

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Abou Bekr Belkaïd, Tlemcen.

Faculté des Sciences de l'Ingénieur

Département d'électronique

Mémoire de Magister en « Automatique-Productique-Informatique »
Option « Productique »

Intitulée :

Modèle du Camelot à demande et rendement aléatoires appliqué aux systèmes de production

Présentée le 09-05-2006 par :

Amine Hakim GUEZZEN

Devant le Jury :

Président :

Noureddine GHOUALI Professeur UABB Tlemcen, Algérie

Examineurs :

Brahim CHERKI Maître de Conférence UABB Tlemcen, Algérie
Tewfik SARI Professeur UHA Mulhouse, France
Abdelmadjid CHEIKH Professeur UABB Tlemcen Algérie

Encadreur :

Zaki Sari Maître de conférence UABB Tlemcen Algérie

A toute ma famille

A tous ceux qui me sont chers ...

REMERCIEMENTS

En préambule à ce mémoire, je souhaite adresser ici tous mes remerciements aux personnes qui m'ont apporté leur aide et qui ont ainsi contribué à l'élaboration de ce mémoire.

Je tiens à remercier vivement mon encadreur Monsieur Zaki SARI, de m'avoir fait l'honneur d'accepter la direction de ce mémoire, il m'a accordé sa confiance en me laissant une grande liberté de pensée et d'action, tout en me faisant part de ses avis, conseils et suggestions.

Monsieur Noureddine GOUALI, Professeur à l'université de Tlemcen, a spontanément accepté, malgré sa très lourde charge de travail. Je tiens à le remercier chaleureusement pour m'avoir fait l'honneur d'accepter de présider le jury de ce mémoire

Mes remerciements vont aussi à Monsieur Brahim CHERKI, Maître de conférence à l'université de Tlemcen, d'avoir accepté d'examiner et de juger ce travail.

Je tiens également à remercier Monsieur Tewfik SARI, Professeur à l'université Mulhouse-France, d'avoir accepté de participer au jury de ce mémoire.

Ma reconnaissance va également à Monsieur Abdelmadjid CHEIKH Professeur à l'université de Tlemcen, qui m'a fait l'honneur d'expertiser ce travail.

Merci également à toute personne avec qui j'ai travaillé ou que j'ai simplement eu le plaisir de côtoyer pendant ces dernières années. Je pense particulièrement aux membres de l'équipe productique, aux étudiants de la première promotion API, et à tous les thésards du département d'électronique. Je remercie également chaleureusement tous mes amis.

Mes derniers mots seront pour ma famille : mes parents et mes frères et sœurs, qui ont toujours eu confiance en moi.

Enfin, je remercie Dieu Tous Puissant.

Résumé

La présence des rendements aléatoires dans beaucoup de processus de fabrication peut compliquer considérablement la planification et la commande de la production. Dans ce travail, nous avons étudié le modèle du camelot, également connu sous le nom (the newsvendor problem) ou le modèle mono-période, prenant en compte des rendements aléatoires. Nous avons appliqué ce modèle dans le but de la détermination d'une taille de lot de production optimale, qui minimise le coût total espéré durant une seule période. Nous avons donc commencé par une présentation et une analyse générale de ce modèle. Après, nous avons présenté le modèle mathématique qui décrit la fonction du coût total espéré. Les difficultés de traitement analytique du problème nous ont conduit à envisager les deux approches suivantes :

- *Une procédure numérique comportant un algorithme de recherche locale a été développée pour générer la stratégie optimale Q^* qui minimise la fonction objectif. A ce stade, un deuxième algorithme améliorant les performances du premier a été proposé pour diminuer le temps de calcul.*
- *Proposition d'une solution graphique consistant à construire un abaque utilisé pour connaître par simple lecture, les valeurs approchées de la solution optimale. Nous considérons que cet abaque est le premier pas, dans la réalisation d'une carte de contrôle plus générale avec plus d'informations et plus de données .*

Par ailleurs, un modèle de simulation a été développé pour obtenir une image approchée de la structure du modèle du Camelot à demande et rendement aléatoire.

Table des matières

Introduction Générale	1
Chapitre 1 Généralités sur la gestion des systèmes de productions.....	4
1.1. Introduction.....	4
1.2. Le système de Production.....	4
1.2.1. Définitions.....	4
1.2.2. Décomposition du système de production.....	5
1.2.3. Le système de décision.....	6
1.2.3.1 Définition	6
1.2.3.2. Niveau stratégique	6
1.2.3.3. Niveau tactique	6
1.2.3.4. Niveau opérationnel	7
1.3. Gestion de la production.....	7
1.3.1. Les activités de la gestion de production	7
1.3.2. Les problèmes à résoudre dans la gestion de production.....	8
1.3.2.1. La complexité des problèmes de production	8
1.3.2.2. L'incertitude liée aux problèmes de production.....	9
1.4. Modèles de planification.....	9
1.4.1. Modèles par dates de début.....	10
1.4.1.1. Caractéristiques des modèles « par dates de début ».....	10
1.4.1.2. Problèmes concernés	10
1.4.2. Modèles par quantités	10
1.4.2.1. Caractéristiques des modèles par quantités	10
1.4.2.2. Problèmes concernés	11
1.5. La détermination de la taille des lots (modèles de lot-sizing).....	11
1.5.1. Notion de lot.....	11
1.5.1.1. Définition	11
1.5.1.2. Les différents types de lots.....	11
1.5.1.3. Taille des lots.....	11
1.6. La quantité économique de commande(EOQ).....	15
1.6.1. Les hypothèses du modèle :	15
1.6.2. Calcul de la quantité économique	15
1.6.3. Représentation graphique.....	16
1.7. La prévision de la demande	17
1.7.1. Typologie de la demande.....	17
1.7.1.1. Demande constante	17
1.7.1.2. Demande à tendance.....	17
1.7.1.3. Demande saisonnière.....	18

1.7.1.4. Demande saisonnière à tendance	18
1.7.2. Techniques De Prévision	19
1.8. Pilotage par la maîtrise statistique des procédés.....	21
1.8.1. Processus stochastique	21
1.8.2. Éléments de mathématiques et statistiques	21
1.8.2.1. Variable aléatoire	22
1.8.2.2. Différentes lois de distributions	22
1.9. Conclusion.....	25
Chapitre 2 Le Modèle du Camelot Classique	26
2.1. Introduction	26
2.2. Coûts liés aux différents modèles de stocks	26
2.2.1. Coût de commande	27
2.2.2. Coût de possession	27
2.2.3. Coût de rupture.....	28
2.3. Le contrôle des stocks	28
2.4. Les produits périssables	29
2.5. Le modèle du camelot classique.....	29
2.5.1. Présentation du modèle	29
2.5.1.1. Littérature	30
2.5.1.2. Exemples	31
2.5.1.3. Hypothèses	31
2.5.1.4. Notation.....	32
2.5.2. Formulation mathématique.....	32
2.5.2.1. Le coût total espéré.....	32
2.5.2.2. La quantité optimale à commandée.....	33
2.5.2.2.1. Cas d'une loi de demande Continue	33
2.5.2.2.2-Cas d'une loi de demande Discrète	37
2.6. Le MCC avec un coût de commande	43
2.7. Conclusion	44
Chapitre 3 Le modèle du camelot à demande et rendement aléatoire	45
3.1. Introduction	45
3.2. Extensions du modèle classique du camelot	46
3.3. Etat de l'Art et Comparaison	46
3.4. Le Rendement.....	48
3.4.1. Notions De Rendement	48
3.4.2. Rendement Déterministe :	49
3.4.3. Rendement multiplicatif :	49
3.5. Présentation et description du modèle	49
3.6. Modélisation et formulation du problème global.....	51
3.6.1. Formulation en modèles mathématiques	51
3.6.2. Le coût total et la quantité optimale de commande	54
3.6.3. Solution du problème avec un rendement multiplicatif.....	55
3.6.4. Expression de la quantité optimale :.....	55
3.7. Complexité de la résolution analytique du problème.....	56

3.8. Techniques de résolution pratique	56
3.8.1. Optimisation combinatoire	56
3.8.2. Proposition d'une solution graphique	60
3.9. Influence de la dispersion sur la quantité optimal de commande	62
3.10. Conclusion	64
Chapitre 4 Simulation et Analyse des Résultats	65
4.1. Introduction	65
4.2. Simulation des systèmes de production	66
4.2.1. Définition	66
4.2.2. Objectifs de la simulation	66
4.3. Démarche générale de la simulation	67
4.3.1. Objectifs et démarche de conception du modèle de simulation	68
4.3.2. Modèle de simulation	68
4.3.3. Le modèle Arena pour le MC à demande et rendement aléatoire	68
4.4. Résultats de la simulation	70
4.5. Vérification et Validation du modèle de simulation	72
4.5.1. Phase de tests	73
4.5.2. Convergence vers le modèle classique du camelot	74
4.6. Conclusion	74
Conclusions et Perspectives	75
Annexe	77
Références Bibliographiques	79

Liste des figures

Figure 1.1	Système de production S plongé dans son environnement E.....	5
Figure 1.2.	Classification des modèles mathématiques de lot-sizing.....	13
Figure 1.3.	Positionnement du modèle du Camelot dans la classification des modèles mathématiques de lot-sizing	14
Figure1.4.	Représentation graphique de La quantité économique.....	16
Figure1.5.	Demande constante	17
Figure1.6.	Demande à tendance	17
Figure1.7.	Demande saisonnière	18
Figure1.8.	Demande saisonnière à tendance	18
Figure1.9.	Système de prévision.....	19
Figure1.0.	Représentation de la fonction de la loi normale.....	22
Figure1.11.	Représentation de la fonction de loi uniforme(0.1).....	23
Figure1.12.	Représentation de la fonction de loi de distribution exponentielle.....	24
Figure2.1.	Coût de rupture et coût de possession	28
Figure2.2.	Description du Système.	29
Figure2.3.	Le niveau du stock pendant une période	30
Figure2.4.	La Fonction de coût espéré pour un modèle classique de camelot.....	33
Figure2.5.	Interprétation géométrique de la solution optimale	35
Figure2.6.	Capture d'écran de l'interface graphique qui présente l'exemple numérique de la section (2.5.2.2.1)	36
Figure2.7:	Evolution du coût total.....	39
Figure2.8.	Capture d'écran présente le choix entre les différentes lois de probabilités	42
Figure2.9.	Capture d'écran de l'interface graphique utilisé pour le calcul de Q^* dans l'exemple numérique de la section (2.5.2.2.2)	43
Figure2.10.	La politique de commande optimale dans le MCC avec un coût de commande	44
Figure3.1.	Présentation du rendement multiplicatif.....	49
Figure3.2.	Le niveau du stock pendant une période	50
Figure3.3.	Description du Système	51
Figure3.4.	Présentation des trois cas possible	52
Figure3.5.	Présentation du domaine des invendus et de rupture	53
Figure3.6.	Courbe du coût total en fonction de Q	58
Figure3.7.	Présentation de l'algorithme avec retour arrière	59
Figure3.8.	Evolution en 3D de $C(q,\mu)$	60
Figure3.9.	Evolution de q en fonction de μ	60
Figure3.10.	Evolution en 3D de $C(q,p)$	61
Figure3.11.	Evolution de q en fonction de p	61
Figure3.12.	Abaque pour le cas : normal ($\mu,5$) , binomial (p)	63
Figure3.13.	Influence de la variation de sigma sur la zone économique de commande	64

Figure4.1. Structure générale de la simulation du modèle du camelot à demande et rendement aléatoire	68
Figure4.2. Capture d'écran de l'implémentation du modèle de la simulation dans le logiciel Arena	69
Figure4.3. Le module ReadWrite et sa boîte de dialogue	70
Figure4.4. La boîte de dialogue du module File.....	70
Figure4.5. Variation de la demande au tour de la moyenne 50 pendant 200 période	71
Figure4.6. Le rendement du système pendant 200 périodes.....	71
Figure4.7. Variation du coût total espéré pendant 200 périodes.....	72
Figure4.8. Tests d'acceptation d'un modèle de simulation.....	73
Figure4.9. Comparaison entre les deux cas ($Q=76$) et Q varie de 1 à 200	73
Figure4.10. Convergence vers le modèle classique du camelot	74

Liste des tableaux

Tableau 1.1	Résumé des méthodes de prévision	20
Tableau 2.1	Distribution de la loi de Poisson	37
Tableau 2.2	Calcul du nombre moyen de ruptures	38
Tableau 2.3	Calcul du stock moyen possédé.....	38
Tableau 2.4	Calcul du coût moyen de possession du stock	39
Tableau A.1	Table de la loi Normale.....	77
Tableau A.2	Table de la loi de Poisson	78

Lexique

- MCC** : Modèle du Camelot Classique
- OR/MS** : Operations Research and Management Science.
- MSP** : Maîtrise statistique des procédés
- MRP** : Materials Requirements Planning; Ensemble de techniques de gestion de production et d'approvisionnement assurant le calcul des besoins nets à capacité infinie. Il est vu essentiellement comme une technique de planification destinée à établir et maintenir des dates d'exigibilité correctes.
- Heuristique** : Une heuristique est une méthode, conçue pour un problème d'optimisation donné, qui produit une solution non nécessairement optimale lorsqu'on lui fournit une instance de ce problème.
- Métaheuristique** : Une métaheuristique est définie de manière similaire à une heuristique, mais à un niveau d'abstraction plus élevé (d'après E.Taillard). Le terme « métaheuristique » a été initialement utilisé par F. Glover pour distinguer la méthode tabou des heuristiques spécifiques [GLO 86]. Notons que ce terme est également utilisé par J.L.Laurière dans son système de résolution Alice [LAU 78].

Introduction Générale

Depuis un passé récent, on peut distinguer trois phases dans l'environnement de l'entreprise. Selon son secteur d'activités, l'enchaînement de ces trois phases dans le temps peut être différent.

La première phase représente une période de forte croissance avec un marché porteur, des marges confortables et une offre de biens inférieure à la demande. Il s'agit pour l'entreprise d'une période de sérénité où les fonctions essentielles sont techniques et industrielles. Il faut alors **produire puis vendre**

Lorsque l'offre et la demande s'équilibrent, nous atteignons une deuxième phase où le client a le choix du fournisseur. Il faut alors: **produire se qui sera vendu**. Il est nécessaire de faire des prévisions commerciales, de maîtriser l'activité de production, d'organiser les approvisionnements, de réguler les stocks et de fixer les échéances.

On passe très rapidement à la phase suivante où l'offre excédentaire crée une concurrence sévère entre les entreprises face au client exigeant. Donc l'entreprise tend désormais à **produire ce qui est déjà vendu**. [Aln 01].

Aujourd'hui, les entreprises doivent évoluer dans un environnement très incertain, changeant et dominé par une forte concurrence internationale. Pour rester compétitives, il faut s'adapter toujours plus rapidement et garantir leur réactivité. Afin d'atteindre cet objectif, les entreprises doivent maîtriser la complexité de leurs systèmes de production. Ainsi, de nombreuses approches sont apparues pour la modélisation et l'étude des systèmes de production [Bri 98],

Face à l'avenir à nature inconnu, il faut savoir prendre des décisions dans un contexte d'incertitude. Il faut admettre avec modestie que l'on ne peut pas tout prévoir et ce qui peut survenir dans l'avenir risque de dépasser tout ce que l'on a imaginé auparavant. Mais cette attitude, qui n'est pas un fatalisme, ne doit pas empêcher de prendre des précautions pour atténuer les conséquences de l'imprévisible. Par nature, l'homme ne peut vivre sans prendre de décisions pour le futur et donc sans affronter – et craindre - l'incertitude. C'est d'ailleurs, une des différences avec l'animal, qui s'adapte mieux à la variabilité de son environnement, mais qui précisément ignore l'existence même du futur.

Parmi les mécanismes les plus utilisés dans ces conditions, on trouve le modèle du camelot qui est l'objet de notre travail.

Le modèle du camelot, ou le modèle du vendeur de journaux (Newsvedor model), est un modèle très connu dans la littérature [Shi 80]. Le vendeur de journaux doit, chaque matin, déterminer la quantité optimale de journaux à prendre, sachant qu'il ne connaît pas exactement le nombre de journaux qu'il pourra vendre dans la journée. S'il ne prend pas assez de journaux, il aura donc un manque à gagner dû à la rupture. S'il en prend trop, il se retrouvera en fin de journée avec des pertes dues aux invendus. Le modèle du camelot sert à minimiser le manque à gagner ou les pertes en optimisant la quantité de journaux à prendre chaque matin.

Le modèle du camelot est très utilisé dans les systèmes de production pour déterminer la quantité optimale de produits à fabriquer face à une demande aléatoire. De plus, Dans le domaine de la production industrielle, beaucoup de processus et services modernes sont considérablement affectés par les rendements aléatoires (random yields), il y a toujours des produits défectueux. Le rendement en production est donc le nombre de bons produits par rapport à la quantité totale de produits. A priori, on ne sait pas combien de produit défectueux un lot de produit va contenir. De ce fait, le rendement est en général aléatoire. Ceci nous mène au modèle du camelot à demande et rendement aléatoire.

Le modèle du camelot généralisé par Grassman et al [Gra 03], peut être appliqué à la détermination des lots optimaux de produits à fabriquer face à une demande et à un rendement variable. Le but de ce travail est d'étudier ce modèle avec différentes fonctions de distributions pour la demande et le rendement. Une étude comparative sera réalisée sur les modèles, ainsi développés, par simulation. Des lois de probabilité représentant le mieux le fonctionnement réel des systèmes de production ainsi que la demande seront appliquées.

Le travail s'est déroulé en quatre étapes :

- Généralité sur la gestion des systèmes de production ;
- Modèle du Camelot Classique ;
- Modèle du camelot à demande et rendement aléatoire ;
- Simulation et analyse des résultats.

Le premier chapitre reprend les techniques de planification et de gestion des systèmes de production ainsi que les principaux types d'applications. Dans ce chapitre, nous introduisons quelques notions fondamentales relatives à la détermination de la taille des lots. Par la suite, nous exposons une classification des modèles mathématiques de lot-sizing permettant de bien positionner le problème, les typologies de la demande et quelques techniques de prévision. Enfin, nous présentons les définitions des outils statistiques que nous employons par la suite, avec notamment les fonctions de densité de probabilité classiques, et quelques calculs de base relatifs.

Le second chapitre donne des définitions plus précises des différents coûts liés aux divers modèles de stocks. Nous traitons ensuite des concepts de base du problème du camelot classique. Nous rappelons aussi les hypothèses et la notation du problème, après, nous présentons la formulation du modèle mathématique enrichi par quelques exemples numériques.

Le troisième chapitre est consacré à la mise au point du modèle du camelot à demande et rendement aléatoire. Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps, un état de l'art sous forme d'une comparaison entre différents travaux antérieurs. La deuxième section est consacrée à la présentation et description du modèle, à sa modélisation et formulation en modèle mathématique. Ensuite, nous présentons les différentes techniques de résolution pratique que nous avons développés

Le quatrième chapitre de ce manuscrit est dédié au développement d'un modèle de simulation afin d'étudier et de mieux comprendre le comportement et la dynamique du modèle étudié. En premier lieu, nous avons procédé à l'implémentation du modèle développé dans le logiciel de simulation des systèmes de production ARENA. Par la suite, Les différentes simulations réalisées nous ont permis d'exposer les résultats obtenus sous forme de graphes. Enfin, nous procédons à l'analyse des résultats et à la validation du modèle de simulation.

Finalement, la conclusion générale fait la synthèse des quatre chapitres de ce mémoire, et revient sur les résultats obtenus.

Chapitre I

Généralités sur la gestion des systèmes de productions

*Every time I look at you I don't understand
Why you let the things you did get so out of hand
You'd have managed better if you had it planned
(Jesus Christ)*

1.1. Introduction

Ce premier chapitre est consacré à la gestion de production dans l'entreprise, et principalement à la planification. La première partie de ce chapitre vise à situer le sous système de décision dans le contexte des fonctions de production et de gestion de production. Pour cela, nous rappelons la définition du système de production, ainsi que sa décomposition classique en plusieurs sous systèmes.

Nous étudions ensuite les modèles de la planification, elle est indispensable à la bonne marche de tout système de production. Après, nous exposons quelques notions concernant la détermination de la taille des lots, dans cette section nous verrons alors une classification des modèles mathématiques de lot-sizing ainsi que l'emplacement du modèle de camelot, l'objet principal de notre travail, dans la structure hiérarchisée de cette classification.

Dans le reste de ce chapitre, nous définissons tout d'abord la prévision de la demande, la typologie de la demande et les techniques de prévision ; Après, nous exposons la notion de pilotage par la maîtrise statistique des procédés (la MSP) ainsi que les processus stochastiques.

Pour aider à assimiler les concepts de base et comprendre les enjeux de la MSP, nous introduisons quelques éléments de mathématiques et statistiques à la fin de ce chapitre.

1.2. Le système de Production

1.2.1. Définitions

Un **système de production** est un ensemble de ressources réalisant une activité de production. La **production** est la transformation de matériaux en quelques choses d'utiles et portables [Ger 94]

L'acte de produire consiste en une opération de transformation dans laquelle un ensemble de matières premières ou de produits semi-finis sont convertis en produits finis. De cette manière, Mercé définit un système de production comme l'ensemble des éléments qui interviennent dans cette transformation, ainsi que l'ensemble des relations entre ces éléments [Mer 87].

1.2.2. Décomposition du système de production

Les systèmes de production peuvent être des systèmes très complexes et difficiles à gérer au vu de toutes leurs composantes fonctionnelles (fabrication, achat, distribution, maintenance...). Ils sont donc beaucoup étudiés, et ce depuis longtemps. Plusieurs approches ont été envisagées dans le but de mieux comprendre leur fonctionnement et de mieux les appréhender.

Comme l'illustre la **figure 1.1**, le système de production S, plongé dans un environnement E, est composé de [Lai 98] :

- l'ensemble F des fournisseurs et sous-traitants,
- l'ensemble C des commandes ou des besoins des clients,
- l'ensemble \mathcal{C} des contraintes auxquelles S est soumis,
- l'ensemble P des produits que fabrique S,
- l'ensemble R des relations, connues ou que l'on peut connaître, qui expriment les interactions possibles entre S et E et entre les éléments de E.

Le système de production agit sur son environnement E en fabriquant des produits P pour C et en commandant des matières premières à ses fournisseurs ou sous-traitants (ensemble F).

L'application de la théorie des systèmes [Mgn 74] [Mgn 77] [Mel 72] aux systèmes de production suggère une décomposition de ces derniers en trois sous-systèmes

- le sous-système d'information.
- le sous-système de décision.
- le sous-système physique de production.

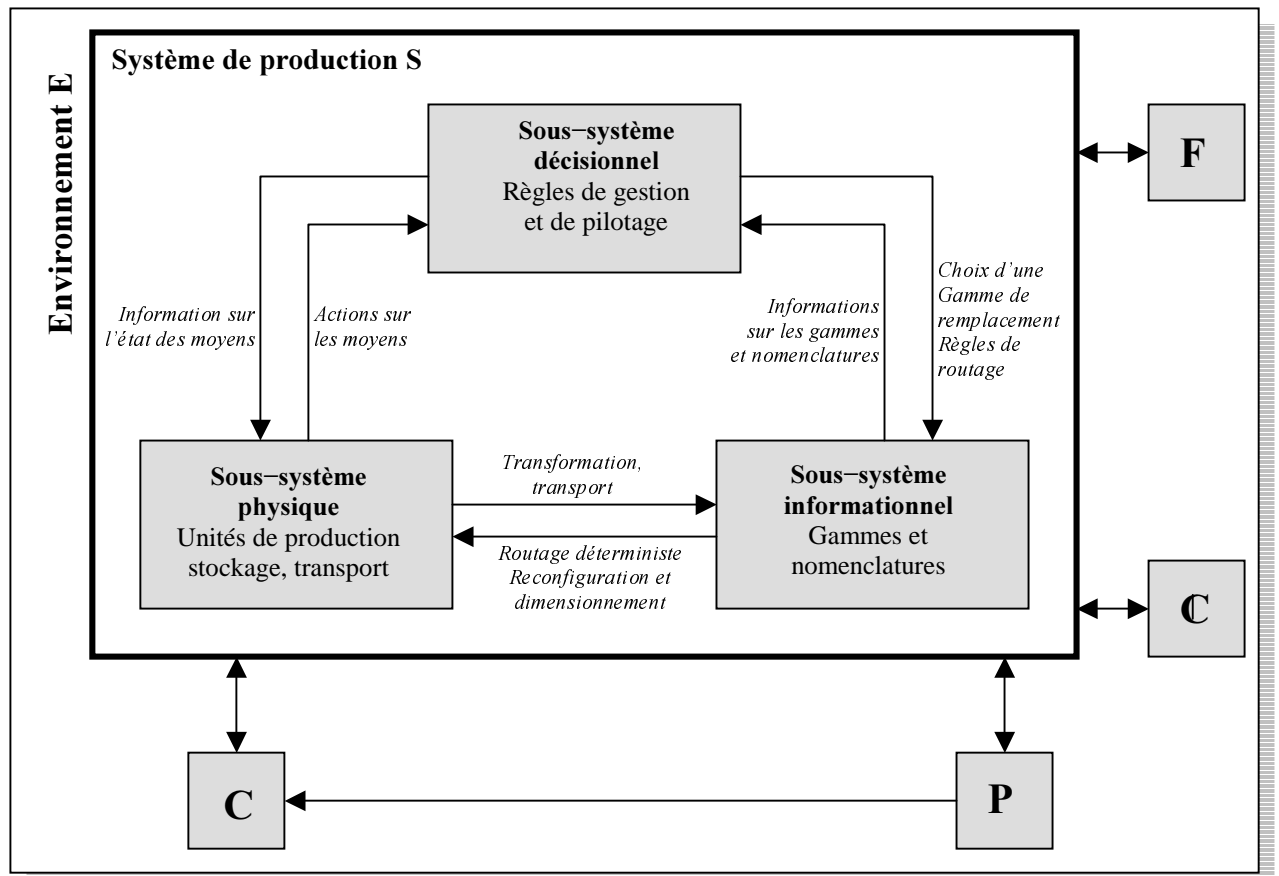


Figure 1.1 Système de production S plongé dans son environnement E

Le **système de décision** contrôle le système physique de production. Il en coordonne et organise les activités en prenant des décisions basées sur les données transmises par le système d'information (voir section 1.2.3). Le rôle du **système d'information** est de collecter, stocker, traiter et transmettre des informations. Il intervient à l'interface entre les systèmes de décision et de production et à l'intérieur même du système de décision, pour la gestion des informations utilisées lors de prises de décision, et du système physique de production, pour la création et le stockage d'informations de suivi par exemple. L'association des parties des systèmes de décision et d'information concernant uniquement la production constitue le système de gestion de production. Le **système physique de production** transforme les matières premières ou composants en produits finis. Il est constitué de ressources humaines et physiques. Ses activités sont déclenchées et vérifiées par le système de gestion de production.

La gestion de production étant l'une des fonctions du système de décision, celui-ci nécessite une étude plus précise.

1.2.3. Le système de décision

1.2.3.1 Définition

Le sous-système décisionnel ou sous-système de gestion et de pilotage est composé d'un système d'information et d'un système de contrôle. Il contient l'ensemble des règles de fonctionnement du système ainsi que les contraintes qui doivent être satisfaites pour être cohérent avec l'environnement. La modélisation de ces règles est réalisée à travers un ensemble de centres de décision qui connaissent tout ou partie du système de production. Ils émettent des flux informationnels (ordres d'approvisionnement, de fabrication ou de livraison, ...) qui vont influencer les flux des sous-systèmes physique et informationnel.

En d'autre terme, Le sous-système de décision est en particulier en charge des prises de décisions qui contrôlent et organisent le système de production. En raison du grand nombre de décisions à prendre, de la masse importante d'informations nécessaires à ces prises de décision et de l'incertitude ou de l'imprécision régnant sur les données, le système de décision a un rôle complexe. Cette complexité conduit généralement à hiérarchiser les prises de décision, afin de simplifier chacune d'entre elles et de rendre possible la gestion de l'incertitude par la définition d'une hiérarchie de décision « robustes », même si non optimales. L'une des approches de décomposition du système de décision la plus répandue est celle s'inspirant de la typologie des décisions proposée dans [Ant 65]. Reprise dans [Grd 88] en gestion de production, cette typologie distingue trois niveaux de décision :

1.2.3.2. Niveau stratégique :

Ce sont les décisions prises à long terme. Elles déterminent la politique de l'entreprise et conditionnent son avenir. Elles portent essentiellement sur la gestion des ressources durables, afin que celles-ci soient toujours suffisantes pour assurer la pérennité de l'entreprise. Les ressources visées peuvent être des machines, des hommes, des informations ou des données techniques.

1.2.3.3. Niveau tactique :

Ce sont les décisions prises à moyen terme. Elles assurent la liaison entre le niveau stratégique et le niveau opérationnel, garantissant ainsi la cohérence des actions menées. Ces décisions contrôlent la bonne adéquation des ressources disponibles et des charges engendrées par les commandes ou les prévisions, mais sans modification profonde de la structure et du fonctionnement de l'entreprise.

1.2.3.4. Niveau opérationnel :

Ce sont les décisions prises à court terme. Elles assurent le lancement des activités et la flexibilité nécessaire à la bonne conduite de la production.

Ces trois catégories de décisions diffèrent non seulement par leur horizon, mais aussi par le niveau de responsabilité des décideurs et par le niveau d'agrégation des informations utilisées. On peut aussi différencier ces trois catégories par l'incertitude régnant sur les données manipulées et en particulier sur les commandes. A un niveau stratégique, les commandes sont gérées essentiellement sous forme de prévisions, obtenues par des calculs statistiques et des études de marchés ; par nature, elles ne sont pas sûres et peuvent être réévaluées à chaque remise en cause des décisions à long terme. Les décisions tactiques sont prises à partir de commandes fermes et de prévisions. Elles sont entachées de moins d'incertitude, mais doivent aussi être régulièrement remises en cause. A un niveau opérationnel, on travaille sur des données fermes en grande majorité, mais l'incertitude ne disparaît pas totalement (commandes urgentes, annulées, etc.), même si elle est rarement prise en compte.

1.3. Gestion de la production

Le rôle de la gestion de production est, selon Doumeingts, d'organiser et piloter le fonctionnement des processus physiques mis en oeuvre dans l'entreprise, afin d'assurer une meilleure utilisation des moyens humains, physiques et technologiques disponibles, et de satisfaire au mieux l'objectif global de production défini en terme de quantités à fabriquer avec une qualité demandée, et des délais à respecter" [Dou 83].

1.3.1. Les activités de la gestion de production

La gestion de la production consiste à piloter la production en fonction des prévisions de vente et/ou de commandes fermes des clients et des disponibilités des approvisionnements et des moyens de production afin d'assurer la continuité des flux des pièces dans l'entreprise en :

- Déterminant le calendrier prévisionnel de fabrication (planning des ateliers),
- Distribuant la documentation nécessaire à la bonne exécution des fabrications (lancement en fabrication),
- Suivant l'exécution des fabrications (suivi de production).

En fait la gestion de la production s'intéresse à l'ordre selon lequel se déroule l'ensemble des opérations de production. Mais son contenu varie suivant la durée sur laquelle porte la gestion et selon le type de fabrication. On distingue :

- Le long terme, qui varie suivant les sociétés, de deux à cinq ans ; il est établi en fonction des prévisions du plan de développement de l'entreprise pour programmer les investissements et effectifs futurs ;
- Le court terme, qui varie, suivant les sociétés de trois à douze mois, et qui est basé sur les commandes fermes et permet d'établir le planning prévisionnel de fabrication ;
- Le très court terme, qui gère les travaux lancés et la fabrication.

Dans le cadre de sa réflexion stratégique, l'entreprise définit ses options en matière de production. Elle sait ce qu'elle va produire ; elle connaît ses marchés et elle suit les évolutions technologiques dans ses métiers.

Il lui faut ensuite faire des prévisions de la demande, déterminer les volumes à produire, acquérir les matières premières nécessaires, décider de l'ordonnancement. Ces activités fondamentales de gestion de production permettent la planification à court terme de la mise en œuvre des options stratégiques.

1.3.2. Les problèmes à résoudre dans la gestion de production

Tout problème de régulation peut se décrire selon deux dimensions : la complexité et l'incertitude. La complexité en gestion de production présente de multiples facettes technologiques et organisationnelles souvent imbriquées. L'incertitude est un phénomène plus récent ou qui, tout au moins, s'est accentué au cours des dernières années. Elle amplifie les problèmes de complexité par la difficulté de maîtriser un certain nombre d'informations clés nécessaires à la fiabilité de la planification.

1.3.2.1. La complexité des problèmes de production

Elle apparaît au niveau du système physique et au niveau du système de pilotage. Elle est d'ordre technologique ou téléonomique.

1.a. La complexité technologique

La complexité des moyens de production est caractérisée par des aspects :

- De puissance de production : taille de parc machine, nombre de personnels employés.
- De spécialisation : machine à fonction opérative spécifique ou au contraire atelier flexible à plus grande polyvalence
- De performance et de qualité
- Disponibilité et maîtrise : connaissance de l'état d'utilisation des machines, de la sous-traitance de capacité ou de spécialité.

