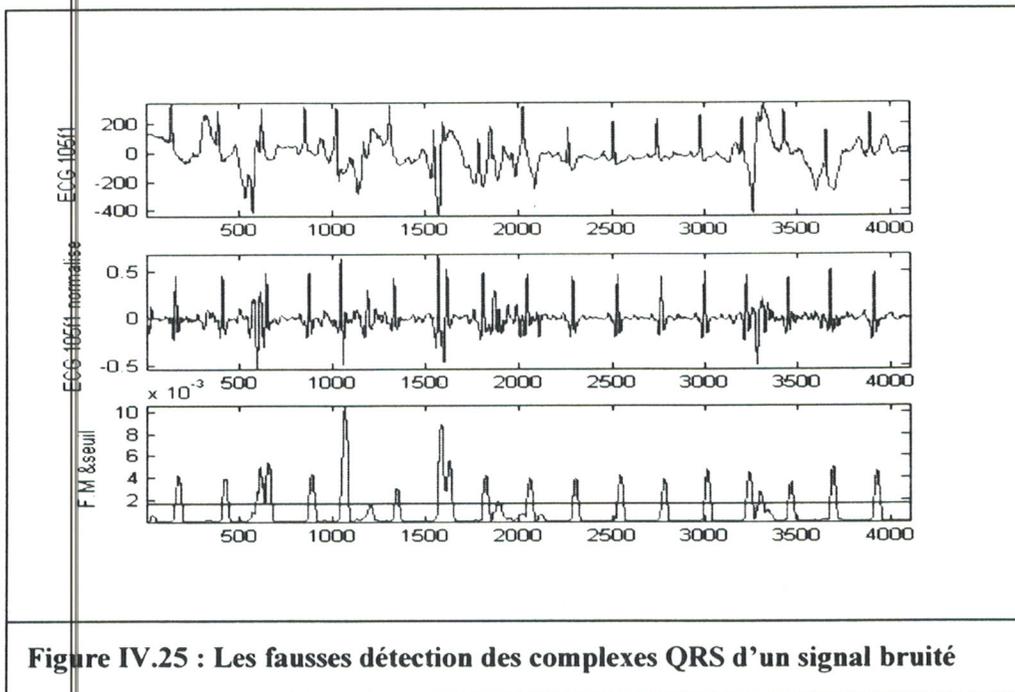
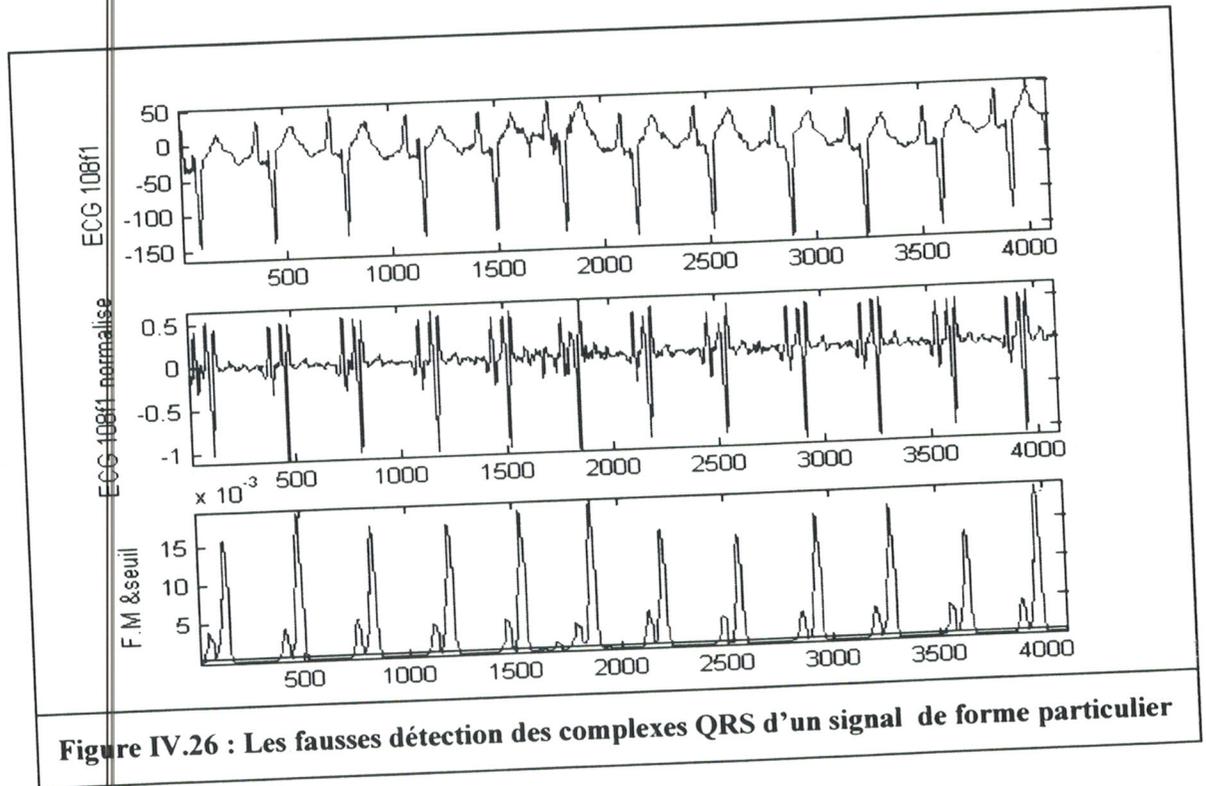


Figure IV.25 : Les fausses détections des complexes QRS d'un signal bruité



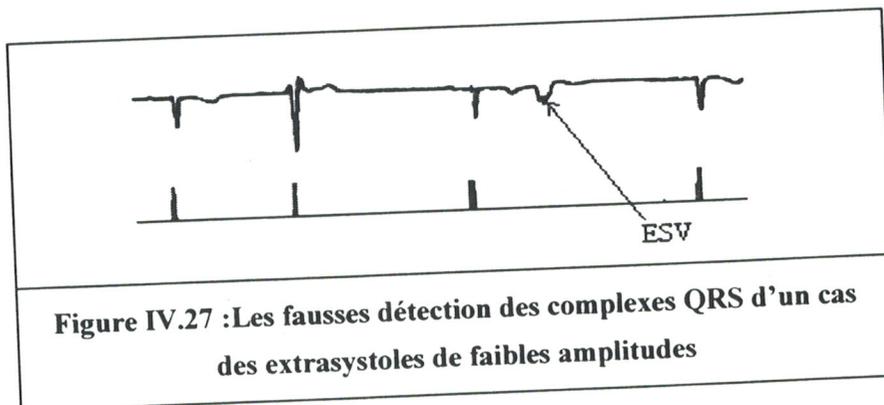
b. cas d'une forme particulière de l'ECG :

Un autre cas de mauvaises détections est celui de l'enregistrement 108f1 (Figure IV.26), qui présente, en plus d'un bruit gênant, un QRS de morphologie anormale.



c. Cas des extrasystoles de faibles amplitudes :

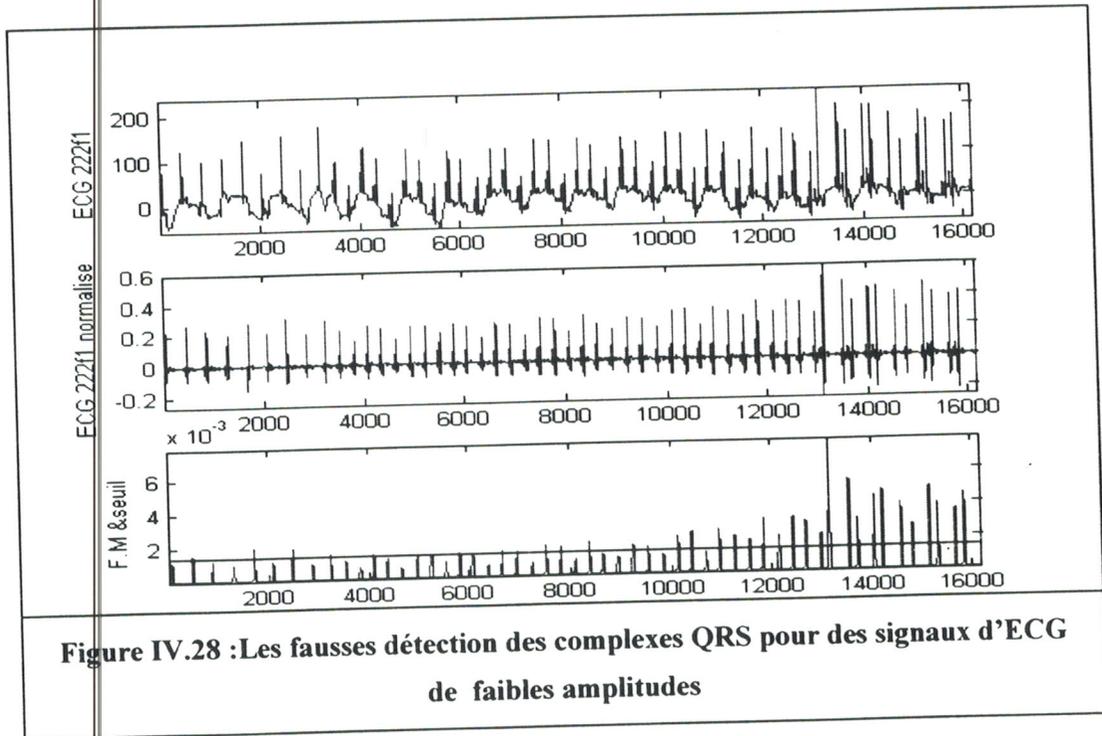
Le point faible de l'algorithme est la détection des extrasystoles de faible amplitude (Figure IV.27). Celles-ci sont assimilées par le programme à des ondes T car leurs amplitudes et leurs vitesses de variations sont du même ordre.





d. Cas des battements de faibles amplitudes :

Le calcul du seuil se fait en fonction de l'amplitude, donc par conséquent les battements de faible amplitude ne seront pas détectés (Figure IV.28).



A ce qui vient d'être discuté relatif aux limites de cette méthode, un autre inconvénient vient s'ajouter celui relatif à la largeur de la fenêtre qui ne peut pas s'adapter au changement de la largeur du complexe QRS.

Dans le souci de surmonter cette difficulté et les autres problèmes de détection déjà cités une autre méthode de détection est implémentée et évaluée ; elle est basée sur les ondelettes.



IV.3.4 Détection des complexes QRS en utilisant les ondelettes (DWT-SA) : [7],[24],[25]

IV.3.4.1 Méthode & Algorithme :

La détection de QRS est difficile, non seulement à cause de la variabilité physiologique du complexe de QRS, mais également à cause des divers types de bruit qui peuvent être présents dans le signal d'ECG même après un filtrage.

Les sources de bruit déjà cité incluent aussi les ondes T qui ont des caractéristiques haute fréquence semblable aux complexes QRS.

Dans cette méthode de détection en va utilisé une technique qui se base sur le principe des bancs filtre en employant la transformé discrète d'ondelette connue par sa robustesse contre la variation Temps -morphologie du QRS et du bruit (FigureIV.29). (Voir chapitre II)

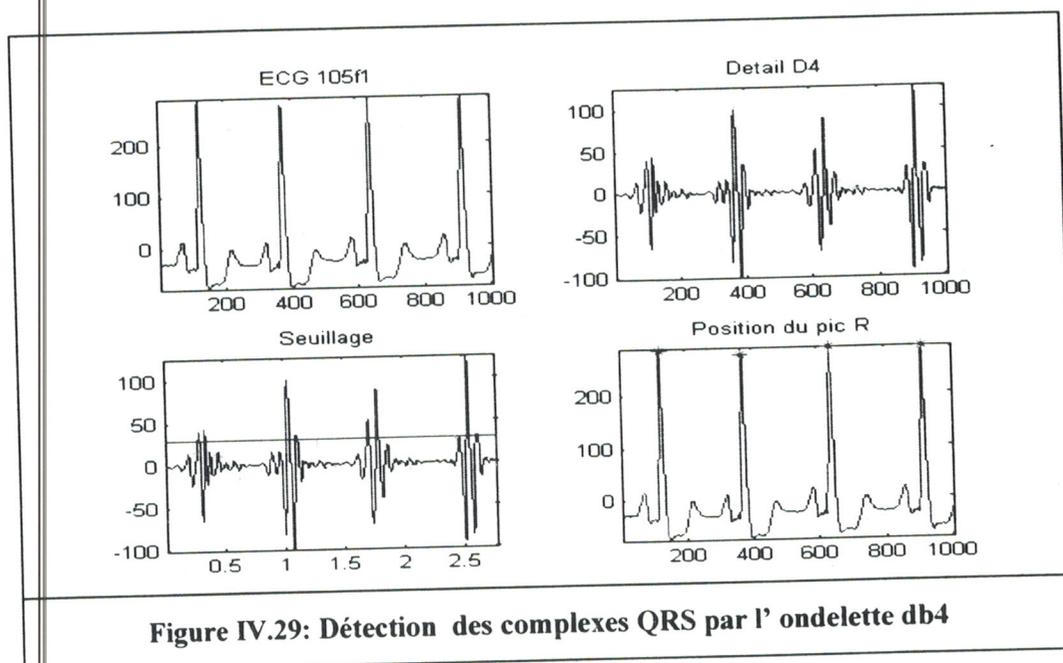


Figure IV.29: Détection des complexes QRS par l' ondelette db4

❖ *Choix de l'échelle : (voir chapitre II) :*

Soit la transformée de fourrier discrète de la transformée discrète d'ondelette (TDO) du signal ECG [26] :

$$w_{2^j} f(w) = \begin{cases} G(w).S(w).....j = 1 \\ G(2w).H(w).S(w).....j = 2 \\ G(2^{j-1} w).H(2^{j-2} w)..H(w).S(w).....j > 2 \end{cases} \quad (IV.47)$$

$G(w)$ et $H(w)$ sont les transformées de fourrier du filtre passe bas et passe haut respectivement .

$S(w)$ est la transformée discrète de fourrier (TFD) du signal ECG.



La figure suivante représente la transformé de fourrier de la TDO d'ECG (Figure IV.30) :

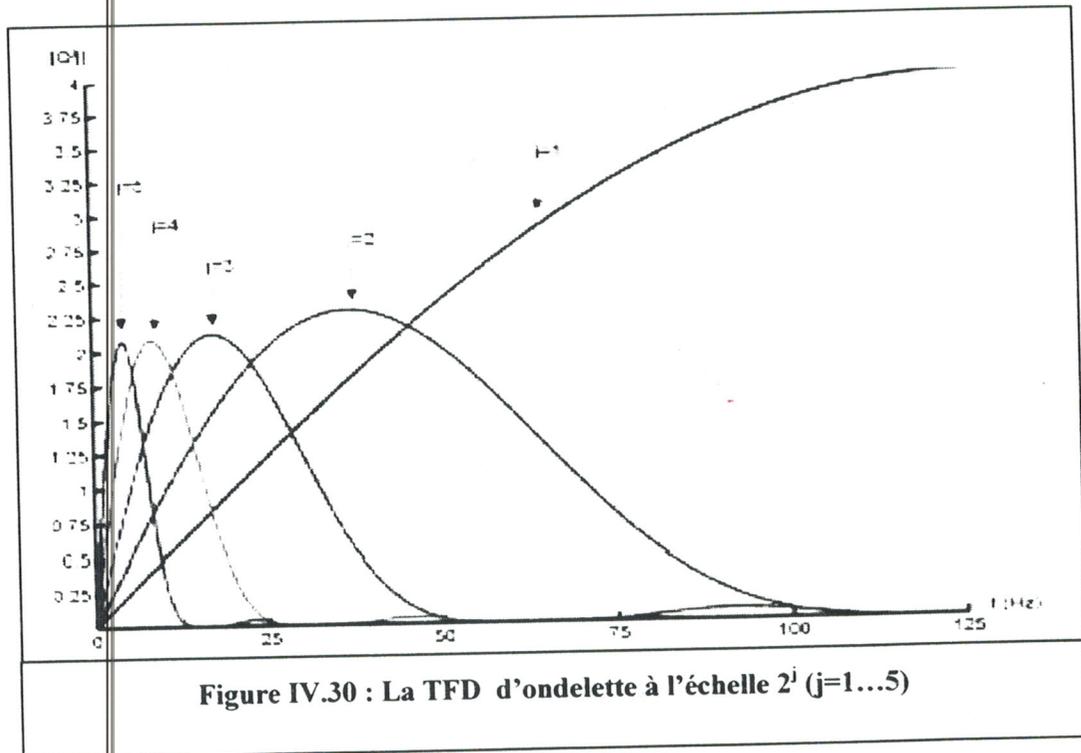
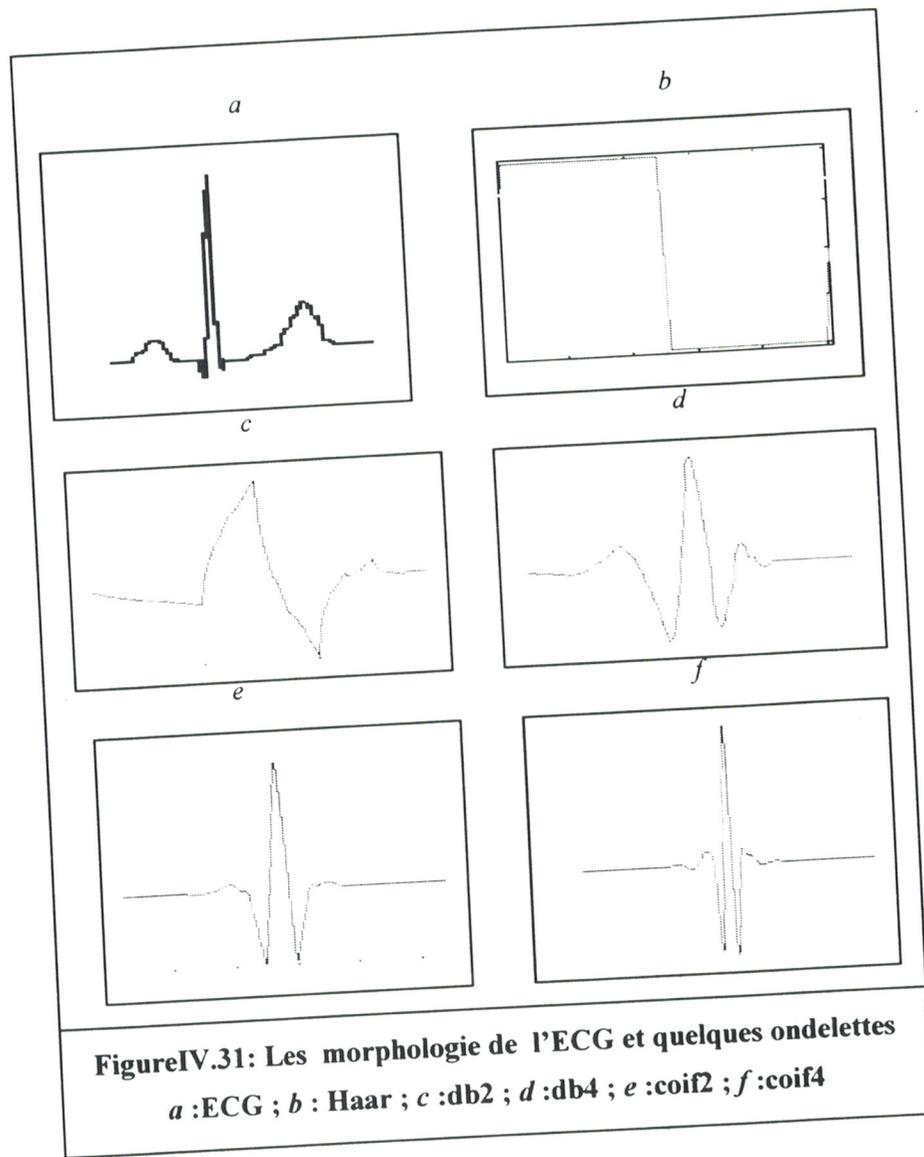


