

Chapitre 2

Propagation des ondes mécaniques dans les chaînes aléatoires à désordre binaire corrélé

Chapitre 2

Propagation des ondes mécaniques dans les chaînes aléatoires à désordre binaire corrélés

I	Introduction	45
II	Etude de la propagation des ondes mécaniques dans les systèmes 1d	54
II.1	Le système de la corde vibrante chargée en masses.....	54
	A. Description de l'ordre parfait.....	54
	B. Etude du désordre compositionnel de masse.....	60
	1. Cas des composants binaires non corrélés	60
	a-Description des coefficients de transmission et de Lyapunov réduit	60
	b-Description de la nature des modes de transmission.....	63
	c-Conclusion.....	63
	2. Cas des composés binaires corrélés à courte portée : effet dimer.....	64
	a-Description des coefficients de transmission et de Lyapunov réduit	65
	b-Description de la nature des modes de transmission.....	68
	c-Conclusion.....	70
II.2	Le système de la corde vibrante chargée en résonateurs masses-ressorts.....	71
	A-Description d'un ordre parfait.....	72
	B-Etude des systèmes binaires désordonnés.....	75
	1. Nature des modes de transmission résonants	80
	2. La transmission balistique dans le modèle du dimer aléatoire	81
	a-La résonance de la commutation balistique.....	82
	b-La résonance dimer balistique.....	87
	c-Conclusion.....	90
	d-Application : Etude des filtres optiques balistiques.....	91
	1. La configuration dimer I.....	95
	2. La configuration dimer II.....	98
	3. La configuration dimer balistique dans un alliage hôte désordonné	99
	4. Conclusion.....	104
III.	Conclusion générale.....	105
	Tableaux récapitulatifs	105
IV.	Bibliographie	106

I. Introduction

La propagation et la dispersion des ondes dans les milieux ordonnés ont été largement étudiées depuis les travaux de Brillouin dans le milieu du 20^e siècle [1]. A partir du théorème de Bloch [2], l'analyse des relations de dispersion obtenues sur les cristaux électroniques, a montré la formation d'une structure de bandes d'énergie pour laquelle bandes permises et interdites sont alternées dans le spectre de transmission. La résolution de l'équation de Schrödinger nécessite aussi une approche ondulatoire, semblable. Ainsi l'équivalence classique permet d'approcher le problème théorique de la mécanique quantique en fournissant un moyen supplémentaire, macroscopique - et parfois - expérimental pour observer et mieux comprendre le phénomène physique considéré.

L'analogie classique établie sur les phénomènes mésoscopiques quantiques provient des travaux de S. He et J.D. Maynard [3,4]: En reproduisant du mieux possible la physique mésoscopique fondamentale sur une échelle macroscopique, des systèmes équivalents peuvent être élaborés. La main mise sur les paramètres intrinsèques définissant le potentiel de ces systèmes classiques, un control total sur la fiabilité de la mesure des réponses macroscopiques (valeurs propre de transmission, vecteur propres, coefficient de transmission, longueur de localisation, déphasage etc.) peut ainsi être obtenu.

D'une part, l'analogie mathématique entre onde électronique et onde mécanique est décrite comme suit : Les fonctions d'onde résultant de la superposition des modes propres, évoluent en $e^{\frac{E_n t}{\hbar}}$ pour les électrons et en $e^{i\omega_n t}$ pour les ondes sonores. L'équation de Schrödinger électronique

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta + V(r)\right] \psi_k = E(k)\psi_k \quad (\text{II.1})$$

devient équivalente à l'équation du mouvement classique

$$\Delta \psi_q + (q^2 - V(r))\psi_q = 0 \quad (\text{II.2})$$

pour laquelle le vecteur d'onde électronique $k = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2} E}$ est remplacé le vecteur d'onde classique équivalent $q = \frac{\omega}{v_\phi}$. Le paramètre v_ϕ représente la célérité de l'onde propagatrice, telle qu'identifiée dans l'équation de la propagation de l'onde classique dans son milieu correspondant. D'autre part, contrairement à la complexité des potentiels quantiques, le potentiel classique peut être aisément déterminé à partir de la combinaison de densité de masses et de raideur déduites à partir des lois de la mécanique acoustique [5]. Dans le cas des systèmes de chaînes harmoniques, la résolution de l'équation de Schrödinger se présente sous une formulation analytique : En se basant sur une approche équivalente à celle des liaisons fortes dans les systèmes électroniques, deux masses voisines couplées par la présence d'un potentiel d'interaction, vibrent en modes normaux symétrique et anti symétrique, résultant de la combinaison des modes propres individuels. Si N éléments identiques existent dans le système ordonné, N modes normaux et N fréquences propres en résulteront dans chaque bande permise. La disposition de ces modes à l'intérieur de la bande permise ainsi que sa largeur dépendent évidemment de l'intensité de l'interaction (taux de couplage) entre plus proches voisins. C'est le principe de la formation en structure de bandes d'énergie dans le modèle des liaisons fortes (voir Fig. II.1)

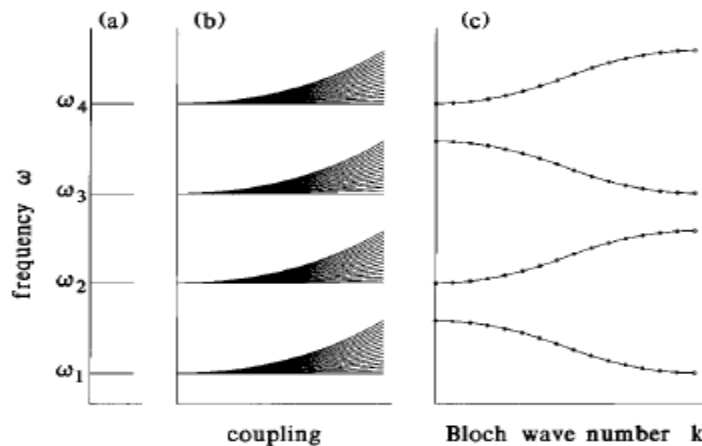


Fig. II 1 Illustration de la formation de la structure de bandes dans la corde chargée en masses (b, c) à partir de niveaux permis discrets ((a) correspondants aux masses infinies) et l'augmentation des paramètres de couplages entre éléments [3,4].

Dans le cadre de la localisation d'Anderson classique, un dispositif expérimental permettant de décrire la propagation des ondes classiques transversales dans les systèmes désordonnés à été proposé par S. He et J.D. Maynard [3,4].

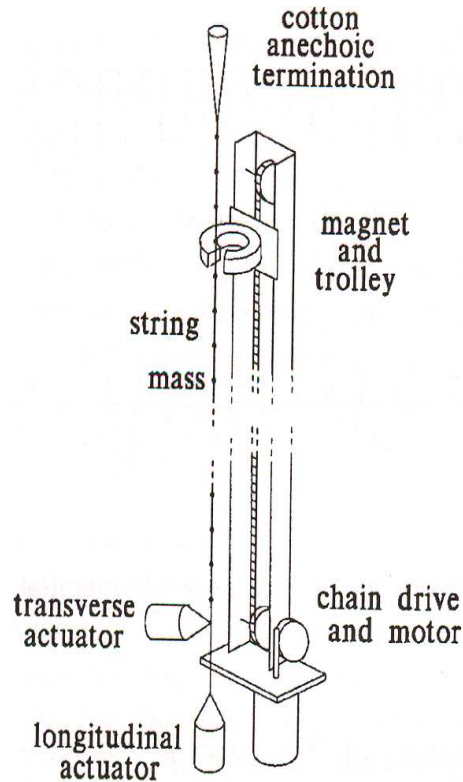


Fig. II. 2 Dispositif expérimental relatif à la localisation d'Anderson classique. Les masses ponctuelles sont disposées le long du fil métallique [3,4]

Le milieu de propagation est constitué d'un fil homogène de longueur finie, tendu uniformément et suspendu verticalement. L'onde classique transversale est générée par une source electro-vibratrice, placée sur l'une des extrémités du fil. Un ensemble de masses M disposées régulièrement sur le long du fil, définit la forme du potentiel. Considérées ponctuelles, les masses fournissent au système un potentiel sous forme d'une somme de distributions delta de Dirac. Cette réalisation expérimentale est suffisamment précise pour reproduire les phénomènes de transmission dans le modèle mécanique équivalent au modèle électronique de Kronig-Penney [6]

Le dispositif expérimental est muni d'un chariot supplémentaire transportant un aimant sous forme de C, parallèlement au fil de telle sorte que ce dernier puisse traverser l'aimant entre ces deux pôles. Lorsque la vibration transversale se propage le long du fil, le champ magnétique induit une force électromagnétique proportionnelle à la vitesse de la

propagation de l'onde dans le fil, à la position de l'aimant. La mesure de l'intensité électromagnétique, nous renseigne sur le comportement de l'onde à chaque position de l'aimant le long du fil.

Dans ce dispositif expérimental, l'incertitude relative sur l'ensemble des masses rend la réalisation du système parfaitement ordonné difficile à atteindre, d'autant plus qu'il faut s'assurer de la régularité des distances entre masses d'un site à un autre. Quant au désordre, ce dernier est en général considéré de deux manières différentes : En modifiant les masses d'un site à un autre, le désordre structural (équivalent du désordre diagonal dans le modèle des liaisons fortes) est reproduit. Par ailleurs en disposant les masses sur des distances différentes les une des autres, le désordre spatial (équivalent au désordre hors diagonal dans le modèle des liaisons fortes) est ainsi construit. Dans ces conditions, la réponse du fil, soumis à une excitation transversale a été observée et représentées sur Fig. II. 3 aussi bien dans le cas d'un système presque ordonné que pour une structure spatialement désordonnée dont le taux du désordre est estimé à 2% de la période du système.

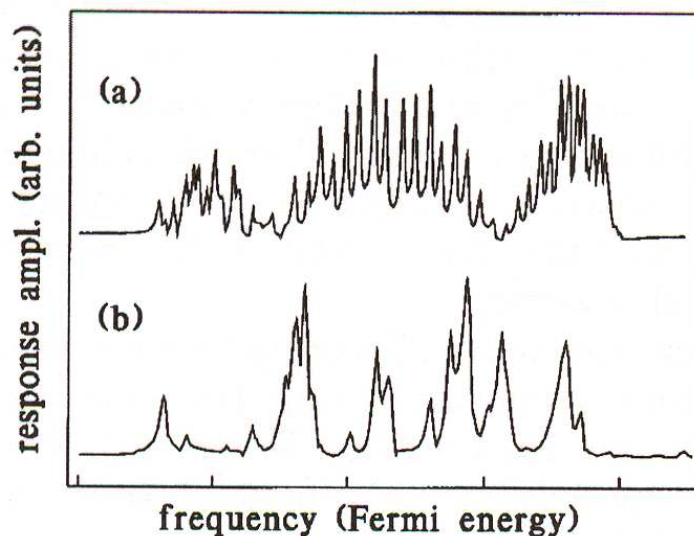


Fig. II.3 Réponses du fil à la source electro-vibratrice relatives à (a) un potentiel périodique, (b) un potentiel désordonné à 2% [3,4]

En faisant déplacer le chariot le long du fil, il devient alors possible de décrire le comportement de l'amplitude d'un mode de vibration le long de la chaîne. Plusieurs mesures sur l'amplitude de l'onde propagatrice ont été observées dans des conditions (situations) différentes du désordre. Le profil des fonctions enveloppe correspondantes aux modes de

Bloch, aux modes localisés d'Anderson et aux modes de transmission mixtes est représenté sur Fig. II. 4.

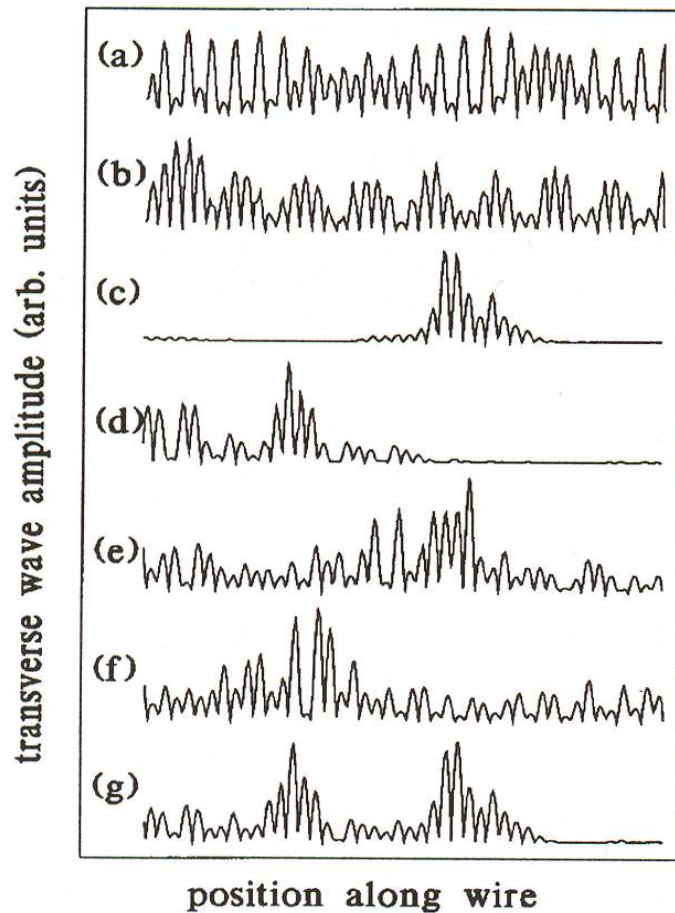


Fig. II.4 Fonctions enveloppes correspondantes à : (a) et (b) modes de Bloch, (c)-(f) modes propres du désordre à 2%, (g) état mixé par une vibration longitudinale entre les modes (c) et (d) [3,4]

Ce dispositif expérimental a été également utilisé par Maynard pour étudier d'autres phénomènes classiques équivalents à ceux de la physique mésoscopique. Les effets de la diffusion inélastiques ont été considérés en introduisant l'action d'un autre électro-vibreux qui généré une vibration longitudinale le long de fil chargé de masses. La non-linéarité conjuguée au désordre comme processus de délocalisation dans les systèmes unidimensionnels a été également examinée [7-11].

Dans le même contexte, la propagation des ondes longitudinales a été étudiée [12]. Le spectre de la transmission longitudinale et les propriétés de la conductivité thermique ont été examinés dans des systèmes mécaniques désordonnés [13]. En insérant un ressort entre deux masses successives, l'équation de la propagation des ondes élastiques devient

équivalente à celle du mouvement des électrons dans le modèle électronique des liaisons fortes. Dans un système masse-ressort suffisamment désordonné, la plupart des modes longitudinaux sont localisés. Cependant en présence de corrélations de désordre de masse, l'existence de modes délocalisés a été démontrée. Des modes étendus ont également apparu lorsque les ressorts sont introduits par paires aléatoire dans le système hôte pour lequel l'ordre de masse a été préservé [14].

Motivés par les phénomènes de délocalisation dans les systèmes électroniques unidimensionnels désordonnés, L.S. Cao et al., ont étudié récemment la transmission vibrationnelle dans les systèmes corrélés n-mers [15] : Le transport des vibrations longitudinales et son influence sur la conductivité thermique ont été examinés dans le cas des motifs dimer, trimer puis généralisé au n-mer. Les auteurs ont démontré qu'en présence de corrélation de désordre, la délocalisation induit des résonances de transmissions parfaites d'ondes acoustiques. A ces fréquences particulières, des canaux de transmission transparents sont ouverts pour le transport de l'énergie thermique. La nature des modes de transmission aux différentes résonances présente un caractère périodique à amplitude uniforme correspondant à un mode de transmission étendu similaire à une onde de Bloch. Dans la limite thermodynamique, la conductance thermique devient quantifiée.

En se basant sur ces considérations antérieures et les travaux précédents sur la localisation électronique [16-21], l'objectif de cette partie consiste à décrire les phénomènes de délocalisation des ondes transversales dans divers systèmes mécaniques à profils de potentiel différents [6,17,18]. Nous nous intéressons en particulier aux systèmes binaires classiques, pour lesquels la corrélation du désordre est à courte portée. Les réponses de la transmission, de la longueur de localisation et de la nature des modes relatifs au modèle du dimer aléatoire, sont examinées dans le cadre de l'analogie avec le modèle électronique de Kronig-Penney [6,17,18].

Aussi avec la possibilité de la manipulation sur le potentiel qu'offre le système mécanique [3-5], nous mettons en évidence l'effet de l'insertion des ressorts (en tant qu'interaction supplémentaire fournie à l'onde incidente par son milieu de propagation) sur

les propriétés de transmission de la corde vibrante chargée en masses. Des améliorations considérables dans le régime de la transmission à la résonance dimer ont été obtenues [23,24]. Aussi en suivant une procédure similaire à celle de Wu et al [18] et Q. Huang et al.[22], la résolution de l'équation du mouvement classique dans le modèle de Kronig-Penney a permis d'identifier une résonance supplémentaire dans le modèle conventionnel du dimer aléatoire [7,17-19,22,26,27]. Ceci nous a amené par la suite à aborder l'étude des filtres acoustiques à l'effet dimer [25] dans le cadre plus attrayant de la transmission balistique [24].

La dernière section de cette partie est consacrée à l'effet dimer dans les alliages hôtes désordonnés. Le système des résonateurs masse-ressort permet de préserver la résonance dimer balistique pour autant qu'une contrainte particulière sur la distribution aléatoire des ressorts soit imposée et que la condition d'alignement des fréquences soit préservée. Le taux du désordre de masse est présenté comme un paramètre supplémentaire utile à améliorer la qualité de la transmission autour de la résonance dimer balistique de ces filtres mécaniques [24].

II. Etude des propriétés de transmission des ondes mécaniques dans les systèmes unidimensionnels.

La propagation d'ondes classiques dans les milieux unidimensionnels est présentée à travers l'étude de la transmission d'ondes transversales dans des systèmes mécaniques à profils de potentiels classiques différents. Le milieu de propagation est constitué d'une corde homogène sur laquelle est disposé un ensemble de sous systèmes considérés ponctuels. Ces éléments (masse et / ou ressorts) sont reliés les uns aux autres via la corde sur laquelle est appliquée une tension uniforme [25]. En utilisant le formalisme des matrices de transfert, les réponses du système sont décrites par des relations récurrentes, similaires à celles du modèle électronique des liaisons fortes.

Dans le cas d'un ordre parfait, la formation de la structure de bande est évoquée sous différentes représentations (Fig. II.5). Deux paramètres principaux peuvent contrôler l'ordre: La périodicité spatiale du système est assurée par la distance séparatrice régulière entre deux cellules plus proches voisines tandis que l'ordre compositionnel (structural) est généré par la reproduction périodique du motif à travers tous les sites réguliers du réseau. Dans le cas de cas de structures désordonnées, seul le désordre structural est examiné dans ce travail. Nous nous intéressons au système binaire pour lequel deux motifs (hôte et défaut) sont considérés.

De la même manière que dans le chapitre précédent, l'absence de déterminisme dans les systèmes désordonnés impose une considération statistique pour les propriétés de transmission [28]: La nature localisée ou délocalisée des modes de transmission mécanique est aussi déterminée à partir des valeurs moyennes des coefficients de transmission et de la longueur réduite de localisation. La transition de phase entre modes localisés et modes délocalisés est ainsi décrite.

Dans notre travail, nous tenterons d'aboutir à un effet dimer optimisé. L'insertion des ressorts dans la corde vibrante chargée en masses, constitue l'atout majeur dans cette manipulation permettant de contrôler constructivement le désordre structural pour une meilleure maîtrise de la transmission à la résonance dimer. Dans ce contexte, les filtres mécaniques balistiques à réponses ajustables en fonction du taux du désordre de masse sont examinés.

II.1 Le système de la corde vibrante chargée en masses

Dans l'objectif de décrire convenablement la localisation d'Anderson dans les systèmes mécaniques unidimensionnels à désordre corrélé, il est important de considérer en premier lieu la limite des systèmes totalement ordonnés et ses différentes représentations. L'ordre parfait sera par la suite d'une utilité primordiale pour une meilleure compréhension du comportement des systèmes binaires désordonnés.

A- Description de l'ordre parfait

Dans l'exemple considéré, soit une corde homogène de densité massique $\rho = 5 \text{ kg} / \text{m}$ chargée par un ensemble de masses identiques $M_n = M_0$. Chacune des N masses ($n = 1, N$) occupe la position $x_n = nd$ où $d = 0.05 \text{ m}$ est la périodicité du système. En imposant une tension $T_0 = 10 \text{ N}$ uniforme le long de la chaîne, l'onde se propage à une vitesse

$$v_\varphi = \sqrt{\frac{T_0}{\rho}} = 1.414 \text{ m/s} \text{ le long de ce milieu (Fig. II. 1)}$$

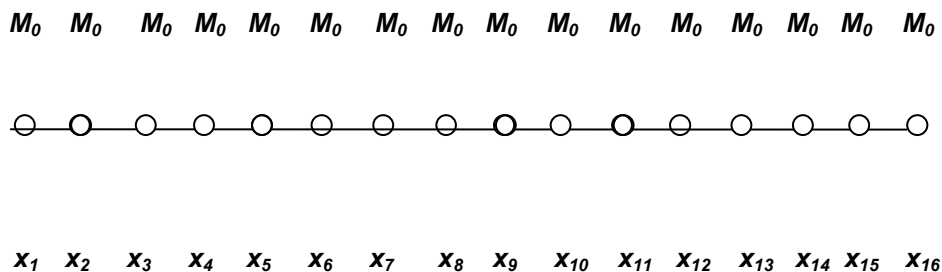


Fig. II.1 Système mécanique de la corde vibrante de masse

Soit $M_0 = 0.100 \text{ kg}$ et déterminons (en utilisant le formalisme de la matrice de transfert) le coefficient de transmission T relatif ce système ordonné. Pour une structure finie à N périodes ($N = 2, 3, 5, 10, 40 \text{ et } 100$), le nombre de pics correspondants aux différents ordres des résonances est égal à $i = N-1$ (Fig. I. 2)

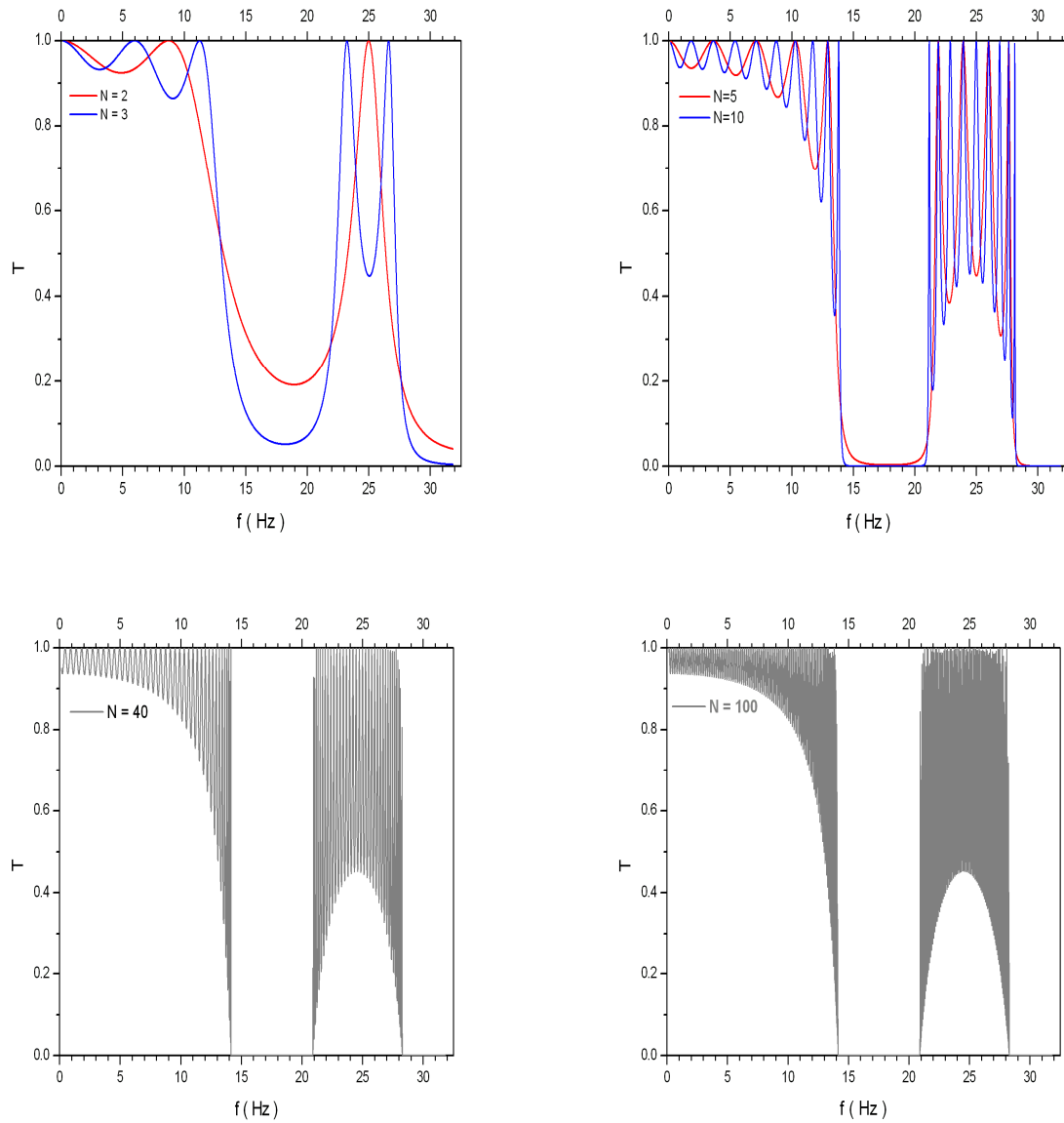


Fig. II.2 Formation de la structure de bandes dans la corde vibrante chargée en masses
 ($M_0 = 0.100 \text{ kg}$, $T_0 = 10 \text{ N}$ et $d = 0.05 \text{ m}$)

Lorsque la longueur du système est suffisamment grande ($N = 40, 100$ périodes), les résonances s'organisent de manière assez compactes à l'intérieur de domaines de fréquences permises ($T = 1$), séparées de domaines de fréquences interdites pour lesquelles le système devient totalement réfléchissant ($T = 0$). La transition d'une bande transparente vers une bande totalement réfléchissante se fait de manière abrupte. Ceci représente la formation en structure de bandes dans les systèmes ordonnés à partir des différents ordres de résonances.