Les moyens de production constituent une ressource limitée dans l'entreprise. Leur disponibilité et leur spécificité font apparaître des convergences entre les opérations nécessaires à la réalisation de multiples produits. Il convient donc de mettre en place des règles de gestion, ou règles d'ordonnancement des files d'attente créées par les concurrences.

- La complexité des produits :
Elle peut être visualisée à travers les nomenclatures et les gammes opératoires (de fabrication ou de montage)

1.b. La complexité téléonomie ou décisionnelle

Le pilotage de l'appareil de production doit être orienté en fonction d'un référentiel d'objectifs reflétant les attentes ou exigences des clients ou des marchés, et respectant les lois économiques fondamentales de rentabilité et de solvabilité.

➤ Les objectifs du marché

- 1- le prix de vente et les conditions financières accordées sont les variables financières
- 2- la qualité : la notion d'excellence ou de zéro défaut exprime le niveau de performance de la production dans le domaine de la qualité
- 3- le délai de livraison des produits
- 4- la flexibilité en terme de date, de lieu de livraison et de volume
- 5- la transparence et la capacité de communication de l'entreprise
- 6- la qualité des ressources humaines

➤ Les objectifs économiques et organisationnels

Ils expriment les conditions obligatoires de performance que doit respecter le système de production pour permettre la survie de l'entreprise, ces objectifs se résument comme suit :

- 1- le niveau de charge de l'appareil de production (charge des machines, niveau d'occupation des personnes)
- 2- le niveau des stocks et les en-cours. Il constitue un excédent organisationnel posant des problèmes de trésorerie
- 3- le coût de revient qui conditionnera la marge lorsque le prix du marché est une variable exogène non maîtrisée par l'entreprise
- 4- les coûts de non-qualité
- 5- les coûts de contrôle ou d'obtention de la qualité

1.3.2.2. L'incertitude liée aux problèmes de production

L'incertitude porte essentiellement sur la qualité de l'information qui sera mise à la disposition des responsables de la gestion de production. Cette incertitude peut être interne, c'est-à-dire générée par le système de production lui-même, ou externe, c'est-à-dire importée à l'intérieur du système de production.

2.a. L'incertitude interne

Elle apparaît au niveau du système de pilotage.

Au niveau du système physique de production : elle concerne la fiabilité de la transformation des flux machines. Les problèmes rencontrés sont alors des pannes de machines, de l'absentéisme, des grèves et de non-qualité qui prennent une importance fondamentale dans une logique de flux tendus
Au niveau du système d'informations : Mise à jour des données volatiles reflétant l'état du système de production, mise à jour des données permanentes plus particulièrement relatives aux produits.

2.b. L'incertitude externe

Elle apparaît aux frontières de l'entreprise et du système de production elle se résume en deux étapes :

- L'incertitude aval relative à la turbulence du marché de l'entreprise elle concerne la qualité des informations contenues dans le carnet des commandes
- L'incertitude amont : elle concerne la qualité et le débit des flux physiques entrants indépendants des approvisionnements et de la sous-traitance ou travaux impartis, non-respect des qualités et délais, de la conformité et de la qualité, et de lieu de livraison.

1.4. Modèles de planification

Dans un contexte économique devenu austère, de nombreux facteurs (tels qu'un marché incertain et mondialisé, une clientèle plus exigeante, l'évolution des techniques de production, etc ...) contribuent à rendre la gestion des entreprises particulièrement délicate à maîtriser. Au niveau de la *planification de la production*, ces évolutions induisent deux difficultés majeures :

- D'une part, la nécessité de manipuler un **volume important d'informations**, de nature généralement hétérogène.
- D'autre part, l'obligation de maîtriser l'**incertitude associée aux données traitées** (capacités des ressources, niveaux des demandes, taux de production, etc) découlant du rôle prévisionnel de la planification.

L'activité de planification consiste à concevoir pour l'entreprise un "futur souhaitable" et les moyens nécessaires pour parvenir à la réalisation de ce futur. C'est une activité de choix parmi différentes possibilités. Elle s'exprime au travers de plans et elle est une préparation à l'action. Au niveau tactique, en gestion de chaînes logistiques, la planification vise une programmation prévisionnelle de la production, des approvisionnements et de la distribution, à partir de demandes commerciales prévues ou réelles, en conformité avec les décisions effectuées au niveau stratégique. Ces décisions prises aux niveaux supérieurs, imposent notamment des contraintes sur le processus de production (contraintes potentielles entre les tâches ou contraintes de conservation au niveau des stocks) et sur les ressources (contraintes de capacité) qui doivent être prises en compte au niveau de la planification à moyen terme.

Pour générer ces plans on utilise des modèles de planification. Dans le cadre d'une approche hiérarchique [Mil 01], [Fon 01], on trouve essentiellement deux types de modèles [Joh 74] :

- Les modèles par "dates de début" ou "par tâches" qui consistent à déterminer les dates de début de tâches sur différentes ressources.
- Les modèles par "quantité" qui consistent à déterminer des quantités de produits à fabriquer par période de temps.

Dans un premier temps, nous allons présenter les deux modèles en s'intéressant plus précisément au deuxième modèle car il est au centre de notre travail.

1.4.1. Modèles par dates de début

1.4.1.1. Caractéristiques des modèles « par dates de début »

Dans les modèles par date de début, les variables de décision sont les dates de début des tâches sur les différentes ressources. On définit une tâche comme étant une quantité de travail concernant la fabrication d'un produit caractérisée par sa durée d'exécution.

Parmi les contraintes principales du problème de planification à moyen terme avec un modèle par dates en trouve : des contraintes de capacité et des contraintes de respect des dates de livraison

1.4.1.2. Problèmes concernés

Les modèles par dates de début sont souvent dédiés au court terme en particulier dans le cadre de la résolution des problèmes d'ordonnancement d'atelier [Esq 99].

Néanmoins ces modèles par dates de début peuvent être utilisés au niveau de la planification à moyen terme notamment pour la gestion de projets de fabrication de biens unitaire ou en petite série de type gestion à la commande. [Nar 91] [Kol 01]

1.4.2. Modèles par quantités

1.4.2.1. Caractéristiques des modèles par quantités

Dans le modèle par quantités, le temps est divisé en intervalles de temps appelés périodes. Les variables de décision sont les quantités de produits (et de sous-produits) fabriquées pendant des périodes (par exemple le jour).

Les contraintes principales du problème de planification à moyen terme avec un modèle par quantités sont les suivantes :

- de contraintes de respect de la nomenclature.
- de contraintes de conservation au niveau des stocks.

- les contraintes de succession .
- les contraintes de capacité.
- les contraintes de respect des dates de livraison.

1.4.2.2. Problèmes concernés

Dans le cadre des problèmes de gestion de la production de biens, les modèles par quantités sont généralement utilisés pour la prise de décision à moyen terme concernant la production en moyenne et grande série. On parle de modèles mathématiques déterministes pour la planification à moyen terme ou de modèles de **lot-sizing**.

1.5. La détermination de la taille des lots (modèles de lot-sizing)

1.5.1. Notion de lot

1.5.1.1. Définition

Un lot de pièces est un ensemble de pièces devant être fabriquées, livrées, transportées dans un même passage. [Geo 97]

1.5.1.2. Les différents types de lots

➤ Lot de commande

C'est la quantité de pièces devant être livrée contractuellement au client. A ce stade, il est nécessaire de différencier les commandes. Il est possible d'avoir

- des commandes diversifiées : dans ce cas chaque commande sera considérée individuellement ;
- des commandes répétitives : commandes passées régulièrement auprès de l'entreprise lui assurant, de ce fait, une régularité de production. Il faudra, dans ce cas les traiter d'une manière globale.

➤ Lot de fabrication

C'est la quantité de pièces lancées en fabrication en une seule fois. Compte tenu de la nature des commandes il est possible.

- d'éclater un lot de commande en plusieurs lot de fabrication lorsque celui-ci est trop important ;
- de regrouper plusieurs petits lots de commande d'une même pièce afin de minimiser les effets de lancement en fabrication.

➤ Lot de transfert

C'est la quantité de pièces transportées d'un poste de charge à un autre au cours de la fabrication des produits. Ce lot peut être

- égal au lot de fabrication ;
- plus petit que le lot de fabrication. Dans ce cas, on dit qu'il y a recouvrement des opérations de fabrication.

1.5.1.3. Taille des lots

La notion de petit ou de grand lot varie suivant l'entreprise. Un lot de 10 pièces pour une entreprise fabriquant des produits à la commande avec un cycle de production de 6 mois à un an sera considéré comme un lot important. alors que pour une entreprise travaillant à la commande avec un cycle de production de 15 jours, ce même lot sera considéré de très petit.

La question de détermination de la taille de lots évoquées dans le cadre de la planification, est clairement du ressort de la gestion des stocks. Cependant, Du point de vue du chercheur dans le domaine de la productique, la gestion des stocks (et plus particulièrement des approvisionnements) se caractérise par un ensemble de modèles et de méthodes.

L'objectif de la gestion des stocks est d'assurer la disponibilité des articles considérés sur un horizon donné tout en minimisant les coûts encourus. Trois types de coûts sont généralement pris (plus ou moins) explicitement en compte pour évaluer la qualité d'une politique de gestion des stocks: coûts de commande, coûts de possession et coûts de rupture de stock (voir chapitre II). Dans la plupart des modèles classiques, ces coûts sont considérés comme des paramètres fixes. Comme dans le cas du modèle de camelot qu'en vas l'étudier par la suite.

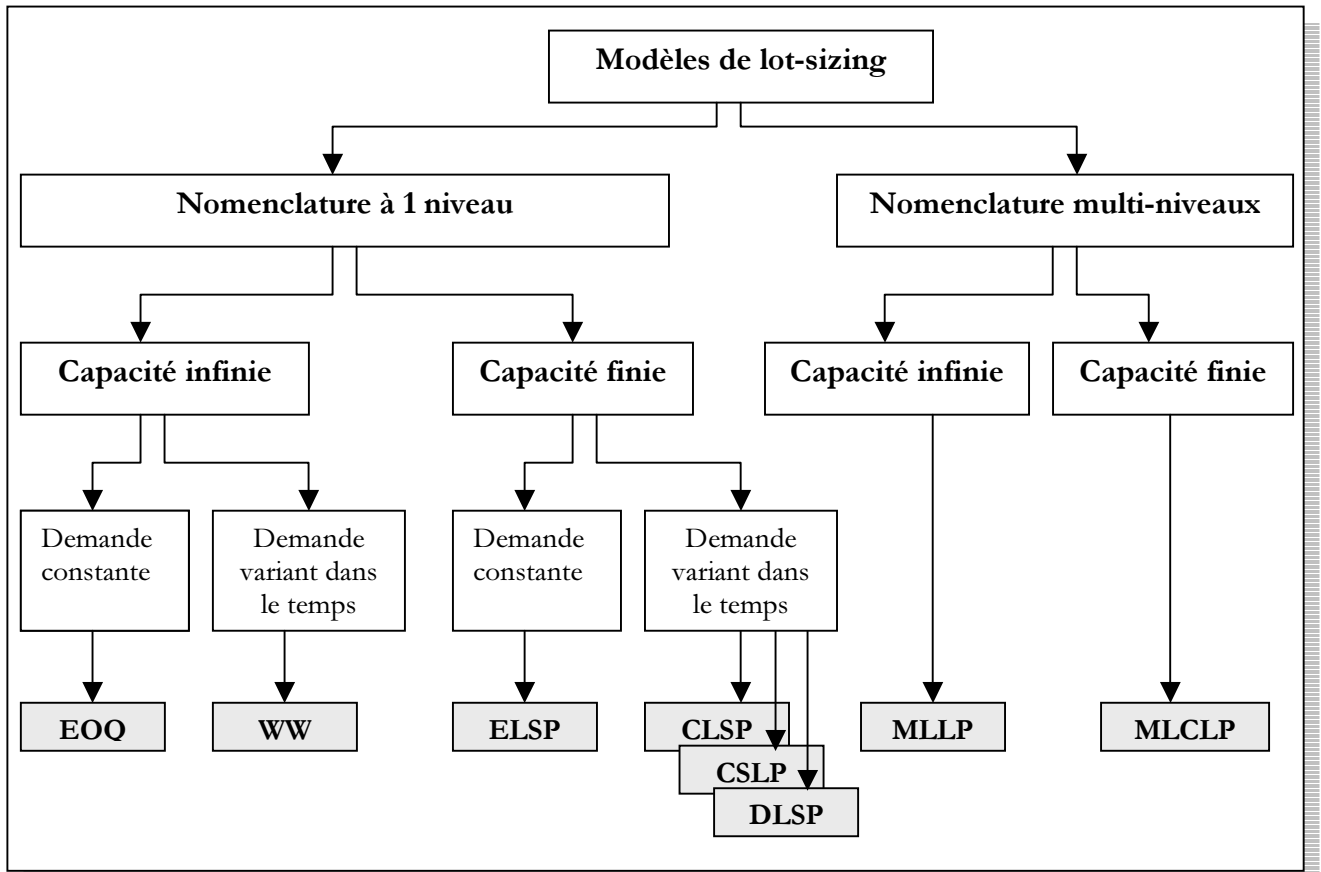
Par contre, les approches plus récentes, telles celles développées dans le cadre de la gestion Juste-A-Temps ou de la gestion de la Qualité Totale, envisagent les coûts de stockage comme des variables dont la valeur peut (doit) être influencée par des investissements appropriés (visant, par exemple, la réduction des temps de lancement). Par ailleurs, certains auteurs (et de nombreux gestionnaires) observent que les coûts énumérés peuvent être difficilement mesurables. Ceci est vrai, en particulier, pour les coûts de rupture de stock (ou pénurie). Pour cette raison, le risque de rupture est fréquemment modélisé à travers une contrainte de maintien d'un niveau de service prédéterminé (probabilité de rupture, nombre attendu de ruptures, temps écoulé entre ruptures successives, taux d'articles fournis en temps et en heure etc.).

Diverses hypothèses peuvent également être posées concernant les caractéristiques de la demande. En particulier, celle-ci peut être déterministe ou aléatoire, de distribution connue ou inconnue, stationnaire ou dynamique. Lorsque la demande est aléatoire, il est nécessaire de définir plus précisément la mesure de performance à optimiser. Le critère usuel est celui de l'espérance des coûts (par période, dans le long terme), éventuellement sous contrainte de niveau de service. Les modèles d'optimisation stochastique ainsi obtenus sont souvent très complexes et ne peuvent être résolus que de façon approximative.

Enfin, de nombreuses autres caractéristiques peuvent venir enrichir les modèles considérés: délai de livraison connu ou aléatoire, capacités de stockage et de production limitées, ristournes accordées en fonction de la quantité commandée, quantités livrées ou rendements aléatoires, stocks multi-échelons et/ou à localisations multiples, etc.

En effet, ces modèles se placent dans la continuité des travaux concernant le calcul des quantités économiques (EOQ) effectués au début du XX^e siècle. Ces modèles sont extrêmement nombreux. Nous présentons (figure1.2) une classification de ces modèles proposée dans [Rot 98] en fonction des critères suivants :

- Niveaux de nomenclature
- Prise en compte des contraintes de ressources
- Demande constante (ou non) sur l'horizon de planification.



- EOQ : Economic Order Quantity
- WW : Wagner -Whitin
- ELSP : Economic Lot-sizing and Scheduling Problem
- CLSP : Capacited Lot-Sizing Problem
- CSLP : Continuous Set-up Lot-sizing Problem
- DLSP : Discrete Lot-sizing and Scheduling Problem
- MLLP : Multi-Level Lot-sizing Problem
- MLCLP : Multi-Level Capacited Lot-sizing Problem

Figure 1.2. Classification des modèles mathématiques de lot-sizing

Pour bien visualiser la position de notre modèle (le modèle du camelot à demande et rendement aléatoire) dans la Classification des modèles mathématiques de lot-sizing, nous pouvons construire un graphique représentant sa structure hiérarchisée (figure1.3).

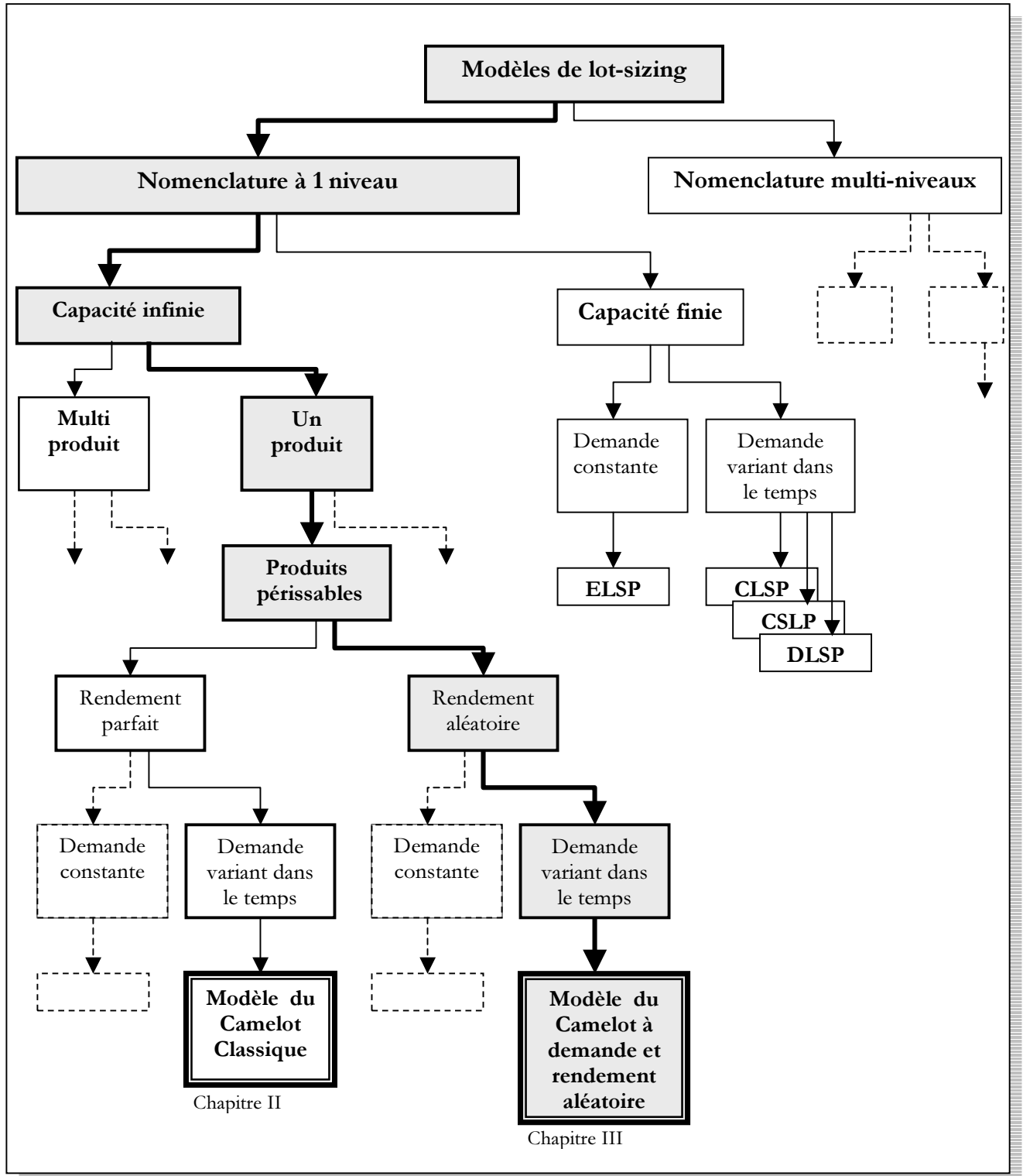


Figure 1.3. Positionnement du modèle du Camelot dans la classification des modèles mathématiques de lot-sizing

1.6. La quantité économique de commande (EOQ) [Fra 00] [chr 00]

Le modèle de Wilson, ou modèle de la quantité économique de commande, ou modèle EOQ (Economic Order Quantity) s'applique à la situation suivante: il s'agit de gérer un seul article, pour lequel toute quantité commandée est livrée instantanément, et pour lequel les hypothèses suivantes ont été considérées:

1.6.1. Les hypothèses du modèle :

- La demande périodique est **connue** et **certaine**.
- La consommation est régulière (linéaire).
- Les quantités commandées sont constantes.
- La pénurie, les ruptures de stock, sont exclues.

Le problème est de déterminer un plan de production satisfaisant la demande à chaque instant. Wilson a établi une formule basée sur un modèle mathématique simplificateur dans lequel on considère que **la demande est stable** sans tenir compte des évolutions de prix, des risques de rupture et des variations dans le temps des coûts de commande et de lancement (on dit aussi "**en avenir certain**").

Remarque : nous supposons que la gestion du stock s'effectue sur une période annuelle.

1.6.2. Calcul de la quantité économique

Pour le calcul de la quantité économique on considère les notations suivantes :

N	le nombre de pièces consommées (fabriquées ou achetées)
Q	le nombre de pièces approvisionnées ou lancées en fabrication en une seule fois
Pu	le prix unitaire de la pièce
Ss	le stock de sécurité envisagé pour cette pièce
t	le taux de possession de l'entreprise exprimée en %
CL	le coût d'approvisionnement ou de lancement en fabrication

Le tableau suivant présente le calcul des différents coûts ainsi que le coût total :

Le nombre annuel de lancements	$\frac{N}{Q}$
Le coût annuel de lancement	$\frac{N}{Q} \times CL$
Stock moyen dans l'entreprise (dans l'hypothèse d'une consommation régulière)	$\frac{Q}{2} + S_s$
Coût annuel de possession	$\left(\frac{Q}{2} + S_s\right) \times t \times P_u$
Coût total	$Ct = \left(\frac{N}{Q} \times CL\right) + \left(\frac{Q}{2} + S_s\right) \times t \times P_u$

Trouver la quantité économique Q_e , c'est trouver la valeur de Q pour laquelle le coût total est minimal, c'est à dire la valeur Q_e pour laquelle la dérivée du coût total par rapport à la quantité est nulle.

$$\frac{\Delta Ct}{\Delta Q} = \left(\frac{N}{Q^2} \times CL\right) + \left(\frac{Q_e}{2} \times t \times P_u\right) + (S_s \times t \times P_u) = 0$$

D'où la formule de **Wilson** :

$$Q_e = \sqrt{\frac{2.N.CL}{t.P_u}}$$

1.6.3. Représentation graphique

Sur le graphique suivant sont portées les courbes :

- Coût de lancement ; dégressif en fonction des quantités
- Coût de possession ; théoriquement proportionnel aux quantités
- La courbe des coûts cumulés « le coût total d'approvisionnement »

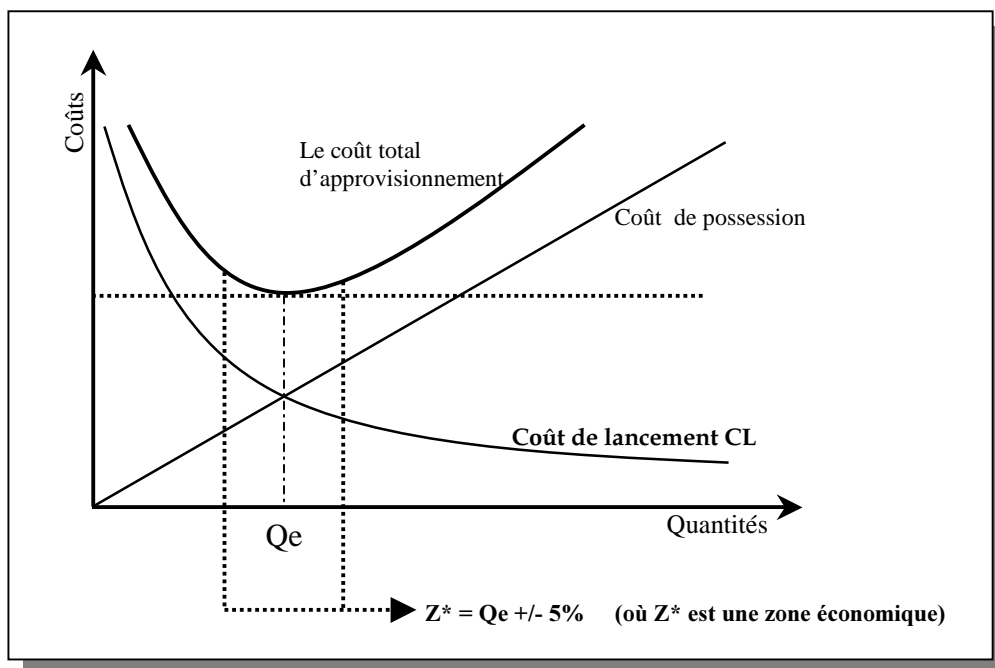


Figure1.4 Représentation graphique de la quantité économique

La quantité économique se trouve à l'intersection des deux courbes, lancement et possession, ou au point d'inflexion de la courbe cumulée. Dans la pratique toutefois, il sera impossible de commander exactement la quantité économique, on choisira une taille de lot répondant aux diverses contraintes et comprise dans la "zone économique".

1.7. La prévision de la demande

Premier outil de la gestion des capacités, la prévision de la demande nécessite l'élaboration de modèles statistiques. Ceux-ci s'appuient sur les historiques des ventes des différents segments de clientèle et les niveaux de prix correspondant. Pour faire ces prévisions, on utilise en général des séries temporelles fondées sur des résultats historiques, complétés par des modèles de prévision basés sur les courbes de réservation. Pour connaître la demande, il convient d'ajouter aux services réellement fournis la demande non satisfaite. En effet, le volume de services vendus est toujours limité par la capacité. Or, lorsque la demande réelle est supérieure à la capacité, il se produit des pertes qui ne peuvent être mesurées.

1.7.1. Typologie de la demande

Il est possible de constater que la demande des clients suit des lois différentes suivant les produits. C'est ainsi, qu'une analyse des habitudes de consommation d'un produit par période de temps (le mois, la semaine, le jour) peut nous montrer les types de consommation suivants.

1.7.1.1. Demande constante

Lorsque la demande oscille statistiquement autour d'une valeur moyenne constante dans le temps. La moyenne de $D=f(t)$ est une droite horizontale.

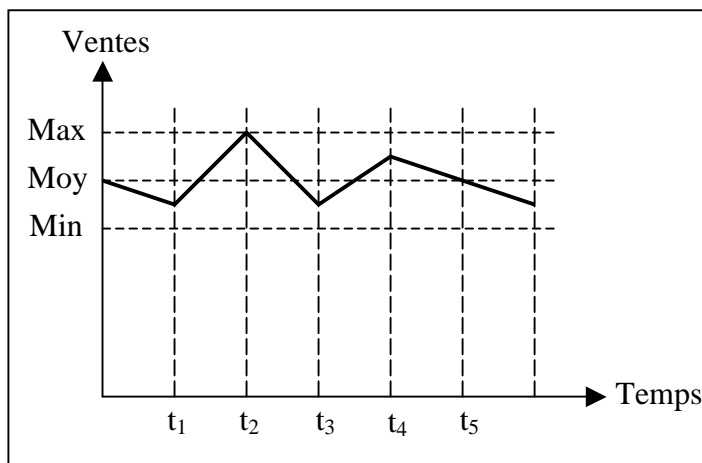


Figure 1.5. Demande constante

1.7.1.2. Demande à tendance

La prévision de la demande moyenne des clients augmente, ou diminue, d'une quantité à peu près constante déterminant, ainsi, une droite de tendance. En d'autre terme s'il y a oscillation autour d'une valeur croissante ou décroissante dans le temps, $D=f(t)$ est une droite à pente positive ou négative.

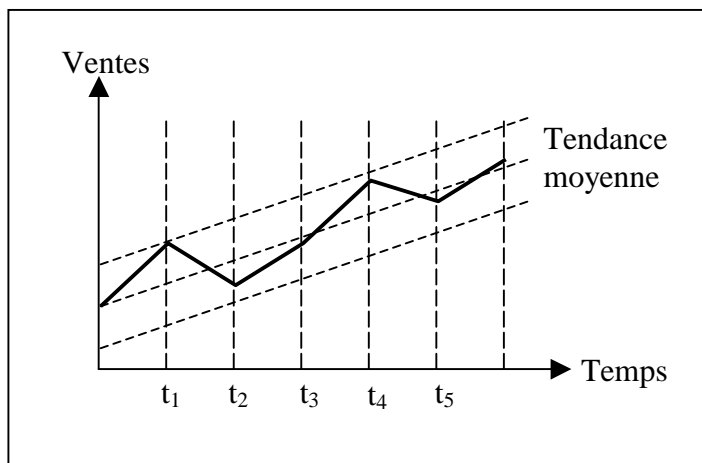


Figure 1.6. Demande à tendance

1.7.1.3. Demande saisonnière

La demande des clients subit de fortes variations positives, ou négatives, aux mêmes périodes de chaque année. Donc elle présente des variations nettement plus importantes en hausses et en baisse, d'une manière périodique. Il peut s'agir d'un pic de la demande en été (lié au vacance par exemple).

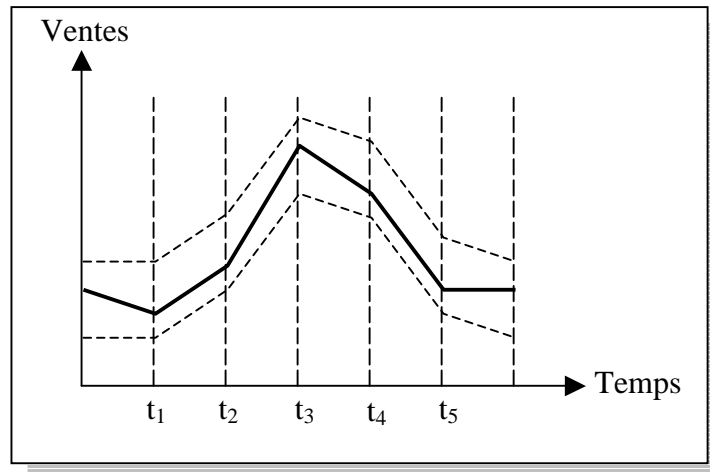


Figure1.7. Demande saisonnière

1.7.1.4. Demande saisonnière à tendance

C'est la combinaison des deux lois précédentes, elle permet de montrer que les variations saisonnières (positives ou négatives) ont tendance à augmenter ou diminuer régulièrement, où les pics et les creux sont disposés autour d'une droite non horizontale.

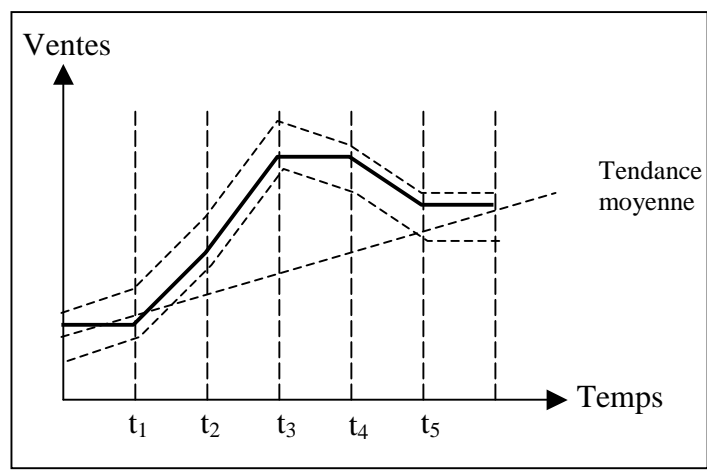


Figure1.8. Demande saisonnière à tendance

1.7.2. Techniques De Prévision

L'idéal pour chaque entreprise est certainement de produire exactement tout les produits que ses clients vont acheter, et afin de prendre les décisions relatives à son bon fonctionnement et à sa pérennité, toute entreprise, quelle que soit sa nature et sa typologie commerciale, doit s'appuyer sur un système de prévision fiable.

Par définition, une prévision est une prédiction dans un avenir incertain, d'événements ou de niveaux d'activités.

Les méthodes de prévision basent leurs projections sur des relations ou des tendances tirées de données historiques.