Figure IV.30 : La TFD d'ondelette à l'échelle 2^j ($j=1...5$)

Les résultats de réponse d'amplitude -fréquence montre sur la figure IV.30 que cinq niveaux de résolution ont été distingués couvrant les gammes de fréquence équivalentes au signal ECG .et on remarque aussi que les complexes QRS sont principalement couvert par les échelle $j=2,3,4$. Plus précieusement les complexes QRS ont été identifié mieux dans la bande de fréquence du 4^{ème} détail ($j=4$), ce détail représente une limite qui permet d'avoir un minimum de bruit (c'est l'échelle le moins affecté par le bruit de haut fréquence) et des complexes QRS bien couverts ,avec une détection maximale des ondes R quand le seuil h est donné par:

$$h = \alpha \cdot \max(s(n)) \quad ; \quad \alpha = 0.12 \quad (IV.48)$$

La détection des ondes Q et S est suggérée par la forme d'onde représentée sur la figure IV.29, où la relation entre le signal et son 4^{ème} détail est montré. Le point Q est caractérisé par le premier pic négatif avant le pic R, suivi du deuxième pic négatif localisant l'onde S [5]. Par conséquent le choix de l'ondelette pour la décomposition est crucial, comme l'ondelette devrait amplifier le pic positif et négatif. Nous avons choisi comme ondelette mère la famille d'ondelette daubechies $N=4$ (db4) à cause de la ressemblance de la morphologie de cette ondelette avec la morphologie du QRS. (Figure IV.31)





Nous pouvons considérer l'algorithme de détection de QRS comme un filtre linéaire où l'entrée du filtre est le signal ECG, et la sortie est le 4^{ème} détail de la décomposition. Puisque la transformée en ondelette utilisée est la TOD décrit dans le chapitre II, les opérations de la décomposition du signal et de la reconstruction du signal sont linéaires et l'algorithme peut être décrit ainsi comme un filtre linéaire traitant le signal. L'algorithme de la technique proposée est schématisé sur la figure IV.32, l'entrée et la sortie du filtre d'ondelette est montrée sur la figure IV.29.

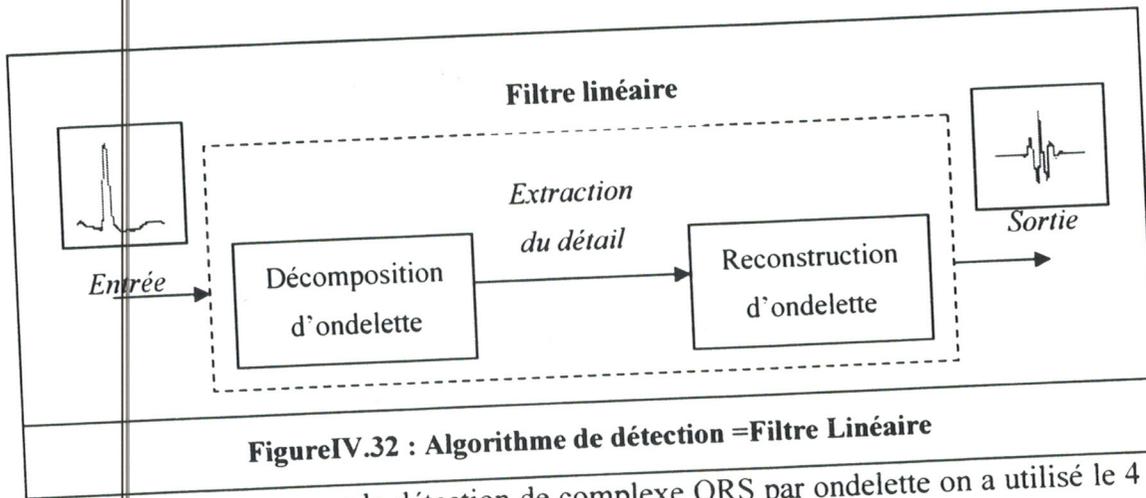


Figure IV.32 : Algorithme de détection = Filtre Linéaire

En résumé, pour la détection de complexe QRS par ondelette on a utilisé le 4^{ème} détail d'une décomposition par TOD de six niveaux (Figure IV.33) en appliquant un seuillage adaptative h (Figure IV.29).

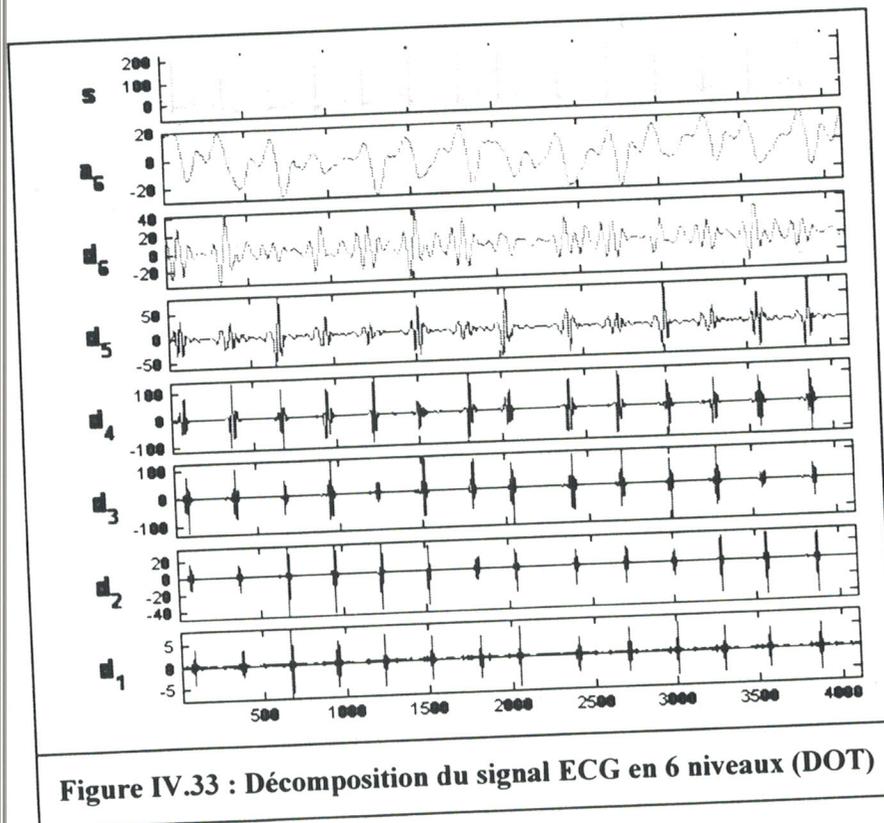


Figure IV.33 : Décomposition du signal ECG en 6 niveaux (DOT)



IV.3.4.2 Résultats :

En se basant sur les lois statistique déjà cité dans la section IV.3.3, les résultats de cette méthode de détection (DWT-SA) sont donnés dans le tableau IV.2 .

Si on compare le Tableau IV.1, avec le tableau IV.2 on remarque que la méthode DWT-SA a donné des meilleurs résultats de détection ($ED=0.57, SE=99.69, P+=99.71$) par rapport à la méthode de Pan & Tompkins ($ED =0.675, SE=99.75, P+=99.52$).

Au niveau de quelques enregistrements (par exemple l'enregistrement MIT222) les patients présentent des périodes de tachycardie ventriculaire. Pendant ces périodes, les annotations sont absentes des bases de données car les ondes ne peuvent être identifiées comme des ondes R.

En revanche, notre algorithme repère les maxima de cette période et place des annotations à la fréquence de la tachycardie. Le patient présentant 5 périodes de tachycardie, la différence entre les deux types d'annotation explique le taux d'erreur très élevé pour ces enregistrement (4.26% pour l'enregistrement MIT222) (Figure IV.34).

Loin d'être une faute, la détection des maxima de la tachycardie nous paraît offrir un grand avantage puisqu'elle permettra la détection de ce grave trouble du rythme (la tachycardie) dans un traitement ultérieur du signal.

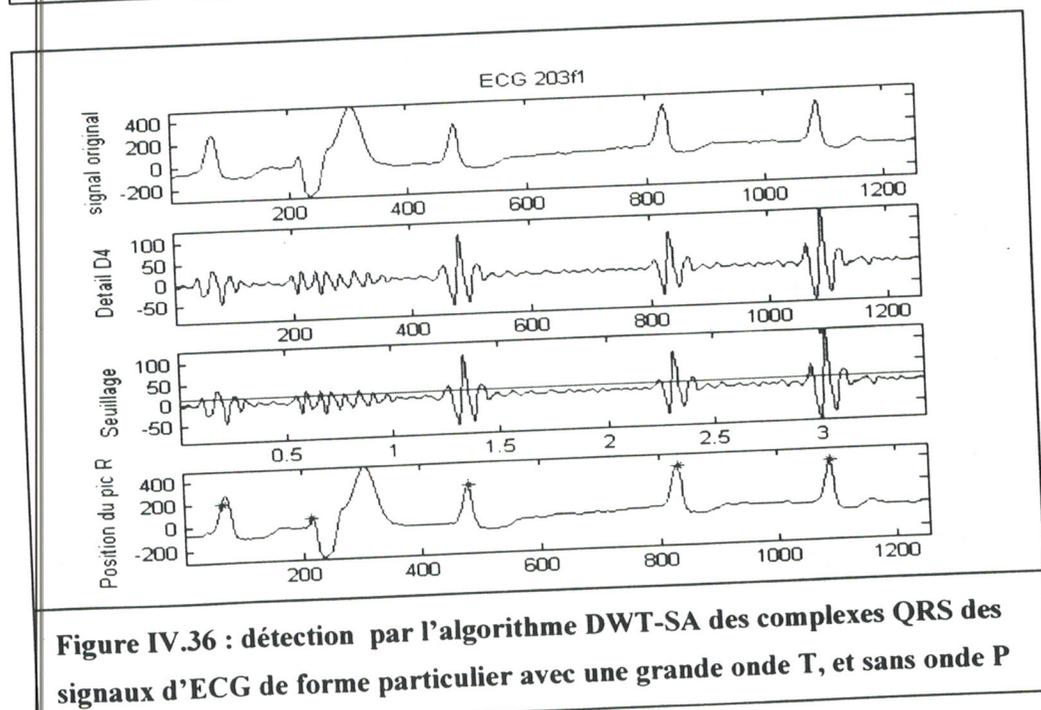
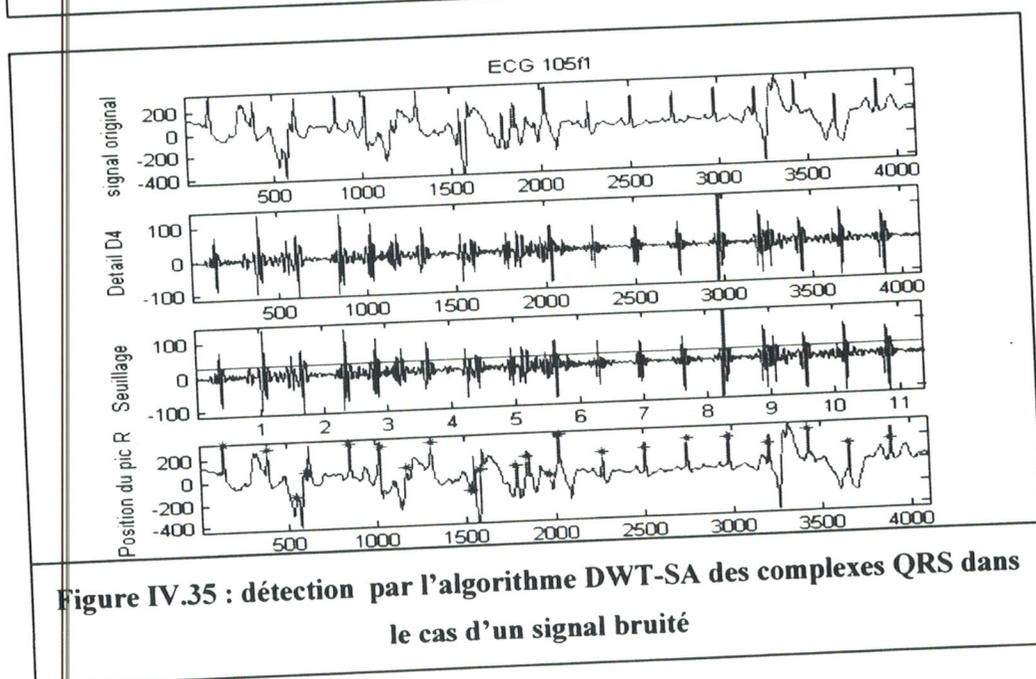
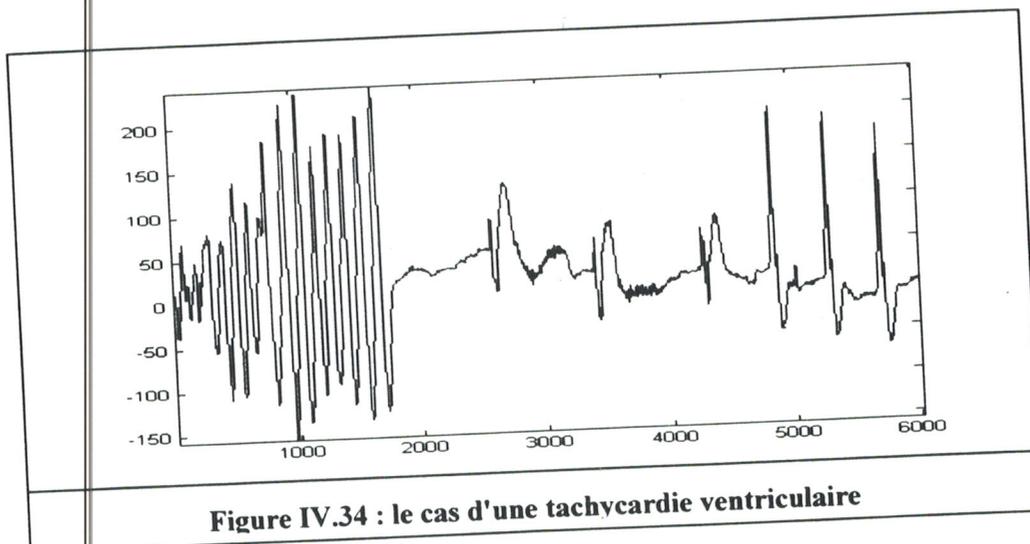
Si on revient aux limites de la méthode de Pan & Tompkins, l'algorithme de DWT-SA à permet de surmonté ces limites, les figures (IV.35 , IV.36 , IV.37 , IV.38, IV.39) illustrent clairement la correction de détection qui à été faite par l'algorithme de DWT-SA, mais malgré l'amélioration de la détection ,il reste toujours des :

Fausse détection (FP) due a nature du signal ECG (cas pathologie, cas des grande onde T ou onde P), ou a l'influence du bruit résiduelle.

Fausse détection (FN) due au faible amplitude des complexes QRS par rapport aux autres complexes du même patient .

enrig.	rp	DWT-SA				
		FP	FN	Fail.det	SE	P+
100	2273	0	0	0	100	100
101	1865	0	0	0	100	100
102	2187	0	0	0	100	100
103	2084	0	0	0	100	100
104	2230	17	16	1.4	99.28	99.24
105	2572	14	15	1.12	99.42	99.45
106	2027	15	13	1.38	99.36	99.21
107	2137	0	0	0	100	100
108	1763	28	31	3.34	98.24	98.41
109	2532	1	0	0.039	100	99.96
111	2124	1	2	0.14	99.90	99.95
112	2539	1	0	0.039	100	99.96
113	1795	0	0	0	100	100
114	1879	8	9	0.90	99.52	99.57
115	1953	0	0	0	100	100
116	2412	15	17	1.32	99.30	99.38
117	1535	0	0	0	100	100
118	2275	2	4	0.26	99.82	99.91
119	1987	1	0	0.05	100	99.97
121	1863	5	5	0.53	99.73	99.73
122	2476	0	0	0	100	100
123	1518	0	0	0	100	100
124	1619	0	0	0	100	100
200	2601	12	11	0.88	99.60	99.54
201	1963	4	4	0.40	99.79	99.80
202	2136	4	5	0.42	99.76	99.81
203	2982	50	49	3.31	98.36	98.32
205	2656	0	2	0.075	99.92	100
207	1862	3	5	0.42	99.73	99.84
208	2952	18	25	1.45	99.15	99.39
209	3004	7	8	0.49	99.73	99.77
210	2647	8	9	0.64	99.66	99.70
212	2748	3	4	0.25	99.85	99.89
213	3251	1	2	0.092	99.94	99.97
214	2262	5	7	0.53	99.69	99.79
215	3363	4	5	0.26	99.85	99.88
217	2208	2	3	0.22	99.86	99.91
219	2154	0	0	0	100	100
220	2048	0	0	0	100	100
221	2427	3	4	0.28	99.84	99.88
222	2484	57	49	4.26	98.03	97.71
223	2605	2	1	0.11	99.96	99.92
228	2053	23	20	2.09	99.03	98.88
230	2256	3	2	0.22	99.11	99.87
231	1571	0	0	0	100	100
232	1780	5	6	0.61	99.67	99.72
233	3079	3	4	0.22	99.87	99.90
234	2753	0	0	0	100	100
total	116137	325	337	0.57	99.69	99.71