Dans le réseau réciproque, la structure de bande peut être déduite à partir des propriétés de transmission d'une structure à une période dans le réseau direct. La relation de dispersion est totalement retranscrite dans l'espace réciproque, sur la première zone de Brouillon :

$$0 \leq \frac{qd}{\pi} \leq 1 \quad (\text{II.3})$$

Fig. II.3 montre la correspondance parfaite entre domaines de fréquences de transparence parfaite et réflexion totale avec les bandes permises et interdites. Dans un système infini totalement ordonné, seuls deux cas sont possible : L'onde est permise et traverse parfaitement le système par un canal permis ($T = I$), ou bien elle est totalement réfléchié et sa fréquence est interdite (voir Fig. II.4).

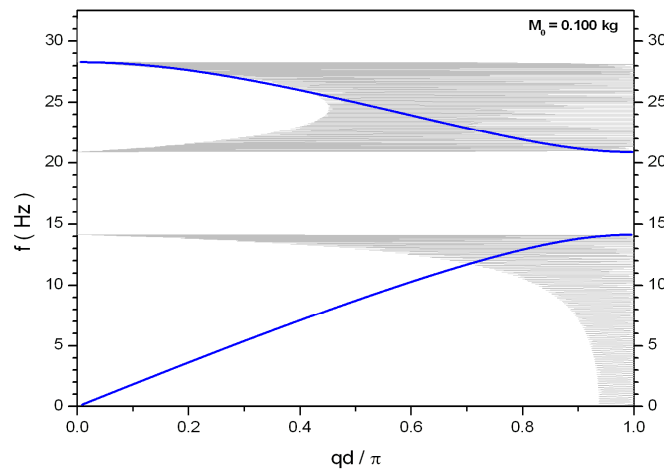


Fig. II. 3 Correspondance entre profil de transmission et structure de bandes

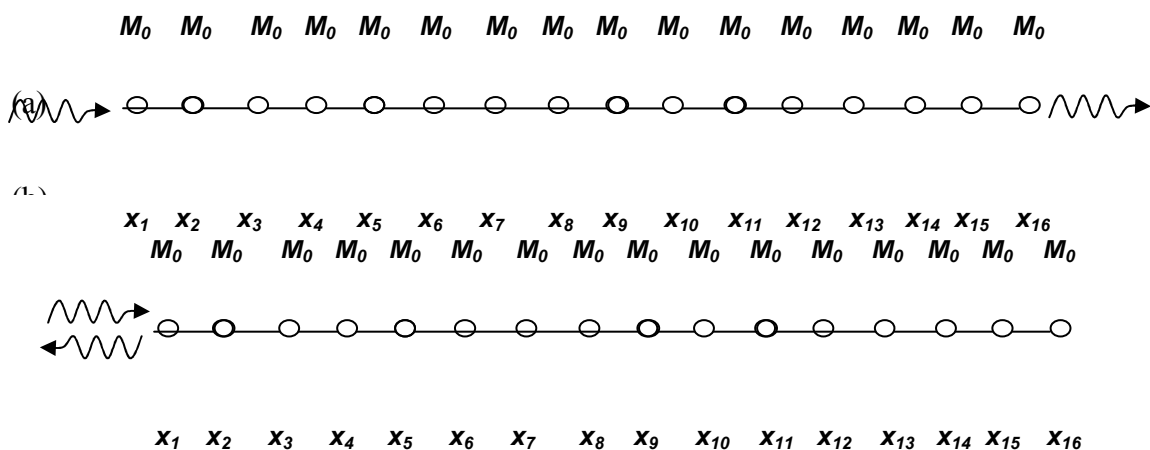


Fig. II. 4 : Schéma d'une onde permise (a) et d'une onde interdite (b) dans une chaîne linéaire de masses identiques

Une autre manière de considérer la formation d'une structure de bandes $q(f)$ consiste à déduire la fonction de Kronig-Penney $\kappa(f)$ à partir du formalisme de la matrice de transfert (Appendice I). Sur la Fig. II.5, une correspondance directe entre la structure de bandes, le profil de transmission et la fonction de Kronig-Penney sur un domaine de fréquence plus large est représentée : Au fur et à mesure que la fréquence augmente, la fonction $\kappa(f)$ qui est continue et monotone, délimite des bandes permises (interdites) de plus en plus fines (larges) à chaque fois que $|\kappa(f)| < 1$ ($|\kappa(f)| > 1$). Les bords de bandes pour lesquels la vitesse de groupe s'annule correspondent à la condition $|\kappa(f)| = 1$.

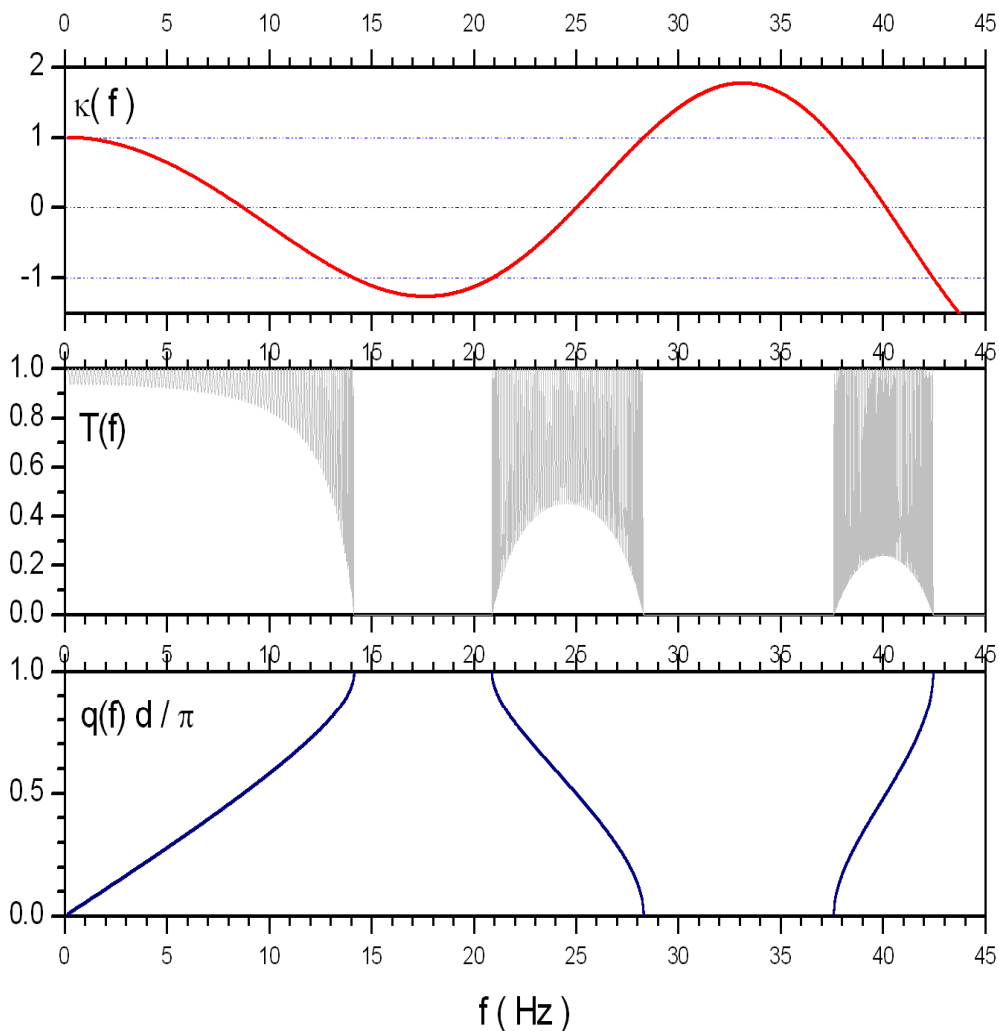


Fig. II. 5. Correspondances entre (de haut en bas) : relation de Kronig-Penney, spectre de transmission et structure de bandes pour $M_0 = 0.100$ kg et $N = 250$

Des systèmes ordonnés présentant une masse différente ont été examinés. Sur Fig. II.6, une représentation de la fonction de Kronig-Penney pour les masses $M_0 = 0.100, 0.150, 0.200$ et 0.300 kg est donnée. Etant considéré comme l'élément principal définissant l'ordre structural, la masse et sa variation influe sur la structure de bandes : Avec l'augmentation du poids de l'objet suspendu, une réduction de la largeur des bandes permises est enregistrée, permettant ainsi à la bande interdite de devenir de plus en plus large. En d'autres termes, le système devient de plus en plus contraignant à faire propager les ondes pour des masses de plus en plus importantes.

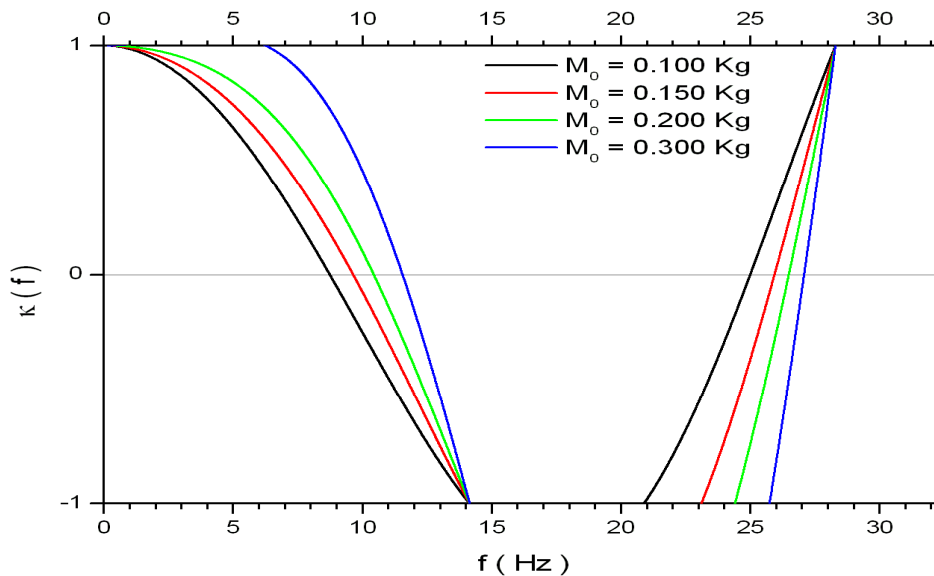


Fig. II. 6 Relation de dispersion du modèle de Kronig-Penney pour différentes cellules élémentaires :
($M_0 = 0.100, 0.150, 0.200$ et 0.300 kg)

Nature des modes permis

Dans le but de déterminer la nature des modes permis, la fonction enveloppe correspondante est examinée à partir de la description du coefficient de transmission $T(N)$ en fonction de la taille du système (mesurée en nombre de périodes N). Pour différents modes situés aux bords et au centre de la bande permise fondamentale du système ($M_0 = 0.300$ kg), les ondes permises de vecteur d'onde q_n reproduisent différemment le théorème de Bloch (voir Fig. II. 7) : Les fonctions enveloppes sont périodiques à amplitudes constantes et c'est la condition de résonance

$$q_n d = \frac{n\pi}{N} \Big|_{n=1, N-1} \quad (\text{II.4})$$

qui détermine l'allure de la fonction enveloppe. Ainsi pour une périodicité d donnée du système, chaque nombre d'onde q_n reproduit 'son' ordre parfait. La condition de Bloch peut aussi être considérée différemment : Connaissant le nombre d'onde k_0 d'une onde incidente, il devient aussi possible de déduire une période d_n vérifiant une relation semblable:

$$q_0 d_n = \frac{n\pi}{N} \quad (\text{II.5})$$

pour laquelle, les transmissions et réflexions successives le long des éléments de la structure reproduisent un ordre effectif dans le milieu de propagation. Le système physiquement ordonné sur la période spatiale d devient effectivement ordonné sur l'échelle de distances d_n reproduisant de manière similaire la condition de Bloch.

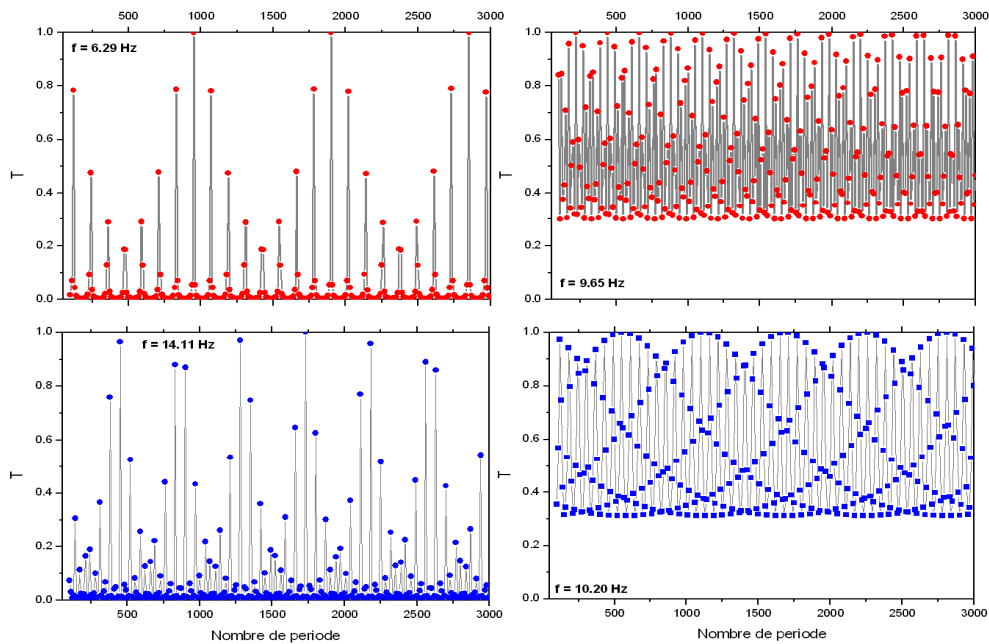


Fig. II.7 fonctions enveloppes périodiques pour différentes fréquences permises:

$$f = 6.29, 9.65, 10.20 \text{ et } 14.11 \text{ Hz lorsque } M_0 = 0.300 \text{ kg}$$

En conclusion, cette partie nous a permis de nous familiariser avec les différentes représentations relatives à l'ordre parfait dans une corde vibrante de masses. En présence de masses différentes, les systèmes ordonnés présentent des structures de bandes de largeur de bandes permises différentes. Pour chaque modes permis, la fonction enveloppe est périodique conformément au théorème de Bloch.

B- Etudes du désordre compositionnel de masse

Dans le but de décrire les effets de la localisation d'Anderson, la nature des modes de transmission dans les systèmes binaires non corrélé est examinée dans le cadre d'un désordre structural. Le taux du désordre est défini par rapport à la concentration c_B des défauts et/ou la taille du système (mesurée en nombre de séquences N). Les effets de la corrélation du désordre à courte portée sont ensuite considérés pour vérifier les prédictions conventionnelles de l'effet dimer, telles que définies dans le modèle électronique de Kronig-Penney [6]. Finalement la nature des modes de transmission autour de la résonance dimer est donnée en fonction du taux de désordre.

B-1 Cas des composés binaires non corrélés

a- Description des coefficients de transmission et de Lyapunov réduit.

Soient deux masses M_A, M_B distribuées aléatoirement sur l'ensemble des sites réguliers x_n d'une corde vibrante conformément la fonction de distribution binaire :

$$P(M_i) = c_B \delta(M_i - M_B) + c_A \delta(M_i - M_A) \quad (\text{II.6})$$

où c_B et $c_A = 1 - c_B$ représentent la concentration des éléments défauts (M_B) et hôtes (M_A) respectivement (Fig. II. 8)

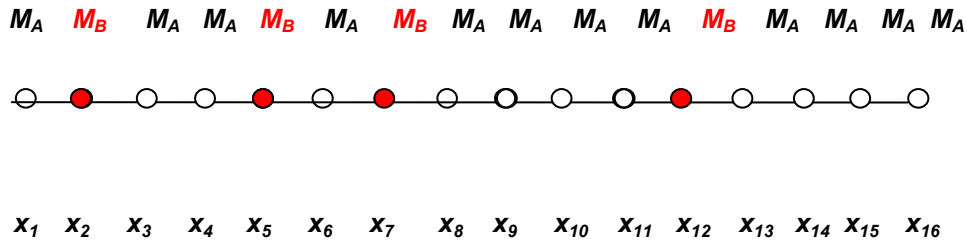


Fig. II.8 Désordre binaire non corrélé dans une corde vibrante chargée en masses

L'équation de la propagation de l'onde sur l'ensemble des sites $x_n = nd$ est donnée par :

$$\frac{\partial^2 y(x)}{\partial x^2} + q^2 y(x) = \sum_n \lambda_n(\omega) \delta(x - nd) y(x) \quad (\text{II.7.1})$$

où

$$q = \frac{\omega}{v_\phi} \quad \text{et} \quad v_\phi = \sqrt{\frac{T_0}{\rho}} \quad (\text{II.7.2})$$

représentent le vecteur d'onde et la célérité de celle-ci à travers tout le système. Contrairement au cas électronique (Eq.I.27), l'intensité du pic du potentiel mécanique $\lambda_n = \lambda_n(f)$ est effective :

$$\lambda_n(f) = \frac{M_n}{T_0} f^2 \quad (\text{II.8})$$

M_n représente la masse au $n^{\text{ième}}$ site et T_0 la tension uniforme appliquée à la corde [7].

Considérons l'exemple des paramètres suivants $M_A = 0.300 \text{ kg}$, $M_B = 0.150 \text{ kg}$ et $N = 500$ et déterminons à partir du formalisme de matrices de transfert les réponses moyennes de la transmission. Les valeurs du coefficient de transmission $\langle T \rangle$ et de la longueur de localisation réduite $\langle \frac{L}{\xi} \rangle$ (où ξ est la longueur de localisation et L la taille du système) sont représentées sur les Fig. II. 9(a) et (b). Des concentrations c_B allant jusqu'à $c_B = 0.40$ sont considérées.

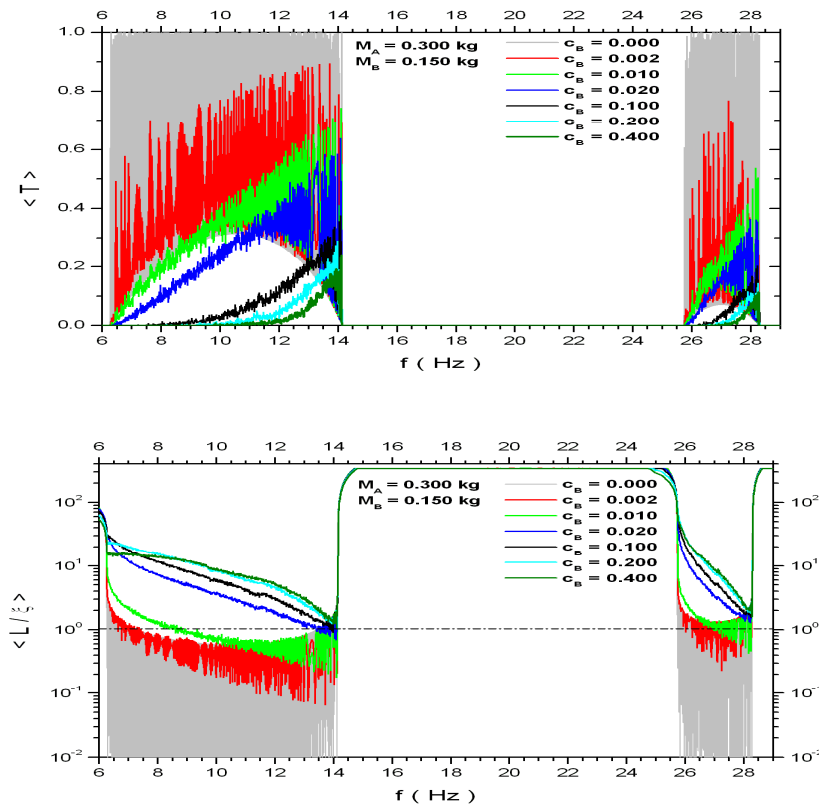


Fig. II.9 : Réponses moyennes de la transmission (en haut) et de la longueur de localisation réduites (en bas) dans le cas du désordre binaire non corrélé pour différentes concentrations c_B du défaut. Bande interdite caractérisée T par $L/\xi \gg 1$

La structure de bandes du réseau hôte ($M_A = 0.300 \text{ kg}$, $c_B = 0$) est immédiatement affectée à partir de l'insertion d'un défaut ($c_B = 0.002$). Pour des concentrations de plus en plus importantes, l'effet du désordre est d'autant plus destructif que les modes de transmission sont proches des bords inférieurs des bandes permises situés à $f = 6.25 \text{ Hz}$ et $f = 25.75 \text{ Hz}$ pour les première et seconde bandes respectivement. Par contre, les modes de transmission proches des bords supérieurs des bandes permises ($f = 14.10 \text{ Hz}$ et $f = 28.40 \text{ Hz}$) résistent plus à l'effet du désordre ($\langle T \rangle \approx 0.20$ et $\langle T \rangle \approx 0.10$). Ce domaine de fréquences correspond aux modes les plus proches de l'ordre spatial du système (vérifiant la relation $qd \approx n\pi$ où n est l'indice de la bande) et par conséquent aux modes les plus susceptibles de rester délocalisés ($\langle \frac{L}{\xi} \rangle \approx 1$).

b- Description de la nature des modes de transmission

La nature des modes de transmission est identifiée à partir de la description de la réponse moyenne $\langle T(N) \rangle$ en fonction de la taille du système (mesurée en nombre de séquences N). Parmi les systèmes décrits ci-dessus (Fig. II.9), considérons les deux configurations $c_d = 0.20$ et $c_d = 0.40$ et examinons des modes de transmission appartenant à la première bande permise. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux modes situés au bord inférieur ($f \approx 6.30 \text{ Hz}$), au bord supérieur ($f \approx 14.10 \text{ Hz}$) et au centre ($f \approx 10.40 \text{ Hz}$) de la bande permise, tels que identifiés dans l'ordre parfait (Fig. II. 9(a)).

Présentant un coefficient de transmission nul ($\langle T \rangle = 0$), l'onde incidente au bord inférieur ($f \approx 6.30 \text{ Hz}$) de la bande permise est totalement réfléchiée pour la concentration $c_B = 0.20$. Face au même taux du désordre, l'onde permise au centre de la bande ($f \approx 10.40 \text{ Hz}$) réagit différemment. Celle-ci se présente sous forme d'une onde évanescente d'une profondeur de pénétration finie $\xi \approx 270 d$ dans ce milieu désordonné. Quant au dernier mode situé à $f \approx 14.10 \text{ Hz}$, sa propagation au bord supérieur de la bande est plus intéressante : La fonction enveloppe apparaît sous un aspect mixte dans lequel se côtoient les contributions d'une fonction enveloppe périodique caractérisant les modes étendus de l'ordre parfait et une décroissance exponentielle en amplitude reproduisant le caractère contraignant du désordre d'Anderson.