On distingue :

- Les méthodes qualitatives
- Les méthodes quantitatives

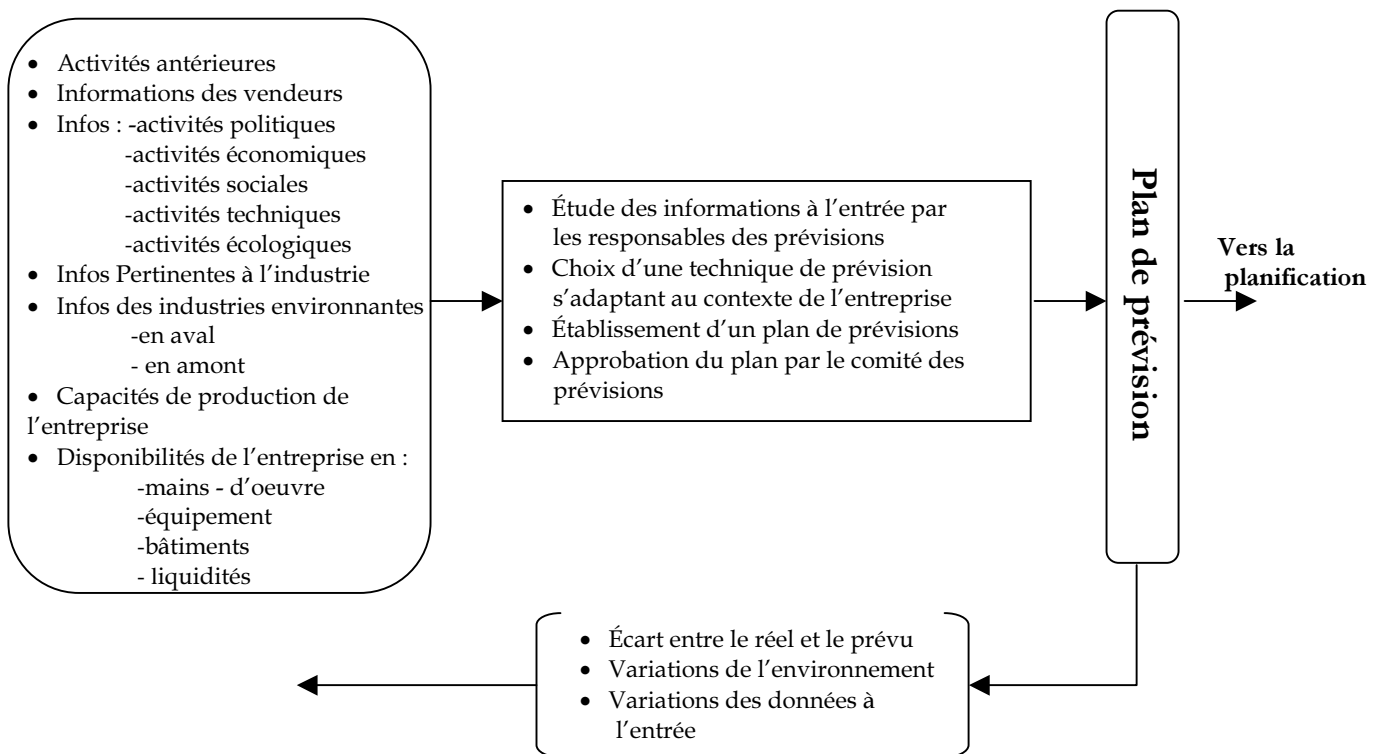


Figure 1.9. Système de prévision

Les sept étapes d'un système de prévisions sont :

1. Préciser les objectifs.
2. Choisir l'article pour lequel on désire prédire la demande.
3. Fixer l'horizon de prévision.
4. Collecter les données pertinentes.
5. Choisir le modèle de prévision.
6. Prédire la demande en utilisant le modèle retenu.
7. Valider les résultats et procéder à l'implantation.

Tableau 1.1 : Résumé des méthodes de prévision

Méthode	Description	Horizon de temps	Coût relatif
<i>Opinion et jugement</i>			
Forces de vente composites	Synthèse des estimations des forces de vente	CT-MT	B-M
Forces de vente et chefs de produits	Les estimations locales des vendeurs régionaux sont comparées aux projections nationales des chefs de produits du siège	MT	M
Analogie historique	Prévision par comparaison avec des produits similaires vendus dans le passé	CT-LT	B-M
Delphi	Réponses à une série de questions par des experts (anonymement), retour d'information et révision	LT	M-É
Études de marchés	Questionnement des clients potentiels pour anticiper le comportement du marché	MT-LT	É
<i>Extrapolations dans le temps</i>			
Naïve	Prévision = actuel plus ou moins certain %	CT	B
Moyennes mobiles	Moyenne de n plus récentes périodes	CT	B
Projection de tendance	Projection linéaire, exponentielle ou autre de la tendance passée	MT-LT	B
Décomposition	La séquence des résultats est divisée en tendance, saisonnalité, cycles et effets aléatoires	CT-LT	B
Lissage exponentiel	Moyenne pondérée par des coefficients qui diminuent exponentiels (les plus proches ayant les plus forts poids)	CT	M
Box et Jenkins	Un modèle est proposé, testé statistiquement, modifié jusqu'à satisfaction	MT-LT	M-É
<i>Association</i>			
Régressions et corrélations	Utilise plusieurs variables associées et les équations des moindres carrés (régressions) ou des associations étroites (corrélations) reliées à une variable dont elles dépendent	CT-MT	M-É
Économétrie	Utilise des solutions simultanées de régressions multiples pour décrire un domaine étroit de l'activité économique	CT-LT	É

CT = court terme, MT = Moyen terme, LT = Long terme, B = bas, M = Moyen, É = Élevé

1.8. Pilotage par la maîtrise statistique des procédés (MSP)

Pour piloter correctement un processus de production, il est nécessaire de connaître un certain nombre de règles statistiques et d'appliquer des outils traduisant de manière simple leur application dans le pilotage : cela s'appelle la maîtrise statistique des procédés (MSP). L'origine de la MSP remonte à 1931 avec les premières publications de Shewhart [Pil 00], [She 31], et marque le point de départ du concept de qualité dans les activités industrielles. Sa diffusion effective dans les entreprises est un peu plus tardive et doit beaucoup aux travaux de Deming après la seconde guerre mondiale. Aujourd'hui, l'application de la MSP est généralisée à tous les secteurs de l'industrie sous l'impulsion des grands donneurs d'ordre, notamment du secteur automobile et de l'électronique grand public.

Le principe de base trouve sa source dans le théorème central limite de Gauss qui s'énonce de la façon suivante : « tout système (processus de production), soumis à de nombreux facteurs indépendants les uns des autres et d'un ordre de grandeur de l'effet équivalent, génère une loi normale. » Partant de ce principe, nous pouvons considérer que lorsqu'un processus de production subit une variabilité aléatoire qui est la conséquence de très nombreuses causes ayant chacune un effet relativement faible, le résultat obtenu se distribue selon une loi normale (voir section 1.8.2)

1.8.1. Processus stochastique :

Le processus stochastique est un ensemble de variables aléatoires dépendant du temps, dont les valeurs sont régies par un ensemble donné de lois de probabilité multidimensionnelles qui correspondent à toutes les combinaisons des variables aléatoires. Le terme de "processus aléatoire" est aussi utilisé [Sch 04].

En d'autre terme, Les modèles stochastiques sont des représentations de systèmes dynamiques basées sur les probabilités [Lau 02]. Bien que cet aspect aléatoire semble assez fruste de prime abord, c'est en fait une représentation très naturelle. Souvent, lorsque l'on observe un système, on est capable de trouver intuitivement des règles que le système suit, au moins globalement.

L'approche standard consiste à prendre le cas moyen, celui qui ressemble le plus à toutes les observations, et à considérer qu'il modélise le système de façon suffisante. La variance du processus, autour du cas moyen, est tout simplement ignorée. L'approche statistique consiste à tenir compte de chacune des différentes possibilités, tout en lui attribuant une probabilité qui exprime la fréquence de ses occurrences. Ainsi, plus un cas se produira souvent, plus sa probabilité sera importante.

L'étude des processus stochastiques a commencé au début du 20^e siècle grâce à un mathématicien Russe, Markov Andreï Andreïevitch. Ses études statistiques l'ont conduit à formuler l'hypothèse Markovienne, qui peut se résumer ainsi :

« L'évolution future d'un système ne dépend que de son état présent ».

1.8.2. Éléments de mathématiques et statistiques

Dans ce qui suit, nous nous intéressons aux processus aléatoires. La modélisation de ces processus requiert l'utilisation des outils mathématiques et statistiques adaptés. Dans cette section, nous rappelons rapidement quelques concepts de base employées dans ce document.

1.8.2.1. Variable aléatoire :

Une variable aléatoire X est une grandeur qui peut prendre différentes valeurs avec différentes probabilités ; l'ensemble des valeurs que peut prendre X est noté ε_x . X est en fait une application qui, à toute issue d'une expérience aléatoire, associe un élément de ε_x .

Selon la nature de ε_x , X sera une variable qualitative, numérique discrète ou numérique continue.

1. Variable aléatoire continue

Une variable aléatoire X est continue si l'ensemble ε_x des valeurs qu'elle peut prendre est \mathbb{R} ou un intervalle réel. Il s'agit donc d'un ensemble infini non dénombrable : on ne peut pas énumérer systématiquement l'ensemble de tous les points d'un intervalle réel.

► **Exemple :**

X peut être l'âge d'une personne prise au hasard, ou sa taille, ou son poids. Si celui-ci est exprimé en kgs, on peut raisonnablement penser que ε_x est un intervalle compris dans $[0,500]$.

2. Variable aléatoire discrète

Une variable aléatoire X est discrète si l'ensemble ε_x des valeurs qu'elle peut prendre est un ensemble numérique fini (c'est-à-dire comprenant un nombre fini d'éléments) ou un ensemble infini dénombrable (c'est-à-dire comprenant une infinité de nombres que l'on peut énumérer).

► **Exemple :**

X peut être le point obtenu en lançant un dé à 6 faces, avec $\varepsilon_x = \{1,2,3,4,5,6\}$, ou bien le nombre de lancers nécessaires pour obtenir un 6, avec $\varepsilon_x = \{1,2,3,\dots\}$, ensemble infini.

1.8.2.2. Différentes lois de distributions :

Cette section définit les distributions de probabilités les plus, généralement, utilisées pour la modélisation et la simulation des systèmes de production, [Bra 87]

1. Loi de distribution de Gauss

La loi de Gauss (aussi appelée normale) est une fonction de densité de probabilité très importante à cause du théorème central limite présenté dans le paragraphe suivant. L'équation de cette fonction $f(x)$ est :

$$f_x(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

Où $x \in \mathbb{R}$, μ représente la valeur moyenne et σ représente l'écart type. La figure (1.9) représente cette fonction de densité de probabilité $f(x)$.

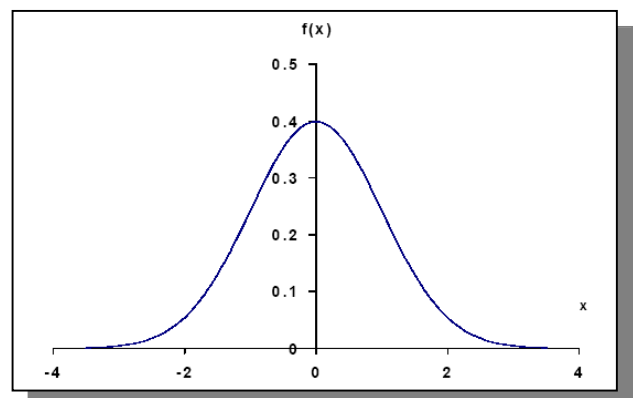


Figure1.10. Représentation de la fonction de densité de probabilité relative à une loi de distribution gaussienne avec $\mu=0$ et $\sigma=1$

2. Théorème central limite

Le théorème central limite indique que la somme à l'infini de variables aléatoires indépendantes, de même loi, moyenne et variance (finie), est une variable aléatoire qui suit une loi de Gauss. Si X_n sont des variables aléatoires de variance σ^2 , de moyenne μ , et :

$$Y_n = \frac{\sum_{i=1}^N X_i - N\mu}{\sigma\sqrt{N}}$$

Alors $\lim_{N \rightarrow \infty} Y_n$ suit une loi de Gauss.

Ce théorème peut être vérifié expérimentalement. La convergence est rapide, et le nombre N de variables nécessaire pour avoir une distribution quasiment gaussienne est très faible. Ce théorème est d'ailleurs à l'origine de l'algorithme de génération de valeurs de distribution gaussienne. De plus, il permet de valider l'hypothèse souvent émise sur le caractère gaussien des phénomènes aléatoires étudiés.

3. Loi uniforme

X est une variable aléatoire de loi uniforme sur un intervalle $[a, b]$ si sa fonction de densité est constante sur cet intervalle :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{si } a \leq x \leq b \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

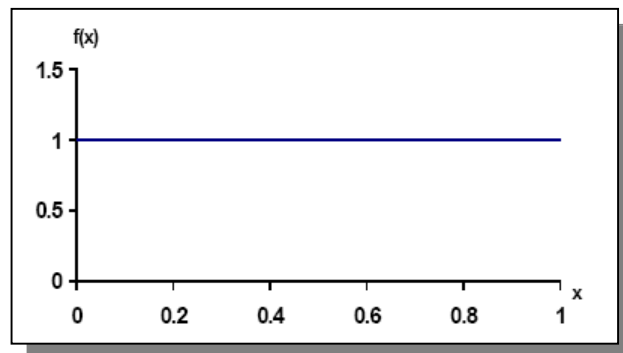


Figure1.11. Représentation de la fonction de densité de probabilité relative à une loi de distribution uniforme. Unif(0,1)

4. Loi exponentielle :

X est une variable aléatoire de loi exponentielle de paramètre λ (nombre réel > 0) si sa densité est :

$$f(x) = \lambda e^{-\lambda x} \quad \text{si } x \geq 0, \quad \text{et } f(x) = 0 \quad \text{si } x < 0$$

Sa fonction de répartition est :

$$F(x) = 1 - e^{-\lambda x} \quad \text{si } x \geq 0, \quad \text{et } F(x) = 0 \quad \text{si } x < 0$$

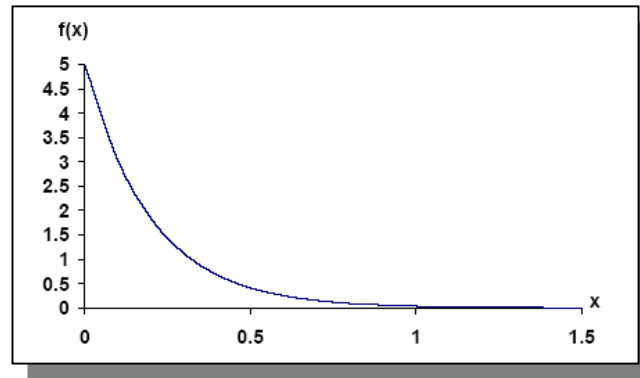


Figure 1.12. Représentation de la fonction de densité de probabilité relative à une loi de distribution exponentielle

5. Epreuve de Bernoulli

La variable aléatoire X prend la valeur 1 avec la probabilité p et prend la valeur 0 avec la probabilité $1-p$.

$$P(X = 0) = q \quad ; \quad P(X = 1) = p \quad \text{avec } q = 1-p$$

Exemple

Tirer à "pile ou face", tester une pièce dans la production d'une machine (pièce défectueuse ou pas),

6. Loi binomiale

On effectue n épreuves de Bernoulli indépendantes. La v.a. X compte le nombre de succès. Ainsi $p^{(k)}$ est la probabilité d'obtenir k succès en n tentatives.

$$p(X = k) = \binom{n}{k} p^k q^{n-k} \quad \text{avec } q = 1 - p$$

Exemples

nombre de "pile" obtenu en lançant 10 fois une pièce : $B(10 ; 0,5)$

nombre de pièces défectueuses trouvées parmi 100.

7. Loi géométrique

C'est la loi du nombre X d'épreuves indépendantes à réaliser pour voir apparaître pour la première fois un événement de probabilité p :

$$P(X = k) = p(1 - p)^{k-1} \quad , \quad k \in \{1, 2, 3, \dots\}$$

Exemple

Nombre de lancers d'un dé jusqu'à obtention de "6"

Nombre de pièces à tester pour trouver la première défectueuse

Nombre de tentatives pour avoir le 1er succès, etc...

8. Loi de Poisson

La loi de Poisson est parfois appelée loi des évènements rares car c'est la limite de la loi binomiale $B(n;p)$ lorsque le nombre n d'épreuves tend vers l'infini, que la probabilité p de succès au cours d'une épreuve tend vers zéro et que le produit np tend vers une constante λ . Citons comme exemple possible d'application:

- Loi du nombre de suicides par an dans un pays donné
- Loi du nombre d'appels téléphoniques pendant un temps donné
- Loi du nombre de pièces défectueuses dans une livraison importante, la production étant de bonne qualité etc.

La loi est construite à partir du développement de Taylor $\exp(\lambda) = 1 + \lambda + \lambda^2/2! + \dots$

$$P(X = k) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^k}{k!} \quad \text{pour } k = 0, 1, 2, \dots$$

1.9. Conclusion

Ce chapitre nous a permis de faire un aperçu très rapide sur la gestion des systèmes de production, Plus particulièrement la partie décisionnelle.

Nous avons présenté Les problèmes à résoudre dans la gestion de production notamment La complexité et L'incertitude liée aux problèmes de production. Dans le cadre de la résolution de ces problèmes, les modèles par quantités sont généralement utilisés pour la prise de décision. On parle de modèles mathématiques déterministes pour la planification à moyen terme ou de modèles de lot-sizing.

Il n'est pas question de réaliser un panorama exhaustif de tous les modèles mathématiques de lot-sizing et des méthodes de prévision mais de donner un aperçu des différents types de modèles et de méthodes.

Le chapitre suivant nous permettra d'approfondir l'un des modèles de lot-sizing, c'est le modèle du Camelot classique qui est la base de notre modèle étudié.

Chapitre 2

Le Modèle du Camelot Classique « The newsvendor model »

Si un homme commence par des certitudes, il terminera dans le doute; mais s'il se contente de commencer par des doutes, il terminera dans les certitudes.

Francis Baco

2.1. Introduction

Lorsque la demande de certains articles subit l'effet de variations aléatoires, il est nécessaire de mettre en place des mécanismes de gestion permettant de se prémunir contre les effets négatifs liés à d'éventuelles pénuries. Un plan de fabrication doit donc réagir aux données courantes de production, de stockage et de demande. Mais les décisions qu'il génère doivent aussi prendre en compte l'évolution future du système en intégrant les données fondamentales de toute prédiction : le prévisible et l'aléatoire. Une prévision au plus juste des entrées et des états futurs du système de production est déterminante pour l'optimisation du plan.

Parmi les mécanismes les plus utilisés dans ces conditions on trouve le modèle du camelot. Dans ce chapitre, nous commençons par une présentation des différents coûts liés aux divers modèles de stocks, après, nous traitons des concepts de base du problème du camelot classique, des hypothèses et de notations du problème, de la formulation du modèle mathématique ainsi que des propriétés de la solution optimale.

2.2. Coûts liés aux différents modèles de stocks [Bag 96] [Pie 01][Grd 88]

Un **stock** est constitué pour satisfaire une demande future. En cas de demande aléatoire, il peut y avoir non coïncidence entre la demande et le stock. Deux cas sont évidemment possibles :

- Une demande supérieure au stock : on parle alors de rupture de stock;
- Une demande inférieure au stock : on aura alors un stock résiduel.

Le critère de gestion généralement retenu en gestion des stocks est celui de la minimisation des coûts. Nous noterons cette fonction par la lettre C , suivie, entre parenthèses, de la ou des variables de commande du système. Par exemple, si la variable de commande est la quantité commandée, nous noterons l'objectif $C(Q)$. Ces variables de commandes déterminent en général trois variables d'état du système :

I_s : **la rupture moyenne**, c'est-à-dire le nombre moyen de demandes non satisfaites au cours d'une période, auquel est associé un *coût unitaire de rupture*, noté ici c_r ;

I_o : **le stock moyen possédé** au cours d'une période, auquel est associé un *coût unitaire de possession*, c_o ;

I_c : **le nombre moyen de commandes** passées au cours d'une période, auquel est associé un *coût unitaire de commande*, c_c .

La fonction de coût s'écrit donc en général comme une fonction de ces trois variables d'état :

$$C = c_s I_s + c_o I_o + c_c I_c.$$

Pour arriver à la bonne gestion des stocks, la majorité des modèles de stocks sont établies avec la supposition que l'objectif est de réduire au minimum le total de ces trois catégories de coûts. Nous allons examiner un peu plus en détails chacun des trois coûts partiels.

2.2.1. Coût de commande

Il faut ici distinguer le cas d'une *demande interne* et celui d'une *demande externe* :

- En **cas de stock de fabrication**, le coût de commande est le *coût de lancement de la production*. Il s'agit du réglage des machines, etc . . . Normalement, ce coût est indépendant de la quantité fabriquée.
- En **cas de stock d'approvisionnement**, le coût de commande est le *coût administratif* de gestion de la commande : établissement d'un bordereau, contrôle de livraison, liquidation comptable, . . . Normalement, ce coût est également indépendant de la quantité commandée.

2.2.2. Coût de possession « *overage cost* » .

Le coût de possession, appelé également le coût de maintien, c'est le coût par unité demeurant en stock à la fin de la période; En d'autres termes, c'est la somme des coûts directs associés à maintenir des articles en stock. On inclut dans ces coûts, entre autres: le loyer de l'argent, le personnel et les ressources associées au maintien de stock, les assurances, les pertes, vols, bris, désuétude, etc. Les coûts sont normalement évalués linéairement et imputés par item, par période de maintien en stock.

Les **coûts de possession** comprennent :

1. les *coûts de détention* d'un article en stock durant une certaine période en fonction des conditions financières d'acquisition et des éventuelles conditions de reprise.
2. les *coûts de stockage* qui sont les dépenses de logistique et de conservation du stock.

Comme signalé plus haut, en présence d'une demande aléatoire, il peut y avoir non coïncidence du stock et de la demande, et donc une rupture ou un stock résiduel. Les conséquences de ce stock résiduel seront bien différentes selon que l'on se trouve dans :

(Le cas du stock à rotation nulle, c'est-à-dire lorsque le stock résiduel est sans utilité pour l'entreprise. Ceci se présente notamment :

- en cas d'obsolescence technique ou commerciale : par exemple, les vêtements de modes, . . .
- en cas où la consommation a un délai maximum : par exemple, les primeurs, les journaux, . . .

Dans ce cas, le **coût de possession** d'un article se calcule comme *le coût d'acquisition d'un article moins la valeur de récupération (solde)*.

Prenons un exemple. Un quotidien acheté 12 DA par le libraire et dont l'inventu est repris 7 DA par le grossiste : le coût de possession est de $12 - 7 = 5$ DA.

➤ Le **cas du stock à rotation non nulle**, c'est-à-dire lorsque l'inventu peut être vendu à une période ultérieure. Dans ce cas, le **coût de possession** lié à l'immobilisation du capital. En gelant la somme d'argent correspondant au coût d'achat de l'article inventu, la société se prive du revenu d'un placement financier qu'elle aurait pu réaliser. Ce coût est appelé *coût d'opportunité*. Le **taux d'opportunité** est la rentabilité du meilleur investissement que l'entreprise aurait pu faire.

2.2.3. Coût de rupture : « *shortage cost* »

C'est le coût par unité pour une demande insatisfaite, ce qu'on appelle aussi **le coût de pénurie**. Il est engendré par le fait que, à un moment donné, le stock étant épuisé, il n'est plus possible de satisfaire la demande. En fait il paraît nécessaire de préciser cette notion de rupture de stock.

La rupture se présente lorsque la demande excède le stock constitué au cours de la période. Les conséquences de cette rupture sont différentes selon que la **demande est interne ou externe**.

En cas de **demande externe**, la demande non satisfaite peut être perdue (on parle de *ventes manquées*) ou reportée (on parle de *ventes différées*) :

- Dans le cas de *ventes manquées*, le **coût de rupture** est le manque à gagner de la non fourniture d'une unité, généralement la marge bénéficiaire sur cet article.

- En cas de *ventes différés*, le **coût de rupture** n'inclut pas la marge car la vente sera réalisée plus tard. Ce coût de rupture est le coût administratif d'ouverture d'un dossier et éventuellement un coût commercial (on fait une ristourne pour ne pas perdre le client).

En cas de **demande interne**, on ne parle plus de *stock de distribution* mais bien de *stock de fabrication*. Dans ce cas, la rupture entraîne un chômage technique des postes en aval. Le **coût de rupture** correspond au coût financier du chômage technique.

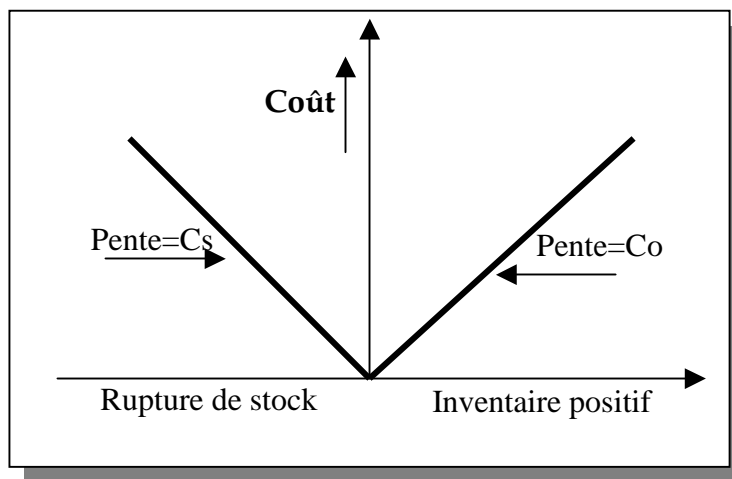


Figure 2.1. Coût de rupture et coût de possession

2.3. Le contrôle des stocks :

La nature du problème de stocks consiste en général à placer et recevoir des commandes avec des tailles données dans des intervalles bien précis. De ce point de vue, les politiques de la gestion des stocks répondent aux deux questions suivantes :[Ham 03]

1. Combien faut il commander ?
2. Quand faut il passer la commande ?

Pour répondre à ces deux questions il faut réduire au minimum le modèle de coût suivant :

Coût total des stocks	=	Coût D'achat ou de fabrication	+	Coût de commande	+	Coût de possession	+	Coût de rupture
-----------------------	---	--------------------------------	---	------------------	---	--------------------	---	-----------------

Tous ces coûts doivent être exprimés en termes de quantité de commande économique désirée (combien faut il commander?) et le temps entre les commandes (quand faut il passer la commande?).

Dans ce chapitre nous allons étudier le modèle du camelot pour répondre à la première question, nous nous intéressons pas à la deuxième car le modèle est défini dans un cadre de *période de révision calendaire* (voire section 2.4) donc les commandes doit être présentes au début de chaque période.

2.4. Les produits périssables

Définition :

Les produits périssables sont tout service ou produit dont la valeur tombe à zéro après un certain temps. Tout siège d'avion ou toute chambre d'hôtel non occupée ont une valeur résiduelle nulle : On parle alors de stocks "à rotation nulle", en d'autre terme, on se trouve dans le cas d'un **stock à rotation nulle** lorsqu'il n'y a pas de report possible des invendus aux périodes suivantes.

Dans la suite de ce chapitre, On va déterminer le *niveau du stock initial* Q , qui est donc la variable de commande. En effet, la *période de révision calendaire*, c'est-à-dire l'intervalle entre deux approvisionnements, noté T est généralement fixée par la nature de l'approvisionnement. Par exemple, le libraire commande des journaux chaque jour, ces derniers représentent un bon exemple également de produits périssables. Un pâtissier met en fabrication des gâteaux chaque jour, la période T est souvent un nombre fixé de jours, de semaines, voire de mois.

2.5. Le modèle du camelot classique

2.5.1. Présentation du modèle

Dans le cadre d'une structure verticale composée d'un client et d'un fournisseur ou d'un client et d'une entreprise de fabrication, une part substantielle de la littérature OR/MS⁽¹⁾ s'appuie sur un modèle classique de gestion des stocks dans un contexte de demande aléatoire, le modèle du camelot classique (le MCC) (également connu sous le nom de « *newsboy model* »).

Ce modèle permet de calculer la quantité optimale de commande qu'un client doit adresser à un fournisseur afin de maximiser son espérance mathématique de profit, en effet, minimiser son espérance mathématique du coût total espéré notée ici $C(Q)$. La séquence est la suivante : le client commande une quantité Q sur la base d'une estimation *existante* de la demande ou bien sur l'historique de la demande du marché final X , le fournisseur lui livre cette quantité et la demande est révélée.

On peut représenter le système par la structure suivante :

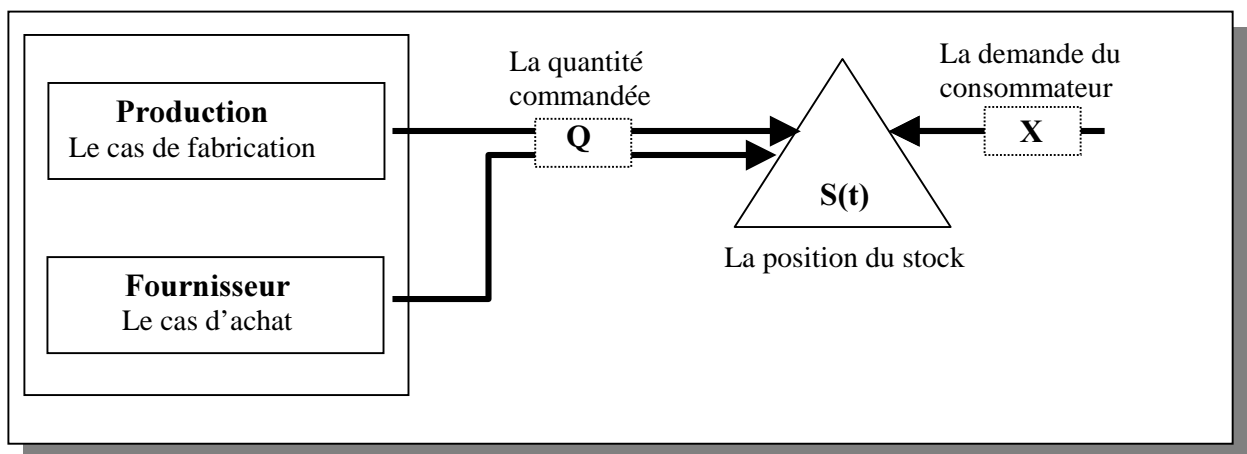


Figure 2.2. Description du Système.

L'évolution du stock se présente alors comme indiqué à la figure 2.3 :

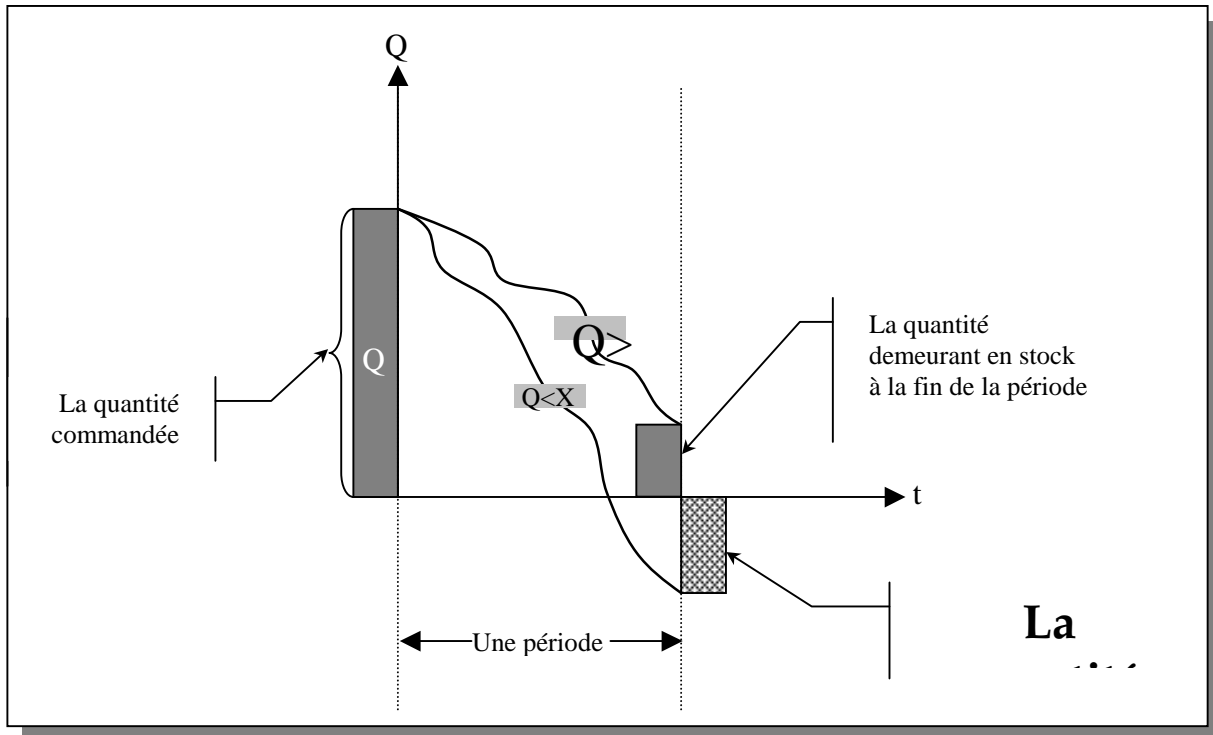


Figure 2.3. Le niveau du stock pendant une période

La demande est supposée aléatoire, de densité $f(x)$. Chaque unité de bien commandé permet la commercialisation d'une unité de produit fini, le fournisseur étant supposé pouvoir fournir tout volume commandé par le client. Le modèle de base fait, en effet, l'hypothèse que le fournisseur n'est pas limité par sa capacité de production et peut donc honorer la totalité de la commande du client. Par ailleurs, il n'est pas non plus contraint par d'éventuels aléas de production qui pourraient également limiter son offre et l'empêcher de fournir la totalité des volumes commandés. Le prix d'achat unitaire du client (p_a) ainsi que le prix de vente unitaire sur le marché final (p_v) sont tous deux fixés de façon exogène (le modèle classique du marchand de journaux ne les considère pas en effet comme des variables de décision pour les opérateurs). L'échange se déroule sur une seule période, les stocks restant en fin de période ou les commandes non satisfaites étant supposées perdues. Le client doit donc, dans ce cadre d'hypothèse, définir la quantité optimale à commander Q .