Tableau IV.2 : Résultats de le detection par l'algorithme DWT-SA sur la base MIT



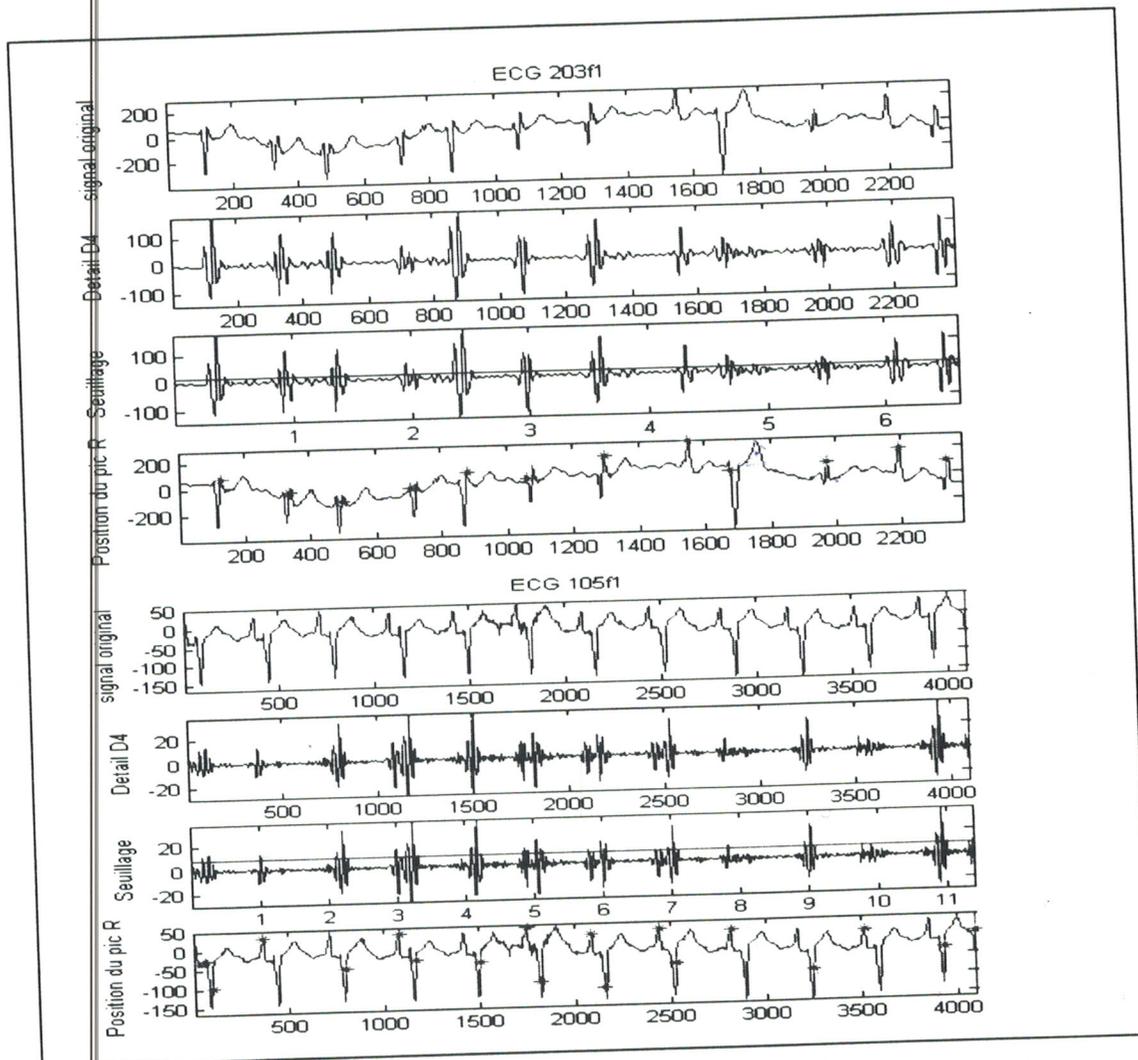


Figure IV.37 : détection par l'algorithme DWT-SA des complexes QRS des signaux d'ECG de forme particulier (Grande onde T, de ECG de faible amplitude)

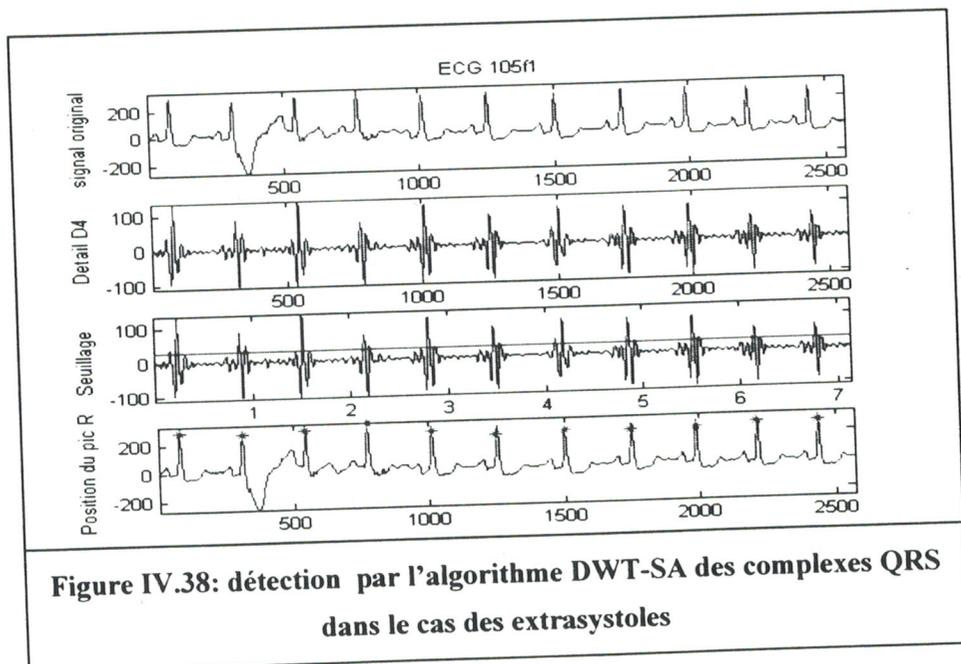


Figure IV.38: détection par l'algorithme DWT-SA des complexes QRS dans le cas des extrasystoles

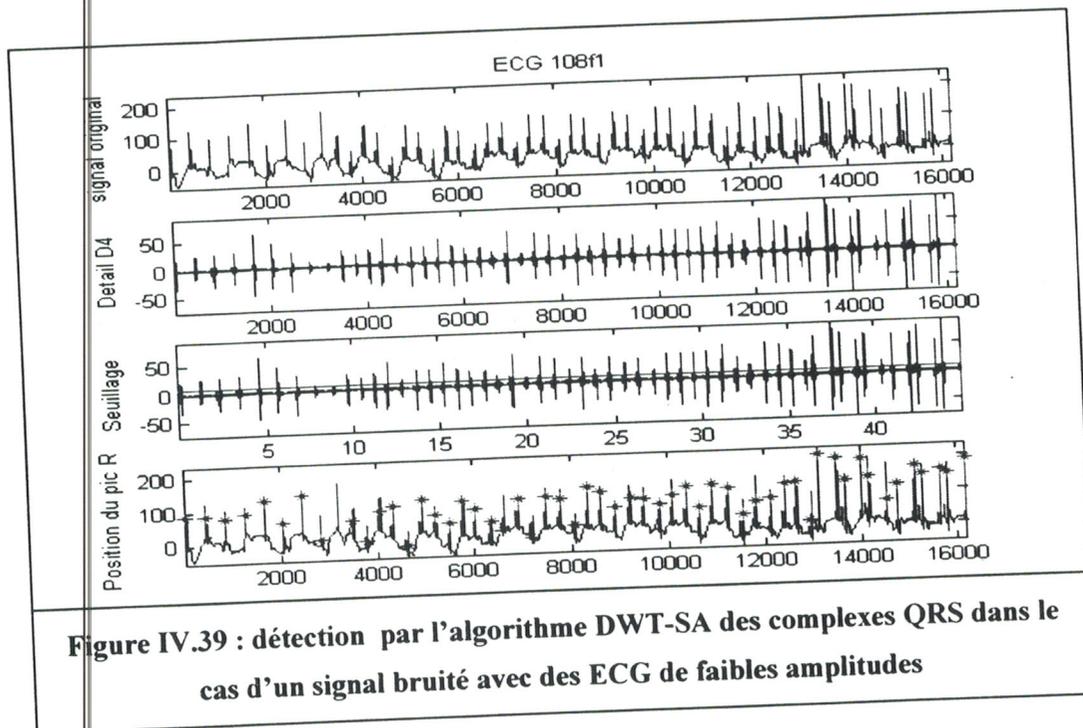


Figure IV.39 : détection par l'algorithme DWT-SA des complexes QRS dans le cas d'un signal bruité avec des ECG de faibles amplitudes

IV.3.5 Étude comparative entre les différentes méthodes de détection :

On a fait une étude comparative entre des algorithmes de détection retrouver dans la littérature et notre algorithme de détection DWT-SA, ces algorithmes sont :

- ❖ **L'algorithme de HOS-RWD (Higher Order Statistics - Based R Wave Detector)** (HOS) [26]: il est basé sur la dérivée première en utilisant un seuillage adaptative obtenu en fonction de la variation des paramètres de Kurtosis et Skerness.

- ❖ **Des algorithmes basés sur les transformations non-linéaires** : L'algorithme de Pan & Tompkins (.Pan)(Voir la section IV.3.3) , l'algorithme de Gouveia et al (Gouveia) [27], L'algorithme de Hamilton & Tompkins [20] (Hamilton), un algorithme basé sur les bancs filtres (FB) [28] (en utilisant de bancs filtres ce algorithme divise l'ECG en sous bandes avec une bande passante uniforme puis il applique une fenêtre mobile (avec un intégrateur) pour la détection du complexe QRS.

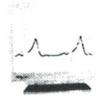
- ❖ **Les méthodes de détection basés sur la TOD** : les ondelettes utilisées sont [29] : l'ondelette Haar (.Haar) , l'ondelette db3 (A.db3) l'ondelette spline (cubic spline) (CSW) et Quadratics spline (QSW); et l'algorithme de Rute basé sur l'algorithme de Mallat [30] (Rute).

- ❖ **L'algorithme de détection basé sur les réseaux de neurones** [31] (NNET).

- ❖ **L'algorithme de détection basé sur un mixage entre les réseaux de neurones et les TOD** [31] (MNET).

En plus des critères d'évaluation de la détection déjà cités en ajoute se critère :

$$DR = \left(1 - \frac{rp - TP}{rp} \right) \times 100 \quad [26] \quad (IV.49)$$



les tableaux et les histogrammes suivants représentent les résultats des différentes méthodes de détection :

enrig.	rp	FB				
		FP	FN	ED	SE	P+
100	1902	0	1	0.052	99.95	100
101	1523	2	0	0.13	100	99.87
102	1821	1	1	0.10	99.95	99.95
103	1729	0	1	0.057	99.94	100
104	1857	21	8	1.56	99.57	98.88
105	2155	53	16	3.20	99.26	97.58
106	1696	3	14	1.00	99.17	99.82
107	1784	8	1	0.50	99.94	99.55
108	1480	121	55	11.89	96.28	92.17
109	2099	3	11	0.66	99.48	99.86
111	1776	0	3	0.16	99.83	100
112	211	6	0	0.28	100	99.72
113	1506	4	1	0.33	99.93	99.73
114	1604	3	3	0.37	99.81	99.81
115	1637	0	1	0.061	99.94	100
116	2017	3	23	1.28	98.86	99.85
117	1284	1	1	0.15	99.92	99.92
118	1916	17	0	0.88	100	99.12
119	1661	1	0	0.060	100	99.94
121	1560	5	3	0.51	99.81	99.68
122	2054	0	0	0	100	100
123	1269	0	0	0	100	100
124	1367	1	1	0.14	99.93	99.93
200	2168	17	3	0.92	99.86	99.22
201	1521	4	7	0.72	99.54	99.74
202	1871	3	7	0.53	99.63	99.84
203	2481	39	61	4.03	97.54	98.41
205	2201	0	5	0.22	99.77	100
207	1592	19	1	1.25	99.94	98.82
208	2437	8	43	2.09	98.24	99.67
209	2518	4	1	0.19	99.96	99.84
210	2204	3	49	2.35	97.78	99.86
212	2285	1	1	0.087	99.96	99.96
213	2700	0	5	0.18	99.81	100
214	1878	1	3	0.21	99.84	99.95
215	2795	0	3	0.10	99.89	100
217	1845	3	5	0.43	99.73	99.84
219	1773	0	0	0	100	100
220	1694	0	0	0	100	100
221	2020	0	5	0.24	99.75	100
222	2116	4	4	0.37	99.81	99.81
223	2199	2	13	0.68	99.41	99.91
228	1703	32	6	2.23	99.65	98.15
230	1859	2	0	0.10	100	99.89
231	1278	0	0	0	100	100
232	1485	10	0	0.67	100	99.33
233	2561	1	7	0.31	99.73	99.96
234	2291	0	1	0.043	99.96	100
total	91283	406	374	0.85	99.59	99.56

Tableau IV.3 : Résultats de la détection par l'algorithme FB



Enregi.	HOS			DWT-SA		
	rp	TP	DR	rp	TP	DR
100	2272	2272	100	2273	2272	100
101	1863	1863	100	1865	1863	100
103	2084	2084	100	2084	2084	100
107	2078	2077	99.95	2136	2136	100
118	2278	2268	99.56	2275	2271	99.82

Tableau IV.4 : Résultats de la détection par l'algorithme FB et HOS

Enrig.	DWT-SA		Rute		Gouveia		Hamilton	
	SE	P+	SE	P+	SE	P+	SE	P+
100	100	100	100	100	100	99.96	100	99.91
105	99.42	99.45	99.57	99.49	99.77	99.30	99.14	97.96
116	99.3	99.38	99.21	99.96	99.34	99.96	98.96	99.83
117	100	100	100	100	99.93	98.65	99.80	99.35
200	99.60	99.54	99.31	99.96	99.77	98.67	99.92	99.88
223	99.96	99.92	99.77	99.92	99.96	99.92	99.92	100
Moy.	99.71	99.72	99.64	99.89	99.79	99.41	99.63	99.49

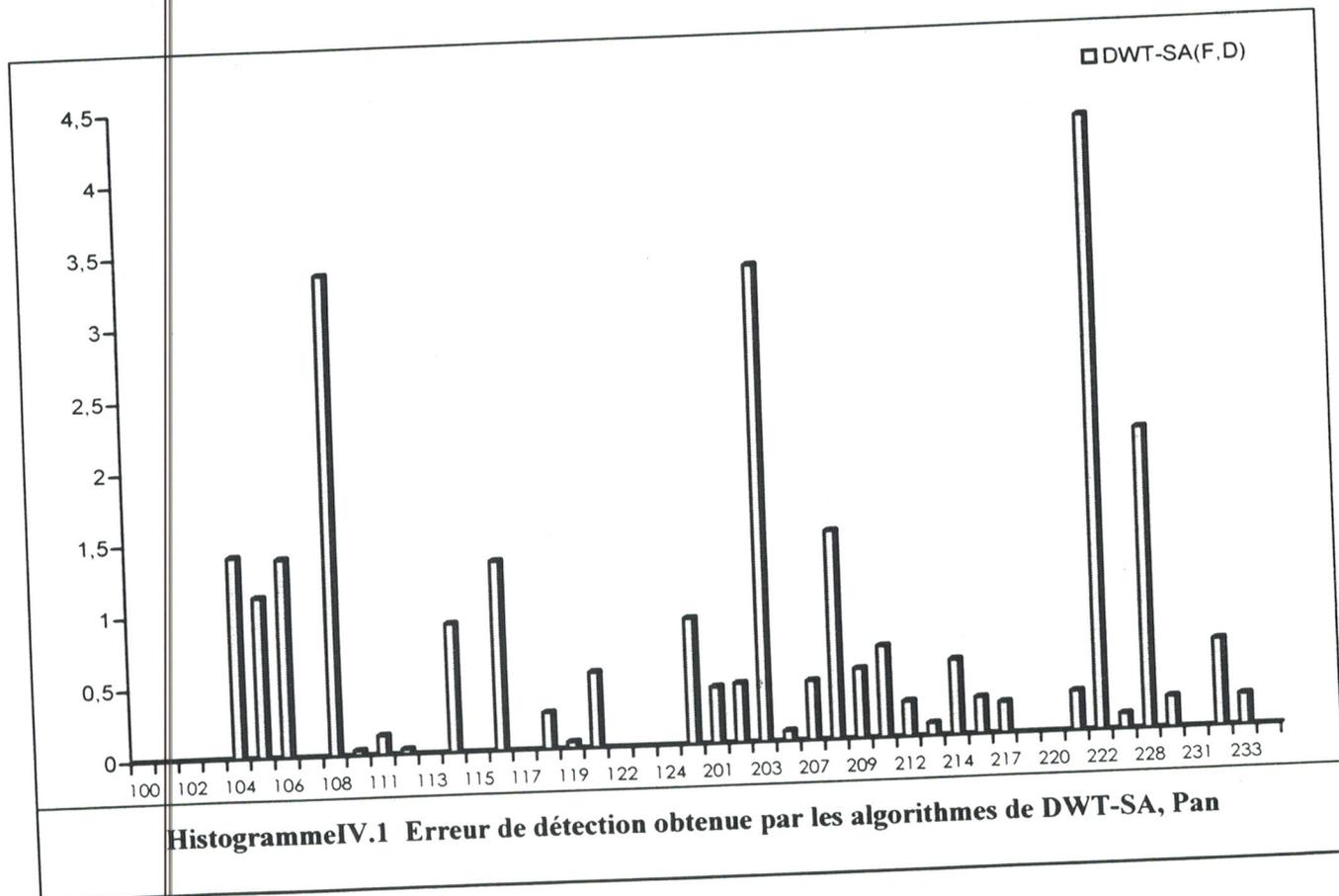
Tableau IV.5 : Résultats de la détection par les algorithmes de Rute, Gouveia, Hamilton et DWT-SA

