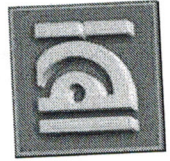




Mémoire

Présenté à

L'UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAÏD
FACULTE DES SCIENCES DE L'INGENIEUR
DEPARTEMENT D'ELECTRONIQUE



Pour l'obtention du diplôme de :

Magister

En API (Automatique, Productique, Informatique)

Option : **AUTOMATIQUE**

Par

M^r BENYAHIA BOUMEDIENE

Thème

COMMANDE ROBUSTE D'UN PROCESSUS PHYSIQUE EN TEMPS REEL

Soutenu en Juin 2005

devant la commission d'examen

Président :

M^r N. GHOUALI

Professeur, UABB, Tlemcen

Examineurs :

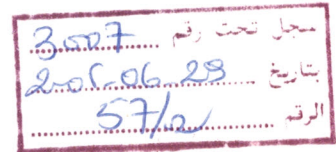
M^r M. F. KHELFI
M^r A. MEGHABBAR

Maître de Conférences, Es-Sénia, Oran
Chargé de cours, UABB, Tlemcen

Rapporteurs :

M^r B. CHERKI
M^{me} A. CHOUKCHOU BRAHAM

Maître de Conférences, UABB, Tlemcen
Chargée de cours, UABB, Tlemcen



Remerciements

Le travail ci-présent a été effectué au Laboratoire d'Automatique de Tlemcen (LAT), sous la bonne direction de l'honorable M^r B. CHERKI, Maître de conférences à l'université Abou Bekr Belkaïd Tlemcen.

Me voila encore une fois encadré par une personne, enseignant, encadreur de qualité rarissime de nos jours.

Monsieur BRAHIM CHERKI, tous les mots, toutes les expressions dites du premier homme à nos jours ne peuvent exprimer mes sentiments, mon profond respect, mes sincères gratitudees envers vous, en tant qu'une personne qui n'a cessé de m'encourager, m'instruire, me conseiller, m'orienter, me mettre sur les rails afin d'arriver toujours à mon but, que ce soit dans le domaine scientifique ou celui moral. Veuillez monsieur croire mes sincères remerciements.

Ce travail n'aurait pu se terminer avec la qualité présente sans l'aide, les conseils, les encouragements et le soutien moral de Madame AMEL CHOUKCHOU BRAHAM. Qu'elle trouve ici le témoignage de ma haute considération.

Je remercie vivement M^r N. GHOUALI, Professeur à l'université Abou Bekr Belkaïd Tlemcen, pour avoir bien voulu présider ce jury.

Je tiens à remercier également M^r M.F KHELFI Maître de conférences à l'université d'Es-Sénia Oran et M^r A. MEGHABBAR Chargé de cours à l'université Abou Bekr Belkaïd Tlemcen, pour avoir bien voulu juger ce travail.

Mes profonds remerciements vont aussi à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin à la concrétisation de ce travail, tout particulièrement : Mon frère AHMED (NASR EDDINE), Mon beau-frère FETHI ISSAOUI, M^r FETHI OUJDI, M^r LAWFER, M^r LOTFI BAGHLI, M^r B. HAMID, M^r B. MOHAMMED, M^r B. SALIM, M^r C. MOHAMMED, M^r B. YUCEF, M^r R. MOHAMMED, M^r Y. ALI, M^r B. ABDELHAFID, M^{lle} H. NADJIA, M^{lle} B. SOFIA ainsi que tout le personnel de la faculté des sciences de l'ingénieur.

B. CHOUKRI, H. A. AMINE, S. ABDELHAKIM, les étudiants de ma promotion API et les étudiants du Magister génie mécanique du laboratoire d'Automatique je vous remercie.

Je remercie aussi l'équipe du magasin et du laboratoire de maquette : T. KARIMA, HASSIBA, NACERA, M^{me} H. CHEKKAF, ZOUBIR, ZINOÛ, sans oublier les personnels de la bibliothèque : Z. FARIDA, O. BAGHDAD et toutes les personnes, dont je n'ai pas cité les noms, qui ont apporté leur soutien.

*A mes chers parents,
A ma famille,
A tous ceux qui me sont chers,
A ceux qui se sont consacrés
à la science.*

Résumé :

Ce travail réalisé au niveau du laboratoire d'Automatique de Tlemcen, s'inscrit dans le cadre de préparation de Magister API (Automatique, Productique, Informatique). Il consiste à étudier et synthétiser des lois de commandes robustes par la technique H_∞ -loopshaping, et de les tester pratiquement en temps réel sur un banc de régulation, à l'aide d'une carte électronique très puissante (la carte dSPACE).

Pour atteindre ce but, nous avons commencé en premier lieu par la mise en œuvre de la carte dSPACE (DS1102), ensuite nous avons procédé à l'identification du processus multivariable température/débit, suivi par l'application de quelques commandes classiques, telles que le PID et le placement de pôles.

Dans un second lieu, nous avons considéré le système découplé où nous avons élaboré des correcteurs H_∞ -loopshaping pour chaque système séparément (température et débit), ensuite nous avons synthétisé un contrôleur H_∞ -loopshaping pour le système multivariable.

Les résultats obtenus par simulation et par expérimentation confirment la validité des correcteurs élaborés.

Mots clés : Commande Robuste, Commande classique, H_∞ , Loopshaping, Norme H_∞ Couplage. Carte dSPACE.

Abstract :

This work completed in the laboratory of Automatic of Tlemcen, lies within the scope of preparation of API Magister (Automatique, Productique, Informatique). It consists to study and synthesize robust control laws by the method H_∞ -loopshaping, and to practically test them on line on a bench of regulation, using a very powerful electronic card (the dSPACE card).

To achieve this goal, we started initially with the implementation of the dSPACE card (DS1102), then we carried out the identification of the multivariable process temperature/flow, followed by the application of some classical controls, such as the PID and the pole placement.

In a second place, we considered the uncoupled system where we designed correctors H_∞ -loopshaping for each system separately (temperature and flow), then we synthesized a controller H_∞ -loopshaping for the multivariable system.

The results obtained by simulation and experimentation confirm the validity of the elaborate correctors.

Key words : Robust control, Classical control, H_∞ , Loopshaping, Norm H_∞ Coupling, dSPACE card.

Table des matières

Introduction générale	1
1 Synthèse H_∞, approche par Loopshaping	4
1.1 Introduction	4
1.2 Pourquoi la commande H_∞ ...? [3] [6]	4
1.3 Concepts de base [1][5]	6
1.3.1 Robustesse	6
1.3.2 Valeurs singulières	6
1.3.3 Norme H_∞	7
1.4 Le Loopshaping [1][2][3] [4][10]	8
1.4.1 Les différentes fonctions de transfert d'une boucle	8
1.4.2 Conception par loopshaping	9
1.5 Résolution du problème H_∞ par loopshaping [1][2][4][6] [11][26]	13
1.6 Exemple d'application [1][3]	19
1.7 Conclusion	30
2 Description, modélisation et identification du processus	31
2.1 Introduction	31
2.2 Le banc de régulation [27]	31
2.2.1 Présentation	31
2.2.2 Le système du débit seul	32
2.2.3 Le système de la température seul	33
2.2.4 Le système multi- variables débit/température	34
2.3 Modélisation et identification du processus [28] [29][12][13][14] [16]	36
2.3.1 Modélisation physique	36
2.3.2 Identification du processus	41
2.4 Conclusion	49

3 Aspects matériels	50
3.1 Introduction	50
3.2 La carte dSPACE DS1102[18][19] [20][21][22][23]	51
3.2.1 Présentation	51
3.2.2 Architecture	51
3.3 Les systèmes dSPACE dans le monde[23]	56
3.4 L'utilisation de la carte dSPACE DS1102 dans la commande d'un processus[21]	56
3.5 Théorème de Shannon - Conception des filtres anti-repliement [9][12][13] [29]	57
3.5.1 Echantillonnage et théorème de Shannon	57
3.5.2 Filtres anti-repliement (filtres de grade)	64
3.6 Réalisation des circuits de conversion Courant/Tension (4..20mA/0..10V), et Tension/Courant (0..10V/4..20mA) [24][25]	66
3.7 Conclusion	67
4 Commande du processus	68
4.1 Introduction	68
4.2 Commande de température[1] [3] [5]	68
4.2.1 Commande classique	69
4.2.2 Commande par H_∞ - loopshaping	75
4.3 Commande du débit[1][3]	78
4.3.1 Commande classique	79
4.3.2 Commande par H_∞ par loopshaping	86
4.4 Comparaison des résultats	88
4.5 Commande du système multivariable Température/Débit par H_∞ -loopshaping[4][30][2]	91
4.6 Conclusion	102
Conclusion générale	104
Annexe	106
.1 A1 Algorithme de Dichotomie[6]	106
.2 A2 Propriétés de la norme H_∞ et des valeurs singulières[1] [2]	107
Annexe	109
.1 B1 Schéma du montage électronique du filtre	109
.2 B2 Schémas des montages électroniques des convertisseurs	110

Introduction générale

Le but du contrôle est de concevoir un système automatique fonctionnant dans l'environnement réel. Cet environnement est variable du fait des bruits et perturbations. La conception de la loi de commande se fait sur la base d'un modèle obtenu par identification et après beaucoup de simplification, parmi les quelles la négligence de certaines dynamiques. Par conséquent, la loi de commande calculée sur la base d'un modèle simplifié 'nominal' peut ne pas fonctionner sur le système réel dans l'environnement réel, ceci est souvent prouvé par l'expérience industrielle en commande de procédés.

Dans une telle situation, on cherche à concevoir un système de contrôle qui doit s'adapter à cet environnement, c'est-à-dire assurer le bon fonctionnement du système pour tous ses modèles, ceci est appelé 'robustesse' ou 'commande robuste'. Le contrôleur est conçu tel que le système réel à contrôler reste stable malgré le fait que son modèle change, et garde ses performances ou les maintient avec une dégradation faible. On dit alors qu'on a assuré la robustesse en stabilité et en performances.

En fait, la problématique de la robustesse consiste à essayer de prendre le maximum de garanties a priori pour que la loi de commande synthétisée sur un modèle fonctionne effectivement sur le système physique.

Des méthodes d'étude de la robustesse ont commencé à voir le jour dans les années 80, à partir des travaux de Zames, Doyle et Safonov. Ce sont les nouvelles approches de l'Automatique fréquentielle, dans lesquelles le premier point intéressant est la traduction assez directe du cahier de charges en un critère mathématique à vérifier, en général une fonction à minimiser ou à optimiser.

Parmi ces approches, il y a la formulation mathématique qui consiste à minimiser la norme H_∞ d'une matrice de transfert d'un système, celle qui intervient entre les signaux d'entrée et les signaux d'erreur judicieusement choisis, d'où le nom de ces méthodes de synthèse 'commande H_∞ '.

Contrairement aux outils fréquentiels classiques, les méthodes de synthèse H_∞ permettent de traiter simplement la commande des systèmes à plusieurs entrées et plusieurs sorties, d'où le nom qu'on leur donne parfois 'commande robuste multivariable'.

Une fois le cahier de charges traduit en critère mathématique, la recherche de la loi de commande se fait algorithmiquement par résolution du problème de minimisation de la norme H_∞ . Ces méthodes utilisent la puissance de calcul disponible sur les calculateurs actuels. Si l'algorithme nu-

mérique se termine avec succès et propose en sortie une telle loi de commande, on aura encore besoin de calculateurs ou ordinateurs sophistiqués pour programmer cette dernière en vue de commander numériquement le système physique en temps réel.

Actuellement avec le développement de l'informatique et de l'électronique, les méthodes de synthèse de commandes robustes, en particulier celles de H_∞ sont devenues véritablement des méthodes de conception assistées par ordinateur. Elles permettent de pallier aux limitations des outils classiques du contrôle, liés généralement aux incertitudes du modèle.

Le travail proposé consiste à commander un banc de régulation multivariable température et débit. Comme préalable à la conception des lois de commande, il y avait une grande partie technique de réalisation de cartes électroniques pour que le dialogue entre le processus et la carte de commande soit possible.

Notre mémoire s'articule autour de 4 chapitres.

Le chapitre 1 concerne l'essentiel de la théorie H_∞ par loopshaping. Dans lequel nous essayons tout d'abord de faire l'historique de la commande H_∞ . Nous présentons ensuite des concepts de base très utilisés dans cette technique.

Le reste du chapitre traite la conception par loopshaping et la résolution du problème standard H_∞ . Dans un dernier paragraphe, nous traitons soigneusement un exemple récapitulatif sous MATLAB.

Le chapitre 2 est réservé à la description, la modélisation et l'identification du processus physique étudié. il s'agit d'un banc de régulation multiboucle sur air et eau.

La présentation de sa construction et de ses éléments fait l'objet de la première partie du chapitre.

Dans la deuxième partie, nous donnons une modélisation physique du processus et une identification de sa matrice de transfert. Notons que nous travaillons particulièrement sur le système multivariable Température/Débit. Les méthodes utilisées dans l'identification et la simulation des modèles obtenus font aussi objet de cette partie.

Le chapitre 3 résume l'aspect matériel : la carte dSPACE, les filtres anti-repliement et les convertisseurs des signaux.

Tout ce qui concerne la présentation, l'architecture et l'utilisation de la carte dSPACE est présenté dans un premier paragraphe du chapitre.

La commande numérique du processus par cette carte nécessite l'échantillonnage des signaux, donc l'utilisation d'une fréquence d'échantillonnage. Pour ceci, nous rappelons dans le deuxième paragraphe le théorème de Shannon et par la suite nous discutons le choix et la réalisation des filtres anti-repléments.

A la fin du chapitre, nous parlons de la nécessité de réaliser des convertisseurs des signaux de

4..20 mA vers 0..10 V et vis versa.

Le chapitre 4 contient la synthèse des différents correcteurs et les résultats obtenus par simulation et par expérimentation.

Dans un premier lieu, nous supposons que le processus physique multivariable Température/Débit est découplé, et nous commandons chaque système à part par des correcteurs classiques, puis par la technique H_∞ -loopshaping. Nous faisons par la suite une comparaison des résultats pratiques obtenus.

Dans le dernier paragraphe du chapitre, nous synthétisons un contrôleur H_∞ par loopshaping pour le processus multivariable, et nous donnons de même les résultats pratiques obtenus.

Chapitre 1

Synthèse H_∞ , approche par Loopshaping

1.1 Introduction

Un des soucis majeurs de l'automaticien est de synthétiser une loi de commande permettant de commander un processus. L'objectif est de faire que la sortie se comporte comme la consigne, malgré les éventuelles perturbations, en manipulant un signal de commande.

Les méthodes de synthèse sont multiples, classiques et modernes, empiriques ou basées sur des théories.

Parmi les méthodes dites modernes, l'approche appelée : Synthèse H_∞ par *Loopshaping*, qui est généralement utilisée pour trouver des commandes robustes des systèmes multivariables.

Dans ce chapitre, nous commençons par présenter quelques arguments d'utilisation de cette technique de synthèse. Puis, nous donnerons l'essentiel de la théorie H_∞ . Une partie de ce chapitre est consacrée à un rappel des notions mathématiques utilisées.

Enfin, un exemple d'application est donné, pour éclaircir la méthode, et présenter les résultats obtenus. Il s'agit d'un asservissement de position d'un moteur à courant continu.

1.2 Pourquoi la commande H_∞ ... ? [3] [6]

Le modèle nominal d'un système physique n'est qu'une représentation imparfaite de la réalité, car les étapes de la modélisation et de l'identification font intervenir des incertitudes dues aux :

- dynamiques hautes fréquences négligées.
- retards purs approximés.
- incertitudes sur les valeurs des paramètres physiques.

- effets d'une linéarisation autour d'un point de fonctionnement.

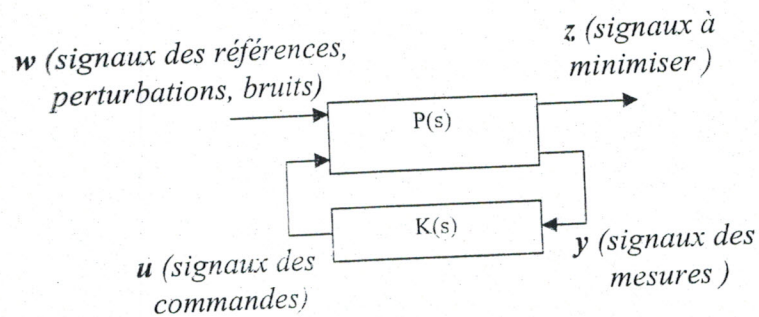
- ... etc.

Les lois de commandes classiques (comme le PID, l'avance de phase, ...) ne peuvent parfois contrôler le système que pour le modèle nominal.

Il convient donc de chercher d'autres lois de commande, afin de garantir la stabilité et les performances, en dépit des incertitudes citées plus haut. Cela correspond à la notion de robustesse (voir paragraphe 3).

Les méthodes d'étude de la robustesse en particulier celles regroupées sous le nom 'Commande H_∞ ', ont commencé à voir le jour dans les années 80, à partir des travaux de Zames.

Une des motivations pour l'introduction de la commande H_∞ était d'inclure les incertitudes du modèle et synthétiser par la suite une loi de commande robuste, en utilisant la forme standard du problème H_∞ (voir le paragraphe 5), donnée sur la figure suivante :



Le problème est de trouver un contrôleur $K(s)$ basé sur les informations en y et qui donne une commande u , stabilisant le système pour tous les modèles et minimisant la norme H_∞ (voir paragraphe 3) de la fonction de transfert $T_{zw}(s)$ de w à z .

Dans le même cadre, des méthodes de recherches ont été entreprises par Francis, Kwakernaak, Safonov, Doyle et Glover dans le but de développer cette méthode de synthèse, notamment pour les systèmes multivariables.

* La première solution du problème H_∞ a été présentée par Doyle en 1984, elle est reliée aux méthodes dans l'espace d'état de façon profonde.

Dans la même année, le problème a été réduit par Glover, en gardant toujours les méthodes dans l'espace d'état.

En 1987, Francis et Doyle ont donné une méthode mathématique pour trouver la loi de commande. A ce moment là, l'obstacle rencontré, était l'ordre élevé des équations de Riccati à résoudre.

Entre 1987 et 1988 Zhou, Rotea, Petersen et Khargonekar ont montré que le problème en boucle fermée peut être résolu en utilisant les équations de Riccati.

En 1988, Doyle et Glover ont énoncé la version finale du problème H_∞ simple.

Donc, le pas décisif pour l'utilisation de cette approche fut franchi à la fin des années 80, quand apparurent les principales techniques permettant de résoudre le problème standard.

Le développement de la commande H_∞ a permis d'inclure dans le modèle les incertitudes, un grand problème insoluble auparavant.

1.3 Concepts de base[1][5]

1.3.1 Robustesse

La robustesse caractérise le fait qu'un système garde certaines qualités (stabilité, performance) malgré que le correcteur qui le pilote a été calculé à partir d'un modèle nominal, différent du modèle réel.

Stabilité nominale :

Une fois la boucle refermée et si le système est stable pour une loi de commande calculée à partir de son modèle nominal, on dit que la stabilité nominale est garantie. Cette propriété reste la pierre angulaire dans toute tentative de commande automatique.

Performance nominale :

C'est le deuxième point à respecter. en satisfaisant certains objectifs dictés par le cahier des charges. La base de calcul est toujours le modèle nominal.

Robustesse en stabilité :

Cette fois-ci, le correcteur calculé sur le modèle nominal doit assurer la stabilité de toutes les boucles fermées, obtenues à partir des modèles perturbés.

Robustesse en performance :

On parlera de cette propriété si le correcteur calculé conserve les performances nominales, pour les boucles fermées des modèles perturbés, ou du moins les maintient avec une dégradation faible.

1.3.2 Valeurs singulières

Pour un système linéaire, invariant, multivariable, de vecteur d'entrée $e(t)$ et de vecteur de sortie $s(t)$, comme le montre la figure 1.1, les valeurs singulières de sa matrice de transfert $G(s)$ sont calculées par la formule suivante :

$$\sigma_i(G(j\omega)) = \sqrt{\lambda_i(G(j\omega)G^T(-j\omega))} = \sqrt{\lambda_i(G^T(-j\omega)G(j\omega))} \quad (1.1)$$

où λ_i représente la $i^{\text{ème}}$ valeur propre de $G(j\omega)G^T(-j\omega)$ ou de $G^T(-j\omega)G(j\omega)$.

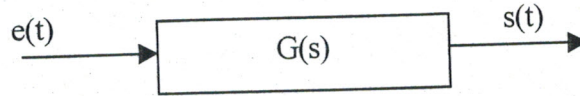


Figure 1.1 : Système multivariable

A partir de la formule précédente, on conclue que ces valeurs sont des nombres réels positifs ou nuls, où la plus grande est notée $\bar{\sigma}$, tandis que la plus petite est notée $\underline{\sigma}$.

En fait, les valeurs singulières constituent une généralisation aux systèmes multivariables de la notion de gain. Comme dans le cas monovariante, on peut faire une représentation fréquentielle de ces quantités (figure 1.2).

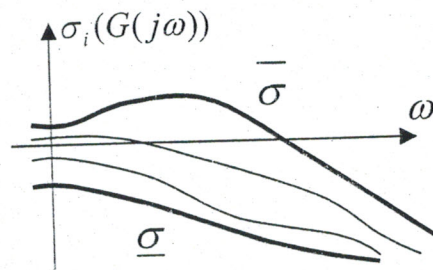


Figure 1.2 : Plan de Bode des valeurs singulières de $G(s)$.

De nombreuses propriétés et spécifications du cahier des charges peuvent s'exprimer par des contraintes sur $\bar{\sigma}$ et $\underline{\sigma}$, par exemple la bande passante, le gain, les marges de stabilité ou les erreurs permanentes dues aux perturbations.

1.3.3 Norme H_∞

Il est très utile d'avoir un seul nombre donnant une mesure totale de la taille d'un vecteur, d'une matrice, d'un signal ou d'un système. Pour cela, on utilise des outils appelés '*normes*', comme la norme euclidienne.

La synthèse des commandes robustes nécessite l'utilisation d'une norme dénommée '*norme H_∞* ' et qui est définie pour toute matrice de transfert, rationnelle, propre et stable par la formule suivante :

$$\|G(s)\|_\infty = \sup_{\omega \in \mathbb{R}} \bar{\sigma}(G(j\omega)) \quad (1.2)$$

✗ C'est la valeur la plus élevée du gain du système sur l'ensemble des pulsations ω .

Pour calculer la norme H_∞ , il y'a deux méthodes, dont une est graphique :

1- On peut tracer la fonction $\bar{\sigma}(G(j\omega)) = f(\omega)$, et déterminer sa valeur maximale, l'inconvénient de cette méthode est le risque de sous-évaluer le maximum.

2- On utilise le fameux algorithme de *Dichotomie*, c'est la méthode utilisée dans les toolbox MATLAB et les programmes de synthèse (Voir Annexe A1).

Les propriétés importantes de la norme H_∞ et des valeurs singulières sont données en annexe A2.

1.4 Le Loopshaping [1][2][3] [4][10]

Nous réservons ce paragraphe pour décrire et présenter la partie la plus importante dans cette technique de synthèse, c'est *le loopshaping* (modelage de la boucle).

Les principes de l'automatique classique sont utilisés pour choisir des fonctions (ou des matrices) de pondérations imposées sur certaines fonctions de transferts de la boucle. Ces fonctions sont présentées par la suite, elles jouent des rôles importants dans la commande robuste.

1.4.1 Les différentes fonctions de transfert d'une boucle

La structure générale d'une boucle bien posée est donnée par la figure 1.3. Elle donne le bilan des différents transferts entre les signaux mis en jeu.

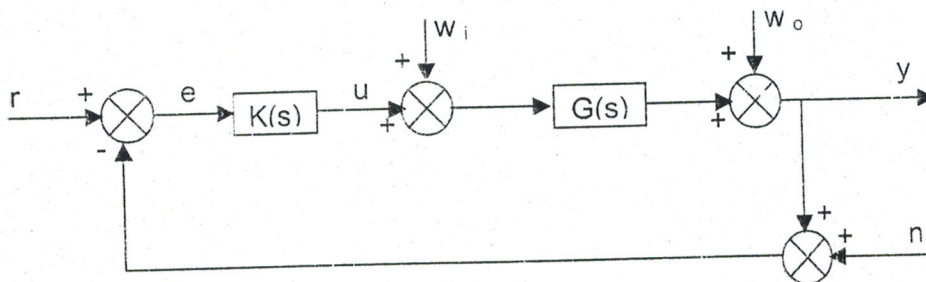


Figure 1.3 : Structure d'un système bien posé.

On remarque bien que le système est affecté par diverses perturbations, en différents points. Les signaux considérés sont :

r : signaux de références.

w_i : perturbations de la commande (en entrée du système).

w_o : perturbations de la sortie (en sortie du système).

n : bruits de mesure.

Les équations caractéristiques reliant les signaux de sortie y , e et u avec ceux d'entrée r , n , w_i et w_o sont les suivantes :

$$\begin{aligned} Y &= GK(I + GK)^{-1}(R - N) + (I + GK)^{-1}W_o + G(I + KG)^{-1}W_i \\ E &= (I - GK)^{-1}(R - W_o - N) - G(I + KG)^{-1}W_i \\ U &= K(I - GK)^{-1}(R - W_o - N) - KG(I + KG)^{-1}W_i \end{aligned} \quad (1.3)$$

A partir de ces équations, on extrait les fonctions de transfert décrites par la suite.

Les fonctions de transfert en boucle ouverte $G(s)K(s)$ et $K(s)G(s)$

On note que ces fonctions ne sont pas identiques dans le cas des systèmes multivariables, du fait que $G(s)$ et $K(s)$ sont des matrices.

La fonction de sensibilité en sortie $S(s) = (I + G(s)K(s))^{-1}$

Elle indique la façon dont w_o affecte y . Cette fonction est importante lors de la synthèse d'une loi de commande H_∞ par loopshaping.

La fonction de sensibilité complémentaire $T(s) = G(s)K(s)(I + G(s)K(s))^{-1}$

C'est la relation entre la sortie y et la consigne r , ainsi que l'effet du bruit n sur y . Elle est dite complémentaire, car $S(j\omega) + T(j\omega) = 1$. L'importance de cette fonction est aussi considérable que S , c'est bien la fonction de transfert du système en boucle fermée.

La fonction $K(s)S(s) = K(s)(I + G(s)K(s))^{-1}$

Elle détermine comment w_o et n affecte la commande u . Dire la commande u , c'est dire l'énergie, donc le choix de cette fonction est primordial.

Notons que toutes ces fonctions dépendent de la fréquence de manières différentes, selon les bandes considérées. Les perturbations sont significatives en basses fréquences, tandis que les bruits trouvent leurs influences en hautes fréquences. De même, la sortie est souhaitée proche de la consigne dans la bande passante, c'est là où la commande doit être suffisante, avant que les deux soient atténuées en hautes fréquences.

1.4.2 Conception par loopshaping

Le loopshaping est une technique graphique permettant de spécifier les amplitudes de quelques fonctions de transfert, puis trouver un contrôleur qui satisfait le cahier de charges exigé et garde les allures en fréquences désirées des fonctions de transfert prises en compte.

Cette approche de synthèse peut être traitée de deux façons :

Le loopshaping en boucle ouverte de la fonction $L(s) = G(s)K(s)$: c'est la fonction de transfert en boucle ouverte, dont l'allure en fréquence est choisie afin de fixer une bande passante désirée, une pente de -1 autour de ω_c , un gain élevé en basses fréquences, ...etc. La figure 1.4 montre une telle allure.

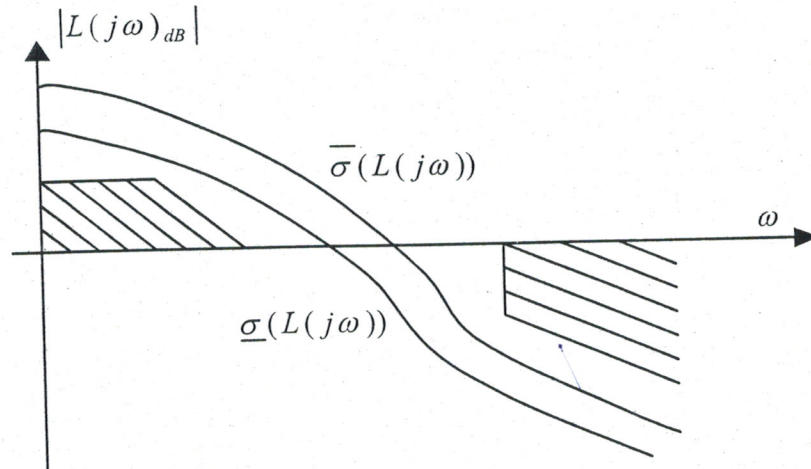


Figure 1.4 : Le loopshaping de la boucle ouverte.

Le loopshaping des fonctions de transfert en boucle fermée : dans cette méthode, c'est les amplitudes des fonctions S , T et KS qui sont spécifiées par des allures désirées.

Généralement pour la première méthode, il n'y a pas d'optimisation du contrôleur trouvé. Alors que dans la deuxième méthode, après le choix des allures, une seconde étape consiste à optimiser la loi de commande par la résolution du problème H_∞ sous-optimal.

Nous nous intéressons par la suite, au loopshaping en boucle fermée, et nous présenterons dans le prochain paragraphe la résolution du problème H_∞ par loopshaping.

Nous avons dit que la plupart des propriétés et spécifications fréquentielles peuvent s'exprimer par des contraintes sur $\bar{\sigma}$ et $\underline{\sigma}$ de quelques fonctions de transferts de la boucle fermée, comme S , T et KS . Car S est la fonction de sensibilité vis-à-vis des perturbations et T est la fonction de sensibilité complémentaire, qui représente d'une part la fonction de transfert entre la sortie et la consigne et d'autre part la façon dont le bruit affecte la sortie. Enfin, la fonction KS qui est le transfert entre les signaux perturbations-bruits et la commande.

L'objectif du concepteur est de minimiser ces fonctions dans certaines gammes de fréquences, en imposant à chacune d'elle des pondérations. La solution adoptée est donc de rendre la norme $\|S(j\omega)\|_\infty$ la plus faible possible en basses fréquences, afin d'éliminer ou de réduire l'influence des perturbations et la norme $\|T(j\omega)\|_\infty$ faible aux hautes fréquences, pour atténuer les bruits.

Puisque S et T sont complémentaires, c'est-à-dire $S(j\omega) + T(j\omega) = 1$, donc en basses fréquences (bande passante du système) T se comporte comme 1. Ce qui garantit un bon suivi de la consigne et en hautes fréquences (au-delà de la bande passante), elle devient petite, tandis que S s'approche de 1 (pas de contraintes sur S dans cette zone de fréquences).

Pour que la commande soit suffisante dans la bande passante et atténuée en hautes fréquences,

on exige que la norme $\|K(j\omega)S(j\omega)\|_\infty$ soit grande au début et petite au-delà de la fréquence de coupure.

Maintenant, on traduit toutes ces exigences mathématiquement par des inégalités, dont un des membres est $\bar{\sigma}(S(j\omega))$, $\bar{\sigma}(T(j\omega))$ ou $\bar{\sigma}(K(j\omega)S(j\omega))$. Nous raisonnons en terme de contraintes sur l'allure de la valeur singulière maximale, car elle est un bon indicateur de performances comme nous avons dit plus haut.

Ainsi :

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}(S(j\omega)) &\leq l_S(\omega) \\ \bar{\sigma}(T(j\omega)) &\leq l_T(\omega) \\ \bar{\sigma}(K(j\omega)S(j\omega)) &\leq l_{KS}(\omega)\end{aligned}\tag{1.4}$$

Où $l_S(\omega)$, $l_T(\omega)$ et $l_{KS}(\omega)$ sont des fonctions scalaires spécifiant les allures désirées.

Si on définit :

$$\begin{aligned}W_1 &= l_S^{-1} \\ W_2 &= l_{KS}^{-1} \\ W_3 &= l_T^{-1}\end{aligned}\tag{1.5}$$

On aura alors :

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}(S) \leq l_S &\iff W_1\bar{\sigma}(S) \leq 1 \implies \|W_1S\|_\infty < 1 \\ \bar{\sigma}(KS) \leq l_{KS} &\iff W_2\bar{\sigma}(KS) \leq 1 \implies \|W_2KS\|_\infty < 1 \\ \bar{\sigma}(T) \leq l_T &\iff W_3\bar{\sigma}(T) \leq 1 \implies \|W_3T\|_\infty < 1\end{aligned}\tag{1.6}$$

W_1 , W_2 et W_3 sont appelées les fonctions de pondérations, car elles imposent des poids aux fonctions S , T et KS dans certaines bandes de fréquences. Elles peuvent être des matrices dans le cas des systèmes multivariables.

Les trois inégalités précédentes peuvent être regroupées en obtenant une seule :

$$\left\| \begin{bmatrix} W_1S \\ W_2KS \\ W_3T \end{bmatrix} \right\|_\infty < 1\tag{1.7}$$

Ce problème est appelé '*problème de sensibilité mixte généralisé*'. Il consiste à trouver un contrôleur $K(s)$ qui assure la stabilité interne de la boucle, et satisfait 1.7.

Nous nous limitons au loopshaping des fonctions S , T et KS (car on peut faire la même chose avec d'autres fonctions de la boucle fermée) pour passer aux choix des fonctions de pondérations. Nous

rappelons que la synthèse du contrôleur $K(s)$ cité ci-avant, c'est-à-dire la résolution du problème H_∞ sera discutée dans le prochain paragraphe.

Choisir des fonctions de pondérations $W_i(s)$, c'est choisir des gabarits $\frac{1}{|W_i(j\omega)|}$ des fonctions S , T et KS . Commençons par S , dont les valeurs singulières doivent être petites en basses fréquences et proches de 1 en hautes fréquences, ainsi de $\|W_1 S\|_\infty < 1$ on définit un gabarit $\frac{1}{|W_1|}$, tel que l'allure des $\sigma_i(S(j\omega))$ ait la forme montrée par la figure 1.5. Ceci traduit bien les exigences décrites ci-dessus, à savoir l'annulation ou la réduction de l'erreur statique, car $S(0) \approx 0$ en basses fréquences.

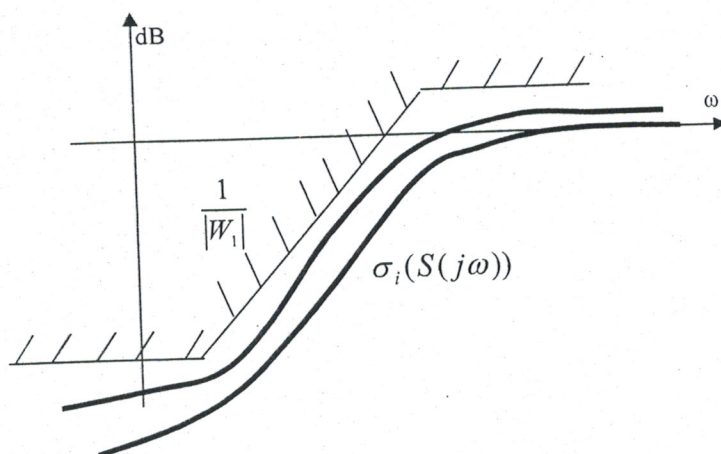


Figure 1.5 : Les valeurs singulières de $S(s)$ et leur gabarit

Pour la fonction T , c'est tout à fait le contraire, elle doit être proche de 1 en basses fréquences et décroissante en hautes fréquences. De même, à partir de $\|W_3 T\|_\infty < 1$, on fixe le gabarit $\frac{1}{|W_3|}$ de telle sorte que ses valeurs singulières aient les allures données par la figure 1.6. Ce choix répond à un double objectif. d'une part il garantit que la sortie suive au mieux la consigne dans la bande passante, car $T(0) \approx 1$ et d'autre part la diminution de l'effet des bruits en hautes fréquences.

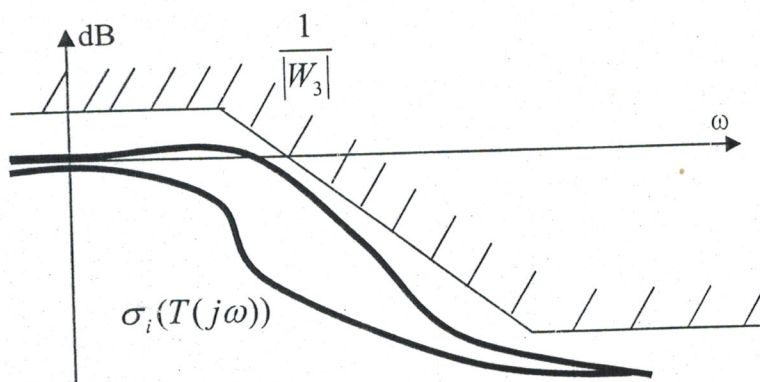


Figure 1.6 : Les valeurs singulières de $T(s)$ et leur gabarit

Enfin, pour la fonction KS , le choix de gabarit $\frac{1}{|W_2|}$ doit être effectué afin que la commande soit active dans la bande passante et atténuée en hautes fréquences. La figure 1.7 présente l'allure de ce

gabarit et les valeurs singulières de KS .

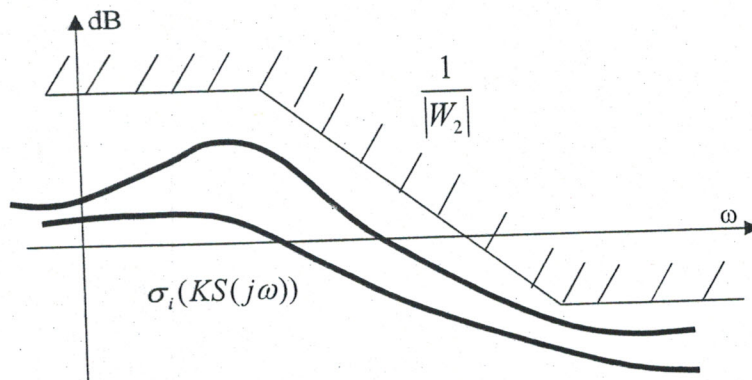


Figure 1.7 : Les valeurs singulières de $K(s)S(s)$ et leur gabarit.

Le souci majeur du problème de loopshaping reste dans le choix des $W_i(s)$ appropriées, car il devient délicat dans le cas des systèmes multivariables à cause des aspects directionnels. Par exemple, si on veut que la sortie y_1 suive l'entrée r_1 et qu'elle ne soit pas affectée par l'entrée r_2 , ce comportement est souvent souhaité par l'utilisateur. Dans ce cas, la fonction $T_1(s)$ est bien désirée proche de 1 dans la direction r_1 et identique à 0 dans la direction r_2 , donc on sera obligé de modéliser séparément chaque valeur singulière de $T_1(s)$. Dans une telle situation $W_3(s)$ sera sous une forme matricielle. Ceci s'applique aussi aux autres transferts $S(s)$ et $K(s)S(s)$.

1.5 Résolution du problème H_∞ par loopshaping [1][2][4][6] [11][26]

Il est très utile d'avoir une formulation standard d'un problème quelconque d'optimisation des contrôleurs, comme celui de H_∞ , H_2 , LQG , ...etc.

Le modèle standard du problème H_∞ est indiqué sur la figure 1.8.

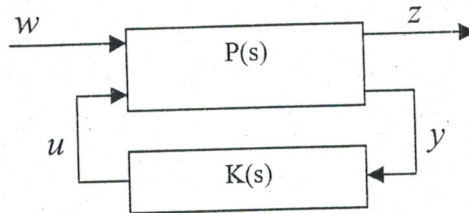


Figure 1.8 : Forme standard du problème H_∞ .

Dans cette structure, on définit les vecteurs des signaux suivants :

w : un vecteur d'entrée, qui regroupe les perturbations extérieures, les références et les bruits.

y : les mesures disponibles au contrôleur.

u : les commandes.

z : les signaux à minimiser.

Le système $P(s)$ contient quatre transferts, décrivant les relations entre (w, u) et (z, y) .

$$\begin{bmatrix} Z(s) \\ Y(s) \end{bmatrix} = P(s) \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W(s) \\ U(s) \end{bmatrix} \quad (1.8)$$

$K(s)$ représente le contrôleur.