2.5.1.1. Littérature

Le problème du camelot a une histoire très riche qui a été tracée par l'économiste Edgeworth (1888)[Edg 88], ce dernier a appliqué le modèle du camelot à un problème de marge brut d'autofinancement de banque. Cependant, ce problème n'est devenu une matière d'étude sérieuse par des chercheurs qu'après les années 50.

Le modèle du camelot est certainement parmi les modèles les plus importants dans la gestion des opérations. Il est appliqué dans une grande variété des secteurs: gestion des stocks centralisée et décentralisée de chaîne d'approvisionnements (par exemple, Shang et Song 2003[Sha 03], Cachon 2003 [Cac03]), planification et classification au détail (par exemple, van Ryzin et Mahajan, 1999)[Ryz99], opérations internationales (Kouvelis et Gutierrez 1994)[Kou94], etc...

Un certain nombre de papiers récents ont prolongé notre compréhension du modèle du camelot en l'enrichissant le long d'une ou plusieurs dimensions.

Whitin (1955) [Whi 55] était le premier qui a formulé un modèle du camelot avec la prise en compte de la variation des prix. Dans son modèle, le prix de vente et la quantité stockée sont fixés simultanément. Whitin a adapté son modèle pour qu'il puisse introduire une distribution de probabilité de la demande qui dépend du prix de vente d'unité, Mills (1959,1962) [Mil 59] a raffiné la formulation en indiquant explicitement une demande moyenne en fonction du prix de vente. Gollier et Schlesinger (1995) [Gol 95] introduisent les risques dans les contraintes de leur modèle, van Mieghem et Rudi (2001) [Van 01] considèrent l'application du modèle du camelot dans un réseau avec des produits multiples et des périodes de temps multiples. Lippman et McCardle (1995) [Lip95] étudient des modèles du camelot dans le cadre de la concurrence. Petruzzi, Dada (1999) [Pet 99] et Agrawal, Seshadri (2000) [Agr 00] ont étudié un modèle qui choisit une quantité et un prix, mais dans les deux cas le décideur choisit le prix régulier de la saison, pas le prix de dégagement, ils supposent une valeur de récupération fixe pour les stocks restant à la fin de la saison. Dans Carr et Lovejoy (2000) [Car 00] le MCC prend également des décisions multiples, mais leur modèle choisit les clients à servir (chacun avec sa propre distribution de demande). Dans Dana et Petruzzi (2001) [Dan01] la demande dépend de la quantité de fourniture : plus de stocks mène à un meilleur taux de suffisance qui augmente la demande. Par conséquent, leur modèle, à une interdépendance entre les paramètres d'entrée (la distribution prévue de demande) et l'action (quantité).

2.5.1.2. Exemples

Parmi les exemples les plus connus :

- Un marchand de journaux (news vendor) : combien de journaux va-t-il commander ?
- Fabricant de vêtement : Quelle quantité devrait être produite avant la saison de vente ?
- Directeur de supermarché : combien de produits frais à stocker ?
- Banque de sang : combien d'inventaire de sang à conserver, comment répartir entre les hôpitaux ?
- etc...

2.5.1.3. Hypothèses

Les hypothèses de travail suivantes ont été considérées pour la simplification ainsi que l'élaboration d'un modèle mathématique.

- Aucuns remplissages pendant la saison (l'achat ou la production à l'avance est exigé).
- Les prévisions de la demande ont une considérable incertitude.
- Les produits perdent leur valeur de manière significative après la fin de la saison (des produits périssables).
- Saison courte de vente.
- L'échange se déroule sur une seule période.
- Le prix d'achat ainsi que le prix de vente sont tous les deux fixés de façon exogène.
- Un stock initial nul.

2.5.1.4. Notation

Dans tout ce qui suit, on adoptera la notation suivante :

- Q : variable de décision indiquant la quantité qui devra être commandée en début de cycle.
- Y : le rendement (une variable aléatoire)
- X : la demande (une variable aléatoire)
- p_a : prix d'achat unitaire (de fournisseur) ou de fabrication.
- p_v : prix au détail ($p_v > p_a$).
- v_r : valeur de récupération ($v_r < p_a$).
- C_o : le coût de possession ($C_o = p_a - v_r$)
- C_s : le coût de rupture ($C_s = p_v - p_a$)
- $f(x)$: fonction de densité associée à la demande
- $F(x)$: fonction de distribution associée à la demande
- $g_Q(y)$: fonction de densité associée au rendement
- $G_Q(y)$: fonction de distribution associée au rendement
- K : le coût de commande

2.5.2. Formulation mathématique

2.5.2.1. Le coût total espéré

Ce que le détaillant (ou le fabricant) va gagner (variable aléatoire) :

Si $Q < X$, revenu = $(p_v - p_a) Q$

Si $Q > X$, revenu = $(p_v - p_a) X + (v_r - p_a) (Q - X)$

Soient les fonctions suivantes :

$$(Q-X)^+ = \text{Max} \{Q-X, 0\} = \begin{cases} Q-X & \text{si } Q \geq X \\ 0 & \text{si } Q \leq X \end{cases}$$

$$(X-Q)^+ = \text{Max} \{X-Q, 0\} = \begin{cases} X-Q & \text{si } X \geq Q \\ 0 & \text{si } X \leq Q \end{cases}$$

Le revenu en fonction de Q et le suivant :

$$G(Q,X) = p_v \min(Q,X) + v_r (Q-X)^+ - p_a Q$$

Donc :

$$E[G(Q,X)] = E[p_v \min(Q, X) + v_r (Q-X)^+ - p_a Q]$$

Si on remplace Q et $\min(Q,X)$ par leurs valeurs minimales :

$$\min(Q,X) = X - (X-Q)^+ \quad \text{et} \quad Q = X - (X-Q)^+ + (Q-X)^+$$

Nous obtenons la relation suivante :

$$E[G(Q,X)] = \underbrace{(p_v - p_a)E[X]}_{\text{Profit sûr}} - \underbrace{E[(p_v - p_a)(X-Q)^+ + (p_a - v_r)(Q - X)^+]}_{\text{Perte due à l'aspect aléatoire}} \quad (1)$$

$$\mathbf{E[C(Q,X)]}$$

Tel que $C(Q,X)$ est le coût imputable au nombre de produit en stock ou en rupture à la fin d'une période où Q produit avait été commandés et où X fut la demande réelle. Ce système de production limite ainsi au maximum les coûts liés aux éventuels surstocks ou ruptures de fin de période, créés

par le décalage entre la commande Q et la réalisation de la demande. Le premier terme dans l'expression $E[C(Q,X)]$ prend en compte les situations dans lesquelles la demande est plus forte que la quantité initialement commandée (ce qui se traduit par des ruptures (voir section 2.2.3)). Tandis que le second terme prend en compte les cas où la demande X est inférieure à la commande, Q (ce qui génère donc des surstocks (voir section 2.2.3)).

Alors la fonction de coût espéré sera:

$$C(Q) = E[C(Q,X)] = E[c_s(X-Q)^+ + c_o(Q-X)^+] \quad (2)$$

2.5.2.2. La quantité optimale à commander

Dans cette section, nous allons étudier la relation (2) afin de déterminer la valeur de Q qui minimise le coût totale espérée $C(Q)$.

Nous employons $F(x)$ qui dénoter la distribution cumulative (cdf) de X , et on va séparer le problème en deux cas selon la nature de la demande X , elle est soit une variable aléatoire continue ou discrète.

2.5.2.2.1. Cas d'une loi de demande Continue

La demande X est une variable aléatoire possédant une fonction de densité de probabilité (pdf) $f(x)$ et une fonction de distribution cumulative (cdf) $F(x)$ tel que, $F(x) = P(X \leq x) = \int f(x)dx$. Nous supposons que $f(x)$ est continu dans l'intervalle $[0, \infty)$ dans les calculs suivant :

La valeur espérée de $C(Q)$ est donc :

$$C(Q) = E(C(Q, X)) = \int_{x=0}^Q c_o(Q-x) f(x) dx + \int_{x=Q}^{\infty} c_s(x-Q) f(x) dx \quad (3)$$

Dans la suite nous dénotons la quantité à commander pour laquelle (3) est minimum par Q^* .

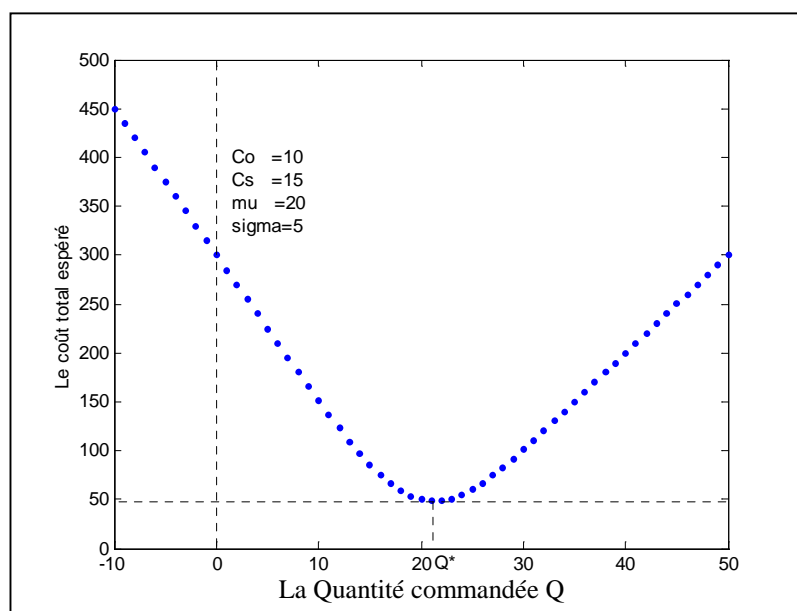


Figure 2.4. La Fonction de coût espéré pour un modèle classique de camelot

Nous savons que les points extrêmes d'une équation différentielle $t(x)$ peut être obtenu en résolvant l'équation $d(t(x))/dx = 0$.

Ici nous considérons un cas plus complexe, quand la fonction est une intégrale. Les résultats de l'analyse réelle montre que si nous avons une fonction:

$T(y) = \int_{g(y)}^{h(y)} t(x,y) dx$, alors ses valeurs extrêmes peuvent être trouvées en utilisant la règle de

Leibniz [Nah 97] :

$$\frac{d}{dy} T(y) = \frac{d}{dy} \int_{g(y)}^{h(y)} t(x,y) dx = 0 = \int_{g(y)}^{h(y)} \frac{\partial t(x,y)}{\partial y} dx + t(h(y),y) \frac{dh(y)}{dy} - t(g(y),y) \frac{dg(y)}{dy} \quad (4)$$

Dans le cas de ce modèle, nous voulions trouver le minimum de la fonction $C(Q)$ (3) donc,

-Dans le premier terme :

$$y \rightarrow Q,$$

$$g(y) = 0$$

$$h(y) \rightarrow Q,$$

$$\text{et } t(x, y) \rightarrow t(x, Q) = c_0(Q-x)f(x).$$

Si nous remplaçons ces termes dans la dérivé précédente, nous obtenons:

$$\begin{aligned} \int_0^Q \frac{\partial c_0(Q-x)f(x)}{\partial Q} dx + t(Q,Q) \frac{dQ}{dQ} &= \int_0^Q \frac{\partial c_0(Q-x)f(x)}{\partial Q} dx \\ &= \int_0^Q \frac{\partial c_0(Q-x)f(x)}{\partial Q} dx \\ &= \int_0^Q c_0 f(x) dx \end{aligned}$$

-L'analyse pour le deuxième terme est semblable, dans ce cas,

$$y \rightarrow Q,$$

$$g(y) = Q,$$

$$h(y) \rightarrow 0,$$

$$\text{et } t(x, y) \rightarrow t(x, Q) = c_s(x-Q)f(x).$$

En suivant les mêmes étapes, la dérivé est: $\int_Q^\infty -c_s f(x) dx$

Par conséquent le coût attendu est minimum quand:

$$\frac{d[c(Q)]}{dQ} = c_0 \underbrace{\int_0^Q f(x) dx}_{F(Q)} - c_s \underbrace{\int_Q^\infty f(x) dx}_{(1 - F(Q))} = 0 \quad (5)$$

Puisque $f(x)$ est la fonction de densité de probabilité, l'intégrale dans le premier terme est juste la fonction de probabilité cumulative, il représente la probabilité que la demande est Q ou plus peu. Nous dénotons ceci par $F(Q)$.

De la même façon, l'intégrale dans le deuxième terme dénote la probabilité que la demande est plus grande que Q qui est $(1 - F(Q))$ comme le total de ces deux probabilités doit être égale à 1 ; Par conséquent :

$$c_0 F(Q^*) - c_s (1 - F(Q^*)) = 0 \Rightarrow c_0 F(Q^*) = c_s (1 - F(Q^*))$$

$$\Rightarrow (c_0 + c_s) F(Q^*) = c_s$$

$$\Rightarrow F(Q^*) = \frac{C_s}{C_s + C_o} \quad (6)$$

Nous nous référons au côté droit de la dernière équation comme rapport critique, parce que C_o et C_s sont des nombres positifs, ce rapport critique est strictement entre zéro et un. Ceci implique que pour une distribution continue de la demande cette équation est toujours solvable.

Comme $F(Q^*)$ est défini comme la probabilité que la demande n'excède pas Q^* , le rapport critique est la probabilité de satisfaire toute la demande pendant la période si Q^* unités sont achetées ou produites au début de cette période.

-Exemple Numérique

Un libraire s'approvisionne quotidiennement en magazines auprès d'une maison d'édition. Il paie 25 DA pour chaque exemplaire du magazine, et le revend pour 75 DA. Les invendus lui sont repris à 10 DA par l'éditeur. On suppose que la demande quotidienne suit approximativement une loi normale de moyenne $\mu = 11.3$ et d'écart type $\sigma = 4.74$. Combien de magazines le libraire doit-il commander chaque jour afin de maximiser son bénéfice espéré ?

Prix à l'achat : 25 DA

Prix de vente : 75 DA

Prix de rachat: 10 DA

Coût de rupture $C_s = P_v - P_a = 75 - 25 = 50$ DA

Coût de possession $C_o = P_a - V_r = 25 - 10 = 15$ DA

$$F(Q^*) = \frac{C_s}{C_s + C_o} = \frac{50}{50 + 15} = 0.77$$

Comme on ne dispose que de la table de la normale réduite, il faut réduire la variable aléatoire X en lui retranchant sa moyenne et en la divisant par son écart type. Nous obtenons:

$$F(Q^*) = \Phi\left(\frac{Q^* - \mu}{\sigma}\right) = \frac{C_s}{C_s + C_o}$$

$$\frac{Q^* - \mu}{\sigma} = z \text{ d'où } \Phi(z) = \frac{C_s}{C_o + C_s} = 0.77$$

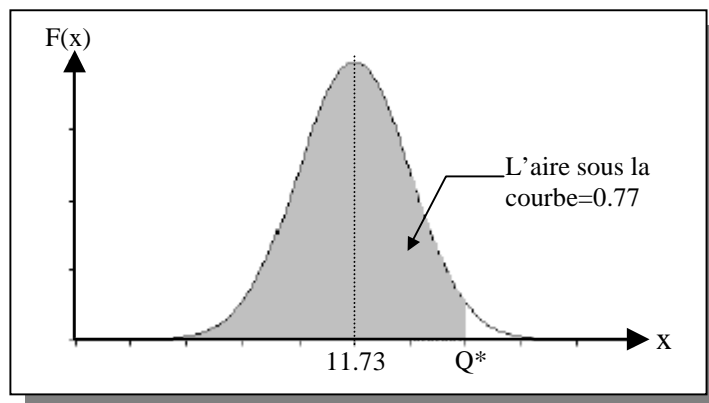


Figure 2.5 Interprétation géométrique de la solution optimale ainsi que le rapport critique $C_s / (C_s + C_o)$ qui représente l'aire située sous la courbe de la loi normale de moyenne $\mu = 11.73$ et d'écart type $\sigma = 4.74$.

Par lecture dans la table de la normale réduite (Annexe A), on détermine :

$$z = \frac{Q^* - 11.73}{4.74} = 0.74$$

D'où finalement : $Q^* = 15.24 \approx 15$

L'approvisionnement périodique optimal est donc de $Q^* = 15$.

- Interface graphique

Afin d'éviter l'utilisation des tables présentées dans l'annexe A et de prévenir les calculs fastidieux, il s'est avéré nécessaire de disposer d'une interface graphique reproduisant le plus fidèlement possible la quantité optimale de commande.

Celle-ci a été développée en langage Matlab, dans l'environnement Windows XP. Des efforts tout particuliers ont porté sur la réalisation d'une interface simple et conviviale, tant du point de vue de la présentation graphique des différentes lois de probabilités et des résultats que de celui des possibilités de programmation par l'utilisateur d'une situation particulière.

La figure suivante présente une copie d'écran de notre interface graphique :

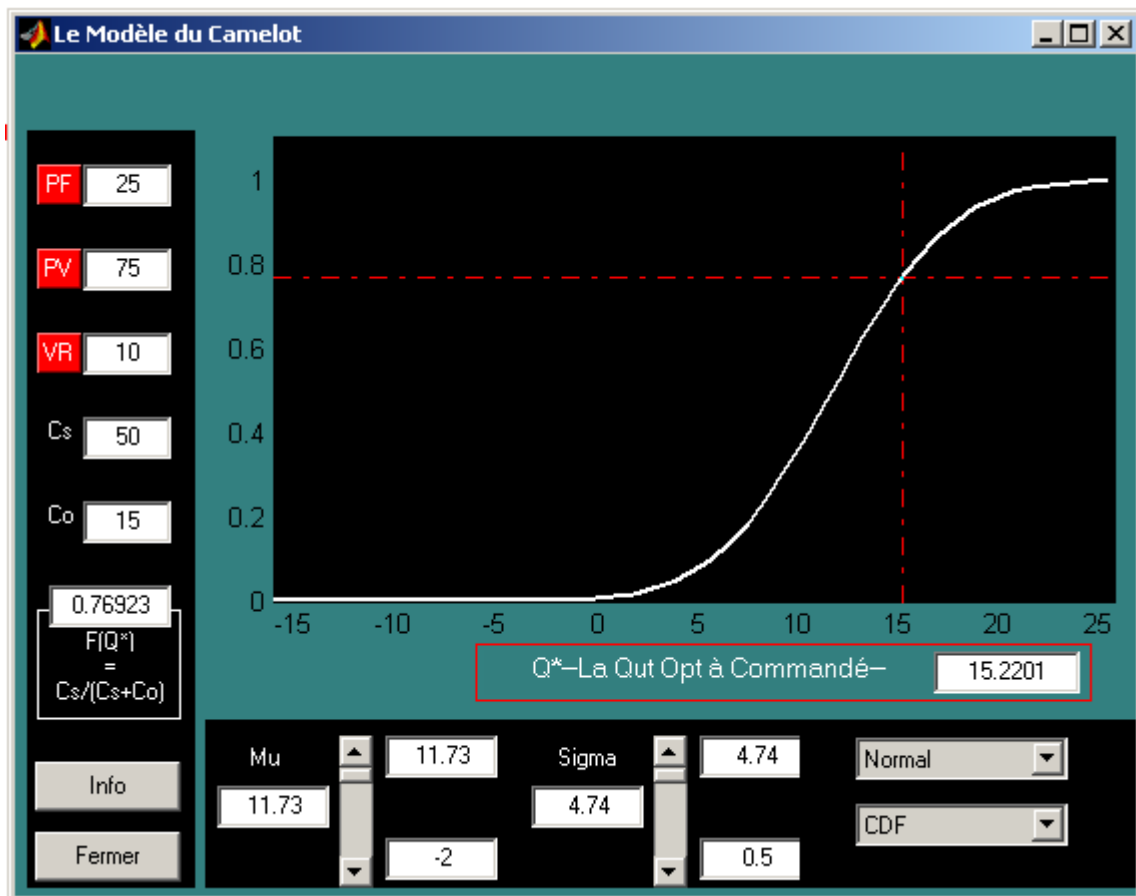


Figure 2.6. Capture d'écran de l'interface graphique qui présente l'exemple numérique de la section (2.5.2.2.1), On suppose que la demande quotidienne suit une loi normale de moyenne $\mu = 11.3$ et d'écart type $\sigma = 4.74$.

2.5.2.2.2-Cas d'une loi de demande Discrète

Dans le cas d'une loi de demande Discrète nous allons illustrer les choses sur l'exemple du pâtissier tiré de Giard [Grd 88] qui est un exemple où la demande suit une loi de probabilité discrète. Supposons un *coût de fabrication* de 25 € l'unité et un *prix de vente* de 60 € l'unité. Supposons que la vente quotidienne de ce gâteau soit de 2,5 en moyenne et supposons que la demande, que nous noterons X , suive une loi de Poisson.

x	0	1	2	3	4
P(X=x)	0.0821	0.2052	0.2565	0.2138	0.1336
x	5	6	7	8	9
P(X=x)	0.0668	0.0278	0.0099	0.0031	0.0009

Tableau 2.1: Distribution de la loi de Poisson

Le tableau 2.1 reprend la distribution de probabilité du nombre X de clients par jour pour ce produit. Dans ce tableau x indique une valeur possible de la demande et $P(X = x)$ indique la probabilité d'occurrence de cette valeur. Ainsi on a 8,21% de chances d'observer aucun client un jour donné. Les invendus de la journée sont donnés.

La **question** que se pose le pâtissier est la suivante : combien mettre de gâteaux en fabrication chaque jour pour maximiser son bénéfice ?

Le coût de possession, C_o , lié à l'invendu en fin de journée est 25 €, c'est-à-dire le coût de production. Tandis que le coût de rupture, C_r , lié à une vente manquée est égal à la marge, c'est-à-dire : $60 € - 25 € = 35 €$. On doit déterminer Q , le stock initial, de manière à minimiser :

$$C(Q) = c_o I_o(Q) + c_r I_r(Q) \\ = 25I_o(Q) + 35I_r(Q)$$

Avec $I_o(Q)$, le stock moyen résiduel en fin de journée et $I_r(Q)$, nombre moyen de ruptures sur la journée.

Avant de voir comment déterminer, en général, le stock initial Q^* qui minimise le coût moyen $C(Q)$, voyons sur l'exemple comment on peut calculer numériquement ce minimum.

Nous allons d'abord calculer $I_r(Q)$, le nombre moyen de ruptures. Au tableau 2.2, on calcule explicitement le nombre de ruptures en fonction du stock initial (Q) et de la demande observée (x) : bien évidemment, ce nombre de ruptures est la partie positive de $(x - Q)$. Pour calculer le nombre moyen de ruptures, il suffit, pour chaque valeur de Q de faire la moyenne pondérée de ce nombre par la probabilité d'observer x . Ceci est fait en dernière ligne du tableau 2.2.

Calcul du nombre de ruptures (x-Q)							
x	P(X=x)	Q=1	Q=2	Q=3	Q=4	Q=5	Q=6
0	0,0821	0	0	0	0	0	0
1	0,2052	0	0	0	0	0	0
2	0,2565	1	0	0	0	0	0
3	0,2138	2	1	0	0	0	0
4	0,1336	3	2	1	0	0	0
5	0,0668	4	3	2	1	0	0
6	0,0278	5	4	3	2	1	0
7	0,0099	6	5	4	3	2	1
8	0,0031	7	6	5	4	3	2
9	0,0009	8	7	6	5	4	3
	$I_s(Q)$	1.579	0.867	0.411	0.169	0.061	0.019

Tableau 2.2: Calcul du nombre moyen de ruptures

Nous allons ensuite calculer $I_o(Q)$, le stock moyen possédé. Au tableau 2.3, on calcule explicitement le stock possédé en fonction du stock initial (Q) et de la demande observée (x) : bien évidemment, ce stock final possédé est la partie positive de (Q - x). Pour calculer le stock moyen possédé, il suffit, pour chaque valeur de Q de faire la moyenne pondérée de ce nombre par la probabilité d'observer x. Ceci est fait en dernière ligne du tableau 2.3.

Enfin, nous calculons le coût moyen de possession du stock en appliquant la formule suivante :

$$C(Q) = 35I_r(Q) + 25I_o(Q)$$

Ceci est fait au tableau 2.4. On constate (voir figure 2.7) que le coût minimum est obtenu pour

$$Q^* = 3.$$

Calcul du stock résiduel (Q-x)							
x	P(X=x)	Q=1	Q=2	Q=3	Q=4	Q=5	Q=6
0	0,0821	1	2	3	4	5	6
1	0,2052	0	1	2	3	4	5
2	0,2565	0	0	1	2	3	4
3	0,2138	0	0	0	1	2	3
4	0,1336	0	0	0	0	1	2
5	0,0668	0	0	0	0	0	1
6	0,0278	0	0	0	0	0	0
7	0,0099	0	0	0	0	0	0
8	0,0031	0	0	0	0	0	0
9	0,0009	0	0	0	0	0	0
	$I_o(Q)$	0.0821	0.3694	0.9132	1.6708	2.562	3.52

Tableau 2.3: Calcul du stock moyen possédé

Calcul du coût du stock						
Q	1	2	3	4	5	6
C(Q)	57.33	39.58	37.22	47.69	66.17	88.66

Tableau 2.4: Calcul du coût moyen de possession du stock

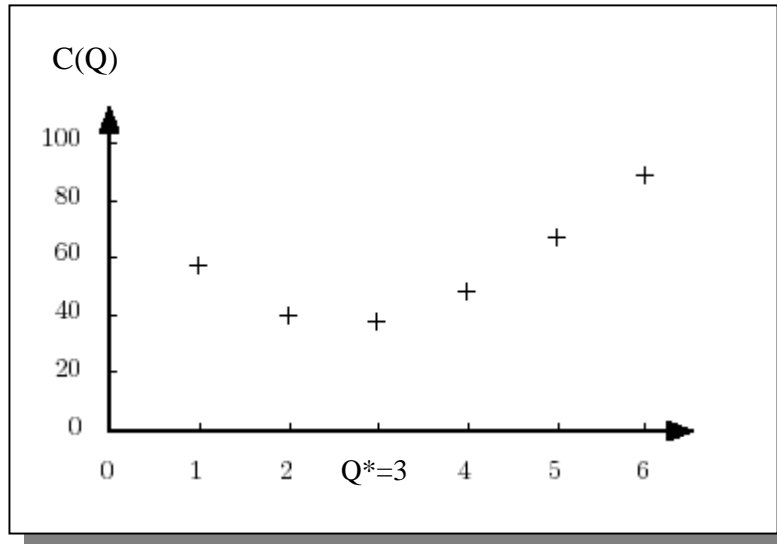


Figure 2.7: Evolution du coût total

En cas de coût convexe (on peut vérifier que le coût est bien une fonction convexe de Q), le stock optimal Q^* est celui pour lequel le coût de gestion $C(Q^*)$ vérifie la condition que :

$$\begin{cases} C(Q^*) < C(Q^* + 1) \\ C(Q^*) < C(Q^* - 1) \end{cases}$$

ou encore

$$\begin{cases} C(Q^* + 1) - C(Q^*) > 0 \\ C(Q^*) - C(Q^* - 1) < 0 \end{cases} \quad (7)$$

Remarquez que les conditions (7) sont l'équivalent pour une fonction continue de dire que la dérivée première doit être négative avant Q^* et positive après Q^* . On va donc étudier l'évolution de la différence de coût de stocks successifs :

$$C(Q + 1) - C(Q)$$

L'étude de $C(Q + 1) - C(Q)$ passe par celle de $I_s(Q + 1) - I_s(Q)$, car, comme nous allons le voir, on peut exprimer cette variation de coût en fonction de la seule variation de rupture moyenne. On va donc étudier $I_s(Q + 1) - I_s(Q)$. Calculons, par exemple, la rupture moyenne $I_s(Q = 4)$ associée au stock initial $Q = 4$. On doit donc calculer l'espérance mathématique de $Q - 4$ pour des valeurs de Q supérieures à 4 :

$$I_s(Q=4) = \sum_{x=5}^{\infty} (x-4)P(X=x)$$

Calculons, de même, la rupture moyenne $I_s(Q = 5)$ associée au stock initial $Q = 5$:

$$I_s(Q=5) = \sum_{x=6}^{\infty} (x-5)P(X=x)$$

En général :

$$I_s(Q) = \sum_{x=Q+1}^{\infty} (x-Q)P(X=x)$$

Intéressons nous maintenant à la différence de ces ruptures moyennes pour deux stocks initiaux consécutifs :

$$\begin{aligned} I_s(Q=4) - I_s(Q=5) &= \sum_{x=5}^{\infty} (x-4)P(X=x) - \sum_{x=6}^{\infty} (x-5)P(X=x) \\ &= \sum_{x=5}^{\infty} (x-4)P(X=x) - \sum_{x=5}^{\infty} (x-5)P(X=x) \\ &= \sum_{x=5}^{\infty} 1 \cdot P(X=x) \\ &= P(X > 4) \end{aligned}$$

On en conclut que *la diminution de rupture moyenne $I_s(Q)$ occasionnée par une augmentation d'une unité du stock à partir de Q est égale à la probabilité que la demande soit strictement supérieure ou égale au stock initial Q .*

Il est facile de montrer que ceci est vrai quelle que soit la forme la distribution de probabilité discrète :

$$I_s(Q + 1) - I_s(Q) = -P(X > Q) \quad (8)$$

Les tableaux de l'annexe A donne le calcul de $P(X > x)$ en fonction de λ , la valeur du paramètre de la loi de Poisson.

Comme annoncé plus haut, il est possible de ramener la fonction de coût comme une fonction de la seule variable d'état $I_s(Q)$. Pour cela, nous allons établir la relation entre $I_s(Q)$ et $I_o(Q)$.

Le stock moyen sur lequel porte le coût de possession est le stock moyen observé en fin de période qui correspond donc à l'inventu. On observera un stock résiduel si la demande observée x est inférieure à Q , le stock initial. Son niveau moyen est calculé par l'espérance mathématique suivante :

$$\begin{aligned} I_o(Q) &= \sum_{x=0}^{Q-1} (Q-x)P(X=x) = \sum_{x=0}^Q (Q-x)P(X=x) \\ &= \sum_{x=0}^{\infty} (Q-x)P(X=x) - \sum_{x=Q+1}^{\infty} (Q-x)P(X=x) \\ &= Q \sum_{x=0}^{\infty} P(X=x) - \sum_{x=0}^{\infty} xP(X=x) + \sum_{x=Q+1}^{\infty} (x-Q)P(X=x) \\ &= Q - \bar{X} + I_s(Q) \end{aligned}$$

Où \bar{X} note la moyenne de la demande X . D'où la relation entre I_o et I_s :

$$I_o(Q) = Q - \bar{X} + I_s(Q) \quad (9)$$

La relation (9) peut s'interpréter en disant que *le stock moyen résiduel $I_o(Q)$ est égal au stock de départ Q diminué de la demande moyenne satisfaite. $(\bar{X} - I_s(Q))$*

La conséquence de la relation (9) est que l'on peut exprimer le coût total $C(Q)$ en fonction du seul coût de rupture I_s :

$$C(Q) = c_s I_s + c_o I_o = c_s I_s + c_o (Q - \bar{X} + I_s(Q)) \quad (10)$$

D'où l'expression de $C(Q)$:

$$C(Q) = c_o (Q - \bar{X}) + (c_s + c_o) I_s(Q) \quad (11)$$

Revenons maintenant au problème de la **détermination de la solution optimale**, c'est-à-dire au stock initial Q^* qui minimise l'équation 11 :

$$\begin{aligned} C(Q+1) - C(Q) &= c_o (Q+1 - \bar{X}) + (c_s + c_o) I_s(Q+1) \\ &\quad - c_o (Q - \bar{X}) - (c_s + c_o) I_s(Q) \\ &= c_o + (c_s + c_o) (I_s(Q+1) - I_s(Q)) \end{aligned}$$

Compte tenu de la relation (8) :

$$C(Q+1) - C(Q) = c_o - (c_s + c_o) P(X > Q)$$

Les **conditions d'optimalité** (7) deviennent ici :

$$\begin{cases} c_o - (c_s + c_o) P(X > Q^*) > 0 \\ c_o - (c_s + c_o) P(X > Q^* - 1) < 0 \end{cases}$$

Ou encore Q^* est **optimale** si :

$$P(X > Q^*) < \frac{c_o}{c_o + c_s} < P(X > Q^* - 1)$$

De la même façon, et après quelques applications algébriques nous pouvons obtenir l'inégalité suivante :

$$P(X < Q^*) > \frac{c_s}{c_s + c_o} > P(X < Q^* - 1)$$

La procédure de trouver la quantité optimale pour le modèle du camelot quand la demande est supposée discrète est une généralisation normale du cas continu. Dans le cas continu, la solution optimal c'est la valeur de Q qui rend la fonction de distribution égale au rapport $C_s / (C_s + C_o)$. Dans le cas discret, la fonction de distribution effectue des variations par des sauts, donc, il est peu probable que n'importe laquelle de ses valeurs soit égale exactement au rapport critique. Ce dernier tombera généralement entre deux valeurs de $F(Q)$. Par conséquent, le procédé de la solution optimal doit localiser le rapport critique entre deux valeurs de $F(Q)$ et choisir le Q correspondant à la valeur la plus élevée .