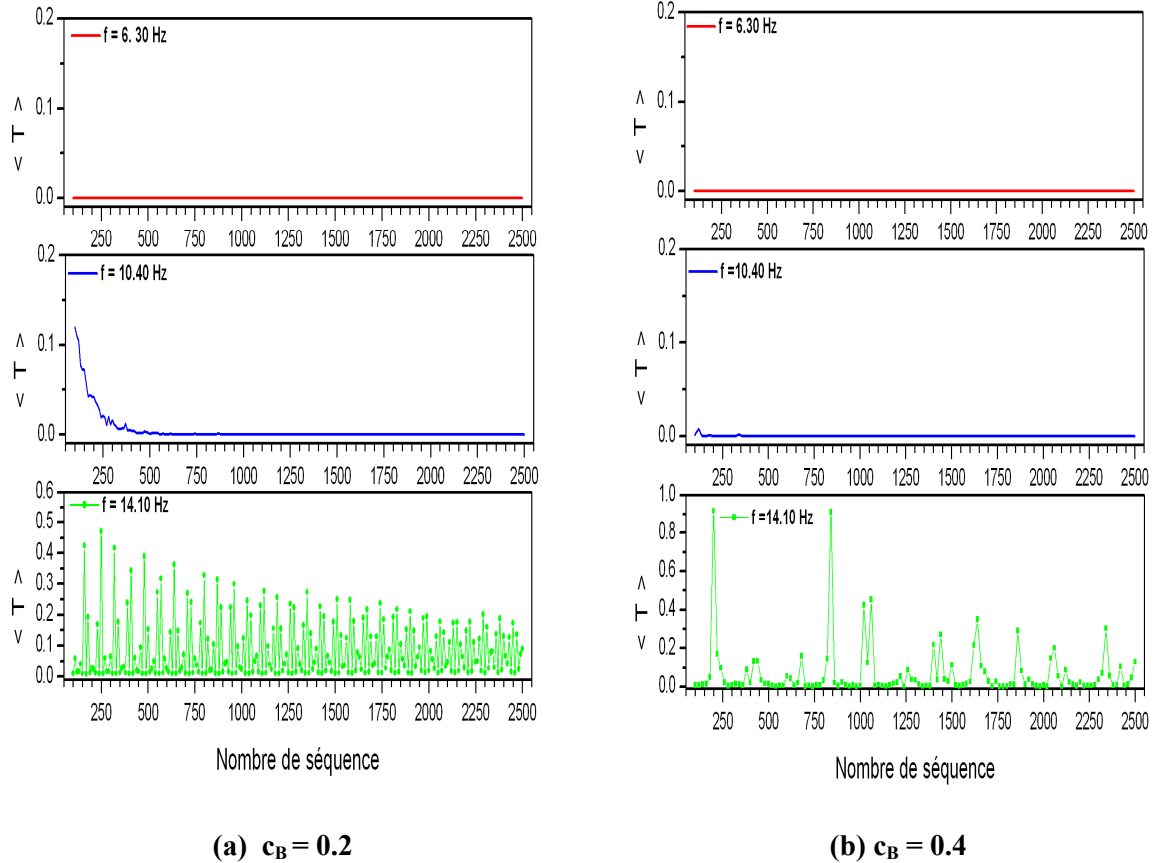


Fig. II.10 : Différents modes de transmission appartenant à la 1^{ère} bande permise ($c_B = 0.2$ et $c_B = 0.4$).

Apparition des états mixtes pour $f \approx 14.10$ Hz

Dans le cas $c_B = 0.40$, les effets de la localisation sont plus importants : le mode évanescents du centre de la bande est totalement réfléchi ($\langle T(N) \rangle = 0$), tandis qu'en bord de bande, le mode mixte ($f \approx 14.10$ Hz) est plus localement localisé bien que sa fonction enveloppe soit restée aperiodique. Dans cet état mixte, c'est l'ordre topologique qui cède le poids de sa contribution périodique au dépend de l'effet dominant du désordre structural.

c- Conclusion

En absence de la symétrie de translation due au désordre, la structure de bande est immédiatement détruite. Le taux du désordre dicte le comportement des ondes dans ces milieux : Les fonctions enveloppe correspondantes au désordre binaire non corrélé sont exponentiellement décroissantes. Au voisinage des bords supérieurs des mini-bandes, des états mixtes peuvent apparaitre. Ces modes les plus proches de l'ordre topologique du système ($kd = n\pi$ où n entier), sont les plus robustes face aux effets du désordre.

2. Cas des composés binaires corrélés à courte portée : effet dimer

Nous venons de constater que lorsque le désordre non corrélé est introduit dans le système binaire de masse, la localisation d'Anderson est perçue différemment dans le spectre de transmission. Considérons le défaut précédent ($M_d = 0.150 \text{ Kg}$, $d = 0.05 \text{ m}$) et à titre de comparaison, étudions l'effet dimer aléatoire de masse (lorsque le défaut masse apparaît par paires) dans le réseau hôte ($M_d = 0.300 \text{ Kg}$, $d = 0.05 \text{ m}$).

a -Description des coefficients de transmission et de Lyapunov réduit.

La réponse moyenne de la transmission pour $c_B = 0.20$ est représenté sur Fig. II. 11. Contrairement au cas précédent du désordre non corrélé (nc) où $\langle T_{nc} \rangle$ est faible à l'intérieur d'une bande permise, un pic de transmission unité $\langle T \rangle = 1$, apparaît au voisinage de la fréquence $f = 9.64 \text{ Hz}$.

Conformément à la prédiction théorique de l'effet dimer (Eq. (I.34)), la condition conventionnelle de l'apparition de la résonance dimer est également reproduite pour ce système mécanique dont le profil de potentiel est effectif (Eq. (II.8)). La fréquence de résonance vérifie la condition :

$$\kappa_B(f_r) = \cos(q_r d) + \frac{\lambda_B(f_r)}{2q_r} \sin(q_r d) = 0 \quad (\text{II.9})$$

où $\kappa_B(f)$ est l'équation de Kronig-Penney du motif défaut.

Sachant que la matrice de passage permet de décrire l'évolution des fonctions d'onde d'un site à un autre (Appendice A) :

$$\begin{pmatrix} y_{n+1} \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\kappa_n(f) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_n \\ y_{n-1} \end{pmatrix} \quad (\text{II.10})$$

une paire de défauts B identiques donne à la résonance dimer f_r .

$$\begin{pmatrix} y_{n+1} \\ y_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\kappa_B(f_r) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 \begin{pmatrix} y_{n-1} \\ y_{n-2} \end{pmatrix} = -I \begin{pmatrix} y_{n-1} \\ y_{n-2} \end{pmatrix} \quad (\text{II.11})$$

Pour rappel, la condition conventionnelle (établie à la résonance dimer) rend la matrice de passage du motif dimer égale (à un signe près) à la matrice identité I . Aussi avec les fluctuations de transmission qui apparaissent autour de la fréquence de résonance et qui sont semblables à celles déjà établies à l'intérieur d'une bande permise dans un ordre parfait, une configuration équivalente à celle d'un ordre est aussi obtenue pour ce potentiel effectif.

Les profils de transmission des configurations dimer ($\langle T_c \rangle$) et désordre binaire non corrélé ($\langle T_{nc} \rangle$) sont présentés sur Fig. II. 11. L'apparition du pic de transmission unité à la résonance dimer ($f_r = 9.64 \text{ Hz}$) est en parfait accord la transparence du motif défaut dimer ($T_{(N=2)} = I$) et la résolution graphique de la condition conventionnelle ($\kappa_B(f_r) = 0$).

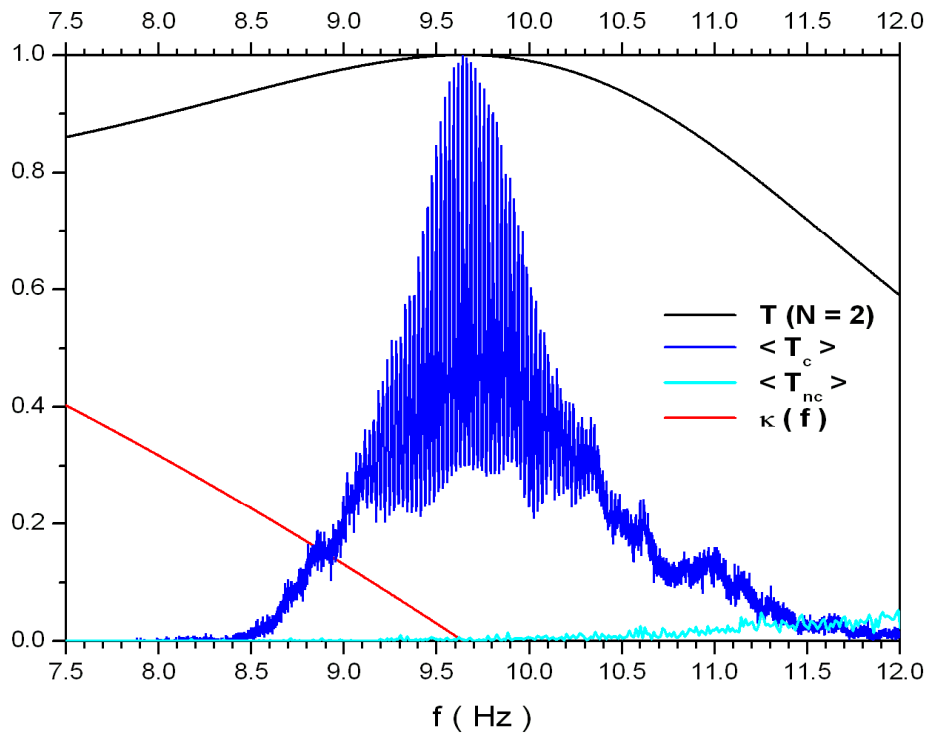


Fig. II. 11 Comparaison entre réponses des désordres binaires corrélés $\langle T_c \rangle$ et non corrélé $\langle T_{nc} \rangle$. Accord de la résonance dimer avec le profil de transmission du motif dimer ($T_{(N=2)}$) et la résolution graphique de la condition dimer conventionnelle $\kappa_B(f_r) = 0$.

Les effets de la concentration des défauts sont aussi examinés pour deux concentrations différentes ($c_B = 0.20$ et $c_B = 0.40$). Etant déterminée seulement à partir de la condition de transparence du motif dimer (l'équation de Kronig-Penney), la fréquence de résonance est indépendante du nombre de défauts. Par ailleurs, conformément au cas précédent du désordre binaire non corrélé, la présence d'un nombre croissant de défauts rend la transmission plus difficile au-delà de la fréquence de résonance. Ceci explique l'étroitesse du pic de transmission pour des concentrations plus importantes.

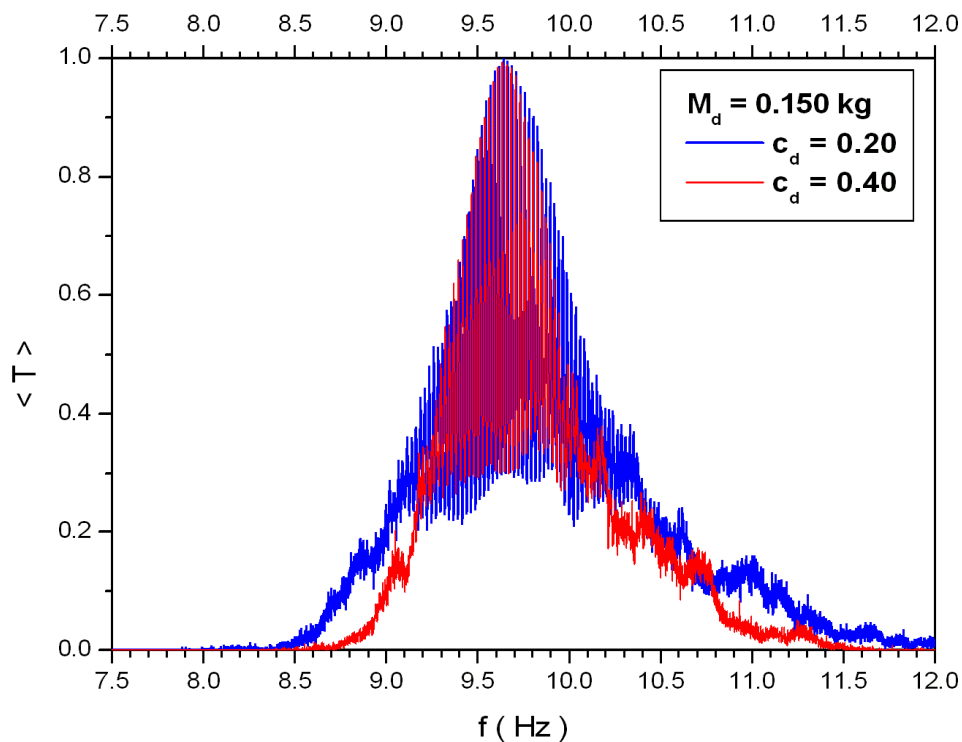


Fig. II.12 Comparaison de la transmission pour $c_B=0.20$ et $c_B=0.40$

D'autre part, la représentation du comportement de la longueur de localisation réduite montre l'effet néfaste de la corrélation du désordre sur ce système mécanique. Constatant que les modes apparus dans le cas non corrélé sont localisés sur l'ensemble du domaine des fréquences étudiées, ($3.0 < \frac{L}{\xi} < 17.8$ et $4.5 < \frac{L}{\xi} < 17.9$ pour $c_B = 0.20$ et $c_B = 0.40$ respectivement), l'insertion des cellules dimer délocalise considérablement le mode de propagation résonant jusqu'à l'obtention de singularités prononcées.

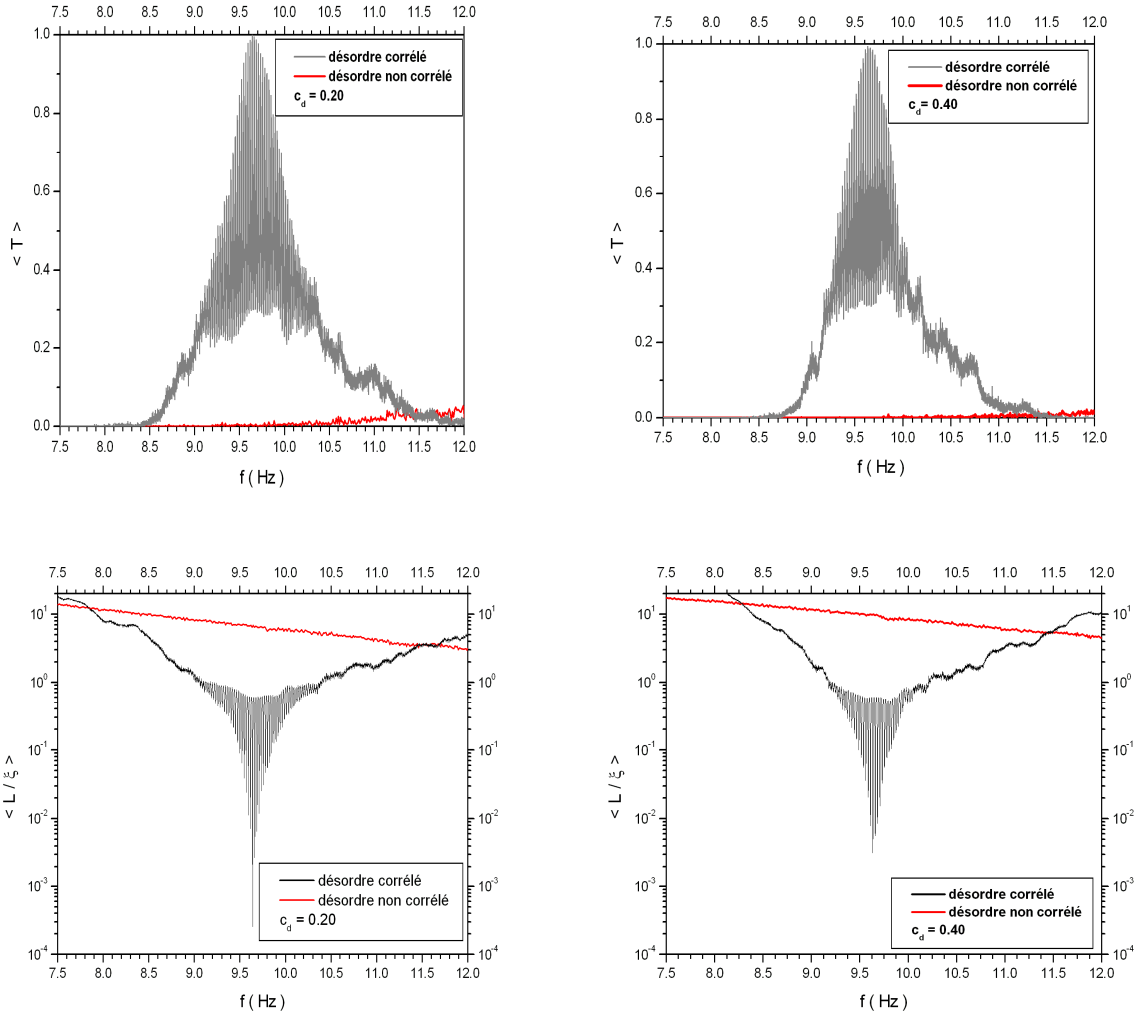


Fig. II.12 Comparaison entre les réponses de la transmission et la longueur de localisation réduite des désordres binaires corrélé et non corrélé, relatifs à $c_B = 0.20$ et $c_B = 0.40$

Des modes de transmission étendus sont ainsi fournis au système. Un ordre de grandeur sur l'amélioration des valeurs des coefficients de Lyapunov réduits à la résonance est présenté :

$$\left. \frac{L}{\xi} \right|_{\text{corrélé}} = 3.7 \cdot 10^{-5} \left. \frac{L}{\xi} \right|_{\text{non-corrélé}} \quad \text{et} \quad \left. \frac{L}{\xi} \right|_{\text{corrélé}} = 3.2 \cdot 10^{-4} \left. \frac{L}{\xi} \right|_{\text{non-corrélé}} \quad (\text{II.12})$$

Ceci équivaut à

$$\xi_{\text{corrélé}} \Big|_{c_d=0.2} = 2.7 \cdot 10^4 \xi_{\text{non-corrélé}} \Big|_{c_d=0.2} \quad (\text{II.13.a})$$

et

$$\xi_{\text{corrélé}} \Big|_{c_d=0.4} = 3.1 \cdot 10^3 \xi_{\text{non-corrélé}} \Big|_{c_d=0.4} \quad (\text{II.13.b})$$

pour $c_B = 0.20$ et $c_B = 0.40$ respectivement.

b- Description de la nature des modes de transmission

Vu les améliorations (montrées ci dessus) que présente l'effet dimer sur les réponses de la transmission et de la longueur de localisation, décrivons la nature des modes de transmission correspondant à ce profil de potentiel. Conformément à la procédure précédente, plusieurs modes de transmission sont examinés depuis la fréquence de résonance $f_r = 9.64\text{Hz}$, au le bord inférieur de la mini-bande correspondante: $f = 9.60, 9.50, 9.25, 9.00$ et 8.50 Hz respectivement. La concentration des défauts étant fixée à $c_B = 0.20$.

A la résonance dimer ($f_r = 9.64$ Hz), la fonction enveloppe se présente sous une forme périodique à amplitude uniforme, similaire (mais pas identique) à celle du mode correspondant dans le système totalement ordonné (Fig. II. 13)

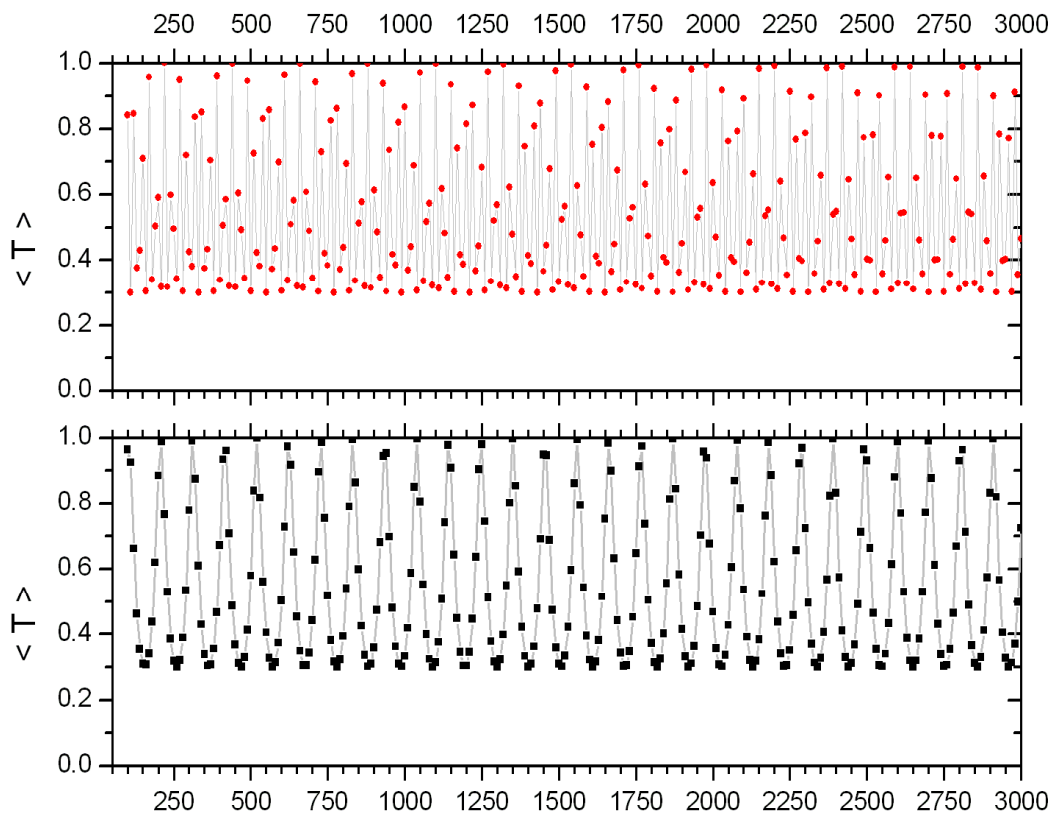


Fig. II. 13 Comparaison entre les mode de transmission étendu à la fréquence de résonance dimer $f = 9.64$ Hz dans les configurations de l'ordre parfait (en haut) et du désordre binaire corrélé (en bas) ($c_B = 0.20$)

La transparence du défaut paire à cette fréquence caractéristique, élimine la présence du désordre structural et réorganise le milieu désordonné de propagation sous un aspect pseudo-périodique, dont la signature effective est reprise par la fonction enveloppe. En conséquence, le milieu de propagation redevient effectivement ordonné en absence de défauts (ou plutôt en présence de défauts totalement transparents) (Fig. II. 13)

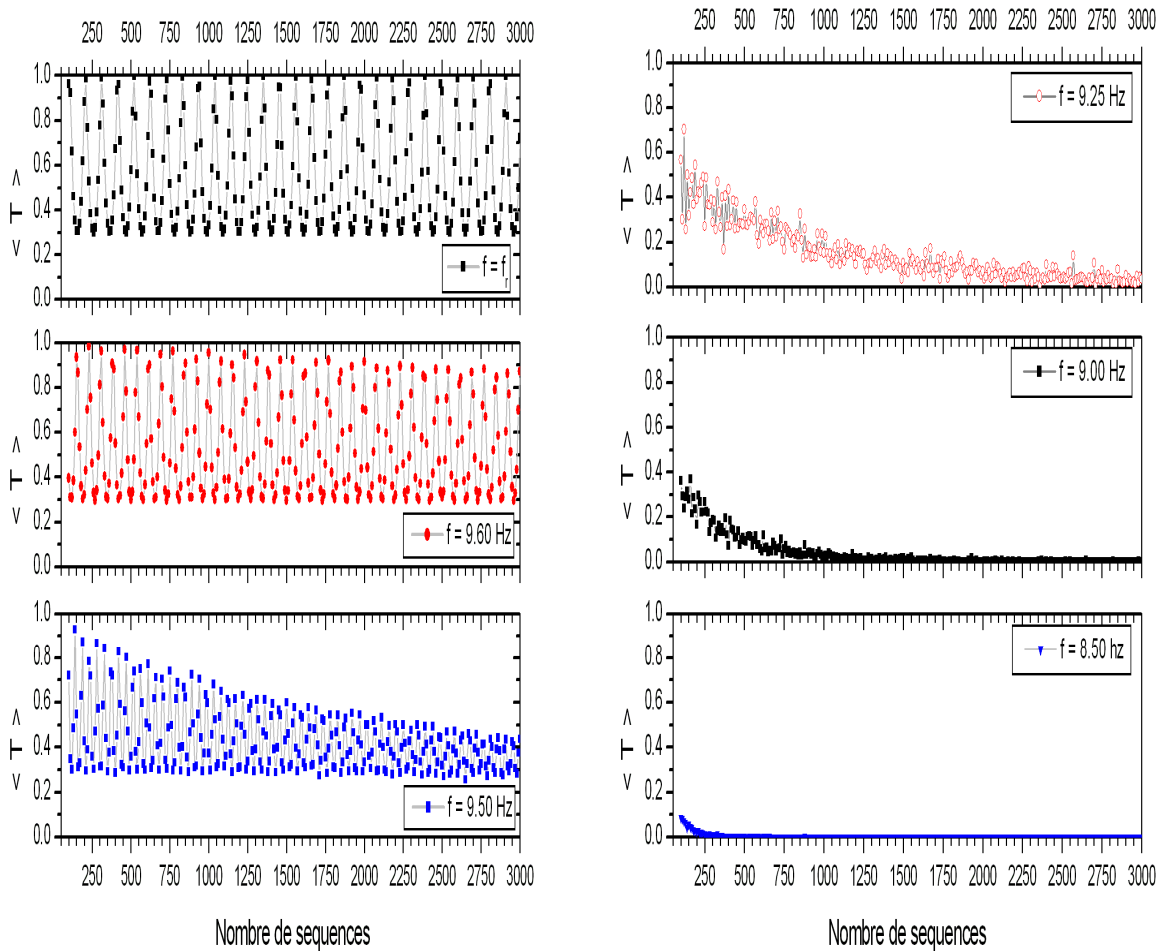


Fig. II. 14. Nature de modes de transmission appartenant à la mini-bande permise

En s'éloignant de la résonance dimer ($f = 9.60 \text{ Hz}$), l'effet du désordre commence à apparaître. La fonction enveloppe préserve son caractère périodique mais perd faiblement de l'uniformité de son amplitude au fur et à mesure que l'onde se propage dans des systèmes de plus en plus longs. Avec une perte insignifiante de cohérence de phase, ce mode de transmission jouit encore de bonnes conditions pour préserver sa composante étendue sur des échelles de longueurs importantes ($N = 3000$).