La fonction de transfert (ou matrice de transfert dans le cas des systèmes multivariables) de $w(s)$ à $z(s)$ est donnée par ce qu'on appelle la transformation linéaire fractionnaire (LFT : *Linear fractional transformation*), d'où :

$$F_l(P, K) = P_{11}(s) + P_{12}(s)K(s)(I - P_{22}(s)K(s))^{-1}P_{21}(s) \quad (1.9)$$

Le problème H_∞ standard est basé sur la minimisation de la norme H_∞ de $F_l(P, K)$, c'est un problème de rejet de perturbations, c'est-à-dire minimiser l'effet de w sur le comportement du système (si on minimise la norme $\|F_l(P, K)\|_\infty$, on aura gagné).

Mathématiquement, on utilise les formulations suivantes :

Problème H_∞ optimal : minimiser $\|F_l(P, K)\|_\infty$ sur l'ensemble des $K(s)$ stabilisant intérieurement $P(s)$. Le minimum est appelé ' H_∞ -optimal'.

Problème H_∞ sous-optimal : dans ce cas, une valeur positive γ étant donnée et le problème consiste à trouver $K(s)$ qui stabilise intérieurement $P(s)$ et assure $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$.

Généralement, le concepteur s'intéresse beaucoup plus à cette deuxième formulation, car pratiquement il est inutile de chercher infiniment l'optimum et il suffit de vérifier l'inégalité $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$. En plus, un contrôleur pour une $\gamma \rightarrow 0$ peut ne pas exister.

Revenons maintenant au problème de sensibilité mixte présenté dans le paragraphe précédent. Il peut être mis sous la forme standard, dans laquelle nous appliquons la technique H_∞ pour trouver un contrôleur robuste $K(s)$.

Pour bien expliquer la procédure, nous choisissons de travailler directement sur le schéma bloc de la figure 1.9. Ce schéma général peut représenter pratiquement un système quelconque, dans lequel le signal r est la référence et b la perturbation. Le vecteur z contient les signaux à minimiser : z_1 correspond aux signaux d'erreur ε , qu'on souhaite maintenir à 0, pondérés par la fonction $W_1(s)$; z_2 est obtenu de même en imposant une fonction de pondération $W_2(s)$ à la commande u , qu'on souhaite économiser. Maintenir l'erreur à 0 en économisant l'énergie, ceci nous ramène forcément à faire un compromis, et c'est à l'aide des $W_i(s)$ que nous y arrivons.

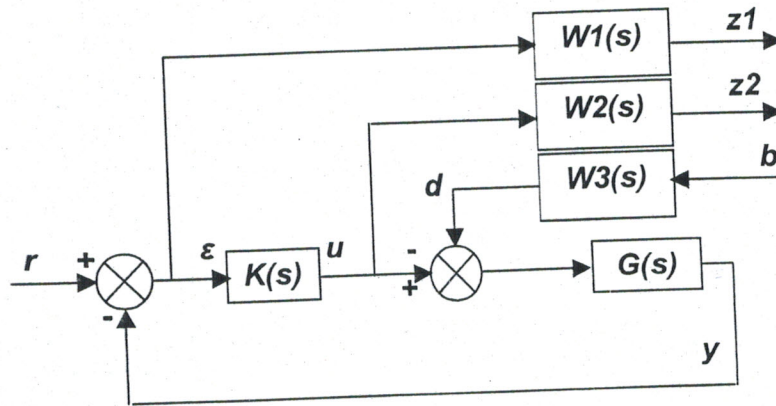


Figure 1.9 : Schéma bloc du problème H_∞ -loopshaping

En effet, on a :

$$\begin{aligned} z_1 &= W_1 \varepsilon = W_1(Sr + W_3SGb) \\ z_2 &= W_2 u = W_2(KSr + W_3KSGb) \end{aligned} \quad (1.10)$$

Soit :

$$\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} W_1 S & W_1 W_3 S G \\ W_2 K S & W_2 W_3 K S G \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ b \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

Si nous revenons quelques lignes à l'arrière, nous concluons que la relation entre $\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} r \\ b \end{pmatrix}$ n'est que la LFT du système $P(s)$ et le contrôleur $K(s)$ du problème H_∞ standard :

$$F_l(P, K) = \begin{pmatrix} W_1 S & W_1 W_3 S G \\ W_2 K S & W_2 W_3 K S G \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

La résolution du problème H_∞ fait donc intervenir un critère 4-blocs :

$$\|F_l(P, K)\|_\infty = \left\| \begin{pmatrix} W_1 S & W_1 W_3 S G \\ W_2 K S & W_2 W_3 K S G \end{pmatrix} \right\|_\infty < 1 \quad (1.13)$$

D'après la propriété 40 de la norme H_∞ (Voir l'annexe A2) et lorsque l'inégalité 1.13 est vérifiée, on a :

$$\begin{aligned}
\|W_1 S\|_\infty < 1 &\implies \|S\|_\infty < \frac{1}{|W_1|} \\
\|W_2 K S\|_\infty < 1 &\implies \|K S\|_\infty < \frac{1}{|W_2|} \\
\|W_1 W_3 S G\|_\infty < 1 &\implies \|S G\|_\infty < \frac{1}{|W_1 W_3|} \\
\|W_2 W_3 K S G\|_\infty < 1 &\implies \|K S G\|_\infty < \frac{1}{|W_2 W_3|}
\end{aligned} \tag{1.14}$$

On voit donc que la réponse fréquentielle de chacune des fonctions S , $K S$, $S G$ et $K S G$ est contrainte par des gabarits, qui dépendent des filtres choisis. Ceci est déjà discuté plus haut pour S et $K S$ et le même raisonnement s'applique tout à fait aux $S G$ et $K S G$.

Calculons maintenant les 4 transferts ($P_{11}(s)$, $P_{12}(s)$, $P_{21}(s)$ et $P_{22}(s)$) du système $P(s)$, en écrivant z_1 , z_2 et ε en fonction de r , b et u .

$$\begin{aligned}
z_1 &= W_1(r + W_3 G b - G u) \\
z_2 &= W_2 u \\
\varepsilon &= r + W_3 G b - G u
\end{aligned} \tag{1.15}$$

Soit :

$$\begin{aligned}
\begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \varepsilon \end{pmatrix} &= \begin{bmatrix} W_1 & W_1 W_3 G & -W_1 G \\ 0 & 0 & W_2 \\ 1 & W_3 G & -G \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r \\ b \\ u \end{pmatrix} \\
&\equiv \begin{pmatrix} z \\ y \end{pmatrix} = P(s) \begin{pmatrix} w \\ u \end{pmatrix} \\
\implies P(s) &= \begin{bmatrix} W_1 & W_1 W_3 G & -W_1 G \\ 0 & 0 & W_2 \\ 1 & W_3 G & -G \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{1.16}$$

Le fait de commencer du système initial et lui ajouter des fonctions de pondérations $W_i(s)$, en augmentant ainsi son ordre, le nouveau $P(s)$ obtenu est appelé 'système augmenté'.

Nous attirons l'attention, que nous avons obtenu ces résultats, en supposant le système mono-variable et que dans le cas des systèmes multivariables, les $W_i(s)$ deviennent des matrices d'où $P(s)$ s'écrit :

$$P(s) = \begin{bmatrix} W_1 I & W_1 W_3 G & -W_1 G \\ 0.I & 0.I & W_2 I \\ I & W_3 G & -G \end{bmatrix} \tag{1.17}$$

Dans le cas où l'on souhaite maîtriser l'effet des perturbations agissant en différents points du sys-

tème bouclé, on peut généraliser l'approche précédente en ajoutant les signaux des perturbations en différents endroits du schéma bloc de la figure 1.9 et en leur imposant d'autres fonctions de pondérations.

Par conséquent, on note que la forme de ce critère est très ouverte. C'est ce qui fait la puissance de la synthèse H_∞ , mais aussi sa difficulté, car comme on l'a déjà dit, le choix des fonctions ou matrices de pondérations n'est pas aisé.

Par la suite, nous donnons la méthode de résolution du problème H_∞ , qui est basée sur l'utilisation des équations de Riccati. Elle reste la plus utilisée après son apparition à la fin des années 80.

Tout d'abord, nous devons calculer une réalisation d'état du système $P(s)$.

$$P(s) = \begin{bmatrix} P_{11}(s) & P_{12}(s) \\ P_{21}(s) & P_{22}(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \end{bmatrix} (sI - A)^{-1} \begin{bmatrix} B_1 & B_2 \end{bmatrix} \quad (1.18)$$

Cette réalisation est associée à la description dans l'espace d'état suivante :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ z(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ w(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \quad (1.19)$$

Avec :

$$x \in \mathbb{R}^n, w \in \mathbb{R}^{n_w}, u \in \mathbb{R}^{n_u}, z \in \mathbb{R}^{n_z}, y \in \mathbb{R}^{n_y}.$$

Pour résoudre le problème, on doit satisfaire les hypothèses suivantes :

H1- (A, B_2) est stabilisable, et (C_2, A) est détectable.

H2- $\text{Rang}(D_{12}) = n_u$ et $\text{Rang}(D_{21}) = n_y$. Ces deux rangs doivent être complets.

$$\text{H3- } \forall \omega \in \mathbb{R}, \text{Rang} \begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_2 \\ C_1 & D_{12} \end{pmatrix} = n + n_u.$$

$$\forall \omega \in \mathbb{R}, \text{Rang} \begin{pmatrix} A - j\omega I_n & B_1 \\ C_2 & D_{21} \end{pmatrix} = n + n_y.$$

$$\text{H4- } D_{11} = 0, \quad D_{12}^T \begin{pmatrix} C_1 & D_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & I_{n_u} \end{pmatrix}.$$

$$D_{22} = 0, \quad \begin{pmatrix} B_1 \\ D_{21} \end{pmatrix} D_{21}^T = \begin{pmatrix} 0 \\ I_{n_y} \end{pmatrix}.$$

La vérification de ces hypothèses permet d'assurer qu'on cherche à résoudre un problème dit 'bien posé'.

La résolubilité du problème standard est testée à l'aide du théorème suivant.

Théorème 1.1 :[1]

Sous les hypothèses H1-H5, le problème H_∞ standard a une solution si et seulement si les trois conditions suivantes sont remplies :

i- il existe une solution $X_\infty \geq 0$ de l'équation algébrique de Riccati :

$$A^T X_\infty + X_\infty A + C_1^T C_1 + X_\infty (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty = 0 \quad (1.20)$$

telle que :

$$\operatorname{Re}(\lambda_i [A + X_\infty (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty]) < 0, \forall i \quad (1.21)$$

ii- il existe une solution $Y_\infty \geq 0$ de l'équation algébrique de Riccati :

$$A Y_\infty + Y_\infty A^T + B_1 B_1^T + Y_\infty (\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2) Y_\infty = 0 \quad (1.22)$$

telle que :

$$\operatorname{Re}(\lambda_i [A + Y_\infty (\gamma^{-2} C_1^T C_1 - C_2^T C_2)]) < 0, \forall i \quad (1.23)$$

iii- La valeur propre maximale de $X_\infty Y_\infty$, doit vérifier la condition suivante :

$$|VP_{\max}(X_\infty Y_\infty)| < \gamma^2 \quad (1.24)$$

γ étant donné, dans le cas du problème H_∞ par loopshaping $\gamma = 1$

Le théorème suivant donne les paramètres du correcteur recherché, pour le problème H_∞ .

Théorème 1.2 :[2]

Supposons H1-H5 sont vérifiées, et les conditions du théorème 1 sont respectées, alors le contrôleur est donné par :

$$K(s) = C_c (sI - A_c)^{-1} B_c \quad (1.25)$$

Avec :

$$\begin{aligned} A_c &= A + (\gamma^{-2} B_1 B_1^T - B_2 B_2^T) X_\infty - (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} Y_\infty C_2^T C_2 \\ B_c &= (I - \gamma^{-2} Y_\infty X_\infty)^{-1} Y_\infty C_2^T \\ C_c &= -B_2^T X_\infty \end{aligned} \quad (1.26)$$

Il stabilise le système de manière interne et satisfait $\|F_l(P, K)\|_\infty < \gamma$.

Ce correcteur est appelé '*contrôleur central*'. Il est strictement propre et d'ordre égal à celui du système généralisé $P(s)$.

On peut séparer le correcteur central obtenu, en observateur d'état et en commande par retour d'état, ainsi :

$$\begin{aligned}\hat{x} &= A\hat{x} + B_1\gamma^{-2}B_1^T X_\infty\hat{x} + B_2u - (I - \gamma^{-2}Y_\infty X_\infty)^{-1}Y_\infty C_2^T(C_2\hat{x} - y) \\ u &= -B_2^T X_\infty\hat{x}\end{aligned}\quad (1.27)$$

Commentaires sur les hypothèses :

H1 : est l'hypothèse classique pour toute méthode de synthèse dans l'espace d'état. Elle est nécessaire et suffisante pour l'existence d'un contrôleur stabilisant internement le système bouclé.

Si cette hypothèse n'est pas vérifiée, c'est-à-dire il existe des modes non commandables et/ou inobservables, qui vont être dans la boucle fermée. Donc, on ne peut pas placer des pôles de commande ($u = -Kx$) et/ou des pôles de l'observateur en utilisant 1.27.

H2 : le rang plein de D_{12} signifie que toutes les commandes u interviennent dans les variables régulées z .

$$z = C_1x + D_{12}u \quad (1.28)$$

De même, le rang complet de D_{21} , signifie que tout effet du signal extérieur de bruit, ou de perturbation apparaît sur les mesures (richesse en information sur les perturbations et les bruits).

$$y = C_2x + D_{21}w \quad (1.29)$$

H3 : est appelée '*hypothèse de régularité*'. Elle entraîne que $P_{12}(s)$ et $P_{21}(s)$ n'ont pas de zéros ou de pôles sur l'axe imaginaire. Par conséquent, le contrôleur optimal calculé $P(s)$ n'essaie pas d'annuler des pôles ou des zéros sur l'axe imaginaire.

Cette hypothèse est nécessaire pour des raisons techniques de la méthode de résolution.

H4 : garantit que $\|F_l(P, K)\|_\infty$ est finie pour chaque contrôleur stabilisant et strictement propre. On appelle cette hypothèse '*hypothèse de normalisation*'.

1.6 Exemple d'application[1][3]

Dans cette dernière partie du chapitre, nous présentons un exemple d'application. C'est un moteur à courant continu, asservi en position. Les résultats montrés et discutés par la suite sont obtenus par simulation.

Le but de cet exemple est d'une part de montrer une procédure typique pour choisir les fonctions

de pondérations, à partir d'un cahier des charges. Et d'autre part de vérifier la satisfaction des performances obtenues par cette technique.

Le schéma simplifié du système est donné par la figure 1.10, dont les valeurs des différents paramètres sont les suivantes :

$$R = 5.8 \Omega, J = 15.10^{-7} Kg.m^2, A = 10, L = 5.10^{-3} H, a = 10^{-6} N.m.s,$$

$$N = 7, K_e = 0.024 V.s, K_c = 0.024 N.m.A^{-1}, \beta = 4 V.rad^{-1}.$$

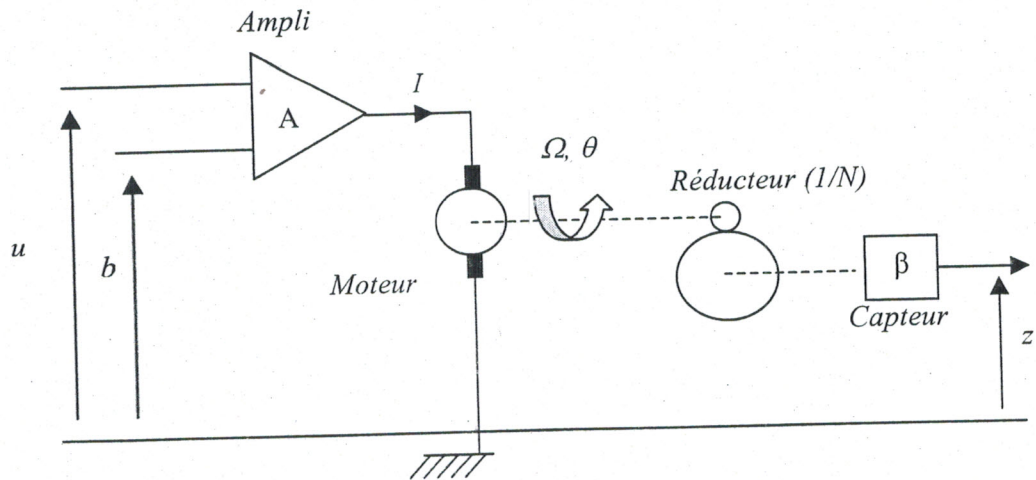


Figure 1.10 : Asservissement en position d'un moteur à courant continu

Le processus étudié est régi par les équations suivantes :

$$\begin{aligned} L \frac{dI(t)}{dt} &= -RI(t) - K_e \Omega(t) + A[u(t) + b] \\ J \frac{d\Omega(t)}{dt} &= K_c I(t) - a\Omega(t) \\ \Omega(t) &= \frac{d\theta(t)}{dt} \\ z(t) &= \frac{\beta}{N} \theta(t) \end{aligned} \quad (1.30)$$

avec :

I : Le courant d'induit.

Ω : La vitesse de rotation.

θ : La position angulaire.

u : La commande.

z : La mesure.

b : La perturbation .

Le modèle que nous obtenons en appliquant la transformée de Laplace à ces équations est :

$$G(s) = \frac{Z(s)}{U(s)} = \frac{240}{s(1 + 0.015s)} \quad (1.31)$$

C'est un modèle simplifié, en considérant $L \approx 0$

Les objectifs du cahier des charges sont résumés comme suit :

- bande passante $\omega_c \approx 100 \text{ rad/s}$
- marge de stabilité $MG \geq 15 \text{ dB}$, $MP \geq 50^\circ$
- amplitude de la commande raisonnable.
- Erreur statique due à la perturbation b inférieur à 1%

D'après la figure 1.10, r et b représentent les signaux externes, donc $w = \begin{pmatrix} r \\ b \end{pmatrix}$.

ε est l'entrée du contrôleur, c'est le signal considéré comme mesure par rapport à $K(s)$.

u reste toujours la commande.

De plus, si nous considérons que ε et u sont les signaux à minimiser, nous aurons le schéma fonctionnel de la figure 1.11.a. C'est la forme standard de notre problème H_∞ , et qui est réduit sous la forme de la figure 1.11.b.

$W_1(s)$ et $W_2(s)$ sont les pondérations imposées aux signaux ε et u respectivement. La perturbation b est aussi pondérée par $W_3(s)$.

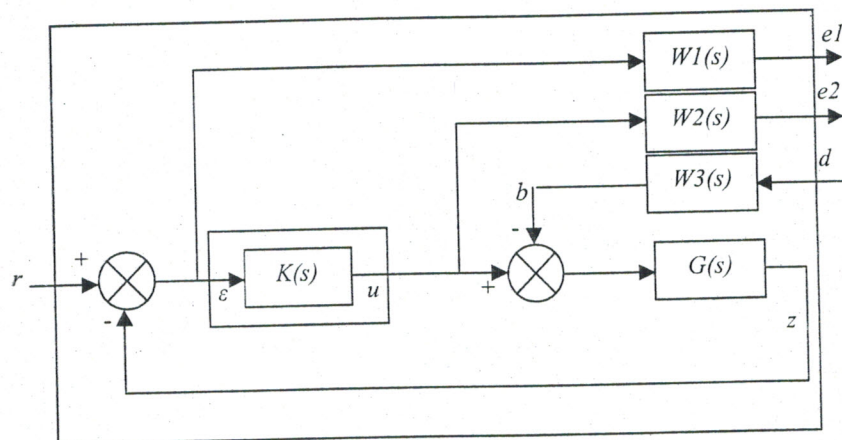


Figure 1.11.a : Schéma fonctionnel d'asservissement du MCC

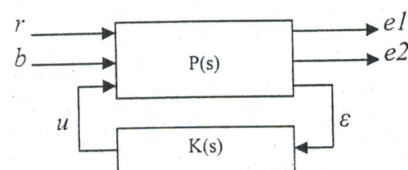


Figure 1.11.b : Forme standard d'asservissement du MCC

Nous retrouvons ici le critère 1.13 à 4 blocs vu dans le paragraphe précédent.

$$\left\| \begin{pmatrix} W_1 S & W_1 W_3 S G \\ W_2 K S & W_2 W_3 K S G \end{pmatrix} \right\|_{\infty} < 1$$

Ce qui revient à imposer des gabarits :

$$\forall \omega \in \mathfrak{R} \left\{ \begin{array}{l} \|W_1 S\|_{\infty} < 1 \rightarrow |S| < \frac{1}{|W_1|} \\ \|W_2 K S\|_{\infty} < 1 \rightarrow |K S| < \frac{1}{|W_2|} \\ \|W_1 W_3 S G\|_{\infty} < 1 \rightarrow |S G| < \frac{1}{|W_1 W_3|} \\ \|W_2 W_3 K S G\|_{\infty} < 1 \rightarrow |K S G| < \frac{1}{|W_2 W_3|} \end{array} \right. \quad (1.32)$$

Donc, les réponses fréquentielles de S , $K S$, $S G$ et $K S G$ sont soumises à des contraintes par des gabarits, afin de satisfaire notre cahier des charges bien sûr.

Pour synthétiser le correcteur, on doit tout d'abord calculer le système augmenté $P(s)$. Ceci est possible en cherchant des représentations d'état pour chacune des fonctions de transfert $G(s)$, $W_1(s)$, $W_2(s)$ et $W_3(s)$.

$$G : \begin{pmatrix} \text{Entrée : } u - b \\ \text{Sortie : } z \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \dot{x} = A x + B(u - b) \\ z = C x \end{array}$$

$$W_1 : \begin{pmatrix} \text{Entrée : } \varepsilon \\ \text{Sortie : } e_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + B_1(r - z) \\ e_1 = C_1 x_1 + D_1(r - z) \end{array}$$

$$W_2 : \begin{pmatrix} \text{Entrée : } u \\ \text{Sortie : } e_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \dot{x}_2 = A_2 x_2 + B_2 u \\ e_2 = C_2 x_2 + D_2 u \end{array}$$

$$W_3 : \begin{pmatrix} \text{Entrée : } d \\ \text{Sortie : } b \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{array}{l} \dot{x}_3 = A_3 x_3 + B_3 d \\ b = C_3 x_3 + D_3 d \end{array}$$

Après tout calcul fait, nous obtenons :

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 & -BC_3 \\ -B_1C & A_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & -BD_3 \\ B_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & B_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ B_2 \\ 0 \end{pmatrix} u \quad (1.33)$$

$$\begin{pmatrix} e_1 \\ e_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -D_1C & C_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ d \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ D_2 \end{pmatrix} u$$

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} -C & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} I & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} r \\ d \end{pmatrix} + (0)u$$

Ainsi :

$$P(s) = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & -BC_3 & 0 & -BD_3 & B \\ -B_1C & A_1 & 0 & 0 & B_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_2 & 0 & 0 & 0 & B_2 \\ 0 & 0 & 0 & A_3 & 0 & B_3 & 0 \\ -D_1C & C_1 & 0 & 0 & D_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 & 0 & 0 & D_2 \\ -C & 0 & 0 & 0 & I & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

Le calcul des paramètres du correcteur, ainsi que la valeur optimale de γ et qui ne doit pas trop dépasser 1, est fait par MATLAB, en utilisant la fonction *hinfsyn*.

Choix des fonctions $W_i(s)$:

Pour régler la bande passante, et assurer un bon rejet de perturbations en basses fréquences, (erreur statique négligeable), on choisit $W_1(s)$ afin que le diagramme de bode de $\frac{1}{|W_1|}$ coupe l'axe 0 dB à 100 rad/s, (bande passante minimale), et qu'il présente un gain suffisamment faible en basses fréquences.

En hautes fréquences, on limite la norme $\|S\|_\infty$ à 1.7 pour garantir une marge de module de 0.6

$$(M_m = \frac{1}{|S|_{\max}} = \frac{1}{\|S\|_\infty}).$$

Après quelques tâtonnements, on trouve :

$$W_1(s) = \frac{s + 128}{1.7(s + 0.075)} \quad (1.35)$$

Initialement, $W_2(s)$ et $W_3(s)$ sont choisies très faibles, par exemple $W_3 = 10^{-2}$ et $W_2 = 10^{-1}$.

La valeur $W_2(s)$ est ajustée afin que la fonction S suive au plus près le gabarit $\frac{1}{|W_1|}$, (en faisant à chaque fois le calcul et le tracé par MATLAB).

Par exemple pour $W_2 = 0.2$, on a obtenu le tracé de la figure 1.12. On remarque que l'écart entre S et $\frac{1}{|W_1|}$ est considérable, en particulier autour de la bande passante.

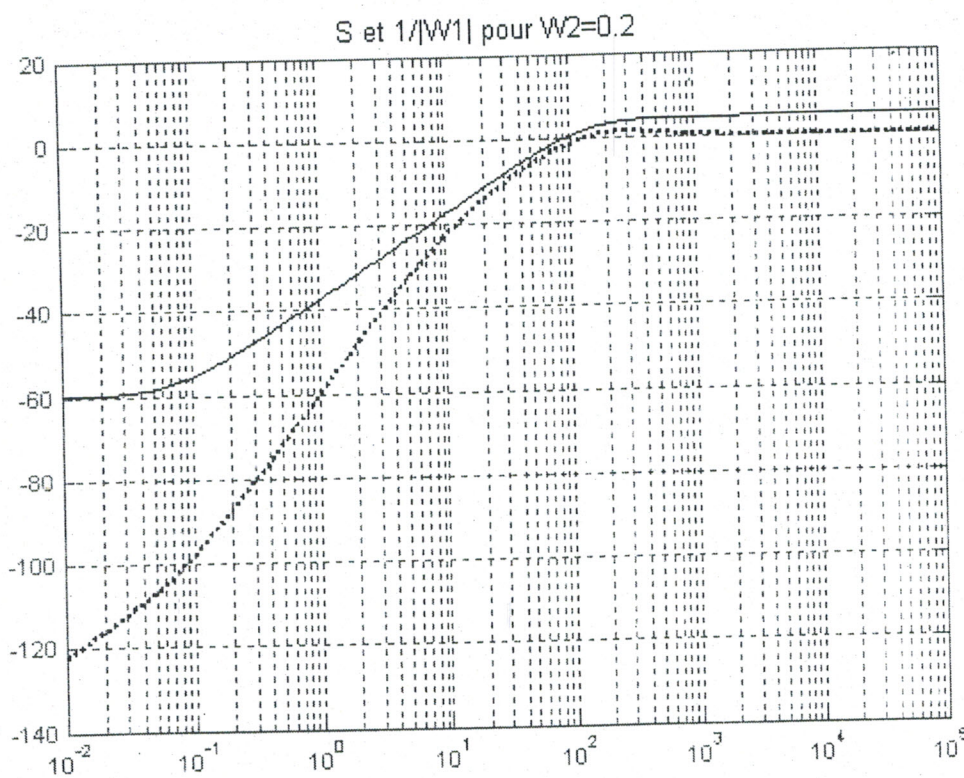


Figure 1.12 : $S(j\omega)$ et son gabarit $\frac{1}{|W_1(j\omega)|}$ pour $W_2 = 0.2$

Après quelques essais, on a retenu la valeur $W_2 = 0.5$, pour laquelle on a eu les allures de la figure 1.13. Cette fois-ci, S suit son gabarit $\frac{1}{|W_1|}$ de façon très proche.

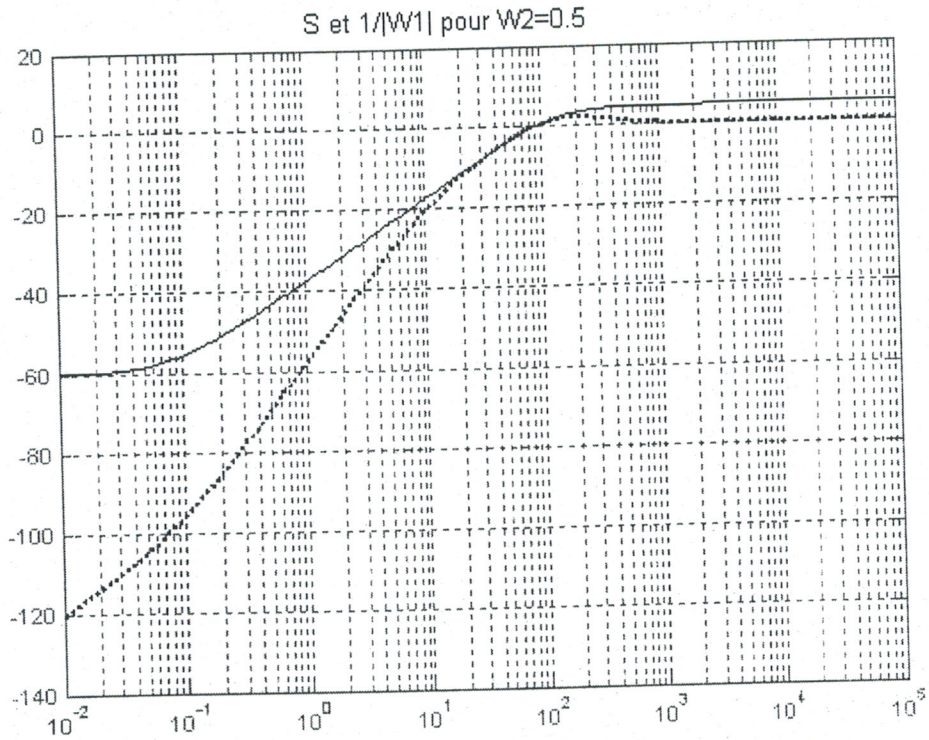


Figure 1.13 : $S(j\omega)$ et son gabarit $\frac{1}{|W_1(j\omega)|}$ pour $W_2 = 0.5$

Ce travail se fait en gardant toujours la valeur de γ petite, pour ne pas trop dépasser 1. La norme H_∞ de la matrice 1.13 est : $\gamma = 0.9632$.

La valeur de W_3 est augmentée ensuite progressivement jusqu'à ce qu'un effet significatif apparaisse sur γ , en veillant toutefois à ce que celui-ci ne dépasse pas excessivement la valeur 1.

Pour les valeurs suivantes, on a eu :

$$W_3 = 0.03 \rightarrow \gamma = 0.9853$$

$$W_3 = 0.04 \rightarrow \gamma = 0.9952$$

$$W_3 = 0.045 \rightarrow \gamma = 1.0005$$

$$W_3 = 0.05 \rightarrow \gamma = 1.0057$$

On prend donc en compte : $W_3 = 0.045 \rightarrow \gamma = 1.0005$

Pour réduire l'effet des bruits en hautes fréquences, on doit faire chuter le gain du correcteur dans cette bande de fréquences, en introduisant une atténuation sur le gabarit $\frac{1}{|W_2|}$

De même, il faut faire attention à la valeur de γ .

La fonction de $W_2(s)$ choisie finalement est

$$W_2(s) = 0.5 \frac{1 + s/1000}{1 + s/50000} \quad (1.36)$$

La valeur de γ_{opt} obtenue est 1.0499, pour un correcteur de fonction de transfert :

$$K(s) = \frac{8239.73(s + 9.541)(s + 66.41)(s + 49999.99)}{(s + 0.074)(s + 363.77)(s + 935.59)(s + 236875.62)} \quad (1.37)$$

Sur la figure 1.14, on donne les allures des quatre transferts S , KG , SG et KSG , ainsi de leurs gabarits $\frac{1}{|W_1|}$, $\frac{1}{|W_2|}$, $\frac{1}{|W_1W_3|}$ et $\frac{1}{|W_2W_3|}$ respectivement.

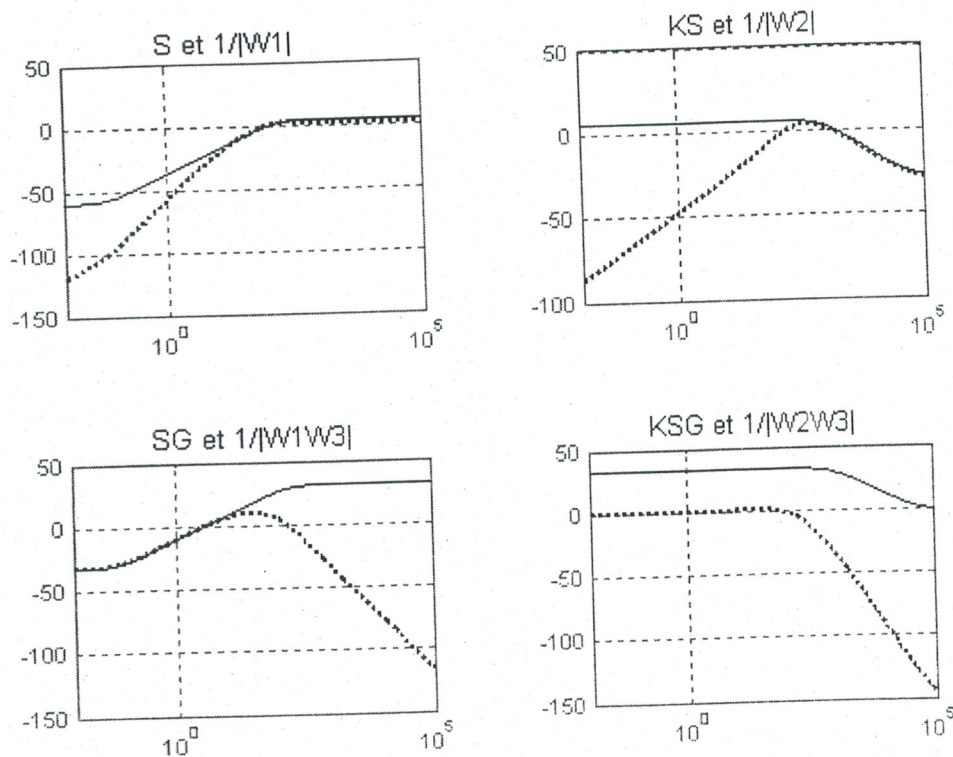


Figure 1.14 : Les allures des 4 transferts et leurs gabarits.

La figure 1.15 montre la réponse fréquentielle de la boucle ouverte corrigée, on remarque bien qu'on a une marge de gain : $MG \approx 24 \text{ dB}$, et une marge de phase : $MP = 66^\circ$. La pulsation de coupure est de l'ordre de 80 rad/s .

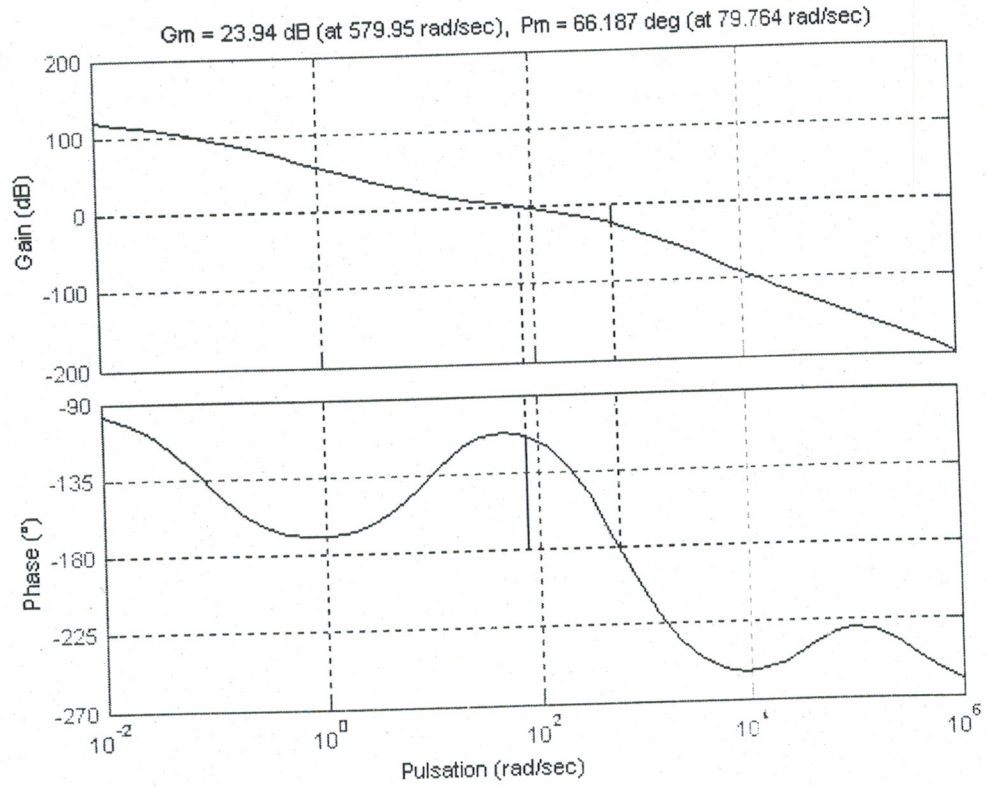


Figure 1.15 : La boucle ouverte corrigée.

Le tracé de bode du correcteur est donné par la figure 1.16. Il se comporte comme un intégrateur en basses fréquences, ce qui assure une erreur statique due aux perturbations b négligeable ou nulle. Autour de la bande passante, il devient comme un avance de phase, avec une pente douce. Enfin en hautes fréquences, on sent l'effet d'un filtre passe bas éliminant les éventuels bruits.

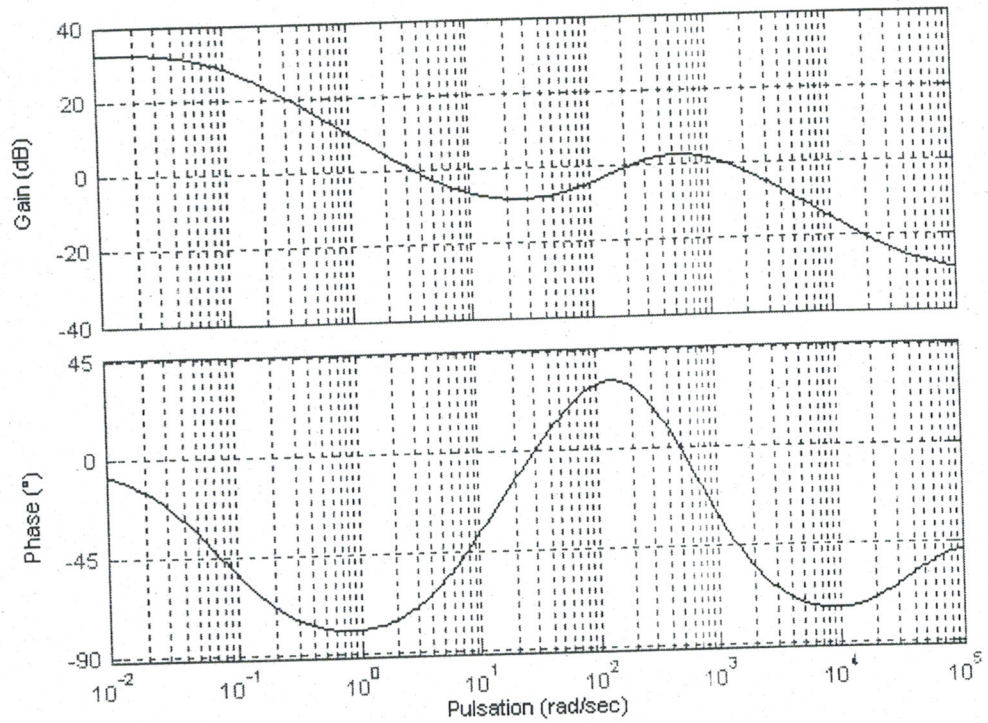


Figure 1.16 : Tracé de Bode du correcteur.

Nous avons aussi simulé le système suivant le schéma SIMULINK donné par la figure 1.17.

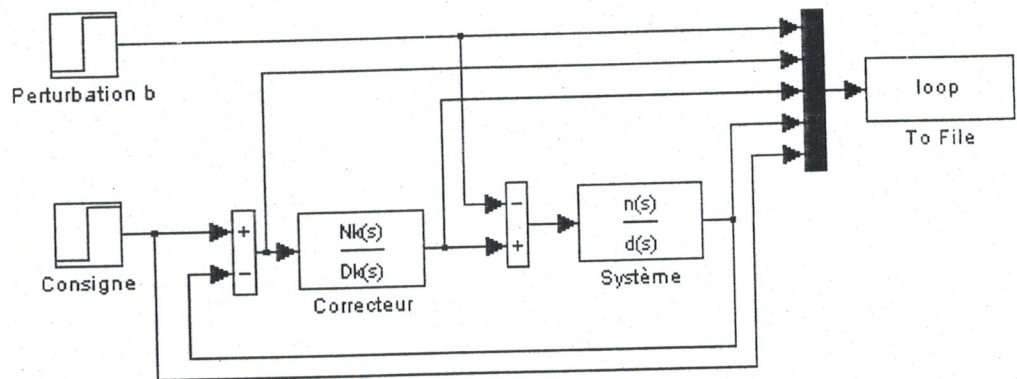


Figure 1.17 : Schéma SIMULINK de l'asservissement du MCC

Les réponses obtenues à un échelon de consigne dans un premier temps, puis à un échelon de perturbation durant le premier régime permanent établi sont montrées par la figure 1.18.