Si nous prenons l'exemple précédant et en consultant le tableau donnant $P(X < Q)$ (Annexe A), on trouve :

$$cs/(cs+cp)=0.583 \text{ donc :}$$

$$P(X < 2) = 0,5438 \text{ et } P(X < 3) = 0,7576$$

D'où $Q^* = 3$

On en conclut qu'il est optimal de produire chaque matin 3 gâteaux.

On peut également utiliser l'interface graphique développée pour générer la quantité optimale, il suffit d'introduire les données et de changer la loi de distribution :

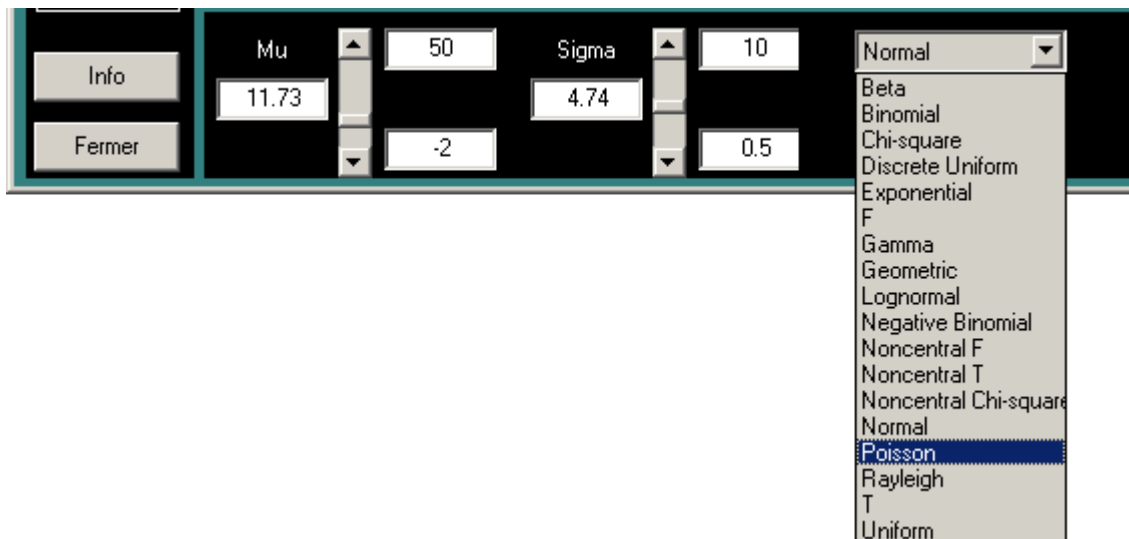


Figure 2.8. Capture d'écran présente le choix entre les différentes lois de probabilités

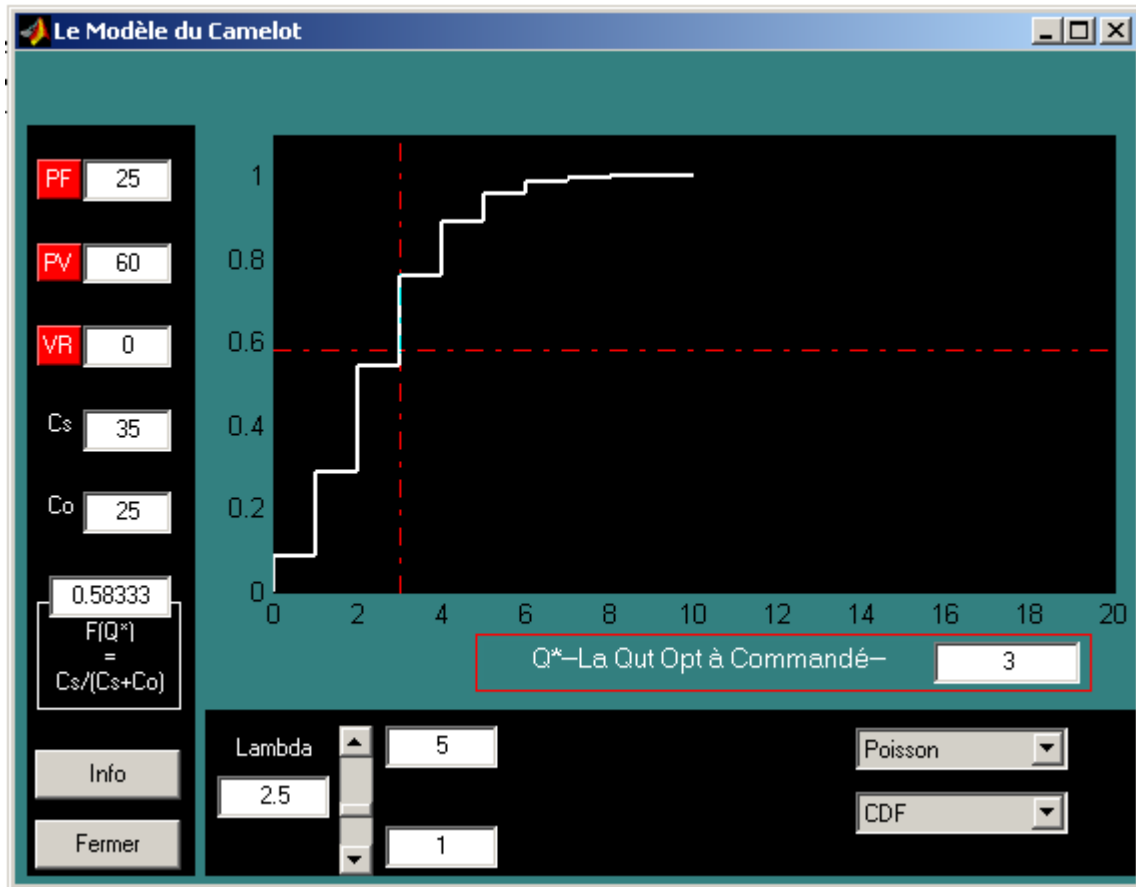


Figure 2.9. Capture d'écran de l'interface graphique utilisée pour le calcul de Q^* dans l'exemple numérique de la section (2.5.2.2.2). La demande suit une loi de poisson(2.5)

2.6. Le MCC avec un coût de commande : [Ham 03]

La différence entre ce modèle et le modèle précédent c'est l'introduction d'un coût de commande, noté K , à chaque fois qu'il y a un remplissage. En utilisant les mêmes notations comme ci-dessus, le coût total prévu pour chaque période est donné par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
 E(\bar{C}(Q, X)) &= K + E(C(Q, X)) \\
 &= K + c_o \int_{x=0}^Q (Q-x) f(x) dx + c_s \int_{x=Q}^{\infty} (x-Q) f(x) dx \quad (12)
 \end{aligned}$$

Puisque K est une constante, les fonctions $E(\bar{C}(Q, X))$ et $E(C(Q, X))$ ont la même solution optimale Q^* qui satisfasse la relation :

$$F(Q^*) = \frac{C_s}{C_s + C_o}$$

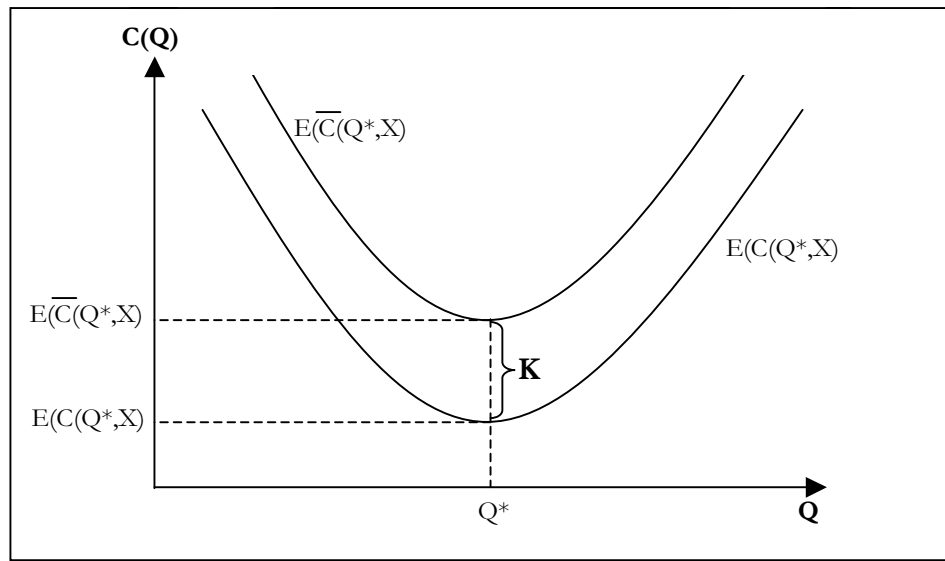


Figure 2.10. La politique de commande optimale dans le MCC avec un coût de commande

La figure 2.10 fait bien apparaître, que la prise en compte des coûts de commande dans le modèle du camelot n'affecte pas la solution optimale, c'est-à-dire la quantité qui doit être commandée.

2.7. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons décrit le modèle du camelot classique ainsi que les coûts associés à ce modèle. Nous avons présenté pour ce dernier la solution optimale qui minimise le coût total espéré dans les deux cas étudiés, le cas où la demande suit une loi de distribution continue ou dans le cas d'une loi de demande discrète. A la fin de ce chapitre nous avons discuté l'influence de l'introduction des coûts de commande sur la solution optimale.

Cette politique optimale est bien nécessaire dans la détermination des tailles des lots de commande ou bien de fabrication afin de maximiser le profit.

Au sein de la théorie du contrôle de gestion, le modèle du camelot classique occupe une place très importante. Néanmoins, plusieurs axes d'extension de ce modèle plus réaliste doivent être envisagés, chacun correspondant à la généralisation des hypothèses sur lesquelles se fonde le modèle du camelot classique.

Le chapitre suivant détaille l'extension du modèle classique vers un modèle du camelot à demande et rendements aléatoires.

Chapitre 3

Le modèle du camelot à demande et rendement aléatoire « The newsvendor model with random yield »

Ne prenez que ce qui vous plaît et laissez ce qui ne vous plaît pas ; choisissez vos propres conditions de lieu et de temps ; multipliez et divisez comme vous l'entendez ; et vous pourrez payer la dette Nationale dans la demi-heure. Les calculs ne sont que des recettes de cuisine.

3.1. Introduction

Le modèle du camelot (Le MC) est très utilisé dans les systèmes de production pour déterminer la quantité optimale de produits à fabriquer face à une demande aléatoire. De plus, Dans le domaine de la production industrielle, Beaucoup de processus et services modernes sont considérablement affectés par les rendements aléatoires (random yields), il y a toujours des produits défectueux. Le rendement en production est donc le nombre de bons produits par rapport à la quantité totale de produits. A priori, on ne sait pas combien de produit défectueux, un lot de produit va contenir. De ce fait, le rendement est en général aléatoire.

Par exemple, Les fabricants de semi-conducteur, ont souvent des rendements en dessous de 50 pour cent et les producteurs de plastique ont souvent un rendement variant autour de 75 pour cent (*Gilbert et Emmons [Gil 95]*, *Bohn et Terwiesch [Ter 99]*, *Grasman et al [Gra 01]*).

Pour faire face à cette incertitude, une extension du modèle du camelot classique vers un modèle du camelot à demande et rendement aléatoire s'avère nécessaire.

Bien que l'un des principaux objectifs de l'étude des systèmes de production soit la réduction des coûts, il reste toujours nécessaire de trouver une politique optimale qui minimise la totalité des coûts attendus. Dans ce chapitre, nous avons étudié le MC à demande et rendement aléatoire dans le but de déterminer une taille de lot de production optimale qui minimise le coût total espéré de chaque période.

Dans ce chapitre, nous présentons dans un premier temps, un état de l'art sous forme d'une comparaison entre différents travaux antérieurs. La deuxième section est consacrée à la présentation et description du modèle, à sa modélisation et formulation en modèle mathématique.

Ensuite, nous présentons les différentes techniques de résolution pratique que nous avons développé et qui ont fait l'objet d'une communication soumise à la conférence internationale sur l'ingénierie électronique ICEE'06 [*Gue 06*].

3.2. Extensions du modèle classique du camelot

Comme la durée de vie des produits continue leur tendance descendante, ceci donne de plus en plus de l'importance au modèle du camelot. De ce fait plusieurs extensions de ce problème ont été suggérées, la plupart de ces extensions ont été introduit ces dix dernières années.

On peut classer les différentes extensions du MCC dans 11 catégories [Kho 99] :

1. Extensions aux objectifs et fonctions d'utilité différentes
2. Extensions aux différentes politiques de pricing
3. Extensions aux différentes politiques des prix et structures.
4. Extensions aux rendements aléatoires.
5. Extensions aux différents états d'informations sur la demande.
6. Extensions à un système a contrainte multi-produit
7. Extensions à un système multi-produit avec la substitution.
8. Extensions à un système multi-échelon
9. Extensions aux modèles multi-endroit.
10. Extensions aux modèles avec plus d'une période à se préparer à la saison de vente.
11. autres extensions.

Dans notre travail, nous nous s'intéressons à l'extension aux rendements aléatoire ce qui nous mène à «Un modèle du camelot à demande et rendement aléatoire »

3.3. Etat de l'Art et Comparaison

La nécessité d'incorporer des variations de rendement aux modèles de décision de production a été identifiée par les ingénieurs industriels et les scientifiques de gestion depuis les années 50. Ce secteur a été témoin d'une explosion vigoureuse d'activité dans les années 80. Quelques résultats fondamentaux ont été obtenus et de nouveaux modèles, plus généraux, ont été formulés et analysés. Avant d'exposer le modèle et les différentes techniques de résolution proposées, nous commençons par présenter, dans cette section, des travaux développés pour traiter des problèmes identiques à ceux de notre modèle.

Auteur	L'objet du travail
Karlin [Kar 58]	<i>Karlin</i> a supposé que le nombre de bonnes unités dans un lot est une variable aléatoire avec une distribution de probabilité connue. <i>Karlin</i> a limité les décisions de commande à deux solutions : (a) ne passent pas de commande et (b) Commander à partir d'un choix du niveau qui ne tient pas compte de la taille de commande.
Shih [Shi 80]	<i>Shih</i> a supposé que les unités défectueuses sont invendables et sont retournées au fabricant à ses frais. Il a également supposé que le pourcentage de produits défectueux (p) est une variable aléatoire avec une distribution de probabilité connue. <i>Shih</i> a démontré la convexité de la fonction de coût total, après il a mis en œuvre les condition d'optimalité nécessaire sur la quantité de commande Q pour n'importe quelle distribution de demande et de rendement.

<p>Noori et Keller [Noo 86]</p>	<p><i>Noori et Keller</i> ont obtenu des résultats analytiques pour la quantité optimale Q^* dans le cas d'une demande distribuée uniformément et exponentiellement.</p>
<p>Ehrhardt et Taube [Her 87]</p>	<p><i>Ehrhardt et Taube</i> ont généralisé le modèle de <i>Shib</i> en traitant les formes générales de coût de possession et de rupture au lieu du cas linéaire et ils ont donné des conditions nécessaires d'optimalité. Pour une demande uniformément distribuée, <i>Ehrhardt et Taube</i> ont fourni une expression de Q^* avec une forme fermée. Ils ont fourni un heuristique quand le rendement suit une distribution bêta et la demande suit une distribution binomiale négative.</p>
<p>Gerchak et al. [Ger 88]</p>	<p><i>Gerchak et al</i> ont également traité le rendement aléatoire et ils ont supposé qu'il y a un certain stock initial I. En outre, <i>Gerchak et al</i> ont permis au coût d'être proportionnel à Q. Ils ont prouvé que la fonction de profit espérée est une fonction concave dans I et Q et qu'il y a un niveau critique I de tel sorte qu'en dessous de ce niveau aucune commande ne sera placée sous un rendement parfait; ce niveau est identique dans le cas d'un rendement aléatoire. <i>Gerchak et al</i> ont également montré que contrairement à un rendement parfait, la politique optimale avec un rendement aléatoire n'est pas de type 'order-up-to'</p>
<p><i>Henig et Gerchak</i> [Hen 90]</p>	<p><i>Henig et Gerchak</i> n'ont pas supposé que le rendement constitue une fraction appropriée de Q qui rend le modèle applicable aux situations où le niveau d'entrée initiale et le rendement ne sont pas mesurés dans les mêmes unités. Dans une partie de leur analyse, <i>Henig et Gerchak</i> n'ont fait aucune supposition au sujet de la dépendance du rendement à la quantité de commande Q. Dans une autre partie, ils ont supposé que le rendement est multiplicatif.</p> <p>Ils ont supposé que les coûts de production dépendent du rendement réalisé et ils ont pu généraliser leurs résultats où les coûts de production dépendent de Q et du rendement réalisé. <i>Henig et Gerchak</i> ont supposé un stock commençant de I et ils ont analysé le point critique de commande I sous un rendement certain et aléatoire.</p> <p><i>Henig et Gerchak</i> ont prouvé que pour un I donné, s'il n'est pas optimal de commander quand le rendement est sûr, il n'est pas également optimal de commander quand le rendement est aléatoire.</p>
<p><i>Parlar et Wang</i> [Par 93]</p>	<p><i>Parlar et Wang</i> ont analysé un MCC dans lequel un marchand de journaux emploie deux fournisseurs, chacun ayant un rendement aléatoire. <i>Parlar et Wang</i> ont supposé que les fournisseurs ont un rendement avec différentes lois de distributions et de prix et ils ont employé la supposition que le rendement est stochastiquement proportionnel. La diversification peut encore être utile car elle peut réduire la variabilité globale du rendement. <i>Parlar et Wang</i> ont prouvé la concavité de la fonction de profit pour une forme de distribution générale de la demande et ils ont proposé une technique approximative de solution pour trouver $Q^* i$, $i = 1, 2$.</p>

<p>Ciarallo et al [Cia 94]</p>	<p><i>Ciarallo et al</i> ont analysé un MCC dans lequel l'incertitude est un résultat de la capacité aléatoire plutôt que du rendement. Ils ont supposé que puisque le temps de panne est incertain, la capacité productive est une variable aléatoire avec une distribution connue. <i>Ciarallo et al</i> ont montré que sous un coût de rupture et de possession linéaire, la fonction de coût prévue est non convexe mais <i>unimodal</i> ce qui permet à des procédures de convexités classiques d'être employées pour l'optimisation. <i>Ciarallo et al</i> ont prouvé que la politique optimale dans ce cas-ci est identique au modèle classique du camelot</p>
<p><i>Jain et Silver</i> [Jai 95]</p>	<p><i>Jain et Silver</i> ont également supposé que la demande et la capacité des fournisseurs sont des variables aléatoires avec des distributions de probabilité connues. Ils ont supposé qu'un marchand de journaux peut assurer la disponibilité d'un niveau indiqué de capacité en payant au fournisseur une prime en avant. Le marchand de journaux n'a pas l'obligation de commander la quantité qui correspond à l'utilisation complète de la capacité réservée. <i>Jain et Silver</i> ont supposé que le coût pour réserver une capacité est une fonction convexe et monotoniquement croissante. Ils ont dérivé la fonction de profit espérée qui peut avoir plusieurs maximums locaux en fonction de la capacité réservée. <i>Jain et Silver</i> ont développé un algorithme de résolution pour une distribution normale de la demande et de la capacité.</p>
<p>Yano et Lee [Yan 95]</p>	<p><i>Yano et Lee</i> ont présenté un résumé complet des articles sur la détermination de la taille des lots de production avec un rendement aléatoire.</p>
<p>Grasman et al [Gra 02]</p>	<p><i>Grasman et al</i> ont présenté une forme plus générale du modèle du camelot à demande et rendement aléatoire, y compris la dérivation de la quantité optimale de commande. Ils ont montré la convergence vers le modèle du camelot classique dans le cas où le rendement est parfait.</p>

3.4. Le Rendement

3.4.1. Notions De Rendement

Le rendement peut être évalué à différents stades de la fabrication d'un produit. Il peut être estimé au niveau du projet : les résultats sont-ils à la hauteur de l'investissement ? Au niveau de la fabrication, ce sera le nombre d'éléments fonctionnant parmi ceux fabriqués (rendement de fabrication), ou bien au niveau d'une commande où les quantités livrées par le fournisseur ne correspondent pas aux quantités commandées. Les sources de ce décalage entre « commandée » et « livrée » peuvent provenir de plusieurs sources, à savoir : Des erreurs administratives ou des fraudes lors de la passation de la commande, des erreurs humaines de comptage lors de la préparation de la commande, des vols durant le transport ou encore la présence de produits défectueux parmi les quantités livrées. Beaucoup de travaux dans la littérature ont considéré cette problématique connue aussi sous l'appellation « Random Yield » [Yan 95] [Hen 90]. Dans notre travail, nous nous intéressons au rendement de fabrication et de commande.

Nous dénotons par Y le rendement (de bonnes unités) résultant d'un lot de taille Q et par $g_Q(y)$ la fonction de densité de probabilité correspondante, c'est-à-dire $g_Q(Y) = P(Y = y)$, $0 \leq Y \leq Q$.

L'aspect le plus important des modèles de production avec un rendement aléatoire est la distribution du rendement. Il est important de noter que le taux de rendement peut être indépendant de la quantité de production, cependant, le nombre de produits défectueux (ou du rendement réel) dépend presque certainement de la quantité de production.

3.4.2. Rendement Déterministe :

On dit qu'un rendement est déterministe si une fraction connue de la quantité de production est défectueuse. *Heyman* et *Sobel* [Hey] ont prouvé que des problèmes avec un rendement déterministe peuvent être modélisé en tant qu'un système avec un rendement parfait.

3.4.3. Rendement multiplicatif :

Le taux de rendement d'un processus est la fraction des produits lancés dans un processus de fabrication et émergeant en tant que produits réalisés et vendables. Le rendement d'un processus est le taux de rendement multiplié par la taille du lot Q ,

Si p représente le pourcentage de pièces défectueuses dans un lot de production de taille Q . Ainsi, $Y = (1-p)Q$ où p suit une distribution aléatoire donnée.

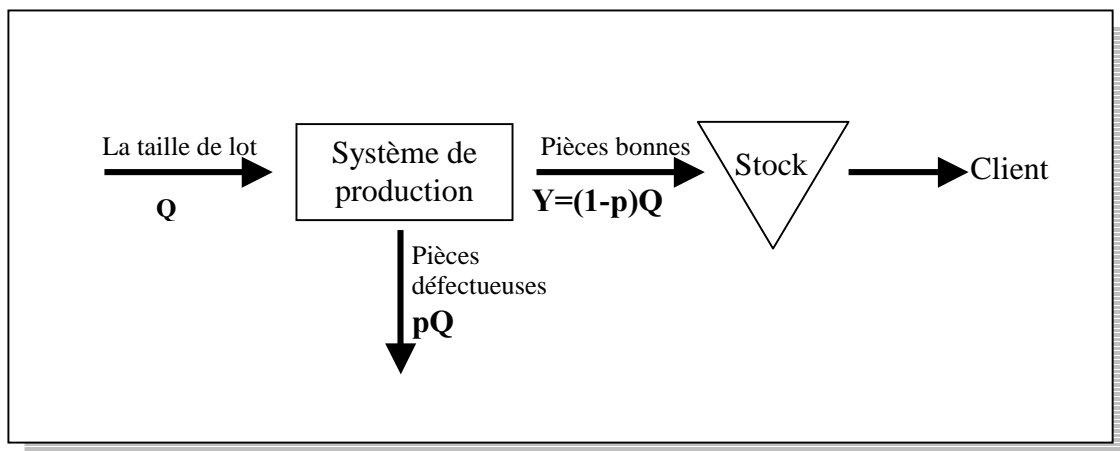


Figure 3.1. Présentation du rendement multiplicatif

3.5. Présentation et description du modèle [Gue 05]

Le chapitre précédent présentait le cas du modèle mono-période avec un rendement parfait. L'analyse est continuée dans ce chapitre pour le cas du rendement aléatoire avec la prise en compte des même notations et hypothèses sauf que la quantité commandée ou produite est imparfaite et contient des articles défectueux. Nous pouvons schématiser l'évolution du niveau du stock au cours d'une période par la figure (3.2).

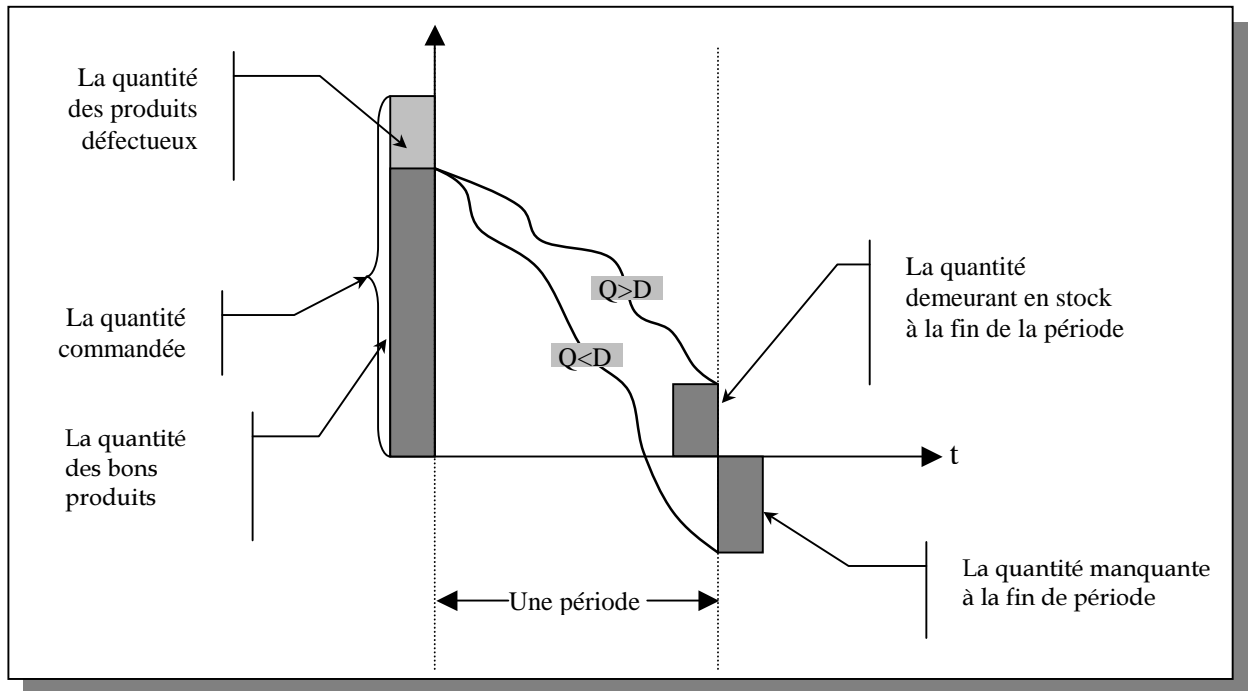


Figure 3.2. Le niveau du stock pendant une période

Afin de satisfaire la demande, une quantité Q est commandée au fournisseur ou bien fabriquer par un système de production. La quantité reçue dans le stock n'est pas égale à la quantité commandée. Nous supposons qu'il y a une différence entre la quantité commandée au fournisseur et la quantité reçue, i.e. le fournisseur n'est pas fiable donc il y a toujours des articles défectueux.

Les clients passent leurs commandes pour une période donnée. En fonction du carnet de commande ainsi établi et éventuellement complété par des prévisions de ventes, nous cherchons à déterminer la production à réaliser par les différentes lignes de production sur un horizon donné. La demande doit être satisfaite et sa saisonnalité impose une anticipation et un stockage des produits.

La figure (3.3) nous donne une représentation et une modélisation du système globale dans le quel le modèle du camelot à demande et rendement aléatoire doit être nécessaire pour la détermination d'une quantité optimale de commande.

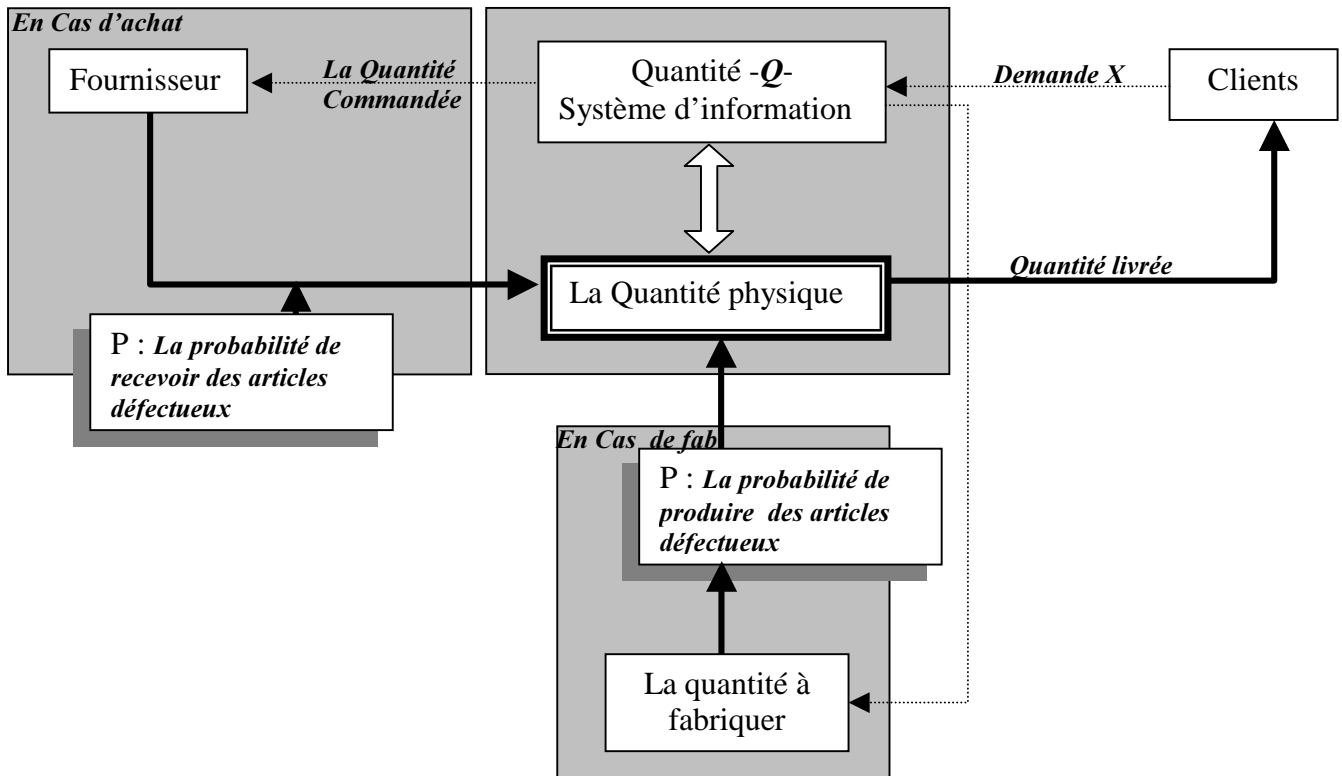


Figure3.3. Description du Système

3.6. Modélisation et formulation du problème global

Dans cette partie, nous exposons une formulation mathématique de la problématique qui permet une meilleure compréhension du problème et de ses contraintes.

Nous avons étudié l'apport de ce problème dans le contexte d'un système de gestion de stock en mono période où la demande est aléatoire et où les quantités livrées par le fournisseur ne correspondent pas aux quantités commandées.

Afin d'illustrer cette discussion, considérons le modèle suivant, qui fournit une généralisation stochastique assez complexe du modèle du camelot classique:

3.6.1. Formulation en modèles mathématiques [Gra 02]

La **construction d'un modèle** est, en général, une opération en trois étapes :

1. **le choix des variables de décisions,**
2. **l'expression de l'objectif** en fonction de ces variables,
3. **l'expression des contraintes** en fonction de ces variables.

La première étape consiste donc à définir les **variables de décision**.

Définition : On appelle **variable de décision** toute quantité utile à la résolution du problème dont le modèle détermine la valeur. Ici, il s'agit de la taille des lots de commande Q .

La deuxième étape consiste en la **formulation de l'objectif**.

Définition : *L'objectif est la quantité que l'on veut minimiser ou maximiser.* Ici, il s'agit de minimiser le coût total espéré qui est l'ensemble des coûts (coût de rupture, coût de possession coût de commande...), ce qui peut être modélisé par la fonction (3.1).