Par contre, l'effet du désordre est sensiblement apparent à la fréquence $f = 9.50 \text{ Hz}$. La décroissance exponentiellement significative de l'amplitude est un signe de la présence de la localisation d'Anderson. A titre d'exemple, l'onde incidente perd 60 % de son intensité initiale lorsqu'elle atteint le milieu d'émergence en $x_N = 3000 d$, tout en préservant encore son caractère étendu.

Quant aux cas des autres fréquences, de plus en plus proches du bord inférieur de la mini-bande permise, la fonction enveloppe de ces modes mixtes est plutôt à caractère localisé. Sur des longueurs importantes, la périodicité de la fonction enveloppe disparaît. Le système devient fortement réfléchissant (opaque) avec une transmission quasi nulle ($\langle T \rangle \rightarrow 0$) à partir de $N = 1500$ et $N = 250$ pour $f = 9.00 \text{ Hz}$ et $f = 8.50 \text{ Hz}$ respectivement (Fig. II.14).

c-Conclusion

Par analogie avec le système électronique doté de la distribution delta, la présence de paires de défauts aléatoires, totalement transparentes dans un réseau hôte fournit aussi au système mécanique de la corde vibrante chargée en masses une mini-bande de modes de transmission totalement étendus. Cette mini-bande traduit une transition de phase entre modes localisés d'Anderson ($\langle T \rangle \rightarrow 0$) et modes étendus similaires à ceux de Bloch dans un ordre parfait ($\langle T \rangle \rightarrow 1$). Les modes intermédiaires ($0 < \langle T \rangle < 1$) sont des modes mixtes pour lesquels une compétition entre la contribution périodique des ondes similaires de Bloch et la décroissance exponentielle de l'amplitude des modes localisés d'Anderson existe. Le caractère de l'état mixte est essentiellement dicté par la réaction de l'onde propagatrice de fréquence permise f devant la configuration du système dont le taux du désordre est défini par la longueur du système désordonné (N) et la concentration des défauts (c_B). (Consulter tableau II.1)

II.2 le système de la corde vibrante chargée en résonateurs masses-ressorts

Dans cette partie, nous considérons l'introduction transversale de ressort sur chaque site x_n de la corde vibrante chargée en masses (Fig. II. 15). En tenant compte de cet élément supplémentaire, une nouvelle cellule élémentaire d'un oscillateur masse-ressort est ainsi obtenue.

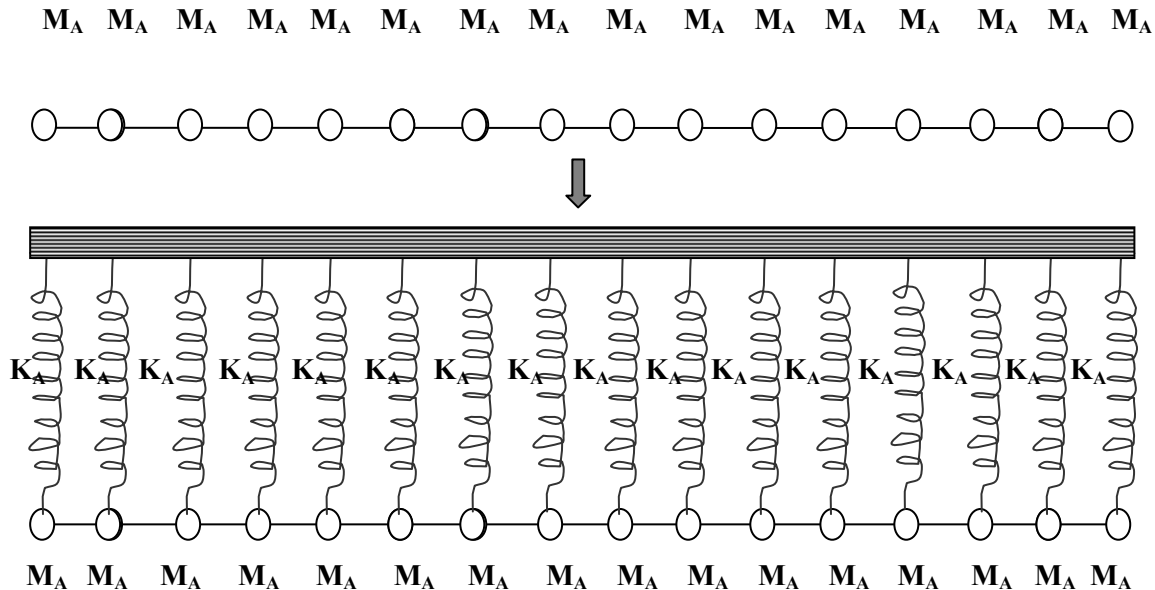


Fig. II.15 Une corde vibrante de sous-systèmes masses-ressorts ordonnés

De par la présence des ressorts, le système de masse se retrouve livré à une interaction additionnelle donnant lieu à un nouveau potentiel effectif. Le ressort servira de moyen supplémentaire pour contrôler les caractéristiques structurales de chaque cellule dans toute manipulation intentionnelle du potentiel mécanique.

L'objectif de cette partie consiste à décrire les effets du désordre structural (masse et / ou ressort) sur ce type de système. Conformément à l'étude précédente, la même démarche sera reconduite : Les systèmes ordonnés nous serviront de référence pour l'étude des systèmes binaires désordonnés (avec et sans corrélation de désordre à courte portée.). Avec la modification du motif de la structure, nous projetons de décrire la nature des résonances susceptibles d'apparaître dans le spectre de transmission des systèmes masse-ressort. En introduisant une procédure d'alignement des résonances caractéristiques, nous décrirons –

grâce à cette nouvelle approche - divers procédés de manipulation du potentiel mécanique pouvant améliorer la qualité de transmission des résonances dimer conventionnelles. Dans ce contexte, une étude comparative avec les propriétés de transmission des filtres mécaniques (masse-ressort) à effet dimer est examinée à la fin de ce chapitre [25].

A-Description de l'ordre parfait

Soit une cellule élémentaire d'un système masse-ressort dont la masse et la constante de raideur sont définies par M_A et K_A . La cellule est dupliquée périodiquement à travers les positions des sites $x_n = n d$. Nous nous intéressons au déplacement transversal $y(x)$ à la position longitudinale x_n [29,30]. L'équation du mouvement (Eq. II. 7) est donnée par un potentiel effectif $\lambda_n = \lambda_A(\omega)$ obéissant à la fonction de Dirac. Comparativement au cas précédent de motif masse (Eq. II.8), celle - ci est exprimée par une relation différente [7] :

$$\lambda_A(\omega) = \frac{1}{T_0} (K_A - M_A \omega^2) \quad (\text{II. 14})$$

traduisant la dépendance supplémentaire explicite avec la constante de raideur K_A du ressort. Ce potentiel effectif est différent de celui des deux systèmes précédents : Au terme uniforme ($\frac{K_A}{T_0}$) similaire à celui déjà étudié dans les systèmes électroniques [6] se superpose (à un signe près) le potentiel quadratique de la corde vibrante chargée en masses, étudié précédemment. D'autre part, étant donné que chaque élément masse-ressort représente un oscillateur linéaire, il devient instinctif de caractériser chaque cellule par la fréquence libre correspondante :

$$f_A = \sqrt{\frac{K_A}{M_A}} \quad (\text{II.15})$$

et d'exprimer l'intensité des pics $\lambda_n = \lambda_n(f)$ par :

$$\lambda_n(f) = \frac{K_A}{T_0} \left(1 - \frac{f^2}{f_A^2} \right) \quad \text{ou bien} \quad \lambda_n(f) = 4\pi^2 \frac{M_A}{T_0} (f_A^2 - f^2) \quad (\text{II.16})$$

en fonction de K_A (ou M_A) et de la fréquence libre f_A .

Dans ces conditions, considérons le système $M_A = 0.300 \text{ kg}$ et $f_A = 9.647 \text{ Hz}$ de période spatiale $d = 0.05 \text{ m}$ et construisons progressivement la structure ordonnée en disposant successivement $N = 2, 3, 5, 10, 40$ et 100 éléments sur la corde vibrante.

L'arrangement progressif des pics de résonances dans un domaine de fréquence conduit à l'apparition d'une bande permise conformément au principe de formation de la structure de bandes (Fig. II. 16).

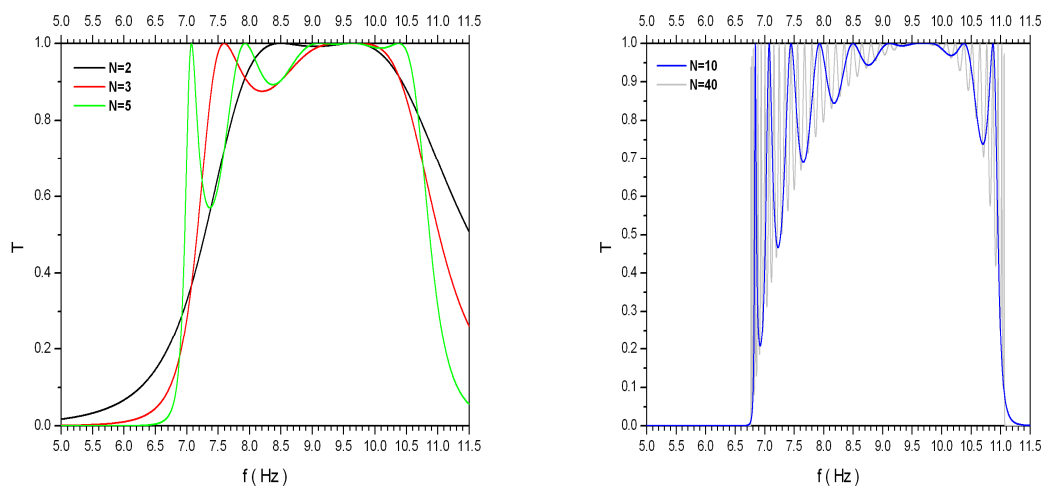


Fig. II.16 (a) Apparition des pics de résonances pour des structures à $N = 2, 3, 5, 10, 40$ cellules

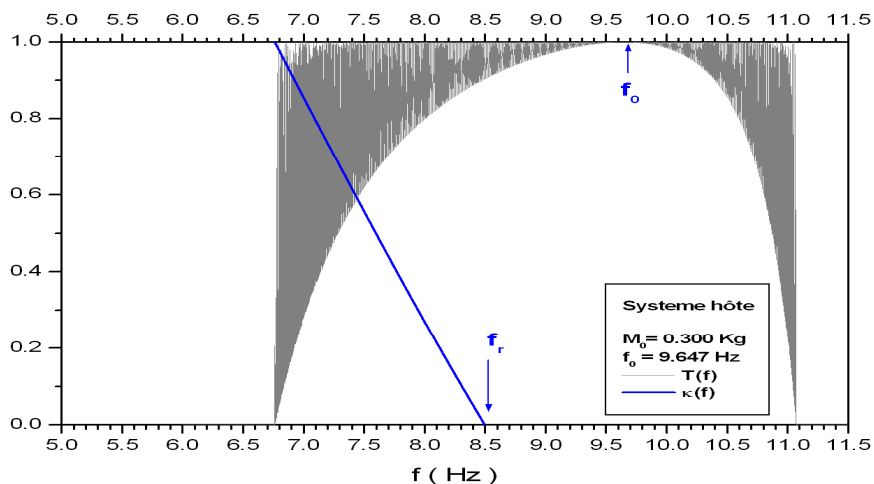


Fig. II.16 (b). La formation de la première bande permise pour le système masse-ressort.

f_0 et f_r sont les fréquences libre et dimer relatives au motif considéré

Cependant, contrairement aux cas précédents, ces résonances (au nombre $N-1$) se disposent de manière asymétrique dans la structure de bande autour d'une résonance supplémentaire se situant à fréquence libre $f_A = 9.647 \text{ Hz}$ pour laquelle les fluctuations de la transmission (qui sont relatives à la diffusion élastique dans l'ordre parfait, sont quasiment inexistantes).

Sur les deux premières bandes permises (Fig. II. 17), il est à remarquer que les profils de transmission sont qualitativement différents en fonction de l'appartenance ou pas de la fréquence libre du motif à la bande permise correspondante. Par conséquent, il deviendra aussi utile de caractériser chaque cellule masse-ressort par la fréquence libre f_A en plus de la fréquence de résonance dimer f_{rA} (vérifiant la condition $\kappa_A(f_{rA}) = 0$).

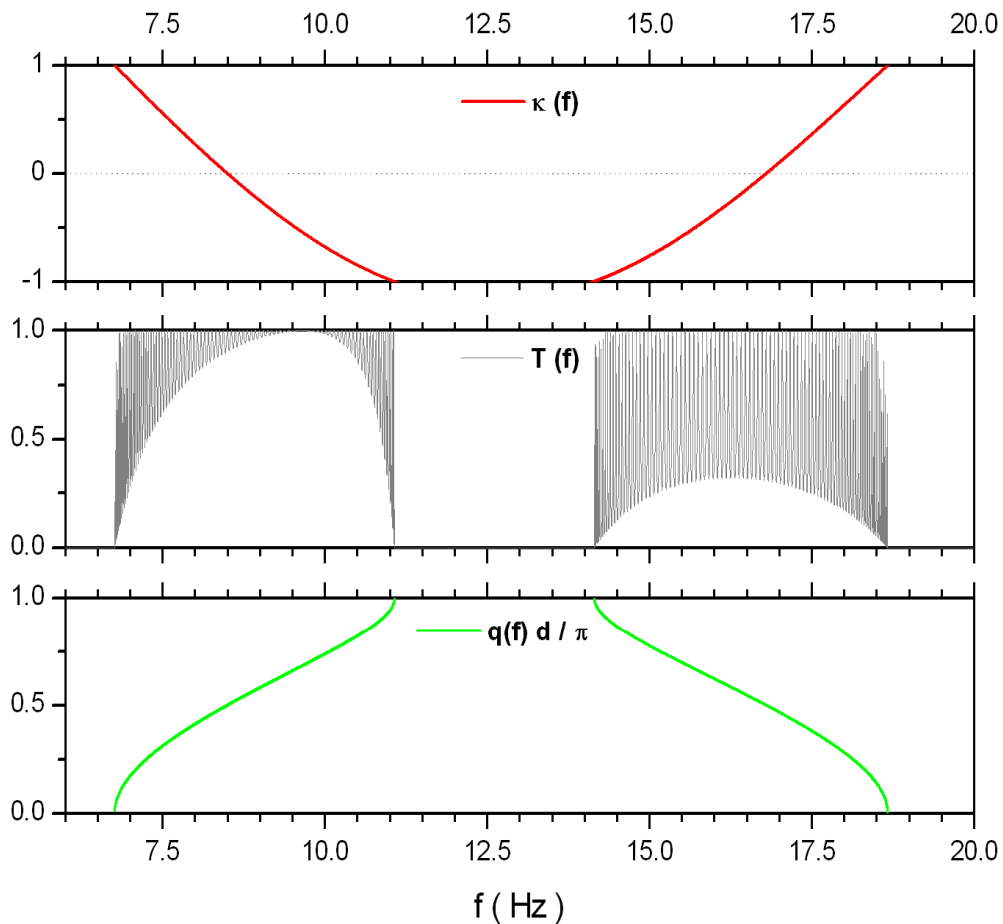


Fig. II.17. Accords entre le modèle de Kronig-Penney, le profil de transmission et la relation de dispersion de la structure de bandes dans le système masse-ressort.

Conformément à la formation des structures de bandes, le profil de transmission des systèmes masse-ressort coïncide aussi avec la structure de bandes et la relation de Kronig-Penney. Le spectre de transmission des bandes permises et interdites est délimité à partir des relations $|\kappa(f)| < 1$ et $|\kappa(f)| > 1$ respectivement.

Sur Fig. II. 17, seul le profil de transmission ($T(f)$) donne un signe distinctif à la fréquence libre.

B-Etude des systèmes binaires désordonnés

Soient deux cellules masses-ressort A, B dont les paramètres sont $M_A = 0.300 \text{ kg}$, $f_A = 9.647 \text{ Hz}$ et $M_B = 0.150 \text{ kg}$, $f_B = 8.758 \text{ Hz}$. Le profil de transmission et la fonction caractéristique du modèle de Kronig-Penney de chaque système ordonné sont représentés sur Fig. II.18

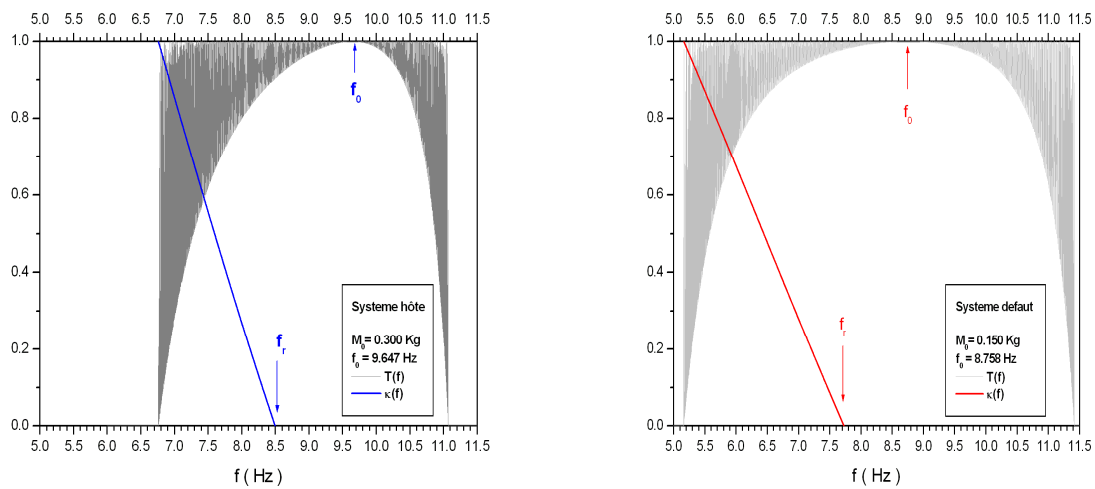


Fig. II.18. Les bandes permises des deux structures ordonnées considérées

La bande permise relative à $M_0 = 0.150 \text{ kg}$ est plus large. Pour chaque motif A (B), la fréquence libre f_A , (f_B) et la fréquence caractéristique f_{rA} , (f_{rB}) correspondantes y sont clairement indiquées.

Soit A l'élément hôte et distribuons le défaut B par paires aléatoires pour décrire les propriétés de transmission dans le modèle du dimer aléatoire. La taille du système est $L = 500 d$, la période $d = 0.05 \text{ m}$ et la concentration des défauts $c_B = 0.20$.

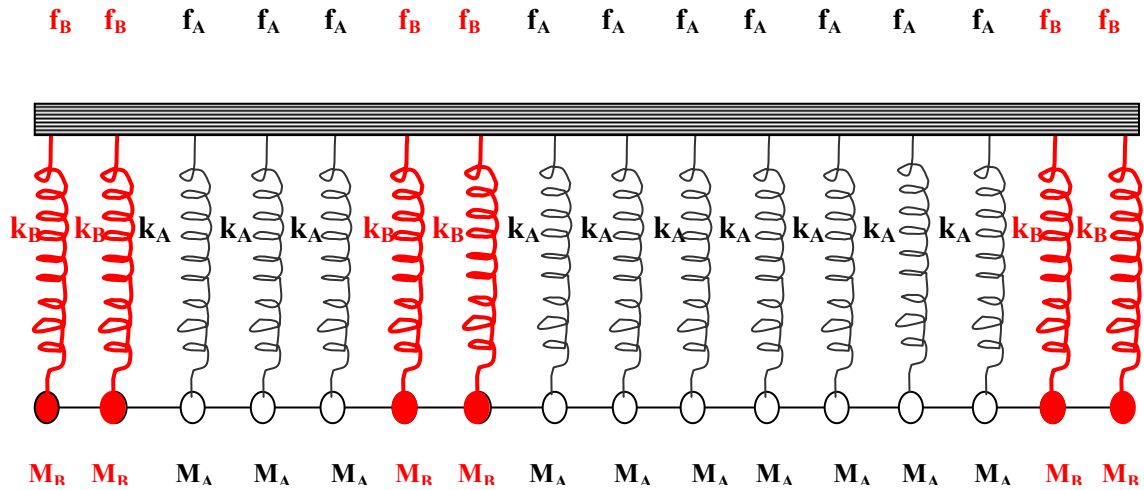


Fig 19. Représentation schématique du dimer masse-ressort dans le système de la corde vibrante

Contrairement aux cas précédents du système électronique (Fig. I.8(a)) et du système mécanique de masse (Fig. II.12.), deux mini-bandes de modes étendus apparaissent à des fréquences différentes sur le spectre de transmission (voir courbes en rouge sur les Fig. II.19 (a) et (b)).