L'erreur statique avant l'application de b est nulle et elle est négligeable après l'affectation du système par la perturbation.

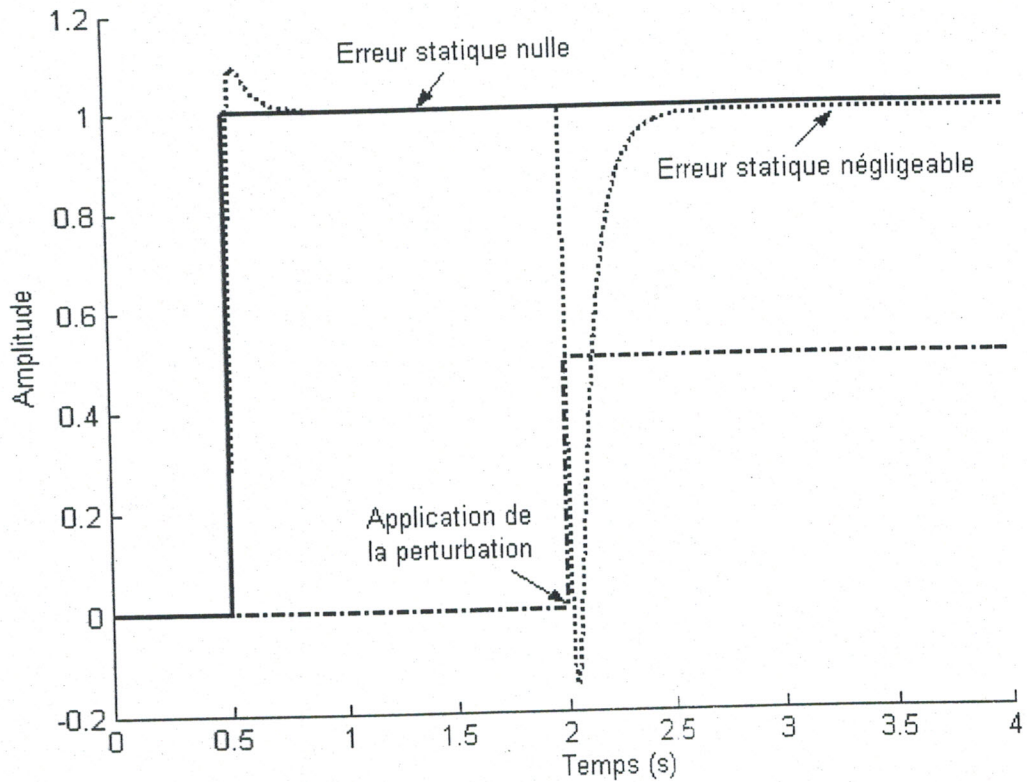


Figure 1.18 : La réponse indicielle de l'asservissement du MCC

Nous terminons cet exemple par donner une remarque sur le correcteur synthétisé $K(s)$. Son ordre est de 4, avec un pôle à -50000 , un autre à -0.075 et un zéro à -23687 . L'influence du pôle et zéro éloignés est négligeable, alors que le pôle à -0.075 peut être approximé par 0. Ceci nous ramène à réduire l'ordre de $K(s)$, en supprimant le pôle et le zéro éloignés et en remplaçant le pôle le plus proche à l'axe imaginaire par 0.

Ainsi, le correcteur finalement obtenu est de la forme :

$$K(s) = \frac{9.675}{s} \left(1 + \frac{s}{26}\right) \frac{1 + \frac{s}{64}}{1 + \frac{s}{375}} \frac{1}{1 + \frac{s}{931}} \quad (1.38)$$

On remarque bien que $K(s)$ contient les trois actions que nous avons cité plus haut :

- Action intégrale en basses fréquences.
- Avance de phase.
- Filtre passe-bas.

1.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons donné l'essentiel de la théorie de la commande H_∞ par Loopshaping.

Une discussion détaillée sur le loopshaping de la boucle fermée a fait l'objet de la deuxième partie du chapitre, dans laquelle nous avons montré la traduction des objectifs d'un cahier des charges, en termes de contraintes sur quelques fonctions de la boucle fermée à savoir S , T et KS . Dans le même cadre, nous avons parlé du problème de sensibilité mixte, en étudiant les choix des différentes fonctions de pondérations imposées et mises en jeu lors de la synthèse.

Par la suite, un paragraphe a été réservé pour donner les outils mathématiques pour la résolution du problème H_∞ par loopshaping. La procédure est de satisfaire quelques hypothèses et tester la faisabilité du problème par un théorème. Les paramètres du correcteur sont donnés par un deuxième théorème.

Enfin de ce chapitre, un exemple récapitulatif a été traité soigneusement, les résultats sont obtenus par simulation sous MATLAB.

Pour terminer cette conclusion, nous rappelons que le choix des $W_i(s)$ n'est pas toujours aisé dans le cas des systèmes multivariables et que la commande H_∞ par loopshaping reste une approche de synthèse vaste, par laquelle nous pouvons maîtriser les effets des différents signaux, en différents points du système.

Chapitre 2

Description, modélisation et identification du processus

2.1 Introduction

Généralement lorsqu'on veut réaliser une commande automatique on ne travaille pas directement sur le système étudié, mais plutôt sur son modèle.

Il existe un grand nombre de méthodes d'identification des processus. Parmi ces méthodes, nous utilisons l'analyse indicielle pour l'identification de notre système : banc de régulation multiboucle sur air et eau.

La première partie de ce chapitre est réservée à la description technologique, suivi d'une modélisation physique des blocs de température et du débit choisis pour la réalisation de la commande H_∞ par loopshaping.

Les résultats obtenus par la méthode de l'analyse indicielle seront présentés dans un dernier paragraphe .

2.2 Le banc de régulation[27]

2.2.1 Présentation

Le processus que nous avons utilisé dans notre travail pour appliquer la commande H_∞ par loop-shaping, est un banc de régulation multiboucle sur air et eau.

Il permet de faire :

Des régulations mono -boucles tel que :

- Régulation de débit et de pression sur air et eau.

- Régulation de température sur air.
- Régulation de niveau sur eau.

Des régulations cascades tel que :

- Régulation température/température sur air.
- Régulation débit/température et régulation débit/niveau sur eau.

Ce banc contient tous les éléments nécessaires pour mettre en oeuvre ces régulations, comme :

- La sonde PT100 et son convertisseur 0-100 °C vers 4-20 mA (capteur de température).
- Débitmètre et capteur de débit 100-1000 L/h vers 4-20 mA
- La sonde LT100 et son convertisseur (capteur de niveau).
- Capteur de pression.
- Détendeurs équipés des manomètres.
- Vanne pneumatique et convertisseur I/P (courant/pression).
- Réchauffeur, relais et thermocouples.
- Des correcteurs PID numériques.

Pour notre application, nous avons choisi de travailler sur le système multivariable d'air température/débit, qui est très utilisé dans l'industrie (par exemple l'industrie pharmaceutique, la fabrication de poudres, production de granulas, ...) et qui reste toujours un sujet d'actualité.

Dans un tel système, un changement du débit influe la température d'une manière remarquable, alors qu'une variation de la température affecte très peu le débit. C'est ce qu'on appelle le couplage entre les deux grandeurs de sortie.

2.2.2 Le système du débit seul

Le schéma de câblage du système du débit seul est montré par la figure 2.1. C'est une portion de canalisation équipée d'une vanne pneumatique et d'un capteur de débit, dans laquelle circule de l'air à la pression de 3 bars. Les perturbations sont effectuées par un robinet manuel et mesurées par un débitmètre.

Le capteur de débit délivre un signal 4-20 mA au régulateur, celui-ci corrigeant l'écart mesure/consigne par une action sur la vanne pneumatique, augmentant ou diminuant ainsi le débit.

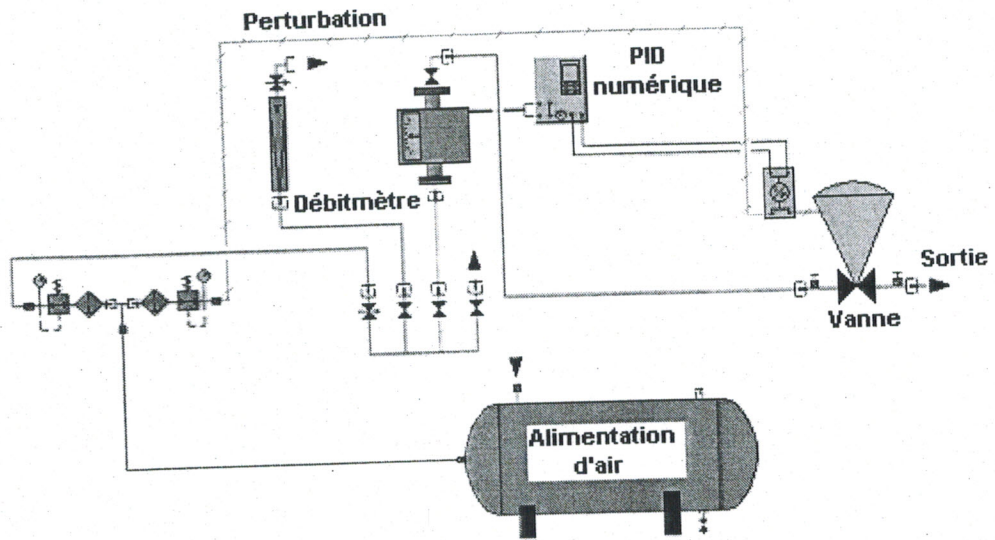


Figure 2.1 : Schéma de câblage de système du débit.

2.2.3 Le système de la température seul

La figure 2.2 donne le schéma de câblage du système de la température seul. C'est un échangeur thermique dans lequel circule de l'air chauffé par une résistance. L'énergie électrique est transformée en énergie thermique par la résistance et transmise partiellement à l'air.

La sonde PT100 avec son conditionneur fournit au PID numérique un courant 4-20mA proportionnel à la mesure et par la suite une commande sera donnée au réchauffeur (résistance chauffante), afin que la sortie soit proche de la consigne malgré les perturbations (changement du débit d'air).

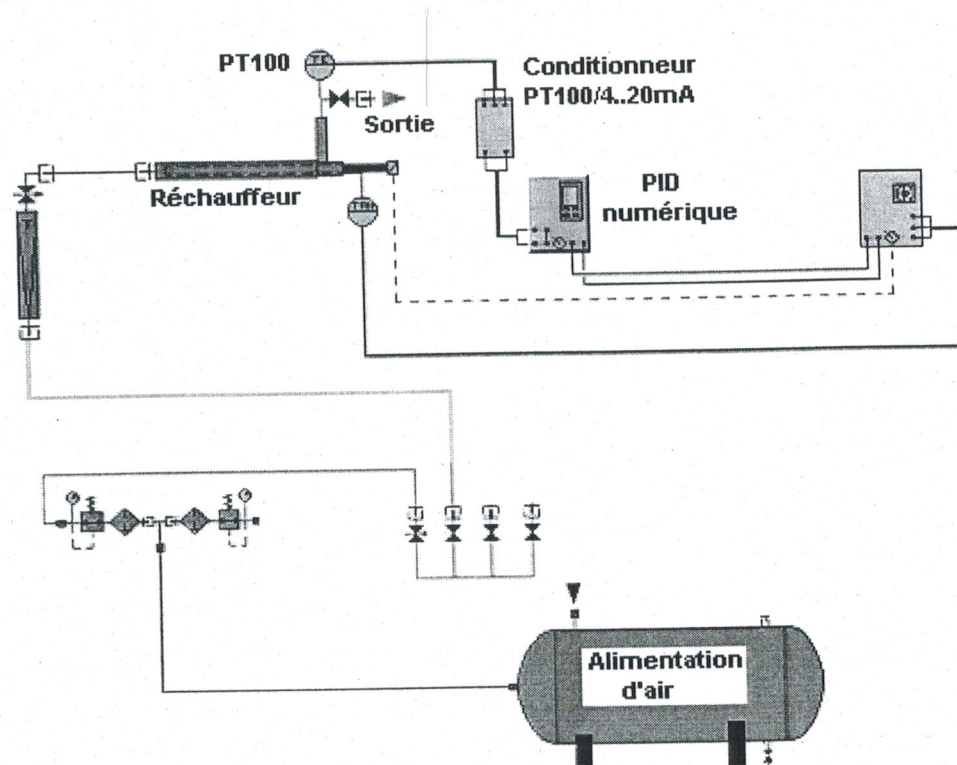


Figure 2.2 : Schéma de câblage de système de la température.

2.2.4 Le système multi- variables débit/température

A partir des deux systèmes précédents, on peut réaliser le câblage de notre processus multivariable débit/température, y incluses la carte dSPACE et la partie électronique réalisée (voir le chapitre 3), ce qui montre la figure 2.3.

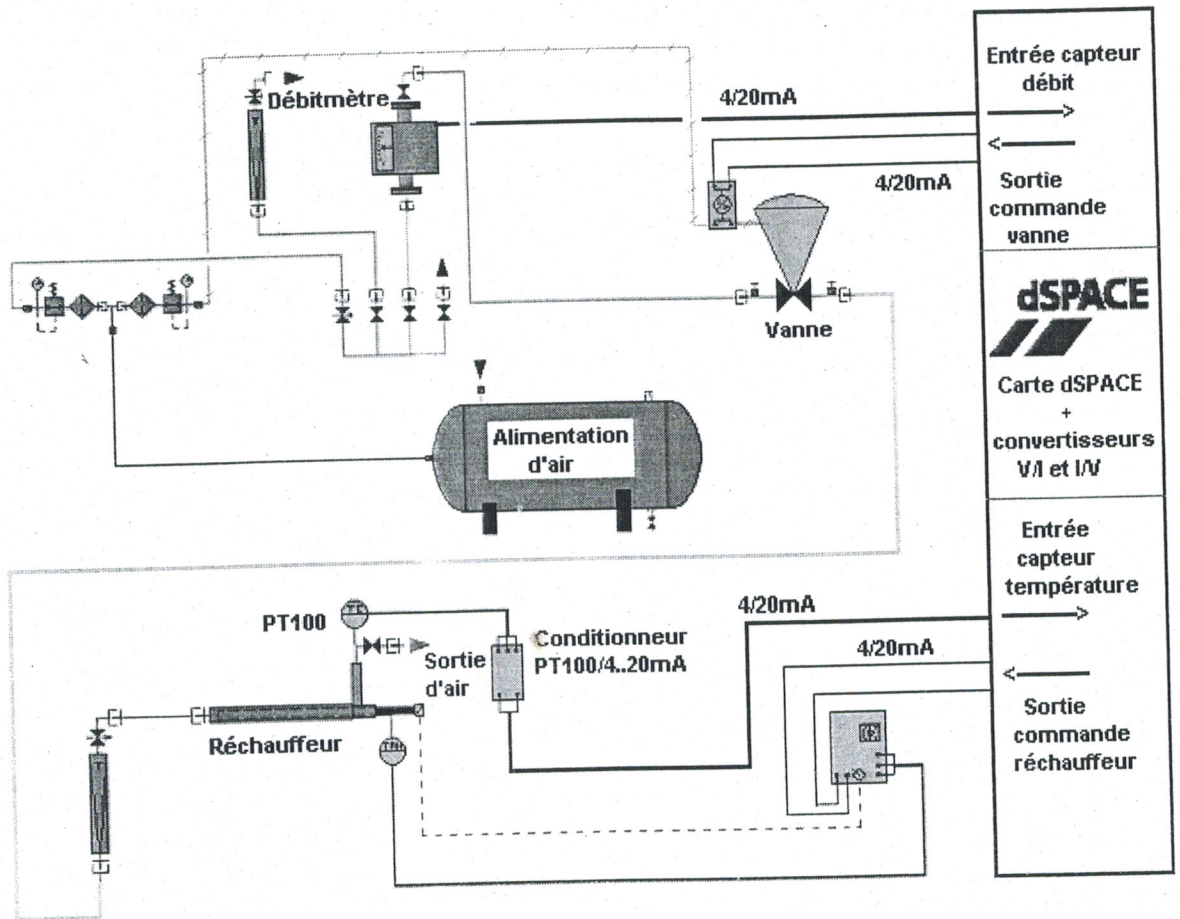


Figure 2.3 : Schéma de câblage du système Débit/Température.

En fait, les deux systèmes sont montés en cascade et le schéma fonctionnel du système complet est donné par la figure 2.4, l'air doit sortir du premier système avec certain débit, puis passe par le deuxième pour le chauffer à la température voulue. Ainsi, le processus complet doit fournir à sa sortie de l'air régulé à la fois en débit et en température, à partir de deux commandes appliquées aux actionneurs (actionneur pour chauffer et autre pour commander la vanne).

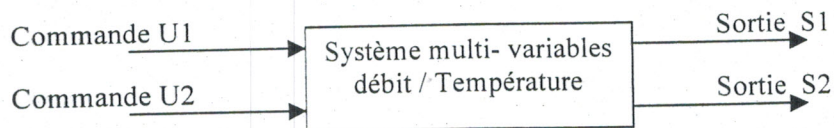


Figure 2.4 : schéma fonctionnel du système Débit/Température.

2.3 Modélisation et identification du processus [28] [29][12][13][14] [16]

Identifier un système c'est déterminer à partir des informations dont on dispose sur les entrées et les sorties de ce système, la forme et les valeurs numériques des paramètres de son modèle.

Un bon modèle est celui qui possède le comportement le plus proche de la réalité.

Dans ce qui suit, nous présenterons une modélisation physique du processus. Puis nous donnerons les méthodes et les résultats de l'identification.

2.3.1 Modélisation physique

La modélisation analytique du système est issue des lois fondamentales de la physique appliquées à la thermique et à la pneumatique.

Modélisation du système du débit

Le schéma simplifié de ce système est donné par la figure 2.5, l'élément principal est la vanne : c'est le processus à commander.

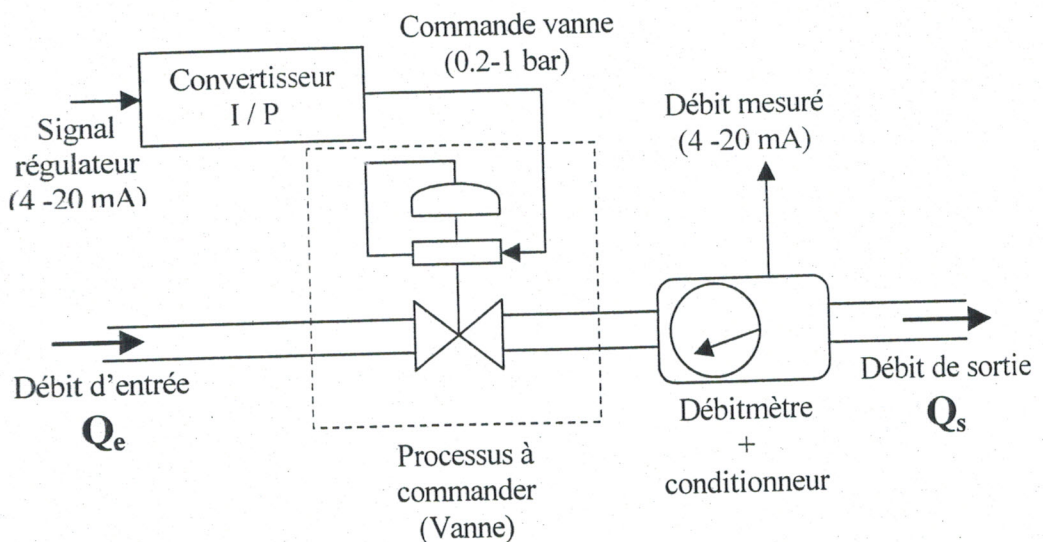


Figure 2.5 : Schéma simplifié du système du débit.

Le convertisseur courant/pression de la commande et le débitmètre peuvent être considérés comme des gains entre leurs grandeurs d'entrée et de sortie.

La figure 2.6 donne le schéma technologique de la vanne.

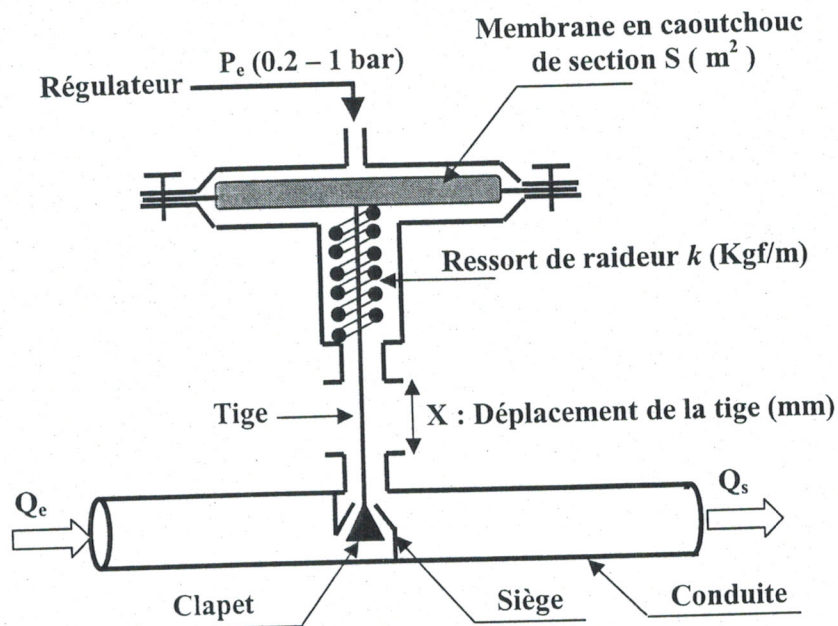


Figure 2.6 : Schéma technologique de la vanne.

La pression P_e provenant du régulateur exerce une force sur la surface S de la membrane. Par conséquent il y aura un déplacement X de la tige en fonction de la valeur de P_e appliquée, en ouvrant ou fermant le clapet. Le ressort a pour rôle de remettre la membrane à sa position d'équilibre si $P_e = 0.2 \text{ bar}$ ou à réduire X si P_e diminue.

Sur le schéma bloc de la figure 2.7, P_e représente l'entrée du processus et X la sortie.

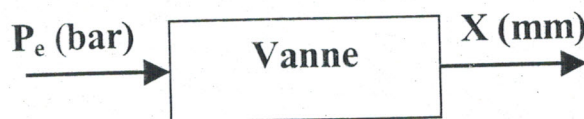


Figure 2.7 : Schéma fonctionnel de la vanne.

Le bilan des forces donne l'équation suivante :

$$m \frac{d^2x(t)}{dt^2} + f \frac{dx(t)}{dt} + kx(t) = SP_e(t) \quad (2.1)$$

où :

m : masse de la partie en mouvement (Kg).

k : raideur du ressort (Kgf/m).

f : frottement (Kgf.sec/m).

S : section de la membrane (m^2).

x : déplacement de la tige (mm).

En appliquant la transformée de Laplace à l'équation 2.1, on obtient :

$$ms^2X(s) + fsX(s) + kX(s) = SP_e(s) \quad (2.2)$$

Ou sous forme réduite :

$$(T^2s^2 + 2\xi Ts + 1)X(s) = KP_e(s) \quad (2.3)$$

Avec :

$\xi = \frac{f}{2\sqrt{mk}}$: coefficient d'amortissement.

$T = \frac{1}{\omega_n} = \sqrt{\frac{m}{k}}$: constante de temps (sec).

La fonction de transfert est :

$$\frac{X(s)}{P_e(s)} = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.4)$$

Notons que toute variation du débit au niveau de la vanne est transmise au débitmètre avec un temps de retard dû au transport de l'air à travers la canalisation.

On modélise ce phénomène par un retard $e^{-\tau s}$ et le modèle final s'écrit :

$$G_d(s) = \frac{K\omega_n^2 e^{-\tau s}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.5)$$

Modélisation du système de la température

Le système de température peut être schématisé suivant la figure 2.8.

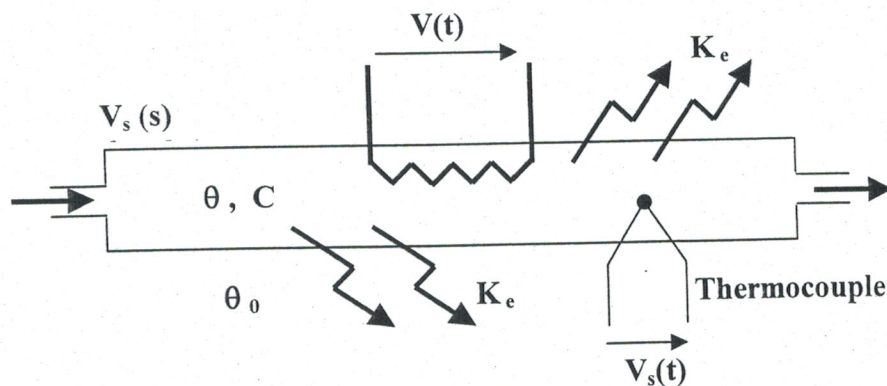


Figure 2.8 : Schéma simplifié du système de température.

Le système est constitué des éléments suivants :

- Le détecteur de température constitué d'un thermocouple.

- La conduite ou enceinte à température $\theta(t)$ et à capacité calorifique C .

Le modèle final est obtenu en modélisant chacun des deux éléments précédents.

L'équation qui régit la conduite est :

$$P(t) = C \frac{d\theta(t)}{dt} + K_e(\theta(t) - \theta_0(t)) = aV(t) \quad (2.6)$$

où :

P : puissance calorifique, proportionnelle à la tension de commande $V(t)$.

K_e : coefficient d'échange ou conductance thermique.

La transformée de Laplace de 2.6 est donnée par :

$$aV(s) = Cs\theta(s) + K_e\theta(s) - K_e\theta_0(s)$$

$$\Rightarrow \theta(s) = \frac{a}{Cs + K_e} V(s) + \frac{K_e}{Cs + K_e} \theta_0(s) \quad (2.7)$$

L'entrée du système est $V(t)$, $\theta_0(t)$ peut être considérée comme perturbation.

La sortie à commander est la température d'air $\theta(t)$, d'où la fonction de transfert entre l'entrée et la sortie s'écrit :

$$\frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{\frac{a}{K_e}}{\frac{C}{K_e}s + 1} \quad (2.8)$$

Passons maintenant au thermocouple représenté par le schéma simplifié de la figure 2.9.

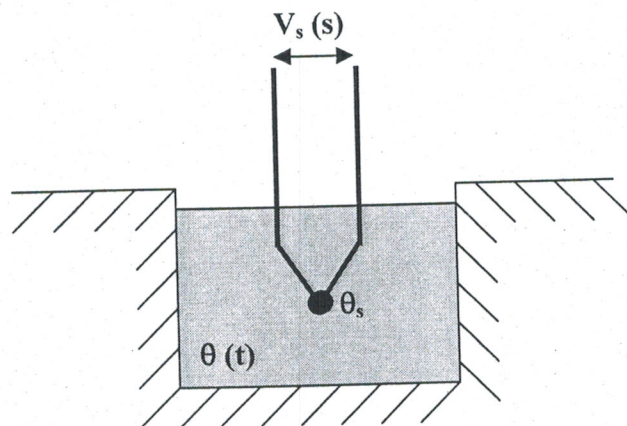


Figure 2.9 : Schéma simplifié du thermocouple.

Le système à l'équilibre obéit à la loi suivante :

$$\alpha S(\theta(t) - \theta_s(t)) = mC_1 \frac{d\theta_s(t)}{dt} \quad (2.9)$$

où :

θ_s : température de la soudure du thermocouple ($^{\circ}C$).

θ : température du milieu à mesurer ($^{\circ}C$).

m : masse de la soudure (Kg).

S : surface d'échange de chaleur (m^2).

C_1 : capacité calorifique de la soudure ($J/sec.Kg.^{\circ}K$).

α : coefficient de transfert de chaleur ($J/sec.m^2.^{\circ}K$).

V_s : force électromotrice de sortie (V)

En tenant compte que dans un thermocouple $V_s(t) = K\theta_s(t)$ (K : constante), on obtient :

$$\alpha S\theta(t) - \frac{\alpha S}{K}V_s(t) = \frac{mC_1}{K} \frac{dV_s(t)}{dt} \quad (2.10)$$

En appliquant la transformée de Laplace à 2.10, on a :

$$\begin{aligned} \frac{mC_1}{\alpha S} sV_s(s) + V_s(s) &= K\theta(s) \\ \implies \frac{V_s(s)}{\theta(s)} &= \frac{K}{\frac{mC_1}{\alpha S} s + 1} \end{aligned} \quad (2.11)$$

A partir des équations 2.8 et 2.11, la fonction de transfert finale du système de température s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{V_s(s)}{V(s)} &= \frac{V_s(s)}{\theta(s)} \frac{\theta(s)}{V(s)} = \frac{\frac{a}{K_e}}{\left(\frac{C}{K_e} s + 1\right)} \frac{K}{\left(\frac{mC_1}{\alpha S} s + 1\right)} \\ \frac{V_s(s)}{V(s)} &= \frac{K_1}{(T_1 s + 1)} \frac{K}{(T_2 s + 1)} \end{aligned} \quad (2.12)$$

avec :

$T_1 \gg T_2$ et $T_1 \gg 1$ donc $\frac{1}{T_1} \rightarrow 0$, (le pôle $\frac{1}{T_1}$ peut être approximé par 0 par rapport à $\frac{1}{T_2}$).

On obtient finalement :

$$\frac{V_s(s)}{V(s)} = \frac{K \frac{K_1}{T_1}}{s(T_2 s + 1)} \quad (2.13)$$

2.3.2 Identification du processus

Les méthodes utilisées dans l'identification sont des méthodes de base, bien connues dans la commande et la régulation des processus. L'utilisation des modèles résultants permet de tester la robustesse du contrôleur.

La détermination d'un modèle est un problème difficile, si le système est non linéaire comme le notre. Pratiquement on travaille autour d'un point d'équilibre.

Nous avons choisi pour le processus le point de fonctionnement suivant : une température de 30°C et un débit de 500 L/h , c'est autour de ce point que nous avons identifié le modèle.

Nous rappelons que le système est multivariable, avec deux entrées (commande de température U_t et commande du débit U_d) et deux sorties (mesure de température Y_t , et celle du débit Y_d). La relation entre le vecteur des entrées et le vecteur des sorties est une matrice de transfert $G(s)$ à 4 blocs, comme le montre la figure 2.10.

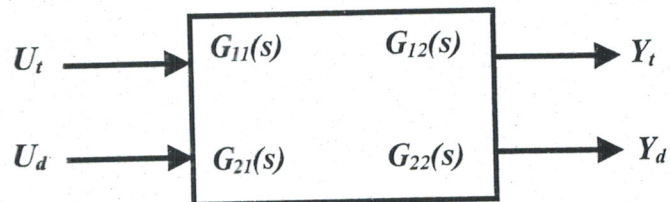


Figure 2.10 : Schéma fonctionnel du système Température/Débit.

Avec :

$G_{11}(s)$: fonction de transfert entre la sortie température et l'entrée température.

$G_{12}(s)$: fonction de transfert entre la sortie température et l'entrée débit.

$G_{21}(s)$: fonction de transfert entre la sortie débit et l'entrée température.

$G_{22}(s)$: fonction de transfert entre la sortie débit et l'entrée débit.

Le bilan des signaux dans ce système donne les équations suivantes :

$$Y_t(s) = G_{11}(s)U_t(s) + G_{12}(s)U_d(s) \quad (2.14)$$

$$Y_d(s) = G_{21}(s)U_t(s) + G_{22}(s)U_d(s) \quad (2.15)$$

Cette écriture formelle montre que toutes les entrées influent toutes les sorties. C'est le couplage, principale difficulté des systèmes multivariables.

La démarche suivie dans l'identification est de trouver chaque fonction de transfert de la matrice $G(s)$ à part, c'est-à-dire nous avons effectué une identification monovariable de chacun des modèles $G_{11}(s)$, $G_{12}(s)$, $G_{21}(s)$ et $G_{22}(s)$.

Identification du système $G_{11}(s)$ (Température/ Température)

Les systèmes thermiques sont en général lents comme les fours, les séchoirs industriels, ...etc.

Notre système de température (présenté dans le paragraphe 2) peut être considéré comme un prototype de ces processus industriels, il possède une réponse lente.

Une bonne expérience nécessite que le système soit effectivement en régime permanent suite à l'application d'une entrée.

Pour trouver $G_{11}(s)$ nous avons utilisé l'analyse indicelle et nous donnons dans la figure 2.11 la réponse réelle du système de la température suite à l'application d'un échelon de commande U_t de 30°C à 35°C , le débit dans ce cas est maintenu constant autour de 500 L/h , donc $U_d = 0$, ainsi l'équation 2.14 s'écrit :

$$Y_t(s) = G_{11}(s)U_t(s) \quad (2.16)$$

L'acquisition et l'enregistrement se font par la carte dSPACE et avant d'aborder les calculs de l'identification, nous avons fait un pré-traitement du signal de la sortie sous MATLAB. Nous avons appliqué un filtre numérique de *Butterworth* (le signal était encore peu bruité malgré l'application du filtre analogique, voir le chapitre 3) et aussi des transformations pour ramener les signaux aux échelles et unités normalisées : l'entrée de 0 à 1°C au lieu de 30°C à 35°C .

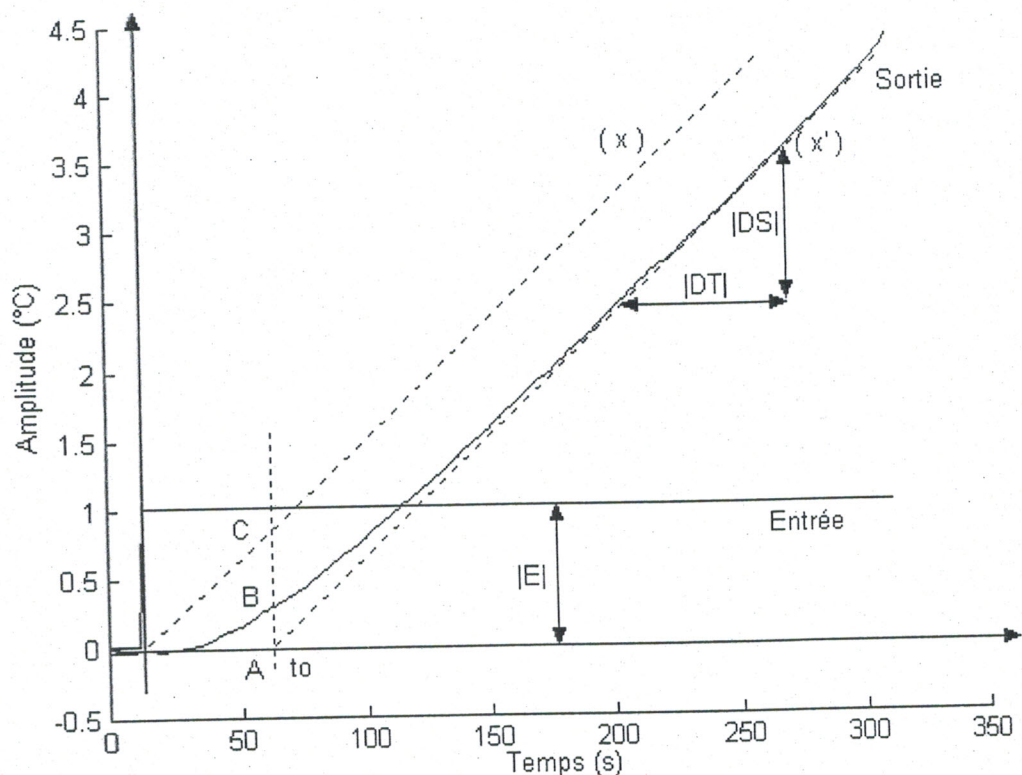


Figure 2.11 : La réponse du système de la température à un échelon de température.

On remarque que le processus est du type intégrateur, il est caractérisé par le fait qu'à une variation en échelon appliqué à son entrée, correspond en sortie une variation en rampe.

La méthode d'identification est celle de *Strejc* étendue aux systèmes intégrateurs. Elle consiste à tracer deux droites (x) et (x') comme le montre la figure 2.11 et trouver par la suite les coordonnées des points A , B et C . La fonction de transfert sera de la forme :

$$G_{11}(s) = \frac{K}{s(1 + Ts)^n} \quad (2.17)$$

En mesurant le rapport $\frac{AB}{AC}$ et grâce au tableau suivant, on tire l'ordre n du système.

n	$\frac{AB}{AC}$
1	0.368
2	0.271
3	0.224
4	0.195

T est déterminée par la relation $T = \frac{t_0}{n}$

K est le gain en vitesse égale à $\frac{|DS|}{|DT|} \frac{1}{|E|}$

Tout calcul fait, on trouve :

$$G_{11}(s) = \frac{0.0168}{s(1 + 44s)} \quad (2.18)$$

Notons que nous avons négligé dans ce modèle le retard, il est de l'ordre de 5 sec, donc petit par rapport à la constante de temps du système.

La réponse obtenue par simulation du modèle trouvé est donnée par la figure 2.12, les modèles réel et simulé sont presque les mêmes.

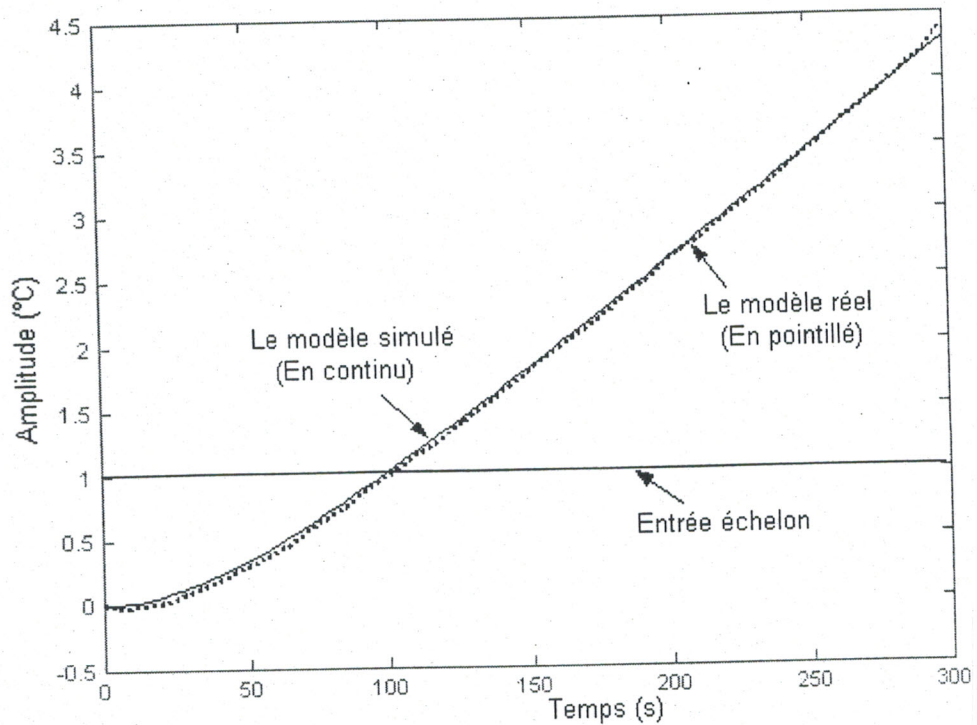


Figure 2.12 : Réponses des modèles simulé et réel.

Identification du système $G_{22}(s)$ (Débit/Débit)

Contrairement au système de température, le système du débit appartient à la famille des processus rapides.

Pratiquement, pour avoir une sortie maintenue autour du point d'équilibre $500 L/h$. Il nous a fallu appliquer un échelon U_d de $295 L/h$, cela nous donne une idée sur le gain statique avant même l'identification du système.

La réponse correspondante à cette entrée est représentée par la figure 2.13. La température est maintenue à $30^\circ C$, donc pas de commande U_t dans ce cas. L'équation 2.15 devient :

$$Y_d(s) = G_{22}(s)U_d(s) \quad (2.19)$$

De même que pour le signal de la température, nous avons filtré numériquement le signal acquis (il n'était pas trop bruité) et nous lui avons appliqué les transformations des échelles.