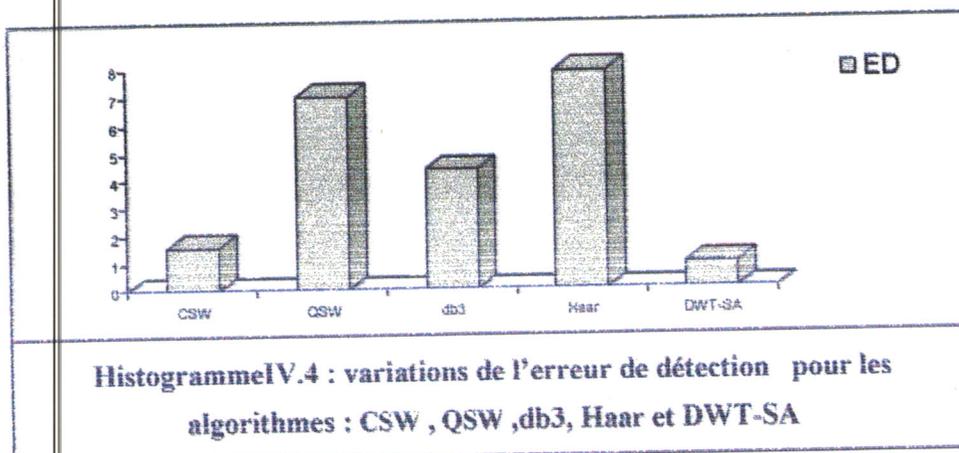
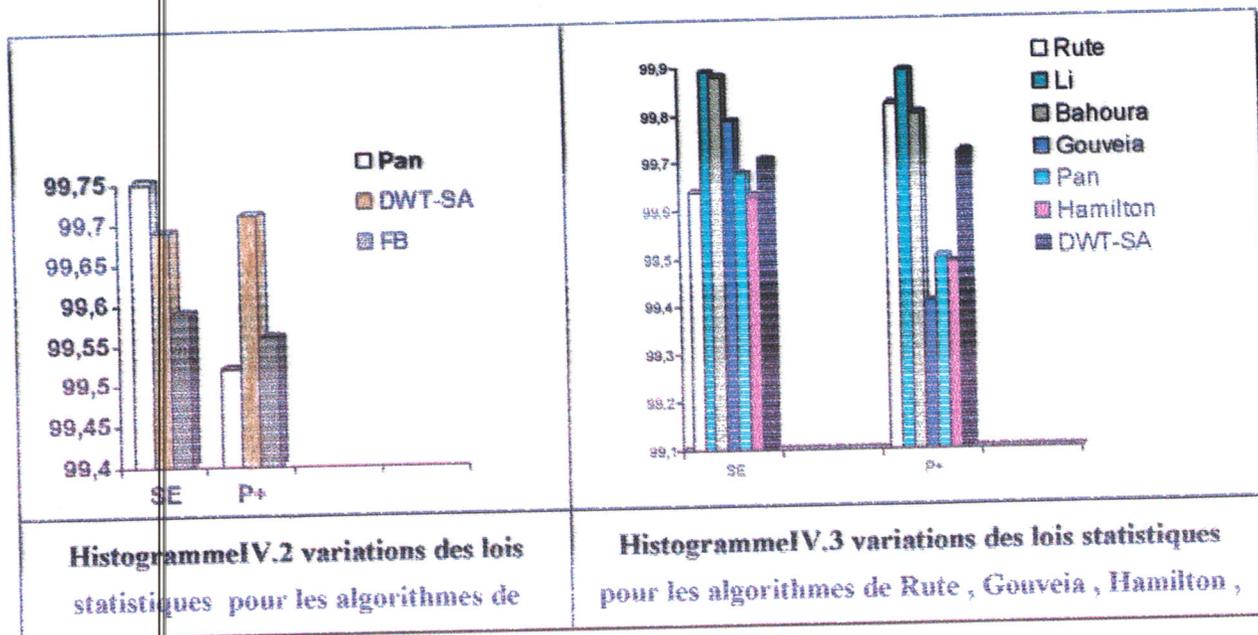
Enreg.	rp	CSW			QSW			Db3			Haar			DWT-SA
		FP	FN	E.D	FP	FN	ED	FP	FN	E.D	FP	FN	E.D	ED
104	297	10	1	3.70	18	1	6.40	17	4	7.07	29	1	10.10	1.4
106	269	0	2	0.74	0	18	6.69	0	8	2.97	0	17	6.32	1.38
200	339	2	8	2.95	4	4	2.36	3	1	1.18	7	1	2.36	0.88
208	414	0	2	0.48	0	100	24.15	0	67	16.18	0	108	26.09	1.45
210	357	0	8	2.24	4	6	2.80	0	7	1.96	4	6	2.80	0.64
214	309	1	2	0.97	2	3	1.62	2	2	1.29	2	4	1.94	0.53
217	290	0	0	0.00	0	0	0.00	0	0	0.00	0	0	0.00	0.22
Total - Moy.	2275	13	23	1.58	28	132	7.03	22	89	4.37	42	128	7.86	0.928

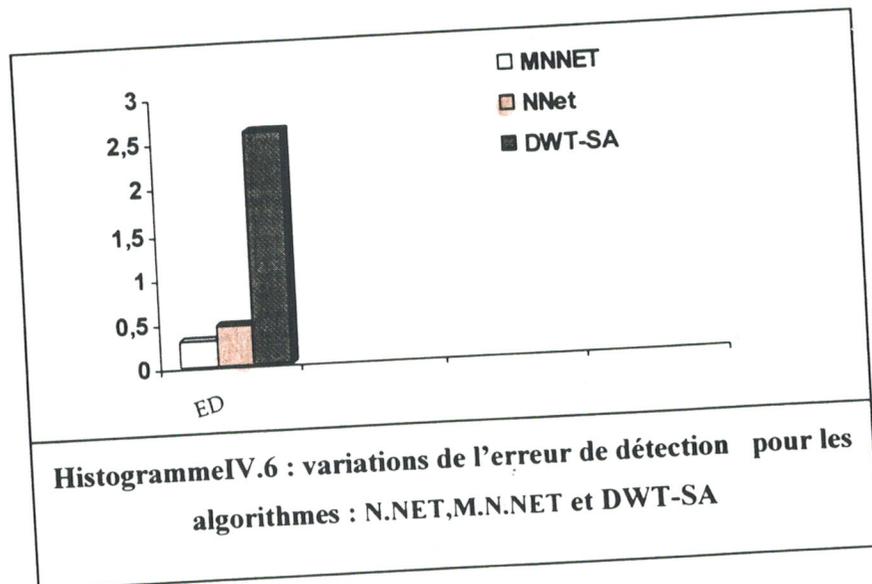
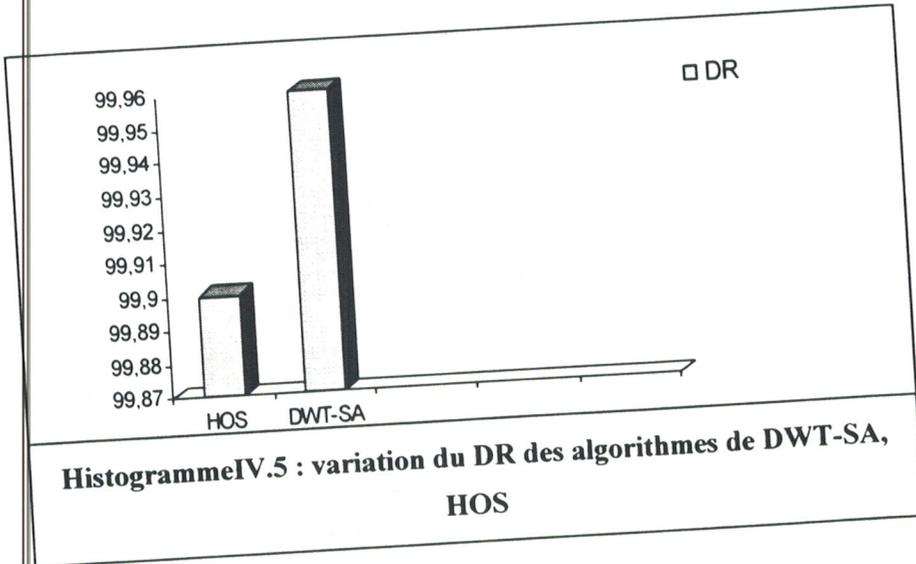
Tableau IV.6 : Résultats de la détection par les algorithmes : CSW, QSW, db3, Haar et DWT-SA

		N.Net	M.N.Net	DWT-SA
Enreg.	rp	ED	ED	ED
104	2230	0.31	0.2	1.4
105	2572	0.31	0.16	1.12
108	1763	0.96	0.68	3.34
201	1963	0.46	0.36	0.4
203	2982	0.47	0.30	3.31
222	2484	0.24	0.12	4.26
228	2053	0.30	0.15	4.26
Total	16047	0.44	0.28	2.58

Tableau IV.7: Résultats de la détection par les algorithmes des NNET , MNET et DWT-SA









A partir de ses résultats en retirent les points suivants :

❖ L'algorithme **DWT-SA** a permis d'obtenir les meilleurs résultats si on le compare avec des méthodes classiques basées sur les dérivées première ou seconde .

DWT-SA: SE=99.69,P+=99.71,ED=0.57 → { **Pan**: SE=99.75,P+=99.52,ED=0.675
FB: SE=99.59,P+=99.56,ED=0.85

DWT-SA: SE=99.69,P+=99.71 → { **Gouveia**:SE=99.79,P+=99.41
Hamilton SE=99.53.P+=99.49

DWT-SA: DR=99.82 → **HOS** : DR=99.56

❖ La comparaison de l'algorithme DWT-SA avec les méthodes basées sur les ondelettes montre l'efficacité de notre choix d'ondelette (db4). (**DWT-SA**(ED=0.908) ; **CSW**(ED=1.58) ; **QSW**(ED=7.03) ; **db3**(ED=4.37))

❖ L'application des réseaux de neurones dans la détection des complexes QRS a surmonté différentes difficultés rencontrées dans l'algorithme DWT-SA. Puisque la transformée en ondelette offre la meilleure représentation des caractéristiques temporelles et fréquentielles des signaux d'ECG, l'utilisation de leurs coefficients comme entrées au détecteur neuronal des complexes QRS a donné les meilleurs taux de détection (**DWT-SA** (ED=2.58) ; **NNET**(ED=0.44) ; **MNET**(ED=0.28)).

❖ Il faut noter quand on a essayé d'avoir un taux optimal pour l'ensemble des enregistrements en utilisant un seuillage adaptatif (Histogramme IV.1). On a essayé de minimiser au maximum les fausses détections des battements (FP) sans augmenter les FN ((**DWT-SA** : FN=337,FP=325, SE=99.69,P+= 99.71); (**Pan** : FN=277 , FP=507 , SE=99.75,P+=99.52)) ;

❖ L'avantage majeur de l'algorithme de DWT-SA par rapport à l'algorithme de Pan & Tompkins est la simplicité.

Finalement il faut noter que les deux algorithmes utilisés (*Pan* et *DWT-SA*) peuvent être implémentés en temps réel.



IV.4 Conclusion :

La détection des complexes QRS constitue le préalable à toute analyse du signal ECG. Ce chapitre a abordé ce problème de détection mais avant sa .il été nécessaire de filtrer ces signaux d'ECG donc on a divisé ce chapitre en deux sections :

❖ Filtrage par seuillage des coefficients d'ondelettes

Dans cette section on a étudié les différentes méthodes de filtrage par seuillage des coefficients d'ondelette a savoir le seuillage dure, doux et sure , comme on a étudié l'influence du choix d'ondelette mère sur le filtrage.

Finalement on a décidé d'appliqué sur tout nos signaux d'ECG un filtrage par seuillage sure on utilisant l'ondelette db4 basant sur des critères d'évaluations(RMS, MSE,SNR,Cm).

❖ Détection des complexes QRS :

Après avoir passées en revue différentes méthodes existantes dans la littérature, on a expliqué les deux méthode qui ont été étudié (L'algorithme de Pan & Tompkins et l'algorithme DWT-SA) et on essayer de montrer les avantages et les inconvénients de chaque méthode.

Pour finir cette section, on a comparer les résultats de la détection des complexes QRS par l'algorithme DWT-SA avec différentes méthodes de détection en se basant sur des critères d'evaluation (SE, P+, DR, ED), en se basant sur ces critères on a décidé de retenu l'algorithme DWT-SA. la suite de notre étude.

La détection des complexes QRS va maintenant nous permettre d'aborder l'étape fondamentale de cette thèse : **La classification des arythmies cardiaque.**



Références bibliographiques

- [1]: BARBARA OFICJALKA , " Morphologie de l'onde P du signal électrocardiographique -Analyse de forme des signaux bidimensionnels - : Mesure d'effets pharmacologiques sur les Ondes P, QRS et T en représentation Temps - Fréquence ", thèse pour obtenir le grade de Docteur en Sciences de L'université de Nice-Sophia Antipolis ,1994
- [2]: GARY M. FRIESEN & THOMAS C. JANNETT & MANAL AFIFY JADALLAH & STANFORD L. YATES & STEPHEN R. QUINT & H. TROY NAGLE , " A Comparison of the Noise Sensitivity of Nine QRS Detection Algorithms ".IEEE Trans. On Biomed. Eng. , vol. 37. No 1, 1990.
- [3]: N. V. THAKOR ,Estimation of QRS complex power spectra for design of QRS filter . IEEE Trans. Biomed. Eng. BME-31. p702-705 ,1984.
- [4] : Y. THOMAS. " Signaux et Systèmes linéaires". Edition Masson,1998.
- [5]: JEAN PHILIPPE COUDERC. " Analyse quantitative des composantes temps - échelle de l'ECG a haute résolution moyenne pour l'évaluation du risque de tachycardies ventriculaires et de la morte subie après un infarctus du myocarde ", thèse pour obtenir le grade de Docteur en Génie Biologique et médical de l'Institut National Des Sciences Appliquées de Lyon ,1997.
- [6]: P. LANDER & EJ. BERBARI. "Use of highpass filtering to detect late potentials in the signal averaged ECG", J. Electrocardiol. , Vol. 22. p. 7-12,1989 .
- [7]: VLIDIMIR CHERKASSKY & STEVEN KILTS. " Myopotential denoising of ECG signal using wavelet thresholding methods ", Article in Press: Gergamon -Neural Networks ,vol. 14, p 1129 - 1137, 2001 .
- [8]: D. DONOHO. " De-noising by soft-thresholding " .IEEE Trans. Inform. Theory , Vol 41(3) ,p. 612-627, 1995.
- [9]: D. DONOHO & I. JOHNSTONE. " Threshold selection for wavelet shrinkage of noisy data". Engineering in Medicine and Biology Society. Proceedings of the 16th Annual International Conference of the IEEE, Vol. 1 , p.A24 -A25, 1994.
- [10]: ERGUN ERCELEBI , " Electrocardiogram signal denoising using lifting based discrete wavelet transform ", Article in Press: Gergamon - Computer in Biology and Medicine , 2003 .
- [11]: SALVADOR OLMOS & JOSE GARCIA & RAIMON JANE & PABLO LAGUNA . "ECG signal compression plus noise filtering with truncated orthogonal expansions ". Signal Processing vol. 79 , p. 97 -115 ,1999.



- [12] : PIORT ROMANIUK , " Non regular distortions in ECG signal introduced by wavelet denoising ", Technical University of Lodz , Poland .
- [13] : G. FRIESEN, " A comparison of the noise sensitivity of nine QRS detection algorithms" , IEEE Trans. On Biom. Eng., vol. 37, No.1, 1990.
- [14] : S. KADAMBE & R. MURRAY & G.F BOUDREAUX - BARTELS , " The dyadic wavelet transform based QRS detector (ECG analysis) " , Conference on Signals, Systems and Computers, Vol. 1, p.130-134, Asilomar , 1992.
- [15] : J. NEVES RODRIGUES, & V. OWALL & L. SORNMO, " QRS detection for pacemakers in a noisy environment using a time lagged artificial neural network" , IEEE Circuits and Systems, Vol. 2 , p.596-599, 2001.
- [16] : DANIEL NOVAK, " Processing of ECG signal using Wavelets", PhD thesis, Czech Technical University in Prague, 2000.
- [17] : O. FOKAPU & J.P. GIRARD, " Evolution temporelle et fréquentielle de l'ECG analyse battement par battement", *ITBM*, Vol. 14, No.1, p.102-112, 1994.
- [18] : M. OKADA, " A digital filter for the QRS complex detection", IEEE Trans. on Biom. Eng. Vol. 26, No. 12, 1979.
- [19] : S. SUPPAPOLA & Y. SUN & T.A WRUBLEWSKI, " Microcontroller -based real time QRS detection " , Biomed. Inst. Tech., Vol.26, No. 6, p477-484, 1992.
- [20] : P. S. HAMILTON & W. J. TOMPKINS , " Quantitative investigation of QRS detection rules using the MIT/BIH arrhythmia database " , IEEE Trans. Biomed. Eng. , Vol. BME-33 , p.1157-1165, 1986.
- [21] : J. PAN & W. J. TOMPKINS , " A real -time QRS detection " , IEEE Trans. Biomed. Eng. , Vol. BME-32, p.220-236, 1985.
- [22] : L. Clavier, "Analyse du signal électrocardiographique en vue du dépistage de la fibrillation auriculaire" , thèse pour obtenir le grade de Docteur de L'université de Rennes I , 1997.
- [23] : W. V. THAKOR & J. G. Webster & W. J. TOMPKINS , " Optimal QRS detector " , Med. Biol. Eng. Comput., Vol.21, p343-350, 1983 .
- [24] : U. KUNZMANM & G. VON WAGNER & J. SCHOCHLIN & A. BOLTZ , "Parameter extraction of the ECG signal in real - time " , Biomedizinsche Technik , Vol. 47 , Germany , 2002 .
- [25] : C. LI , " Detection of ECG characteristic points using wavelet transform " , IEEE Trans. On Biom. Eng., vol. 42, p.21-28, 1995.



[26] : KOSTAS I. PANOULAS & LEONTIOS J. HADJILEONTIADIS & STAVROS M. PANAS , " Enhancement of R-Wave detection in ECG data analysis using Higher -order statistics " , Department of Electrical and Computer Engineering , Aristotle University of Thessaloniki , Greece .

[27]: SONIA GOUVEIA & ANA PAULA ROCHA & PEDRO LAGO & FALCAO DE FREITAS, " Matlab implementation of system for detection and delineation of QRS-T complexes in 24h -Holter recordings" , Bioeng 2000 ,5th Portuguese Conference on Biomedical Engineering , Coimbra ,2000.

[28] : VALTINO X. AFONSO & W. J. TOMPKINS & TRUONG Q. NGUYEN & SHEN LUO , " ECG Beat Detection Using Filter Banks " ,IEEE Trans. On Biomed. Eng. ,Vol. 46 ,No 2,1999.

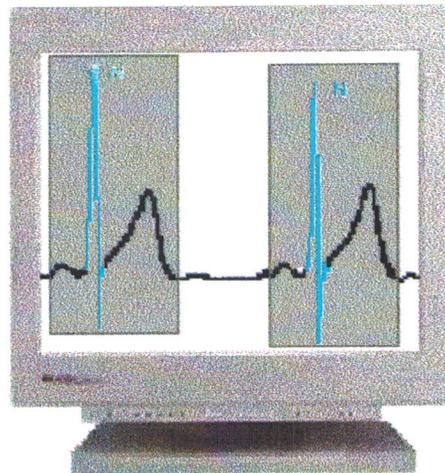
[29]: H. DINH & H.BAH & P. BURTON , " Wavelet for QRS detection " , Proceeding of 23rd Annual EMBS International Conference , p. 1883-1887, Turkey , 2001

[30]: RUTE ALMEIDA & SONIA GOUVEIA & ANA PAULA ROCHA & PEDRO LAGO & FALCAO DE FREITAS, " Wavelet transform based Matlab system for the detection and delineation of QRS complexes in ambulatory ECG recordings " , Biomedical Signal Processing ,Departamento de Matematica Aplicada ,Universidade do Porto, Portugal .

[31]: 3.S. SZILAGYI & L. SZILAGYI , "Wavelet Transform and Neural-Netowrk-Based Adaptive Filtering for QRS Detection", Proceedings of the 22nd Annual EMBS International Conference p.1267-1270, Turkey, 2000.

Chapitre V

Classification Des Arythmies Cardiaques (Classificateur Neuronale)



Préambule : Le diagnostic des arythmies cardiaques est la phase finale de toute analyse des signaux ECG. Dans ce chapitre on va réaliser des classificateurs neuronaux dédiés à la reconnaissance des arythmies cardiaques.