La troisième étape consiste en la **formulation des contraintes**.

Définition : Les **contraintes** sont toutes les relations entre les variables qui limitent les valeurs possibles que peuvent prendre ces variables.

Pour développer l'équation du coût total espéré de ce système, on peut distinguer les trois cas suivants [Shi 80]:

- (i) $X \leq Q$ et $Y \leq X$
- (ii) $X \geq Q$
- (iii) $X \leq Q$ et $Y \geq X$

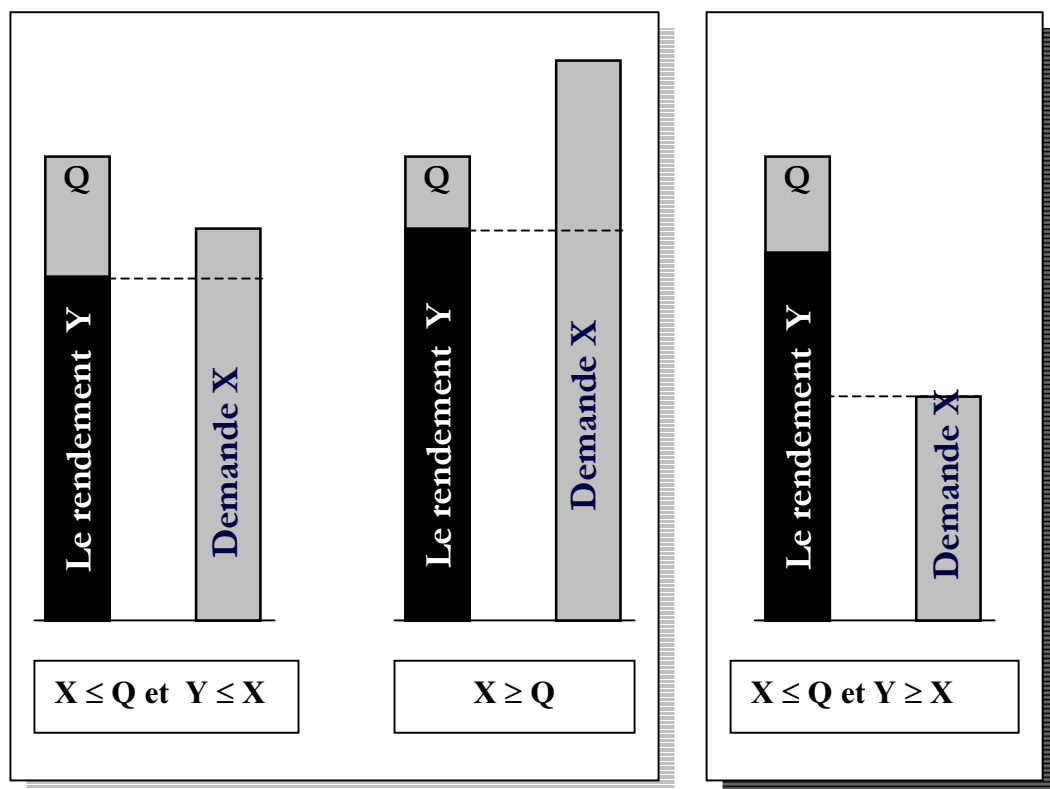


Figure3.4. présentation des trois cas possibles

- (i) $X \leq Q$ et $Y \leq X$
- (ii) $X \geq Q$
- (iii) $X \leq Q$ et $Y \geq X$

Il convient de noter que les deux premiers cas provoquent des ruptures de stock tandis que le troisième cas produit des stocks excessifs.

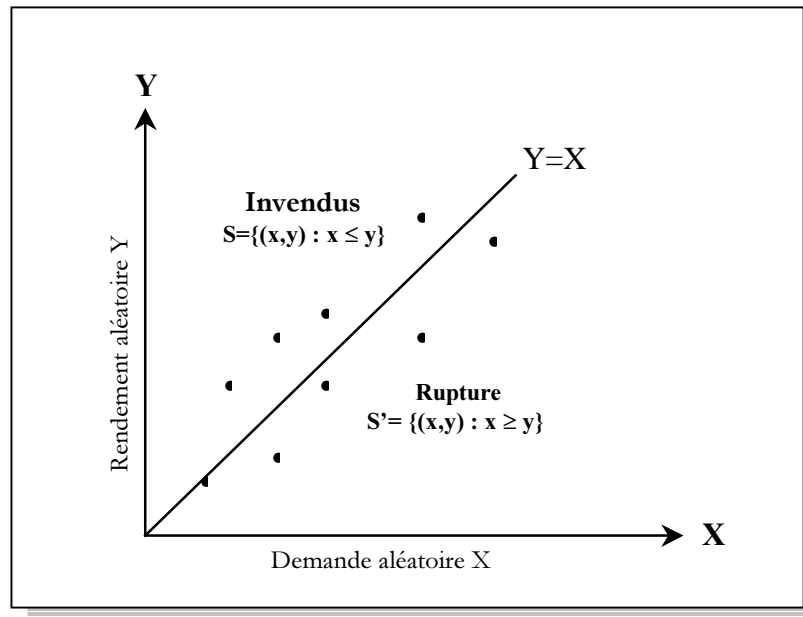


Figure 3.5. Présentation du domaine des invendus et de rupture

$S = \{(x,y) : x \leq y\} \Rightarrow$ des unités demeurent en stock à la fin de la période

$S' = \{(x,y) : x \geq y\} \Rightarrow$ Une demande insatisfaite; une rupture est survenue

a- Cas des invendus

θ = Les unités invendues à la fin de la période

$$= \text{Max}\{y-x, 0\}$$

$$= \begin{cases} y-x & \text{Si } x \leq y \\ \emptyset & \text{Si } x \geq y \end{cases}$$

$$E[\theta] = E[\theta | x \leq y] + E[\theta | x \geq y]$$

$$= \iint_S (y-x) f(x) g_Q(y) dx dy$$

$$= \int_{y=0}^Q \int_{x=0}^y (y-x) f(x) g_Q(y) dx dy$$

b- Cas de la rupture

U = Les unités manquantes

$$= \text{Max}\{x-y, 0\}$$

$$= \begin{cases} x-y & \text{Si } x \geq y \\ \emptyset & \text{Si } x \leq y \end{cases}$$

$$\begin{aligned} E[U] &= E[U | x \leq y] + E[U | x \geq y] \\ &= \iint (x - y) f(x) g_Q(y) dx dy \\ &= \int_{y=0}^Q \int_{x=y}^{\infty} (x - y) f(x) g_Q(y) dx dy \end{aligned}$$

3.6.2. Le coût total et la quantité optimale de commande

$$C(Q) = C_0 E[\theta] + C_S E[U]$$

$$\begin{aligned} C(Q) &= C_0 \int_{y=0}^Q \int_{x=0}^y (y - x) f(x) g_Q(y) dx dy + C_S \int_{y=0}^Q \int_{x=y}^{\infty} (x - y) f(x) g_Q(y) dx dy \\ C(Q) &= \int_{y=0}^Q g_Q(y) \left[C_0 \int_{x=0}^y (y - x) f(x) dx + C_S \int_{x=y}^{\infty} (x - y) f(x) dx \right] dy \quad (3.1) \end{aligned}$$

La dérivée première de l'équation (3.1) par rapport à Q nous donne :

$$\frac{d}{dQ} C(Q) = \int_{y=0}^Q \frac{d}{dQ} g_Q(y) L(y) dy + g_Q(Q) L(Q) , \text{ tel que} \quad (3.2)$$

$$L(y) = C_0 \int_{x=0}^y (y - x) f(x) dx + C_S \int_{x=y}^{\infty} (x - y) f(x) dx$$

Enfinement, puisque $\int_{y=0}^Q g_Q(y) dy = 1 \Rightarrow \int_{y=0}^Q \frac{d}{dQ} g_Q(y) dy + g_Q(Q) = 0$,

$$\text{Donc } \frac{d}{dQ} C(Q) = \int_{y=0}^Q \frac{d}{dQ} g_Q(y) [L(y) - L(Q)] dy. \quad (3.3)$$

Nous pouvons trouver une expression pour la quantité optimale de commande en plaçant l'équation (3.3) égale à zéro et la résoudre par rapport à Q^* ; L'équation pour Q^* est comme suite :

$$\begin{aligned} \int_{y=0}^{Q^*} \frac{d}{dQ} g_{Q^*}(y) \left[C_0 \int_{x=0}^y (y - x) f(x) dx + C_S \int_{x=y}^{\infty} (x - y) f(x) dx \right. \\ \left. - C_0 \int_{x=0}^{Q^*} (Q^* - x) f(x) dx + C_S \int_{x=Q^*}^{\infty} (x - Q^*) f(x) dx \right] dy = 0 \quad (3.4) \end{aligned}$$

Le réarrangement de l'équation (3.4) nous donne :

$$(C_o + C_s) \int_{y=0}^{Q^*} \frac{d}{dQ} g_{Q^*}(y) \int_{x=y}^{Q^*} (x-y) f(x) dx dy - \int_{y=0}^{Q^*} (Q^* - y) \frac{d}{dQ} g_{Q^*}(y) dy \left((C_o + C_s) \int_{y=0}^{Q^*} f(x) dx - C_s \right) = 0$$

(3.5)

3.6.3. Solution du problème avec un rendement multiplicatif

La section précédente présentait des résultats pour des distributions générales de rendement aléatoires. Pour démontrer l'applicabilité, l'analyse est continuée dans cette section pour le cas du rendement aléatoire multiplicatif, qui est généralement trouvé dans la littérature et dans la pratique.

Si nous remplaçons Y par ça valeur $Y=(1-p)Q$ dans l'équation (3.1) nous trouvons :

$$C(Q) = \int_{p=0}^1 Q g_Q((1-p)Q) \left[C_o \int_{x=0}^{(1-p)Q} [(1-p)Q - x] f(x) dx + C_s \int_{x=(1-p)Q}^{\infty} [x - (1-p)Q] f(x) dx \right] dp \quad (3.6)$$

Notons que $Q g_Q((1-p)Q) = \pi_Q(Q)$. Parce que $Y=(1-P)Q$ et nous avons :

$$P(Y \leq y) = P(P \geq 1 - y/Q) = \int_{1-y/Q}^1 \pi_Q(\alpha) d\alpha = \int_1^y \frac{1}{Q} \pi_Q(1 - \beta/Q) d\beta$$

donc :

$$g_Q(y) = \frac{1}{Q} \pi_Q(1 - \frac{y}{Q}) \Rightarrow Q g_Q((1-p)Q) = \pi_Q(p)$$

Finalement, l'expression du coût total espéré est donnée par :

$$C(Q) = \int_{p=0}^1 \pi_Q(p) \left[C_o \int_{x=0}^{(1-p)Q} [(1-p)Q - x] f(x) dx + C_s \int_{x=(1-p)Q}^{\infty} [x - (1-p)Q] f(x) dx \right] dp \quad (3.7)$$

3.6.4. Expression de la quantité optimale :

L'équation (3.7) nous donne :

$$\frac{d}{dQ} C(Q) = R(Q) + S(Q), \text{ tel que :}$$

$$R(Q) = \int_{p=0}^1 \frac{d}{dQ} \pi_Q(p) \left[C_O \int_{x=0}^{(1-p)Q} [(1-p)Q - x] f(x) dx + C_S \int_{x=(1-p)Q}^{\infty} [x - (1-p)Q] f(x) dx \right] dp$$

et

$$S(Q) = \int_{p=0}^1 \pi_Q(p) \left[C_O \int_{x=0}^{(1-p)Q} (1-p) f(x) dx - C_S \int_{x=(1-p)Q}^{\infty} (1-p) f(x) dx \right] dp$$

Plaçant $\frac{d}{dQ} C(Q^*) = 0$ mène à l'équation (3.8) à partir de laquelle la quantité de commande optimale Q^* peut être déterminée.

$$R(Q^*) + S(Q^*) = 0 \quad (3.8)$$

3.7. Complexité de la résolution analytique du problème

Afin de trouver une solution générale qui présente la quantité optimale Q^* à partir des deux équations (3.5) ou (3.8), il apparaît très difficile d'effectuer des calculs analytiques. Ainsi, Il est connu que le problème d'évaluation d'une intégrale de ce type est très compliquée. Etant donné que la fréquence d'arrivée des demandes est aléatoire et suit une loi de probabilité quelconque. De plus, un rendement aléatoire qui est dépend de la quantité commandée Q^* ce qui rend l'obtention des solutions optimales très difficile.

Ces difficultés de traitement analytique du problème nous ont conduit à envisager une autre approche utilisant la simulation et des algorithmes de la recherche locale. Un modèle de simulation a été conçu pour la stratégie considérée. Ce modèle fera l'objet du prochain chapitre.

3.8. Techniques de résolution pratique

3.8.1. Optimisation combinatoire

Un problème d'optimisation combinatoire est défini par un ensemble d'instances. A chaque instance du problème est associé un ensemble discret de solutions S , un sous-ensemble X de S représentant les solutions admissibles (réalisables) et une fonction de coût f (ou fonction objectif) qui assigne à chaque solution $s \in X$ le nombre réel (ou entier) $f(s)$. Résoudre un tel problème (plus précisément une telle instance du problème) consiste à trouver une solution $s^* \in X$ optimisant la valeur de la fonction de coût f . Une telle solution s^* s'appelle une *solution optimale* ou un *optimum global*. Nous avons donc la définition suivante :

1-Définition [PAP 82]

Une *instance* I d'un problème de minimisation est un couple (X, f) où $X \subseteq S$ est un ensemble fini de solutions admissibles, et f une fonction de coût (ou objectif) à minimiser $f: X \rightarrow R$. Le problème est de trouver $s^* \in X$ tel que $f(s^*) \leq f(s)$ pour tout élément $s \in X$.

Face à un problème d'optimisation pour lequel les méthodes analytiques ont atteint leurs limites, nous introduisons alors un ensemble d'outils qui permettront de trouver des solutions et de les améliorer.

L'étape la plus importante est sans doute l'étape de modélisation (c'est à dire passer d'un problème réel à une formulation mathématique de ce problème (voire section 3.6.1)). Une fois ce modèle établi, nous essayons de le transformer en un problème de programmation mathématique que nous allons tenter de le résoudre en utilisant un logiciel commercial (Matlab, Maple...). Utiliser la programmation mathématique permet aussi d'obtenir des bornes sur le problème et sans doute de mieux appréhender sa difficulté propre.

Une fois que des bornes et éventuellement quelques solutions par heuristique sont obtenues, on peut commencer à mettre en oeuvre des métaheuristiques. Pour améliorer des solutions initiales, on peut utiliser des techniques de recherche locale.

2-Recherche locale

La recherche locale, appelée aussi la descente ou l'amélioration itérative, représente une classe de méthodes heuristiques très anciennes. Traditionnellement, la recherche locale constitue une arme redoutable pour attaquer des problèmes réputés très difficiles tels que le voyageur de commerce [LIN 65, LIN 73].

Contrairement à l'approche de construction, La recherche locale manipule des configurations complètes durant la recherche. Une méthode de recherche locale est un processus itératif fondé sur deux éléments essentiels : un voisinage $N : X \rightarrow 2X$ et une procédure exploitant le voisinage.

Plus précisément, elle consiste à :

- 1) débiter avec une configuration quelconque s de X ,
- 2) choisir un voisin s' de s tel que $f(s') < f(s)$ puis remplacer s par s' et répéter la même étape jusqu'à ce que pour tout voisin s' de s , $f(s') \geq f(s)$.

3-Algorithmme pour déterminer la valeur optimale [Gue 05]

Cet algorithme consiste à passer d'une solution à une solution voisine par déplacements successifs. L'ensemble des solutions que l'on peut atteindre à partir d'une solution Q est appelé voisinage $N(Q)$ de cette solution.

Cet algorithme s'articule autour d'un principe simple. A partir d'une solution initiale Q_0 , on choisit une solution Q dans le voisinage $N(Q)$ de Q_0 . Si cette solution est meilleure que Q , ($C(Q) < C(Q_0)$) alors on l'accepte comme nouvelle solution Q et on recommence le processus jusqu'à ce qu'il n'y ait plus aucune solution améliorante dans le voisinage de Q .

Voici le squelette qui présente cette méthode :

3.1. Algorithme

- 1 : Initialiser : $Q = Q_0$
- 2 : chercher dans le voisinage :
 - **repeat**
 - **if** $C(Q+1) < C(Q)$ **then**
 - $Q=Q+1$
 - **End if**
 - **Until** $C(Q+1) > C(Q)$
- 3 : Affecter $Q^* \leftarrow Q$
- 4 : Afficher Q^*
- 5 : Terminer

L'implémentation de cet algorithme dans un programme Matlab qui calcule le coût total, nous donne la courbe présentée dans la **figure(3.6)**.

Pour tester l'algorithme, on considère le scénario suivant :

- La distribution des rendements obéit à une loi Binomiale avec un paramètre $p=0.7$ tel que p est la probabilité d'obtenir y produits bons parmi Q produits commandés.
- La distribution de la demande obéit à une loi normale avec une moyenne de 50 et un écart type de 5.

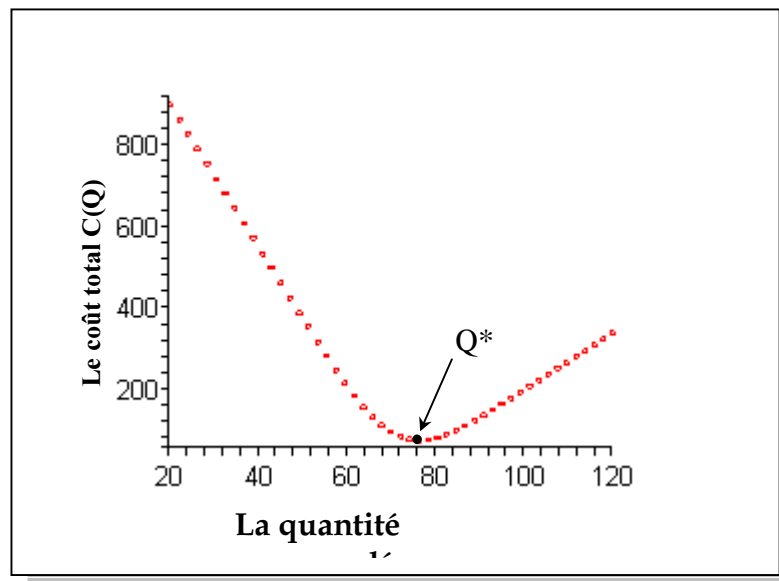


Figure 3.6. Courbe du coût total en fonction de Q

Note : la loi binomiale est une loi de probabilité discrète. De ce fait, l'équation (3.1) prend la forme

$$\text{suivante : } C(Q) = \sum_{y=0}^Q g_Q(y) \left[C_0 \int_{x=0}^y (y-x) f(x) dx + C_S \int_{x=y}^{\infty} (x-y) f(x) dx \right] dy$$

On voit clairement que la fonction $C(Q)$ est une fonction convexe avec un minimum qui correspond à la quantité optimale $Q^*=76$ que l'on doit commander dans une telle situation.

Nous remarquons que le principe essentiel de cette méthode consiste à énumérer, de manière implicite, l'ensemble des solutions de l'espace de recherche. Comme le temps de calcul nécessaire pour trouver une solution risque d'augmenter exponentiellement avec la taille du lot de production, l'algorithme précédent rencontre généralement des difficultés face aux applications de taille importante.

Pour améliorer l'énumération des solutions, une telle méthode doit être disposée de quelques techniques pour détecter le plus tôt possible les solutions optimales. Pour ce fait nous avons développé l'algorithme présenté en dessous.

Le principe est très simple, nous savons que la solution optimale se situe généralement autour de la moyenne de la demande, donc, en initialisant Q à la valeur de cette moyenne Q_m ; si $C(Q_{m+1}) < C(Q_m)$ alors on choisit une solution Q^* de la même façon suivit dans l'algorithme précédent, si non, un **retour arrière** est effectué. La figure(3.7) présente le principe général de cet algorithme.

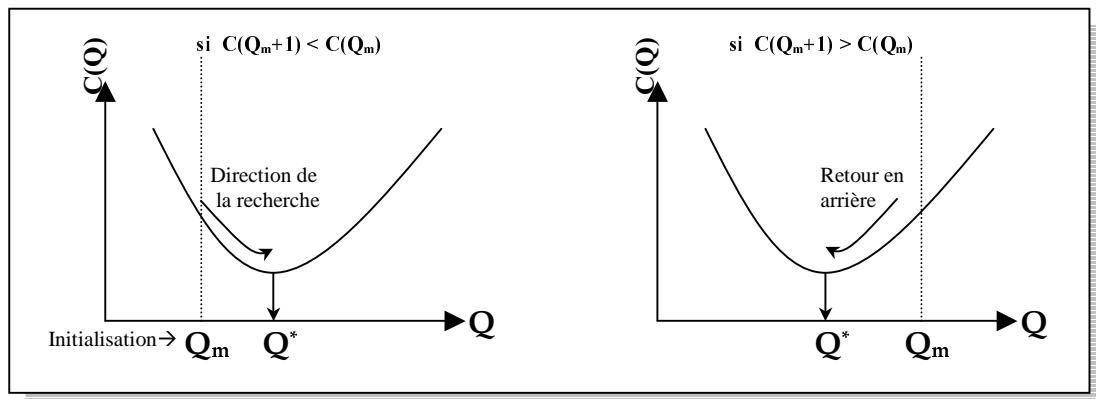


Figure 3.7. Présentation de l'algorithme avec retour arrière

3.2. Algorithme avec retour arrière

- 1 : Initialiser : $Q = Q_m$
- 2 : Chercher dans le voisinage :
 - si $C(Q+1) < C(Q)$
 - repeat
 - if $C(Q+1) < C(Q)$ then
 - $Q=Q+1$
 - End if
 - Until $C(Q+1) > C(Q)$
- 3 : Affecter $Q^* \leftarrow Q$
- 4 : Afficher Q^*
- 5 : Retour arrière
 - Si non% (si $C(Q+1) > C(Q)$)
 - repeat
 - if $C(Q-1) < C(Q)$ then
 - $Q=Q-1$
 - End if
 - Until $C(Q-1) > C(Q)$
- 6 : Affecter $Q^* \leftarrow Q$
- 7 : Afficher Q^*
- 8 : Terminer

3.8.2. Proposition d'une solution graphique [Gue 06]

Nous allons illustrer la détermination de la quantité économique de commande en utilisant diverses lois de probabilité de variables aléatoires discrètes ou continues ainsi que d'étudier le comportement du modèle avec l'utilisation des distributions de probabilité les plus proche de la réalité. Dans cette section, la situation étudiée est la suivante :

- La distribution des rendements suit une loi Binomiale avec un paramètre p qui représente la probabilité d'obtenir y produits bons parmi Q produits commandés.
- La distribution de la demande obéit à une loi normale avec une moyenne μ et un écart type σ .
- Les coûts de possession et de rupture : $(C_o, C_s) = (10, 25)$

Le but de cette méthode graphique est de tracer des abaques, appelées les cartes de contrôle, qui vont nous aider à trouver la solution optimale du problème. Par conséquent, ces cartes vont faciliter la tâche pour les preneurs de décisions. Les différentes étapes à respecter sont données par la suite :

1^{ère} étape :

L'utilisation d'un logiciel tel que Maple nous aide à visualiser l'évolution 3D de l'équation du coût (3.1) en fonction de q et de μ . (fig 3.8)

**P=0.7 Mu varie de 0 à 100
Sigma=5**

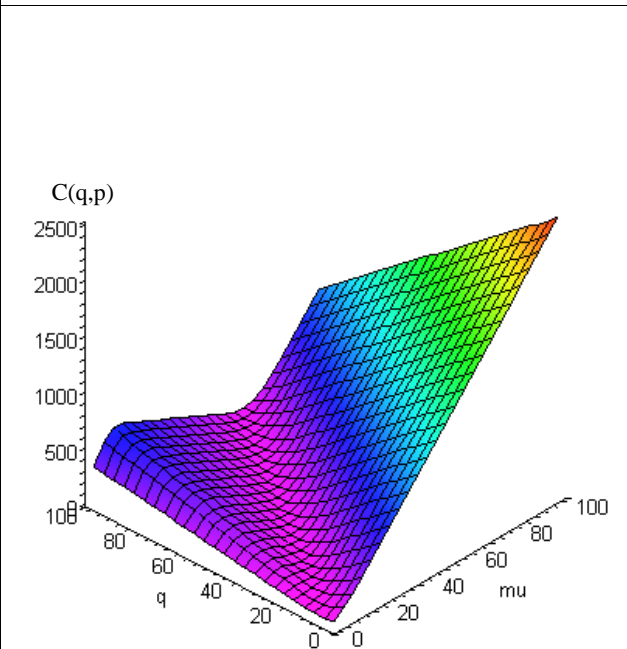


Figure 3.8. Evolution en 3D de $C(q, \mu)$

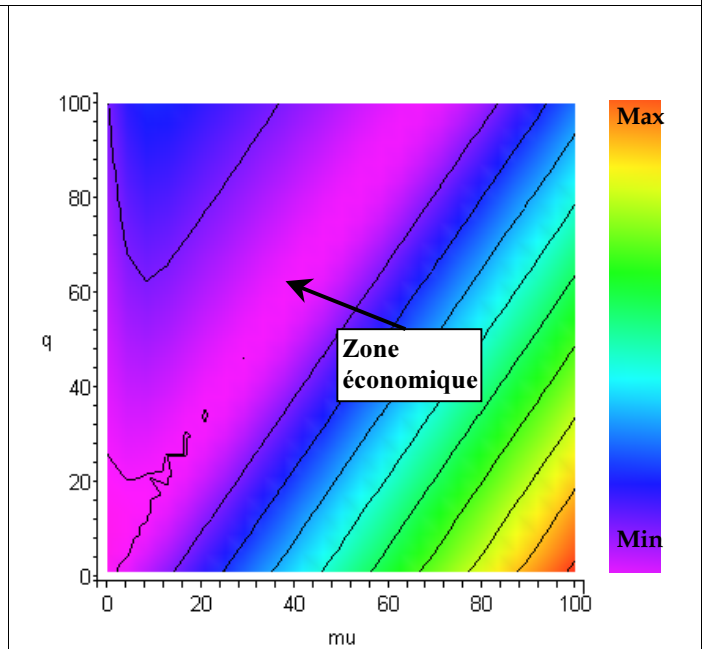


Figure 3.9. Evolution de q en fonction de μ

Les figures 3.8 et 3.9 font bien apparaître la zone économique où la fonction des coûts (3.1) passe par un minimum. En d'autres termes, c'est la trajectoire des solutions de l'équation (3.1).

2^{ème} étape

On fait varier p de 0 à 1 et q de 0 à 100,

L'évolution 3D de l'équation (3.1) avec $\sigma=5$ et $\text{Mu}=20$ est présentée dans la figure 3.10.

Mu =10 , P varie de 0 à 1
Sigma=5

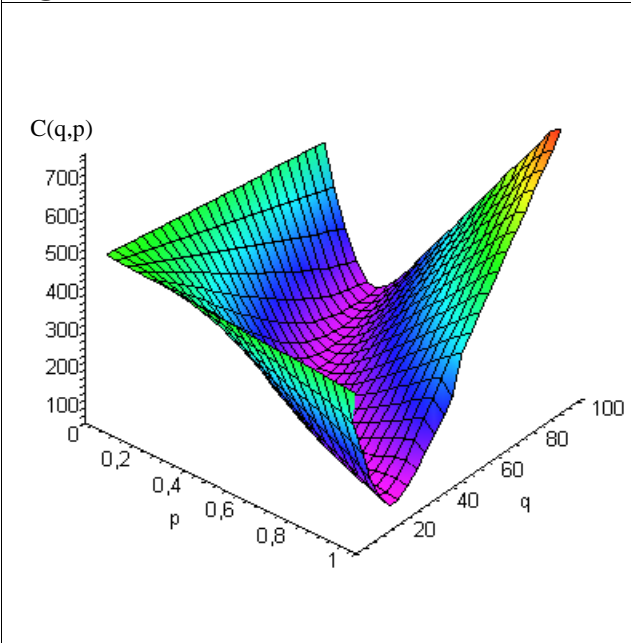


Figure 3.10. Evolution en 3D de C(q,p)

Cette figure met en évidence l'évolution du coût total espéré $C(Q)$ en fonction des deux variables (q) et (p).

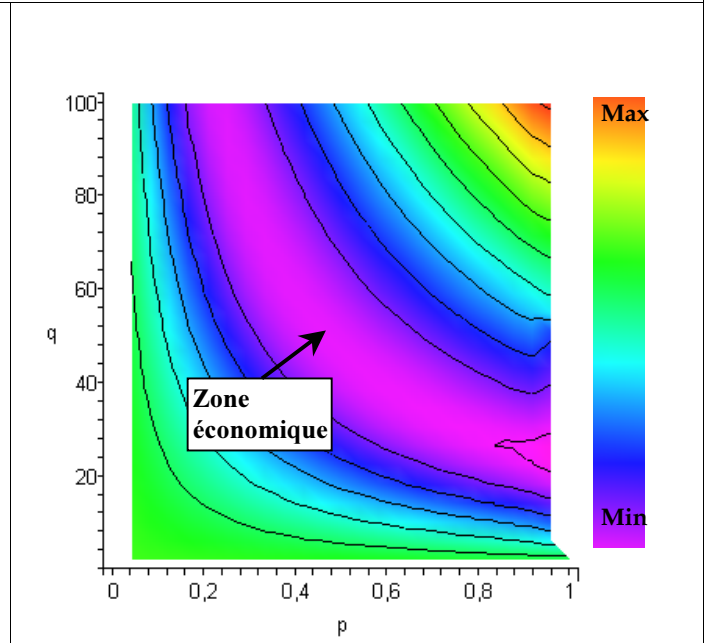


Figure 3.11. Evolution de q en fonction de p

La figure 3.11 montre la trajectoire des solutions q en fonction de p dans lequel la quantité commandée est toujours optimale.

3^{ème} étape

- Construction des abaques

Cette étape consiste à construire des abaques qui présentent des solutions graphiques remplaçant les calculs.

On appelle abaque la représentation graphique d'une famille de courbes, utilisé pour connaître par simple lecture, les valeurs approchées d'une solution d'équations dont la résolution théorique est longue ou difficile.

Les données enregistrées dans les deux étapes 1 et 2 sont classées et répertoriées sous forme d'une construction géométrique présentée dans la figure 3.12.

-Mode opératoire

- 1) Définir les variables à observer (μ et p)
- 2) Si $p=0.7$, la lecture aura lieu directement par rapport à la droite ❶
- 3) Si non, déterminer la courbe correspondante à la moyenne de la demande donnée.
- 4) Effectuer une lecture par rapport à l'axe p gradué de 0 à 1 pour trouver Q^* correspondante.
- 5) Enregistrement des résultats.

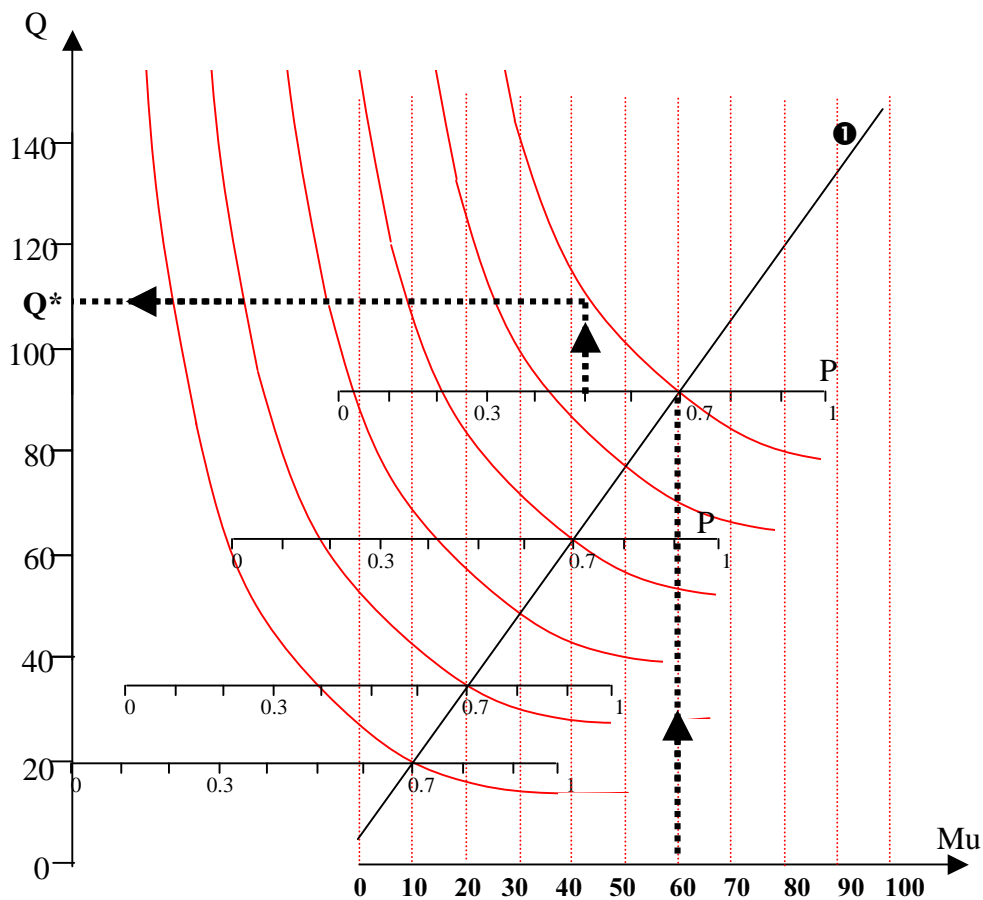


Figure 3.12. Abaque pour le cas : normal ($\mu,5$), binomial (p)

3.9. Influence de la dispersion sur la quantité optimale de commande

Le statisticien dit que la distribution des erreurs de prévision est à moyenne nulle, mais la dispersion, elle, n'est pas nulle. Ce qui veut dire que, la consommation sera inférieure à la prévision pour certaines périodes et supérieur pour d'autres.