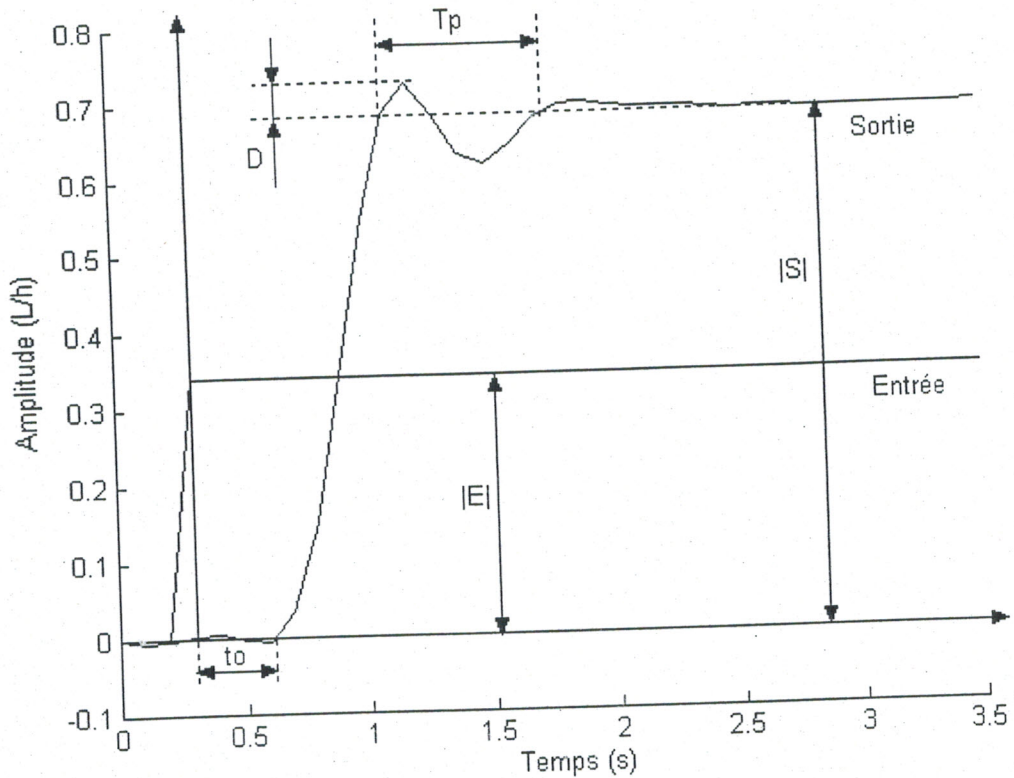


Figure 2.14 : La réponse du système du débit à un échelon du débit.

Nous déduisons de cette figure que le système est un second ordre, nous remarquons que la réponse indicielle présente un dépassement D et une oscillation de pseudo-période T_p , avec un temps de montée rapide. Le système possède aussi un retard $\tau = t_0 = 0.3 \text{ sec}$ considérable dans ce cas, car il est du même ordre que la constante de temps. La forme de $G_{22}(s)$ est donc :

$$G_{22}(s) = \frac{K\omega_n^2 e^{-\tau s}}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2} \quad (2.20)$$

La détermination graphique de ξ se fait par la mesure du dépassement D et l'utilisation de la relation :

$$\xi = \sqrt{\frac{(\ln(D))^2}{\pi^2 + (\ln(D))^2}} \quad (2.21)$$

La constante de temps naturelle T_n est donnée par :

$$T_n = T_p \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.22)$$

Enfin le gain statique est $K = \frac{|S|}{|E|}$.

L'application de cette méthode conduit au modèle $G_{22}(s)$ suivant :

$$G_{22}(s) = \frac{40.3e^{-0.3s}}{s^2 + 6.012s + 20.15} \quad (2.23)$$

Nous reviendrons à ce modèle, en particulier sur le retard qui est un problème majeur des systèmes physiques dans le chapitre 4.

La simulation sous SIMULINK du modèle trouvé a donné les tracés de la figure 2.15. La réponse du modèle simulé est plus proche du modèle réel au début du régime transitoire et en régime permanent, mais il y a une erreur dans la zone des oscillation du modèle réel (fin du transitoire)

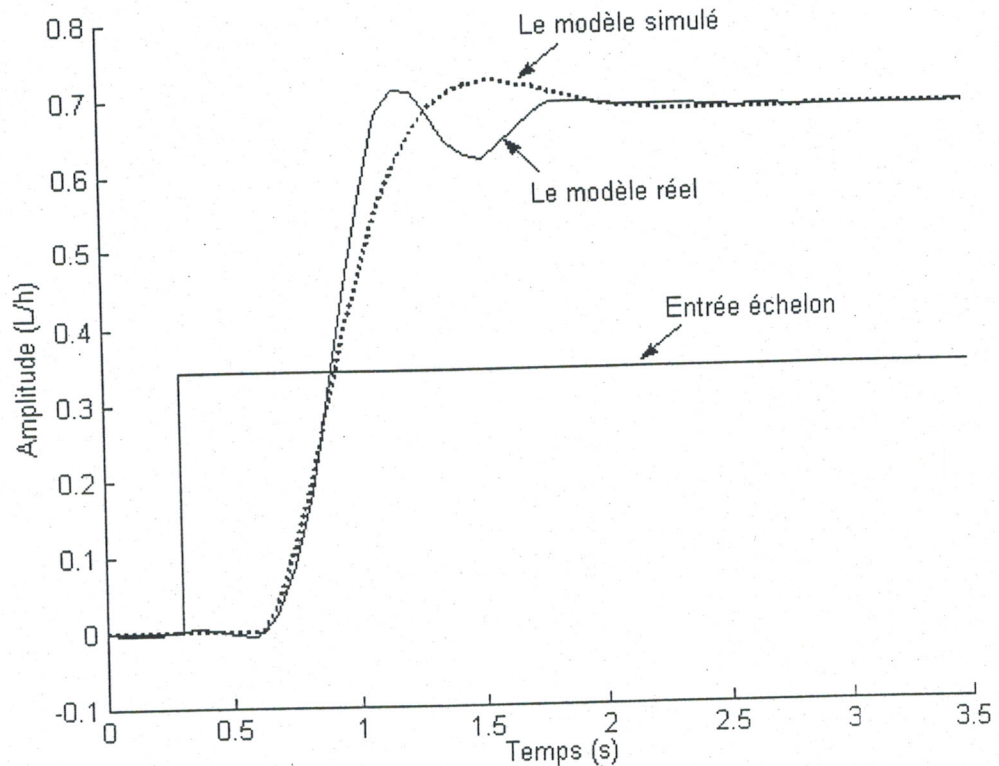


Figure 2.15 : Réponses des modèles simulé et réel.

Ce modèle reste le meilleur après l'optimisation de ces paramètres

Identification du système $G_{12}(s)$ (Température/Débit)

D'après les lois physiques appliquées à la pneumatique, il y a une relation entre le débit et la température. Dans le langage de l'automaticien, ceci se traduit par le terme couplage entre les entrées et les sorties.

Nous commençons par trouver le premier transfert du couplage $G_{12}(s)$ entre la sortie de la température et la commande du débit. Pour cela nous avons stabilisé la température autour d'un point d'équilibre avec un débit de 500 L/h et à un instant donné, nous avons appliqué une commande

du débit en échelon, en augmentant le débit à 700 L/h. La commande de la température est nulle.

L'équation 2.14 sera de la forme :

$$Y_t(s) = G_{12}(s)U_d(s) \quad (2.24)$$

Après avoir suivi la même procédure d'acquisition et de traitement du signal, nous obtenons la courbe donnée par la figure 2.16, elle correspond à une réponse d'un système du premier ordre. Une analyse visuelle montre que le système est très lent. En calculant la constante de temps T du système à partir de l'intersection de la tangente en un point quelconque de la courbe avec la valeur asymptotique de la réponse en régime permanent. Le gain statique est toujours égal à $K = \frac{|S|}{|E|}$.

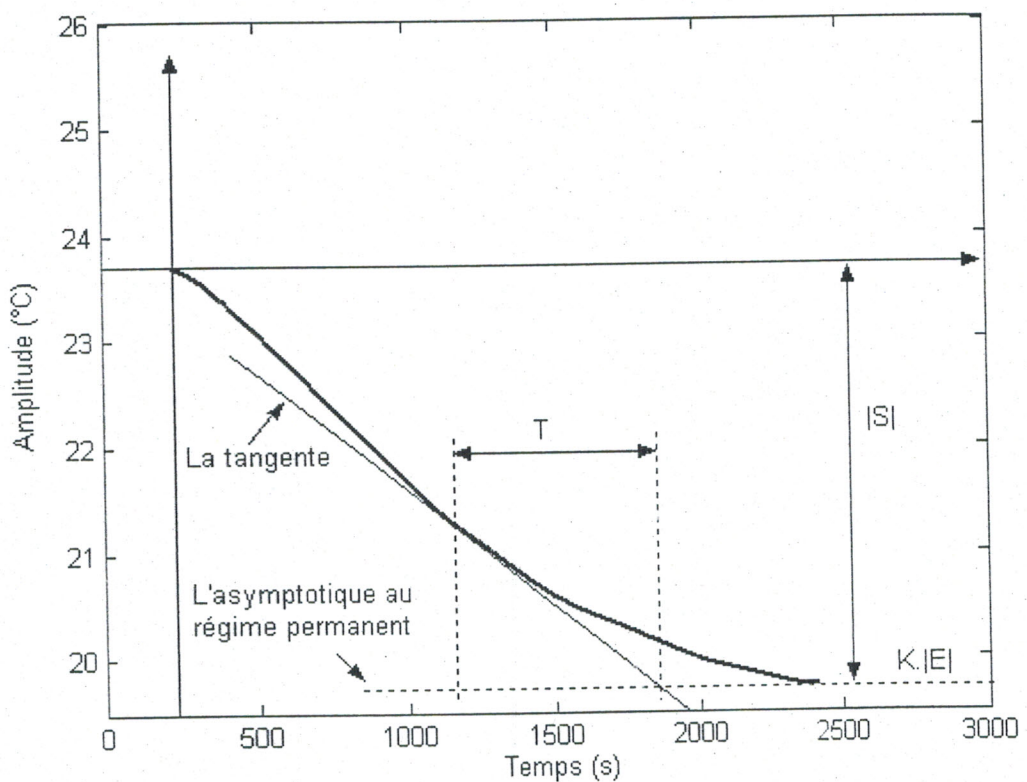


Figure 2.16 : La réponse du système de la température à un échelon du débit.

En optimisant les valeurs obtenues de T et K , le modèle final retenu est de la forme :

$$G_{12}(s) = \frac{-0.2}{1 + 1179.2s} \quad (2.25)$$

Puisque la constante de temps de ce système est très grande, on peut dire qu'un changement du débit autour du point d'équilibre influe peu la température.

Ceci n'est pas une contradiction avec ce que nous avons dit plus haut sur le couplage, car ce phénomène est souvent rencontré dans les systèmes industriels, là où les pressions, les débits et les

températures utilisés sont élevés. Alors que dans notre cas, ces grandeurs sont d'ordre petit, ce qui justifie le faible couplage entre le système du débit et celui de la température.

Enfin la simulation faite sur le modèle montre qu'il a un comportement proche de la réalité, ceci est illustré par la figure 2.17.

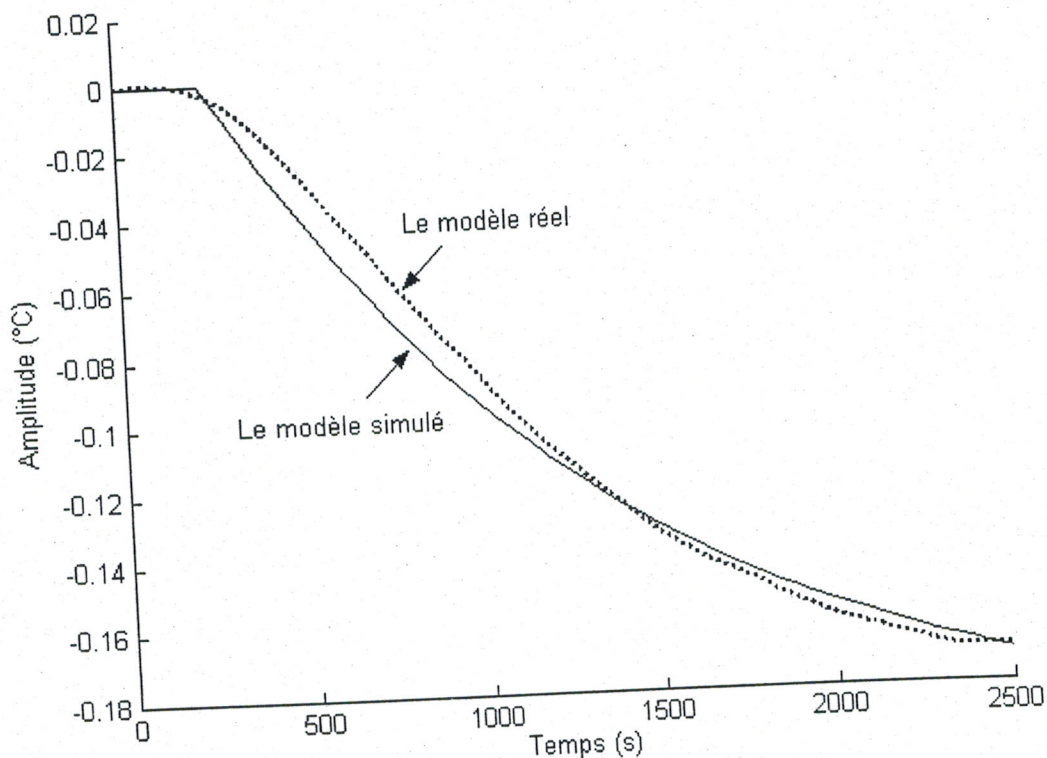


Figure 2.17 : Réponses des modèles simulé et réel.

Identification du système $G_{21}(s)$ (Débit/Température)

C'est le deuxième transfert de couplage dans le système. L'expérience que nous avons fait nous a montré qu'un changement de la température n'affecte pas le débit, il reste toujours autour du point de fonctionnement $500 L/h$, donc :

$$G_{21}(s) = 0 \quad (2.26)$$

Dans ce cas il n'y a pas de couplage entre les deux systèmes.

Finalement, on peut dire que les deux systèmes de température et du débit sont presque découplés physiquement.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons commencé par une description générale du banc de régulation et du fonctionnement des deux systèmes de température et du débit en particulier. La modélisation physique et l'identification ont fait l'objet de la deuxième partie de ce chapitre. Le but était de trouver les différentes fonctions de transferts utilisées ultérieurement dans la commande. La méthode utilisée est celle de l'analyse indicielle et les modèles obtenus étaient proches de la réalité.

Notons que le couplage dans ce processus entre le débit et la température est faible et que le système du débit présente un retard, c'est une difficulté principale des systèmes industriels lors d'une commande automatique.

Chapitre 3

Aspects matériels

3.1 Introduction

Microprocesseurs et calculateurs, sont devenus de plus en plus des outils importants pour le contrôle des procédés dans ces dernières années. En fait, ils ont un impact significatif sur la plupart des domaines, en particulier le génie industriel.

La nécessité de la rapidité et de la flexibilité des opérations, ainsi que les performances demandées, exigent que ces composants soient à la hauteur de la technologie. Ceci se traduit en terme de la vitesse de calcul et de la taille des programmes à traiter, en temps réel ou en temps différé.

La microélectronique qui a permis la réalisation de ces μ P et calculateurs, a fait aussi un grand pas avec la découverte du DSP (*Digital Signal Processor*), composant qui prend sa place entre le μ P et le μ - Contrôleur, et contient : CPU (*Central Processor Unit*), CALU (*Central Arithmetic and Logic Unit*), Timers, RAM (*Random Access Memory*) et d'autres périphériques intégrés.

Dans la pratique, un ou plusieurs DSP sont implantés sur une carte électronique avec d'autres périphériques, tel que : CAN (*Convertisseur Analogique-Numérique*), CNA (*Convertisseur Numérique-Analogique*), E/S (*Entrées/Sorties*) numériques, , pour obtenir tout un système numérique de contrôle (*Hardware*). C'est le cas de la technologie des fameuses cartes dSPACE de la société allemande. Le laboratoire d'automatique dispose de deux cartes de cette famille : la DS1103 et la DS1102 que l'on a utilisé dans ce projet pour commander un système physique en temps réel.

Ce chapitre est consacré pour décrire et présenter la carte dSPACE DS1102, en particulier : son architecture et ses performances.

Penser à une commande numérique à l'aide d'un calculateur, c'est penser tout d'abord à l'opération de l'échantillonnage, ou plus sérieusement à la fréquence d'échantillonnage f_e .

Le choix de f_e est primordial, si on veut bien exploiter l'information du signal discret. Pour cette raison, il nous a paru utile de rappeler le fameux théorème de Shannon dans le quatrième paragraphe

de ce troisième chapitre. Le choix des fréquences de coupure de notre système suivant la rapidité et l'information de chaque réponse fait aussi l'objet du même paragraphe.

Comme tout système de commande numérique, nous avons besoin de réaliser une interface de conversion des signaux véhiculant entre le système et la carte dSPACE, c'est le rôle de la partie électronique présenté dans le dernier paragraphe.

3.2 La carte dSPACE DS1102[18][19] [20][21][22][23]

3.2.1 Présentation

La DS1102 est un des produits de la société allemande dSPACE, c'est une carte très puissante conçue pour développer des calculateurs numériques multivariables de très grande vitesse, et pour faire des simulations en temps réel dans les domaines de :

- Robotique et procédés industriels.
- Actionneurs électriques et servohydrauliques.
- Contrôle des véhicules et des trajectoires.
- Espace et aéronautique.
- Télécommunication et traitement des signaux, et beaucoup d'autres domaines.

Cette carte est basée sur la technologie de Texas Instrument, elle contient le DSP (*Digital Signal Processor*) TMS320C31 qui peut effectuer un algorithme numérique intensif en temps très réduit. Elle possède en outre un contrôleur de type TMS320P14 spécialisé pour les entrées sorties numériques.

Complétée par d'autres périphériques tel que, les convertisseurs A/D et D/A, le sous système des I/O numériques et l'interface des capteurs incrémentaux, la DS1102 devient tout un système en une seule carte offrant des solutions à un large ensemble des tâches de contrôle numérique.

3.2.2 Architecture

Le diagramme des blocs de la DS1102 est donné par la figure 3.1, Le DSP TMS320C31 est l'unité principale de calcul, avec lequel plusieurs sous systèmes sont implantés pour supporter une grande gamme des applications de traitement numérique des signaux, par la suite on cite les principaux blocs.

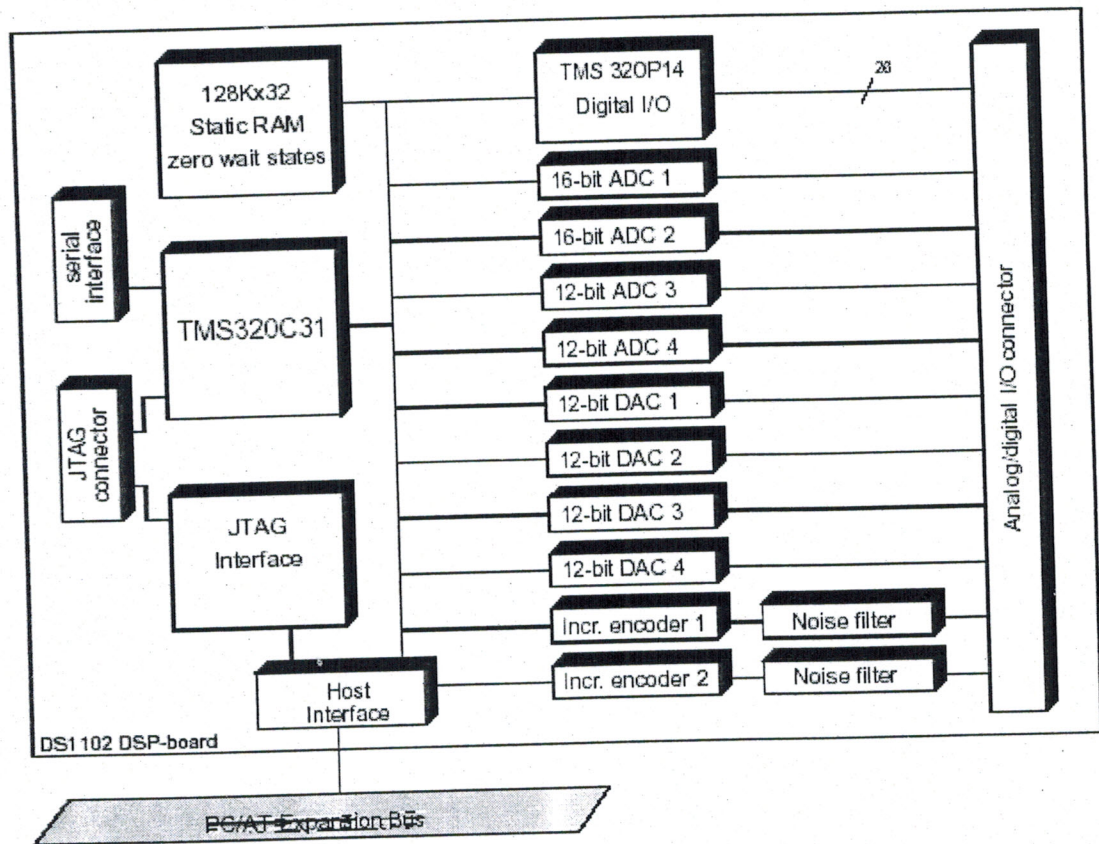


Figure 3.1 : Architecture de la carte dSPACE DS1102

L'interface hôte (*host interface*)

Cette interface est composée de quatre ports I/O de 16 bits, et trois ports I/O de 8 bits. Elle est utilisée pour installer la carte, charger les programmes et transférer les données.

Le DSP TMS320C31 (*master*)

De la famille TMS320 de Texas Instrument, troisième génération à virgule flottant, très performant pour le développement des applications de contrôle, parmi ses plusieurs caractéristiques on a :

- Le temps d'exécution d'instruction en un seul cycle est de 33.33 ns.
- Horloge de 60 MHz.
- 4 interruptions externes.
- 2 timers de 32 bits.
- Port série.
- Virgule flottant, multiplication des entiers et opérations de ALU.
- Adresses sur 24 bits, instructions et données mots sur 32 bits.

Les mémoires (*memory*)

La DS1102 contient une RAM de 128 K Words, assez suffisante pour faire des opérations sans attente et une autre zone mémoire pour les périphériques ADC, DAC, I/O numériques, etc. Comme il est montré sur la figure 3.2.

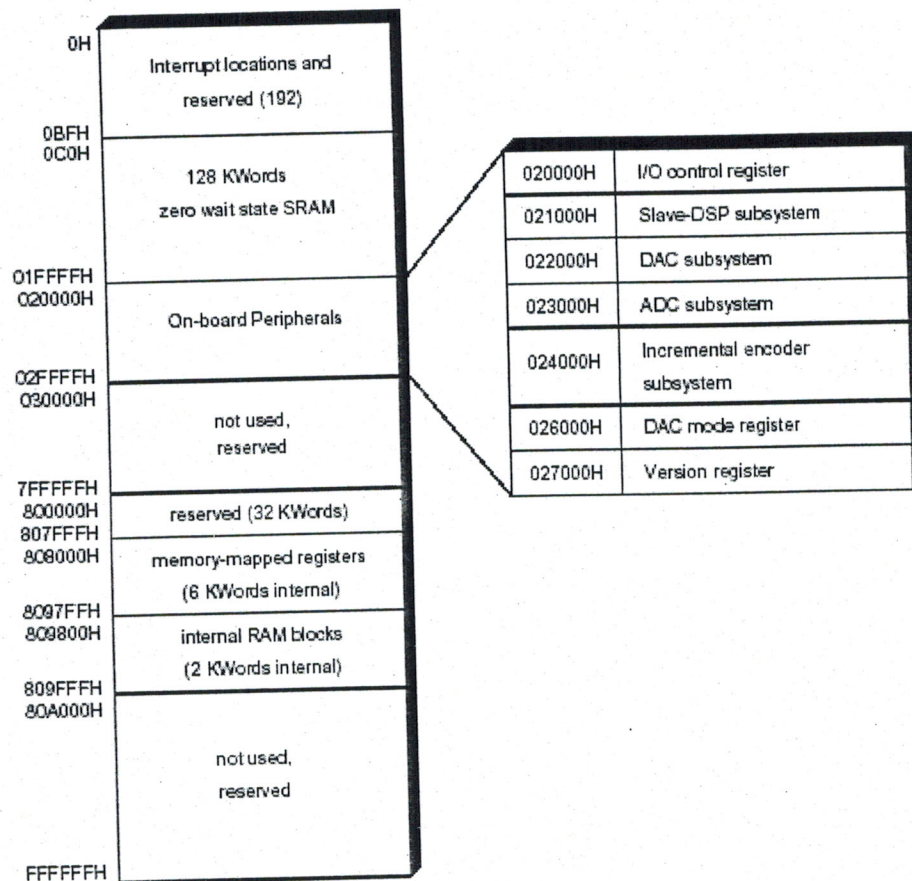


Figure 3.2 : Mémoire de la carte dSPACE DS1102

L'interface série (*serial interface*)

Le TMS230C31 utilise cette interface pour communiquer directement avec d'autres dispositifs tel que : autres DSP, ADC série. Cette interface est contrôlée par des registres de TMS320C31 lui-même.

Le sous-système AD (*AD subsystem*)

On trouve 2 types :

- 2 convertisseurs A/D 16 bits avec une fréquence d'échantillonnage de 250 KHz.
- 2 convertisseurs A/D 12 bits avec une fréquence d'échantillonnage de 800 KHz.

Les tensions d'entrées sont de - 10 V à + 10 V, et elles sont issues par exemple des capteurs (de position, de température, ...), ou autre source analogique. Ces entrées sont moins sensibles aux bruits, avec des rapports signal/bruit > 80 dB pour les A/D 16 bits, et >65 dB pour les A/D 12

bits.

Le sous-système DA (*DA subsystem*)

Ce sous-système contient 4 convertisseurs D/A 12 bits, la tension de sortie est entre - 10V et +10 V.

Ces tensions sont utilisées par exemple pour commander un dispositif en exploitant des tensions ou des courants (actionneurs de température ou de vanne, commander des moteurs, ...etc).

Le sous-système I/O numérique (*digital I/O subsystem*)

Le sous-système I/O numérique de la DS 1102 est basé sur le DSP- μ Contrôleur TMS320P14, (le TMS320P14 est d'une horloge de 25 MHz, il est appelé DSP esclave, il s'occupe de tout ce qui concerne les I/O numériques). Ce sous système possède 16 I/O numériques, et il est utilisé par exemple dans la manipulation des signaux numériques (faire sortir des 0 et 1).

Les encodeurs incrémentaux (*incremental encoder subsystem*)

Ces encodeurs sont utilisés généralement dans le contrôle de la position, en se connectant à des capteurs incrémentaux optiques, et ils contiennent des filtres numériques.

L'interface JTAG (*JTAG interface*)

La DS1102 est caractérisée par un connecteur JTAG suivi d'une interface JTAG pour accéder directement à TMS320C31 via l'interface hôte (Host interface), sans avoir besoin des composants supplémentaires. Cet accès est pour faire des tests au niveau du Hardware et du software.

Panneau de connexion CLP1102 (*connector pannel*)

La carte DSpace DS1102 est équipée d'un panneau de connexion CLP1102, permettant la facilité des connexions avec les dispositifs à contrôler, ce panneau est montré sur la figure 3.3.

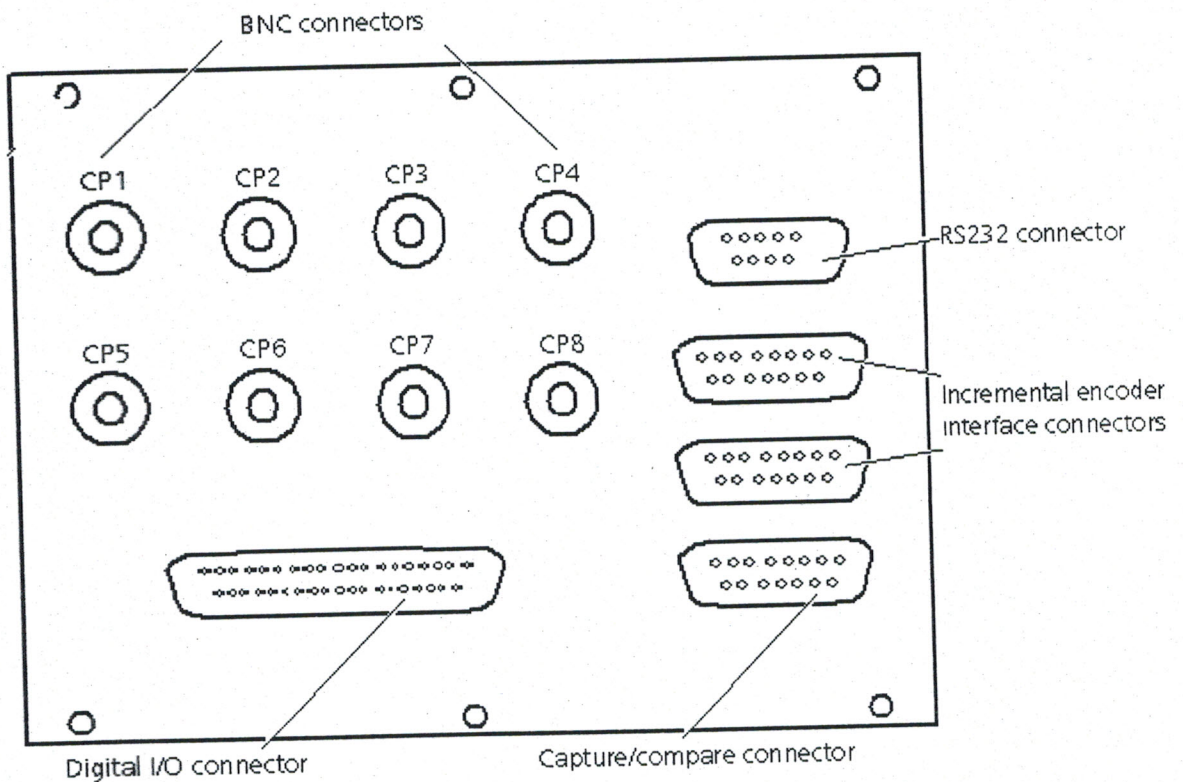


Figure 3.3 : Panneau de connexion CLP1102

Sur ce panneau on trouve :

- Connecteurs BNC femelles :

4 connecteurs pour ADC et 4 autres pour DAC, les tensions d'entrée et de sortie ne doivent pas sortir de la plage [-10 V, +10 V].

- Connecteur RS232 :

Il contient 9 pins mâles.

- Connecteurs I/O numériques :

Il contient 37 pins femelles, dont 16 sont consacrées aux entrées et sorties numériques.

- Connecteurs des capteurs incrémentaux :

Ils sont deux de 15 pins femelles, chacun fournit des signaux pour un seul canal encodeur.

- Connecteur capturer/comparer :

Il est de 15 pins mâles, et il fournit des signaux pour le sous-système capturer/comparer de la DS1102.

Section des LED

Le CLP1102 est équipé avec 38 LED pour indiquer l'état des signaux numériques, comme les I/O numériques. Chaque LED est ON quand le signal est en niveau logique haut.

3.3 Les systèmes dSPACE dans le monde[23]

Les systèmes dSPACE sont utilisés partout, aujourd'hui plus de 10000 systèmes dans le monde apportent la preuve de leur haute performance. Au delà de l'électronique de véhicules, domaine principal d'activité, ceci s'applique particulièrement aux domaines de l'avionique, l'espace ainsi que l'automatique industrielle d'où le développement progressif des contrôleurs robustes.

Les utilisateurs les plus connus de ces systèmes sont comme les sociétés : Audi, BMW, Ford, General Electronic, General Motors, Honda, NASA, Siemens, Peugeot, et beaucoup d'autres maisons industrielles.

3.4 L'utilisation de la carte dSPACE DS1102 dans la commande d'un processus[21]

Dans cette partie, on donne une idée générale sur l'utilisation de la carte dSPACE DS1102 pour commander numériquement un système en temps réel. Pour bien expliquer les choses, on prend l'exemple de contrôle de niveau. Un tel processus est représenté sur la figure 3.4.

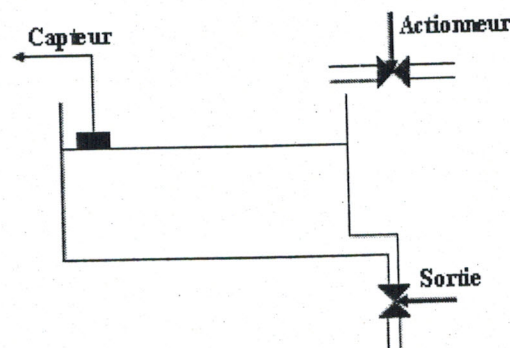


Figure 3.4 : Système de contrôle de niveau

On suppose qu'on veut développer un contrôleur pour ce système.

Bien sûr la première étape dans le travail est la modélisation et l'identification du procédé, puis vient l'étape de la synthèse du correcteur (un algorithme), qu'on le charge dans la carte DS1102 et qui roule en temps réel, c'est à dire recevoir les informations des capteurs, exécuter le programme du contrôleur et envoyer les commandes résultantes. Tout ce travail se fait en temps très réduit, donc

une garantie du bon fonctionnement, ceci traduit la puissance de telle carte.

Notre système complet sera constitué de deux parties, partie HAED et partie SOFT, comme le montre la figure 3.5.

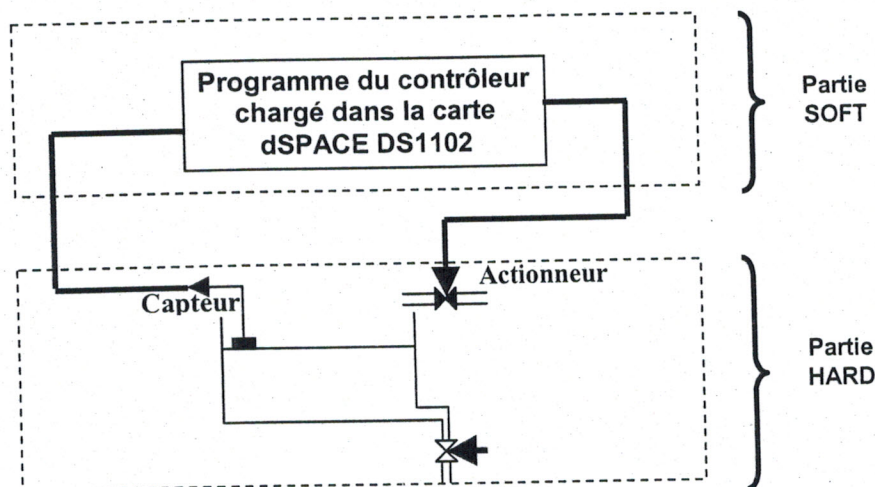


Figure 3.5 : Liaison entre la carte dSPACE et le système

3.5 Théorème de Shannon - Conception des filtres anti-repliement [9][12][13] [29]

Le traitement d'un signal par voie numérique nécessitera le prélèvement de l'information sous forme ponctuelle, un tel prélèvement s'appelle *échantillonnage*.

Nous étudions dans ce paragraphe l'interprétation spectrale de l'échantillonnage et en déduisons l'expression du théorème de Shannon.

Nous discutons aussi les problèmes liés à l'échantillonnage (le repliement) et nous verrons de même le choix des filtres anti-repliement (filtres de gardes).

3.5.1 Echantillonnage et théorème de Shannon

Le principe de l'échantillonnage peut être développé de trois façons :

Echantillonnage réel

Le signal échantillonné $x_e(t)$ est obtenu en multipliant le signal analogique $x(t)$ par une fonction d'échantillonnage rectangulaire $e(t)$, périodique de période T_e et de durée τ , comme le montre la figure 3.6.

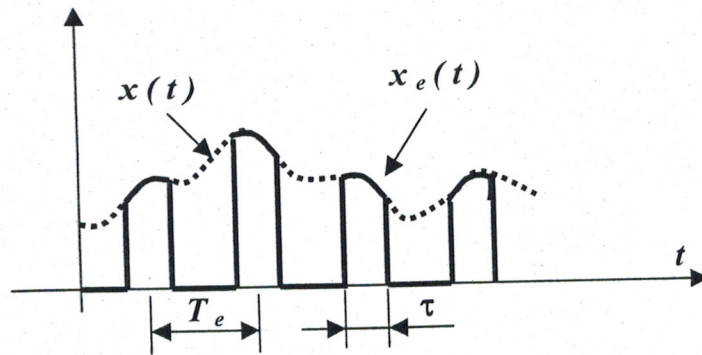


Figure 3.6 : Echantillonnage réel.

Echantillonnage idéalisé

Cet échantillonnage est obtenu en faisant tendre τ vers 0 et par conséquent $e(t)$ tend vers $\delta(t)$. Ceci n'est pas réalisable physiquement. La figure 3.7 représente une telle opération.

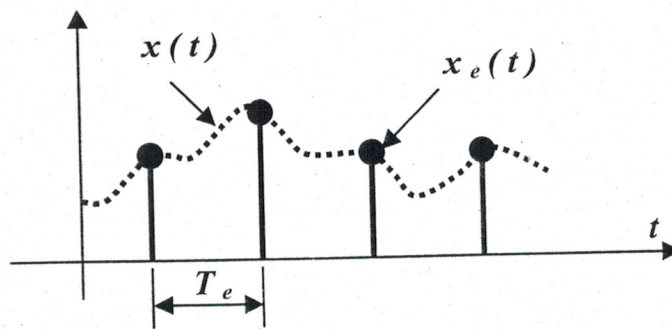


Figure 3.7 : Echantillonnage idéalisé.

Echantillonnage avec maintien (ou échantillonnage-blocage)

Cette fois-ci on obtient un signal échantillonné $x_e(t)$ à sommet plat, en utilisant à la sortie un filtre de réponse impulsionnelle $q(t)$ de la forme donnée par la figure 3.8.

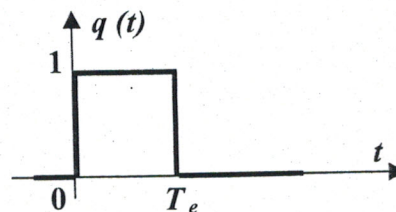


Figure 3.8 : Filtre de l'échantillonneur-bloqueur.

Le signal $x_e(t)$ a la forme de la figure 3.9.

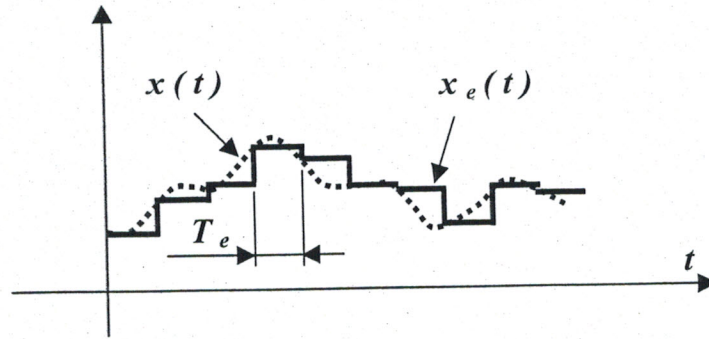


Figure 3.9 : Echantillonnage-blocage.

Dans la pratique, on s'intéresse beaucoup plus à l'échantillonnage avec maintien. Il est réalisable physiquement et il permet d'imposer un niveau constant à l'entrée du calculateur numérique.

En fait, on pourra obtenir un tel échantillonnage à partir de l'échantillonnage idéal suivant le schéma de la figure 3.10.

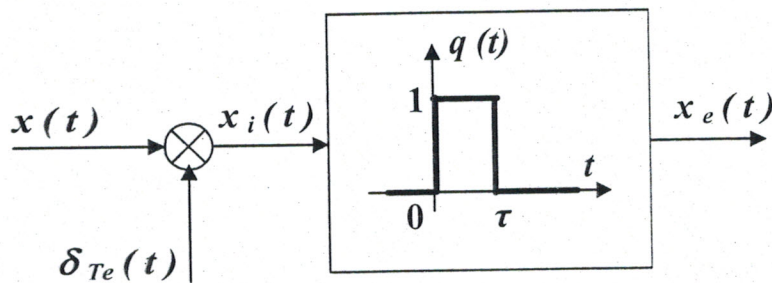


Figure 3.10 : Principe de l'échantillonnage-blocage.