V.1 Introduction :

L'ultime étape dans ce travail est la conception et la réalisation d'un système de classification des signaux d'ECG par un réseau de neurones multicouches. Ce réseau présente une couche d'entrée, une couche de sortie, et une couche cachée.

Ces réseaux présentent deux grands avantages :

- ❖ La puissance d'approximation : en théorie, les réseaux multicouches sont capables d'approximer n'importe quelle fonction de transfert si le nombre de neurones cachés est adéquat (Chapitre III).
- ❖ Apprentissage discriminant : les réseaux multicouches modélisent les surfaces de séparation entre les classes, l'avantage est que l'apprentissage diminue l'erreur de classification en prenant compte la structure « interclasses des données », ce qui n'est pas le cas dans les autres méthodes (statistiques et structurelles).

L'algorithme d'apprentissage utilisé dans notre cas est l'algorithme de rétropropagation de gradient. Le seul problème que présente cet algorithme est la détermination du pas d'apprentissage, si ce pas est trop grand, on aura des oscillations et des augmentations de l'erreur, si le pas est trop petit, l'apprentissage deviendra très lent.

Ces réseaux sont destinés à reconnaître des pathologies cardiaques ventriculaires essentiellement l'ESV.

Les signaux d'ECG à classer sont extraits de la base de données " MIT-BIH" (chapitre I). Ils n'ont été utilisés qu'après un prétraitement qui a été étudié dans le chapitre IV et après une sélection des paramètres qui vont représenter les entrées de nos classificateurs. Ce choix des paramètres est décrit ultérieurement.

V.2 Conception des classificateurs neuronaux

V.2.1. Préparation de données :

L'objectif de cette étape est de recueillir des données, à la fois pour développer le réseau de neurones et pour le tester. Il est nécessaire donc de disposer de deux bases de données : une base pour effectuer l'apprentissage et une autre pour tester le réseau obtenu et évaluer ses performances.

Dans notre cas cette étude se fait sur des signaux réelles prélevés de la base de données MIT-BIH et séparés de leurs annotations.

On a choisi les enregistrements ECG pour 26 patients.

V.2.1.1 Sélection des Paramètres :[1]

Puisque on s'intéresse aux pathologies ventriculaires plus précisément l'Extrasystole ventriculaire (ESV), les paramètres essentiels avec lesquels on reconnaît ces pathologies sont les échantillons représentatifs du complexe QRS à savoir la morphologie du complexe, et le rythme cardiaque.

En plus du complexe QRS, on utilise dix autres paramètres (identifier par RR0...RR9) considérés comme pertinents pour identifier les battements ESV. Ces paramètres ont été proposés par Surethe Palreddy [1] :

a. paramètres morphologiques :

- *Le complexe QRS* : puisque la détection a été faite automatiquement (chapitre IV) et puisque la largeur du complexe QRS change d'un battement à un autre (Battement normal ou pathologique) ; on a décidé de préparer un vecteur QRS de la même taille (98 qui représente la taille maximal d'un complexe QRS).



Une taille du vecteur QRS égale à 98 Echantillons signifie quand a besoin de 98 neurones d'entrées du classificateur, ceci représente un nombre élevé de neurones rendant le réseau très compliqué à manipuler, d'où la nécessité d'une réduction des données.

On a appliqué comme méthode de réduction des données la méthode d'analyse à composante principale 'ACP' selon l'algorithme proposé dans le chapitre III, pour avoir deux vecteurs compressés le premier (*qrsa*) de taille égale à 30 échantillons et le 2^{ème} (*qrsb*) de taille égale à 13 échantillons (13 c'est la largeur minimal d'un complexe QRS détecté) [2].

- *RR0*: La corrélation entre le complexe QRS actuel et le précédent (équation V.1).
- *RR1* : La corrélation entre le complexe QRS actuel et suivant (équation V.1).

$$RR_{xx} = \frac{\sum_{n=1}^N (x(n) - \bar{x})}{\sqrt{\sum_{n=1}^N (x(n) - \bar{x})^2 \times \sum_{n=1}^N (y(n) - \bar{y})^2}} \quad (V.1)$$

Les deux paramètres *RR0* et *RR1* permet de mesurer la similitude entre deux complexes QRS successifs. Avec :

x(n) et *y(n)* : représentent des battements cardiaques (complexes QRS)

\bar{x} et \bar{y} : représentent la moyenne du *x(n)* et *y(n)*.

N : Taille du complexe QRS.

- *RR2, RR3, RR4* : Ces valeurs sont générées à partir du complexe QRS normalisé par l'expression V.2, ; et un seuillage respectif de 0.2, 0.5 et 0.8 [1]

$$T(n) = (x(n) - \min) / (\max - \min) \quad (V.2)$$

Il faut noter que ses trois paramètres (*RR2, RR3, RR4*) représentent des indicateurs importants pour distinguer des battements ESV, car le complexe QRS d'un battement ESV est plus large que celui d'un battement normal.

b. paramètres Temporels :

Les paramètres pertinentes proposé par Surethe Palreddy, qui décrivent le contenu rythmique du signal ECG sont cités ci dessous :

RR5 : La largeur (durée) RR entre le précédant battement et l'avant précédant.

RR6 : La largeur RR entre le précédant battement et l'actuel battement.

RR7 : Le cycle cardiaque.

RR8=RR0/RR1 (paramètre indication des séquences cardiaques anormales).

RR9 : La largeur du QRS.



V.2.2 Conception des classificateurs à trois classes :

V.2.2.1 Mise en forme des entrées des réseaux de neurones :

Le tableau suivant représente les architectures et les entrées des réseaux de neurones.

	Paramètres sélectionnés	Neurones d'entrée	Neurones cachés	Neurones de sortie
Classificateur 1	<i>RR0, RR1, RR2, RR3, RR4, RR5, RR6, RR7, RR8, RR9</i>	10	3	3
Classificateur 2	<i>RR5, RR6, RR7, RR8, qrsb</i>	17	4	3
Classificateur 3	<i>RR5, RR6, RR7, RR8, qrsa</i>	34	10	3

Tableau V.1 : architectures des trois classificateurs

V.2.2.2 Mise en forme des sorties désirées des réseaux de neurones :

On a préparé un vecteur de sortie qui regroupe les annotations correspondant au vecteur d'entrées, afin d'assurer la phase d'apprentissage. Comme on peut le constater sur tableau V.1 on a 3 sorties qui correspondent à 3 classes (Battement normal (N), Battement ESV (ESV), Battement autre que normal ou ESV (B.A)).

ENREGISTREMENTS	N T B	N	ESV	B.A
100	2272	2239	0	33
101	1865	1860	0	5
105	2772	2526	41	205
106	2027	1507	520	0
108	1763	1740	16	7
114	1879	1820	43	16
116	2412	2302	109	1
117	1535	1534	0	1
119	1987	1543	444	0
121	1863	1861	1	1
123	1518	1515	3	0
200	2601	1743	826	32
201	1962	1625	198	139
202	2137	2061	19	57
203	2980	2529	444	7
205	2657	2571	71	15
208	2955	1586	992	377
209	3004	2621	382	1
215	3363	3196	164	3
221	2427	2031	396	0
222	2483	2062	0	421
223	2705	2029	473	203
228	2053	1688	362	3
230	2256	2255	1	0
233	3079	2230	831	18
234	2753	2700	3	50
Total	61308	53374	6339	1595

Tableau V.2 : La description des enregistrements utilisées



Avec :

NTB : Nombre total des battements.

N : Nombre de battements "normaux".

ESV : Nombre de battements "ESV".

B.A : Nombre de battement autre que normal ou ESV.

V.2.2.3 Apprentissage du réseau de neurones :

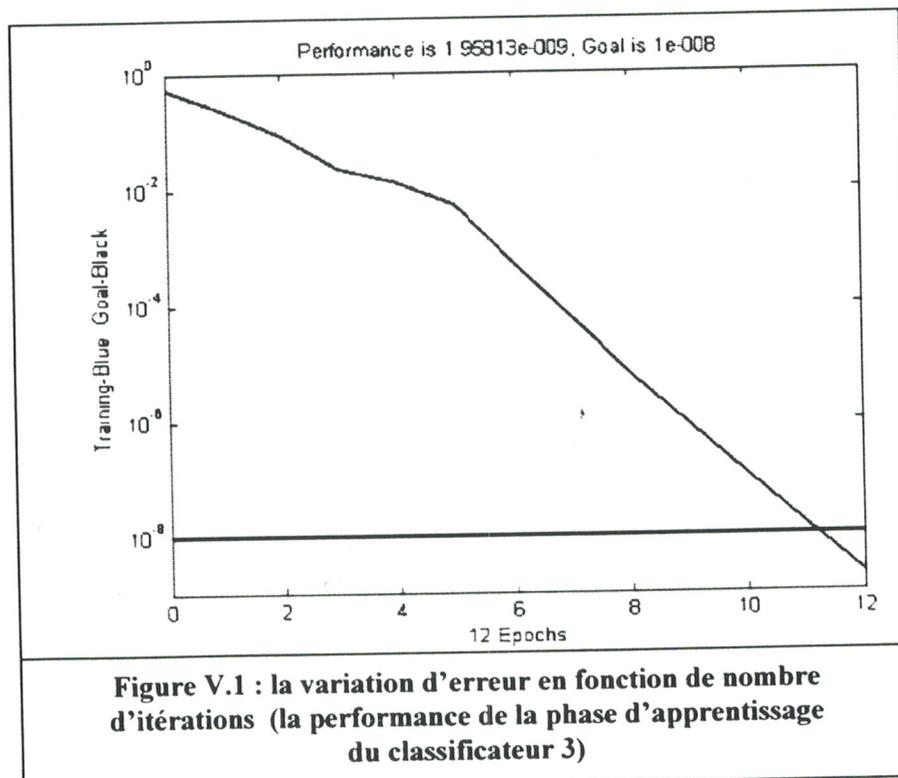
Il s'agit de réaliser la mise en correspondance du vecteur d'entrée avec le vecteur de sortie. Etant donné que l'on dispose de la sortie désirée, l'apprentissage est supervisé. A priori, la fonction de mise en correspondance est complexe (non linéaire) ce qui impose le choix d'un réseau multicouche (RMC) (chapitre III). L'algorithme d'apprentissage le plus performant aujourd'hui sur cette structure est la rétropropagation de gradient.

Le tableau ci dessous représente la performance de la phase d'apprentissage pour les trois classificateurs :

CLASSIFICATEUR	NOMBRE D'ITERATION	ERREUR OBTENUE	TPA
CLASSIFICATEUR 1	10	$2.54.10^{-9}$	20.29
CLASSIFICATEUR 2	11	$2.54.10^{-9}$	22.60
CLASSIFICATEUR 3	12	$1.96.10^{-9}$	46.62

Tableau V.3 : la performance de la phase d'apprentissage

- Avec TPA : c'est le temps d'apprentissage écoulé déduit selon la performance du micro-ordinateur utilisé (Pentium III Processor, RAM : 63 Mo / Vitesse : 1GHz)
La figure ci dessous représente la variation d'erreur en fonction de nombre d'itérations





Ce qu'on peut remarquer d'après le tableau V.3 , c'est que la meilleur performance d'apprentissage à été obtenu par le biais du classificateur 1

📌 **Notes :**

- On a réalisé cette étude avec Le logiciel MATLAB 6.5 - 2002.
- Pour améliorer les résultats, on a fait une normalisation des données d'entrée afin de les ramener entre zéro et un. Sachant qu'il existe déjà une fonction de normalisation implémentée sous MATLAB c'est : PREMNMX.
- On a utilisé comme fonction d'activation des neurones de la couche cachée et la couche de sortie la fonction " tansig " et comme fonction d'entraînement la fonction "trainlm".
- Les valeurs initiales des poids sont affectées aléatoirement par une fonction RANDOM implémentée sous MATLAB.
- Dans notre application nous avons utilisé des fonctions de transferts qui sont implémentées avec leurs dérivées dans le logiciel MATLAB, ainsi que les fonctions d'entraînement, elles sont déjà implémentées dans MATLAB.
- On a effectué l'apprentissage par l'enregistrement "106 " , car il contient seulement des battements normaux et des battements ESV en nombre importants.
- On choisie une seul couche cachée pour tous les réseaux.
- Le pas d'apprentissage et le biais sont fixés par le logiciel.
- Notons que tous les programmes d'apprentissage vont s'arrêter sous l'une de ces conditions :

1. L'erreur soit inférieur à 10^{-8} .
2. Nombre d'itération maximum : 3000 (epochs)

V.2.2.3 La phase de test (validation) : [3]

Une fois que le réseau de neurones est entraîné (après apprentissage), il est nécessaire de le tester sur une base de données différente de celle utilisée pour l'apprentissage. Ce test permet d'apprécier les performances du système neuronal.

Pour évaluer nos classificateurs nous avons utilisé des paramètres d'évaluation universellement connu : le taux de reconnaissance (TR) avec trois lois statistiques se basant sur la reconnaissance des catégories mutuellement exclusive de TP (true positive), FP(false positive), TN (true negative), FN(false negative).

Ces lois sont :

La sensibilité "SE": c'est la fraction de cas réel visé correctement reconnu sur tous les cas réels visés.

$$SE = 100 \times TP / (TP + FN) \quad (V.3)$$

La spécificité : la fraction de cas réel non visé correctement rejeté.

$$SP = 100 \times TN / (TN + FP) \quad (V.4)$$

La classification correcte : $CC = 100 \times (TP + TN) / (TN + TP + FN + FP)$ (V.5)

Avec TR : est la somme des TP pour chaque cas visé.

Puisqu'on s'intéresse aux battements ESV et normaux on a choisi de viser chaque cas à part et lui appliquer ces lois statistiques :



a. L 'évaluation des classificateurs se basant sur le cas ESV :

Avant de présenter les résultats obtenus ,il est utile de donner quelques définitions :

TP1 : Nombre de battements réellement ESV correctement reconnu.

TN1 : Nombre de battements réellement non- ESV correctement reconnu.

FP1 : Nombre de battements réellement non- ESV reconnu comme ESV.

FN1 : Nombre de battements réellement ESV reconnu comme non- ESV.

$$SE1 = 100 \times TP1 / (TP1 + FN1) \quad (V.6)$$

$$SP1 = 100 \times TN1 / (TN1 + FP1) \quad (V.7)$$

$$CC1 = 100 \times (TP1 + TN1) / (TN1 + TP1 + FN1 + FP1) \quad (V.8)$$

☞ les résultats obtenus sont représentés dans les tableaux V.4., V.5, V.6 pour respectivement les trois classificateurs 1, 2 et 3.

b. L 'évaluation des classificateurs se basant sur le cas normal :

Avant de présenter les résultats obtenus il est utile de donner quelques définitions :

TP2 : Nombre de battements réellement normal correctement reconnu.

TN2 : Nombre de battements réellement pathologique correctement reconnu (comme cas pathologique).

FP2: Nombre de battements réellement pathologique reconnu comme normal.

FN2 : Nombre de battements réellement normal reconnu comme pathologique.

$$SE2 = 100 \times TP2 / (TP2 + FN2) \quad (V.9)$$

$$SP2 = 100 \times TN2 / (TN2 + FP2) \quad (V.10)$$

$$CC2 = 100 \times (TP2 + TN2) / (TN1 + TP2 + FN2 + FP2) \quad (V.11)$$

☞ les résultats obtenus sont résumés dans les tableaux V.4, V.5, V.6 pour respectivement les trois classificateurs 1, 2 et 3.

Avec :

$$SE = (SE1 + SE2) / 2 \quad (V.12)$$

$$SP = (SP1 + SP2) / 2 \quad (V.13)$$

$$CC = (CC1 + CC2) / 2 \quad (V.14)$$

$$TR = (TP1 + TP2 + TP3) / 3 \quad (V.15)$$

TP3 : Nombre de battements réellement B.A correctement reconnu.

TT : C'est le temps de test déduit selon la performance du micro-ordinateur utilisé (Pentium III Processor, RAM : 63 Mo / Vitesse : 1GHz)



CLASSIFICATEUR 1											
ENREGISTREMENTS	TR %	SE1 %	SP1 %	CC1 %	SE2 %	SP2 %	CC2 %	SE %	SP %	CC %	TT
100	98,5	100	98,5	98,5	99,9	100	99,9	99,95	99,25	99,2	0,25
101	93,9	NAN	94	94	94,2	80	94,2	94,2	87	94,1	0,16
105	97,5	100	97,6	97,6	97,6	91,3	97,5	98,8	94,45	97,55	0,32
108	76,86	100	76,76	76,97	76,95	91,3	77,14	88,48	84,03	77,06	0,3
114	48,48	90,7	47,5	48,48	47,9	93,22	49,34	69,3	93,22	48,91	0,21
116	98,3	98,16	98,3	98,3	98,35	98,2	98,34	98,26	98,25	98,32	0,33
117	97,5	NAN	97,5	97,5	97,5	100	97,5	97,5	98,75	97,5	0,25
119	99,95	100	99,93	99,95	99,94	100	99,95	99,97	99,97	99,95	0,47
121	90,23	100	90,22	90,23	90,27	100	90,28	95,14	95,11	90,26	0,14
123	99,8	100	99,81	99,8	99,8	100	99,8	99,9	99,91	99,8	0,24
200	97,5	97,33	98,82	98,34	99,4	94,87	97,89	98,37	96,85	98,12	0,25
201	83,24	86,86	83,68	84	89,67	87,87	89,61	88,27	85,76	86,81	0,33
202	87,64	68,4	87,9	87,8	90,2	88	90,2	79,3	87,95	89	0,25
203	70,6	99,55	65,5	70,6	65,68	99,33	70,77	82,62	82,42	70,69	0,31
205	99,5	100	99,88	99,88	100	87,1	99,6	100	93,49	99,74	0,22
208	86,02	99,2	94,96	96,4	98,23	77,1	88,3	98,72	86,03	92,35	0,33
209	87,12	100	88,1	88,1	99,81	92,4	98,9	99,91	90,25	93,5	0,3
215	96,34	99,4	96,2	96,4	96,3	99,4	96,4	97,85	97,8	96,4	0,3
221	98,3	98,99	98,2	98,3	98,3	98,99	98,3	98,65	98,60	98,3	0,22
222	66,4	NAN	76,1	76,1	79,9	42,52	73,58	79,9	59,31	74,84	0,26
223	92,63	83,1	96,4	93,97	99,55	80,01	95,3	91,33	88,21	94,64	0,27
228	96,8	100	96,1	96,8	96,3	100	96,9	98,15	98,05	96,85	0,24
230	70,3	100	70,3	70,3	70,3	100	70,3	85,15	85,15	70,3	0,25
233	95,9	87,5	99,5	96,3	99,8	86,45	96,13	93,65	92,98	96,22	0,4
234	97,3	100	97,7	97,7	99,1	86,45	98,2	99,55	92,08	97,95	0,25
Total	90	95,87	91,75	90,10	91,40	90,98	90,57	93,64	91,37	90,34	0,27

