

Annexes

Annexes

Annexe I

Modèle électronique de Kronig-Penney pour une distribution de Dirac 171

Annexe II

Matrice de transfert pour les systèmes stratifiés unidimensionnels 173

1- Equations de Maxwell pour un milieu homogène..... 173

2- Comment une onde se propage-t-elle entre deux couches homogènes
successives ? 177

3- Propriétés des systèmes périodiques : les cristaux photoniques 181

 a- Ondes de Bloch..... 182

 b- Matrice de translation..... 184

 c- Modèle optique de Kronig-Penney..... 187

4- Les films photoniques..... 190

 a- Matrice de transfert 191

 b- Coefficients de transmission et coefficient de Lyapunov réduit 193

Annexe I

Modèle électronique de Kronig-Penney pour une distribution de Dirac

Soit un système 1d caractérisé par le potentiel

$$V(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(x - x_n) \lambda_n(x) y(x) \quad (\text{A.I.1})$$

Sur chaque région (n), la solution de l'équation de Schrödinger correspondante est donnée par :

$$\psi_n(x) = A_n e^{ik_n x} + B_n e^{-ik_n x} \quad x_n < x < x_{n+1} \quad (\text{A.I.2})$$

où A_n, B_n sont les amplitudes relatives aux ondes progressives régressives. k_n étant le vecteur d'onde correspondant. Sur une période (voir Fig. 1), l'utilisation des conditions de continuité de $y(x)$ et de sa dérivée $\frac{\partial y(x)}{\partial x}$ en $x = 0$ donne

$$\begin{cases} \psi_2(0) = \psi_1(0) \\ \frac{\partial \psi_2(0)}{\partial x} - \frac{\partial \psi_1(0)}{\partial x} = \lambda \psi_1(0) \end{cases} \quad (\text{A.I.3})$$

$$\begin{cases} A_2 + B_2 = A_1 + B_1 \\ ikA_2 - ikB_2 - ikA_1 + ikB_1 = \lambda A_1 + \lambda B_1 \end{cases} \quad (\text{A.I.4})$$

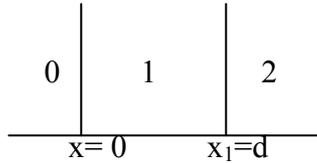


Fig. 1. Représentation schématique d'une période

Par ailleurs, l'application du théorème de Bloch sur une période entre les positions $x_0 = 0$ et $x_1 = d$, permet d'écrire :

$$\psi_1(d) = \psi_1(0) e^{iqd} \quad (\text{A.I.5})$$

où q est le vecteur d'onde relatif à la période d de la structure. L'application des conditions de continuité en $x_1 = d$ donne :

$$\begin{cases} \psi_2(d) = \psi_1(0) e^{iqd} \\ \frac{\partial \psi_2(d)}{\partial x} = \frac{\partial \psi_1(0)}{\partial x} e^{iqd} \end{cases} \quad (\text{A.I.6})$$

$$\begin{cases} A_2 e^{ikd} + B_2 e^{-ikd} = A_1 e^{iqd} + B_1 e^{iqd} \\ ikA_2 e^{ikd} - ikB_2 e^{-ikd} = ikA_1 e^{iqd} - ikB_1 e^{iqd} \end{cases} \quad (\text{A.I.7})$$

$$\begin{cases} A_1 e^{iqd} + B_1 e^{iqd} - A_2 e^{ikd} - B_2 e^{-ikd} = 0 \\ A_1 e^{iqd} - B_1 e^{iqd} - A_2 e^{ikd} + B_2 e^{-ikd} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.I.8})$$

L'ensemble des ces équation :

$$\begin{cases} A_1 + B_1 - A_2 - B_2 = 0 \\ \left(\frac{\lambda}{ik} + 1\right) A_1 + \left(\frac{\lambda}{ik} - 1\right) B_1 - A_2 + B_2 = 0 \\ A_1 e^{iqd} + B_1 e^{iqd} - A_2 e^{ikd} - B_2 e^{-ikd} = 0 \\ A_1 e^{iqd} - B_1 e^{iqd} - A_2 e^{ikd} + B_2 e^{-ikd} = 0 \end{cases} \quad (\text{A.I.9})$$

forme un système d'équation linéaire homogène :

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ \frac{\lambda}{ik} + 1 & \frac{\lambda}{ik} - 1 & -1 & 1 \\ e^{iqd} & e^{iqd} & -e^{ikd} & -e^{-ikd} \\ e^{iqd} & -e^{iqd} & -e^{ikd} & e^{-ikd} \end{vmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow M \begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{A.I.10})$$

qui admet des solutions A_1, B_1, A_2 et B_2 non nulles si et seulement si

$$\det M = 0 \quad (\text{A.I.11})$$

Le développement de cette expression à partir du calcul des déterminants réduits permet de simplifier la procédure pour aboutir à l'expression

$$\det M = 2 \cos kd + \frac{\lambda}{k} \sin kd - 2 \cos qd \quad (\text{A.I.12})$$

Pouvant identifier l'équation caractéristique du modèle de Kronig-Penney :

$$\kappa(k) = \cos qd = \cos kd + \frac{\lambda}{2k} \sin kd \quad (\text{A.I. 13})$$

dans le cas d'une distribution en fonction delta de Dirac. Cette relation permet aussi de déterminer la relation de dispersion $q = q(\lambda)$ correspondante.