Avec :

$$\begin{aligned}
 x_i(t) &= x(t)\delta_{T_e}(t) = x(t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_e) \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e)\delta(t - nT_e)
 \end{aligned}
 \tag{3.1}$$

Et :

$$\begin{aligned}
 x_e(t) &= x_i(t) * q(t) \\
 &= q(t) * \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e)\delta(t - nT_e)
 \end{aligned}
 \tag{3.2}$$

On a pour chaque valeur de n :

$$q(t) * (x(nT_e)\delta(t - nT_e)) = x(nT_e) [q(t) * \delta(t - nT_e)]$$

$$= x(nT_e)q(t - nT_e)$$

Et par conséquent :

$$x_e(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e)q(t - nT_e) \quad (3.3)$$

Calculons la transformée de Fourier de $x_e(t)$ pour avoir une interprétation spectrale $X_e(f)$

$$\begin{aligned} X_e(f) &= F[x_e(t)] = F[x_i(t) * q(t)] \\ &= X_i(f) \cdot Q(f) \end{aligned} \quad (3.4)$$

Avec :

$$\begin{aligned} X_i(f) &= F \left[x(t) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT_e) \right] \\ &= X(f) * \frac{1}{T_e} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(f - \frac{n}{T_e}) \\ &= \frac{1}{T_e} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(f) * \delta(f - \frac{n}{T_e}) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Or, $X(f) * \delta(f - \frac{n}{T_e}) = X(f - \frac{n}{T_e})$. Par conséquent :

$$X_i(f) = f_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} X(f - nf_e) \quad (3.6)$$

Et $q(t) = \text{rect}(\frac{t}{\tau})$, donc $Q(f) = \tau \text{sinc}(\tau f)$

On aura enfin :

$$X_e(f) = \tau f_e \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \text{sinc}(\tau f) X(f - nf_e) \quad (3.7)$$

A partir de ces résultats, on conclue que le spectre des fréquences de $x_e(t)$ est la répétition du spectre de $x(t)$ à la période f_e modulé en amplitude par $\tau f_e \text{sinc}(\tau f)$.

On remarque qu'au plan fréquentiel il y a une distorsion du spectre due à la modulation en amplitude par $\text{sinc}(\tau f)$.

Vient maintenant le problème majeur de l'échantillonnage qui est le phénomène du recouvrement ou repliement (en anglais *aliasing*).

Pour bien expliquer ce phénomène reprenons l'équation 3.6 qui représente la transformée de Fourier d'un signal échantillonné idéalement. La périodicité de $X_e(f)$ résulte de la superposition de toutes les translatées (à des multiples entiers de f_e) de la transformée de Fourier du signal original multipliée par f_e .

Le phénomène de recouvrement aura lieu si le spectre $X(f)$ du signal analogique $x(t)$ n'est pas nul au-delà de $\frac{f_e}{2}$, comme le montre la figure 3.11.

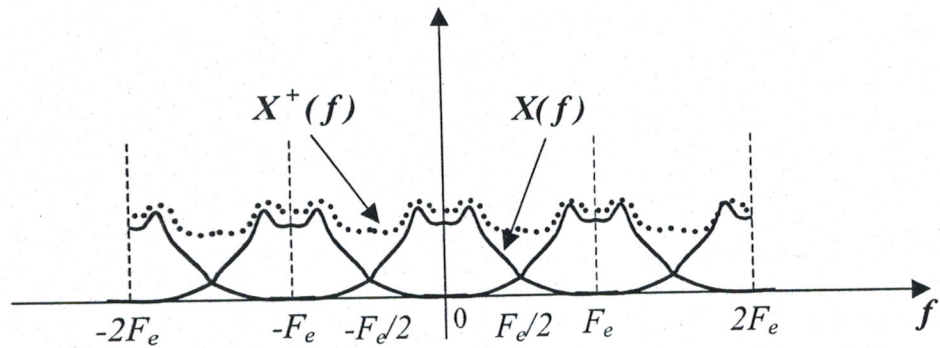


Figure 3.11 : Le recouvrement spectral.

Le recouvrement ou repliement spectral a pour conséquence que le signal à temps discret $x_e(t)$ obtenu par échantillonnage n'est plus une image correcte de $x(t)$, mais plutôt du signal $x^+(t)$ dont le spectre $X^+(f)$ est compris entre $[-F_e, +F_e]$, (figure 3.12).

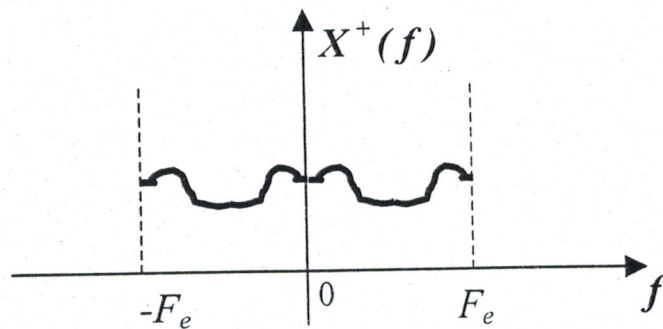


Figure 3.12 : Spectre dû au phénomène du recouvrement.

Le terme de repliement est d'ailleurs tout à fait justifié (plus encore que celui de recouvrement). En effet, tout se passe comme si la partie de $X(f)$ inférieure à $\frac{f_e}{2}$ se trouvait additionnée à la partie de ce même $X(f)$ supérieure à $\frac{f_e}{2}$, repliée autour de $\frac{f_e}{2}$ et conjuguée. Ceci est représenté par la figure 3.13.

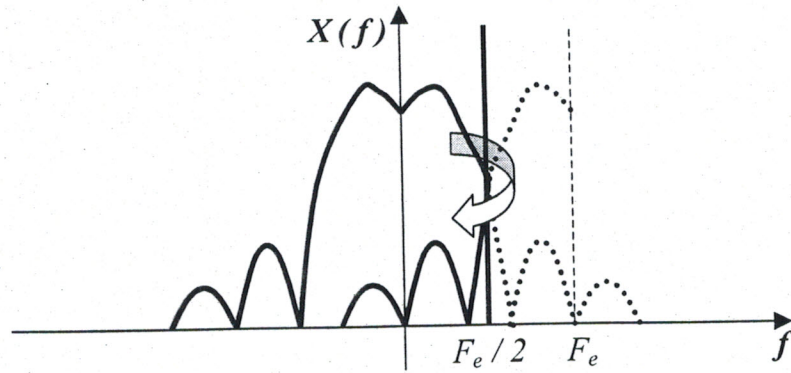


Figure 3.13 : Schéma simplifié du repliement.

Maintenant si on veut reconstituer le signal $x(t)$ dont le spectre $X(f)$ n'est pas nul au-delà de $\frac{f_e}{2}$, on n'y arrivera pas, c'est le résultat non souhaité du recouvrement.

Traitons le cas contraire, c'est-à-dire le cas où le spectre de $X(f)$ est nul pour les fréquences supérieures ou égales au moins à $\frac{f_e}{2}$, comme il est montré par la figure 3.14.

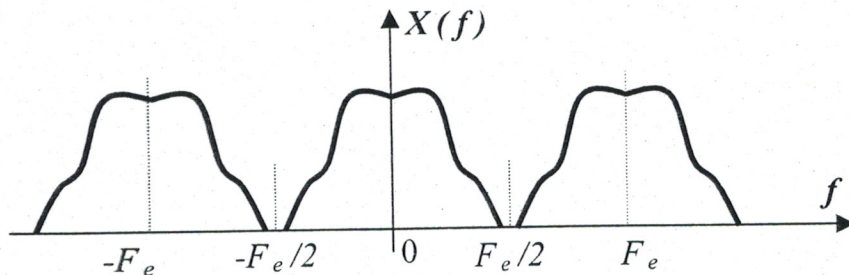


Figure 3.14 : Cas où le spectre de $X(f)$ est nul au-delà de $\frac{f_e}{2}$.

Cette fois-ci, le signal analogique $x(t)$ peut être complètement reconstitué à partir du signal échantillonné $x_e(t)$ par un filtre passe bas $H_r(f)$ d'amplitude T_e et de fréquence de coupure f_c supérieure à la fréquence maximale f_{\max} du signal $x(t)$ et inférieure à $f_e - f_{\max}$. La figure 3.15 donne le principe de cette reconstitution.

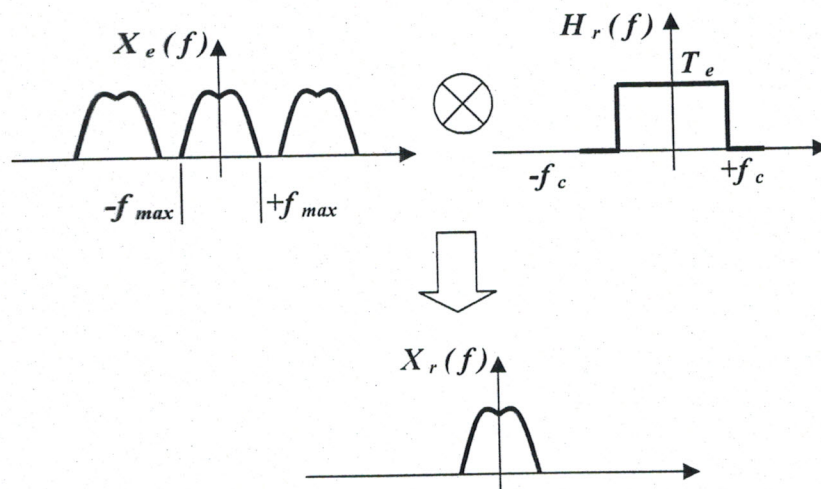


Figure 3.15 : Principe de reconstitution.

La fonction de transfert du filtre est de la forme :

$$H_r(f) = \left\{ \begin{array}{l} T_e \text{ pour } |f| \leq f_c \text{ ou } f_{\max} < f_c < f_e - f_{\max} \\ 0 \text{ ailleurs} \end{array} \right\}$$

On remarque sur la figure 3.15 que le spectre reconstitué $X_r(f)$ est :

$$X_r(f) = X_e(f)H_r(f)$$

On aura gagné enfin à retrouver un motif (principal) du spectre $X(f)$ sans recouvrement et donc le signal $x(t)$.

Théorème 3.1 *Un signal $x(t)$ qui ne contient que des composantes de fréquence inférieures à une fréquence maximale f_{\max} (spectre borné) peut être entièrement déterminé par des échantillons équidistants, prélevés avec une fréquence $f_e \geq 2f_{\max}$.*

On cherche en général à éviter le phénomène de repliement, en faisant en sorte que le spectre du signal $x(t)$ soit à support borné $[-f_{\max}, f_{\max}]$ avec $f_{\max} \leq \frac{f_e}{2}$. Mais on sait cependant qu'un signal physique n'est jamais à support borné. Son échantillonnage provoque toujours du recouvrement spectral, on ne peut pas donc utiliser directement le théorème de Shannon pour choisir la fréquence d'échantillonnage f_e . On peut faire appel dans ce cas à deux solutions, soit on augmente la vitesse d'échantillonnage, ceci est fastidieux du point de vue technologique, soit on filtre tous les signaux avant de les échantillonner, c'est la solution utilisée dans la pratique.

3.5.2 Filtres anti-repliement (filtres de grade)

Puisque la majorité des signaux physiquement réalisables sont à bande de fréquences illimitée, ils entraînent donc un recouvrement spectral ce qui exclut toute possibilité de reconstitution parfaite du signal ; on se prémunit contre cet inconvénient à l'aide d'un filtre passe bas disposé à l'entrée de l'échantillonneur, généralement appelé filtre anti-repliement ou anti-aliasing.

Le choix du filtre anti-repliement peut être fait de trois façons :

1. Si f_e est imposée, on peut faire en sorte que la bande passante du filtre soit franchement plus étroite que la limite théorique $\frac{f_e}{2}$.
2. Si on est libre de choisir f_e , on pourra choisir la bande passante fortement supérieure à $2f_{\max}$.
3. Si on est libre de choisir f_e mais on ne connaît pas f_{\max} , on pourra toujours choisir la bande passante du filtre mais cette fois-ci elle dépend de la rapidité de la réponse du système à commander.

Pour notre système Température/Débit nous avons utilisé la dernière méthode pour choisir les bandes passantes ou bien les fréquences de coupures des filtres réalisés.

Nous savons déjà qu'un signal qui varie lentement comme celui du système de température contiendra plutôt des basses fréquences, alors qu'un signal qui varie rapidement contiendra des hautes fréquences comme celui du système du débit.

Intuitivement si on veut pouvoir retrouver un signal à partir de ses échantillons, il faudra prendre une fréquence d'échantillonnage plus grande pour un signal qui varie rapidement (c'est-à-dire avec des changements brusques) que pour un signal qui varie lentement.

Une fréquence d'échantillonnage grande signifie que la commande et l'acquisition se font à une période petite, alors qu'une fréquence d'échantillonnage petite se traduit par une grande période de commande et d'enregistrement.

Nous avons aussi constaté après les premiers essais faits sur le processus que les signaux des réponses sont affectés par des bruits additifs qui portent des composantes à hautes fréquences. Ces bruits peuvent venir dégrader le spectre utile du signal par repliement spectral. La figure 3.16 donne un exemple du signal bruité de la réponse du système de température.

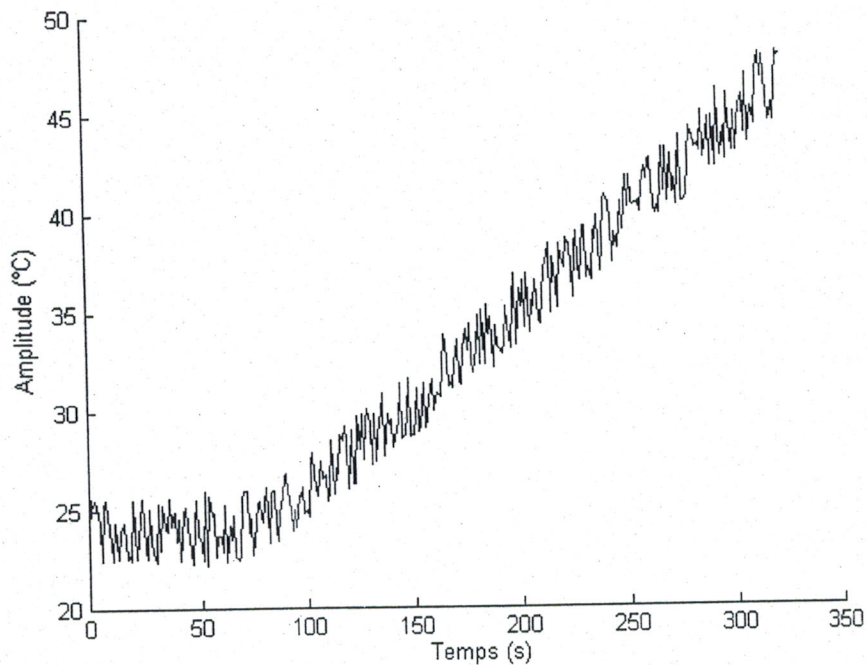


Figure 3.16 : Signal de la réponse du système de température non filtré.

A partir de tous ces résultats et remarques obtenus sur la rapidité des réponses et sur les bruits, nous avons choisi les périodes d'échantillonnage suivantes :

1. Pour le système de température $T_{eT} = 1 \text{ s} \implies f_{eT} = 1 \text{ Hz}$: car le système est lent. Il est inutile pratiquement d'envoyer les mêmes commandes ou d'acquérir les mêmes mesures pendant plusieurs coups d'échantillonnage pour ce type de systèmes.

2. Pour le système du débit $T_{eD} = 0.1 \text{ s} \implies f_{eD} = 10 \text{ Hz}$: cette fois-ci le système est rapide et il ne faut pas manquer des commandes ou rater des mesures en utilisant une grande période d'échantillonnage, c'est ce que justifie ce choix de T_{eD} .

On a choisi donc librement les fréquences d'échantillonnage, mais on ne connaît pas les fréquences maximales des systèmes.

Pratiquement f_e égale 5 à 10 fois f_{\max} , donc on peut fixer des f_{\max} des systèmes à partir des f_e choisies, en prenant en considération les bruits comme des signaux hautes fréquences.

$$\text{En choisissant : } f_e = 5f_{\max} \implies f_{\max} = \frac{f_e}{5}$$

On a :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_{\max} \text{ considérée du système de température égale à } 0.2 \text{ Hz.} \\ f_{\max} \text{ considérée du système du débit égale à } 2 \text{ Hz.} \end{array} \right\}$$

On arrive finalement à borner théoriquement les spectres des signaux en calculant f_{\max} à partir de f_e .

Ces fréquences maximales sont considérées comme des bornes au-delà desquelles toute composante fréquentielle du spectre peut être vue comme un bruit à éliminer par un filtre passe bas.

Les filtres passes bas ou bien filtres de garde que nous avons réalisé sont à base d'amplificateurs opérationnels, de fréquences de coupures égales aux fréquences maximales trouvées. Le schéma électronique du montage réalisé est donné dans l'annexe C1.

Les signaux obtenus (de température et du débit) aux sorties des filtres sont moins bruités et bien filtrés.

Notons que nous avons choisi pour chaque système (température et débit) sa fréquence d'échantillonnage suivant la rapidité de sa réponse. Mais lorsqu'on veut commander le processus multivariés (température/débit) en utilisant un seul programme (c'est notre objectif), on devra prendre la fréquence d'échantillonnage vérifiant le théorème de Shannon pour les deux systèmes. On prendra donc $f_e = 10 \text{ Hz}$.

3.6 Réalisation des circuits de conversion Courant/Tension (4..20mA/0..10V), et Tension/Courant (0..10V/4..20mA) [24][25]

Le banc de régulation multi-boucles que nous avons utilisé, est un simple processus à but didactique, mais qui représente ce qui existe dans le domaine industriel, à savoir les réchauffeurs, les systèmes de débit et de pression d'air, ou ceux de niveau de liquide.

Dans des tels processus, les signaux des capteurs et des commandes de correcteurs sont standardisés et doivent tous être mis à l'échelle 4..20mA (ou 0..20mA). L'avantage c'est que ces signaux en courant sont moins sensibles aux bruits et aux parasites, et que les coupures et les ruptures des fils et des conducteurs sont facilement détectées, car le fait de n'avoir pas une information ou une commande entre 4 et 20mA, signifie que le système de transmission est défectueux (y compris les capteurs et les conditionneurs), donc le signal 4..20mA est une échelle standard.

Passons maintenant à la carte dSPACE, dont nous avons utilisé les entrées et sorties BNC pour recevoir les informations issues des capteurs du système, et envoyer les commandes vers les actionneurs. Nous avons dit précédemment que les ADC et les DAC de cette carte n'acceptent que des signaux entre -10V et +10V, donc on exploite des tensions. D'ailleurs c'est le cas de la majorité des cartes d'acquisition et de commande connectées aux ordinateurs, dont les signaux d'entrées et des sorties sont entre 0..10V ou 0..5V.

Le problème maintenant est que le processus ne comprend que des signaux entre 4 et 20mA, alors que la carte dSPACE n'exploite que des signaux entre -10V et +10V.

Pour cela, nous étions obligés de réaliser des convertisseurs de 4..20mA vers 0..10V, et de 0..10V

vers 4..20mA, qui doivent être performants, stables et surtout précis. Car une information imprécise reçue par la carte, et qui est utilisée dans le programme de commande va donner évidemment des résultats erronés. De même, une commande envoyée au système et qui diffère de celle calculée par le programme, va forcer le système à réagir plus ou moins de ce qu'il doit être, donc on n'aura accepté pour nos circuits que des tolérances négligeables, et qui n'affectent pas le bon fonctionnement du processus.

Les montages électroniques des convertisseurs réalisés sont montrés dans l'annexe B2, ils sont à base des circuits intégrés conçus spécialement pour ce type de conversion.

Pour la conversion 4..20mA/0..10V, nous avons utilisé le MAX972 qui est un transmetteur de courant de haute qualité, suivi par le MAX951 qui est un Amplificateur Opérationnel + comparateur avec référence, ces deux produits sont de la société *MAXIM*.

La conversion 0..10V/4..20mA est assurée par le AM422-2, c'est un transmetteur Tension/Courant, fabriqué par *Analog Microelectronics*.

Les résultats obtenus par ces convertisseurs avec des résistances de précision de 1% sont satisfaisants et précis. Les erreurs sont de l'ordre de ± 0.1 à $\pm 0.2^{\circ}C$ pour la température sur une plage de mesure de $[0..100^{\circ}C]$, et de l'ordre de ± 10 à $\pm 15L/h$ pour le débit sur une plage de mesure de $[0..1000L/h]$.

3.7 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons essayé de présenter de façon générale la carte dSPACE DS1102, le but était de montrer son architecture et sa puissance. Les grandes lignes concernant les méthodes de son utilisation et sa programmation, ainsi la conception d'une interface de commande en temps réel, sont données à l'annexe B3.

Notre souci n'était pas de détailler toutes les options et les solutions offertes par cette carte. La documentation citée en bibliographie, et qui est disponible au niveau du laboratoire d'automatique, permet au lecteur d'approfondir plus ses connaissances, en particulier sur la programmation et le contrôle de l'application en temps réel, en utilisant son logiciel : *le ControlDesk*.

Une deuxième partie de ce chapitre, a été consacrée à un rappel des principes d'échantillonnage, en énonçant dans le même cadre le théorème de Shannon. Nous avons aussi parlé des filtres de garde ou filtres anti-repliement et nous arrivés enfin à calculer les fréquences de coupures à partir des fréquences d'échantillonnage choisies librement, en prenant en compte la rapidité de chaque réponse des systèmes (température et débit).

Dans le dernier paragraphe, nous avons décrit la nécessité de réaliser des convertisseurs de signaux (4..20mA vers 0..10V et vis versa) et d'insister sur les règles de jeu pour ce type de convertisseurs.

Chapitre 4

Commande du processus

4.1 Introduction

A ce stade du mémoire nous possédons les outils théoriques nécessaires pour synthétiser une loi de commande robuste (chapitre 1) et aussi le modèle du système physique (chapitre 2), sur lequel elle sera calculée cette commande.

Dans ce chapitre nous mettons en oeuvre notre savoir-faire, c'est-à-dire commander numériquement le système en temps réel, en utilisant la carte dSPACE (chapitre 3).

Pour ne pas aborder et pratiquer directement une méthode de commande moderne, celle de H_∞ par loopshaping et pour être méthodique dans notre développement, nous commençons tout d'abord par synthétiser des correcteurs classiques pour le système, puis nous passons au calcul de la loi de commande H_∞ .

La comparaison des résultats des deux méthodes, classique et moderne fait aussi partie de ce chapitre.

Nous rappelons que le couplage dans le processus à commander est faible, mais il existe. Dans ce qui suit, nous pouvons considérer que les deux systèmes (température et débit) sont découplés.

Les correcteurs sont synthétisés en satisfaisant bien sûr un cahier des charges, mais en prenant en compte aussi la réalité : la rapidité, les amplitudes raisonnables des commandes, les limitations physiques, ...etc.

4.2 Commande de température[1] [3] [5]

La première phase de notre travail concerne le système de température.

4.2.1 Commande classique

Avant de synthétiser un correcteur classique, nous avons commencé par faire des essais de connaissance du système. Nous avons tout d'abord essayé de le commander en boucle ouverte, puis nous l'avons bouclé tout seul. Enfin, nous avons inséré en série un correcteur PID en jouant sur ses paramètres de réglage (le PID utilisé est celui délivré avec le système, voir chapitre 2).

Les remarques que nous avons tiré de ces expériences sont :

- Le système possède un retard, mais il peut être négligé devant la constante de temps.
- La réponse du système est lente.
- Impossible de commander le système en boucle ouverte, il possède un intégrateur (voir chapitre 2, identification).
- La réponse en boucle fermée est imprécise, il y a une erreur statique considérable à cause de l'insuffisance de la commande (en fait, l'erreur devient nulle lorsque $t \rightarrow \infty$).
- La température diminue si on augmente excessivement le débit (par exemple de 500 L/h à 1000 L/h), c'est l'effet d'une perturbation.

A partir de ces remarques nous pouvons dire en premier lieu que le système est instable en boucle ouverte, ce problème est réglé par le bouclage. Nous constatons aussi que le gain du correcteur peut réduire le temps de réponse, car un gain élevé dose la commande (plus de puissance). Enfin, l'erreur peut être réduite par une action proportionnelle, ou rendue négligeable par une action intégrale.

Par la suite, nous avons fixé le cahier des charges suivant :

- Erreur statique nulle ou négligeable.
- Stabilité suffisante, une marge de phase de l'ordre de 70° et par conséquent un dépassement optimal de 4%.
- Temps de réponse de l'ordre de 2 min.
- Rejet de perturbation.

Ce cahier des charges traduit en général les besoins communs des utilisateurs des systèmes thermiques (fours, séchoirs industriels, ...).

Nous avons maintenant une idée sur la réalité du système. Passons à la simulation de son modèle pour savoir ce qu'il faut lui apporter comme spécifications, car nous travaillons dans la suite à partir de son modèle. La marge de phase d'après le tracé de Bode de la figure 4.1 est de l'ordre de 58° , donc il reste encore quelques degrés pour avoir 70° de marge de stabilité.

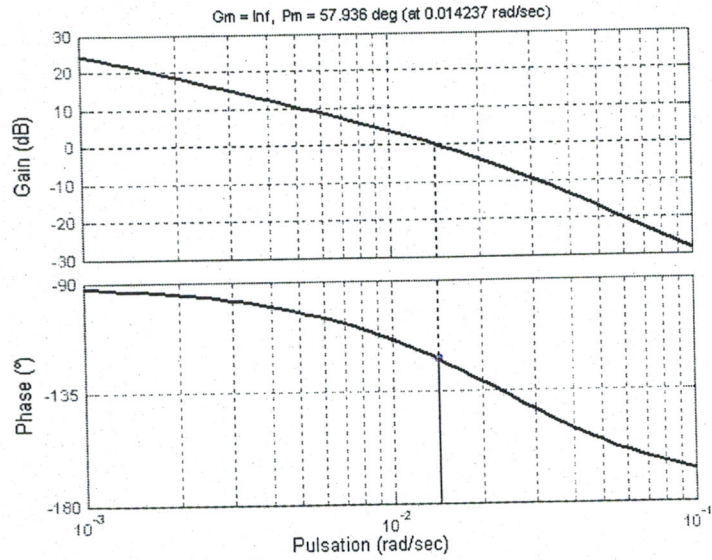


Figure 4.1 : Tracé de Bode du système non corrigé.

La réponse indicielle du système en boucle fermée est donnée par la figure 4.2, le temps de réponse à 1% est de $302s = 5 \text{ min}$ (système lent). On remarque aussi que l'erreur statique est nulle, ce qui justifie théoriquement la présence de l'intégrateur dans le modèle du système, (pratiquement, il y a une erreur statique qui s'annulera à l'infinie $t \rightarrow \infty$), et que le dépassement est de 10.6%, un peu élevé.

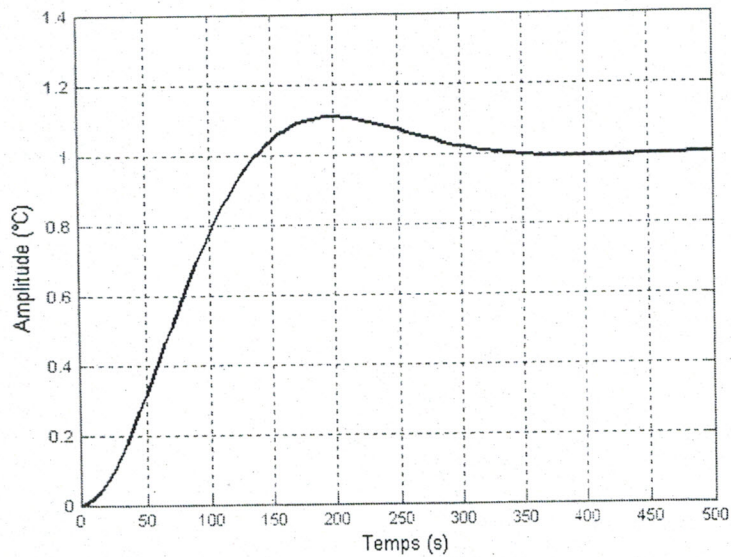


Figure 4.2 : Réponse indicielle du système non corrigé.

Le correcteur que nous utilisons est du type PID, il peut répondre au cahier des charges, sa fonction de transfert est :

$$C(s) = \frac{K_p}{T_i s} (1 + T_i s + T_i T_d s^2) \quad (4.1)$$

Pratiquement on prend la forme suivante :

$$C(s) = \frac{K_p [(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)]}{(1 + \alpha s)(\beta + T_i s)} \quad (4.2)$$

avec :

$$\begin{aligned} T_1 &= \frac{T_i}{2} \left(1 + \sqrt{1 - 4 \frac{T_d}{T_i}} \right) \\ T_2 &= \frac{T_i}{2} \left(1 - \sqrt{1 - 4 \frac{T_d}{T_i}} \right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

A condition que : $T_i \geq 4T_d$

$\alpha \ll T_d$: pour approximer la fonction dérivée.

$\beta \ll 1$: pour approximer la fonction intégrale.

Après avoir fait la synthèse suivant le cahier de charges fixé auparavant, nous avons eu un correcteur qui marche bien en simulation, mais dans la pratique il nous a créé un problème du dépassement élevé de la réponse dû à l'inertie thermique. En fait, pour avoir un temps de réponse petit (de l'ordre de 2 min dans notre cas), il faut donner au système une grande commande, ceci fait en sorte que le système réponde de façon rapide (temps de montée petit) et dès qu'on atteint la valeur de la consigne, la commande doit être nulle. A ce moment là, la température continue à augmenter à cause de l'effet de l'inertie thermique et par conséquent le système va mettre un temps suffisamment grand pour que sa sortie rejoigne la consigne, donc en réalité le temps de réponse à 1% ou à 5% ne sera plus celui fixé au début.

Pratiquement, nous avons appliqué au système la loi de commande trouvée et nous avons enregistré un temps de montée petit, mais un dépassement très élevé (de l'ordre de 60% à 140%, par exemple la température atteint 42° pour un échelon de commande de 30° à 35°) et un temps très considérable avant que la température revienne à 35°C. Notons que nous avons essayé plusieurs correcteurs synthétisés en changeant à chaque fois le temps de réponse du cahier des charges.

La solution est de faire un compromis entre le temps de réponse et l'amplitude raisonnable de la commande. Nous avons choisi enfin un temps de réponse de 5 min et nous avons limité en plus la commande à 4 V (la carte dSPACE ne peut pas délivrer plus que 4 V), avec cette valeur on peut avoir un dépassement optimal, en tous cas la température ne dépasse pas 35.8°C pour une entrée en échelon de 30° à 35°C.

Sans toucher aux autres contraintes du cahier des charges, le correcteur trouvé cette fois-ci est

de la forme :

$$Cd(z) = \frac{140.4 z^2 - 279.4 z + 139}{z^2 - 1.005 z + 0.005258} \quad (4.4)$$

ou sous forme séparée :

$$Cd_d(z) = \frac{140.4 z - 140.4}{z - 0.005258} : \text{action dérivée.}$$

$$Cd_p(z) = 1.404 : \text{action proportionnelle.}$$

$$Cd_i(z) = \frac{0.0002679}{z - 1} : \text{action intégrale.}$$

Le tracé de Bode du système corrigé est représenté par la figure 4.3, la marge de phase est de 70° .

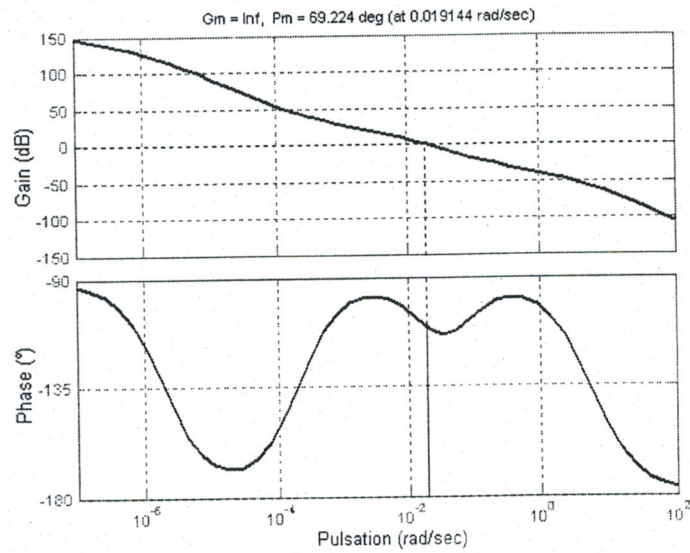


Figure 4.3 : Tracé de Bode du système corrigé.

Nous avons aussi simulé le système corrigé d'après le schéma SIMULINK de la figure 4.4, la saturation de la sortie de la carte dSPACE est incluse et le correcteur est représenté par des blocs en z , car en effet c'est la partie numérique du système.

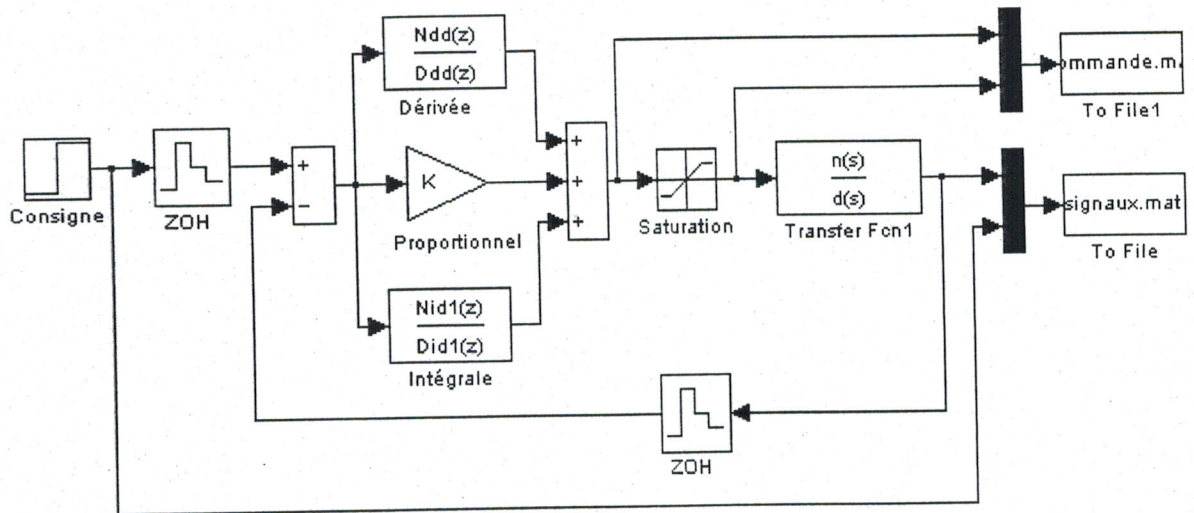


Figure 4.4 : Schéma SIMULINK du système corrigé.

La réponse relevée sur l'oscilloscope (SIMULINK) et enregistrée dans un fichier *.mat* est montrée par la figure 4.5.

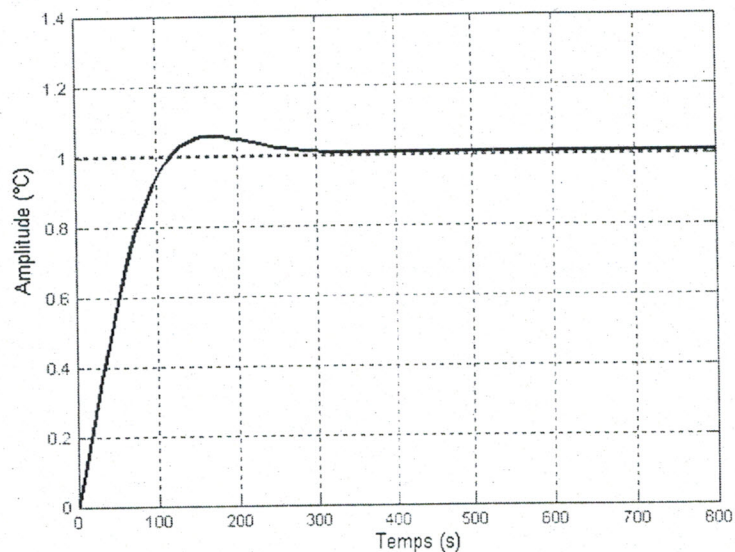


Figure 4.5 : La réponse indicielle du système corrigé

Le système corrigé se comporte comme un second ordre, avec un petit dépassement, une erreur statique négligeable et un temps de réponse proche de 300s.

L'application du correcteur trouvé au système réel a donné des résultats satisfaisants. Suite à un échelon d'entrée de 30° à $35^{\circ}C$, la sortie du système enregistrée est donnée par la figure 4.6. Nous remarquons que le système est stable, le temps de réponse est de 350s, proche de la valeur trouvée en simulation et le dépassement est négligeable, (en tous cas il ne dépasse pas 0.2° ou 4%).

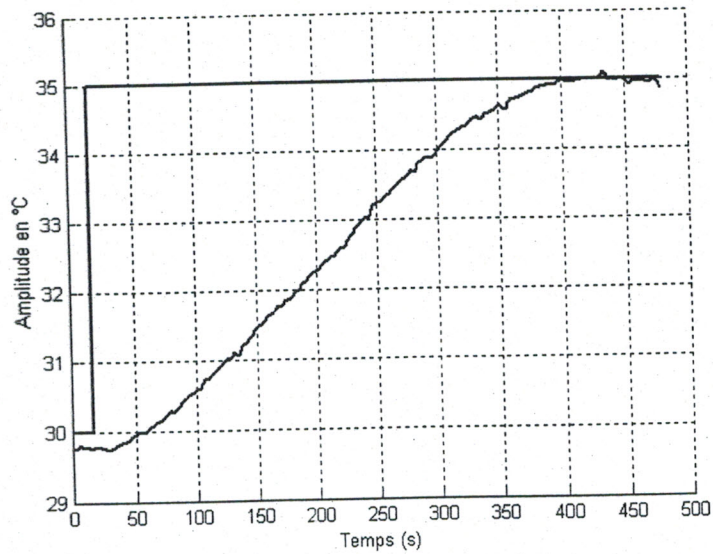


Figure 4.6 : La réponse indicielle du système réel.

Nous avons testé par la suite la capacité du PID à rejeter la perturbation, pour cela nous avons tout d'abord laissé le système se stabiliser autour de 35° en utilisant bien sûr le correcteur PID. Puis nous avons changé le débit de 500L/h à 1000L/h, le système donc subit un échelon de perturbation. La température diminue jusqu'à la valeur 33.9° avant que le correcteur réagisse en rejetant la perturbation et en retrouvant l'état d'équilibre du système de 35°. Ceci est confirmé par la réponse enregistrée et montrée par la figure 4.7.

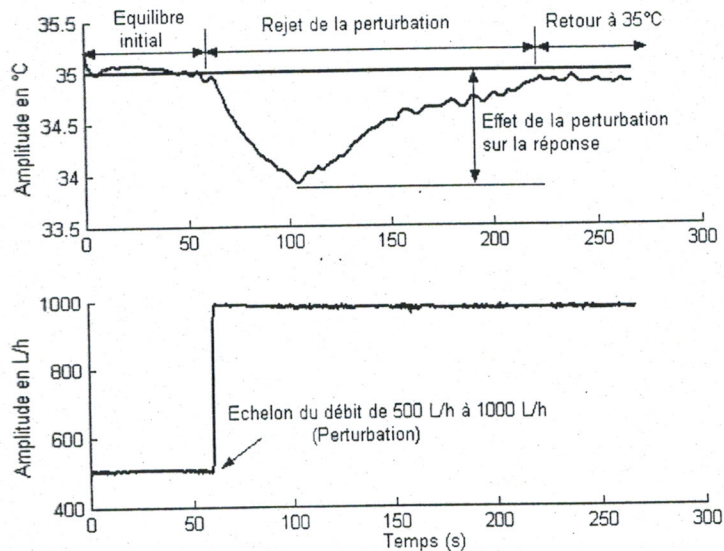


Figure 4.7 : Rejet de perturbation.

Nous avons enfin satisfait le cahier des charges, en respectant le plus possible ses contraintes et en prenant en compte la réalité.