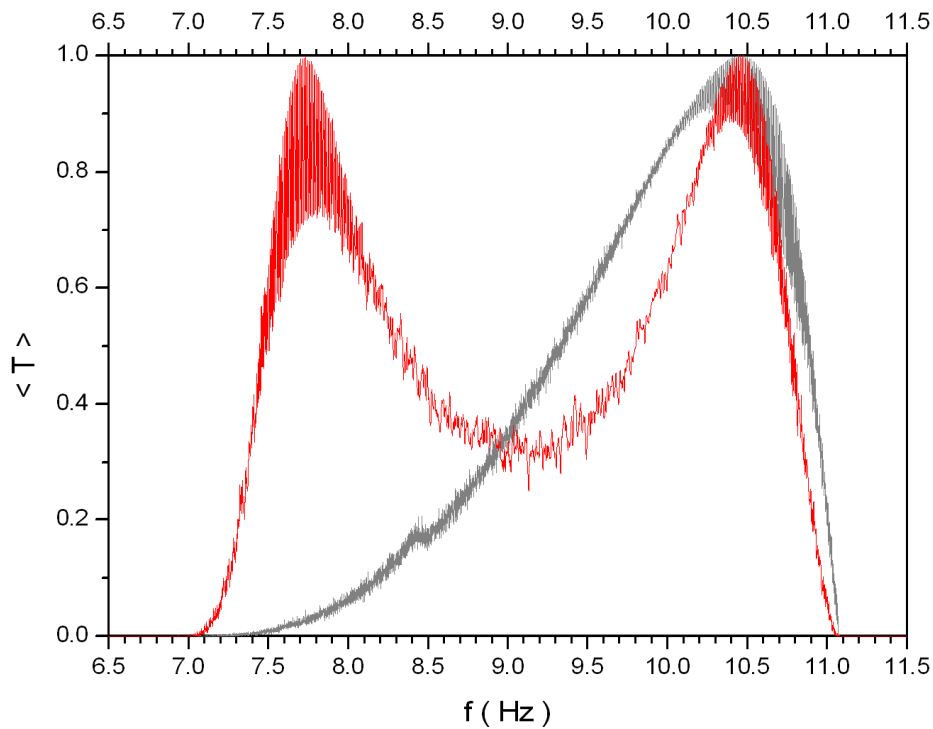


Fig.II.19 (a) Apparition des 2 pics de résonances dans le cas du désordre binaire corrélé (rouge) et d'un seul pic dans le cas du désordre non corrélé (gris)

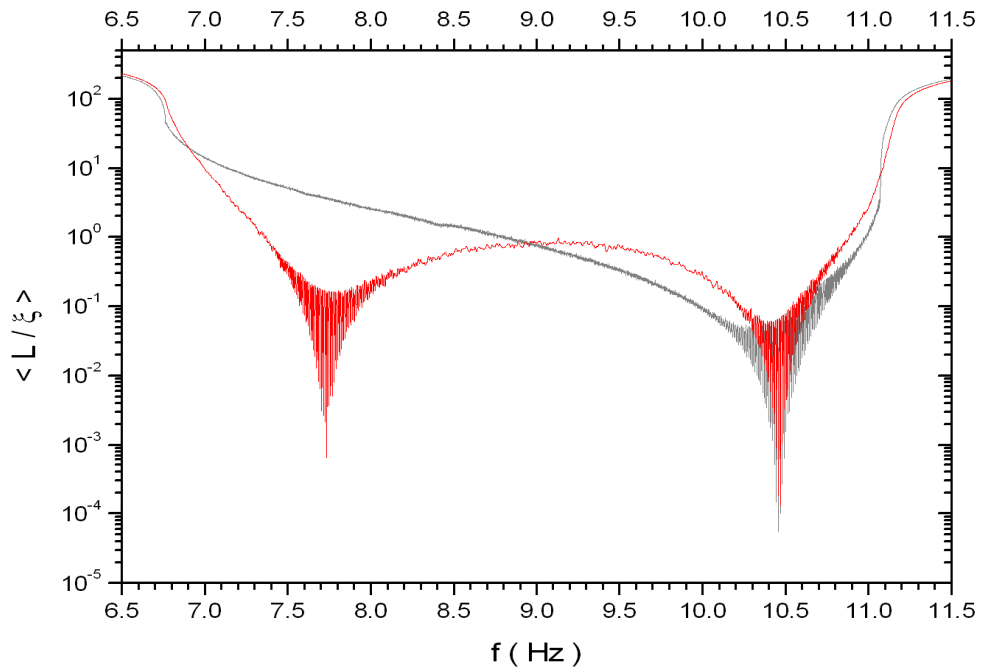


Fig.II.19 (b) Apparition des 2 singularités dans les profils du coefficient de Lyapunov réduit dans le cas du désordre binaire corrélé (rouge) et d'une seule dans le cas du désordre non corrélé (gris)

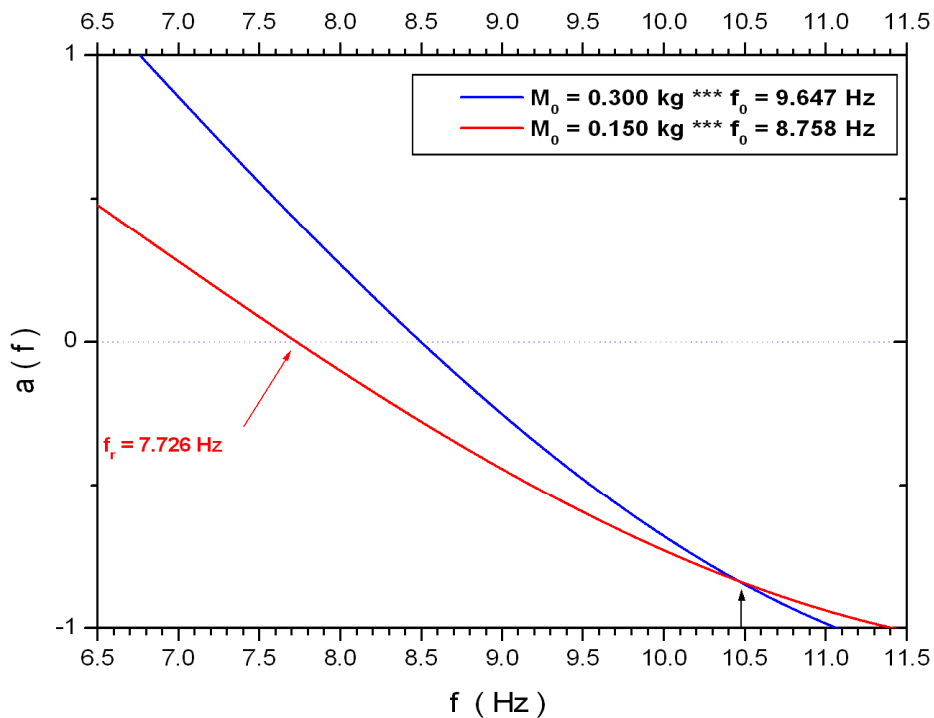


Fig. II.19 (c) Identification du type des résonances à partir des relations de dispersion du modèle de Kronig-Penney.

En consultant de plus près le comportement de la relation de dispersion (Fig. II.19(c)), nous pouvons identifier la résonance dimer f_d à la fréquence $f = f_{r1} \approx 7.73 \text{ Hz}$ conformément à la condition de résonance dimer conventionnelle (Eq.II.9). Un mode étendu ($\langle \frac{L}{\xi(f_d)} \rangle \approx 5.0 \cdot 10^{-3}$) est ainsi obtenu. Cependant, tout en ne répondant pas au critère de la transparence du motif défaut dimer, la seconde résonance située à $f_{r2} \approx 10.47 \text{ Hz}$, présente un mode de transmission aussi délocalisé ($\langle \frac{L}{\xi(f_{r2})} \rangle \approx 10^{-3}$) (voir Fig. II. 19(b)).

A partir des relations de dispersion du modèle de Kronig-Penney (Fig. II.19(c)), cette fréquence correspond à l'intersection des deux relations de dispersion :

$$\kappa_A(f_{r2}) = \kappa_B(f_{r2}) \quad (\text{II.17})$$

ou d'une manière équivalente à la condition

$$\lambda_A(f_{r2}) = \lambda_B(f_{r2}). \quad (\text{II.18})$$

Cette égalité en termes d'intensités de pic delta dans le potentiel mécanique désordonné, traduit une situation d'un ordre parfait. Par conséquence, à cette fréquence, donnée par :

$$f_{r2}^2 = \frac{M_B f_B^2 - M_A f_A^2}{M_B - M_A} \quad (\text{II.19})$$

(valable uniquement dans le cas d'un désordre binaire de masse ($M_B \neq M_A$)), il n'est désormais plus possible de distinguer entre éléments défaut et hôte dans un système binaire.

Constatant que l'origine de cette résonance provient essentiellement de l'indiscernabilité des éléments hôte et défaut (indépendamment de la configuration dimer), la réponse de la transmission et de la longueur de la localisation du désordre binaire non corrélé

montre l'existence d'une mini bande de mode étendus autour de la même fréquence f_{r2} . Ceci nous amène à confirmer que cette résonance dépend plutôt du caractère individuel du défaut.

Aussi tout en étant disposé par dimer, chaque défaut reste indiscernable par rapport à ses voisins hôtes (de part et d'autre du défaut dimer). Ceci explique la persistance de cette résonance y compris dans le modèle du dimer aléatoire.

D'une manière générale, nous pouvons confirmer que les résonances dans les systèmes mécaniques binaires masse-ressort proviennent de deux situations d'origine indépendantes :

1. la transparence du motif dimer à l'intérieur de la structure hôte.
2. l'indiscernabilité entre éléments défaut et hôte.

Par conséquent, en se basant sur une démarche similaire à celle de Wu et al. [18] puis généralisée par X.Q. Huang [22] dans le cadre de la théorie des liaisons fortes (voir Eq. I. 23), cherchons par analogie la condition de résonance généralisée dans le modèle de Kronig-Penney. Dans cet objectif, nous utiliserons la formule de Poincaré (Eq. II.10) appropriée pour décrire l'évolution récursive de l'équation d'onde $y_n = y(x_n)$ le long de toute la structure [30].

Conformément aux deux situations de transparence mentionnées plus haut, la condition générale de la résonance dans le système binaire A, B est donnée par :

$$\begin{pmatrix} 2\kappa_B(f) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}^2 = \eta_1 \begin{pmatrix} 2\kappa_A(f) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \eta_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.20})$$

où η_1 et η_2 sont deux constantes numériques. En développant cette équation, les résonances généralisées dans l'effet dimer s'expriment par la relation :

$$\kappa_B(f)(\kappa_B(f) - \kappa_A(f)) = 0 \quad (\text{II.21})$$

Celle-ci dépend principalement des relations de dispersion du modèle de Kronig-Penney des motifs hôte $\kappa_A(\lambda)$ et défaut $\kappa_B(\lambda)$.

Il est à remarquer que dans les deux cas précédents des systèmes électronique et mécanique de masse, seule la résonance de la transparence du motif dimer pouvant être vérifiée à travers la condition conventionnelle $\kappa_B(f) = 0$. Du fait de l'allure uniforme du potentiel électronique (Eqs. (I.29 et I.35)) [6] et parabolique du système mécanique (Eq.(II.14)), la condition de la résonance d'indiscernabilité des éléments ($\kappa_B(f) - \kappa_A(f) = 0$), ne pouvant apparaître.

1. Nature des modes de transmission résonants.

Faisant suite à la démonstration analytique précédente, la nature des modes de transmission à chaque type de résonance est identifiée à partir de la description de la fonction enveloppe correspondante.

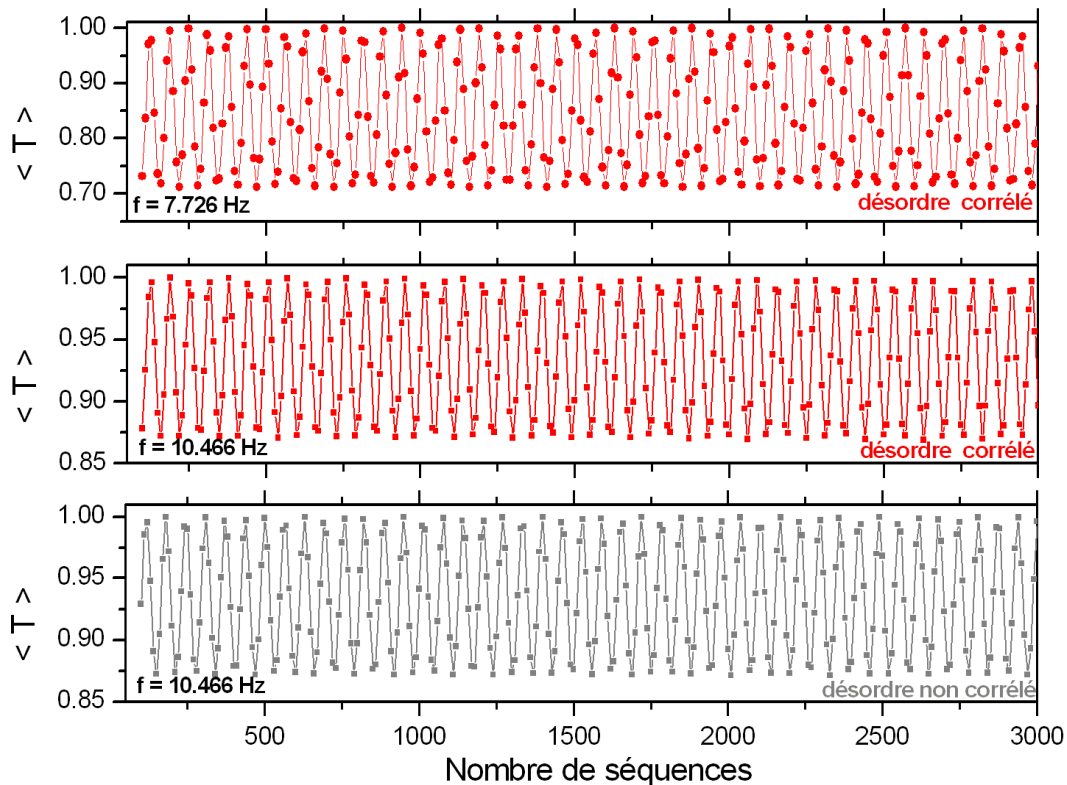


Fig. II.20 Comparaison entre les fonctions enveloppes aux différentes résonances correspondant aux désordres binaires corrélé et non corrélé.

A la fréquence $f = 10.466 \text{ Hz}$, des ondes identiques aux ondes de Bloch apparaissent aussi bien dans le désordre binaire non corrélé que dans le cas de l'effet dimer. Comme le système est totalement ordonné à la fréquence de l'indiscernabilité des éléments défaut et hôte, procéder à des permutations entre éléments équivalents jusqu'à reproduire la configuration des dimers aléatoires ne peut en aucun cas perturber l'ordre déterministe déjà établi. En présentant des modes de transmission aussi indiscernables par commutativité des motifs A et B, cette résonance prendra le caractère d'une résonance de commutation : Identifiée initialement dans le modèle électronique à potentiel rectangulaire [34], celle-ci répond similairement aux notions de la commutation entre opérateurs physiques en mécanique quantique et la possibilité d'existence de bases communes de fonctions propres. Quant à la résonance dimer située à $f = 7.726 \text{ Hz}$, une onde similaire à l'onde de Bloch y apparaît. La présence d'une réponse périodique traduit aussi le caractère diffusif de ce mode de propagation résonant.

2. La transmission balistique dans le modèle du dimer aléatoire

Nous venons de voir que la corrélation du désordre binaire à courte portée fournit deux types de résonances pour lesquelles les fonctions enveloppes sont périodiques : Tout en interagissant avec le sous réseau hôte, l'onde incidente reproduit soit la transparence du défaut paire, soit l'indiscernabilité entre éléments hôte et défauts. Par ailleurs, pour accéder à un mode de transmission résonant dans un système binaire désordonné, l'onde incidente doit impérativement s'aligner sur un canal permis du réseau hôte obtenu conformément au phénomène d'interférences constructives dans toute la structure.

A partir des caractéristiques du réseau hôte et des fréquences particulières de résonance du défaut, quelles conditions de transparence faut-il imposer pour qu'une onde incidente puisse traverser la structure désordonnée dans les meilleures conditions possibles ?

Pour commencer à répondre à cette question, nous rappelons que dans la structure de bandes des systèmes ordonnés masse-ressort la bande permise est asymétrique sur un domaine de fréquences autour de fréquence libre f_0 (voir Fig. II. 18). Les fluctuations du coefficient de transmission disparaissent et $\langle T(f_0) \rangle \cong 1$. Partons de ce constat et construisons les systèmes désordonnés.

a- La résonance de la commutation balistique

Sachant que la fréquence libre est une grandeur caractéristique dans un oscillateur harmonique, quelle qualité de transmission peut on obtenir sur une corde chargée en système binaire masse-ressort désordonné si les fréquences libres f_A et f_B sont identiques ?

$$f_A = f_B = f_0 \tag{II.23.a}$$

Que deviennent les propriétés de transmission dans le système mécanique de la corde vibrante chargée en masse à la résonance dimer de masse (notée) \bar{f}_r si la contrainte supplémentaire :

$$f_0 \equiv \bar{f}_r \tag{II.23.b}$$

est imposée en présence des ressorts ?

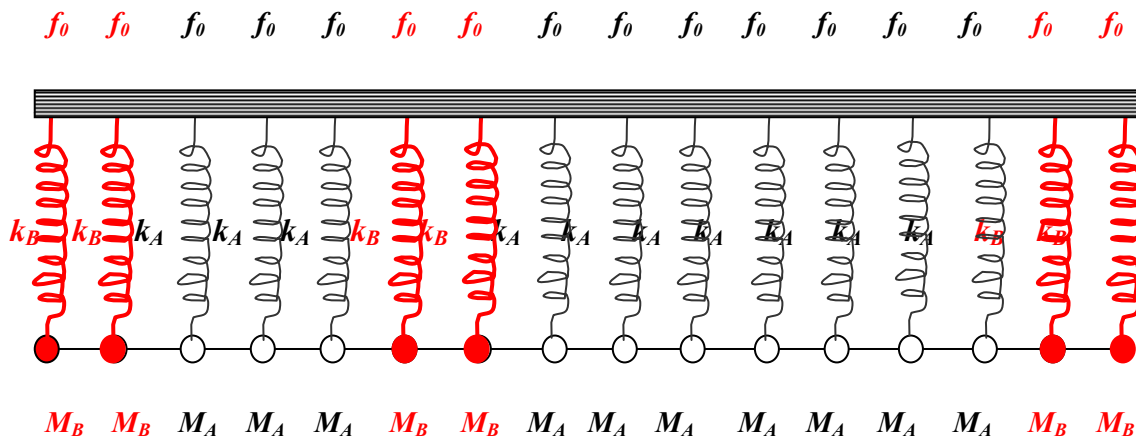


Fig. II.21 Représentation schématique de la contrainte de la résonance de commutation balistique dans le système de la corde chargée en masses-ressorts.

Afin de mettre en évidence les conséquences d’une telle manipulation, la réponse du système est comparée à celle de la corde vibrante chargée uniquement en masses. Le profil de transmission correspondant à $c_B = 0.20$, est représenté sur Fig. II. 22(a). Le nombre de 200 configurations a été nécessaire pour assurer une convergence acceptable de la transmission moyenne. Contrairement au système de masse (en vert sur Fig. II. 22(a)) et conformément aux prédictions de la condition de résonance généralisée dans le modèle du dimer aléatoire (Eq.II.22), deux résonances apparaissent aux fréquences $f_{r1} = 8.04Hz$ et $f_{r2} = \bar{f}_r$ respectivement.

En se basant sur les relations de dispersion correspondantes (Fig. II. 22(b)), il est possible d'identifier les origines des résonances : Alors que la première résonance provient de l'effet dimer de masse-ressort ($\kappa_B(f_{r1})=0$), la seconde représente la résonance de commutation $\kappa_A(f_A)=\kappa_B(f_B)$, telle imposée au système (Eq. II.23) à la fréquence de résonance du dimer de masse ($f_A=f_B$) $\equiv \bar{f}_r$

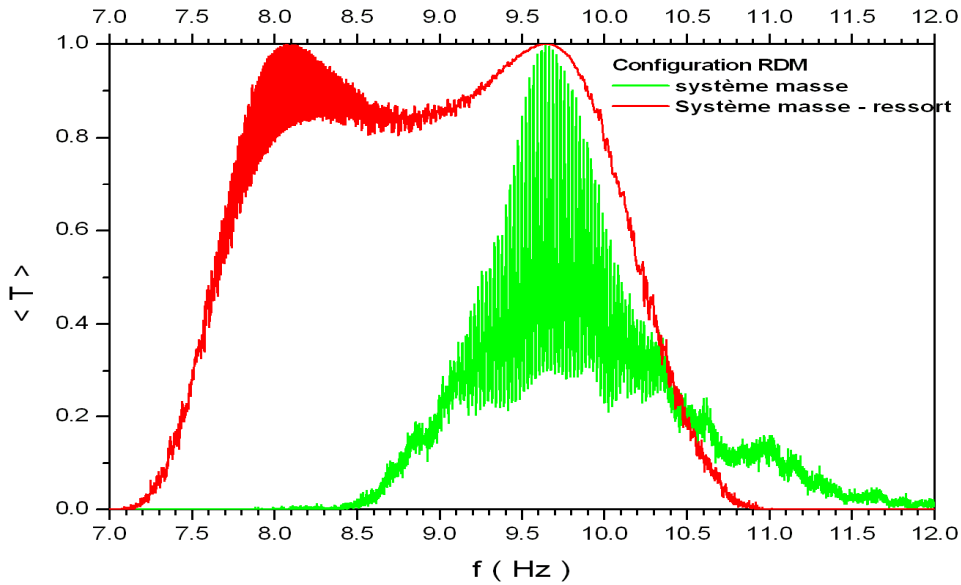


Fig22(a) Comparaison de la réponse de transmission entre systèmes de corde chargée en masse et en masse-ressort dans le cas de l'effet dimer.

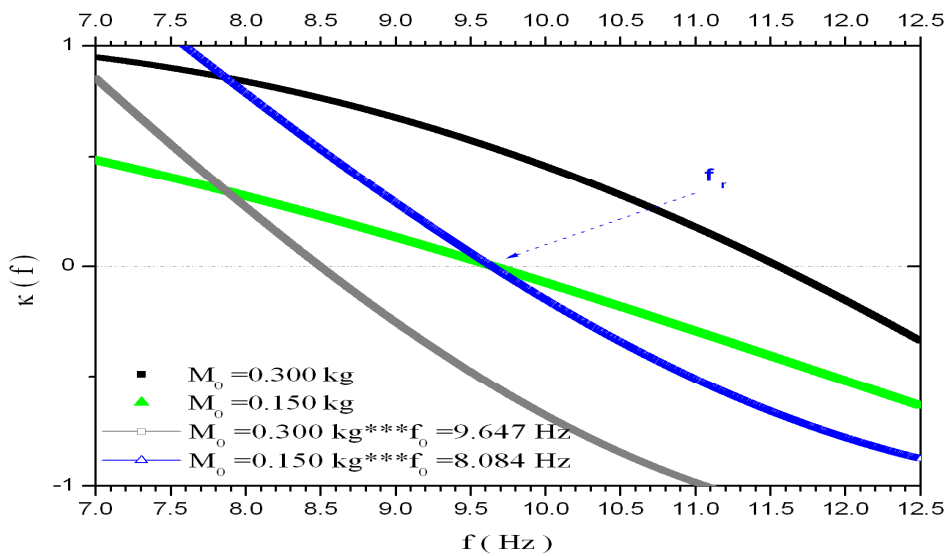


Fig. II. 22(b) Identification des résonances à partir des relations de dispersion du modèle de Kronig-Penney pour des systèmes différents de la corde chargée en masse et en masse-ressort.

Sachant qu'à la fréquence de commutation, les intensités des pics $\lambda_n(f) = \frac{K_n}{T_0} \left(1 - \frac{f^2}{f_n^2} \right)$, $n=A,B$,

sont identiques, l'application de la contrainte de l'indiscernabilité des éléments à cette fréquence rend le potentiel effectif du système binaire désordonné identiquement nul :

$$\lambda_A(\bar{f}_r) = \lambda_B(\bar{f}_r) = 0 \quad (\text{II.24})$$

Dans ces conditions, de nouvelles propriétés de transmission intéressantes devraient apparaître.

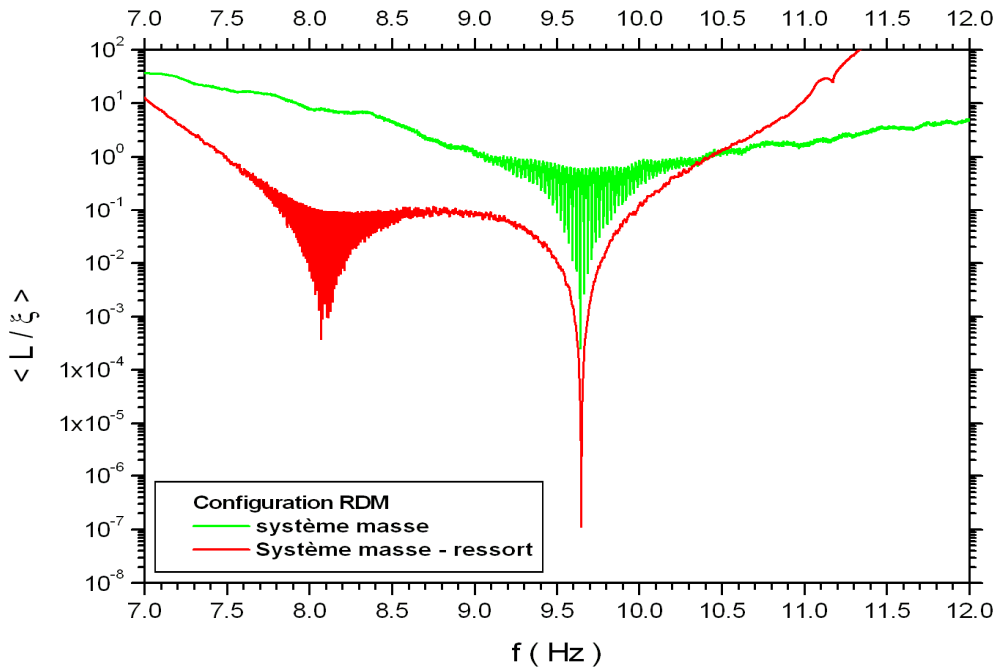


Fig22(c) Comparaison des coefficients de Lyapunov réduits entre systèmes de corde chargée en masse et en masse-ressort dans le cas de l'effet dimer. Singularité plus prononcée à $f = 9.647$ Hz

Le comportement du coefficient de Lyapunov réduit (Fig. II. 22(c)), montre qu'à cette fréquence particulière, la réponse du système présente une singularité très prononcée. La longueur de localisation dans ce système masse-ressort diverge d'une manière extrêmement remarquable $\xi_{masse-ressort}(\bar{f}_r) = 10^4 \xi_{masse}(\bar{f}_r)$ par rapport au celle du dimer de masse. Un mode de transmission plus étendu est ainsi obtenu.

Nature des modes de transmission

Afin d'identifier la nature des modes de transmission aux différentes résonances $f_{r1} = 8.084 \text{ Hz}$ et $f_{r2} = 9.647 \text{ Hz}$ (et à leurs voisinage), l'allure de la fonction enveloppe correspondante sur la longueur du système est examinée à partir de $\langle T(N) \rangle$ (Fig. II. 23(a))

A la résonance dimer ($f_{r1} = 8.084 \text{ Hz}$), le mode de transmission est similaire au mode de Bloch dans un ordre parfait. A son voisinage, $f = 0.99 f_{r1}$, l'effet du désordre est sensiblement ressenti sur de grandes distances. Il devient de plus en plus significatif à partir de $f = 0.98 f_{r1}$ avec la décroissance exponentielle remarquable de la fonction enveloppe. Sur une longueur $L = 3000 d$, (correspondant à la présence de 300 dimers répartis aléatoirement), $\langle T \rangle$ diminue jusqu'à 35 % de sa valeur initiale.