Tableau V.4 : Les critères de performance du classificateur 1



CLASSIFICATEUR 2											
ENREGISTREMENTS	TR %	SE1 %	SP1 %	CC1 %	SE2 %	SP2 %	CC2 %	SE %	SP %	CC %	TT
100	62,94	100	62,90	62,90	63,80	100	64,40	81,90	81,45	63,65	0,28
101	53,10	NAN	53,20	53,20	53,20	60,00	53,20	53,20	56,60	53,20	0,17
105	52,17	100	51,44	52,00	51,50	97,80	52,33	75,75	74,62	52,17	0,38
108	96,54	100	96,70	96,70	96,90	86,96	96,80	98,45	91,83	96,75	0,32
114	94,20	97,60	94,20	94,30	94,90	93,20	94,80	96,25	93,7	94,55	0,22
116	99,79	99,10	99,83	99,80	99,90	99,10	99,84	99,5	99,47	99,82	0,36
117	99,61	NAN	99,61	99,61	99,67	100	99,67	99,67	99,81	99,64	0,28
119	99,90	100	99,87	99,90	99,90	100	99,90	99,95	99,94	99,90	0,5
121	85,20	100	85,20	85,20	85,20	100	85,30	92,60	92,60	85,25	0,16
123	98,68	100	98,70	98,70	98,70	100	98,70	99,35	99,35	98,70	0,28
200	92,30	95,64	90,87	92,38	92,37	95,45	93,39	94,01	93,16	92,89	0,29
201	47,12	100	41,80	47,68	44,74	96,74	53,30	72,37	69,27	50,49	0,36
202	65,54	68,42	65,60	65,64	67,30	89,34	68,10	67,86	77,47	66,87	0,27
203	34,50	99,30	23,23	34,56	23,21	98,89	34,67	61,26	61,06	34,62	0,35
205	45,44	77,46	44,60	45,48	44,80	80,00	45,94	61,13	62,3	45,71	0,24
208	33,64	100	00,15	33,67	00,13	99,93	46,36	50,07	50,04	40,10	0,33
209	82,52	0	82,82	82,79	94,58	97,65	94,97	47,29	90,24	88,88	0,31
215	09,93	99,39	05,37	09,96	5,35	98,80	09,99	52,37	52,09	09,98	0,36
221	43,84	99,24	33,04	43,84	33,04	99,24	43,84	66,14	66,14	43,84	0,24
222	60,61	NAN	69,40	69,40	72,98	47,98	68,75	72,98	58,69	69,08	0,3
223	61,34	84,14	57,04	61,96	59,14	84,20	64,68	71,64	70,62	63,32	0,28
228	79,00	99,20	74,69	79,00	74,80	99,18	79,15	87,00	86,94	80,00	0,26
230	42,11	100	42,08	42,20	42,08	100	42,10	71,04	71,04	42,15	0,25
233	95,10	90,10	97,42	95,42	97,71	88,93	95,29	93,91	93,18	95,36	0,41
234	10,75	100	10,70	10,78	10,85	98,11	12,53	55,43	54,41	11,66	0,28
Total	65,84	91,35	63,30	63,30	64,30	92,50	67,92	77,83	77,84	65,61	0,3

Tableau V.5 : Les critères de performance du classificateur 2



CLASSIFICATEUR 3											
ENREGISTREMENTS	TR %	SE1 %	SP1 %	CC1 %	SE2 %	SP2 %	CC2 %	SE %	SP %	CC %	TT
100	85.34	100	85.30	85.30	86.60	100	86.80	93.30	92.65	86.05	1,00
101	33,5	NAN	33.60	33,6	33.60	80,00	33,70	33,60	56,80	33,65	1,10
105	90.61	100	90.50	90.70	90.67	95.70	90.74	95.34	93.10	90.72	1,60
108	79.12	100	79.10	79.23	79.20	91.30	79.40	89.6	85.20	79.32	1,03
114	85.80	88.40	85.95	86.00	86.50	84.70	86.43	87.45	85.33	86.22	1,02
116	99.42	99.10	99.44	99.41	99.50	99.10	99.50	99.30	99.27	99.46	1,08
117	99.11	NAN	99.10	99.10	99.10	100	99.10	99.10	99.55	99.10	1,14
119	100	100	100	100	100	100	100	100	100	100	1,00
121	70.70	100	70.70	70.70	70.70	100	70.70	85.35	85.35	70.70	1,05
123	98.20	100	98.20	98.22	98.21	100	98.22	99.11	99.10	98.22	1,03
200	97.77	98.80	98.31	98.50	99.10	96.74	98.31	98.95	97.53	98.41	1,09
201	82.90	100	81.76	83.60	88.00	96.15	89.40	94.00	88.96	86.50	1,11
202	58.60	100	58.30	58.66	59.80	98.67	61.19	79.90	79.00	59.93	0,97
203	60.87	99.60	54.14	60.90	54.25	99.33	61.10	76.93	76.74	61.00	1,03
205	99.10	95.80	99.60	99.50	99.70	83.60	99.20	97.75	91.60	99.35	1,12
208	49.90	99.40	24.96	49.95	30.70	99.34	62.50	65.05	62.15	56.23	1,09
209	75.30	100	75.50	75.50	86.30	98.70	87.90	93.15	87.10	81.70	1,09
215	09.80	99.40	05.20	09.80	05.20	99.00	09.80	52.30	52.10	09.80	1,04
221	69.22	95.70	64.10	69.20	64.10	95.71	69.22	79.90	79.91	69.21	1,03
222	63.63	NAN	72.73	72.73	76.60	46.30	71.50	76.60	59.52	72.12	1,30
223	78.50	84.10	78.30	79.40	81.20	83.00	81.60	82.65	80.65	80.50	1,05
228	43.20	99.73	31.10	43.20	31.20	99.70	34.40	65.47	65.40	38.80	1,10
230	34.20	100	34.14	34.20	34.20	100	34.20	67.10	67.07	34.20	1,10
233	97.89	98.7	98.70	97.82	98.40	98.12	98.31	98.55	98.41	98.07	1,08
234	65.30	100	100	65.40	66.44	92.45	66.94	83.22	96.23	66.17	1,02
Total	73,12	98,12	72,75	73,63	72,77	93,51	74,81	84,64	83,13	74,22	1,09

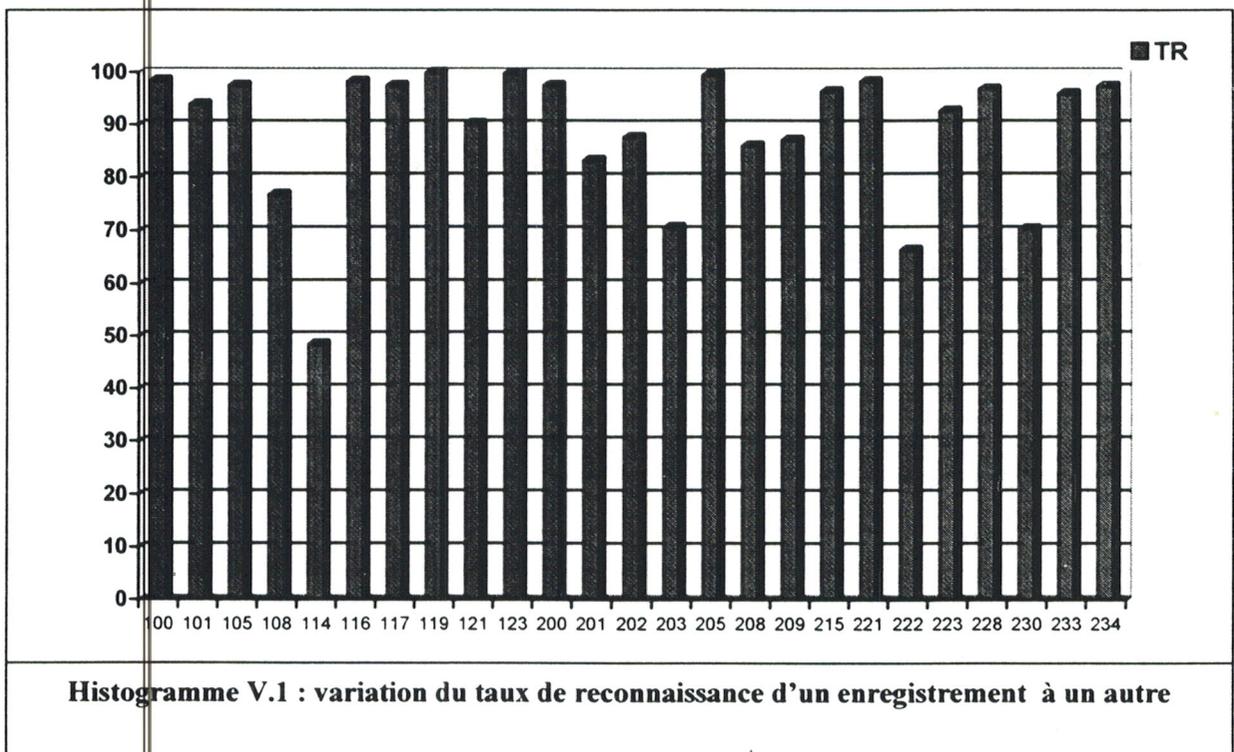
Tableau V.6 : Les critères de performance du classificateur 3



☞ Avec NAN : signifié que l'enregistrement testé ne contient pas des battements de la classe visé.

V.2.2.4 Interprétation des résultats :

Si on compare les résultats de test du classificateur 1, on remarque que le taux de reconnaissance est parfait pour quelques enregistrements (119 :TR=99,5 ; 205 :TR=99,5) et mauvais pour autre (114 :TR=48,48 ; 222 :TR=66,4), cela est due à la mauvaise classification des cas pathologies autre que ESV, par exemple le cas de l'enregistrement 222 (SE1=N ; SP1=76,1 ; CC1=76,1 ; SE2=79,9 ; SP2=42,52 ; CC2=73,58) ; cet enregistrement contient des battements extrasystole supraventriculaire (ESJ) qui se caractérise par un complexe QRS fin et identique au celui du battement normal ce qui explique aussi le taux inférieur de la sensibilité des battements normaux de cet enregistrement. La même conclusion peut être faite pour l'enregistrement 114 (SE1=90,7 ; SP1=47,5 ; CC1=48,48 ; SE2=47,9 ; SP2=93,22 ; CC2=49,34), mais dans ce dernier au lieu de l'ESJ on a l'extrasystole auriculaire qui a un complexe QRS normal. La cause principale d'un tel résultat, sont les paramètres sélectionnés comme entrées du classificateur qui sont destinés surtout à la reconnaissance des battements ESV (voir le tableau V.4 et histogramme V.1).

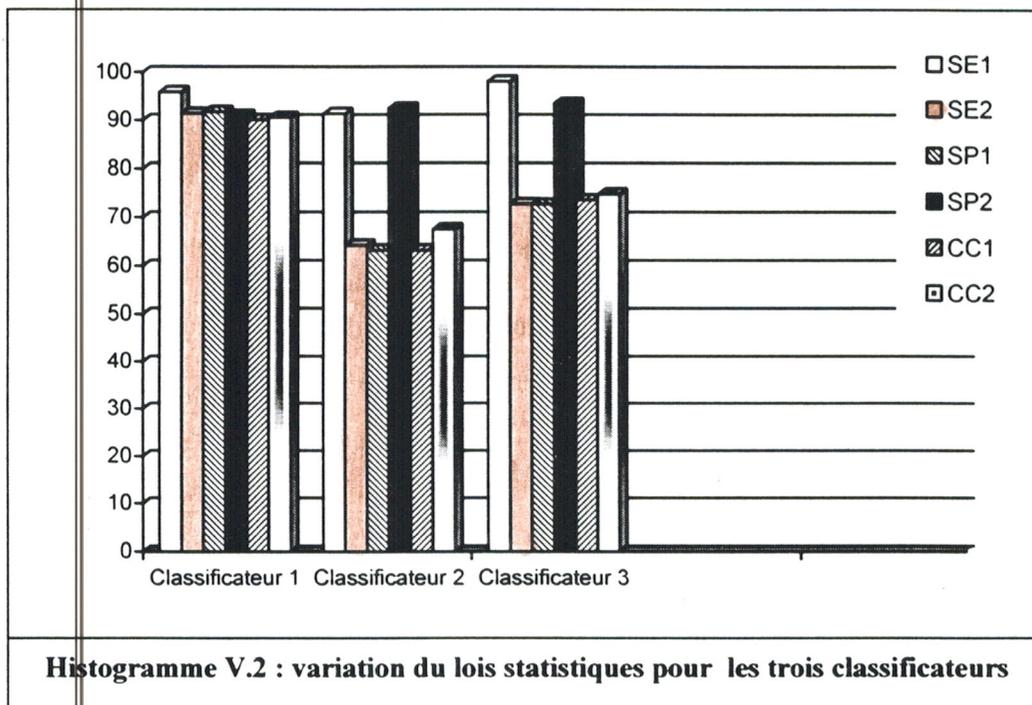


Histogramme V.1 : variation du taux de reconnaissance d'un enregistrement à un autre

La comparaison des critères de performance des trois classificateurs (1, 2, et 3) montre que le classificateur 1 (TR=90; SE1=95,87 ; SP1=91,75 ; CC1=90,10 ; SE2=91,40 ; SP2=90,98 ; CC2=90,57 ; SE=93,64 ; SP=91,37 ; CC=90,34 ; TT=0,27) a donné les meilleurs résultats par rapport aux deux autres. Cela est due à utilisation d'un complexe QRS compressé comme vecteur d'entrée pour les classificateurs 2 et 3 (classificateurs 2 :TR=65,84; SE1=91,35 ; SP1=63,30 ; CC1=63,30 ; SE2=64,30 ; SP2=92,50 ; CC2=67,92 ; SE=77,83 ; SP=77,84 ; CC=65,61 ; TT=0,3 -- classificateurs 3 : TR=73,12; SE1=98,12 ; SP1=72,75 ; CC1=73,63 ; SE2=72,77 ; SP2=93,51 ;

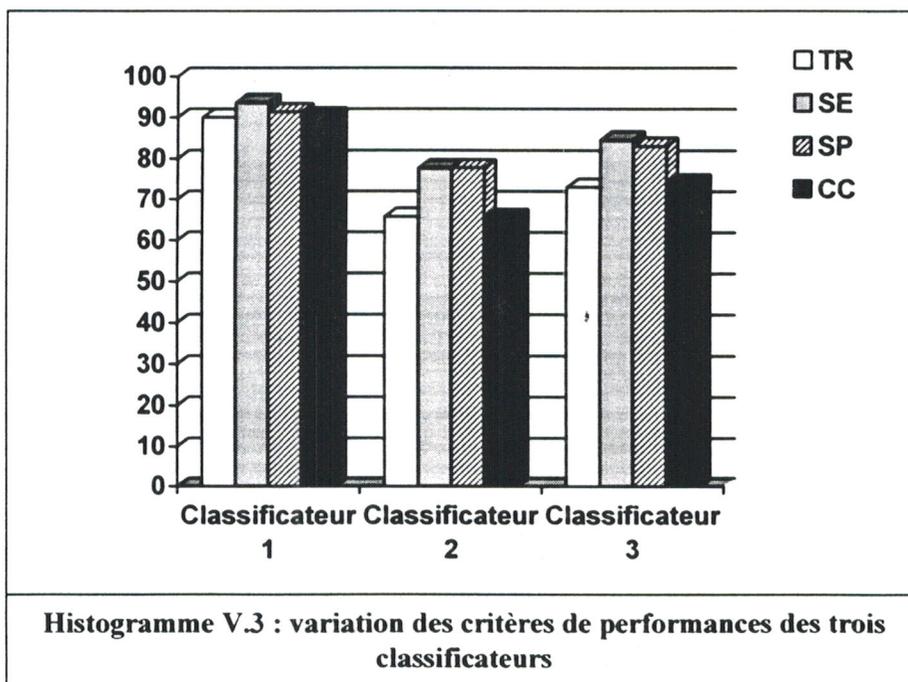


CC2=74,81 ; SE=84,64 ; SP=83,13 ; CC=74,22 ; TT=1,09), la même explication est valable si on compare le classificateur 2 avec le classificateur 3 , car le complexe QRS du classificateur 2 a été sévèrement compressé (d'une taille de 98 échantillons à 13 échantillons) ; par rapport au classificateur 3 qui utilise un complexe QRS compressé de 30 échantillons .(Histogramme V.2)



Histogramme V.2 : variation des lois statistiques pour les trois classificateurs

Finalement on constate globalement (car la sensibilité pour la détection des battements ESV pour le classificateur 3 est élevée par rapport à celle du classificateur 1) que le classificateur 1 a donné les meilleurs résultats de classification avec une architecture optimale et un temps de test minimal. . (Histogramme V.3)



Histogramme V.3 : variation des critères de performances des trois classificateurs



V.2.3 Conception des classificateurs a quatre classes :

Dans cette section on va ajouté un autre type de signaux ECG à classés à savoir les Battement de fusion (FV) (voir chapitre I).

Le choix du FV est basé sur les critères suivants :

- C'est une arythmie ventriculaire.
- Les battements FV se trouvent en quantité satisfaisante dans la base de données MIT-BIH.
- Elle peut être caractérisé par les mêmes vecteurs d'entrées déjà utilisées pour la détection des battements ESV.

V.2.3.1 Mise en forme des entrées des réseaux de neurones :

Le tableau suivant représente les architectures et les entrées des réseaux de neurones.

	Paramètres sélectionnés	Neurones d'entrée	Neurones cachés	Neurones de sortie
Classificateur 4	<i>RR0,RR1,RR2,RR3,RR4,RR5,RR6,RR7,RR8,RR9</i>	10	4	4
Classificateur 5	<i>RR5, RR6, RR7, RR8, qrsb</i>	17	4	4
Classificateur 6	<i>RR5,RR6,RR7,RR8,qrsa</i>	34	13	4

Tableau V.7 : architectures des trois classificateurs

V.2.3.2 Mise en forme des sorties désirées des réseaux de neurones :

Les classificateurs 5, 6 et 7 sont destinées à la reconnaissance de quatre types de battements cardiaques qui sont :

- Battements normaux,
- Battements ESV,
- Battements de fusion (FV),
- Battements autres que N , ESV ou FV .



ENREGISTREMENTS	NTB	N	ESV	F	B.A
100	2272	2239	0	0	33
101	1865	1860	0	0	5
106	2027	1507	520	0	0
108	1763	1740	16	2	5
114	1879	1820	43	4	12
117	1535	1534	0	0	1
121	1863	1861	1	0	1
123	1518	1515	3	0	0
200	2601	1743	826	2	30
205	2657	2571	71	11	4
208	2955	1586	992	373	4
209	3004	2621	382	0	1
213	3251	2641	220	362	28
215	3363	3196	164	1	2
223	2705	2029	473	14	189
233	3079	2230	831	11	7
Total	38337	32693	4542	740	362

Tableau V.8 : La description des enregistrements utilisées

Avec :

NTB : Nombre total des battements.