4.2.2 Commande par H_∞ -loopshaping

Dans cette partie nous ne présentons que les résultats essentiels de la synthèse de la loi de commande. La procédure suivie pour avoir le système augmenté, ainsi que le choix des fonctions de pondérations $W_i(s)$ est la même que celle discutée dans l'exemple d'application du chapitre 1. D'ailleurs cette procédure (problème de sensibilité mixte) est la plus utilisée.

Commençons par mettre le système sous sa forme standard, montrée par la figure 4.8.

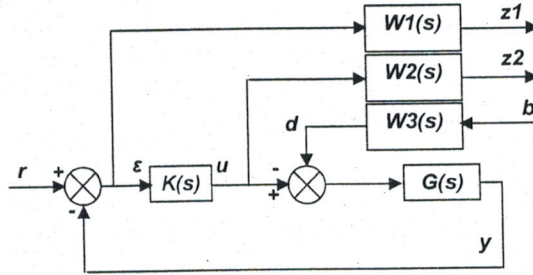


Figure 4.8 : Problème de sensibilité mixte

Tout calcul fait, le système augmenté s'écrit :

$$A_{aug} = \begin{bmatrix} A & 0 & 0 & -BC_3 \\ -B_1C & A_1 & 0 & B_1DC_3 \\ 0 & 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

$$B_{aug} = \begin{bmatrix} 0 & -BD_3 & B \\ B_1 & B_1DD_3 & -B_1D \\ 0 & 0 & B_2 \\ 0 & B_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

$$C_{aug} = \begin{bmatrix} -D_1C & C_1 & 0 & D_1DC_3 \\ 0 & 0 & C_2 & 0 \\ -C & 0 & 0 & DC_3 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

$$D_{aug} = \begin{bmatrix} D_1 & D_1DD_3 & -D_1D \\ 0 & 0 & D_2 \\ 1 & DD_3 & -D \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

Pour les mêmes raisons pratiques citées plus haut (inertie thermique), nous avons choisi attentivement les $W_i(s)$, en particulier $W_2(s)$ si on veut limiter la commande. Le cahier de charges fixé reste presque le même que pour la synthèse du PID.

- Stabilité du système suffisante.
- Gain suffisamment faible en basses fréquences, pour négliger l'erreur statique.
- Gain de l'ordre de 2 dB en hautes fréquences.

Les fonctions de pondérations $W_i(s)$ choisies finalement sont les suivantes :

$$\begin{aligned}
 W_1(s) &= \frac{\frac{s}{2} + 0.015}{s + 0.003} \\
 W_2(s) &= 0.5 \frac{\frac{0.1}{s} + 1}{\frac{s}{3} + 1} \\
 W_3(s) &= 0.06
 \end{aligned}
 \tag{4.9}$$

Le correcteur obtenu pour une valeur de $\gamma_{opt} = 1.0723$ est de la forme :

$$C(z) = \frac{0.1525z^3 - 0.3004z^2 + 0.1468z + 0.001077}{z^4 - 2.987z^3 + 3.097z^2 - 1.226z + 0.1167}
 \tag{4.10}$$

Sur la figure 4.9 on présente les allures des 4 transferts S , KS , SG , KSG et leurs gabarits.

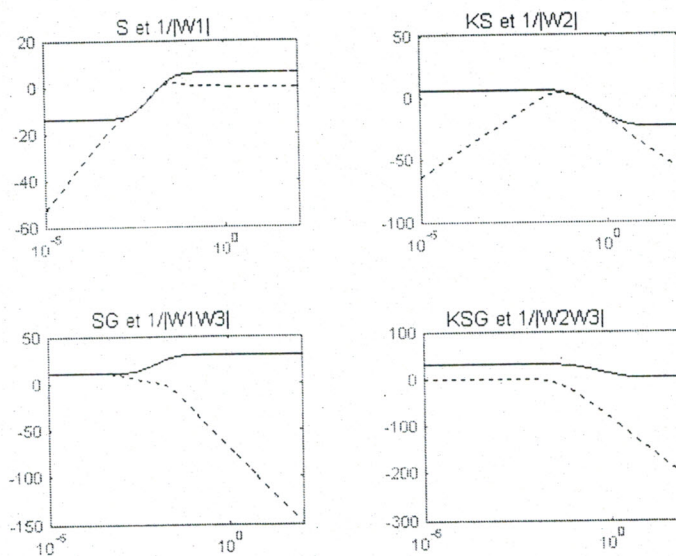


Figure 4.9 : Les fonctions S , KS , SG et KSG et leurs gabarits.

Le tracé de Bode du système corrigé est montré par la figure 4.10. La marge de phase est suffisamment grande.

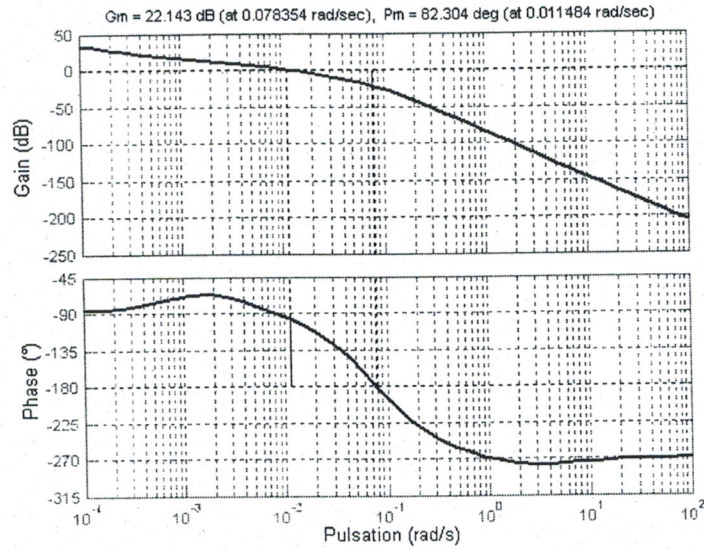


Figure 4.10 : Tracé de Bode du système corrigé par H_{∞} -loopshaping.

La simulation sous SIMULINK du système corrigé donne la réponse indicielle de la figure 4.11.

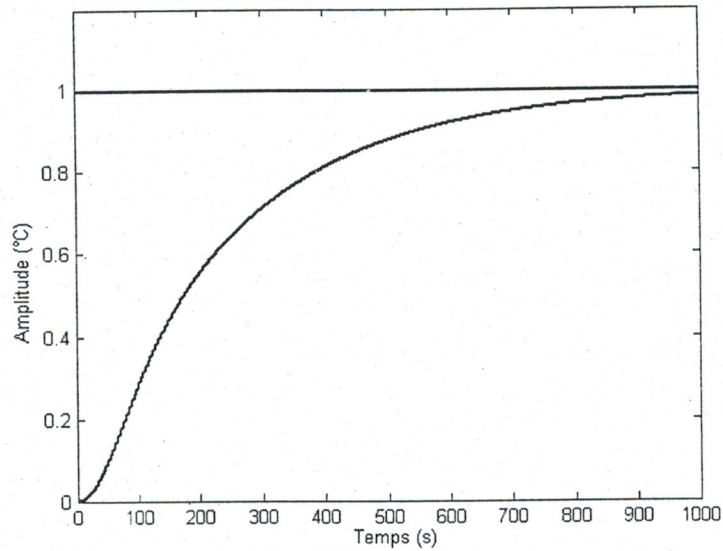


Figure 4.12 : La réponse indicielle simulé du système corrigé par H_{∞} -loopshaping.

L'implémentation pratique du correcteur trouvé a donné des résultats satisfaisants, suite à un échelon de 30° à 35°C, le système se comporte comme un second ordre comme le montre la figure 4.13.

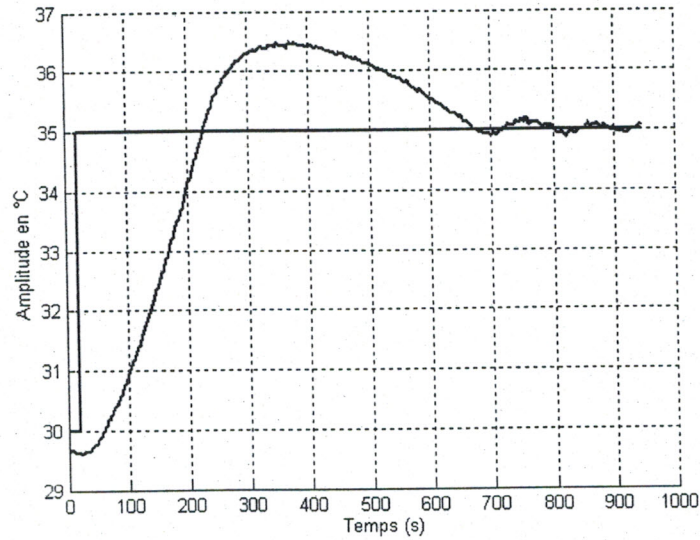


Figure 4.13 : La réponse réelle du système corrigé par H_{∞} -loopshaping.

La tâche importante est le rejet de perturbation qui a été faite avec succès par le correcteur. Le comportement du système suite à une perturbation créée en augmentant le débit est illustré par la figure 4.14.

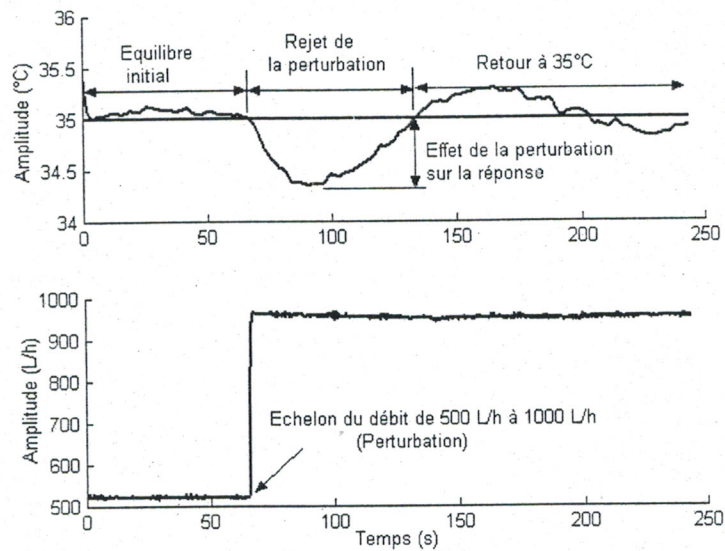


Figure 4.14 : Rejet de perturbation.

4.3 Commande du débit[1][3]

La commande classique et moderne du système du débit a fait aussi une phase importante dans notre travail. En fait, nous avons rencontré dans la pratique de nombreux problèmes et c'était avec peine que nous sommes arrivés enfin à le stabiliser.

4.3.1 Commande classique

En suivant la même procédure que le système de température, c'est-à-dire faire des tests de connaissance sur le système du débit, il est caractérisé par sa stabilité en boucle ouverte, on peut le commander manuellement et aussi par sa rapidité de réponse (temps de montée).

En contrepartie, il possède un retard considérable du même ordre que la constante de temps et un gain statique en boucle ouverte de 2 (voir chapitre 2, identification), ce qui cause une erreur statique.

Malheureusement nous avons constaté pratiquement que le bouclage unitaire du système n'améliore pas sa réponse (stabilité, précision, ...), par contre il le ramène à un état d'instabilité totale.

L'utilisation de la méthode par approche successives pour déterminer les paramètres du régulateur PID délivré avec le système n'a pas résolu le problème de l'instabilité. Le système oscille toujours ou il se maintient stable seulement pendant quelques secondes si on tombe dans le réglage sur les bons paramètres du PID.

Ce système du débit est quasiment non linéaire, en plus il possède deux phénomènes : le retard et l'hystérisis. Ils sont l'origine des problèmes rencontrés dans la pratique, en particulier l'instabilité.

Avant d'exposer les essais que nous avons fait afin de trouver une commande classique stabilisante pour le système, nous discutons par la suite les effets du retard et de l'hystérisis sur le comportement du système (la stabilité).

Le retard pur est modélisé par $e^{-\tau s}$, il a un effet déphaseur sur le système, car il ajoute à sa phase une phase de $-\tau\omega$, alors que le gain n'est pas changé ($|e^{-\tau s}| = 1, \forall \omega$). La figure 4.15 montre cet effet.

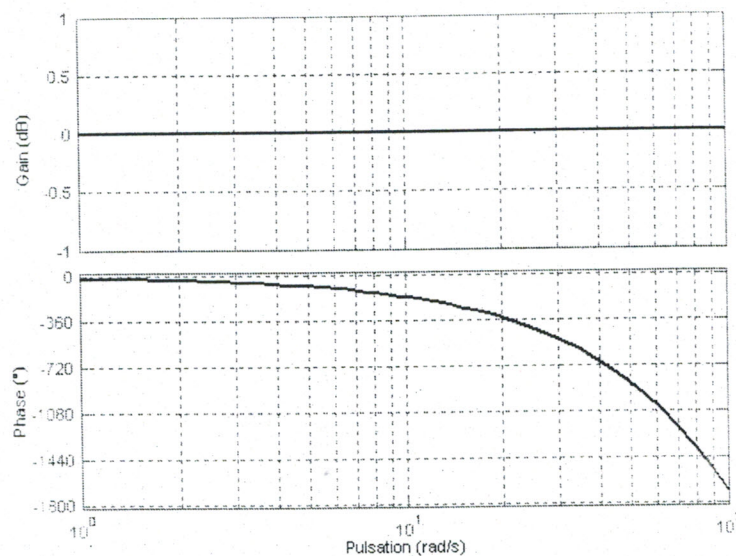


Figure 4.15 : Tracé de Bode de $e^{-\tau s}$

Pour bien expliquer ce phénomène, reprenons la fonction de transfert 2.23 du système du débit :

$$G_{22}(s) = \frac{40.3e^{-0.3s}}{s^2 + 6.012s + 20.15}$$

Sur la figure 4.16 on donne la tracé de Bode du système sans retard. Apparemment le système est stable, sa marge de phase est de 65° à $\omega_c = 6.08 \text{ rad/s}$, on peut même calculer un correcteur en choisissant d'autre marge de phase suivant le cahier de charges.

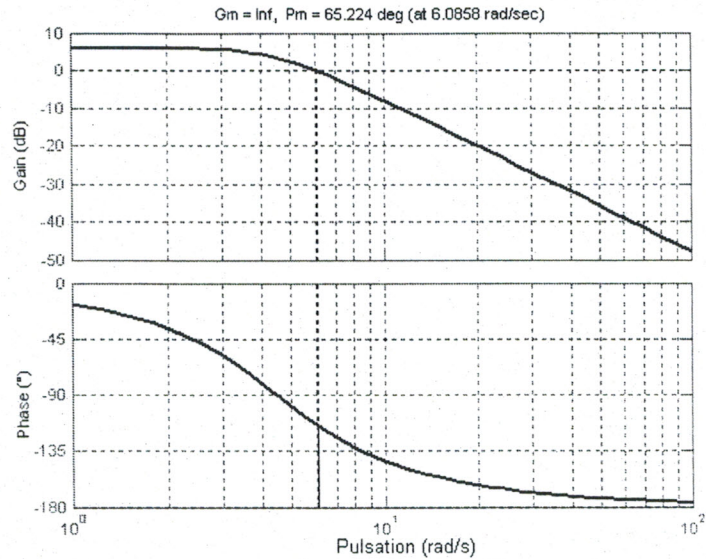


Figure 4.16 : Tracé de Bode de $G_{22}(s)$ sans retard.

Maintenant introduisons le retard dans le modèle du système, d'après la figure 4.17 la marge de phase en $\omega_c = 6.08 \text{ rad/s}$ n'est plus la même trouvée auparavant (sans retard), elle est de -19.56° , le système est instable.

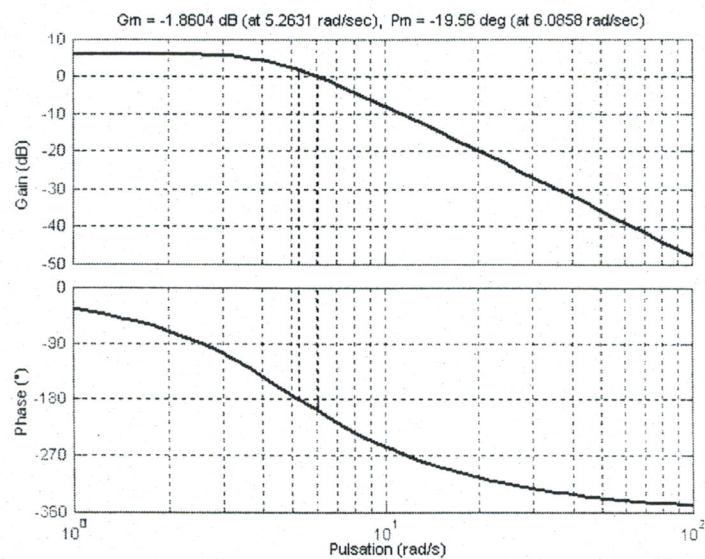


Figure 4.17 : Tracé de Bode de $G_{22}(s)$ avec retard.

La réponse indicielle du système bouclé est illustrée par la figure 4.18 , ceci confirme le comportement réel du système et qui est montré par la figure 4.19.

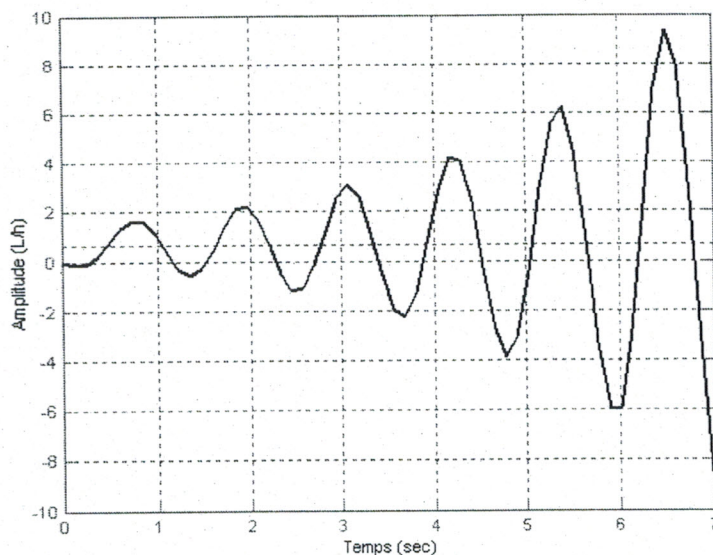


Figure 4.18 : La réponse indicielle simulée du système du débit bouclé.

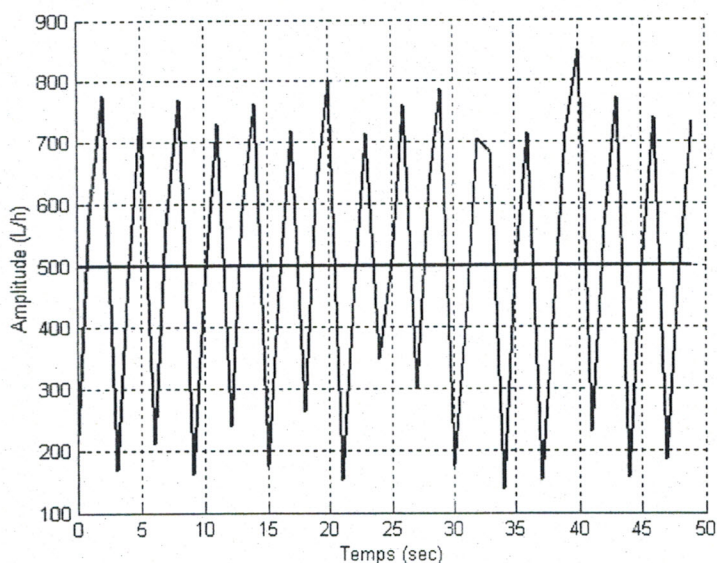


Figure 4.19 : La réponse réelle du système du débit bouclé.

En présence du retard, la marge de phase ne signifie plus une marge importante, particulièrement en hautes fréquences. En effet, on voit que le moindre retard parasite entame beaucoup cette marge à pulsation élevée.

Nous parlons maintenant du phénomène de l'hystérésis qui existe dans de nombreux systèmes industriels, en particulier si le processus présente un retard comme celui du débit.

L'hystérésis est définie comme des effets de mémoires indépendantes de la commande actuelle.

En effet, pour notre système du débit, lorsque la commande U croît, le débit D fait de même et on observe un certain chemin dans le graphe $D = f(U)$ de la figure 4.20. Lorsque la commande U décroît par la suite, le chemin emprunté est alors différent du premier. Cela signifie que le débit D ne dépend pas de la commande U à un instant donné, sinon le chemin resterait le même. Le débit D dépend du passé de la commande U .

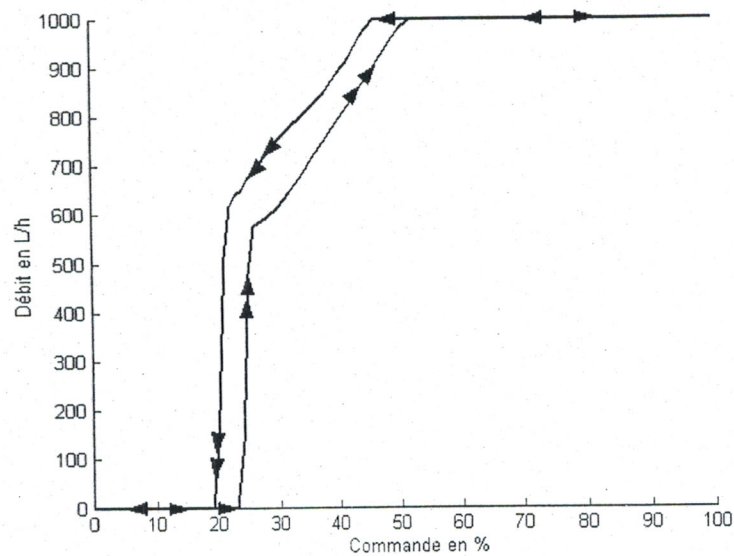


Figure 4.20 : L'hystérésis dans le système du débit.

L'hystérésis dans le système du débit nous a posé de nombreux problèmes dans la pratique, notamment après l'implémentation du correcteur synthétisé. Pour la même commande dans le sens croissant ou décroissant, il est difficile de stabiliser le débit autour d'un point d'équilibre.

Après l'exposition de ces deux phénomènes, nous parlons dans ce qui suit des tentatives de commandes que nous avons essayé pour stabiliser en premier lieu le système. Commençons tout d'abord par le PID, qui n'a pas résolu le problème de l'instabilité, le système oscille toujours avec des amplitudes plus ou moins grandes autour de la consigne, c'est la limite de stabilité ou parfois l'instabilité totale. Ce comportement du système (limite de stabilité) nous a donné l'idée d'utiliser la méthode de pompage pour déterminer les paramètres du correcteur (le PID toujours), en mesurant la période d'oscillation T_u et le gain limite K_u . Malheureusement le résultat était le même, instabilité.

La troisième tentative que nous avons utilisé consiste à implémenter un correcteur de *Smith* sous sa version commercialisée, montrée par la figure 4.21 (voir la synthèse dans [15]). Cette fois-ci, nous avons obtenu un système stable, mais ce n'est pas le correcteur que nous avons adopté, car il ne permet pas à l'utilisateur de jouer sur la dynamique du système (temps de montée, dépassement, ...) , en plus il est souhaité pour un système modélisé sous forme du premier ordre avec retard, or notre système du débit est du second ordre retardé bien que nous sommes arrivé à le stabiliser par ce correcteur.

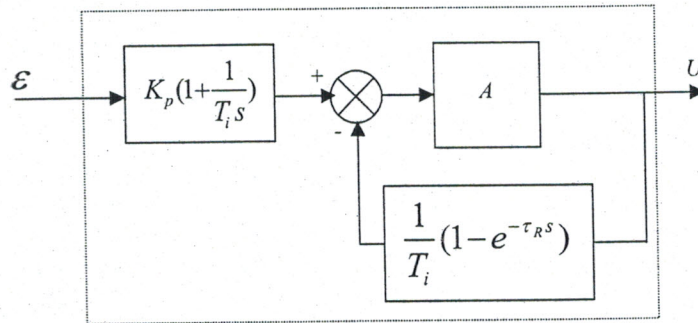


Figure 4.21 : Correcteur de Smith.

Finalement, nous avons synthétisé une loi de commande en utilisant les techniques de l'espace d'état, c'est-à-dire placer des pôles désirés de la commande et de l'observateur.

Les pôles de la commande sont choisis dans la zone admissible de la figure 4.22 (pour un $\xi \geq 0.707$ et $\omega \geq 2 \text{ rad/s}$) et ceux de l'observateur sont plus rapides.

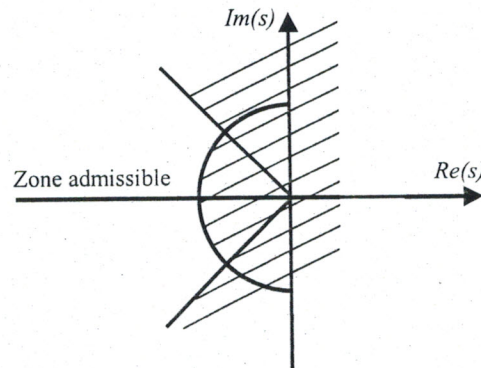


Figure 4.22 : Zone admissible de placement des pôles.

La correcteur synthétisé en utilisant la commande *REG* de MATLAB est de la forme suivante :

$$C(z) = \frac{0.1644 z^2 - 0.2773 z + 0.1008}{z^3 - 1.373 z^2 + 0.4071 z - 0.04055} \quad (4.11)$$

La simulation sous SIMULINK du système corrigé (figure 4.23) a donnée la réponse de la figure 4.24.

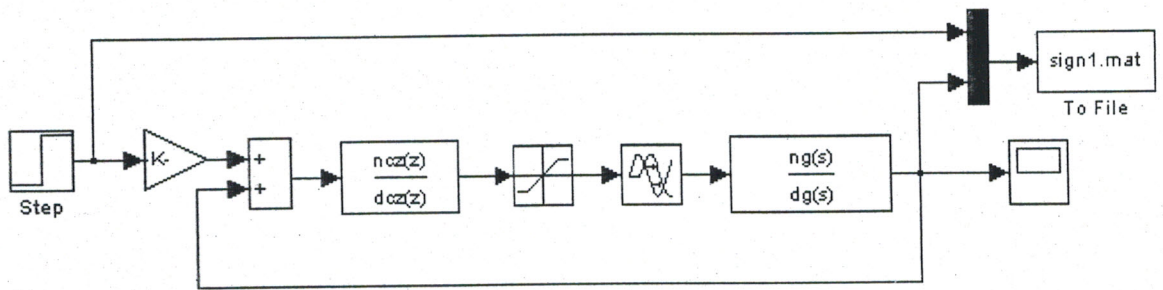


Figure 4.23 : Schéma SIMULINK du système du débit corrigé par placement de pôles

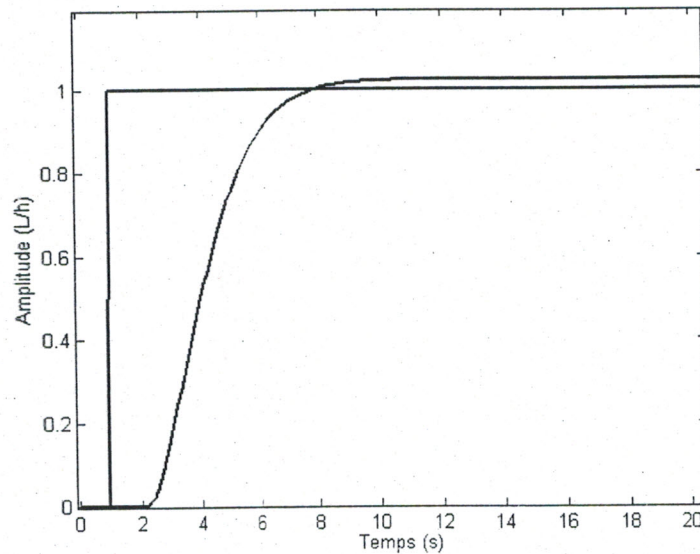


Figure 4.24 : La réponse indicielle simulée du système du débit corrigé

Grâce à cette technique, nous pouvons placer les pôles désirés et fixer la dynamique du système corrigé.

L'application du correcteur trouvé au système du débit a donné des résultats satisfaisants. La réponse réelle enregistrée est illustrée par la figure 4.25. On remarque qu'elle présente un dépassement suite à l'application d'un échelon d'entrée de 500 L/h à 700 L/h , puis elle se stabilise autour de la consigne (700 L/h).

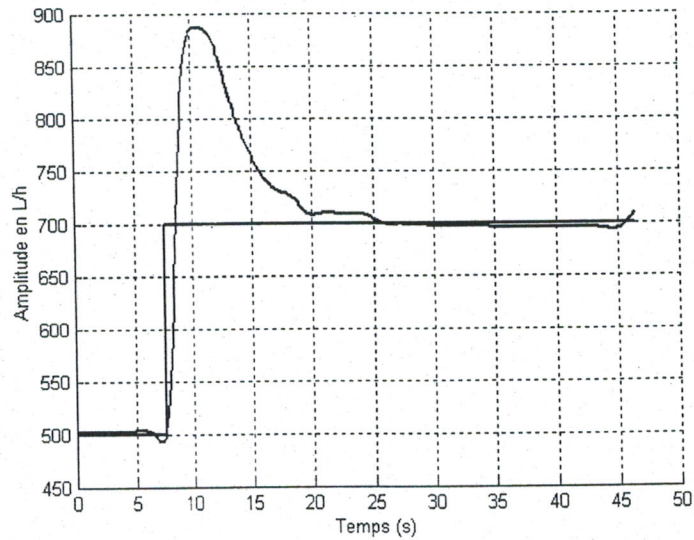


Figure 4.25 : La réponse indicielle réelle du système du débit corrigé

Pour voir si ce correcteur peut rejeter des perturbations éventuelles, nous avons stabilisé le débit autour de 700 L/h, puis nous avons fermé une vanne manuelle placée à la sortie du système avant qu'elle soit ouverte de nouveau complètement ou partiellement (après 3 ou 4 secondes).

Le débit diminue au début suite à cette perturbation, mais il retrouve de nouveau l'état d'équilibre de 700 L/h grâce à la réaction du correcteur, (figure 4.26).

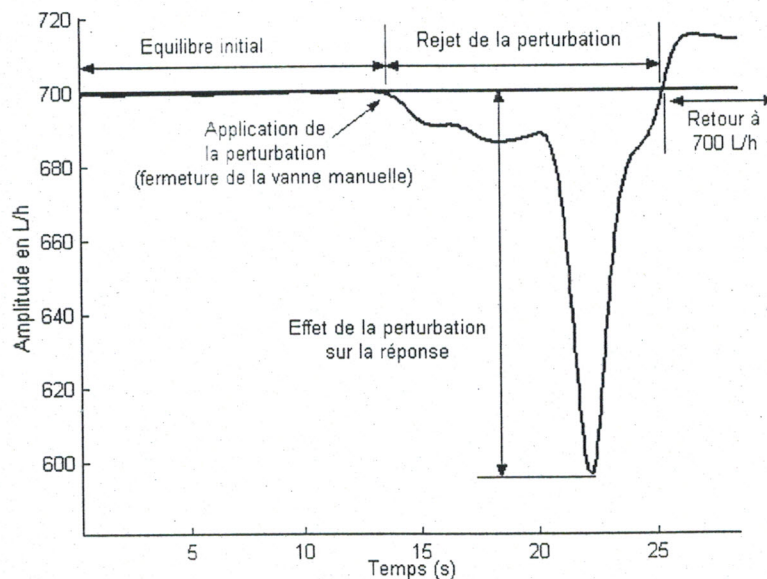


Figure 4.26 : Rejet de perturbation dans le système du débit

Notons que la sortie de la carte dSPACE est limitée à 5 V, pratiquement elle représente la valeur pour laquelle le débit en sortie est à son maximum 1000 L/h.

4.3.2 Commande par H_∞ par loopshaping

Comme pour le système de température, les étapes suivies dans la synthèse restent les mêmes, en se basant sur le schéma de la figure 4.8.

Puisque le système du débit est instable en boucle fermée, nous nous sommes intéressés dans un premier lieu à la stabilité. Le cahier de charges choisi est :

- Stabilité suffisante.
- Temps de réponse le plus petit possible.
- Erreur statique négligeable.

Les fonctions de pondérations $W_i(s)$ choisies sont :

$$\begin{aligned} W_1(s) &= \frac{\frac{s}{1.5} + 1.8}{s + 0.0018} \\ W_2(s) &= 0.5 \frac{\frac{25}{s} + 1}{\frac{500}{s} + 1} \\ W_3(s) &= 0.01 \end{aligned} \quad (4.12)$$

Le système augmenté s'écrit sous la forme de 4.5 à 4.8.

La valeur de γ_{opt} obtenue est de 0.8490 et le correcteur résultant a pour fonction de transfert :

$$C(z) = \frac{0.5739z^3 - 0.7424z^2 + 0.2621z + 0.0006846}{z^4 - 1.168z^3 + 0.1872z^2 - 0.01878z + 7.369 * 10^{-16}} \quad (4.13)$$

Les tracés en fréquences des 4 fonctions S , KS , SG , KSG , ainsi que leurs gabarits sont montrés par la figure 4.27.

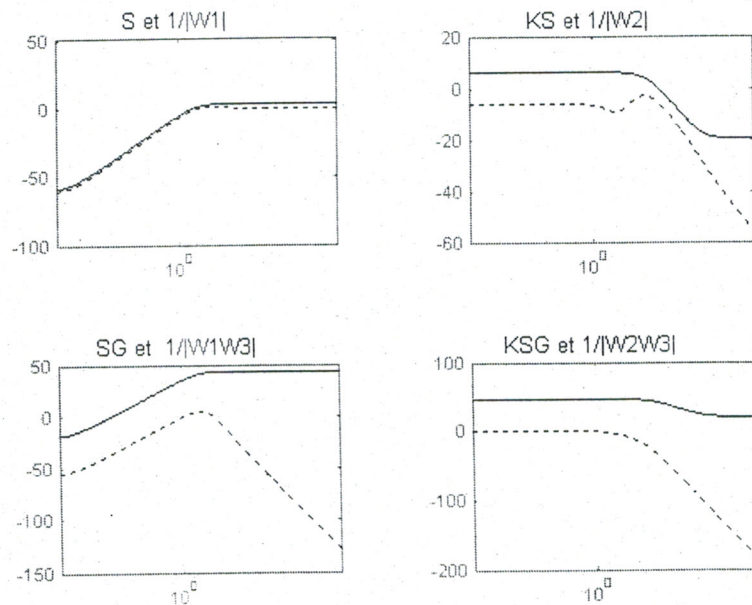


Figure 4.27 : Les fonctions S , KS , SG et KSG et leurs gabarits.

La réponse indicielle simulée est illustrée par la figure 4.28.

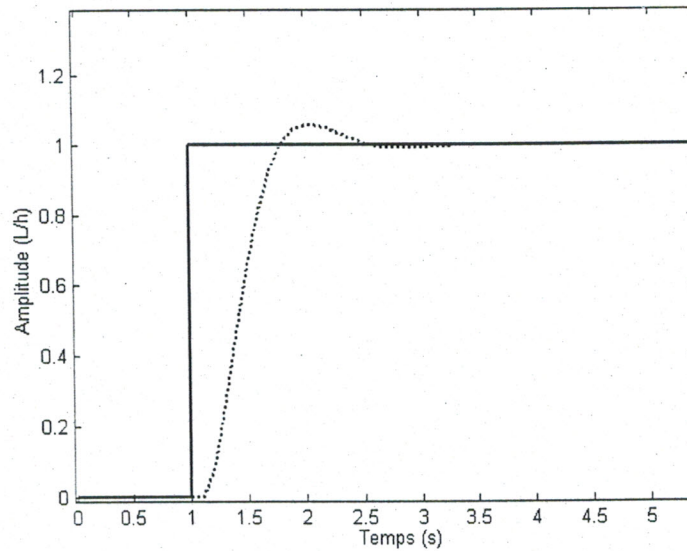


Figure 4.28 : La réponse simulée du système corrigé par H_∞ -loopshaping.

Le résultat pratique (réponse indicielle du système) est donné par la figure 4.29. Le système est stable, rapide et précis.

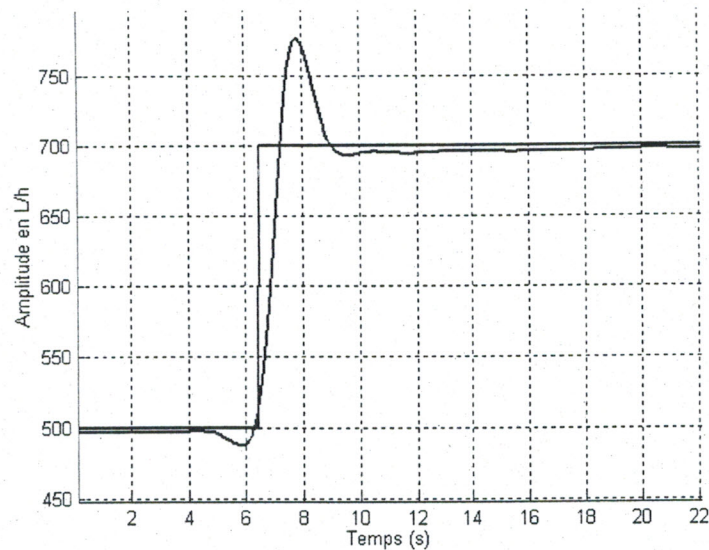


Figure 4.29 : La réponse réelle du système corrigé par H_∞ -loopshaping.

Le comportement du système enregistré en lui appliquant une perturbation est montré par la figure 4.30. L'état d'équilibre est retrouvé après le rejet de la perturbation

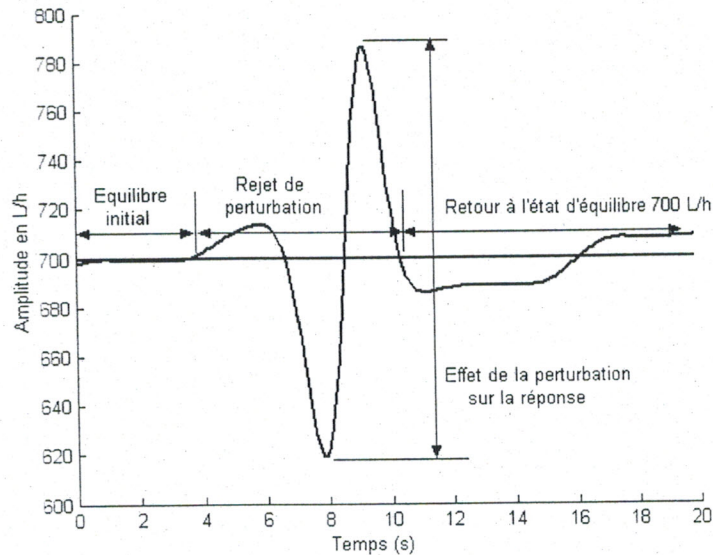


Figure 4.30 : Rejet de perturbation.

4.4 Comparaison des résultats

La comparaison concerne les résultats pratiques obtenus, car en fait c'est le comportement réel du système qui nous intéresse, bien que les résultats de simulation restent toujours de bons outils pour représenter la réalité.

Comparer les réponses des deux méthodes, c'est comparer le temps de réponse, le temps de montée, l'erreur statique, le degré de stabilité, ...etc. Nous nous intéressons en particulier à la stabilité et au rejet de perturbation. ces deux qualités représentent notre objectif à atteindre : la robustesse du contrôleur.

Commençons par le système de température et prenons les deux figures 4.6 et 4.13, qui montrent les réponses réelles du système en utilisant les correcteurs PID et H_∞ -loopshaping respectivement.

Sur la figure 4.6 (correcteur PID), le temps de montée t_m est de 224 s, alors qu'il est de l'ordre de 126 s d'après la figure 4.13 (correcteur H_∞ -loopshaping). Le temps de réponse t_r à 1 % pour le PID est de 340 s, pour H_∞ -loopshaping il est de 611 s.

Nous pouvons dire que le système répond de façon rapide en utilisant le PID, mieux qu'en utilisant H_∞ -loopshaping, mais si nous possédons un refroidisseur pour ne pas trop dépasser la consigne, c'est la commande H_∞ -loopshaping qui conviendra finalement (t_m est petit). Ceci n'est pas très important, car nous pouvons toujours revoir la synthèse des correcteurs, ou bien limiter les signaux de commande afin d'avoir les mêmes temps de réponse. Une raison fondamentale pour laquelle le système possède un temps de réponse plus grand en utilisant H_∞ -loopshaping est le dépassement dû à l'inertie thermique, ce problème est déjà discuté dans le paragraphe 2.