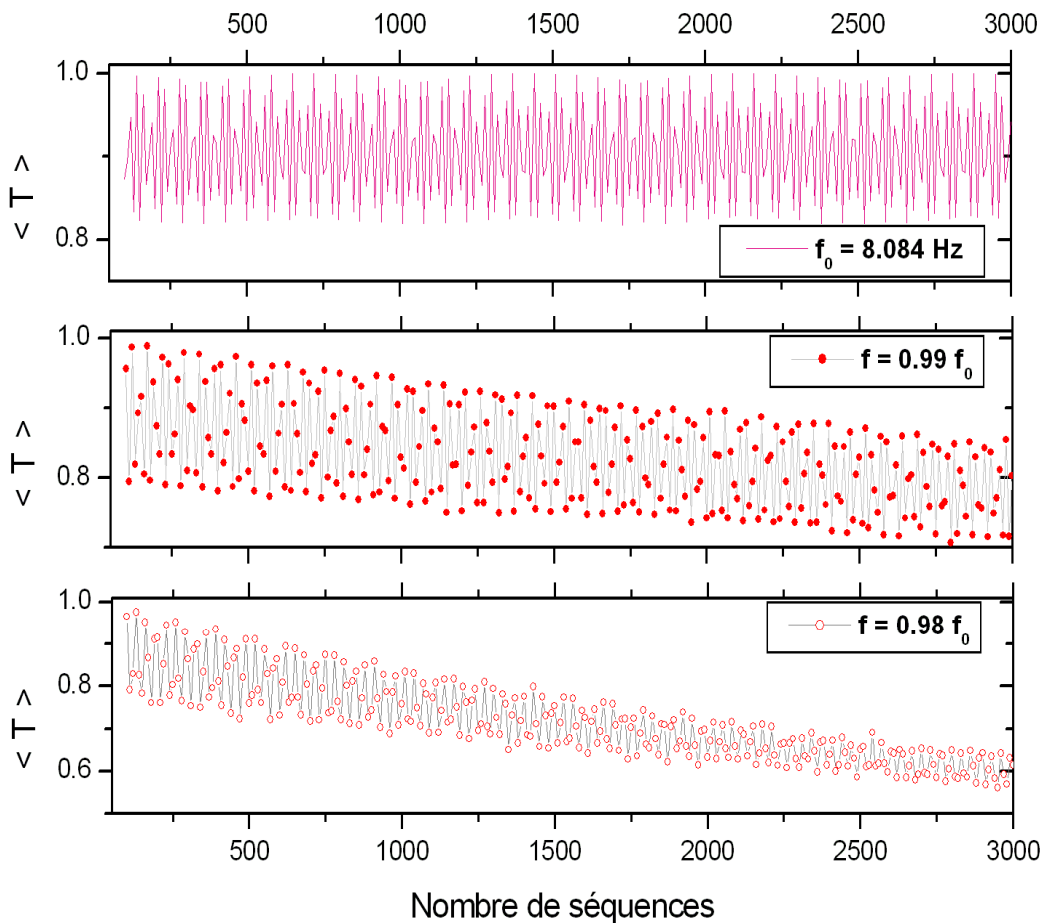


Fig. II. 23 (a) Effet du désordre sur la caractère diffusif de la résonance dimer dans le système masse-ressort.

Par ailleurs, à la fréquence de commutation établie sur l'indiscernabilité des fréquences libres des éléments hôtes et défauts, le profil de transmission est fondamentalement différent : $\langle T(N) \rangle = 1$ indépendamment de la taille du système (Fig. II. 23(b)).

Comparativement aux cas précédents du système électronique et à la corde chargée uniquement en masses, la disparition de la fonction enveloppe périodique (qui caractérise le phénomène de la diffusion élastique dans les systèmes ordonnés) est essentiellement due à l'absence de tout élément diffuseur à l'intérieur du système. Disposant de cellules masse-ressort parfaitement transparente ($\lambda_n(f_n)_{n=A,B} = 0$) à la résonance de commutation, le mode de propagation devient totalement libre sur son parcours le long de ce système effectivement ordonné. Le régime de transmission balistique est ainsi obtenu.

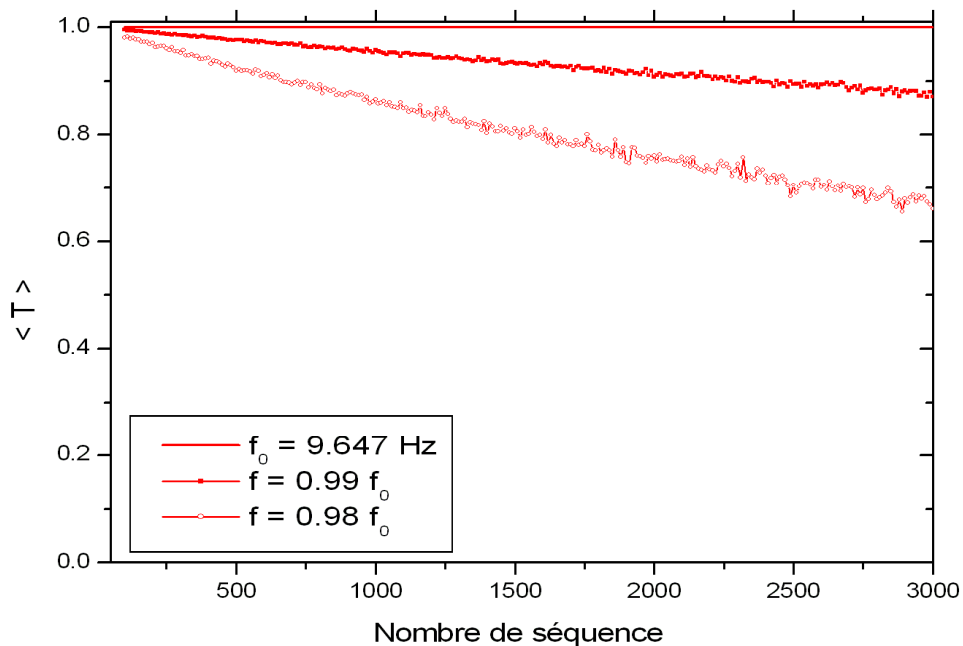


Fig. II. 23 (b) Effet du désordre autour de la résonance de commutation balistique dans le système masse-ressort.

Au voisinage de cette résonance de commutation balistique, $\langle T \rangle$ décroît linéairement en fonction de la longueur du système. Cette décroissance linéaire est d'autant plus importante lorsque la fréquence d'incidence s'éloigne de la résonance de commutation balistique.

b- La résonance dimer balistique

Constatant de plus près, la nature étendue des modes de transmission aux différentes résonances : élastiquement diffusif à la résonance dimer $f_{rB} = 8.04 Hz$ et balistique à la résonance libre $f_A = f_B$ respectivement, que devient la transmission à la résonance dimer f_{rB} si, celle-ci coïncide avec la fréquence libre du réseau hôte ?

La contrainte équivalente $f_{rB} = f_A$ est représentée sur la configuration suivante (Fig. II.24)

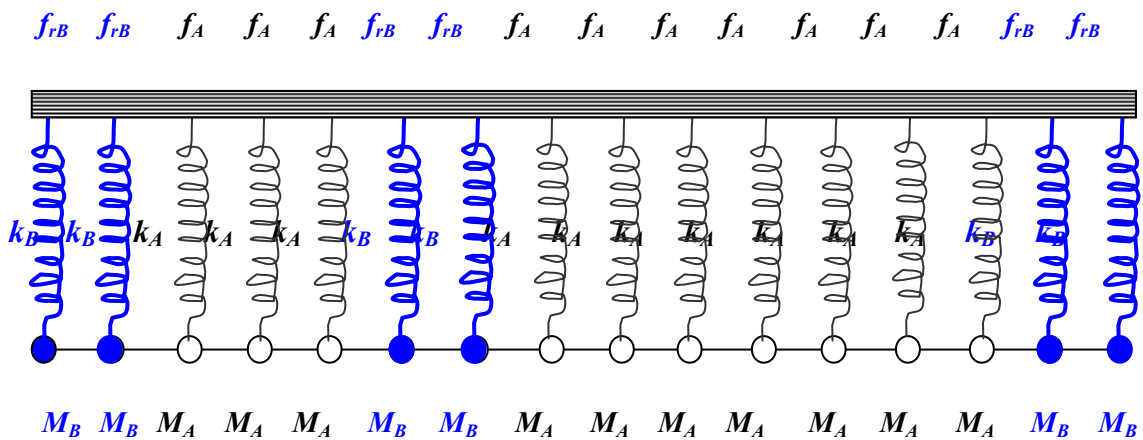


Fig. II.24 Représentation schématique de la contrainte de la résonance dimer balistique dans le système de la corde chargée en masses-ressorts.

En préservant les mêmes paramètres que ceux du système hôte précédent et conformément aux relations de dispersion du modèle de Kronig-Penney, le défaut $M_B = 0.150 kg, f_B = 8.084 Hz$ est le plus approprié pour vérifier cette contrainte (Fig. II. 25(a)). Pour les paramètres utilisés, seule une résonance de transparence du dimer est prévue à la fréquence $f_r = 9.647 Hz$. Qualitativement, ce pic de résonance dimer a la caractéristique de présenter moins de fluctuations dans le profil de transmission par rapport au cas de la résonance dimer précédente (courbe rouge sur Fig. II. 25(b)). En observant de plus près, le comportement du coefficient de Lyapunov réduit à la résonance dimer (Fig. II. 25 (c)), nous remarquons la présence d'une singularité très semblable à celle déjà obtenue dans le cas de la résonance de commutation balistique. Qualitativement, ceci nous amène à penser que le caractère diffusif de la résonance dimer peut aussi avoir une signature balistique.

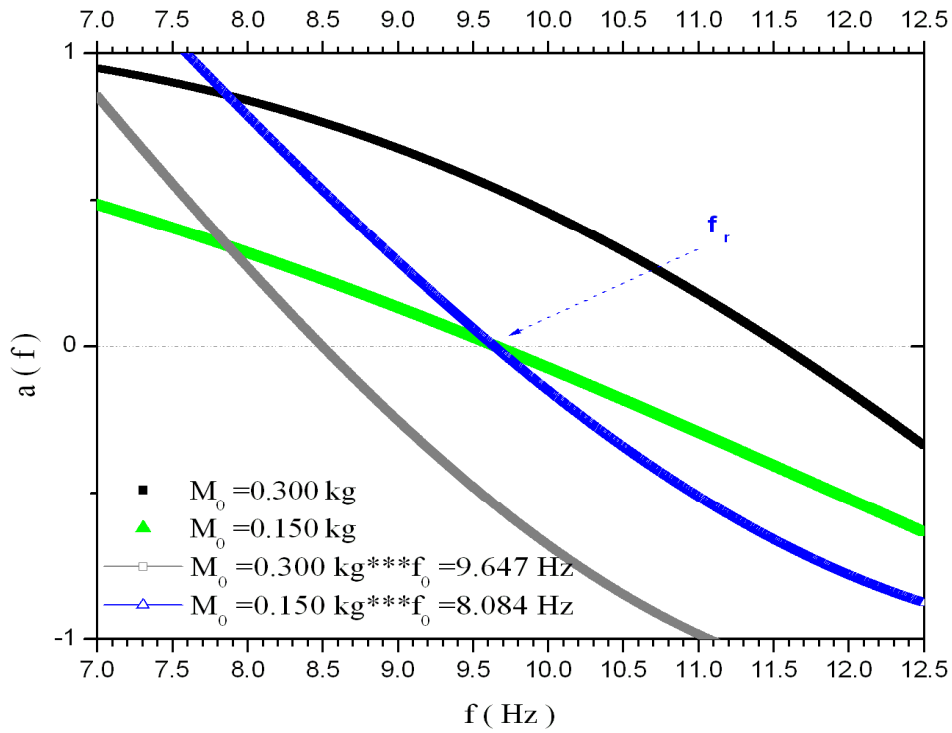


Fig. II. 25(a) Vérification des paramètres reproduisant la contrainte du dimer balistique

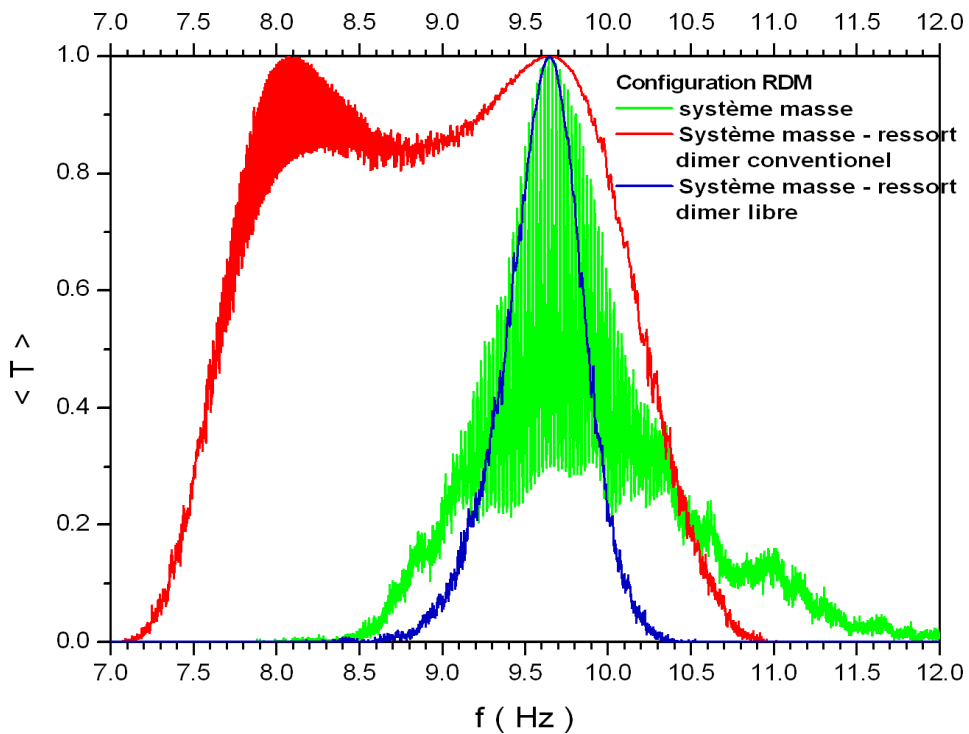


Fig25(b) Comparaison entre les profils de transmission correspondant aux systèmes de la corde chargée en masse et en masse-ressort dans le cas de l'effet dimer.

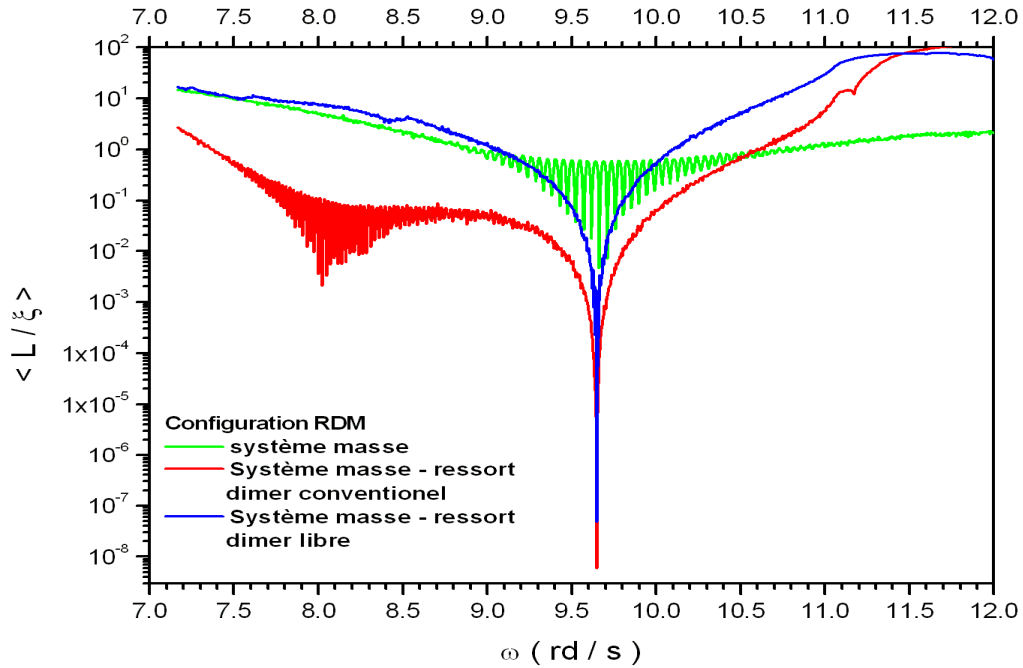


Fig25(c) Comparaison entre les coefficients de Lyapunov réduits entre systèmes de corde chargée en masse et en masse-ressort dans le cas de l'effet dimer.

Pour vérifier cette hypothèse, nous avons examiné la nature du mode de transmission correspondant à cette fréquence. A travers Fig. II. 25 (d), $\langle T(N, f_0) \rangle = 1$ le long du système. Une substitution du régime diffusif par la transmission balistique à la résonance dimer est ainsi réalisée.

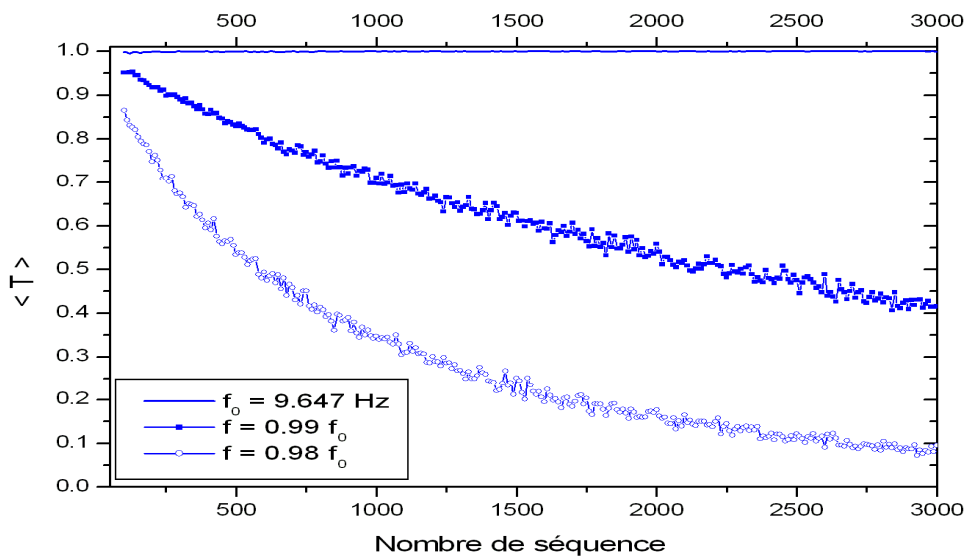


Fig. II. 25 (d) Effet du désordre sur la résonance dimer balistique dans le système de la corde chargée en masses-ressorts.

Par ailleurs, avec la décroissance exponentielle de $\langle T(N) \rangle$ autour de la résonance dimer balistique (Voir Fig. II. 25 (d)), la transmission est plus susceptible à l'effet du désordre. Ceci est essentiellement dû à la présence physique des défauts reproduisant moins l'ordre parfait autour de la résonance.

c- Conclusion

La propagation des ondes transversales mécaniques dans un système unidimensionnel a été décrite en présence de la corrélation de désordre à courte échelle. Disposer aléatoirement des paires de défauts de masse dans une corde vibrante, supprime la localisation d'Anderson à certaines fréquences et fournit au système désordonné des modes de transmission étendus, similaires à ceux de l'onde de Bloch dans des systèmes ordonnés. En présence de défauts dimer totalement transparents, l'onde mécanique incidente exploite un canal autorisé de la bande permise du sous réseau hôte pour se propager quasi-librement à travers tout le système. C'est l'effet dimer conventionnel.

Cependant, en présence de ressorts, une nouvelle cellule masse-ressort est considérée. L'interaction supplémentaire sur la masse induite par le ressort modifie la réponse spectrale des systèmes binaires de masse correspondants.

En se basant sur le modèle de Kronig-Penney, nous avons démontré que dans le modèle du dimer aléatoire, deux résonances sont probables : En plus de la résonance dimer conventionnelle relative à la transparence du motif défaut dimer, une résonance de commutation apparaît lorsque les deux cellules hôte et défaut sont équivalentes. Ne pouvant distinguer entre éléments hôte et défaut, une configuration d'un ordre parfait s'installe dans la structure désordonnée justifiant ainsi le caractère de l'onde de Bloch à la résonance de commutation.

Avec la possibilité de maîtrise des paramètres masses et ressorts, la qualité de transmission dans les systèmes de masses peut être améliorée vers un régime de transmission balistique. La résonance de commutation balistique est obtenue lorsque $f_A = f_B$ alors que la résonance dimer balistique vérifie $f_{rB} = f_A$. La fréquence f_{rB} étant celle de la résonance

défaut dimer masse-ressort et f_A (f_B) la fréquence libre du motif hôte (défaut). (Consulter le tableau récapitulatif II. 2)

d- Application : Etude des filtres optiques balistiques

Motivés par les réponses balistiques enregistrées dans la suppression de la localisation d'Anderson dans les systèmes unidimensionnels par effet dimer, l'étude des propriétés de transmission des structures masse-ressort est appliquée aux filtres mécaniques. Partant du modèle conventionnel du dimer mécanique, tel que examiné par Bouhafs [25], nous présentons dans cette partie les améliorations susceptibles d'apparaître sur la qualité de transmission de ces systèmes lorsque la procédure d'alignement des résonances est prise en considération. Le champ d'application de l'effet dimer balistique est aussi élargi aux alliages hôtes désordonnés. La qualité de transmission est décrite en fonction du taux de désordre de masse. Rappelons que les réponses du système sont données à partir des valeurs moyennes de la transmission $\langle T \rangle$ et du coefficient de Lyapunov réduit $\langle \frac{L}{\xi} \rangle$ (L étant la taille et ξ la longueur de localisation).

Soit un système masse-ressort de $N = 800$ cellules régulièrement espacées dans un réseau periodique unidimensionnel de paramètre de *réseau* $d = 0.05$ m. Une distribution binaire de masse $M_A = 0.1$ kg, $M_B = 0.2$ kg et $c_B = 0.40$ définit le désordre de masse tandis que les ressorts sont choisis de manière identique ($K_n = K = 10$ N/m) [25].

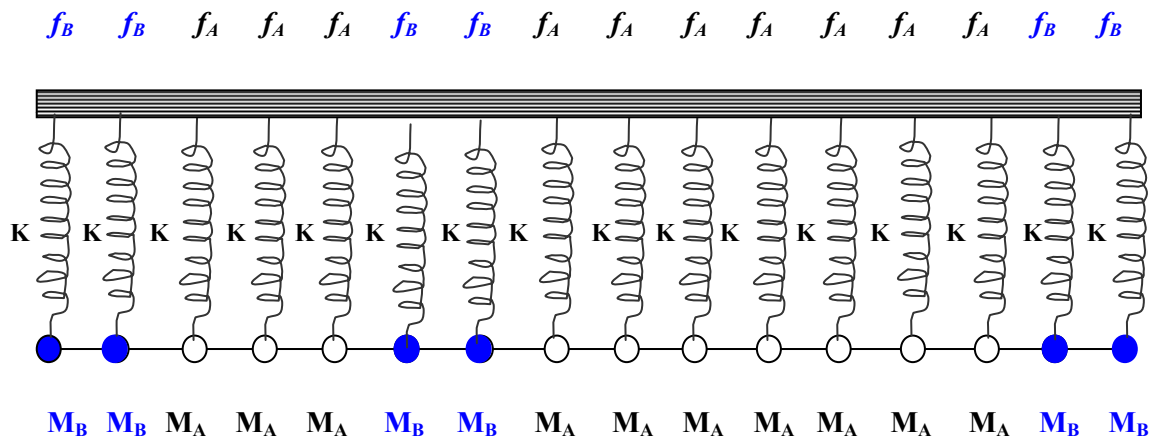


Fig. II.26 Représentation schématique du système considéré [25]

A partir des relations de dispersion du modèle de Kronig-Penney correspondantes aux motifs défaut et hôte, nous pouvons affirmer que seule la condition de la résonance dimer conventionnelle (Eq. II.22) est vérifiée.