N : nombre de battements "normaux".

ESV : nombre de battements "ESV".

F : nombre de battements "FV".

B.A : Nombre de battement autre que normal, ESV ou FV.

V.2.3.3 Apprentissage du réseau de neurones :

Le tableau si dessous représente la performance de la phase d'apprentissage pour les trois classificateurs :

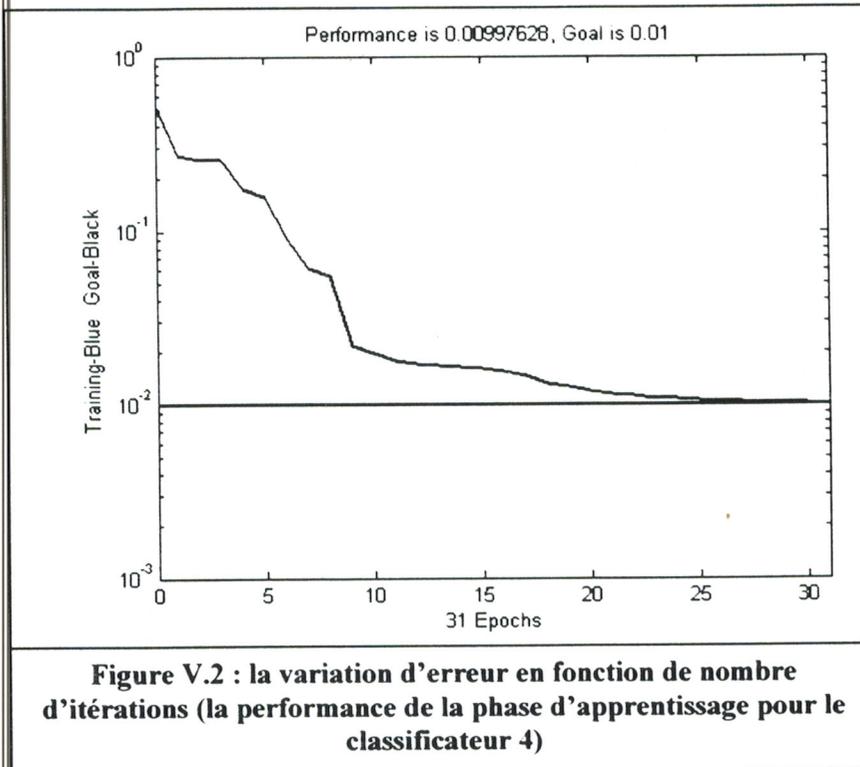
CLASSIFICATEUR	NOMBRE D'ITERATION	ERREUR OBTENUE	TPA
CLASSIFICATEUR 4	31	$2.4.10^{-2}$	35.99
CLASSIFICATEUR 5	77	$9.4.10^{-2}$	66.99
CLASSIFICATEUR 6	100	$9.99.10^{-2}$	113.49

Tableau V.9 : Performance de l'apprentissage

- Avec TPA : c'est le temps d'apprentissage écoulé déduit selon la performance du micro-ordinateur utilisé (Pentium III Processor, RAM : 63 Mo / Vitesse : 1GHz)



La figure ci-dessous représente la variation d'erreur en fonction de nombre d'itérations



Ce qu'on peut remarquer du tableau V.9, c'est que le classificateur 4, a produit les meilleurs performances d'apprentissage par rapport aux classificateurs 5 et 6, de même, il présente le même vecteur d'entrée que le classificateur 1 qui a présenté les meilleurs résultats. Alors pour cette phase de test on évaluera uniquement ce classificateur.

Notes :

- On va respecter les mêmes notes déjà cités sauf que pour ces classificateurs on va utiliser l'enregistrement "213" pour l'apprentissage car il contient un nombre important de cas pathologiques ESV et FV ; et on va changer les conditions d'arrêt de l'apprentissage qui sont :
 1. L'erreur soit inférieure à 10^{-2} .
 2. Nombre d'itération maximum : 100 (epochs)

V.2.3.3 La phase de test (validation) :

On va tester la performance du classificateur 4 seulement car c'est lui qui a donné les meilleurs résultats d'apprentissage avec une architecture minimale. On va garder les mêmes critères d'évaluation déjà cités à savoir : le taux de reconnaissance (TR), la sensibilité (SE), la spécificité (SP), le taux de classification correcte (CC), et le temps de test.

a. L'évaluation des classificateurs se basant sur le cas *ESV* : (voir la partie "a" de la section V.2.2.3)

b. L'évaluation des classificateurs se basant sur le cas "*N*" : (voir la partie "b" de la section V.2.2.3)



c. L'évaluation des classificateurs se basant sur le cas "F" :

Avant de présenter les résultats obtenus il est utile de donner quelques définitions :

TP3 : Nombre de battements réellement FV correctement reconnu.

TN3 : Nombre de battements réellement non- FV correctement reconnu.

FP3 : Nombre de battements réellement non- FV reconnu comme FV.

FN3 : Nombre de battements réellement FV reconnu comme non- FV.

$$SE3 = 100 \times TP3 / (TP3 + FN3) \quad (V.16)$$

$$SP3 = 100 \times TN3 / (TN3 + FP3) \quad (V.17)$$

$$CC3 = 100 \times (TP3 + TN3) / (TN3 + TP3 + FN3 + FP3) \quad (V.18)$$

$$SE = (SE1 + SE2 + SE3) / 3 \quad (V.19)$$

$$SP = (SP1 + SP2 + SP3) / 3 \quad (V.20)$$

$$CC = (CC1 + CC2 + CC3) / 3 \quad (V.21)$$

$$TR = (TP1 + TP2 + TP3 + TP4) / 4 \quad (V.22)$$

TP4 : Nombre de battements réellement B.A correctement reconnu.

❧ les résultats obtenus sont représentés dans les tableaux suivants (V.10, V.11) :

CLASSIFICATEUR 4											
ENREGISTREMENTS	TR %	SE1 %	SP1 %	CC1 %	SE2 %	SP2 %	CC2 %	SE3 %	SP3 %	CC3 %	TT
100	58,40	100	99,80	99,80	58,80	97,10	59,10	NAN	59,20	59,20	1,06
101	98,80	NAN	99,50	99,52	98,98	80,00	98,93	NAN	99,30	99,30	1,13
108	20,00	25,00	97,40	96,80	17,00	95,70	18,00	100	43,60	43,70	0,9
114	42,20	06,98	90,14	88,30	43,13	93,22	44,70	100	53,80	54,01	0,95
117	82,60	NAN	100	100	82,70	100	82,70	NAN	82,60	82,60	0,93
121	84,86	100	95,97	95,97	84,84	100	84,86	NAN	88,89	88,89	0,97
123	97,69	100	100	100	97,70	100	97,80	NAN	99,21	99,21	0,89
200	90,10	77,36	99,94	92,77	97,60	93,70	96,40	50	94,90	94,90	0,99
205	98,23	64,8	100	99,10	99,70	84,70	99,17	91	98,82	98,50	0,98
208	46,20	67,50	100	68,70	76,40	89,60	82,54	22,80	57,90	54,00	1,05
209	83,32	100	99,03	99,03	95,34	72,84	92,50	NAN	87,80	87,80	0,95
215	91,80	59	100	95,20	96,46	100	96,64	100	98,72	98,72	1,01
223	43,30	41,01	99,80	84,30	51,60	78,10	57,50	35,70	51,60	52,00	0,93
233	59,66	32,40	100	81,70	70,00	92,70	76,30	36,40	68,20	68,00	0,99
Total	71,23	64,00	98,70	92,94	76,47	91,30	77,66	67,00	77,50	77,20	0,98

Tableau V.10 : Les critères de performance du classificateur 4



CLASSIFICATEUR 4			
ENREGISTREMENTS	SE	SP	CC
100	79,40	85,40	72,7
101	98,98	92,94	99,25
108	47,34	78,90	52,83
114	50,04	79,06	62,34
117	82,70	94,2	88,43
121	92,42	94,94	89,91
123	98,85	99,74	99,01
200	75,00	96,18	94,69
205	85,20	94,51	98,92
208	55,60	82,5	68,41
209	97,70	86,56	93,11
215	85,16	99,57	96,85
223	42,77	76,50	64,6
233	46,30	86,97	75,33
Total	74,11	89,17	82,6

Tableau V.11: Les lois statistiques du classificateur 4

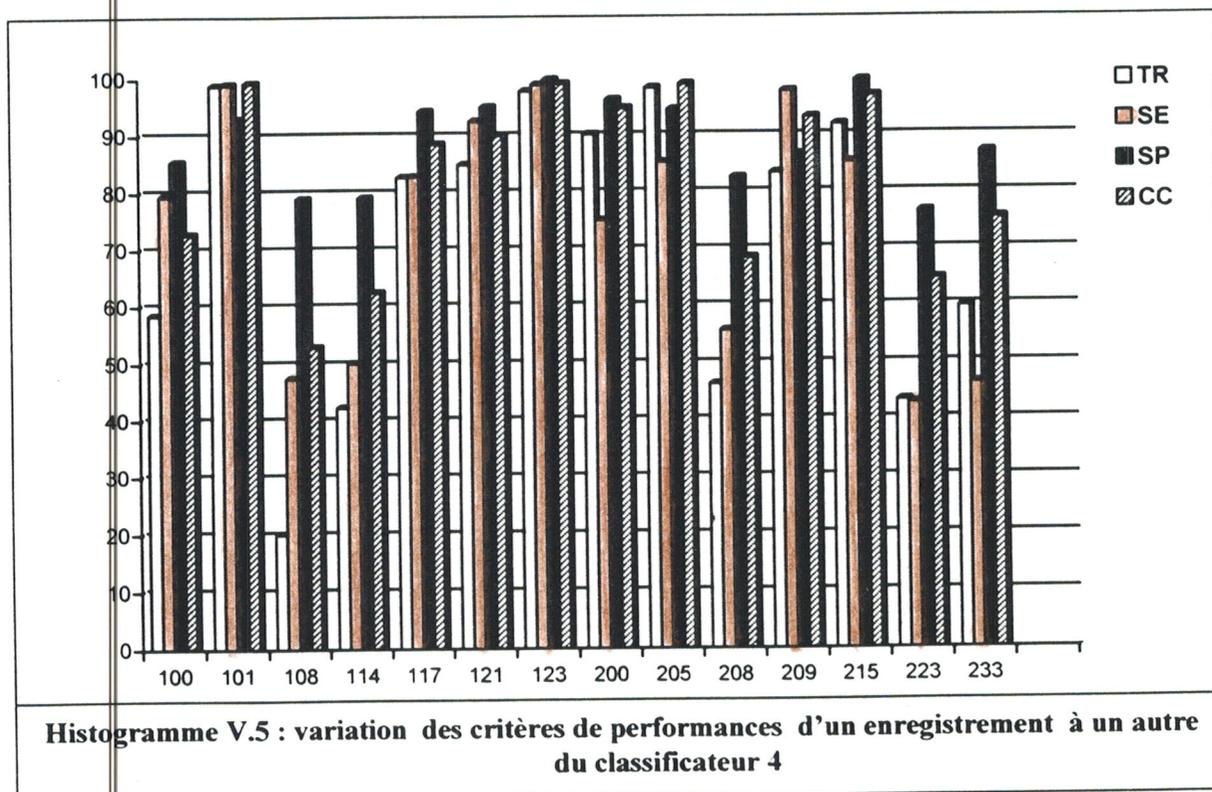
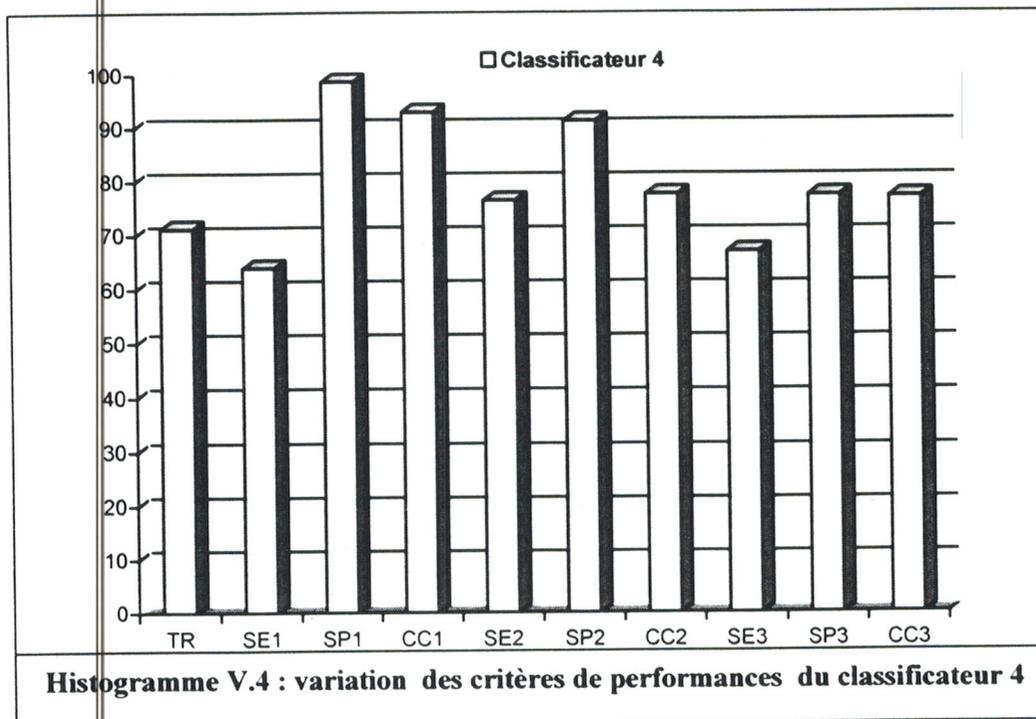
V.2.3.4 Interprétation des résultats :

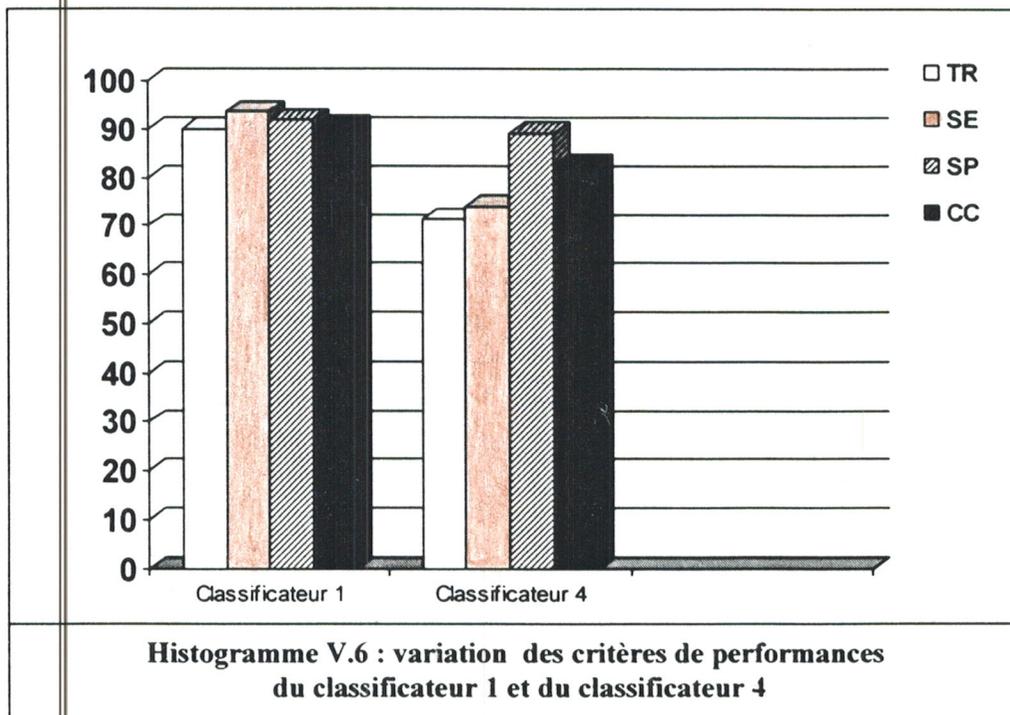
On remarque que :

- Les enregistrements qui ont donné les meilleurs taux de reconnaissance de cas ESV ne contiennent pas des battements FV(100 : SE1=100 ,SE3=N ;121 : SE1=100 ,SE3=N ,123 : SE1=100 ,SE3=N) ; ce qui peut être expliquer par la ressemblance entre un battement FV et un battement ESV.(Tableau V.10).
- L'augmentation de la sensibilité à la détection du FV va diminuer celle du ESV (215 :SE1=59, SE3=100) et l'inverse est vrai (200 :SE1=77,36 ,SE3=50),ce qui permet de donner une sensibilité globale à la détection du ESV (SE1=64) proche à celle de la détection du FV (SE3=67) .(Histogramme V.4, Tableau V.10).
- Les performances du classificateur 4 changent d'un enregistrement à un autre à cause de la diversité des battements contenus dans chaque enregistrement (voir interprétation des résultats du classificateur 1).(Histogramme V.5)

Il faut aussi noter que la détection des battements normaux (SE2=76,47) est supérieure à celle des battements pathologiques (SE1=64 , SE3=67) .(Histogramme V.4 , Tableau V.10).

Globalement la performance d'un classificateur à 4 classes (TR=71,23 ; SE=74,11 ; SP=89,17 ; CC=82,6 ; TT=0,27) est moindre que celle à 3 classes (TR=90 ; SE=93,64 ; SP=91,97 ; CC=90,34), cela est due à l'augmentation de nombre des classes visés de 3 classes à 4 classes. (Histogramme V.6)





V.2.4 Etude comparative :

Le tableau suivant représente les résultats de la classification de quelques algorithmes retrouvés dans la littérature :

Algorithme	Nombre de classe	SE	SP	TR
Règle de Bayes(MC) [4]	2	67,97	65,63	---
K-NN [4]	2	80,45	40,63	---
Algorithme de Vijay (RN) [4]	2	86,23	91,79	---
Algorithme de Markos (neurone Flou) [6]	2	90	93	---
Algorithme de Hu et al (RN) [7]	2	---	---	80
Algorithme de R. Silipo (RN) [8]	2	95,75	---	---
Algorithme de C.D. Nugent et al [9]	3	---	---	80
Algorithme de R. Silipo (Logique Flou) [10]	3	---	---	83
Classificateur 1	3	93,64	91,37	90
Algorithme de Simon Koo (RN) [11]	4	92		
Classificateur 4	4	89,17	82,6	74,11

Tableau V.12 Divers algorithmes de classification



Cette étude est faite seulement pour globalement évaluer la performance de nos classificateurs. Cette étude est seulement subjective, comptenu que le nombre de classe visé n'est pas le même, cependant dans chaque type d'algorithme on retrouve le ESV parmi les classes visés.

Les réseaux de neurones (RN) ont prouvées leurs efficacités dans la classification des arythmies cardiaque par rapport aux méthodes classique (MC) (TableauV.12).

Les performances de nos classificateurs se situent globalement parmi les classificateurs présentant des performances très satisfaisantes. (TableauV.12).