Pour étudier l'influence de la dispersion de la demande au tour de la moyenne sur la zone économique de commande, nous avons tracé dans un premier temps l'évolution en 3D de $C(q,p)$ pour les deux cas présentés dans la figure ci-dessous. Après, nous avons varié Sigma de 0 à 50 avec des valeurs de p et de Mu fixe.

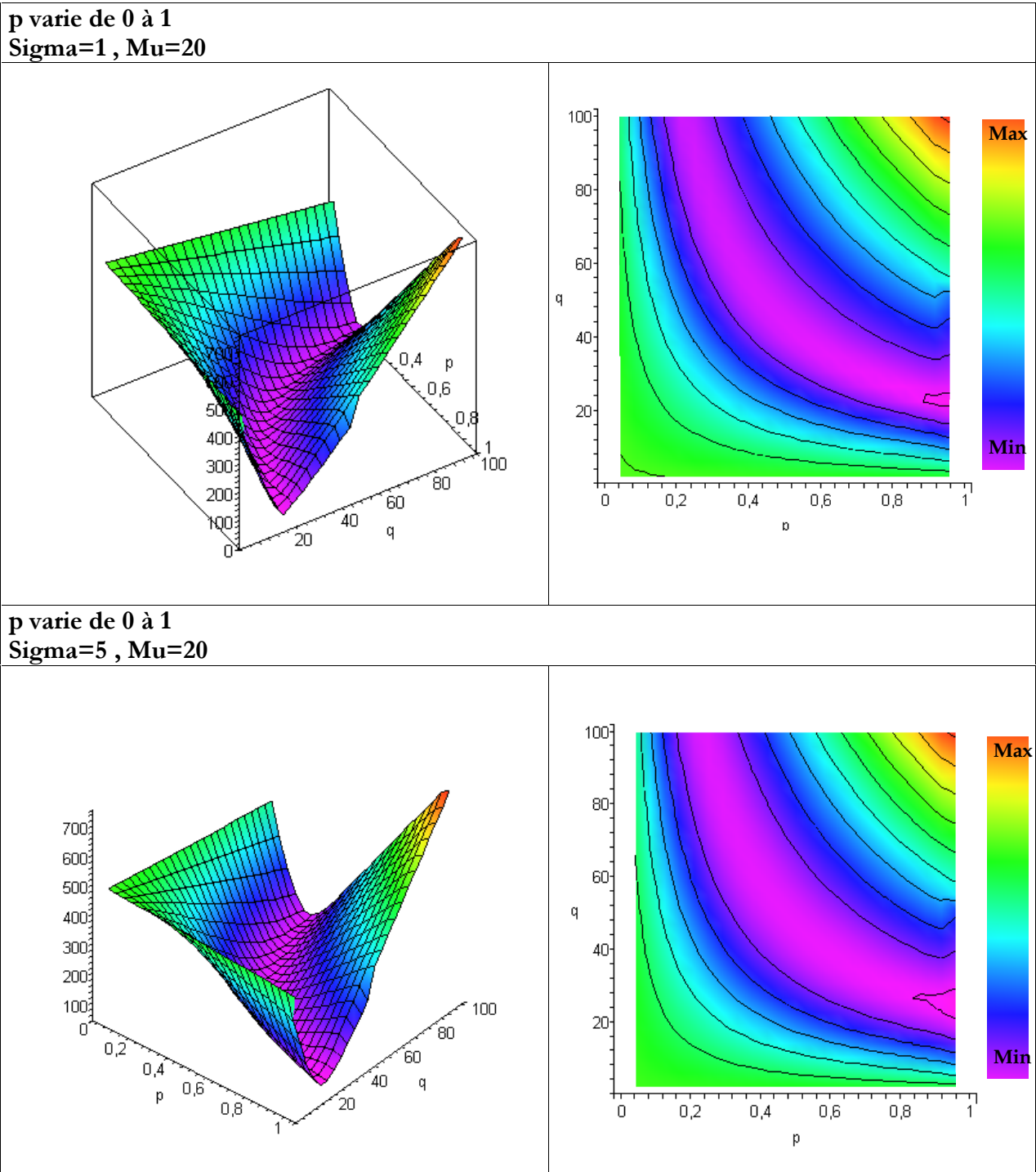


Figure 3.13. Influence de la variation de sigma sur la zone économique de commande

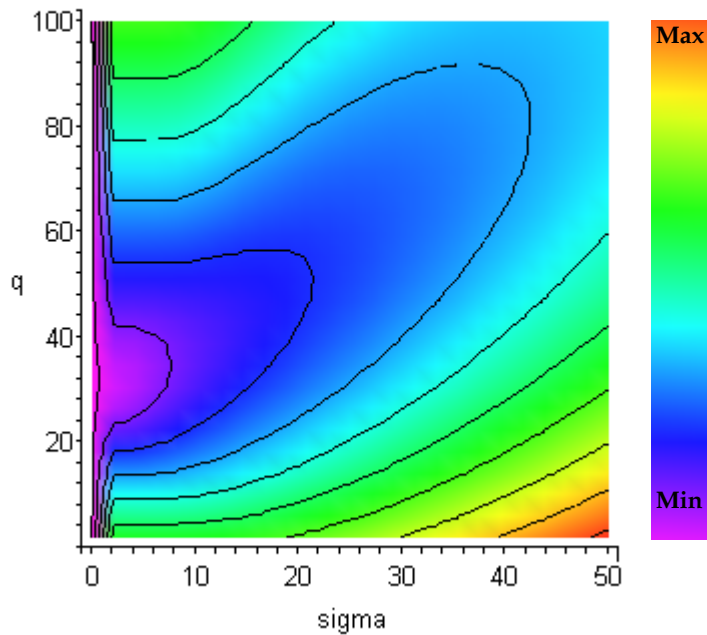


Figure 3.14. Variation de la quantité de commande en fonction de sigma pour un $p=0.7$ et un moyenne de $\text{Mu}=20$

Les surfaces illustrées dans les figures 3.13 et 3.14 permettent de capter l'évolution de l'influence de l'écart type sur la quantité à commander.

Nous remarquons que la zone économique s'élargit proportionnellement avec l'augmentation de la valeur de sigma, par conséquent la taille des lots de production augmente.

3.10. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un modèle mathématique qui décrit la fonction du coût total espéré du modèle du camelot à demande et rendement aléatoire. La détermination de la taille optimale des lots nécessite une résolution analytique de ce modèle. Face à la complexité de la résolution analytique du problème, nous avons opté pour des techniques de résolution pratique.

Une procédure numérique comportant un algorithme de recherche locale a été développée pour générer la stratégie optimale Q^* qui minimise le coût total attendu.

Une deuxième procédure graphique comportant un abaque a été proposé pour présenter les solutions graphiques remplaçant les calculs.

Dans le chapitre suivant nous allons utiliser un modèle de simulation, dans un premier temps, pour mieux comprendre le comportement dynamique du système, et par la suite, pour valider les résultats trouvés dans ce chapitre.

Chapitre 4

Simulation et Analyse des Résultats

*Celui qui contrôle le passé contrôle le présent
et celui qui contrôle le présent contrôle l'avenir
(Georges Orwell)*

4.1. Introduction

La simulation est l'un des outils d'aide à la décision les plus efficaces à la disposition des concepteurs et des gestionnaires des systèmes complexes. Elle consiste à construire un modèle d'un système réel et à conduire des expériences sur ce modèle afin de comprendre le comportement de ce système et d'en améliorer les performances.

Dans ce chapitre nous nous proposons de développer une structure de simulation afin d'étudier la dynamique du modèle du Camelot à demande et rendement aléatoire. Les différentes simulations réalisées nous ont permis d'exposer les résultats obtenus sous forme des graphes. Ces graphes ont permis une meilleure compréhension du problème.

Nous exposons dans ce chapitre l'aspect général de la simulation des systèmes de production et ses objectifs. Puis, nous présentons dans un premier temps, la structure du modèle proposé. Ainsi, nous montrons l'implémentation du modèle de la simulation dans le logiciel ARENA. Dans un deuxième temps, nous interprétons les résultats de la simulation. Enfin nous procédons à une validation du modèle de simulation. Cette validation expérimentale est réalisée grâce au logiciel de simulation des systèmes de production ARENA.

Les travaux présentés dans ce chapitre, ont fait l'objet d'une communication présentée au CPI2005

4.2. Simulation des systèmes de production

La performance globale d'un système de production est le résultat d'une interaction complexe de nombreux facteurs aussi variés que : la vitesse d'un engin de manutention, le temps de changement d'outil sur une machine, les principes d'ordonnancement utilisés ou encore la dextérité d'un opérateur. Cette superposition de facteurs nécessite de représenter le système industriel comme un modèle où toutes ses composantes interagissent, qu'elles soient des flux physiques ou des flux d'informations. On utilise un modèle quand on veut comprendre un système réel que l'on ne peut pas observer ou expérimenter directement, parce que le système n'existe pas encore ou parce que cela est trop difficile à manipuler. Ensuite, par la simulation, il est possible de mesurer l'impact relatif de chacune de ses composantes sur la performance globale du système de production. Ainsi, la modélisation et la simulation de la partie opérative du système permet de fournir les informations nécessaires au système de conduite. La modélisation est le processus de conception d'un modèle d'un système, tandis que la simulation est le processus d'implantation du modèle et les simulations faites sur ce modèle dans le but de comprendre le comportement du système et/ou d'évaluer différentes stratégies pour différentes opérations du système.

La simulation est l'un des plus puissants outils d'analyse des systèmes complexes. Aujourd'hui, elle est devenue indispensable pour résoudre les problèmes d'optimisation des flux physiques ou des flux d'informations dans les systèmes de production manufacturiers.

4.2.1. Définition

- La simulation est un moyen explicatif pour définir un système, un vecteur d'analyse pour déterminer des résultats critiques, un évaluateur de conception pour analyser et évaluer des solutions proposées, ... **[Law 91]**
- La simulation est l'imitation dans le temps des opérations d'un processus ou d'un système réel. La simulation implique la génération d'une évolution "artificielle" du système, et l'observation de cette évolution pour réaliser des déductions sur les caractéristiques opérationnelles du système réel représenté. **[Ban 99]**
- La simulation est une collection de méthodes et d'outils permettant de reproduire totalement ou partiellement le comportement de systèmes réels. Cette technique peut être utilisée par l'intermédiaire de logiciels appropriés (réseaux de Pétri, chaînes de Markov, Arena, Simple++...). **[Kel 98]**

4.2.2. Objectifs de la simulation

La simulation permet d'évaluer les performances d'un système de configuration donnée **[Geo 98]** :

- Au niveau de la structure physique (conception de nouveaux systèmes) ;
- Au niveau du système de décision (exploitation, réorganisation).

La simulation permet de répondre à la question : « Qu'obtiendra-t-on si l'on fait ceci ? » mais ne permet pas de répondre à la question : « Que faut-il faire pour obtenir cela ? ».

Pour aboutir à une solution intéressante, il faut tester un nombre suffisant de scénarios afin de les comparer et de retenir le plus intéressant. Donc la simulation est une démarche par induction (étude de cas particuliers afin d'aboutir à une conclusion, la plus générale possible) et non par déduction (solution obtenue par un raisonnement, un algorithme).

En production, la simulation permet d'évaluer les effets suivants :

- Suppression/adjonction de machines/de main d'oeuvre ;
- Modification du processus de fabrication : gammes, temps de fabrication et de préparation ;
- Présence d'aléas de fabrication : pannes machines, rupture des stocks, commandes urgentes ;
- Capacité des stocks ;
- ordonnancement : politiques de lancement, règles de gestion des files d'attente, affectation des ressources,...
- Insertion de nouveaux produits/suppression de produits existants.

Avant de commencer la simulation d'un système nous devons fixer les critères pour pouvoir obtenir des bons résultats.

Quelques critères d'un bon modèle de simulation sont :

- Connaissance du but de la simulation ;
- Compréhension parfaite du système ;
- Modèle évolutif (démarrer simple ==> complexe) ;
- Modèle complet sur les caractéristiques principales (décrit les phénomènes principaux avec exactitude) ;
- Modèle flexible, facile à modifier et à mettre à jour ;
- Modèle solide, qui reste valide face à un grand nombre de situations ;
- Modèle facile à mettre au point ;
- Modèle qui donne des résultats de façon claire.

4.3. Démarche générale de la simulation

Dans cette section nous avons proposé une démarche générale de la simulation *figure(4.1)*, cette démarche permet d'obtenir une image approchée de la structure et du comportement du modèle étudié.

Cette simulation repose sur l'expérimentation à partir d'un modèle exécutable et débouche sur une observation du comportement du système dans le temps, la structure proposée nous permet une étude plus réaliste en termes de modélisation et d'analyse comportementales du modèle du camelot à demande et rendement aléatoire

4.3.1. Objectifs et démarche de conception du modèle de simulation

Il s'agissait de construire un modèle de simulation permettant d'évaluer plusieurs modes de gestion à partir d'une interface simple et indépendante du logiciel de simulation utilisé.

Le logiciel de simulation ARENA a été retenu pour son moteur de simulation reconnu fiable, robuste et performant et également pour son ouverture vers d'autres logiciels grâce à un module d'interfaçage VBA (Visual Basic pour Applications) facilitant la communication avec d'autres applications possédant également ce module. Le tableur EXCEL (de Microsoft) a été retenu pour sa reconnaissance universelle et industrielle en tant que tableur.

4.3.2. Modèle de simulation

La structure de simulation présentée dans cette figure a été conçue et programmée à l'aide du logiciel Arena8.1 [Gue 05].

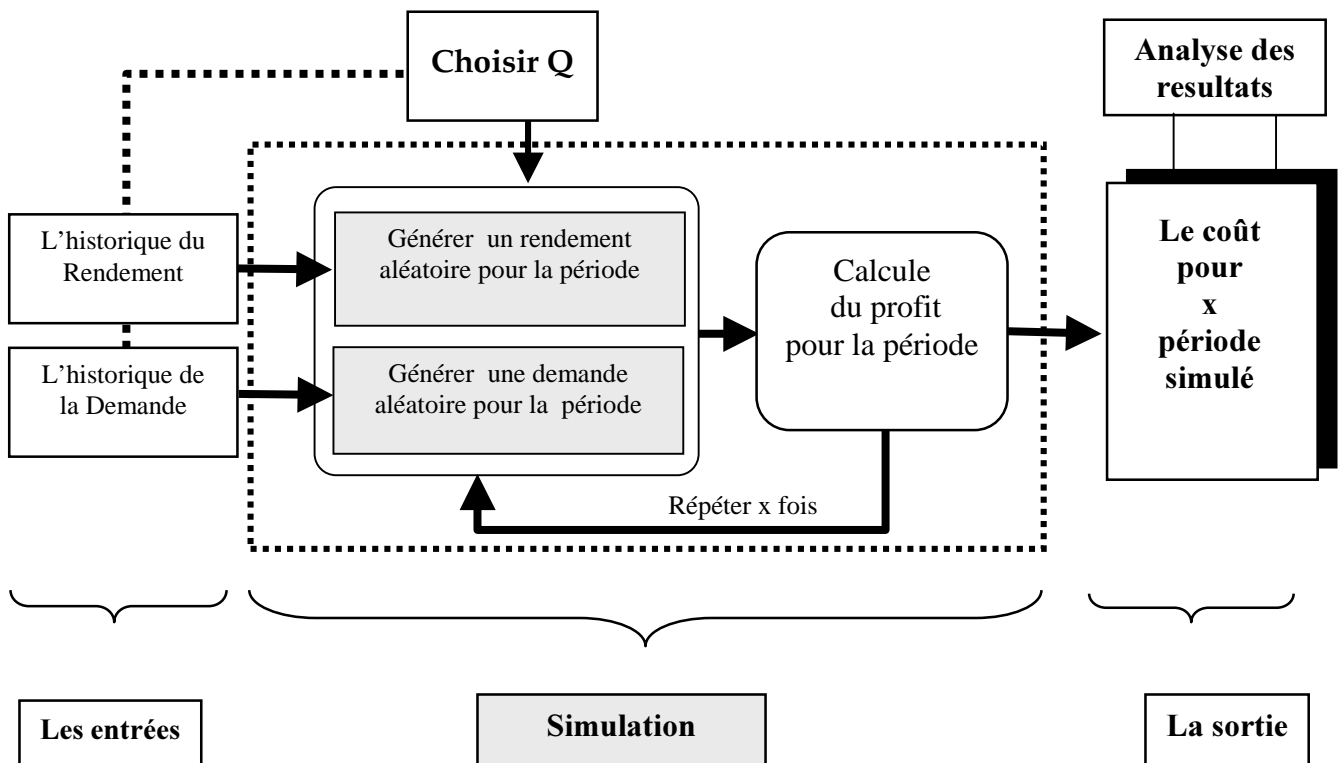


Figure 4.1. Structure générale de la simulation du modèle du camelot à demande et rendement aléatoire

4.3.3. Le modèle Arena pour le MC à demande et rendement aléatoire

Pour la modélisation et la simulation du modèle du camelot à demande et rendement aléatoire, nous allons utiliser le logiciel SIMAN/Arena, développé par Systemes Modeling Corporation. Il est notamment dédié à la modélisation, simulation et animation de systèmes de production. Le logiciel

est basé sur les concepts de programmation orientée objet et de modélisation hiérarchique, utilisant la puissance et la flexibilité de modélisation du système SIMAN/Cinema.

A l'aide d'Arena on peut développer un projet complet de simulation. Arena est un support intégré pour l'analyse des données d'entrée, la construction du modèle, l'exécution interactive, l'animation, la vérification de l'exécution et l'analyse des sorties.

La figure 4.2 illustre le modèle Arena résultant de la transformation du modèle présenté dans la figure 4.1.

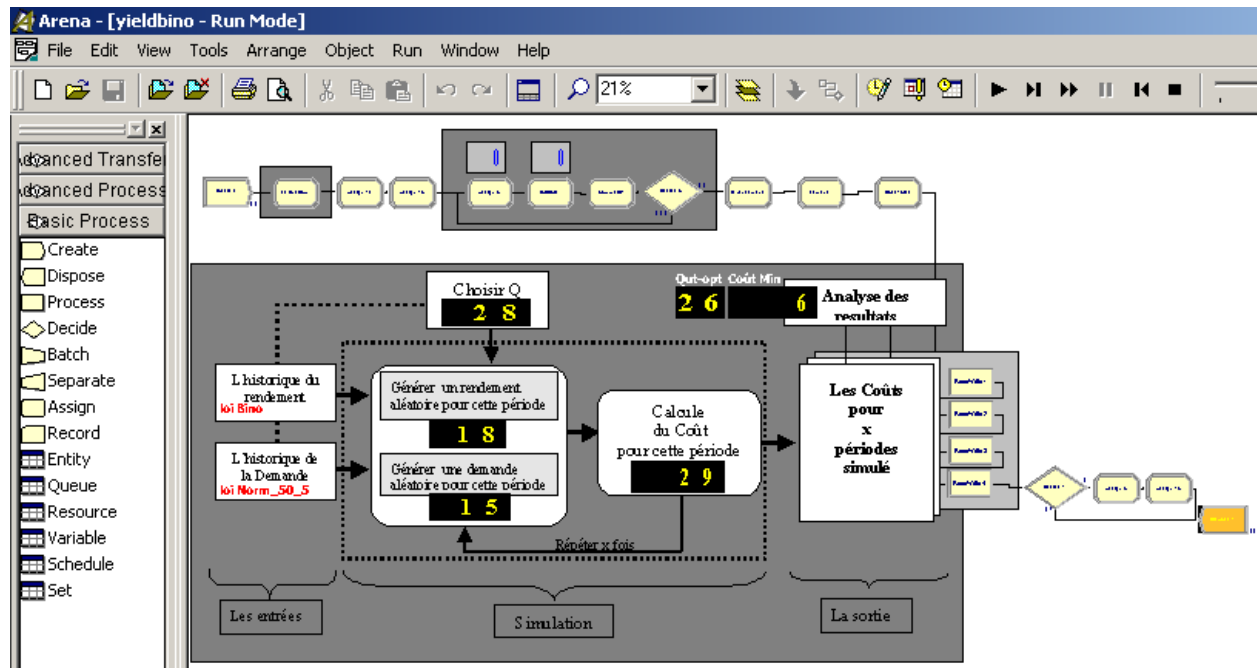
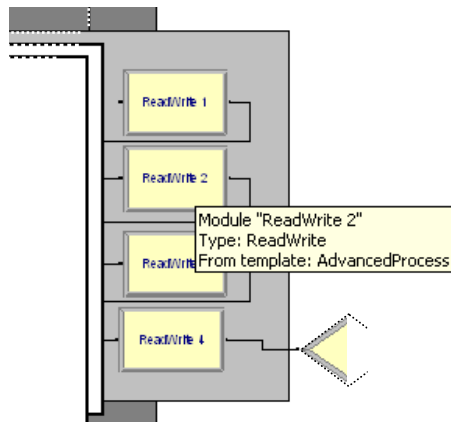


Figure 4.2. Capture d'écran de l'implémentation du modèle de la simulation dans le logiciel ARENA

A l'aide des différents modules fournis par le logiciel Arena, nous avons pu réaliser la structure du modèle proposé. Cette représentation nous a permis de gérer et de suivre à chaque instant le comportement du système de production étudié :

- Le choix de la quantité de commande Q ;
- L'évolution de la demande ;
- Le rendement dans chaque période.
- Le coût total à la fin de la période

Nous avons utilisé un système d'enregistrement, pour enregistrer nos données à chaque fois que nous choisissons une quantité Q . Les données sont écrites ligne par ligne dans des fichiers Excel (.xls), il existe dans ARENA un module qui nous permet de lire ou d'écrire sur un fichier et un autre pour déclarer les fichiers, ces modules sont le module *ReadWrite* et le module *File*, représentés sur les figures 4.3 et 4.4 .



ReadWrite - Advanced Process					
	Name	Type	Arena File Name	Overriding File Format	Assignments
1	ReadWrite 1	Write to File	File 1	Free Format	1 rows
2	ReadWrite 2	Write to File	File 2	Free Format	1 rows
3	ReadWrite 3	Write to File	File 3	Free Format	1 rows
4	ReadWrite 4	Write to File	File 4	Free Format	1 rows

Figure 4.3. Le module ReadWrite et sa boîte de dialogue.

File - Advanced Process							
	Name	Access Type	Operating System File Name	Structure	End of	Initial	Comment
1	File 1	Sequential File	D:\GVS\ldos_arena\yieldbino\yield2.xls	Free Format	Dispose	Hold	No
2	File 2	Sequential File	D:\GVS\ldos_arena\yieldbino\cout2.xls	Free Format	Dispose	Hold	No
3	File 3	Sequential File	D:\GVS\ldos_arena\yieldbino\demand2.xls	Free Format	Dispose	Hold	No
4	File 4	Sequential File	D:\GVS\ldos_arena\yieldbino\Qunt1.xls	Free Format	Dispose	Hold	No

Figure 4.4. La boîte de dialogue du module File.

4.4. Résultats de la simulation

Les résultats obtenus à la fin des simulations nous ont permis une analyse détaillée du comportement dynamique de système.

Pour différentes type des lois de probabilités pour la demande et le rendement, en faisant varier la valeur de la quantité de commande, on peut étudier l'impact de cette variation sur la totalité des coûts engendré.

Si on considère le même scénario utilisé dans la section 3.8.1 (binom(0.7),Norm(50.5)), les résultats obtenus par la simulation sont présentés par les graphes suivants :

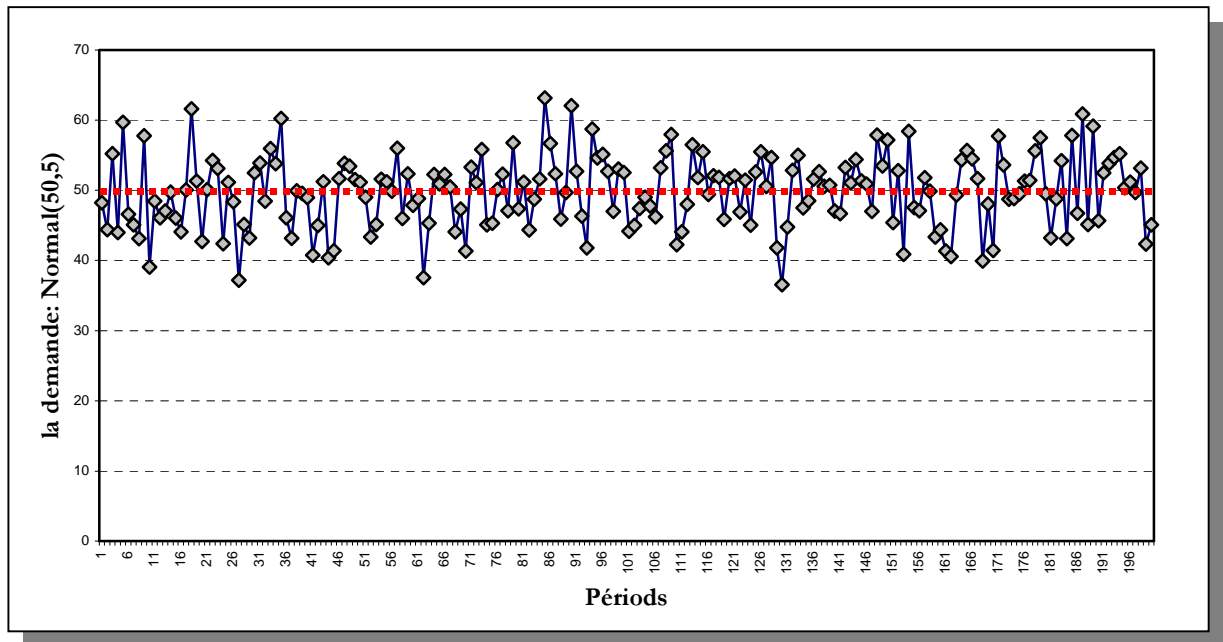


Figure 4.5. Variation de la demande au tour de la moyenne 50 pendant 200 période

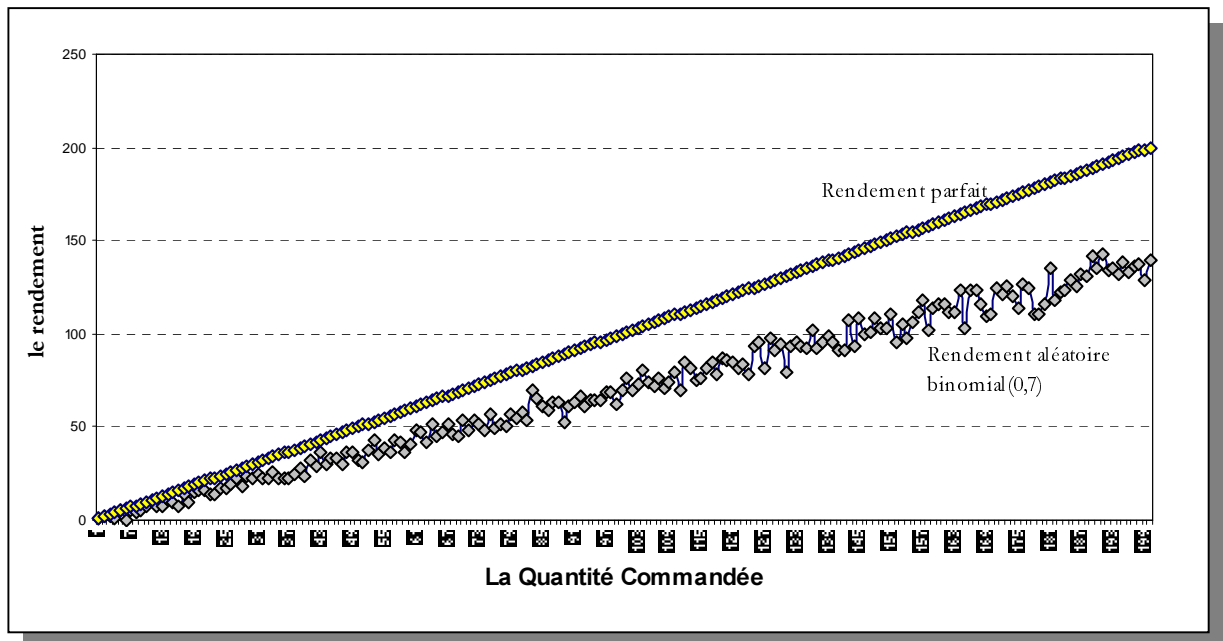


Figure 4.6. Le rendement du système pendant 200 périodes

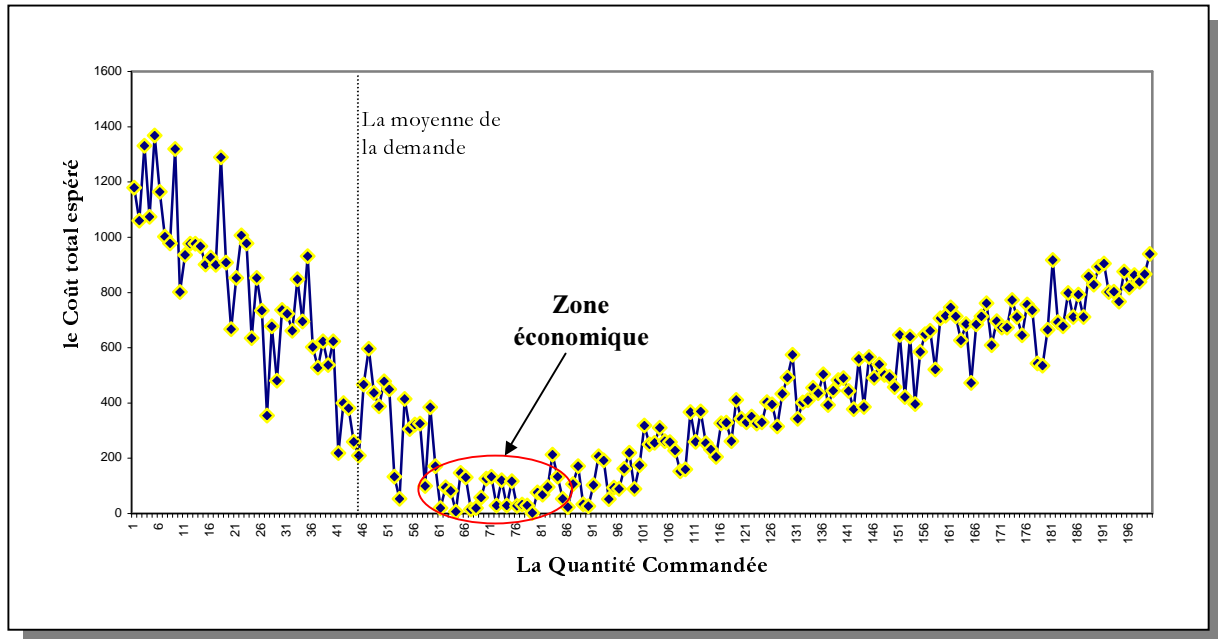


Figure 4.7. Variation du coût total espéré pendant 200 périodes

Nous observons que malgré la présence de l'aspect aléatoire de la demande et du rendement, la fonction du coût total suit toujours une forme convexe passant par une zone économique.

4.5. Vérification et Validation du modèle de simulation

Rappelons que la vérification d'un modèle est le processus qui permet de déterminer si un modèle de simulation s'exécute comme prévu. Ce processus n'assure pas que le modèle représente fidèlement le système réel, mais seulement que le modèle est vide d'erreurs. [Peg 90]

La validation du modèle de simulation consiste à déterminer si le modèle est une approximation suffisamment adéquate du système réel. Elle permet de valider ou d'infirmer les modèles proposés, sans qu'il soit nécessaire de les tester « grandeur nature ». Nous avons donc généré aléatoirement des données permettant d'étudier la variation du coût total espéré.

4.5.1. Phase de tests

La phase de tests permet de mettre en oeuvre des tests globaux à partir de jeux de tests. L'objectif est de comparer les résultats trouvés par le modèle mathématique et les résultats de la simulation.