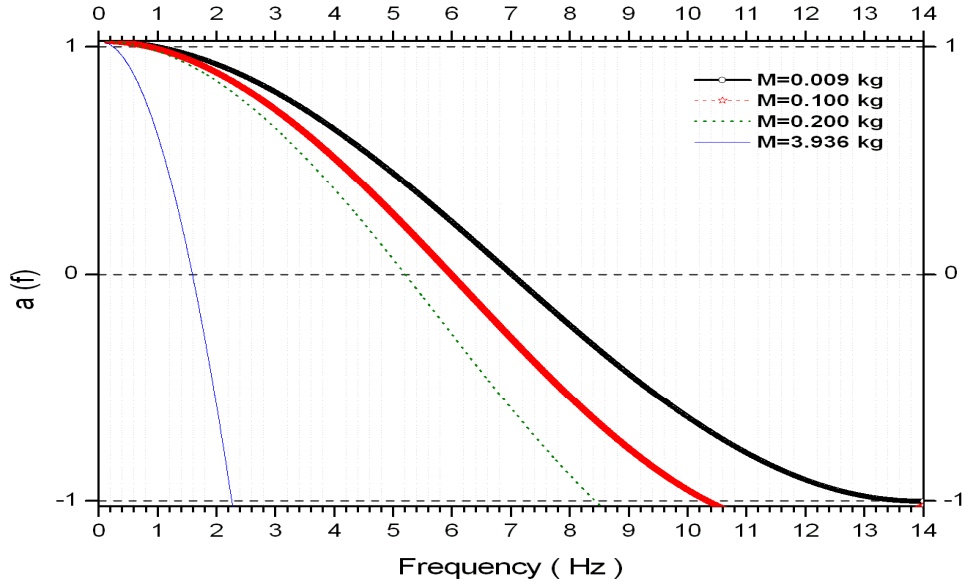


Fig. II. 27(a) Relations de dispersion de plusieurs systèmes de la corde vibrantes chargée en masse-ressort ($K = 10 \text{ N/m}$ et masses M différentes)

Conformément au résultat de Bouhafs [25], un pic de transmission $\langle T \rangle \cong 1$ est observé au voisinage de la fréquence $f_r = 5.20 \text{ Hz}$. Présentant un coefficient de Lyapunov $\frac{1}{\xi(f_r)} \rightarrow 0$, ce mode étendu est caractérisé par une longueur de localisation $\xi(f_r) \approx 300L$. En se basant sur les précédentes confirmations sur la nature des modes résonants dimer, cette résonance ne peut être qu'équivalente à celle d'un mode similaire de Bloch [6,18, 23]. Un pic de transmission unité résulte d'une suppression de la localisation d'Anderson à la fréquence de transparence du motif dimer. Cette résonance présente une largeur à mi-hauteur $\delta = 1.20 \text{ Hz}$ conforme au résultat précédent [25]. (voir Figs. II.28 (c) et 29 (a)). Une fenêtre de résonance s'ouvre ainsi dans le spectre de transmission sous forme d'un filtre mécanique dont le facteur de

qualité $Q = \frac{f_r}{\delta} = \frac{5.20}{1.20} = 4.33$. Seules les ondes de fréquences appartenant la bande passante du filtre sont les plus probables à traverser considérablement le système désordonné.

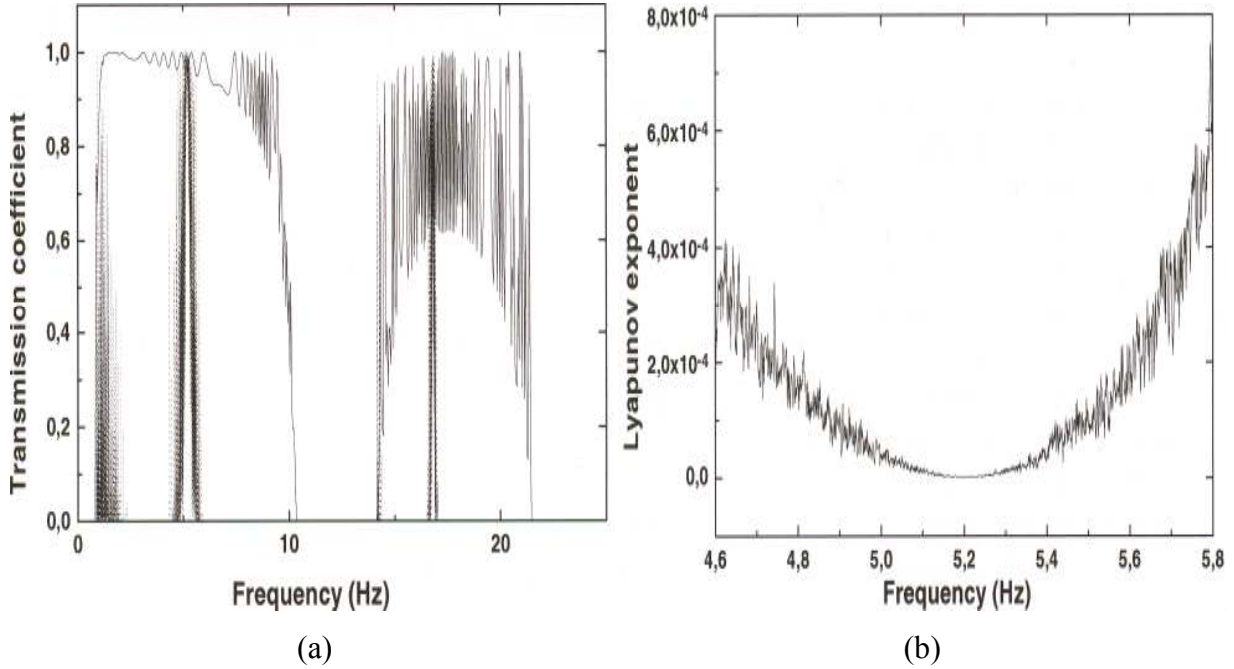


Fig. II.28 Apparition des pics de résonances dimer dans les réponses moyennes de la transmission (a). Le coefficient de Lyapunov atteint sa valeur minimale à la résonance dimer (b) [25]

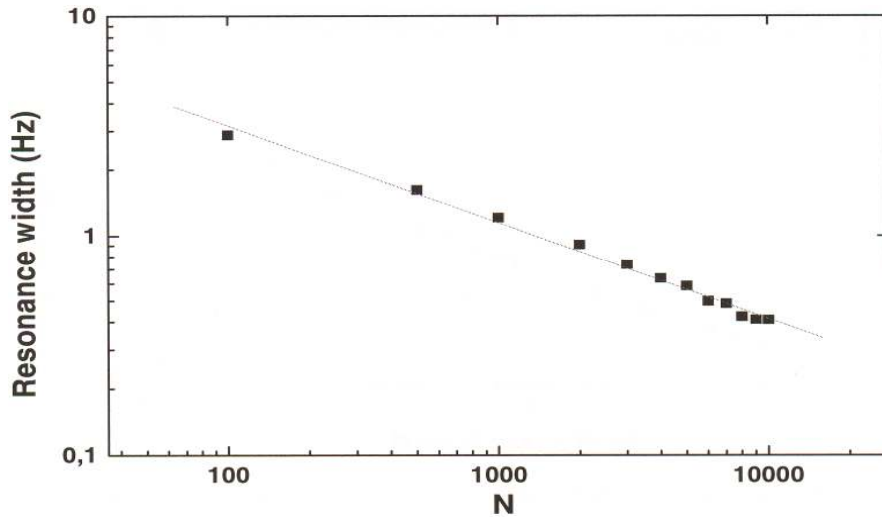


Fig. II. 28 (c) Décroissance quasi linéaire dans la représentation logarithmique de la largeur de résonance en fonction de la longueur du système [25]

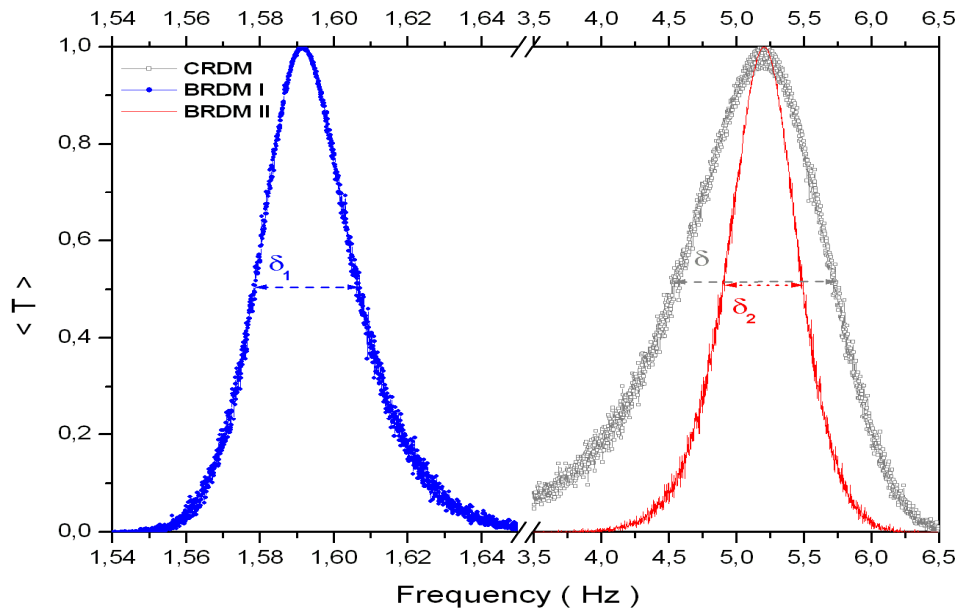


Fig. II. 29 (a) Réponses moyennes de la transmission pour différentes configurations du modèle du dimer aléatoire (RDM) : Conventionnel (CRDM) et balistique I et II (BRDM I et BRDM II)

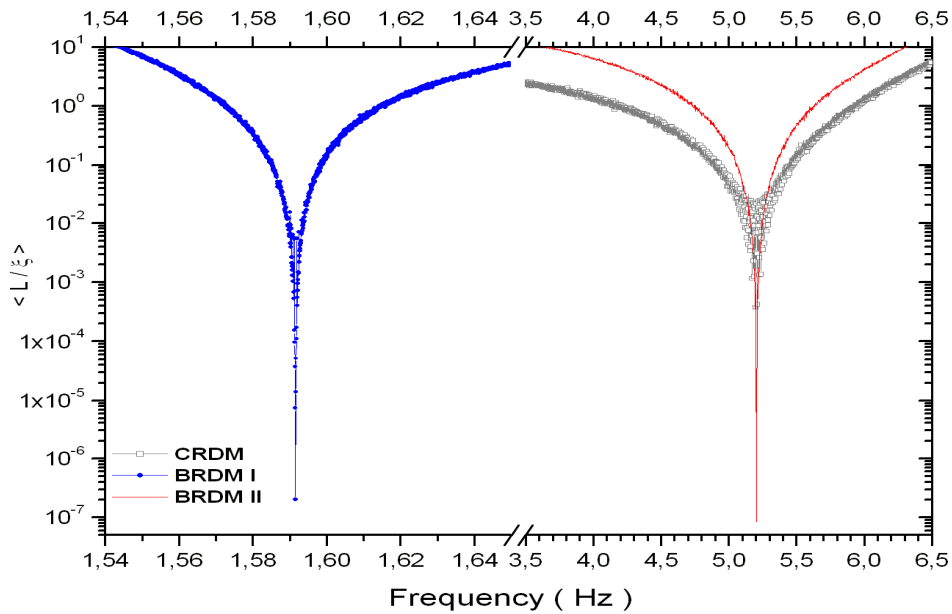


Fig. II. 29 (b) Réponses moyennes du coefficient de Lyapunov réduit pour les différentes configurations du modèle du dimer aléatoire (RDM) : Conventionnel (CRDM) et balistique I et II (BRDM I et BRDM II)

Par ailleurs, avec la possibilité d'ajuster les paramètres structuraux des cellules élémentaires, qu'advient-il à ce filtre mécanique lorsque la fréquence de la résonance dimer

f_{rB} coïncide avec celle la fréquence libre f_A du réseau hôte (ou vice versa) ? A ce sujet, deux systèmes comparatifs à la configuration du dimer conventionnelle sont proposés :

1. La configuration dimer I

Tout en préservant les paramètres du système hôte, identiques à celles du système conventionnel [25] ($M_A = 0.100 \text{ Kg}$), cherchons la cellule (B) correspondante à la réalisation de la contrainte de l'alignement des résonances :

$$f_{rB} \equiv f_A \quad (\text{II.25})$$

A partir de Fig. II. 30 (équivalente à Fig. 5 de [25], décrivant le comportement de la résonance principale du motif dimer en fonction de la masse (lorsque $K = 10 \text{ N / m}$)), la masse défaut la plus convenable, est interpolée à $M_B = 3.396 \text{ kg}$. Ceci est également vérifié sur Fig. II. 25(a) qui reproduit la relation de dispersion du modèle de Kronig-Penney pour la masse considérée plus haut.

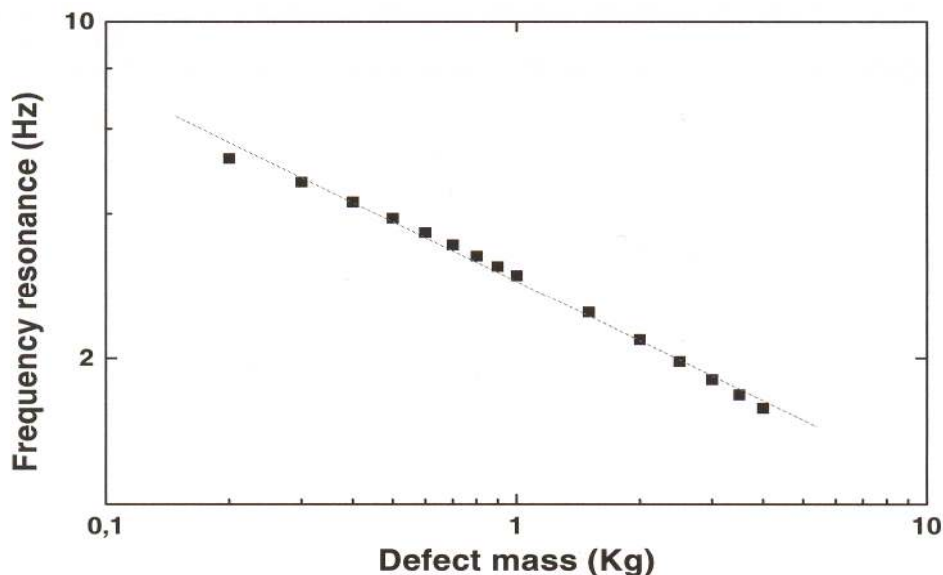


Fig. II. 30 Décroissance de la fréquence de résonance du dimer en fonction de la masse défaut M_B [25]

Disposant d'une masse défaut M_B , plus importante, cette structure présente un pic de transmission plus fin, de bande passante $\delta_1 \approx 1.5 \cdot 10^{-2} \text{ Hz}$ insignifiante par rapport à celle du cas conventionnel ($\delta = 1.20 \text{ Hz}$), Avec une longueur de localisation plus

importante $\xi(f_{r1}) \approx 3.2 \cdot 10^3 \xi(f_r)$, un mode résonant plus étendu ($\langle L / \xi(f_{r1}) \rangle \approx 1.6 \cdot 10^{-7}$) s'est installé dans le spectre de transmission.

En présence de défauts dimer totalement transparents ($\kappa_B(f_B) = 0$) et un réseau hôte, dont les éléments diffuseurs sont autant transparents ($\lambda_n(f_A = f_B) = 0$), une onde incidente à cette fréquence se propage le plus librement possible.

Dans le but de décrire la nature du mode de transmission dans ces conditions favorables, la réponse moyenne de la transmission $\langle T(N) \rangle$ en fonction de la taille du système, mesurée en nombre de séquences N est examinée. Comparé au cas conventionnel diffusif [25], $\langle T(N) \rangle = 1$ à la résonance, indépendamment de la taille du système. C'est le régime balistique.

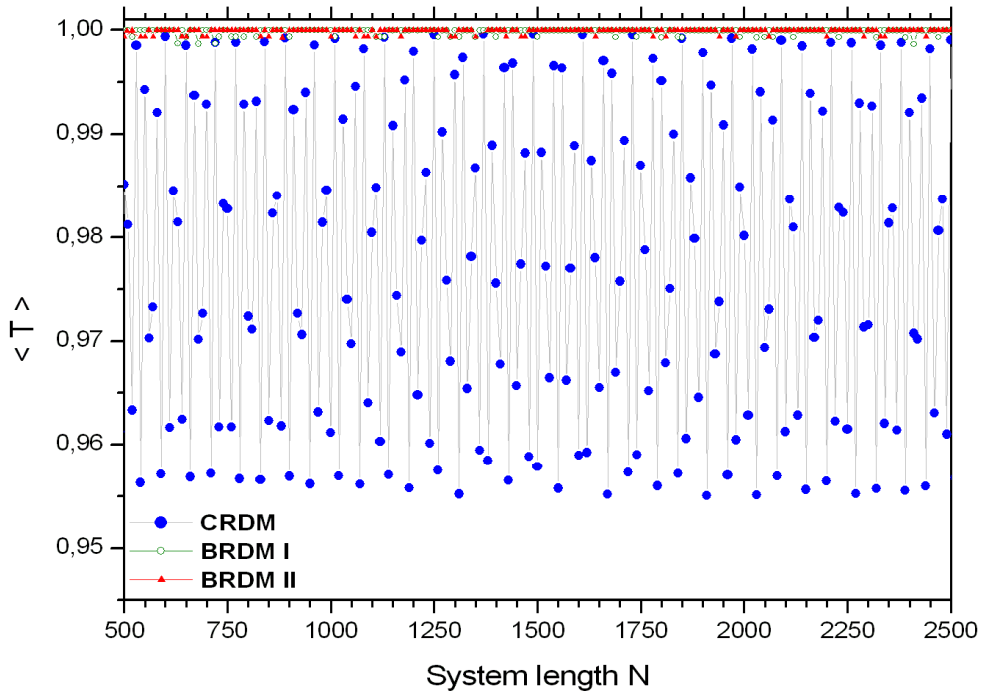


Fig. II. 31 Comparaison entre les différents types de modes résonants en fonction des modèles du dimer aléatoire (RDM) : Conventionnel (CRDM) et balistique I et II (BRDM I et BRDM II). Les réponses de la première configuration balistique (Ballistic Random Dimer Model I : BRDM I) est décrite à partir en fonction de la largeur de la résonance $\delta_1(N)$ et du facteur de qualité $Q_1(N)$ sur une échelle convenable.

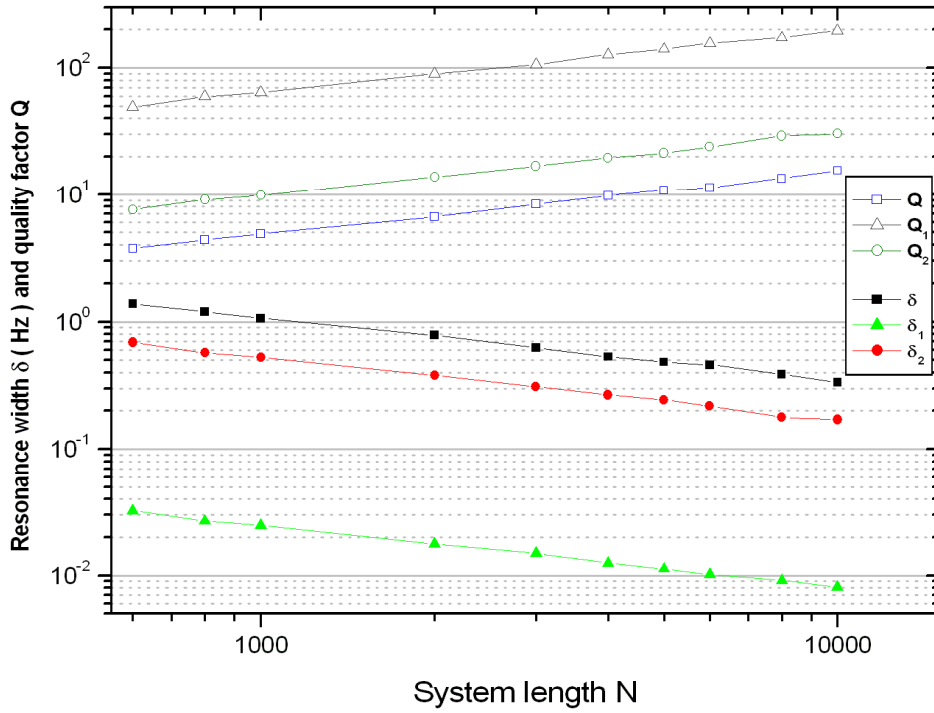


Fig. II. 32 Comparaison entre les caractéristiques du filtre mécanique correspondant (les indices 1 et 2 sont relatifs aux configurations balistiques 1 et 2 respectivement)

Une comparaison directe entre le régime balistique à $f_{r1} \cong 1.59Hz$ (indice 1) et le régime conventionnel, diffusif à $f_r \approx 5.20Hz$ montre que :

$$Q_1(N) \approx 13 Q(N) \text{ et } \delta(N) \approx 45 \delta_1(N) \quad (\text{II.26})$$

La représentation logarithmique de ces deux fonctions montre que ces comportements obéissent à des lois de puissance :

$$\begin{cases} Q_1(N) \propto N^\beta \text{ with } \beta = (0.484 \pm 0.006) \\ \delta_1(N) \propto N^{-\bar{\beta}} \text{ with } \bar{\beta} = (0.495 \pm 0.006) \end{cases} \quad (\text{II.27})$$

où β et $\bar{\beta}$ sont des exposants réels. Les valeurs obtenues sont proches de celles de Bouhafs dans le modèle conventionnel [25], tel représenté sur Fig. II. 28 (c).

2. La configuration dimer II

Dans le cas où la constante de raideur $K = 10 \text{ N/m}$, le défaut $M_d = 0.200 \text{ Kg}$ présente une fréquence de résonance dimer $f_r \approx 5.20 \text{ Hz}$. Par conséquent, la cellule hôte la plus appropriée pour vérifier la condition de l'alignement des fréquences caractéristiques :

$$f_{rB} \equiv f_A \quad (\text{II.28})$$

correspond à $M_A \approx 0.009 \text{ Kg}$ (voir Fig. II. 27 (a)).

La transmission moyenne correspondante est représentée sur Fig. II.29(a) (en rouge). Conformément à la condition de résonance conventionnelle, le pic de transmission unité apparaît à la fréquence de résonance dimer $f_{r_2} = f_r \approx 5.20 \text{ Hz}$. Présentant une singularité plus prononcée, l'extension spatiale du mode de transmission à cette résonance s'est élargie ($\xi(f_{r_2}) = 3.5 \cdot 10^4 \xi(f_r)$). Répondant aussi à la condition de résonance dimer balistique, le profil de transmission présente moins de fluctuations autour de la résonance par rapport au cas conventionnel et une largeur à mi-hauteur réduite de moitié ($\delta_2 = \frac{\delta}{2}$). La qualité de transmission est de nouveau améliorée.

Sur Fig. II. 32, $\delta_2(L)$ et $Q_2(L)$ sont calculées et représentées sur la même échelle logarithmique. Présentant des courbes parallèles par rapport au cas précédents, des comportements en lois de puissances identiques sont observés, leurs comportements sont décrits par des exposants β and $\bar{\beta}$ à valeurs universelles. Cependant, en constatant que :

$$Q_2(N) \approx 2 Q(N) \quad (\text{II.29})$$

cette configuration est moins attractive que la précédente (configuration 1), bien qu'elle préserve la même résonance que celle du dimer conventionnel.

En conclusion, la résonance dimer balistique, exprimée par les conditions :

$$\begin{aligned} \kappa_B(f_{rB}) = 0, \quad | \kappa_A(f_{rB}) | \leq 1 \\ \text{et} \\ \lambda_A(f_{rB}) = 0 \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

améliore les propriétés de transmission dans le modèle du dimer aléatoire. L'augmentation de facteur de transmission des filtres mécaniques balistique correspondant dépend fortement de la manière avec laquelle le motif dimer est transparent à la fréquence libre de la cellule hôte.

Un tel phénomène ne peut se réaliser ni dans les systèmes mécaniques de masse, ni dans les systèmes électroniques en pic delta, à cause de l'expression inappropriée de leurs potentiels respectifs pour vérifier $\lambda_A(f_{rB}) = 0$.

3- La configuration dimer balistique dans un alliage hôte désordonné

Dans le but de mieux contrôler les propriétés de la transmission balistique dans le cadre de l'effet dimer et pour une meilleure maîtrise des caractéristiques de la résonance dimer balistique dans les filtres mécaniques, un désordre de type alliage est introduit dans le réseau hôte.