En ce qui concerne la stabilité, apparemment le système est stable pour les deux correcteurs. Ceci paraît évident dans le cas d'un système thermique, nous avons remarqué précédemment (paragraphe 2) qu'un simple bouclage d'un tel système permet de le stabiliser, donc la stabilité est assurée par les deux lois de commande.

Quant à la précision des réponses, nous constatons qu'elle est bonne d'après les deux figures 4.6 et 4.13. L'erreur est de l'ordre de $0.1/0.2\text{ }^{\circ}\text{C}$, négligeable dans ce cas, d'ailleurs elle peut être tolérable jusqu'à $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ ou plus dans ce type de systèmes industriels.

La comparaison faite jusqu'à maintenant concerne les réponses suite à l'application d'un échelon en entrée du système. Entre les deux méthodes, il n'y a rien à distinguer, le système est toujours précis et stable.

Vient maintenant un point important, le rejet de perturbation qui a été fait avec succès par les deux correcteurs, mais de quelle façon ?

Dans le cas du PID (figure 4.7), la réponse du système diminue jusqu'à $33.9\text{ }^{\circ}\text{C}$, une valeur inquiétante, alors que dans le cas de H_{∞} -loopshaping (figure 4.14) elle atteint $34.4\text{ }^{\circ}\text{C}$. En plus, le temps de rejet de perturbation est de 11 s si on utilise le PID et de 6 s si on utilise H_{∞} -loopshaping. En ce qui concerne les erreurs statiques après le rejet de perturbation, elles sont égales dans les deux cas ($0.2\text{ }^{\circ}\text{C}$).

Nous concluons donc, que le correcteur PID réagit lentement après que le système subit une perturbation (la température diminue à $33.9\text{ }^{\circ}\text{C}$), en plus il met un temps assez considérable pour ramener le système à son état d'équilibre de $35\text{ }^{\circ}\text{C}$. Par contre, le correcteur H_{∞} -loopshaping se manifeste rapidement juste après l'apparition de la perturbation en la rejetant en un temps petit.

Avec cette comparaison sur le rejet de perturbation, la différence entre les deux lois de commandes est claire. Le correcteur H_{∞} -loopshaping joue bien son rôle dans cette tâche, ce qui prouve sa robustesse par rapport au PID.

Passons maintenant à la comparaison des résultats du système du débit et prenons les figure 4.25 et 4.29.

Cette fois-ci, la différence entre les deux réponses peut être remarquée nettement, en commençant par le temps de montée t_m , qui est de 0.74 s dans le cas du correcteur classique (placement des pôles) et de l'ordre de 0.66 s dans le cas du contrôleur H_{∞} -loopshaping. De même, le temps de réponse t_r à 1% est égal à 17 s d'après la figure 4.25, il est considérable notamment s'il s'agit d'un système qui devrait être rapide. Par contre, on mesure sur la figure 4.29 un temps de réponse autour de 2.5 s .

Les erreurs statiques sont les mêmes dans les deux cas, elles balancent entre $+$ et -5 L/h , très négligeables, parfois elles s'allongent jusqu'à $\pm 25\text{ L/h}$, mais elles restent toujours négligeables devant une plage de mesure de 1000 L/h .

Quant à la stabilité, elle est garantie dans les deux cas, elle était notre but principal et nous rappelons que nous sommes arrivés à satisfaire cette performance avec difficulté.

Jusqu'ici les résultats obtenus en appliquant au système le correcteur H_∞ -loopshaping sont meilleurs que ceux obtenus par le correcteur classique de placement des pôles.

Passons au rejet de perturbation et mesurons sur les deux figures 4.26 et 4.30 le temps nécessaire pour effectuer ce rejet dans les deux cas. Sur la figure 4.26, on trouve un temps de 11 s, la perturbation affecte longtemps le système et sa réponse atteint 596 L/h. Sur la figure 4.30, ce temps est de 6 s, presque la moitié du premier et la réponse du système ne descend pas en dessous de 618 L/h, du même ordre que la première valeur, mais elle ne dure pas assez longtemps.

Après le rejet de perturbation on constate sur la figure 4.26 une erreur statique de ± 15 L/h et de ± 10 L/h sur la figure 4.30, ceci montre que la perturbation influe peu le système en présence du contrôleur H_∞ -loopshaping.

Nous concluons que le rejet de perturbation est effectué convenablement par le correcteur H_∞ -loopshaping.

Notons en plus que dans la synthèse du correcteur classique par placement de pôles, nous avons utilisé la fonction de transfert 2.23 du système, c'est-à-dire nous avons pris en considération le retard pour représenter au mieux le système réel. Par contre, le correcteur H_∞ -loopshaping est calculé sur la base du modèle sans retard (modèle nominal), pourtant nous avons remarqué que les résultats obtenus par ce correcteur sont très satisfaisants. Ce qui montre sa robustesse vis-à-vis aux éventuelles incertitudes dues au retard.

Le tableau récapitulatif suivant résume tout ce que nous avons expliqué et comparé ci-dessus.

	Système de température		Système du débit	
	PID	H_∞ -loopshaping	Placement de pôles	H_∞ -loopshaping
<i>Temps de montée t_m</i>	224 s	126 s	0.74 s	0.66 s
<i>Temps de réponse t_r à 1%</i>	340 s	611 s	17 s	2.5 s
<i>Erreur statique ε</i>	0.1 – 0.2 °C	0.1 – 0.2 °C	± 5 L/h	± 5 L/h
<i>Stabilité du système</i>	<i>assurée</i>	<i>assurée</i>	<i>assurée</i>	<i>assurée</i>
<i>Temps de rejet de b</i>	160 s	67 s	11 s	6 s
<i>La valeur atteinte après b</i>	33.9 °C	34.4 °C	596 L/h	618 L/h
<i>Erreur statique ε après b</i>	0.2 °C	0.2 °C	± 15 L/h	± 10 L/h

4.5 Commande du système multivariable Température/Débit par H_∞ -loopshaping[4][30][2]

Dans ce paragraphe, nous essayons de synthétiser un contrôleur H_∞ -loopshaping pour le système multivariable Température/Débit donné par le schéma simplifié de la figure 4.31.

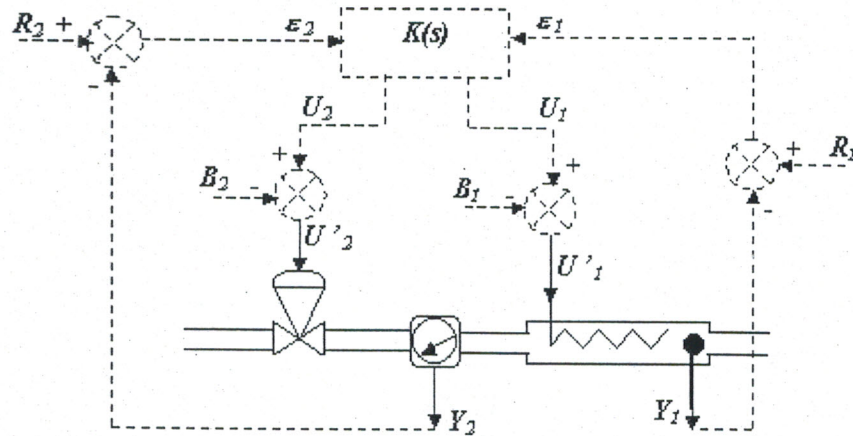


Figure 4.31 : Schéma simplifié du système multivariable Température/Débit.

Nous utilisons comme modèle du système la matrice de transfert $G(s)$ contenant les 4 transferts trouvés par identification dans le paragraphe 3 du chapitre 2. La fonction de transfert du système débit/débit $G_{22}(s)$ sera utilisée sans retard.

$$G(s) = \begin{bmatrix} \frac{0.0168}{s(1+44s)} & \frac{-0.2}{1+1179.2s} \\ 0 & \frac{40.3e^{-0.3s}}{s^2+6.012s+20.15} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

Pour mettre le système sous sa forme standard, il faut distinguer les différents signaux (voir figure 4.31).

Le vecteur w contient les deux références r_1 et r_2 et les deux perturbations b_1 et b_2 .

Les commandes u_1 pour le système de température et u_2 pour le système du débit sont regroupées dans le vecteur u .

Les mesures considérées pour le correcteur sont les erreurs $\varepsilon_1 = r_1 - y_1$ et $\varepsilon_2 = r_2 - y_2$.

Enfin, le vecteur des signaux à minimiser contient les erreurs ε_1 , ε_2 et les commandes u_1 , u_2 .

Sur la figure 4.32 on montre la forme standard du problème H_∞ par loopshaping. Les différentes matrices de pondérations sont imposées aux signaux des erreurs, des commandes et des perturbations.

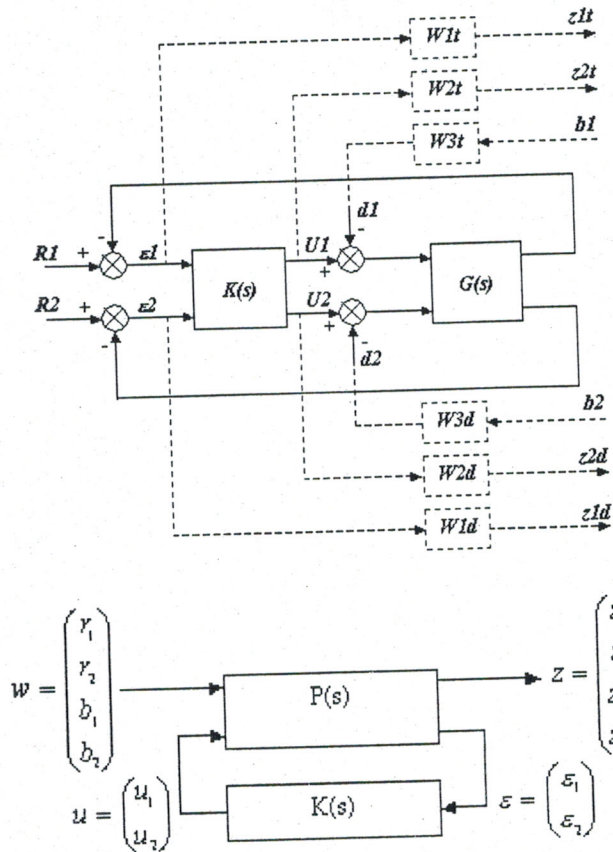


Figure 4.32 : Forme standard du problème H_∞ -loopshaping

Nous retrouvons ici le problème de sensibilité mixte, dont il faut vérifier l'inégalité 1.13 (voir chapitre 1). Nous rappelons que le choix des différentes $W_i(s)$ est délicat dans le cas d'un système multivariable comme le notre, car elles sont des matrices.

Les règles suivantes sont utiles lors du choix de $W_1(s)$, $W_2(s)$ et $W_3(s)$ dans ce cas (système multivariable) :

1. S est la matrice de sensibilité, dont les valeurs propres doivent toujours être au dessous de son gabarit (voir figure 1.5). Un choix de $W_1(s)$ peut être fait comme suit : $W_1(s) = \text{diag}\{W_{1ii}(s)\}$ avec :

$$W_{ii}(s) = \frac{s}{\frac{s}{M_i} + \omega_{Bi}} ; A_i \ll 1 \quad (4.15)$$

Mettre $A_i \ll 1$ implique $S(0) \approx 0$. ω_{Bi} représente la fréquence de coupure du $i^{\text{ème}}$ système.

2. KS est la matrice de transfert de b et n à u , dont les valeurs propres sont souhaitées suffisamment grandes en basses fréquences et petites en hautes fréquences (voir figure 1.7). Un choix initial raisonnable de la matrice de pondération $W_2(s)$ est $W_2(s) = I$. On peut par la suite introduire des changements sur $W_2(s)$ en basses fréquences : $W_2(s) = K_i I$ avec K_i constant et/ou imposer des

atténuations sur ses éléments en hautes fréquences.

3. Pour trouver un choix initial raisonnable de $W_1(s)$, on peut calculer un correcteur par d'autres méthodes de synthèse, tracer les amplitudes des éléments diagonaux de S résultant ($S = (I + GK)^{-1}$) en fonction de la fréquence et choisir $W_{1ii}(s)$ comme une approximation de $\frac{1}{|S_{ii}(j\omega)|}$.

4. T représente la matrice de sensibilité complémentaire, elle doit être proche de I en basses fréquences et atténuée en hautes fréquences. On peut mettre $W_3(s) = \text{diag}\{W_{3ii}(s)\}$ avec $|W_{3ii}(j\omega)|$ inférieure à 1 en basses fréquences et large en hautes fréquences (voir figure 1.6).

En suivant cette procédure et en commençant à partir du troisième point, c'est-à-dire effectuer un choix initial de la matrice $W_1(s)$.

Pour cela, nous reprenons les deux correcteurs classiques calculés précédemment, le PID et le correcteur par placement de pôles, pour le système de température et du débit respectivement. Nous supposons que le système est découplé (pratiquement nous avons trouvé un fort découplage) et nous construisons un contrôleur multivariable, sous forme d'une matrice diagonale, dont les éléments diagonaux sont les deux correcteurs classiques précédents.

Nous avons trouvé donc un contrôleur par une autre méthode de synthèse. Sur la figure 4.33 nous donnons les amplitudes des éléments diagonaux de la matrice $S(s)$ en fonction des fréquences, ainsi que les gabarits $\frac{1}{W_{1ii}} = |S_{ii}|$ choisis approximativement.

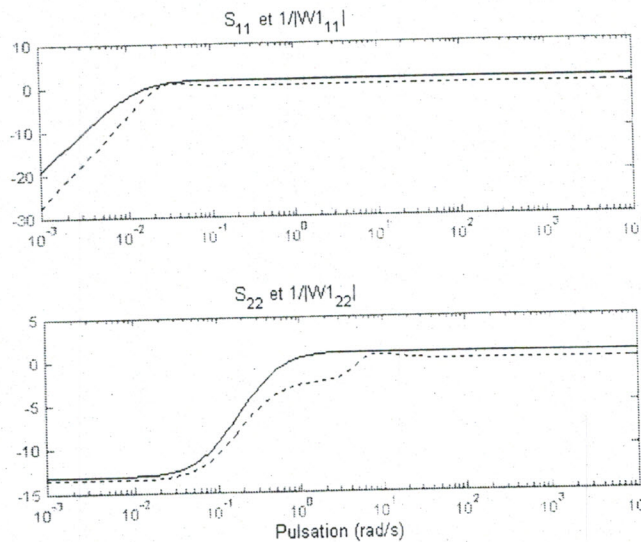


Figure 4.33 : Les éléments diagonaux de S et leurs gabarits $\frac{1}{|W_{1ii}|}$

Après quelques tâtonnements, on retient :

$$W_1(s) = \begin{bmatrix} \frac{\frac{s}{1.2} + 0.01}{s + 0.0005} & 0 \\ 0 & \frac{s + 0.4}{1.1s + 0.00011} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

La deuxième règle de la procédure consiste à choisir initialement $W_2(s) = I$, mais nous l'avons changé par la suite pour garder toujours la valeur γ de l'inégalité 1.13 inférieure à 1, ou légèrement supérieure à 1.

De même, $W_3(s)$ est choisie constante en faisant toujours attention à la valeur de γ .

Finalement nous obtenons :

$$W_2(s) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

$$W_3(s) = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}$$

La synthèse du contrôleur multivariable H_∞ -loopshaping est faite sous MATLAB, en utilisant la commande *hinfsyn*.

Pour une valeur de γ_{opt} de 0.9295, le correcteur discret obtenu a pour matrice de transfert :

$$Kd(z) = \begin{bmatrix} K_{11}(z) & K_{12}(z) \\ K_{21}(z) & K_{22}(z) \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

avec :

$K_{11}(z)$: la fonction de transfert entre ε_t et u_t , (la partie de la commande pour le système de température, en prenant en compte l'erreur de température ε_t).

$$K_{11}(z) = \frac{1.67z^6 - 6.706z^5 + 10.11z^4 - 6.806z^3 + 1.756z^2 - 0.02296z + 0.0003827}{z^7 - 4.591z^6 + 8.378z^5 - 7.594z^4 + 3.427z^3 - 0.628z^2 + 0.008197z - 0.000128} \quad (4.19)$$

$K_{12}(z)$: la fonction de transfert entre ε_d et u_t , (la partie de la commande pour le système de température, en prenant en compte l'erreur du débit ε_d).

$$K_{12}(z) = \frac{0.02401z^6 - 0.1004z^5 + 0.16318z^4 - 0.1276z^3 + 0.04797z^2 - 0.0077598z + 0.000619}{z^7 - 4.591z^6 + 8.378z^5 - 7.594z^4 + 3.427z^3 - 0.628z^2 + 0.008197z - 0.000128} \quad (4.20)$$

$K_{21}(z)$: la fonction de transfert entre ε_t et u_d , (la partie de la commande pour le système du débit, en prenant en compte l'erreur de température ε_t).

$$K_{21}(z) = \frac{0.001089z^6 - 0.005368z^5 + 0.01097z^4 - 0.01196z^3 + 0.00743z^2 - 0.002536z + 0.00038}{z^7 - 4.591z^6 + 8.378z^5 - 7.594z^4 + 3.427z^3 - 0.628z^2 + 0.008197z - 0.000128} \quad (4.21)$$

$K_{22}(z)$: la fonction de transfert entre ε_d et u_d , (la partie de la commande pour le système du débit, en prenant en compte l'erreur du débit ε_d).

$$K_{22}(z) = \frac{0.1042z^6 - 0.4799z^5 + 0.901z^4 - 0.8786z^3 + 0.4669z^2 - 0.1273z + 0.01376}{z^7 - 4.591z^6 + 8.378z^5 - 7.594z^4 + 3.427z^3 - 0.628z^2 + 0.008197z - 0.000128} \quad (4.22)$$

La synthèse du correcteur H_∞ a généré un correcteur $K_{12}(s)$ à la limite de la stabilité, (pôles situés en -0.132 , -0.001 , -0.0005 , -0.0001). Après discrétisation, ce correcteur selon la période d'échantillonnage devient ou bien marginalement stable, ou bien franchement instable.

Pour résoudre ce problème, il faut reprendre la synthèse dès le début, pour des raisons de temps nous nous sommes contentés des termes diagonaux $K_{11}(s)$ et $K_{22}(s)$.

$$\begin{aligned} u_t &= K_{11}\varepsilon_t + K_{12}\varepsilon_d \approx K_{11}\varepsilon_t \\ u_d &= K_{21}\varepsilon_t + K_{22}\varepsilon_d \approx K_{22}\varepsilon_d \end{aligned} \quad (4.23)$$

Les ordres des correcteurs résultants sont élevés, ils sont de 7, ceci n'est pas souhaité pratiquement. Par la suite, nous expliquons brièvement ce problème et nous appliquons aux correcteurs une méthode de réduction d'ordre.

La méthode H_∞ par loopshaping construit une loi de commande d'ordre égale à l'ordre du système plus l'ordre des pondérations fréquentielles. Il est évident que dans de nombreux cas, la politique de commande nécessaire pour remplir les spécifications du cahier des charges ne justifie pas forcément que l'ordre du correcteur soit égal à l'ordre du système. De plus, le correcteur obtenu peut présenter certains pôles et zéros très proches, il est alors impératif de les simplifier proprement car ils ne contribuent pas de façon significative à la commande. Un tel correcteur peut poser des problèmes lors de la mise en oeuvre de la loi de commande. Enfin, il est souhaité de ne garder que les dynamiques riches de ce correcteur.

Pour toutes ces raisons, on a besoin dans de nombreuses applications de déterminer un système réduit qui approxime au mieux le compensateur d'ordre élevé. Il doit assurer aussi les mêmes performances que le correcteur complet (stabilité, robustesse, ...etc.).

Il existe différentes techniques pour effectuer cette approximation ou réduction d'ordre. Les techniques les plus courantes sont la *troncature modale*, la *réduction équilibrée* et l'*approximation de HANKEL*. Nous utilisons la réduction équilibrée qui donne satisfaction dans de nombreux cas pra-

tiques. Dans cette approche, l'idée est d'obtenir un correcteur réduit en éliminant dans l'espace d'état associé à la représentation d'état du correcteur complet, les sous espaces qui seraient peu observables et/ou peu commandables. La réduction équilibrée s'appuie sur le concept de réalisation équilibrée, c'est-à-dire une réalisation stable et minimale pour laquelle les grammians de commandabilité et d'observabilité sont diagonaux et égaux. En d'autres termes, étant donné une réalisation du correcteur complet $K(s)$ sous la forme :

$$K(s) = C_c(sI - A_c)^{-1}B_c + D_c \quad (4.24)$$

On dit que (A_c, B_c, C_c, D_c) est équilibrée si les solutions des équations de Lyapunov :

$$A_c P + P A_c^T + B_c B_c^T = 0 ; A_c^T Q + Q A_c + C_c C_c^T = 0 \quad (4.25)$$

sont de la forme :

$$P = Q = \Sigma = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \sigma_n \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

avec : $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_n > 0$: les valeurs singulières de HANKEL, elles vérifient

$$\sigma_i = \lambda_i(PQ), i = 1, \dots, n. \quad (4.27)$$

Les matrices P et Q sont appelées les grammians de commandabilité et d'observabilité et peuvent encore être définies par :

$$P = \int_0^\infty e^{A_c t} B_c B_c^T e^{A_c^T t} dt ; Q = \int_0^\infty e^{A_c^T t} C_c^T C_c e^{A_c t} dt \quad (4.28)$$

la réalisation équilibrée peut être obtenue de n'importe quelle représentation d'état. La matrice T de changement d'état qui permet d'y aboutir est calculée telle que :

$$PQ = T \Sigma T^{-1} \quad (4.29)$$

L'intérêt de la réalisation équilibrée est que l'on peut évaluer la plus ou moins grande commandabilité ou observabilité des états de la nouvelle base par simple lecture de la valeur singulière de HANKEL associée. Les σ_i sont ordonnées par ordre décroissant, les dernières composantes du vecteur d'état sont les moins observables et les moins commandables, il est donc naturel de les supprimer.

Appliquons cette technique à nos correcteurs $K_{11}(s)$ et $K_{22}(s)$ (les deux autres $K_{12}(s)$ et $K_{21}(s)$ sont négligés, car $K(s)$ est presque découplé).

Nous commençons par le correcteur de température $K_{11}(s)$, le calcul de sa représentation d'état équilibrée et des valeurs singulières de HANKEL se fait par la fonction *balreal* de *control system toolbox* de MATLAB. On obtient les valeurs singulières de HANKEL suivantes :

2.0099 1.6351 0.7010 0.0002 0.0000 0.0000 0.0000

Notons que les 4 dernières sont très petites par rapport aux premières valeurs, on supprime donc les 4 derniers états de la représentation d'état équilibrée en utilisant la fonction *modred* de MATLAB. On obtient après tout calcul fait le correcteur réduit sous forme discrète :

$$K_{11red}(z) = \frac{1.672z^2 - 3.341z + 1.668}{z^3 - 2.578z^2 + 2.162z - 0.5838} \quad (4.30)$$

Les tracés de bode du correcteur complet $K_{11}(s)$ et de son système réduit $K_{11red}(s)$ sont donnés par la figure 4.34. Les deux courbes sont superposées.

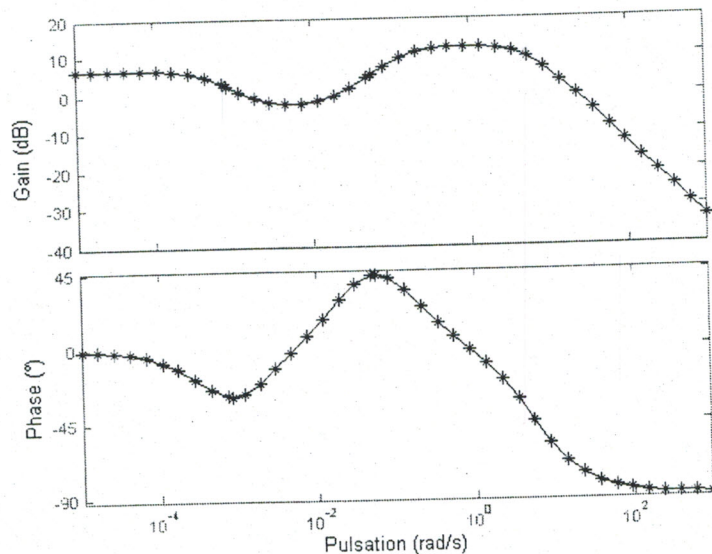


Figure 4.34 : Tracés de Bode du correcteur $K_{11}(s)$ (-) et de son réduit $K_{11red}(s)$ (*)

Nous suivons la même procédure pour réduire le correcteur $K_{22}(s)$ du système du débit, nous obtenons les valeurs singulières de HANKEL suivante :

1037.6 0.132 0.101 0.000027 0.0000081 0.0000043 0.0000018

On décide de supprimer les 4 derniers états de la représentation d'état équilibrée de $K_{22}(s)$. Le correcteur discret réduit est :

$$K_{22red}(z) = \frac{0.1042z^2 - 0.1072z + 0.02356}{z^3 - 1.013z^2 + 0.013z - 0.0002193} \quad (4.31)$$

Sur la figure 4.35, nous remarquons que les tracés de Bode de $K_{22}(s)$ et de son modèle réduit $K_{22red}(s)$ sont superposés.

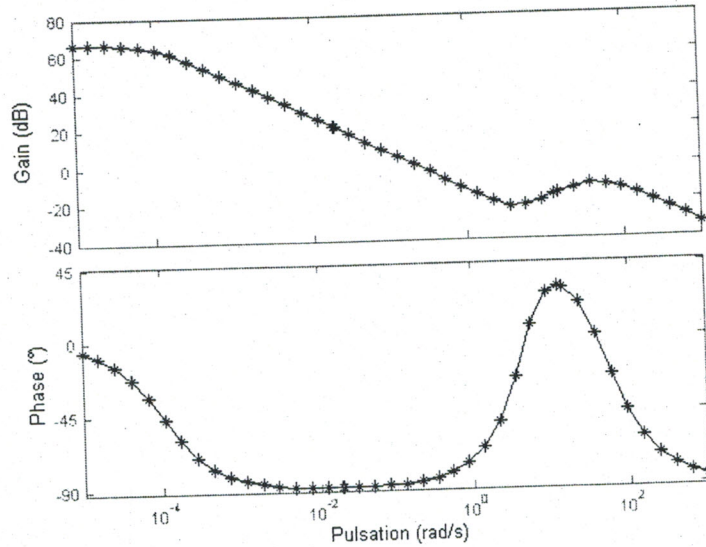


Figure 4.35 : Tracés de Bode du correcteur $K_{22}(s)$ (-) et de son réduit $K_{22red}(s)$ (*)

Il apparaît que ces réductions d'ordre ne modifient pratiquement pas les comportements entrée/sortie des correcteurs.

Les tracés de Bode des systèmes de température et du débit corrigés sont montrés sur les figures 4.36 et 4.37. Les marges de stabilité sont suffisamment grandes, donc les deux systèmes sont stables.

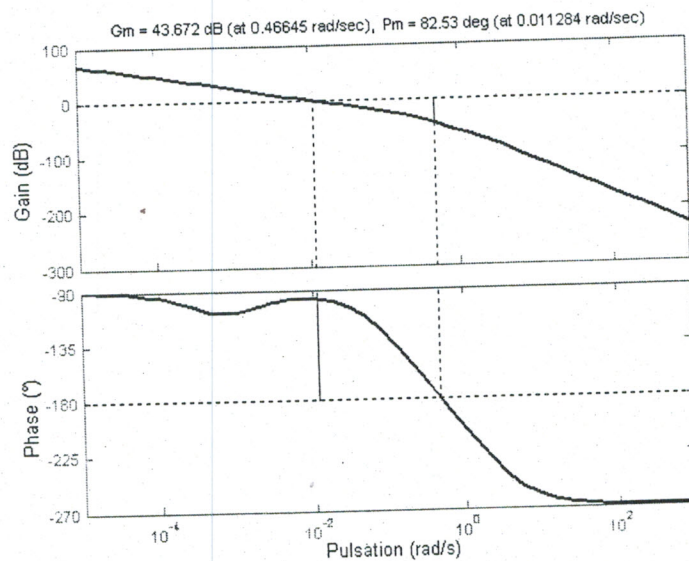


Figure 4.36 : Tracé de Bode du système corrigé de température.

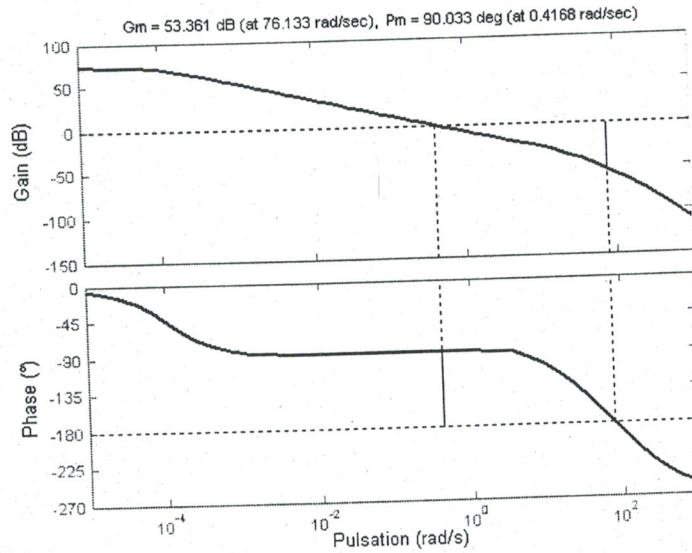


Figure 4.37 : Tracé de Bode du système corrigé du débit.

Le schéma SIMULINK du système multivariable est donné par la figure 4.38. Les différents blocs du système et du contrôleur sont montrés.

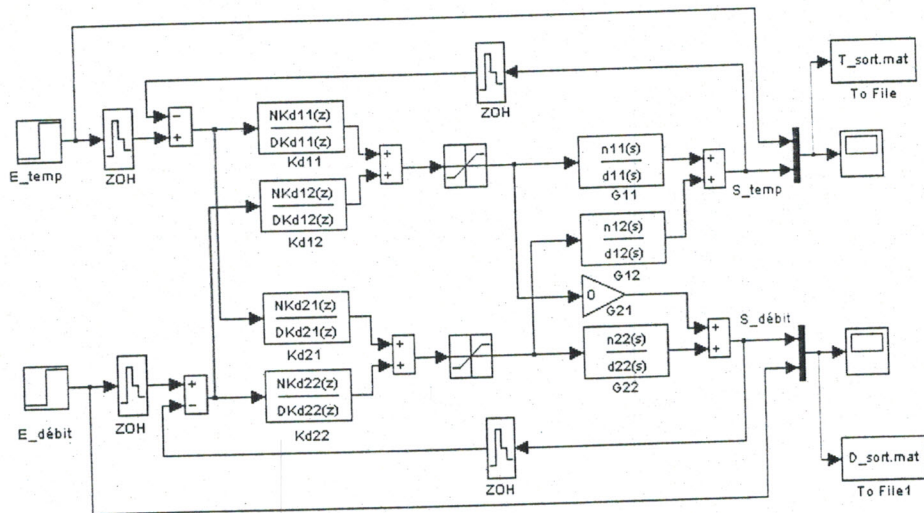


Figure 4.38 : Schéma SIMULINK du système corrigé multivariable.

Les réponses indicielles simulées des systèmes de température et du débit à des échelons appliqués à leurs entrées sont illustrées par les figures 4.39 et 4.40. La réponse du système de température est lente, elle reflète la réalité, elle présente une erreur statique, mais le plus important elle est stable. D'autre part, le système du débit présente une réponse précise, rapide et surtout stable.

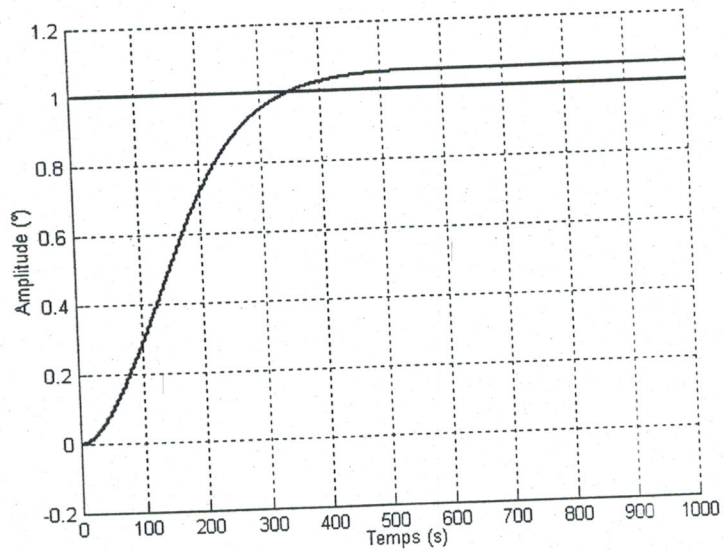


Figure 4.39 : La réponse indicielle simulée du système corrigé de température

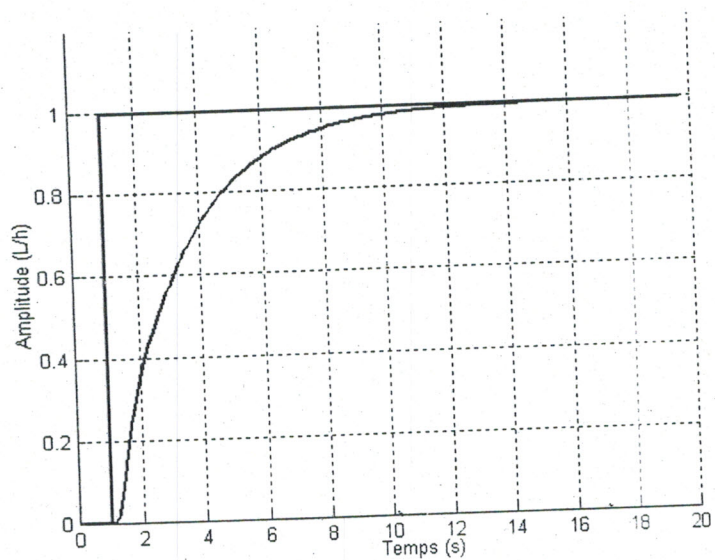


Figure 4.40 : La réponse indicielle simulée du système corrigé du débit

L'application pratique du correcteur H_∞ -loopshaping sous sa forme réduite a donné des résultats satisfaisants, surtout sur le système du débit, car il est rapide et il nous a permis de remarquer nettement l'effet apporté par le correcteur.

La réponse réelle du système de température est illustrée par la figure 4.41, elle est rapide, le temps de réponse est de 3.5 min, elle aboutit finalement l'entrée (35 °C) et l'erreur statique est de l'ordre de 0.1 – 0.2 °C.

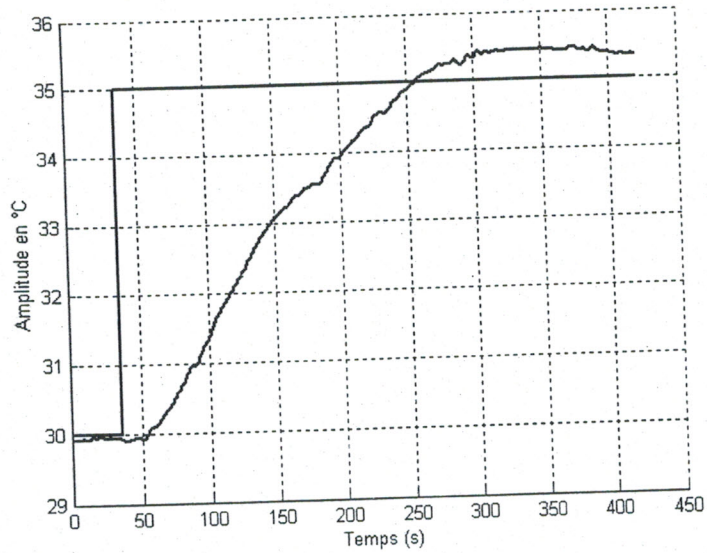


Figure 4.41 : La réponse réelle du système corrigé de température.

Le rejet de perturbation (qui est toujours un échelon du débit de 500 L/h à 1000 L/h) se fait par le correcteur avec succès, la sortie se stabilise enfin autour de 35 °C. Ceci est montrée par la figure 4.42, nous remarquons que le correcteur a pu rejeter définitivement la perturbation, mais de façon lente dans un temps de l'ordre de 6 min.

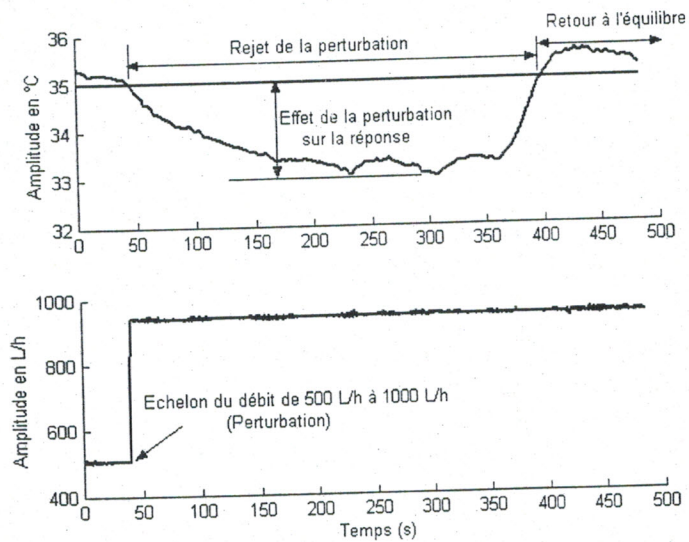


Figure 4.42 : Rejet de perturbation dans le système de température

D'autre part, le système du débit présente une réponse réelle stable et précise et une constante de temps très proche de celle trouvée par simulation (la rapidité est du même ordre). Cette réponse est donnée par la figure 4.43.

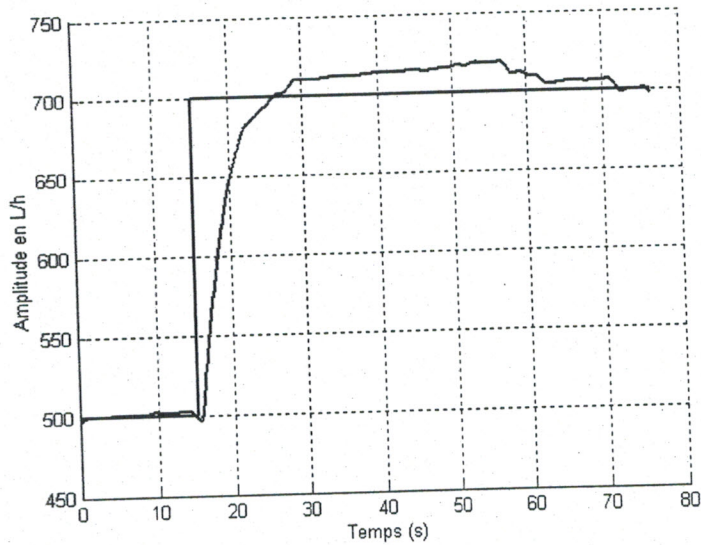


Figure 4.43 : La réponse réelle du système corrigé du débit

Cette fois-ci, le correcteur a aussi rejeté complètement la perturbation affectant le système du débit. Le système retrouve vite son équilibre autour de 700 L/h et l'erreur statique est négligée comme le montre la figure 4.44.

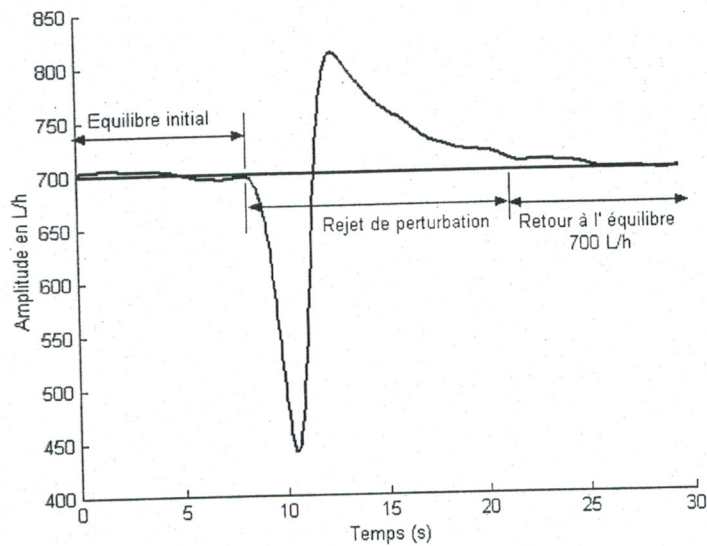


Figure 4.44 : Rejet de perturbation dans le système du débit

4.6 Conclusion

Le but de ce présent chapitre était de synthétiser différents correcteurs, classiques et modernes pour le processus physique Température/Débit.