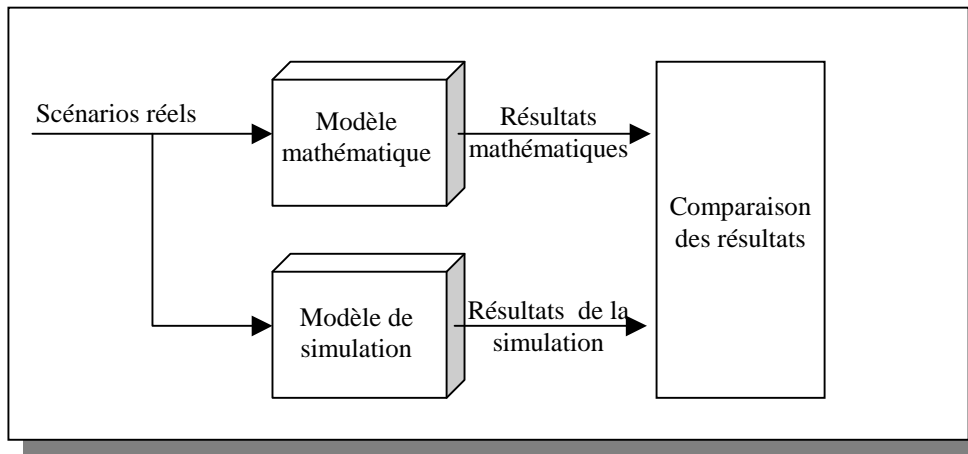


Figure 4.8. Tests d'acceptation d'un modèle de simulation

Le cas étudié est le même que celui utilisé dans le scénario simulé précédemment, en fixant la quantité commandée à la valeur optimale ($Q^*=76$) trouvé par les algorithmes présentés dans le chapitre III. Les résultats obtenus sont présentés sous forme coût=f(la quantité commandée) dans la figure suivante:

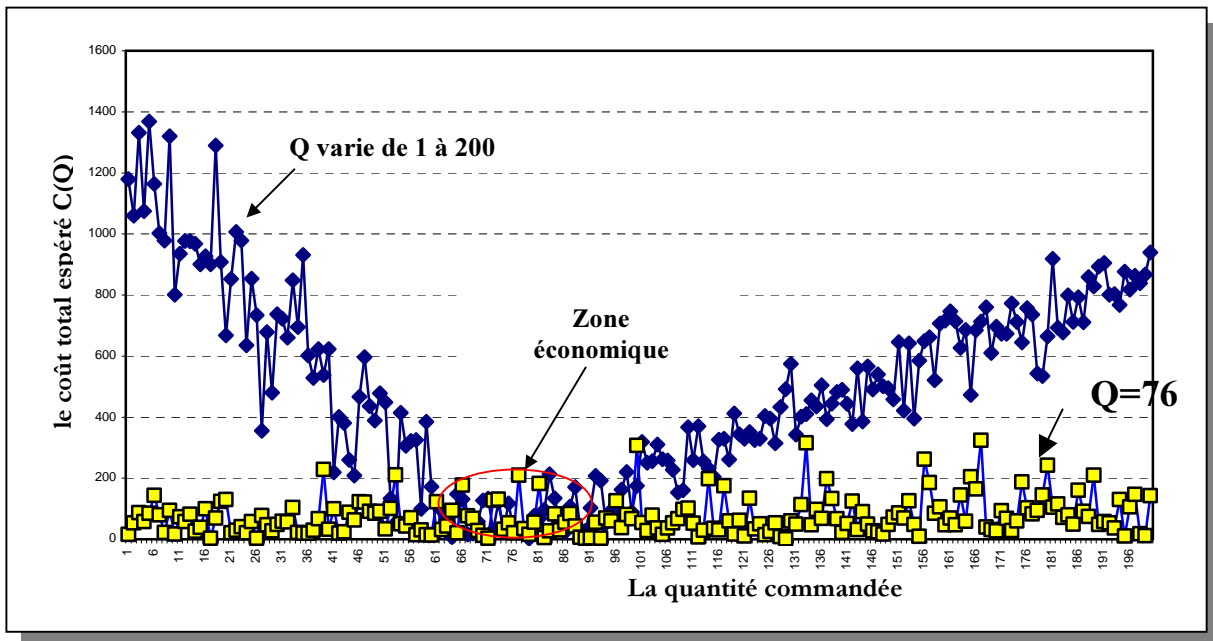


Figure 4.9. Comparaison entre les deux cas ($Q=76$) et Q varie de 1 à 200

La figure 4.9 fait bien apparaître, que pour le cas précis ($Q=76$) (présenté par des carrés dans le graphe au-dessus), le coût varie toujours aux tour du minimum.

4.5.2. Convergence vers le modèle classique du camelot

La figure 4.10 montre la convergence du modèle du camelot à demande et rendement aléatoire vers le modèle classique dans le cas où le rendement est parfait.

Avec un taux de succès de production maximal ($p=1$), nous voyons clairement que l'allure de la courbe du coût total généré par la simulation suit parfaitement la courbe produite par le modèle mathématique du camelot classique.

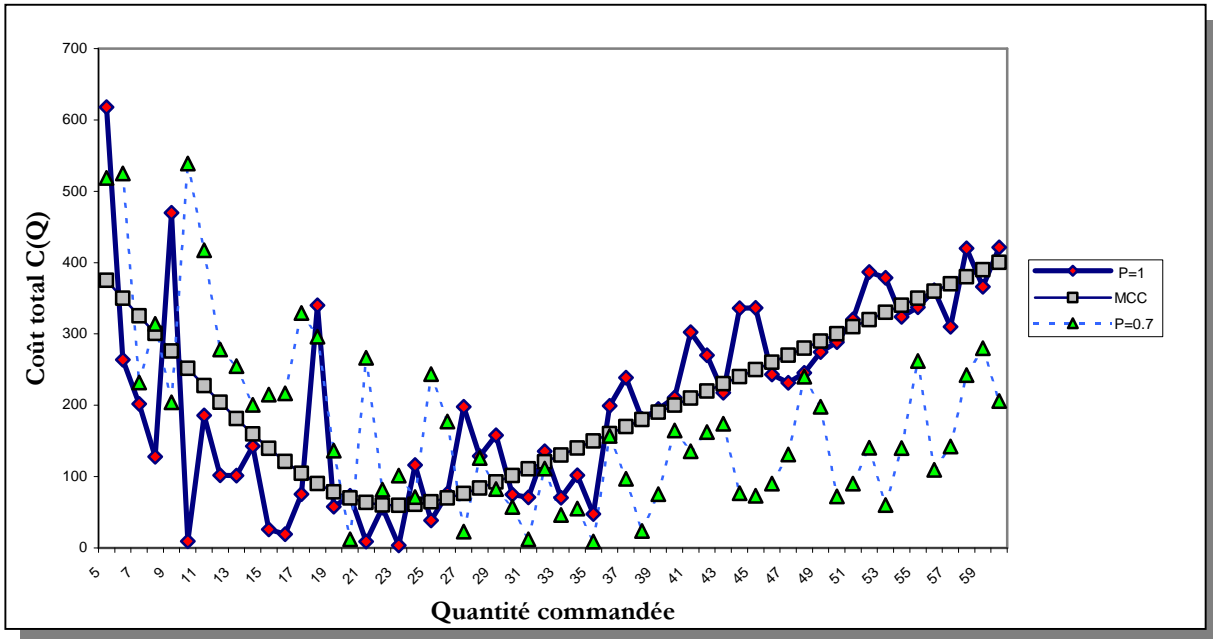


Figure 4.10. Convergence vers le modèle classique du camelot

$P=1$ → rendement parfait

$P=0.7$ → rendement imparfait

MCC → Modèle du camelot classique

4.6. Conclusion

La simulation représente une étape importante dans l'étude d'un système de production. Elle nous apporte la connaissance du fonctionnement du système de production sur une période appropriée, afin de juger son comportement. Ces informations sur le fonctionnement du système considéré sont utiles pour le système de décision, lui permettant d'établir les meilleures politiques pour atteindre les objectifs de l'entreprise.

Malgré la complexité du système de production étudié, le logiciel ARENA nous permet de construire un modèle très proche de la réalité. A l'aide de la modélisation dynamique nous avons réussi à suivre l'évolution de la totalité des coûts dans un système mono-période. En plus ce modèle nous permet d'étudier le MC à demande et rendement aléatoire pour n'importe quelle loi de distribution suivies.

Conclusions et Perspectives

Comme on a pu le voir tout au long de ce mémoire, les travaux effectués se situent toujours dans l'optique du traitement le plus exhaustif possible d'un problème. A partir d'une problématique industrielle concrète, nous essayons d'aller depuis la construction abstraite d'un modèle stochastique le plus représentatif possible de la réalité. Pour cela, nous avons utilisé des outils probabilistes et statistiques variés, des logiciels commerciaux pour le calcul mathématique tel que (Matlab, Maple...) et des logiciels dédiés à la modélisation, simulation et animation de systèmes de production tel que ARENA etc ... nous ne prétendons pas apporter de contribution majeure à l'étude théorique de ce problème, mais nous espérons en proposer des applications originales, utiles et mathématiquement rigoureuses.

Dans ce travail, nous avons présenté un modèle mathématique qui décrit la fonction du coût total espéré d'un système mono-période. La détermination de la taille de lots de production optimale nécessite une résolution analytique de ce modèle. Puisque la solution est difficile à obtenir analytiquement, nous avons opté pour la simulation et quelques techniques de résolution pratique.

Nous avons donc commencé par une présentation et une analyse générale du problème du camelot classique, des hypothèses et des notations du problème ont été considérées pour la simplification ainsi que l'élaboration du modèle, de la formulation du modèles mathématiques ainsi que des propriétés de la solution optimale. A ce niveau de travail nous avons pu réaliser une interface graphique sous Matlab permettant de générer directement la solution optimale, celui ci est possible après l'introduction des différentes données caractérisant le système étudié .

Ensuite, nous avons étudié l'extension du modèle du camelot classique vers un modèle à demande et rendement aléatoire. L'introduction de notion de rendement aléatoire fait accroître la complexité de la fonction objectif et rendre la résolution analytique du problème très difficile. Ces difficultés de traitement analytique du problème nous ont conduit à envisager les deux approches suivantes :

Une procédure numérique comportant un algorithme de recherche locale a été développée pour générer la stratégie optimale Q^* qui minimise la fonction objectif. A ce stade, un deuxième algorithme améliorant les performances du premier a été proposé pour diminuer le temps de calcul.

Proposition d'une solution graphique consistant à construire un abaque utilisé pour connaître par simple lecture, les valeurs approchées de la solution optimale. Nous considérons que cet abaque est le premier pas, dans la réalisation d'une carte de contrôle plus générale avec plus d'informations et plus de données .

Par ailleurs, un modèle de simulation a été développé pour obtenir une image approchée de la structure et du comportement du modèle du camelot à demande et rendement aléatoire. Les résultats de simulation nous ont permis d'analyser l'optimalité du système sur une large plage de configurations et de fonctionnements.

Enfin, nous avons procédé à la validation des résultats en faisant intervenir une phase de test pour comparer les résultats trouvés par la simulation avec ceux trouvés par les algorithmes de recherche locale.

Comme perspective, nous souhaitons prolonger notre travail, en nous focalisant plus particulièrement sur le côté analytique, i.e trouver un résultat analytique général qui donne directement la quantité optimale de commande, par la suite la résolution par des méthodes numériques. En plus, l'amélioration d'une carte de contrôle utilisé comme un outil d'aide à la décision, et pourquoi pas faire intervenir ces cartes dans des méthodes MRP (*Manufacturing Requirements Planning*), sera l'une de nos préoccupations futures.

“ The mathematics of financial models can be applied precisely, but the model are not at all precise in their application in the real world. their accuracy as a useful approximation varies significantly across time and place. The models should be applied in practice only tentatively, with carefully assessment of their limitations in each application. ”

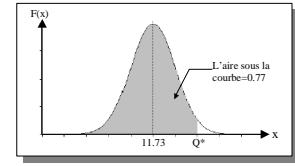
Robert Merton, Nobel Prize, American Economic Review 1998 ,
88 :3 p. 343

Annexe A

Valeurs d'une table normale réduite :

Exemple(Chapitre II section 2.5.2.2.1)

$$z = \frac{Q^* - 11.73}{4.74} = 0.74$$



	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,50000	0,50399	0,50798	0,51197	0,51595	0,51994	0,52392	0,52790	0,53188	0,53586
0,10	0,53983	0,54380	0,54776	0,55172	0,55567	0,55962	0,56356	0,56749	0,57142	0,57535
0,20	0,57926	0,58317	0,58706	0,59095	0,59483	0,59871	0,60257	0,60642	0,61026	0,61409
0,30	0,61791	0,62172	0,62552	0,62930	0,63307	0,63683	0,64058	0,64431	0,64803	0,65173
0,40	0,65542	0,65910	0,66276	0,66640	0,67003	0,67364	0,67724	0,68082	0,68439	0,68793
0,50	0,69146	0,69497	0,69847	0,70194	0,70540	0,70884	0,71226	0,71566	0,71904	0,72240
0,60	0,72575	0,72907	0,73237	0,73565	0,73891	0,74215	0,74537	0,74857	0,75175	0,75490
0,70	0,75804	0,76115	0,76424	0,76730	0,77035	0,77337	0,77637	0,77935	0,78230	0,78524
0,80	0,78814	0,79103	0,79389	0,79673	0,79955	0,80234	0,80511	0,80785	0,81057	0,81327
0,90	0,81594	0,81859	0,82121	0,82381	0,82639	0,82894	0,83147	0,83398	0,83646	0,83891
1,00	0,84134	0,84375	0,84614	0,84849	0,85083	0,85314	0,85543	0,85769	0,85993	0,86214
1,10	0,86433	0,86650	0,86864	0,87076	0,87286	0,87493	0,87698	0,87900	0,88100	0,88298
1,20	0,88493	0,88686	0,88877	0,89065	0,89251	0,89435	0,89617	0,89796	0,89973	0,90147
1,30	0,90320	0,90490	0,90658	0,90824	0,90988	0,91149	0,91308	0,91466	0,91621	0,91774
1,40	0,91924	0,92073	0,92220	0,92364	0,92507	0,92647	0,92785	0,92922	0,93056	0,93189
1,50	0,93319	0,93448	0,93574	0,93699	0,93822	0,93943	0,94062	0,94179	0,94295	0,94408
1,60	0,94520	0,94630	0,94738	0,94845	0,94950	0,95053	0,95154	0,95254	0,95352	0,95449
1,70	0,95543	0,95637	0,95728	0,95818	0,95907	0,95994	0,96080	0,96164	0,96246	0,96327
1,80	0,96407	0,96485	0,96562	0,96638	0,96712	0,96784	0,96856	0,96926	0,96995	0,97062
1,90	0,97128	0,97193	0,97257	0,97320	0,97381	0,97441	0,97500	0,97558	0,97615	0,97670
2,00	0,97725	0,97778	0,97831	0,97882	0,97932	0,97982	0,98030	0,98077	0,98124	0,98169
2,10	0,98214	0,98257	0,98300	0,98341	0,98382	0,98422	0,98461	0,98500	0,98537	0,98574
2,20	0,98610	0,98645	0,98679	0,98713	0,98745	0,98778	0,98809	0,98840	0,98870	0,98899
2,30	0,98928	0,98956	0,98983	0,99010	0,99036	0,99061	0,99086	0,99111	0,99134	0,99158
2,40	0,99180	0,99202	0,99224	0,99245	0,99266	0,99286	0,99305	0,99324	0,99343	0,99361
2,50	0,99379	0,99396	0,99413	0,99430	0,99446	0,99461	0,99477	0,99492	0,99506	0,99520
2,60	0,99534	0,99547	0,99560	0,99573	0,99585	0,99598	0,99609	0,99621	0,99632	0,99643
2,70	0,99653	0,99664	0,99674	0,99683	0,99693	0,99702	0,99711	0,99720	0,99728	0,99736
2,80	0,99744	0,99752	0,99760	0,99767	0,99774	0,99781	0,99788	0,99795	0,99801	0,99807
2,90	0,99813	0,99819	0,99825	0,99831	0,99836	0,99841	0,99846	0,99851	0,99856	0,99861
3,00	0,99865	0,99869	0,99874	0,99878	0,99882	0,99886	0,99889	0,99893	0,99896	0,99900
3,10	0,99903	0,99906	0,99910	0,99913	0,99916	0,99918	0,99921	0,99924	0,99926	0,99929
3,20	0,99931	0,99934	0,99936	0,99938	0,99940	0,99942	0,99944	0,99946	0,99948	0,99950
3,30	0,99952	0,99953	0,99955	0,99957	0,99958	0,99960	0,99961	0,99962	0,99964	0,99965
3,40	0,99966	0,99968	0,99969	0,99970	0,99971	0,99972	0,99973	0,99974	0,99975	0,99976
3,50	0,99977	0,99978	0,99978	0,99979	0,99980	0,99981	0,99981	0,99982	0,99983	0,99983
3,60	0,99984	0,99985	0,99985	0,99986	0,99986	0,99987	0,99987	0,99988	0,99988	0,99989
3,70	0,99989	0,99990	0,99990	0,99990	0,99991	0,99991	0,99992	0,99992	0,99992	0,99992
3,80	0,99993	0,99993	0,99993	0,99994	0,99994	0,99994	0,99994	0,99995	0,99995	0,99995
3,90	0,99995	0,99995	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99996	0,99997	0,99997

Tableau A.1. Table de la loi Normale

Table loi de Poisson

P($X \leq x$) avec $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$

x	λ									
	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
0	0.6065	0.3679	0.2231	0.1353	0.0821	0.0498	0.0302	0.0183	0.0111	0.0067
1	0.9098	0.7358	0.5578	0.4060	0.2873	0.1991	0.1359	0.0916	0.0611	0.0404
2	0.9856	0.9197	0.8088	0.6767	0.5438	0.4232	0.3208	0.2381	0.1736	0.1247
3	0.9982	0.9810	0.9344	0.8571	0.7576	0.6472	0.5366	0.4335	0.3423	0.2650
4	0.9998	0.9963	0.9814	0.9473	0.8912	0.8153	0.7254	0.6288	0.5321	0.4405
5	1.0000	0.9994	0.9955	0.9834	0.9580	0.9161	0.8576	0.7851	0.7029	0.6160
6	1.0000	0.9999	0.9991	0.9955	0.9858	0.9665	0.9347	0.8893	0.8311	0.7622
7	1.0000	1.0000	0.9998	0.9989	0.9958	0.9881	0.9733	0.9489	0.9134	0.8666
8	1.0000	1.0000	1.0000	0.9998	0.9989	0.9962	0.9901	0.9786	0.9597	0.9319
9	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9997	0.9989	0.9967	0.9919	0.9829	0.9682
10	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9990	0.9972	0.9933	0.9863
11	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9991	0.9976	0.9945
12	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9992	0.9980
13	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9993
14	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998
15	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999
16	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

x	λ									
	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10
0	0.0041	0.0025	0.0015	0.0009	0.0006	0.0003	0.0002	0.0001	0.0001	0.0000
1	0.0266	0.0174	0.0113	0.0073	0.0047	0.0030	0.0019	0.0012	0.0008	0.0005
2	0.0884	0.0620	0.0430	0.0296	0.0203	0.0138	0.0093	0.0062	0.0042	0.0028
3	0.2017	0.1512	0.1118	0.0818	0.0591	0.0424	0.0301	0.0212	0.0149	0.0103
4	0.3575	0.2851	0.2237	0.1730	0.1321	0.0996	0.0744	0.0550	0.0403	0.0293
5	0.5289	0.4457	0.3690	0.3007	0.2414	0.1912	0.1496	0.1157	0.0885	0.0671
6	0.6860	0.6063	0.5265	0.4497	0.3782	0.3134	0.2562	0.2068	0.1649	0.1301
7	0.8095	0.7440	0.6728	0.5987	0.5246	0.4530	0.3856	0.3239	0.2687	0.2202
8	0.8944	0.8472	0.7916	0.7291	0.6620	0.5925	0.5231	0.4557	0.3918	0.3328
9	0.9462	0.9161	0.8774	0.8305	0.7764	0.7166	0.6530	0.5874	0.5218	0.4579
10	0.9747	0.9574	0.9332	0.9015	0.8622	0.8159	0.7634	0.7060	0.6453	0.5830
11	0.9890	0.9799	0.9661	0.9467	0.9208	0.8881	0.8487	0.8030	0.7520	0.6968
12	0.9955	0.9912	0.9840	0.9730	0.9573	0.9362	0.9091	0.8758	0.8364	0.7916
13	0.9983	0.9964	0.9929	0.9872	0.9784	0.9658	0.9486	0.9261	0.8981	0.8645
14	0.9994	0.9986	0.9970	0.9943	0.9897	0.9827	0.9726	0.9585	0.9400	0.9165
15	0.9998	0.9995	0.9988	0.9976	0.9954	0.9918	0.9862	0.9780	0.9665	0.9513
16	0.9999	0.9998	0.9996	0.9990	0.9980	0.9963	0.9934	0.9889	0.9823	0.9730
17	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9992	0.9984	0.9970	0.9947	0.9911	0.9857
18	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997	0.9993	0.9987	0.9976	0.9957	0.9928
19	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9997	0.9995	0.9989	0.9980	0.9965
20	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9991	0.9984
21	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9998	0.9996	0.9993
22	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999	0.9997
23	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	0.9999	0.9999
24	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000	1.0000

Tableau A.2. Table de la loi de Poisson

Exemple(chapitre II , section 2.5.2.2.2) :

$$(cs/(cs+cp))=0.583, \lambda=2.5 \rightarrow P(X < 2) = 0,5438 \text{ et } P(X < 3) = 0,7576$$

Références Bibliographiques

- A

- [Agr 00] Agrawal, V. and S. Seshadri. "*Impact of uncertainty and risk aversion on price and order quantity in the newsvendor problem*" *Manufacturing and Service Operation Management*. 2 410-413./ 2000.
- [Aln 01] Alain C. , Chantal Martin B., Maurice P. "*Gestion de production*", les éditions d'organisation, troisième édition 2001
- [Ant 65] R.N. Anthony, *Planning and control systems: a framework for analysis*, Harvard University Press, 1965.

-B

- [Bag 96] Baglin Gérard, Olivier BRUEL, Alain GARREAU et Michel GREIF "*Management Industriel et Logistique*", Economica, Paris, 1996.
- [Ban 99] J. Banks (1999), "*Introduction to Simulation*". In *Winter Simulation Conference*, P. Farrington, H. Nembhard, D. Sturrock et G. Evans (Ed.), pp. 7-13.
- [Bra 87] Brateley, P., B.L. Fox et L.E. Schrage, "*A Guide to Simulation*", Springer-Verlag, New York. (1987)
- [Bri 98] Brînzei N., Drăghici G., Ferney M., Zerhouni N. "*L'état de l'art sur la conduite des systèmes flexibles de production*", *Tehno'98* 1998, vol 2, p.261-268.

-C

- [Cac 03] Cachon, G. 2003. "*Supply chain coordination with contracts*". *The Handbook of Operations Research and Management Science: Supply Chain Management*. eds. S. Graves, T. de Kok, Kluwer.
- [Car 00] Carr, S, W. Lovejoy. "*The inverse newsvendor problem: choosing an optimal demand portfolio for capacitated resources*". *Management Sci.* 46 912-927. /2000.
- [Chr 00] Christian Homann , "*Audit combiné Qualité/supply Chain*" Edition d'organisation décembre 2004

[Cia 94] Ciarallo FW, Akella R, Morton TE. A periodic review, "*production planning model with uncertain demand optimality of extended myopic policies*". *Manage Sci* 1994;40:320±32.

-D-E-F

[Dan 01] Dana Jr., J., and N. Petruzzi. Note: "*The newsvendor model with endogenous demand*". *Management Sci.* 47 1488-1497./ 2001.

[Dou 83] Doumeingts G., Breuil D., Pun L, "*La gestion de production assistée par ordinateur*", Hermès, Paris, France, 1983

[Edg 88] Edgeworth, F. "*The mathematical theory of banking*". *J. Royal Statist. Soc.* 51 113-127./1888.

[Esq 99] Esquirol P. et Lopez P., "L'ordonnancement", *Economica*, 1999.

[Fon 01] Fontan G., Merce C., Erschler J., "*La planification des flux de production, Performance industrielle et gestion des flux*", Hermes Lavoisier, 2001.

[Fra 00] Francis lambersend, "*Organisation et génie de production*", ellipses / édition marketing 1999

-G

[Geo 97] georges javal, "*Organisation et génie de production*", deuxième édition, Masson,Paris,1997

[Geo 98] George DRAGHICI, Nicolae BRINZEI, Ioana FILIPAS "*La modélisation et la simulation en vue de la conduite des systèmes de production*",1998

[Ger 88] Gerchak Y, Vickson RG, Parlur M. *Periodic review " production models with variable yield and uncertain demand"*. *IIE Trans* 1988;20:144±50.

[Ger 94] S.B. Gershwin, "*Manufacturing Systems Engineering*", PTR Printice Hall, (1994).

[Gil 95] Gilbert S, Emmons H. "*Managing a Deteriorating Process in a Batch-Production Environment*". *IIE Transactions* 1995;27(2):233-243.

[GLO 86] F. GLOVER, "*Future paths for integer programming and links to artificial intelligence*". *Computers and Operations Research* 13 : 533-549, 1986.

[Gol 95] Eeckhoudt, L., C. Gollier and H.Schlesinger. "*Risk-averse (and prudent) newsboy*". *Management Sci.* 41 786-794. 1995

[Gra 01] Grasman SE, Olsen TL, Birge JR. "*Setting Basestock Levels in Multiproduct Systems with Setups and Random Yield*", Working Paper.

- [Gra 02] Scott E. Grasman , Zaki Sari and Tewfik Sari, "*Newsvendor Solutions with General Random Yield Distributions*", soumis à international journal of production research
- [Grd 88] GIARD Vincent, "*Gestion de la production*", Economica, Paris, 1988.
- [Gue 05] A.H.Guezzen, Z. sari, "*La modélisation et la simulation du modèle du camelot à demande et rendement aléatoire*", CIP'05 Conférence international sur la productique 2005
- [Gue 06] A.H.Guezzen, Z. sari, "*Proposition d'une méthode graphique pour résoudre le problème du camelot à demande et rendement aléatoire*", soumis à la conférence internationale sur l'ingénierie électronique ICEE'06
- H
- [Ham 03] Hamdy A.Taha, "*operation Research-An introduction person education*", Inc seventh edition 2003
- [Hen 90] Henig M, Gerchak Y. "*The structure of periodic review policies in the presence of random yield*". Oper Res 1990;38:634±43.
- [Her 87] Ehrhardt R, Taube L. "*An inventory model with random replenishment quantity*". Int J Prod Res 1987;25:1795 803.
- [Hey] Heyman DP, Sobel MJ. "*Stochastic Models in Operations Research*" Volume II: *Stochastic Optimization*. New York: McGraw-Hill,
- J-K
- [Jai 95] Jain K, Silver EA. "*The single period procurement problem where dedicated supplier capacity can be reserved*". Naval Res Logist 1995;42:915±34
- [Joh 74] Johnson L.A., Montgomery D.C., "*Operations research in Production Planning, Scheduling, and Inventory Control*", Wiley, 1974.
- [Kar 58] Karlin, S. "*One Stage Inventory Models with Uncertainty*". In K. J. Arrow, S. Karlin, H. Scarf (Eds.) *Studies in the Mathematical Theory of Inventory and Production*. Stanford University Press, Stanford, CA.1958
- [Kel 98] W. Kelton, R. P. Sadowski et D. A. Sadowski, "*Simulation with Arena*". McGraw-Hill. (1998),
- [kho 99] Khouja, M. 1999. "*The single-period (news-vendor) problem: Literature review and suggestions for future research*". Omega, Int. J. Mgmt. Sci. 27:537-553
- [Kol 01] Kolisch R. "*Make-to-order assembly management*", Springer, 2001.
- [Kou 94] Kouvelis, P., G. Gutierrez. "*The newsvendor problem in a global market: optimal centralized and decentralized control policies for a two-market stochastic inventory system*". Management Sci. 43(5): 571-585. 1994.

-L

- [Lai 98] E. Laizé , "Méthodologie de Modélisation de Systèmes Manufacturiers de Pneumatiques : Spécification de la Connaissance ". Thèse de doctorat, Université Blaise Pascal. (1998).
- [LAU 78] J-L. Lauriere, "A language and a program for stating and solving combinatorial problems", Artificial Intelligence 10 : 29-127, 1978.
- [Lau 02] Laurent Jeanpierre,"Apprentissage et adaptation pour la modélisation stochastique de systèmes dynamiques réels", thèse de doctorat le 03 Décembre 2002.
- [Law 91] A. Law et W. Kelton (1991), "Simulation modeling and analysis ". McGraw Hill.
- [LIN 73] S. LIN, B.W. KERNIGHAN, "An efficient heuristic for the traveling-salesman problem". Operations Research 21 : 498-516, 1973.
- [LIN65] S. LIN, "Computer solutions of the travaleing salesman problem". Bell System Technology Journal 44(10) : 2245-2269, 1965.
- [Lip 95] Lippman, S. and K. McCardle. "The competitive newsboy". Operations Research. 45. 54-65. /1995.

-M-N

- [Mel 72] J. Melèse, "L'analyse modulaire des systèmes de gestion", Editions Hommes et Techniques, 1972.
- [Mer 87] Mercé C., "Cohérence des décisions en planification hiérarchisée", Thèse de doctorat d'état-sciences, université Paul Sabatier, Toulouse, Toulouse, France, 1987.
- [Mil 01] Miller T., "Hierarchical Operations And Supply Chain Planning", Springer, 2001.
- [Mil 59] Mills, E. S. "Uncertainty and price theory". Quart. J. Econom. 73 116–130. 1959.
- [Moi 74] J.L. Le Moigne, "Les systèmes de décision dans les organisations", Presses universitaires de France, 1974.
- [Moi 77] J.L. Le Moigne, "La théorie du système en général. Théorie de la modélisation", Presses universitaires de France, 1977.
- [Nah 97] Steven Nahmias, "Production and operation analisis", the Mcgraw-Hill companies,Inc 3rd ed/1997
- [Nar 91] Narboux R. et Gay D."Un concept de GPAO pour les ateliers de mécaniques dans le contexte aéronautique-PARADI", Colloque bilan A2RP sur les actions de recherche en robotique productique, 1991.

[Noo 86] Noori AH, Keller G. "*One-period order quantity strategy with uncertain match between the amount received and quantity requisitioned*". INFOR 1986;24:1±11

-P

[PAP 82] C.H. PAPADIMITRIOU, K. STEIGLITZ, "*Combinatorial optimization algorithms and complexity*". Prentice Hall, 1982.

[Par 93] Parlar M, Wang D. "*Diversification under yield randomness in inventory models*". Eur J Opl Res 1993;66:52±64.

[Peg 90] C.D. Pegden, RE. Shannon, R.P.Saowski, "*Introduction to simulation using SIMAN*", MCGraw-Hill, Inc, 1990

[Pet 99] Petruzzi, N. and M. Dada "*Pricing and the newsvendor problem*", A review with extensions. Oper. Res. 47 183-193./ 1999.

[Pie 01] Pierre Zermati, "*Pratique de la gestion des stocks*", Dunod-Paris 6eme edition 2001

[Pil 00] pillet M, "*Appliquer la maîtrise statistique des procédés*", Edition d'organisation, Paris 2000

-R-S

[Rot 98] Rota K., Thierry C. et Bel G., "*Supply chain management : a supplier perspective*", 9^{ème} symposium sur les technologies avancées de l'information de contrôle commande pour les systèmes de production (conférence IFAC : International Federation of Automatic Control), Nancy-Metz, France, Juin 1998.

[Ryz 99] Van Ryzin, G.S. Mahajan. "*On the relationship between inventory costs and variety benefits in retail assortments*". Management Science. 45(11). 1496-1509. 1999.

[Sch 04] *Le magazine Schneider Electric de l'enseignement technologique et professionnel, de la sûreté de fonctionnement*, Novembre 2004

[Sha 03] Shang, K., J. S. Song. "*Newsvendor bounds and heuristic for optimal policies in serial supply chains*". Management Science. 49(5). 618-638. 2003.

[She 31] Shewhart W., "*Economic control of quality of Manufactured product*", van nostrand, 1931

[Shi 80] Shih W. "*Optimal inventory policies when stockouts result from defective products*". Int J Prod Res 1980;18:677±86.

-T-V-W-Y

- [Ter 99] Bohn RE, Terwiesch C. "*The Economics of Yield Driven Processes*". Journal of Operations Management 1999;19(1):41-59.
- [Van 01] Van Mieghem, J. and N. Rudi. "*Newsvendor networks: dynamic inventory management and capacity investments with discretionary activities*". Northwestern University working paper. 2001.
- [Whi 55] Whitin, T. "*Inventory control and price theory*". Management Sci. 2 61–68. 1955.
- [Yan 95] Yano, C.A. and H.L. Lee. 1995. "*Lot Sizing with Random Yields*", A Review. Operations Research 43, pp. 311-334.