Ce désordre consiste à rendre la structure hôte compositionnellement aléatoire. Préservons la cellule dimer ($M_B = 0.200 \text{ kg}$, $K_B = K_A = K = 10 \text{ N / m}$ pour laquelle la résonance dimer se situe à la fréquence $f_r \approx 5.20 \text{ Hz}$) et considérons le cas d'un désordre de masses généré dans la structure hôte par une distribution $P(M_n)$ rectangulaire, de valeur moyenne M_0 et de largeur ΔM tel que :

$$P(M_A) = \begin{cases} \frac{1}{2\Delta M} & \text{si } M_0 - \Delta M < M_A < M_0 + \Delta M \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (\text{II.31})$$

Lorsque le désordre $M_0 = 0.100 \text{ kg}$ et $\Delta M = 0.100 \text{ kg}$, est incorporé dans la structure hôte, la résonance dimer $f_r \approx 5.20 \text{ Hz}$ (correspondant à $\Delta M = 0. \text{kg}$) disparaît entièrement du spectre de transmission. Le système hôte est devenu suffisamment désordonné pour permettre à la localisation d'Anderson de rendre le milieu de propagation totalement

éfléchissant (sur le domaine de fréquence considéré autour de f_r). La transmission $\langle T(f_r) \rangle|_{\Delta M=M_0} \approx 0.02$ est négligeable et à la fréquence de résonance dimer (correspondant à $\Delta M = 0. \text{kg}$), le coefficient de Lyapunov réduit, passe de $\langle \frac{L}{\xi(f_r)} \rangle|_{\Delta M=0} \approx 10^{-4}$ à la valeur $\langle \frac{L}{\xi(f_r)} \rangle|_{\Delta M=M_0} \approx 5$. Les modes de transmission correspondants sont remarquablement localisés (voir courbes en gris sur Fig. II. 33(a) et 33(b)).

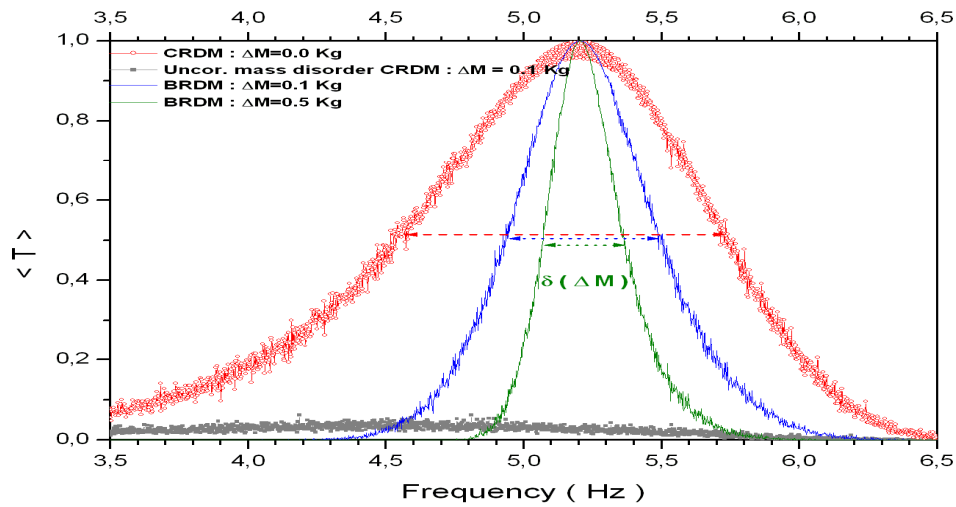


Fig. II. 33(a) Profil de transmission des configurations dimer dans le cas de désordre type alliage dans la structure hôte. Du modèle conventionnel (CRDM) au modèle balistique (BRDM)

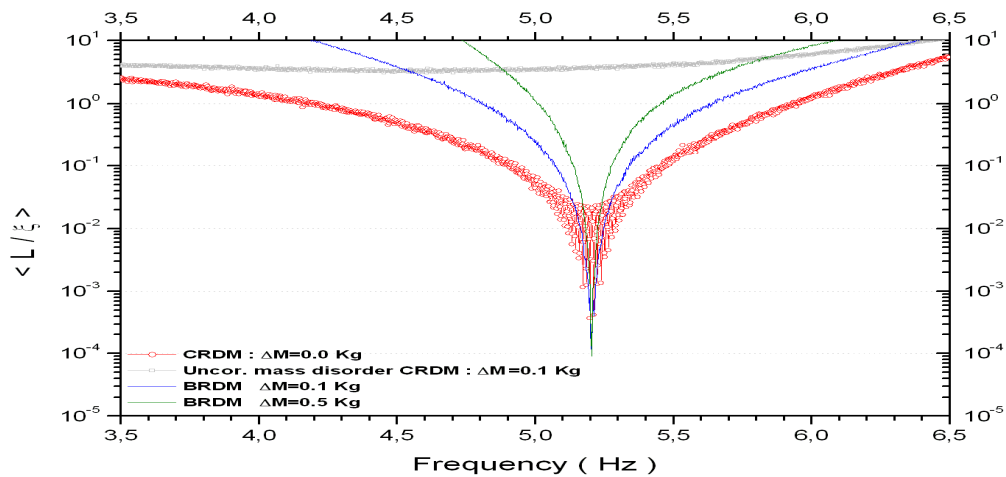


Fig. II. 33(b) Profil de coefficient de Lyapunov réduits relatifs aux configurations dimer étudiées dans le cas de désordre type alliage dans la structure hôte. Du modèle conventionnel (CRDM) au modèle balistique (BRDM)

En observant de plus près la fonction enveloppe relative à ce mode de transmission sur des longueurs plus considérables, la faible valeur de $\langle T(N) \rangle$ décroît exponentiellement le long du système et confirme par la même occasion la nature totalement localisé du mode de transmission (Fig. II. 33 (c), courbe rouge)

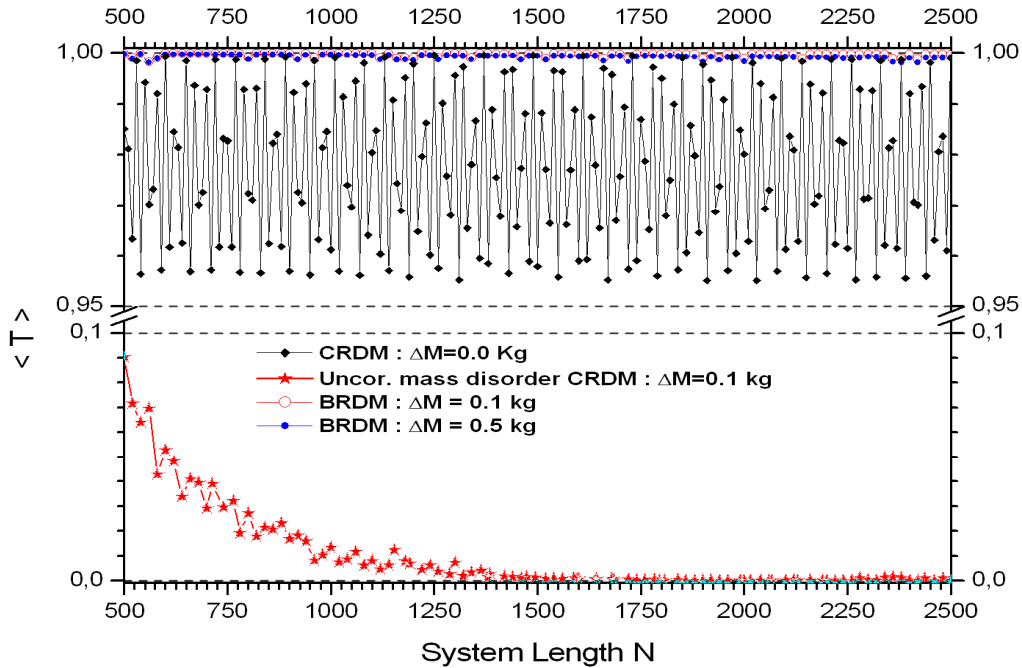


Fig. II. 33(c) nature des modes de transmission à la résonances pour les différentes configurations dimer étudiées dans le cas de désordre type alliage dans la structure hôte. Du modèle conventionnel CRDM au modèle balistique BRDM

Ayant vérifié que cet alliage est suffisamment désordonné en masse pour rendre la transparence du motif dimer totalement insignifiante (inexploitable), quel moyen devons nous utiliser pour réactiver cette résonance dimer ?

La réponse provient de l'introduction d'un désordre supplémentaire de ressorts de constantes de raideurs K_n . Ce désordre (à vocation constructive donc forcément particulier), obéira au principe de l'alignement des fréquences (tel établi dans la définition de la fréquence de commutation) au niveau de chaque cellule. Ces ressorts dont la distribution reste aussi

aléatoire que celle des masses, doivent présenter des fréquences libres $f_n = \sqrt{\frac{K_n}{M_n}}$ identiques

à la fréquence de transparence du dimer tel que :

$$f_n \equiv f_{rB} \quad (\text{II.32.a})$$

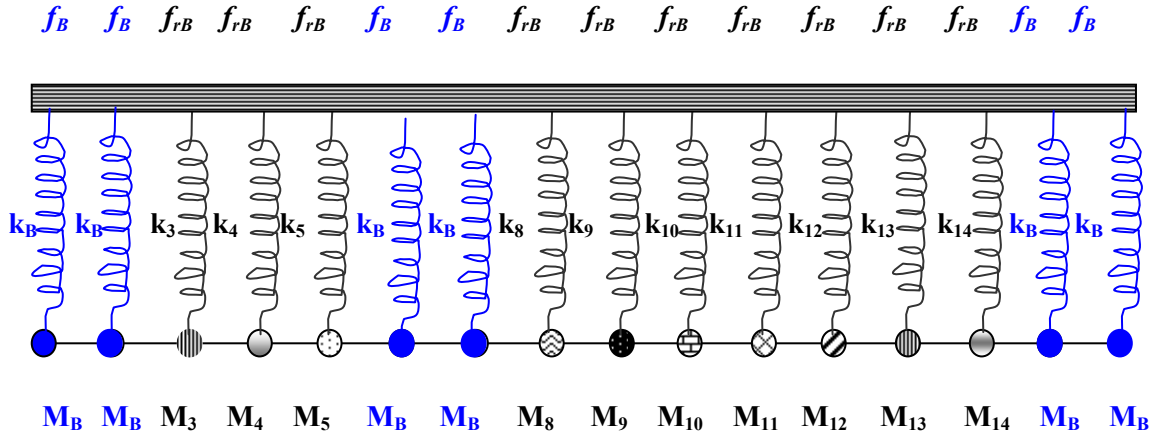


Fig. II. 33 (d) Représentation schématique de l'alignement des fréquences caractéristiques entre la résonance de transparence du défaut et la résonance de commutation balistique de la structure hôte désordonnée

Pour une telle restriction 'interne' sur les désordres de masses et de ressorts, un mode délocalisé à une longueur de localisation $\xi \approx 10^4 L$ réapparaît sur le spectre de transmission à la fréquence même ($f_r \approx 5.20 \text{ Hz}$) de la résonance dimer conventionnelle ($\Delta M = 0. \text{ kg}$). (voir Fig. II. 33(a) et (b))

A partir de la description de la fonctionne enveloppe correspondante, ce mode de transmission confirme son caractère balistique (Fig. II. 33 (c), courbe en bleue). La transmission unité indépendante de la longueur du système se justifie par la contrainte de la commutation balistique :

$$\lambda_n(f_{rB}) = 0 \quad (\text{II.32.b})$$

imposée à la fréquence de transparence du dimer le long du milieu hôte désordonné sur chaque site n de la structure désordonnée. Aussitôt ressuscitée, il devient aussi possible de contrôler la qualité de transmission à la résonance balistique par ajustement des paramètres structuraux de la structure hôte.

La taille étant fixée à $N = 800$, l'effet de la variation de la masse est étudié. Le comportement du facteur de qualité $Q(\Delta M)$ en fonction du désordre de masse ($\Delta M \leq 5 \text{ kg}$) dans le système hôte est décrit sur Fig. II. 34.

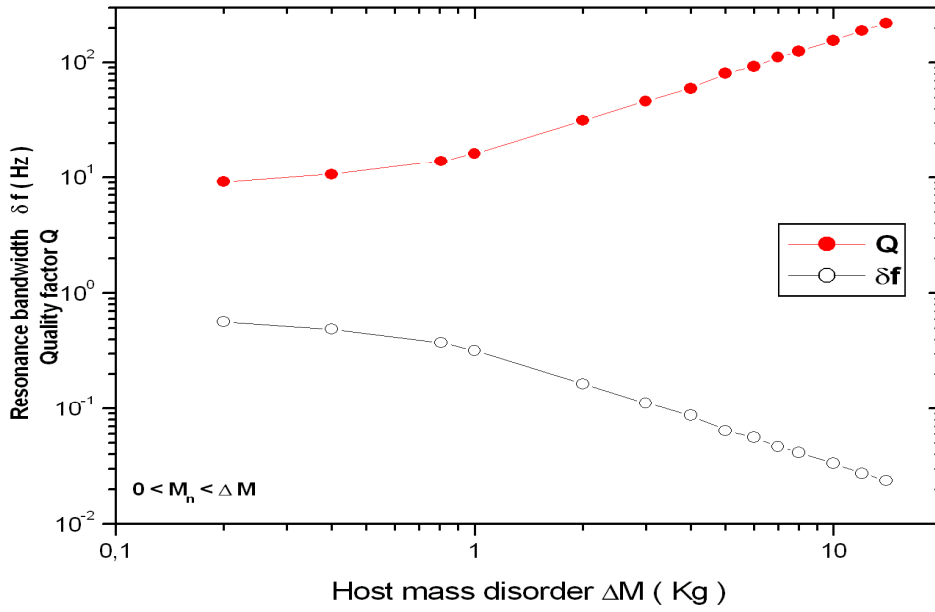


Fig. II. 34 Largeur à mi-hauteur de la résonance et facteur de qualité en fonction du taux de désordre de la structure hôte.

A partir de la représentation logarithmique, nous pouvons constater que le facteur de qualité $Q(\Delta M)$ suit une loi de puissance dont l'exposant α définit deux régimes distincts

$$\alpha \approx 0.3 \quad \text{pour } 0.0 \text{ kg} < M_n < 1.0 \text{ kg}$$

et

$$\alpha \approx 0.5 \quad \text{pour } 1.0 \text{ kg} < M_n < 10.0 \text{ kg}$$
(II. 33)

en fonction du taux de désordre. Dans les deux cas, la qualité de transmission est nettement améliorée.

4- Conclusion

L'étude des propriétés de transmission des filtres mécaniques dans les systèmes binaires aléatoires à désordre corrélé à courte portée a été présentée. L'ajustement convenable des paramètres intrinsèques masse - ressort dans le système de la corde vibrante a permis d'améliorer le rendement des filtres mécanique conventionnels : Des régimes à transmission balistique à la résonance dimer sont obtenus dont la qualité de transmission est décrite par des lois de puissance à exposant universels.

Dans le cas d'alliages désordonnés hôtes, la résonance dimer balistique est restaurée pour autant que la condition de commutation balistique soit préservée sur chaque site du réseau. Par l'incorporation d'un désordre de ressort à vocation constructive, la qualité de la transmission dans ces structures est nettement améliorée. Avec l'augmentation du taux de désordre de masse. (Consulter le tableau récapitulatif II.3)

III - Conclusion générale

La propagation d'ondes mécaniques dans des chaînes linéaires désordonnées à profils de potentiel différents a été étudiée par analogie au modèle électronique de Kronig-Penney. Conformément à la condition de la transparence du motif dimer dans les systèmes binaires, la résonance conventionnelle de l'effet dimer apparaît aussi lorsque sa fréquence caractéristique coïncide avec celle d'un canal de transmission permis de la structure hôte. La présence d'un tel motif transparent fournit au milieu de propagation des modes de propagation étendus, diffusifs, reproduisant des situations similaires à celle de un ordre parfait.

En disposant d'un paramètre supplémentaire dans le profil du potentiel, le système de la corde vibrante chargée en résonateurs masse-ressort est plus instructif. L'utilisation de la condition généralisée de la résonance nous a montré la possibilité de définir une résonance de commutation pour laquelle des modes de Bloch apparaissent.

De ce fait, l'application de la procédure de l'alignement de ces deux résonances (dont les origines sont différentes), sur une fréquence commune a permis d'améliorer les propriétés de transmission de ces systèmes aléatoires à désordre corrélé. A la fréquence libre, commune entre les deux motifs, l'onde propagatrice à la résonance dimer perd son caractère diffusif et devient sous contrôle d'un régime de transmission balistique.

L'insertion d'un désordre de masse dans la structure hôte détruit la résonance balistique et rend le système totalement réfléchissant. Néanmoins, introduire un désordre supplémentaire de ressort à vocation constructive permet de ressusciter cette transition de phase (mode localisé – mode étendu) à partir de la procédure de l'alignement des fréquences. Des filtres mécaniques balistiques de systèmes désordonnés à meilleure qualité de transmission peuvent ainsi être conçus.

Finalement, au vu des améliorations enregistrées sur les propriétés de transmission fournies par la procédure de l'alignement des résonances par ajustement convenable des paramètres intrinsèques des motifs défaut et hôte, nous pensons que cette manipulation est aussi applicable à d'autres types de systèmes unidimensionnels désordonnés. Par analogie à la

propagation des électrons dans les hétérostructures et superréseaux unidimensionnels, nous pensons à la propagation de la lumière dans les cristaux photoniques désordonnés d'autant plus que des études récentes ont montré le phénomène de la suppression de la localisation des photons dans les systèmes stratifiés unidimensionnels [32,33]. Chercher à améliorer la qualité de transmission de ces structures fera l'objet de notre étude dans le chapitre suivant de cette thèse.

Tableaux récapitulatifs
Système masse (d = 0.05 m)

Motif hôte	Motif défaut	Résonance dimer (Hz)
$M_A = 0.300$ kg	$M_B = 0.150$ kg	9.647

Tableau II. 1 Effet dimer conventionnel dans le système masse.

Système masse-ressort (d = 0.05 m)

Motif hôte	Motif défaut	Fréquence de Résonance(Hz)	Type de résonance
$M_A = 0.300$ kg $f_A = 9.647$ Hz	$M_B = 0.150$ kg $f_B = 8.758$ Hz	7.726 10.466	Dimer conventionnel Commutation conventionnelle
$M_A = 0.300$ kg $f_A = 9.647$ Hz	$M_B = 0.150$ kg $f_B = 9.647$ Hz	8.084 9.647	Dimer conventionnelle Commutation balistique
$M_A = 0.300$ kg $f_A = 9.647$ Hz	$M_B = 0.150$ kg $f_B = 8.084$ Hz	9.647	Dimer balistique

Tableau II. 2 Effet dimer conventionnel et balistique dans le système masse-ressort

Etude des filtres mécaniques balistiques (d = 0.05 m)

Motif hôte	Motif défaut	Fréquence de Résonance(Hz)	Type de résonance
$M_A = 0.100$ kg $K_A = 10$ N/m	$M_B = 0.200$ kg $K_B = 20$ N/m	5.20	Dimer conventionnel (CRDM)
$M_A = 0.100$ kg $K_A = 10$ N/m	$M_A = 3.396$ kg $K_B = 20$ N/m	1.59	Dimer balistique (BRDM I)
$M_A = 0.009$ kg $K_A = 10$ N/m	$M_B = 0.200$ kg $K_B = 20$ N/m	5.20	Dimer balistique (BRDM II)
$M_A = 0.100$ kg $\Delta M_A = 0.100$ kg $K_A = 10$ N/m	$M_B = 0.200$ kg $K_B = 20$ N/m	-	Localisation dans alliage hôte désordonné
$M_A = 0.100$ kg $\Delta M_A = 0.100$ kg $f_{An} = 5.20$ Hz	$M_B = 0.200$ kg $K_B = 20$ N/m	5.20	Dimer balistique dans alliage hôte désordonné BRDM
$M_A = 0.100$ kg $\Delta M_A = 0.500$ kg $f_{An} = 5.20$ Hz	$M_B = 0.200$ kg $K_B = 20$ N/m	5.20	Dimer balistique dans alliage hôte désordonné BRDM

Tableau II. 3 Résonances conventionnelles et balistiques dans les filtres mécaniques à effet dimer (système masse-ressort)

IV- Bibliographie

1. L. Brillouin et P. Parodi, Propagation des ondes dans les milieux périodiques (Masson-Dunod, Paris, 1956)
2. F. Bloch , *Z. phys.* , **52**, 555 (1928)
3. S. He, J.D. Maynard, *Phys. Rev. Lett* **57**, 3171 (1986), S. He, J.D. Maynard, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1888 (1989); J.D. Maynard, *Physica B* **197**, 231 (1994)
4. J.D. Maynard, *Rev. Mod. Phys.* **73**, 401 (2001)
5. S. Parmley et al. *Appl. Phys. Lett.* **67**, 777 (1993) ; S. Parmley, *Am. J. Phys.* **63**, 547 (1995)
6. A. Sanchez, E. Macia et F. Dominguez-Adame, *Phys. Rev.B* **49**, 147(1994) ; **49**,15428 (E), (1994), S. Khaled , *J. Phys. Cond. Matt.* **19**, 076202 (2007)
7. M.J. McKenna, R.L. Stanley and J.D. Maynard , *Phys. Rev. Lett.* **69**, 1807 (1992)
8. R. Knapp, G. Papanicolau et B. White, nonlinearity and localisation in one-dimensional random media, Edité par R. Bishop, D.K. Campbell et St. Penvematikos, Disorder and Nonlinearity, Springer Series in Solid State Science (Springer, Berlin 1989)
9. Yu S. Kivshar, S.A. Gadeskul, A. Sanchez et L. Vasquez, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1693 (1990)
10. S.A. Gradeskul and Y.S. Kivshar, *Phys. Rep.* **216** , 1 (1992)
11. D. Hennig , H. Gabriel et G.P. Tsironis , *Phys. Rep.* **307** , 333 (1999)
12. P. Dean, *Proc. Phys. Soc.* **84**, 727 (1964)
13. P.K. Datta, K. Kundo, *J. Phys.: Cond. Matt.* **24**, 44 65 (1994)
14. F. Dominguez-Adame, E. Macia et A. Sanchez, *Phys. Rev.B***48**, 6054 (1993)
15. L.S. Cao, R.W. Peng, R.L. Zhang, X.F. Zhuang, Mu Wang , X.Q. Huang, A. Hu et S.S. Jiang, *Phys. Rev. B* **72** , 214301 (2005)
16. B.Kramer and A. Mac Kinnon, *Rep. Prog. Phys.* **56**, 1469 (1993),
17. E.N. Economou, C.M. Soukoulis et M.H. Cohen, *Phys. Rev.* **B9**, 4399 (1988), H. Dunlap, H.L.Wu et P. Philips, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 88 (1990), P. Philips, H.L.Wu, *Sciences* **252**, 1805 (1992)
18. H.L.Wu , W. Goff et P. Philips, *Phys. Rev. B* **45**, 1623 (1992)
19. F.A.B.F de Moura et M.L. Lyra, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 3735 (1998); F.M. Izrailev, A.A. Krokhin, *Phys. Rev. Lett* **82**, 4062 (1999)
20. S.C. Gomez-Carillo, K.M. Fonseca , R.R. Rey-Gonzalez, *Braz. J. Phys.***36**, 828 (2006), P.Carpaena, P.Bernaola-Galvan, P.Ch.Ivanov and H. E. Stanley, *Nature* **418**, **955** (2002).
21. E. Macia, *Rep. Prog. Phys.* **69**, 397 (2006)
22. X.Q. Huang, S.S. Jiang, R.W. Peng, Y.M. Liu, F. Qiu et A. Hu, *Mod. Phys. Lett. B.* **17**, 1461 (2003).
23. H.Khalfoun, M. Bouamoud, S. Bentata, *J. Appl. Sc.* **7**, 1131 (2007)
24. H.Khalfoun, S. Bentata, M. Bouamoud, L. Henrard, *Phys. Lett. A* **372**, 5501 (2008)
25. F. Bouhafs et N. Zekri, *Mod. Phys. Lett. B*, **15** , 343 (2001)
26. X. Huang, X. Wu et C.Gong, *Phys. Rev. B* **55**, 11018 (1997)
27. M. Hilke et J.C. Flores , *Phys. Rev. B* **55**, 10625(1997), M. Hilke, J.C. Flores, F.Dominguez –Adame , *Phys. Rev. B* **58**, 77 (1998)
28. J.M.Luck, Systèmes désordonnés unidimensionnels, Alea-Saclay collection, Paris, (1992).
29. C.H. Hodges, *J.S.V.***82**, 411 (1982)
30. C. Pierre et E.H. Dowell, *J.S.V.***114**, 549 (1987)

31. O. Richoux, C. Depollier et J. Hardy. Etude de la propagation des ondes mécaniques dans un réseau unidimensionnel avec désordre et / ou nonlinéarités localisées. Thèse de Doctorat. Université du Maine, Le Mans, France (1999).
32. Z. Zhao, F. Gao, R.W.Peng, L.S. Cao, D. Li, Z. Wang, X.P. Hao, M. Wang, C. Ferrari, Phys. Rev. B **75**, 165117(2007).
33. E.M. Nascimento, F.A.B.F. De Moura et M. Lyra, Phys. Rev B **76**, 115120 (2007).