Dans un premier lieu, nous avons supposé que le système multivariable est découplé, et nous

avons trouvé pour chaque système monovisible (température et débit) un correcteur classique et un autre par la technique H_∞ -loopshaping. Les correcteurs classiques sont le PID et le placements de pôles pour la température et le débit respectivement.

Dans une deuxième partie, nous avons fait une comparaison des deux méthodes, classique et moderne, et nous avons constaté que les résultats pratiques apportés par les lois de commande H_∞ -loopshaping sont meilleurs que ceux apportés par les lois classiques, ceci a été clairement remarqué sur le système du débit.

Le dernier paragraphe de ce chapitre a été réservé à la synthèse d'une loi de commande H_∞ -loopshaping pour le système multivariable. Les réponses des deux systèmes sont stables, rapides et précises suite à l'application des échelons à leurs entrées. Le rejet de perturbation est fait avec succès dans les deux systèmes par le correcteur et les sorties rejoignent les entrées.

Conclusion générale

Ce travail réalisé au niveau du laboratoire d'Automatique de Tlemcen, nous a permis de commander numériquement un banc de régulation en temps réel, à l'aide de la carte dSPACE DS1102, en utilisant une technique moderne de commande : la commande H_∞ , approche par loopshaping.

Nous nous sommes penché tout d'abord sur l'étude de cette nouvelle approche de l'Automatique Fréquentielle. Le but était de discuter en détail une procédure pratique, permettant de traduire le cahier de charges en un critère mathématique, et de donner les outils nécessaires pour résoudre le problème standard H_∞ .

Puisque la popularité de la commande robuste, particulièrement l'approche H_∞ par loopshaping gagne aujourd'hui le milieu industriel, où elle se révèle un outil précieux pour pallier aux problèmes réels rencontrés, nous avons essayé d'appliquer pratiquement cette technique. Pour cela, nous avons travaillé sur un banc de régulation multiboucle sur air et eau, c'est un processus multivariable de température et débit, il représente un exemple concret de ce qui existe dans l'industrie, à savoir les fours, les séchoirs industriels, ...etc.

Nous avons donc identifié ce processus par une matrice de transfert à quatre blocs. Nous avons remarqué qu'il y a un phénomène de couplage dans ce processus, et que le système du débit présente un retard et une hystérésis, l'origine de beaucoup de problèmes pratiques. Le modèle que nous avons trouvé par des méthodes de base représente au mieux la réalité.

Nous avons présenté ensuite la puissance et l'architecture de la carte dSPACE DS1102, que nous avons utilisé pour commander numériquement le processus physique en temps réel. La famille de cette carte est actuellement connue dans tous les domaines : robotique et procédés industriels, espace et aéronautique, télécommunication et traitement des signaux, contrôle des véhicules et trajectoires et beaucoup d'autres domaines.

Dans le même contexte, nous avons réalisé des filtres de gardes ou filtres anti-repliement. Les signaux récupérés en sorties de ces filtres sont bien filtrés et moins bruités. Finalement, pour achever cette partie concernant l'aspect matériel, nous avons conçu des convertisseurs 4..20 mA vers 0..10 V et vis versa entre la carte dSPACE et le banc de régulation. Pratiquement, nous avons constaté que les signaux convertis sont précis et que les erreurs sont négligeables.

En ce qui concerne la commande du processus, en particulier par H_∞ -loopshaping, nous avons synthétisé dans un premier lieu des correcteurs classiques, un PID pour la température et un placement de pôles pour le débit. Par la suite, nous avons trouvé des lois de commandes H_∞ par loopshaping. La comparaison que nous avons fait entre ces deux méthodes, classique et moderne nous a montré que les résultats pratiques obtenus sur le banc, en utilisant H_∞ par loopshaping sont meilleurs que ceux obtenus par les correcteurs classiques.

Nous avons aussi essayé de trouver un contrôleur H_∞ par loopshaping pour le système multivariable. Malheureusement, la synthèse a généré un correcteur multivariable $K(s)$, dont le bloc $K_{12}(s)$ entre l'erreur du débit et la commande de température est instable après discrétisation. Pour des raisons de temps, nous nous sommes contentés des termes diagonaux du correcteur multivariable. L'application de ce correcteur (sans $K_{12}(s)$ et $K_{21}(s)$) après réduction de son ordre a donné des résultats satisfaisants.

Parmi les points à étudier dans le futur, nous signalons :

- Le choix des fonctions de pondérations fréquentielles.
- Les méthodes de réduction d'ordre, car dans la plupart des cas les régulateurs obtenus par H_∞ sont d'ordre élevé.
- La comparaison des résultats de la commande H_∞ avec d'autres méthodes de synthèse de régulateurs robustes.

Un point particulier concerne aussi, l'étude de l'instabilité du bloc $K_{12}(s)$, nous pensons que l'optimisation utilisée n'incluant pas de marge de stabilité a priori génère un correcteur à la limite de la stabilité. La discrétisation à cause de problèmes numériques génère un correcteur franchement instable. Un bon travail serait de voir comment introduire des marges de stabilité a priori.

D'un autre côté et d'un point de vue pratique, il serait utile d'appliquer d'autres types de couplages tels que les systèmes température/niveau, température/pression, débit/niveau ou carrément température/débit/niveau.

Annexe A

.1 A1 Algorithme de Dichotomie[6]

La commande H_∞ suggère un algorithme de dichotomie pour calculer le gain H_∞ -optimal γ . Dans le cas de la commande H_∞ par loopshaping $\gamma = 1$. Cet algorithme est connu sous le nom de γ -itération et basé sur une méthode dans l'espace d'état, dont la valeur de γ est donnée par le lemme suivant.

Lemme .1 [6]

Soit la fonction (ou matrice) de transfert $G(s)$ propre et stable :

$$G(s) = \left[\begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right] \quad (32)$$

$\|G(j\omega)\|_\infty < \gamma$ si et seulement si $\bar{\sigma}(D) < \gamma$ et la matrice H n'a pas de valeurs propres sur l'axe imaginaire $j\omega$, telle que :

$$H = \left[\begin{array}{cc} A + BR^{-1}D^*C & BR^{-1}B^* \\ -C^*(I + DR^{-1}D^*)C & -(A + BR^{-1}D^*C)^* \end{array} \right] \quad (33)$$

et $R = \gamma^2 I - D^*D$

Algorithme .1 de dichotomie[2]

1. Soient γ_u et γ_l les bornes supérieure et inférieure de $\|G(j\omega)\|_\infty$.
2. Si $\frac{\gamma_u - \gamma_l}{2} < \varepsilon$ stop $\implies \|G(j\omega)\|_\infty = \frac{1}{2}(\gamma_u + \gamma_l)$.
3. Poser $\gamma = \frac{\gamma_u + \gamma_l}{2}$.
4. $\|G(j\omega)\|_\infty < \gamma$, et vérifier le lemme en calculant les valeurs propres de H .
5. Si H a une valeur propre sur $j\omega$, poser $\gamma_l = \gamma$ sinon $\gamma_u = \gamma$ et revenir à 2.

Astuce de démonstration. On peut écrire : $\frac{1}{1 - G(-s)G(s)} = 1 + \begin{bmatrix} 0 & B^* \end{bmatrix} (sI - H)^{-1} \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}$.

Les pôles de $[1 - G(-s)G(s)]^{-1}$ sont les valeurs propres de H .

Supposons que H n'a pas de valeurs propres sur l'axe imaginaire $j\omega$, alors $[1 - G(-s)G(s)]^{-1}$ n'as pas aussi de pôles sur $j\omega$, donc $1 - G(-s)G(s)$ n'as pas de zéros sur $j\omega$.

$$\implies G(-s)G(s) \neq 1$$

$$\implies |G(j\omega)| \neq 1, \quad \forall \omega$$

Supposons que $D = 0$, tel que G devient strictement propre et que $\gamma = 1$ (cas de H_∞ par loopshaping), ceci implique que :

$$|G(j\omega)| < 1, \quad \forall \omega \quad \blacksquare$$

.2 A2 Propriétés de la norme H_∞ et des valeurs singulières[1] [2]

Nous donnons dans cette annexe quelques propriétés des valeurs singulières et de la norme H_∞ .

$$\underline{\sigma}(G^{-1}(j\omega)) = \frac{1}{\bar{\sigma}(G(j\omega))}. \quad (34)$$

$$\bar{\sigma}(G^{-1}(j\omega)) = \frac{1}{\underline{\sigma}(G(j\omega))}. \quad (35)$$

$$\left| \underline{\sigma}(G + \Delta) - \underline{\sigma}(G) \right| \leq \bar{\sigma}(\Delta). \quad (36)$$

$$\|F(s)G(s)\|_\infty \leq \|F(s)\|_\infty \|G(s)\|_\infty. \quad (37)$$

$$\left\| \begin{pmatrix} F(s) \\ G(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty \geq \sup(\|F(s)\|_\infty, \|G(s)\|_\infty). \quad (38)$$

$$\left\| \begin{pmatrix} F(s) & G(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty \geq \sup(\|F(s)\|_\infty, \|G(s)\|_\infty). \quad (39)$$

$$\left\| \begin{pmatrix} G_1(s) & G_2(s) \\ G_3(s) & G_4(s) \end{pmatrix} \right\|_\infty < \gamma \implies \left\{ \begin{array}{l} \|G_1(s)\|_\infty < \gamma \\ \|G_2(s)\|_\infty < \gamma \\ \|G_3(s)\|_\infty < \gamma \\ \|G_4(s)\|_\infty < \gamma \end{array} \right\} \quad (40)$$

Intuitivement, l'inégalité 37 exprime que le gain maximal de la mise en série de 2 systèmes est inférieur au produit de leurs gains maximaux respectifs. Les inégalités 38 et 39, qui correspondent à la mise en parallèle de 2 systèmes avec une entrée ou une sortie commune, indiquent qu'en ne considérant qu'une partie de cette association, on obtient forcément un gain maximal plus faible. L'inégalité 40 signifie que si la norme H_∞ d'une matrice de transfert de plusieurs blocs (ici on a 4 blocs) est inférieure à une constante γ , alors la norme H_∞ de chaque est aussi inférieure à γ .

Annexe B

.1 B1 Schéma du montage électronique du filtre

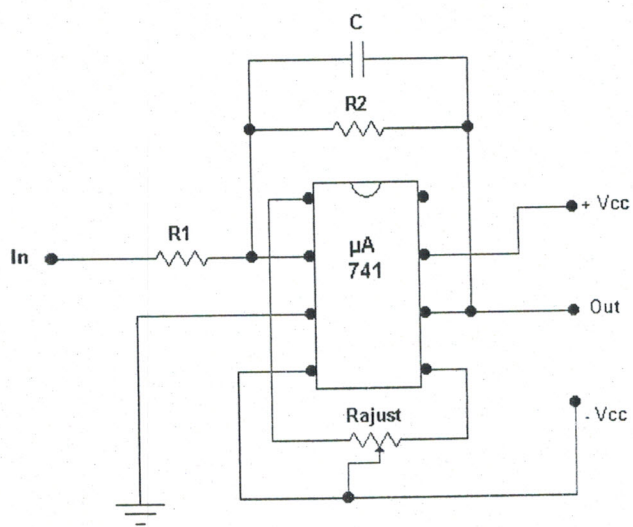


Schéma électronique du filtre de garde (anti-repliement)

.2 B2 Schémas des montages électroniques des convertisseurs

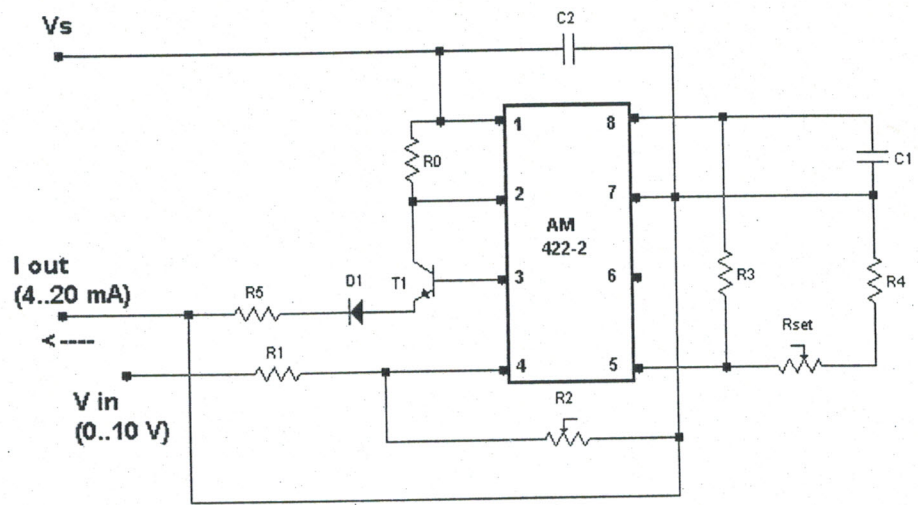


Schéma électronique du convertisseur Tension (0..10 V)/Courant (4..20 mA)

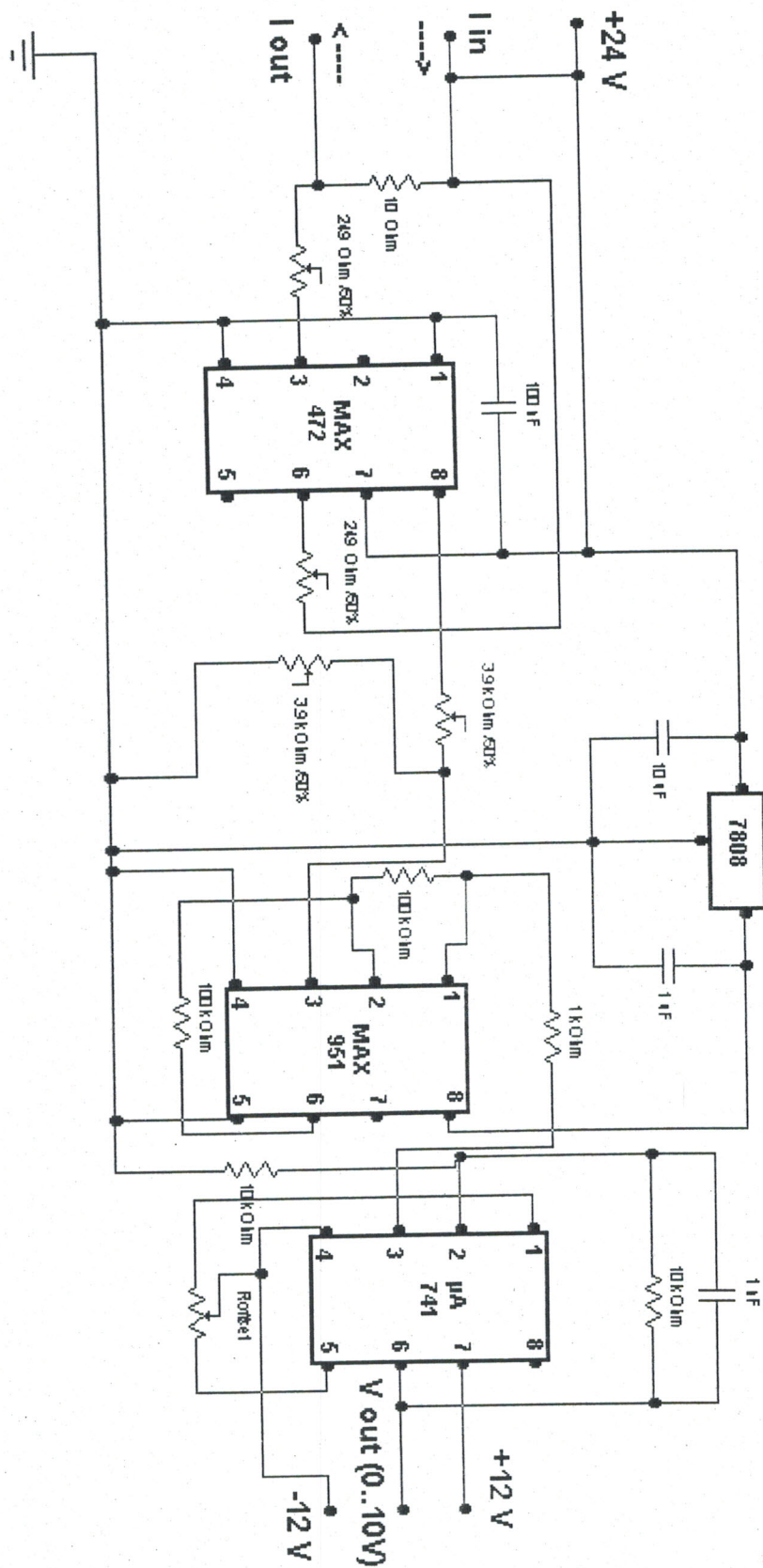


Schéma électronique du convertisseur Courant ($\pm 20\ \text{mA}$)/Tension ($0..10\ \text{V}$)

.3 B3 Programmation et utilisation de la carte dSPACE[20][21][22][23]

Programmation de la carte DS1102

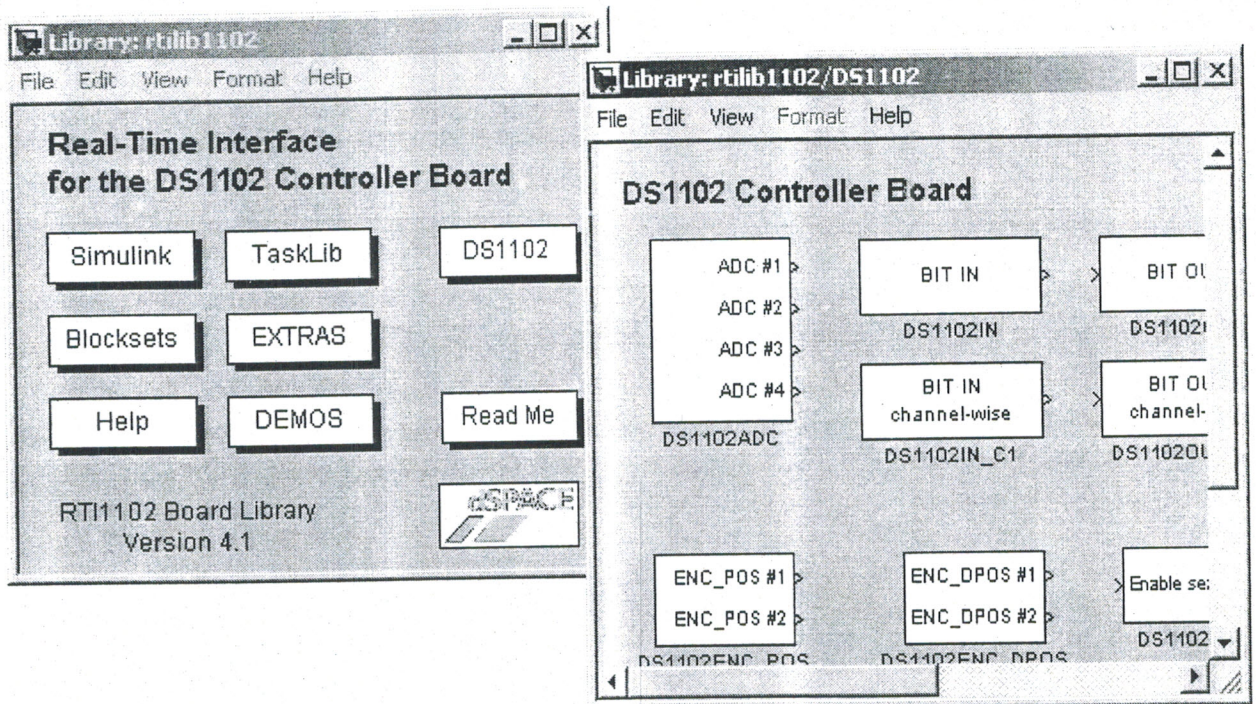
Pour mettre en application l'algorithme de commande d'un processus sur la carte dSPACE, on a deux manières de programmations :

- Utilisation de SIMULINK et RTI de dSPACE.
- Programmer directement en C en utilisant le RTL.

Après avoir chargé le modèle synthétisé dans la carte, on peut utiliser le logiciel associé "ControlDesk", pour observer les données et les variables, changer les paramètres du programme, lancer et arrêter l'application.

Utilisation de SIMULINK et RTI (Real Time Interface)

Cette méthode consiste à utiliser MATLAB/SIMULINK pour concevoir le modèle de contrôle, puis ajouter les entrées/sorties nécessaires de la carte DS1102 tel que A/D (Convertisseur Analogique/Numérique), D/A (Convertisseur Numérique/Analogique), I/O (Entrées/Sorties) numériques, ...etc, à l'aide de l'interface en temps réel (RTI). Cette interface de la carte dSPACE est obtenue en tapant la commande *rti* dans l'espace de travail de MATLAB.

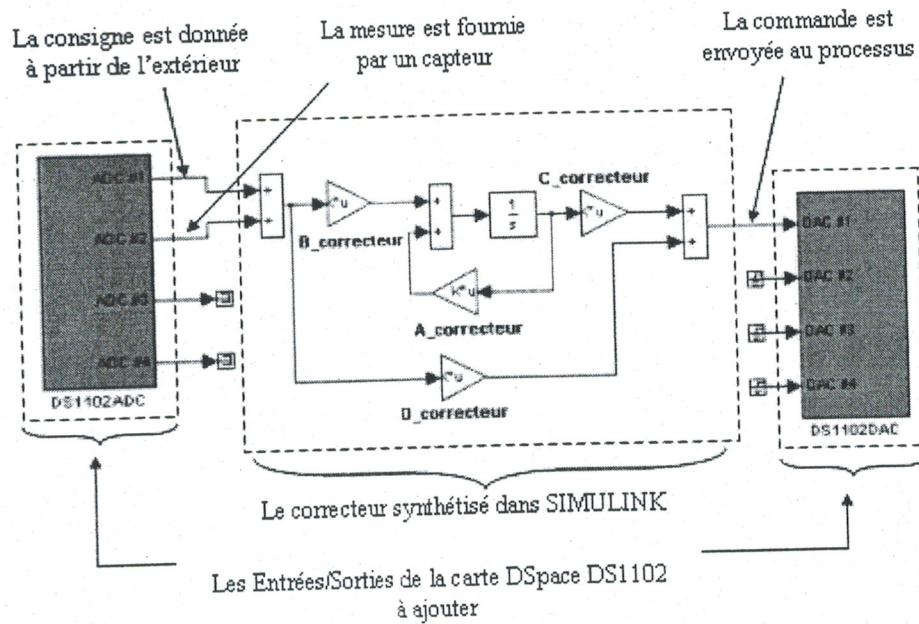


La librairie de l'interface en temps réel (RTI).

L'interface en temps réel permet de connecter l'application chargée dans la carte DS1102 avec l'extérieur, donc remplacer une partie du modèle simulé par le vrai système (Hard).

Exemple :

Dans l'exemple de la figure ci-après, le correcteur est synthétisé dans SIMULINK, sous forme de représentation d'état. La consigne et la mesure sont lues à partir de l'extérieur en utilisant le bloc DS1102ADC, qui est un convertisseur A/D, tandis que la commande est envoyée au processus par le bloc DS1102DAC.



Lors du chargement du modèle dans la carte, en utilisant la fonction *Build Model* de SIMULINK (sous *Tools - Real Time Workshop*), le code C est automatiquement généré et compilé, et ceci à l'aide de Real-Time Workshop de MATLAB.

La méthode d'utilisation de RTI est facile, mais elle possède deux inconvénients, d'une part le temps de chargement de l'application est assez long, et d'autre part sa limite dans certains cas, car quelques fonctions et caractéristiques ne sont pas supportées par RTI, donc ne peuvent pas être représentées par des blocs, par exemple des alarmes et des messages issus du processus à contrôler.

Programmation en C en utilisant RTL (Real Time Library)

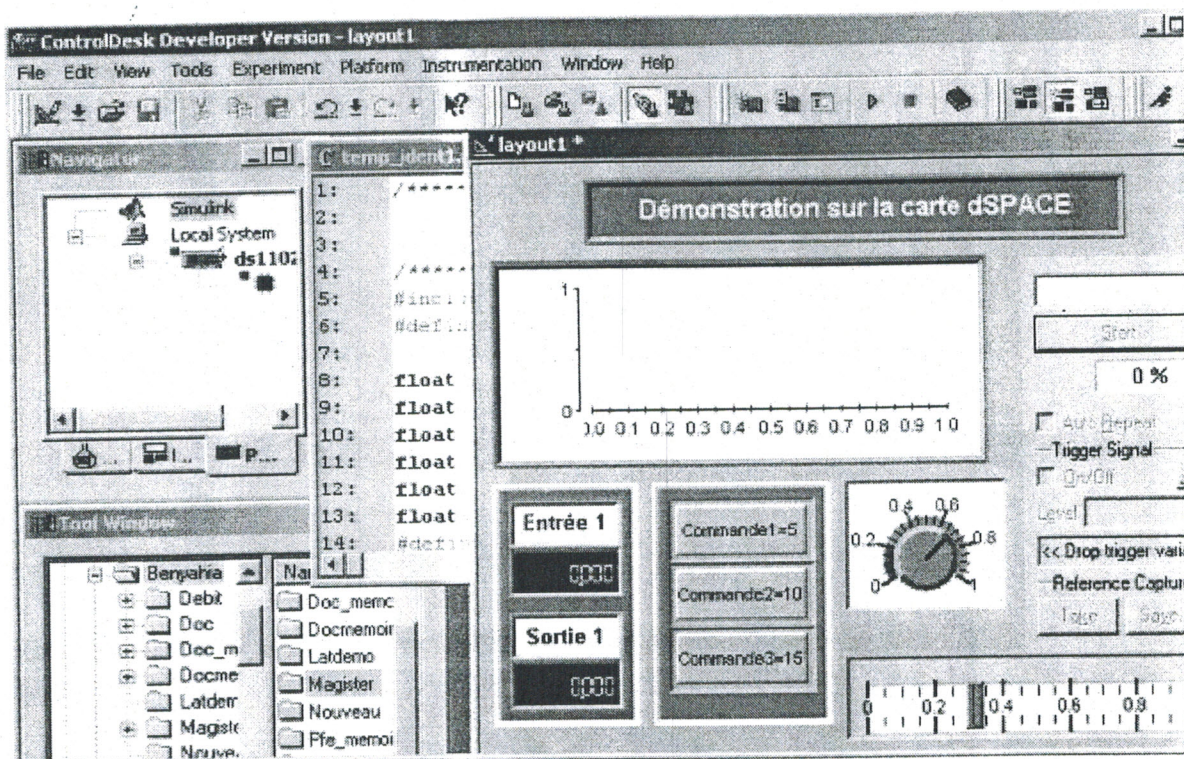
Cette fois-ci l'algorithme de commande est directement écrit en C, en ajoutant bien sûr les fonctions des Entrées/Sorties de la carte, par exemple lire l'ADC2 et envoyer un signal par l'DAC1, ...etc. Parmi les différents fichiers générés manuellement ou automatiquement, lors de la programmation et compilation, on cite deux fichiers essentiels assurant le bon contrôle de l'application et de ses variables utilisées.

- Fichiers de description du système (*nom_fichier.sdf*) : ils décrivent tous les fichiers qui sont chargés dans la carte.
- Fichiers de description des variables (*nom_fichier.trc*) : ils sont utilisés pour fournir des informations sur toutes les variables mises en jeu, et comment elles sont groupées.

Le chargement et la compilation de l'application se fait par la commande `down1102 nom_fichier` sous DOS. L'avantage de cette méthode est la réduction du temps de compilation, ainsi la possibilité de programmer des algorithmes quelques soient leurs tailles et c'est la manière la plus utilisée dans le développement et la synthèse des contrôleurs robustes.

L'utilisation du logiciel ControlDesk

Le ControlDesk est un logiciel accompagnant la carte dSPACE, il fournit toutes les fonctions nécessaires pour le contrôle de l'application, et il permet un développement plus efficace des contrôleurs. Grâce à ce logiciel, l'utilisateur peut gérer son expérience en toute souplesse, il se permet d'écrire directement son programme sous l'éditeur de C, de générer le fichier de description des données, et de créer une interface de commande (Layout) pour visualiser les grandeurs des entrées et sorties du système, faire des enregistrements des données ou changer les paramètres du contrôleur. C'est un vrai langage de communication avec la carte.



Exemple du ControlDesk

Pour concevoir l'interface de commande, le ControlDesk fournit un ensemble d'instruments virtuels, comme les boutons poussoirs, les afficheurs numériques, les bars, les axes pour tracer les signaux, ...etc.

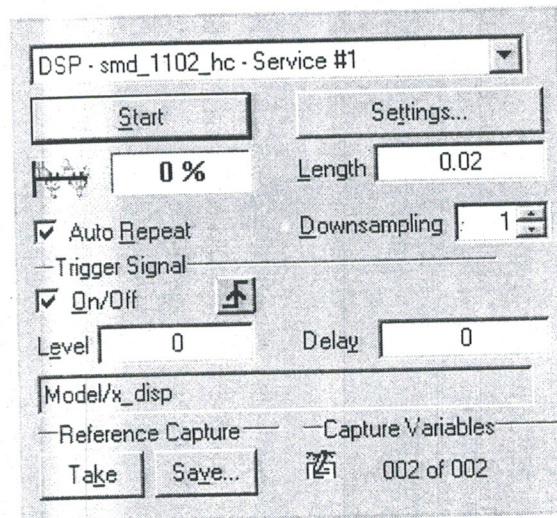
A chaque instrument virtuel, sera affectée une variable, pour lecture (affichage, tracé, indication) ou pour écriture (augmentation, diminution ou changement d'une valeur). Par exemple les jauges (cercles gradués avec aiguilles), et les plotters (axes) sont utilisés pour lecture et non pour l'écriture,

par contre les knobs (boutons tournants) et les bars sont utilisés pour l'écriture. Par la suite, on parle d'une tâche qui s'avère indispensable dans le contrôle des procédés, c'est la capture des données.

Capture des données

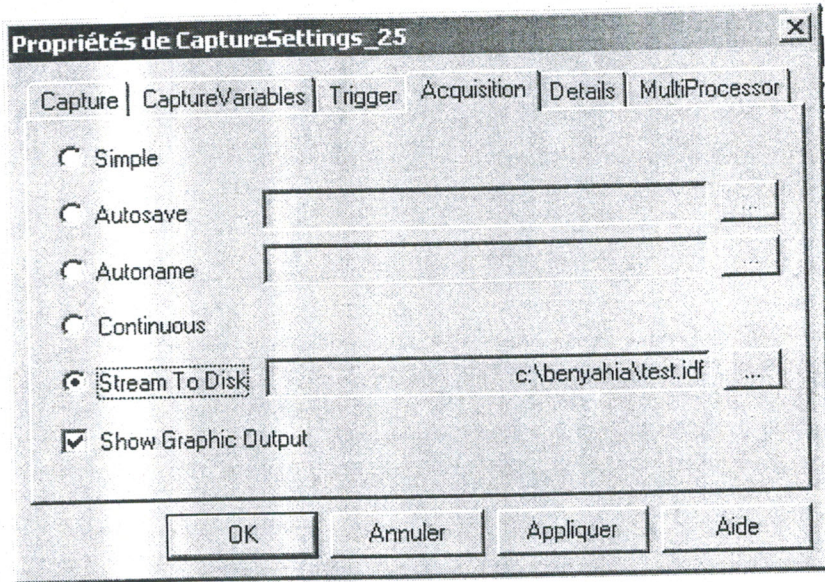
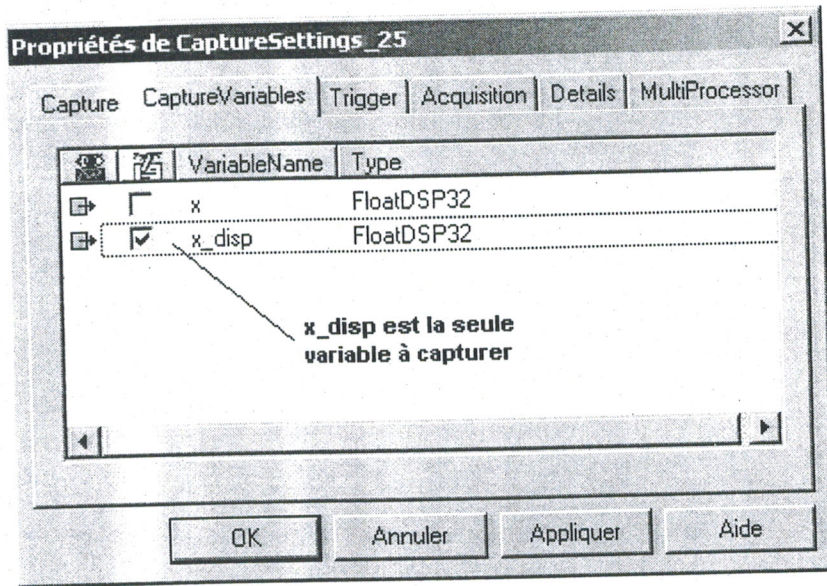
La capture ou la saisie des données est une tâche très importante pour l'utilisateur lorsqu'il gère son application sur la carte dSPACE. Ceci permet de sauvegarder toutes les données sur le disque dur, pour les utiliser ultérieurement par exemple dans les tracés, ou dans l'identification du modèle du système.

La saisie des données est assurée par l'instrument dit Capture Setting Instrument de ControlDesk, et qui est montré sur la figure suivante :



Cet instrument permet de lancer et arrêter la capture par le bouton start, d'introduire les variables à capturer sous l'icône Capture Variables, et les sauvegarder sous l'extension *.MAT* (fichier des données MATLAB) ou *.CSV* (Comma -Separated Values), en utilisant le bouton Save, etc.

Le bouton Settings permet d'ouvrir la fenêtre de la figure suivante, dans laquelle on peut spécifier par exemple les variables à capturer, ou mettre le mode d'acquisition, dont le mode Stream to disk écrit les données capturées sur le disque dur, sous l'extension *.IDF* qui pourra être convertie à l'extension *.MAT*, afin de les manipuler sous MATLAB.



Bibliographie

- [1] D. GILLES et F. STÉPHANE, '*Commande H_∞ et μ -analyse*', GERMES, Paris, 1999.
- [2] A. DANIEL, C. CHRISTELLE, A. PIERRE, G. MICHEL et F. GILLES, '*Robustesse et commande optimale*', CÉPADUÈS, Toulouse, 1999.
- [3] A. RACHID, '*Systèmes de régulation*', MASSON, Paris, 1996.
- [4] S. SIGURD et P. LAN, '*Multivariable feedback control*', WILEY, England, 2003.
- [5] C. PASCAL et S. LE BALLOIS, '*Automatique, Systèmes linéaires et continus*', DUNOD, Paris, 1998.
- [6] K. ZHOU avec K. GLOVER et J. DOYLE, '*Robuste and optimal control*', PRINTICE HALL, New Jersey, 1996.
- [7] C. BEN M, ' *H_∞ Control and its application*', SPRINGER, London, 1998.
- [8] P. ANDRÉ, '*La commande de procédés industriels*', HERMES, Paris, 1997.
- [9] H. G. PATRICK, '*Advanced instrumentation and computer I/O design*', IEEE PRESS, New York, 1994.
- [10] A. ISHTIAQ et T. AJAY, '*Remote real time control over the internet*',
- [11] A. OUIS, '*Sur la fragilité des synthèses optimales*', Magister en Electronique, Université de Tlemcen, 2001.
- [12] P. PASCAL, M. MICHEL et E. HUBERT, '*Traitement du signal et automatique*', HERMANN, Paris, 2000.
- [13] R. E. BEKKA, '*Fondements du traitement du signal*', OPU, Alger, 1998.
- [14] P. DE LARMINAT et Y. TOMAS, '*Automatique des systèmes linéaires T2 : Identification*', FLAMMARION SCIENCES, Paris, 1977.
- [15] P. DE LARMINAT et Y. TOMAS, '*Automatique des systèmes linéaires T1 : Commande*', FLAMMARION SCIENCES, Paris, 1977.
- [16] R. PRUDHOMME, '*Automatique T2*', MASSON, Paris, 1974.

- [17] B. PIGERON, H. MULLOT, A. CHAIX, L. FÉLIX et Y. AUBERT, '*Boucles de régulation, étude et mise au point*', KIRK, Maisons-Alfort, 1990.
- [18] DS1102 User's Guide, '*Floating-Point controller board, DS1102*', dSPACE GmbH, germany, 2001.
- [19] CP1102, CLP1102 User's Guide, '*Connector panels and LED panels, CP1102/CLP1102*', dSPACE GmbH, germany, 2001.
- [20] DS1102 DSP Controller Board, '*Installation and configuration guide*', dSPACE GmbH, germany, 2001.
- [21] Real-Time Interface (RTI and RTI-MP), '*Implementation guide*', dSPACE GmbH, germany, 2001.
- [22] ControlDesk, '*Experiment guide*', dSPACE GmbH, germany, 2001.
- [23] Site Internet de dSPACE, '<http://www.dspace.de>'.
- [24] Site Internet de ANALOG MICROELECTRONICS GmbH, '<http://www.analogmicro.de>'.
- [25] Site Internet de MAXIM INTEGRATED PRODUCTS, '<http://www.maxim-ic.com>'.
- [26] H. T. TOIVONEN, '*Advanced control methods*' [En ligne] disponible 'www.abo.fi/~htoivone/advcont.html'.
- [27] Mediascience, '*Bulletin technique, Banc de régulation multi-boucles sur air et eau EP590*', MENTOR SCIENCES, Moirans, 1994.
- [28] B. OULD-BOUAMAMA, '*Régulation industrielle*' [En ligne] disponible 'www.eudil.fr/eudil/belk/sc00a.htm'.
- [29] C. SUEUR, P. VANHEEGHE et P. BORNE, '*Automatique des systèmes continus, éléments de cours et exercices résolus*', TECHNIP, Paris, 1997.
- [30] G. SCORLETTI, '*Introduction à la commande multivariable des systèmes : méthode de synthèse fréquentielle H_∞* ' [En ligne] disponible 'www.greyc.ismra.fr/LAP/Gerard_S/ENSI_comrob.html'.

Résumé :

Ce travail réalisé au niveau du laboratoire d'Automatique de Tlemcen, s'inscrit dans le cadre de préparation de Magister API (Automatique, Productique, Informatique). Il consiste à étudier et synthétiser des lois de commandes robustes par la technique H_∞ -loopshaping, et de les tester pratiquement en temps réel sur un banc de régulation, à l'aide d'une carte électronique très puissante (la carte dSPACE).

Pour atteindre ce but, nous avons commencé en premier lieu par la mise en œuvre de la carte dSPACE (DS1102), ensuite nous avons procédé à l'identification du processus multivariable température/débit, suivi par l'application de quelques commandes classiques, telles que le PID et le placement de pôles.

Dans un second lieu, nous avons considéré le système découplé où nous avons élaboré des correcteurs H_∞ -loopshaping pour chaque système séparément (température et débit), ensuite nous avons synthétisé un contrôleur H_∞ -loopshaping pour le système multivariable.

Les résultats obtenus par simulation et par expérimentation confirment la validité des correcteurs élaborés.

Mots clés : Commande Robuste, Commande classique, H_∞ , Loopshaping, Norme H_∞ Couplage, Carte dSPACE.

Abstract :

This work completed in the laboratory of Automatic of Tlemcen, lies within the scope of preparation of API Magister (Automatique, Productique, Informatique). It consists to study and synthesize robust control laws by the method H_∞ -loopshaping, and to practically test them on line on a bench of regulation, using a very powerful electronic card (the dSPACE card).

To achieve this goal, we started initially with the implementation of the dSPACE card (DS1102), then we carried out the identification of the multivariable process temperature/flow, followed by the application of some classical controls, such as the PID and the pole placement.

In a second place, we considered the uncoupled system where we designed correctors H_∞ -loopshaping for each system separately (temperature and flow), then we synthesized a controller H_∞ -loopshaping for the multivariable system.