V.3 Conclusion :

Dans ce chapitre on a présenté une étude de classification des cas pathologiques de signaux ECG par réseaux de neurones.

Ainsi trois classificateurs à 3 classes (battement Normal, battement ESV, battement autre que ESV ou normal (A)) qui diffèrent par leurs architectures et les paramètres utilisés comme entrées ont été conçues, réalisés et étudiés.

Il a été montré que la sélection des paramètres d'entrée représente un point important pour aboutir au meilleur classificateur. Il a été montré aussi que la performance du classificateur est plus liée à la pertinence du vecteur d'entrée que leur taille.

Une autre étude liée au nombre de classes de sortie était présentée. Ainsi une autre classe de sortie le FV (battement de fusion) était ajoutée à notre classificateur à 3 classes. les résultats obtenus ont montré que avec les mêmes paramètres d'entrée; ajoute une classe, entraîne une diminution des performances du classificateur .

Enfin une étude comparative très succincte d'autres classificateurs de la littérature, a montré que les résultats obtenus par notre classificateur sont très satisfaisants.

Notons finalement, qu'il est possible d'améliorer les performances de la classification en tenant compte des points suivants :

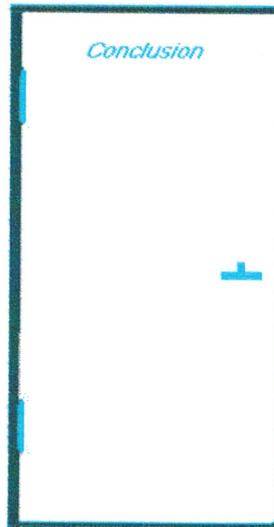
- ⇒ Elargir la base d'apprentissage : en augmentant le nombre de battements pour les différentes classes.
- ⇒ Exploiter d'autres algorithmes d'apprentissage plus évolués (comme par exemple le logiciel NNUTILS) .
- ⇒ Ajouter d'autres paramètres pertinents qui peuvent augmenter le taux de reconnaissance des cas pathologiques. (les coefficients de la transformée en ondelette du complexe QRS, utilisé la méthode d'analyse non linéaire des composantes principales pour la réduction du complexe QRS)



Références bibliographiques

- [1]: S. PALREDDY, "ECG Beat Classification " .Ph.D. Dissertation, University of Wisconsin - Madison, 1996.
- [2]: COSTAS PAPALOUKAS & DIMITRIOS I. FOTIADIS & ARITIDIS LIKAS & LAMPROS K. MICHALIS , " An ischemia detection method based on artificial neural networks" , Artificial Intelligence in Medicine -Elsevier ,Vol. 24, p.167-178 .2002.
- [3] :FREDRIC M.HAM & SOOWHAN HAN, " Classification cardiac of arrhythmia using fuzzy ARTMAP " , IEEE Trans. on Biomed. Eng. ,Vol. 43.No 4,p. 425-429,1996 .
- [4] : MOHAMED I. OWIS & AHMED H. ABOU-ZIED & ABOU-BAKR M. YOUSSEF & YASSER M. KADAH , " Study of Features Based on Nonlinear Dynamical Modeling in ECG Arrhythmia Detection and Classification " , IEEE Trans. on Biomed. Eng., Vol. 49, No. 7, 2002.
- [5] : VIJAY P. MANI & YU HEN HU & SUREKHA PALREDDY," A novel batch modular learning approach for ECG beat classification " , Electrical and Computer Engineering Department ,Madison .
- [6] : MARKOS G. TSIPOURAS & DIMITRIOS I. FOTIADIS , " Automatic arrhythmia detection based on time-frequency analysis of heart rate variability " ,Computer Methods and Programs in Biomedicine - Elsevier, Ireland, 2003.
- [7] : Y. H. HU. & W. TOMPKINS & J. L. URRUSTI & V. X.ALFONSO , " Applications of artificial neural networks for ECG signal detection and classification " , J. Electrocardiol. ,1994.
- [8]: R.SILIPO & M. GORI & A. TADDEI & M. VARANINI & C. MARCHESI , " Classification of Arrhythmie Events in Ambulatory Electrocardiogram -Using Artificial Neural Network " , Dipartimento di Sistemi e Informatica , universita di Firenze,Italy.
- [9] : C.D. NUGENT & J.A.C. WEBB & N.D. BLACK & G.T.H. WRIGHT & M. MC INTYRE , "An intelligent framework for the classification of the 12-lead ECG " ,Artificial Intelligence in Medicine -Elsevier ,Vol. 16,p. 205-222.,1999.
- [10]: ROSIRIA SILIPO, " Investigating electrocardiographic features in fuzzy models for cardiac arrhythmia classification" , International Computer Science Institute, Berkeley, USA.
- [11]: SIMON Y. FOO & GEOFFREY STUARTB & BRUCE HARVEYA & ANKE MEYER-BAESEA , " Neural network-based EKG pattern recognition "Engineering Applications of Artificial Intelligence -Bergamon ,Vol. 15,p. 253-260,2002 .

Conclusion Générale & Perspectives



A Conclusion is place where you got tired of thinking.

- Matz's Maxim -

It's better to have a horrible ending than to have horrors without end.

- Matsch's Law -

L'électrocardiographie qui est essentiellement un moyen d'appréhender les phénomènes électriques du cœur, est sans doute la technique de diagnostic médical la plus répandue après le stéthoscope et la mesure de la pression artérielle. Grâce à la variété des renseignements obtenus de façon non invasive sur le fonctionnement cardiaque, l'ECG a connu un développement considérable, le traitement numérique des signaux et l'informatique ont permis d'envisager l'analyse assistée par ordinateur des signaux ECG. A l'heure actuelle des programmes d'analyse automatique d'ECG sont intégrés dans la majorité des électrocardiographes. Ils apportent une aide importante au médecin par leur efficacité et rapidité.

Le travail décrit dans cette thèse concerne la classification des arythmies cardiaque, plus précisément les extrasystoles ventriculaires et les battements de fusion par le développement d'une chaîne de procédures d'analyse et de traitement du signal ECG.

L'ensemble des procédures que nous avons développées permet d'effectuer automatiquement le traitement de tout le signal électrocardiographique, tâche qui serait fastidieuse si elle devait être réalisée manuellement. Ces méthodes ont été employées avec succès sur des signaux provenant de la base de données MIT-BIH.

Cette chaîne de procédures d'analyse qui est développée concerne :

❖ La mise en place des procédures efficaces de filtrage basé sur la transformée discrète en ondelette. Il est montré qu'en effectuant un seuillage optimal de coefficients d'ondelette, il est possible d'obtenir un rapport Signal sur Bruit (S/B) très satisfaisant permettant une détection plus robuste du complexe QRS.

❖ La bonne détection de complexe QRS était le problème le plus délicat à résoudre, l'utilisation des ondelettes a permis d'obtenir une détection automatique de complexe QRS relativement proche de celle que l'on peut produire manuellement, avec un taux de détection égale à 99.69.

Notre algorithme de détection (DWT-SA) qui utilise la transformée en ondelette discrète, a prouvé son efficacité dans la détection du complexe QRS comparativement à l'algorithme de détection de Pan et Tompkins qui est généralement utilisé comme référence dans l'analyse du signal ECG.

❖ Réduction de la taille du complexe QRS détecté en appliquant la méthode d'analyse à composante principale.

Sélection d'un ensemble de paramètres pertinents qui interprètent la morphologie du complexe QRS et le rythme cardiaque

❖ La classification des battements cardiaques par application des réseaux de neurones en s'appuyant sur deux types de vecteurs d'entrées à savoir :

- Un vecteur d'entrée qui représente un complexe QRS de taille réduite par ACP, et quelque paramètre qui interprète le rythme cardiaque.
- Un vecteur d'entrée qui représente un ensemble de paramètres pertinents déjà décrit.

Les classificateurs développés et étudiés sont destinés à la reconnaissance des battements normaux, et des battements extrasystoles ventriculaire (ESV). Les résultats obtenus ont montré que malgré la taille réduite du vecteur d'entrée du classificateur, ce vecteur qui regroupe un ensemble de paramètres pertinents qui ont été sélectionnés en

étudiant la morphologie du complexe QRS et le rythme cardiaque ; sont de meilleures performance que ceux utilisent un complexe QRS compressé .

Les résultats satisfaisants de la classification avec une sensibilité ,spécificité , taux de la classification correcte pour les battements ESV égales respectivement à 95,87 ; 91,75 ; 90,10 ; nous a encouragé à ajouter une autre pathologie à classer à savoir les battements de fusion .

Chaque étape de cette chaîne de procédures, successivement le filtrage des signaux ECG, la détection des complexes QRS et l'identification des paramètres pertinents, est une étape indispensable pour la classification. Cependant chacun des étapes peut être utilisé indépendamment pour l'analyse du signal ECG mettant à la disposition du cardiologue des résultats aidant dans le diagnostic.

Les classificateurs neuronaux ont prouvés leur efficacité par rapport aux autres méthodes classiques, cependant ce qui a été apporté de nouveau dans cette thèse est l'application d'un outil qui a bouleversé le domaine d'analyse des signaux ; à savoir les ondelettes. L'application de cet outil dans le filtrage et la détection a donné de meilleurs résultats que d'autres méthodes déjà utilisés comme par exemple le filtrage passe bande.

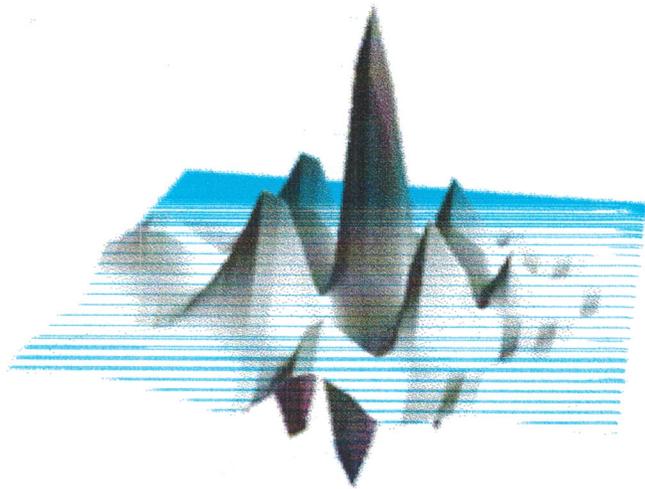
Dans cette thèse, nous ne prétendons pas avoir donner une solution a tous les problèmes de la classification des signaux ECG mais nous avons essayé d'apporter de nouveaux moyens pour résoudre plus aisément ces problèmes.

Les perspectives qui peuvent être envisagées à l'issu de ce travail sont multiples, en peut citer :

- ❖ La combinaison entre deux ondelettes mère pour le filtrage par seuillage des coefficients d'ondelettes.
- ❖ L'utilisation des coefficients d'ondelette comme entrée de réseau de neurones dans le but de la détection du complexe QRS.
- ❖ Amélioration de la classification des arythmies cardiaque en visant les points suivants :
 - Vecteur d'entrée : sélectionné d'autres paramètres pertinents comme par exemple existence ou non d'une onde P.
 - Base d'apprentissage : elle doit être composée d'un nombre suffisant de battements à classer. Les battements doivent être extraits des patients différents.

Annexe A

Définitions Utiles



You never find an article until you replace it.

- Herpers magazine law -



Définition 1 (Espace vectoriel) [1] : $(E, +, \cdot)$ est un **K-espace vectoriel** si :

- $(E, +, \cdot)$ est un groupe abélien
- « \cdot » est une application de $K \times E$ dans E
-

$$\forall (\lambda, \mu, x, y)$$

$$(\lambda + \mu) \cdot x = \lambda \cdot x + \mu \cdot x \wedge \lambda \cdot (x + y) = \lambda \cdot x + \lambda \cdot y \wedge (\lambda \cdot \mu) \cdot x = \lambda \cdot (\mu \cdot x) \wedge 1 \cdot x = x$$

Les éléments de E sont appelés **vecteurs**, les éléments de K sont appelés **opérateurs** ou **scalaires**. Le neutre pour $+$ est noté 0 . « \cdot » est appelé **produit externe**.

Définition 2 (Sous-espaces vectoriels) [1] : Une partie d'un espace vectoriel est un **sous-espace vectoriel** de cet espace lorsqu'elle est non vide, stable par addition et stable par multiplication par un scalaire.

Un sous-espace vectoriel est un espace vectoriel, et un espace vectoriel inclus dans un espace vectoriel est un sous-espace vectoriel.

Définition 3 (Somme de sous-espaces vectoriels) [1] : On se donne F_1, \dots, F_n des sous-espaces vectoriels de l'espace vectoriel E . L'application ϕ qui à (x_1, \dots, x_n) associe $(x_1 + x_2 + \dots + x_n)$ est une application linéaire sur l'espace produit $F_1 \times \dots \times F_n$. L'image de ϕ est appelée **somme** des sous-espaces vectoriels F_1, \dots, F_n , et est notée $F_1 + \dots + F_n$ ou $\sum_{i \in [1, n]} F_i$.

Définition 4 (Somme directe de sous-espaces vectoriels) [1] : On dit que la somme de F_1, \dots, F_n est une **somme directe** lorsque la fonction ϕ est injective.

Au lieu de noter $\sum F_i$ on peut alors noter $\oplus F_i$.

Définition 5 (dualité) [1] : On appelle **forme linéaire** sur un K-espace vectoriel E une application linéaire de E dans K .

On appelle **dual** d'un K-espace vectoriel E l'ensemble E^* des formes linéaires sur cet espace vectoriel.

Définition 6 (Orthogonalité) [1] : Etant donné x dans E et u dans E^* , on dit que x et u sont **orthogonaux** si et seulement si $u(x) = 0$.

Etant donnée une partie non vide A de E , on appelle **orthogonal** de A dans E^* et on note A° l'ensemble des u orthogonaux à tous les éléments de A .

Etant donnée une partie non vide A de E^* on appelle **orthogonal** de A dans E et on note A° l'ensemble des x orthogonaux à tous les éléments de A .

Définition 7 (Espace $L_2(\mathcal{R})$) [1] : on désigne par $L_2(\mathcal{R})$ l'espace vectoriel des fonctions de carré intégrable sur $]-\infty, +\infty[$, c'est à dire les fonction $f(x)$ telles que l'intégrale

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |f(x)|^2 dx \text{ converge.}$$



Définition 8 (Espaces préhilbertiens réels) [1] : Etant donné E un \mathfrak{R} -espace vectoriel, on appelle **produit scalaire euclidien sur E** une application $\langle . / . \rangle$ de E^2 dans \mathfrak{R} telle que :

- $\langle . / . \rangle$ est bilinéaire.
- $\langle x / y \rangle = \langle y / x \rangle$ pour tout x et tout y .
- $\forall x \neq 0 \langle x / x \rangle > 0$.

On appelle **espace préhilbertien réel** un \mathfrak{R} -espace vectoriel muni d'un produit scalaire euclidien.

Définition 9 (Orthogonalité) [1]:

x et y appartenant à E sont dits **orthogonaux** si $\langle x / y \rangle = \langle y / x \rangle = 0$

Deux parties X et Y de E sont dites **orthogonales** si x et y sont orthogonaux pour tout (x, y) ($x \in X, y \in Y$).

Une famille $(x_i)_{i \in I}$ est dite **orthogonale** si $i \neq j \rightarrow \langle x_i / x_j \rangle = 0$.

Définition 10 (Espaces de Hilbert) [1]: On appelle **espace de Hilbert** un espace préhilbertien complet.

Définition 11 (Base hilbertienne) [1]: On appelle base hilbertienne d'un espace de Hilbert H une famille $(x_i)_{i \in I}$ telle que :

- La famille des x_i est orthonormale.
- Pour tout x dans H $x = \sum_{i \in I} \langle x_i / x \rangle x_i$.

Définition 12 (Une base de Riesz) [2] : Une base de Riesz $\{W_k\}_k$ est une famille de fonctions dans un espace de Hilbert telle que : $A \cdot \sum |C_k|^2 \leq \|\sum C_k \psi_k\|^2 \leq B \cdot \sum |C_k|^2$

Avec $0 < A < B \leq \infty$ peu importe les C_k , ci choisis.

Les ondelettes orthogonales et biorthogonales forment des bases de Riesz. La grande majorité des ondelettes sont dans cette catégorie. Dans le cas orthogonal, nous avons

$$A = B = 0 \quad \text{ou} \quad \|\sum C_k \psi_k\|^2 = \sum |C_k|^2$$

Définition 13 (Espace de Schwartz) [3]: On dit qu'une fonction f définie sur \mathfrak{R} appartient à l'espace de Schwartz (que l'on note $S(\mathfrak{R})$) si la fonction f , ainsi que toutes ses dérivées, sont à décroissance rapide

Autrement dit, f est dans $S(\mathfrak{R})$ si et seulement si, pour tout p ,

$$N_p(f) = \sup_{\substack{x \in \mathfrak{R} \\ k, l \leq p}} |x^k f^{(l)}(x)| < +\infty$$

L'espace de Schwartz est particulièrement utile lors de l'étude de la transformée de Fourier.

[1] : P. TAUVEL, " Mathématiques générales pour l'agrégation", MASSON, 1997.

[2] : L. RESNIKOFF & O. WELLS, " Wavelet analysis " ,SPRINGER, 1998

[3] : W. GIORGI, " Thèmes mathématiques pour l'agrégation", MASSON, 1998.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

«يرفع الله الذين آمنوا منكم و الذين أوتوا العلم درجات ،

صدق الله العظيم

Résumé

Dans ce mémoire de Magister, on s'intéresse à la classification des arythmies cardiaques par l'application de l'analyse à composante principale et les réseaux de neurones.

Une arythmie cardiaque se traduit de différentes manières par exemple l'Extrasystole ventriculaire (ESV) qui se définit comme une contraction cardiaque prématurée d'origine ventriculaire, liée à l'hyperexcitabilité d'un foyer ectopique.

Ces arythmies peuvent être identifiable à travers l'analyse et le traitement du signal Electrocardiographique ECG et particulièrement dans ce cas par la détection du complexe QRS. Ainsi un logiciel est développé pour analyser et extraire les paramètres pertinents relatifs à ces arythmies.

Le logiciel développé s'articule autour de plusieurs étapes considérées comme indispensables avant l'ultime étape qu'est la classification par les réseaux de neurones : ou deux types de classificateurs ont été développés et évalués.

Ces étapes d'analyse et de traitement du signal ECG, se résument en :

Une première étape par un filtrage à base de bancs de filtres par l'application d'ondelettes ; dans une deuxième étape par la détection du complexe QRS par l'application des transformées d'ondelettes discrète ; et une troisième étape qui consiste à appliquer l'analyse à composante principale pour réduire la taille du complexe QRS en vue de son utilisation comme vecteur d'entrée dans notre réseau de neurones.

Les résultats des tests sur les signaux de la base de données MIT-BIH obtenus et relatifs à chaque étape du logiciel développé sont très satisfaisants comparativement à d'autres méthodes d'analyse de la littérature.