Annexe II

Matrice de transfert pour les systèmes stratifiés unidimensionnels

Cette section traduit le formalisme universel de la matrice de transfert. Ce formalisme est adéquat pour la description des propriétés de transmission des structures multicouches [38,39]. Dans notre étude, nous nous limiterons aux cas des matériaux non dispersifs pour lesquels la permittivité ne varie pas dans la plage des fréquences étudiées. Chaque couche est considérée homogène à interface abrupte. Le contraste entre constantes diélectriques décidera de la hauteur relative à la marche de la barrière optique d'un élément à un autre sur toute la structure.

1 Equations de Maxwell pour un milieu homogène

Dans un milieu homogène (de constants diélectriques ε et permittivité magnétique μ constantes) et en absence de charges et de courants, le champ électromagnétique \vec{E} , \vec{H} obéit aux équations de Maxwell [4,8] :

$$\text{div } \vec{E}(\vec{r}, t) = 0 \quad (\text{A.II.1})$$

$$\text{div } \vec{H}(\vec{r}, t) = 0, \quad (\text{A.II.2})$$

$$\vec{Rot} \vec{E}(\vec{r}, t) + \mu_0 \frac{\partial \vec{H}(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.II.3})$$

$$\vec{Rot} \vec{H}(\vec{r}, t) - \varepsilon \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} = 0 \quad (\text{A.II.4})$$

Dans le cristal photonique unidimensionnel, la symétrie essentielle est celle de la translation parallèle aux interfaces. Cette invariance conduit à définir le vecteur d'onde parallèle, (noté $\vec{k}_{//}$) qui sera conservé lors du passage de l'onde électromagnétique d'une couche à une autre. Ce vecteur d'onde a une importance considérable du fait que pour toute onde monochromatique incidente, la composante parallèle de son vecteur d'onde se retrouve conservée sur toutes les ondes transmises et réfléchies dans toutes les directions diffusées. Cette conservation est à l'origine des lois de l'optique géométrique. On ne peut observer les modes propagatifs dans ces systèmes multicouches sans la présence des figures d'interférences correspondantes.

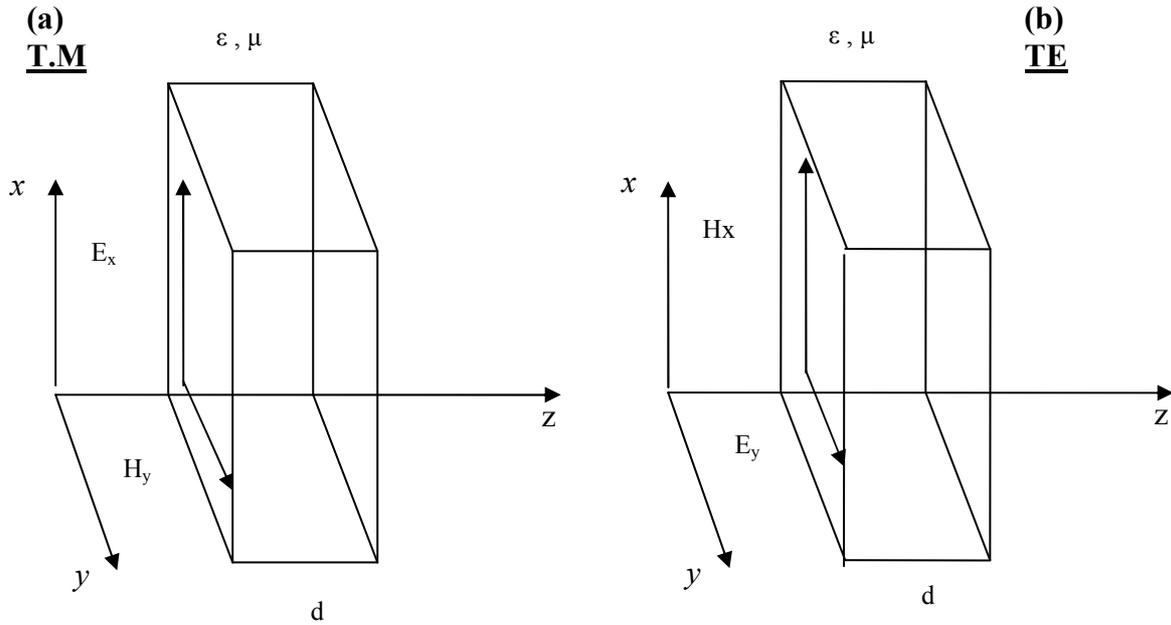


Fig. B 4 La polarisation TM et TE pour une onde électromagnétique

Les champs considérés sont des ondes monochromatiques sinusoïdales se propageant dans la direction y avec une amplitude vectorielle parallèle à l'axe oz

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}(z) \exp i(k_y y - \omega t) \\ \vec{H}(\vec{r}, t) &= \vec{H}(z) \exp i(k_y y - \omega t)\end{aligned}\tag{A.II.5}$$

où ω est la pulsation angulaire.

En injectant les expressions des champs \vec{E} et \vec{H} dans chaque équation de Maxwell, un système de huit équations différentielles, scindées en deux groupes indépendants est obtenu :

$$ik_y E_y(z) + \frac{dE_z(z)}{dz} = 0\tag{A.II.6}$$

$$ik_y H_y(z) + \frac{dH_z(z)}{dz} = 0\tag{A.II.7}$$

$$ik_y E_z(z) - \frac{dE_y(z)}{dz} = i\omega\mu_0 H_x(z)\tag{A.II.8}$$

$$\frac{dE_x(z)}{dz} = i\omega\mu_0 H_y(z)\tag{A.II.9}$$

$$-ik_y E_x(z) = i\omega\mu_0 H_z(z) \quad (\text{A.II.10})$$

$$ik_y H_z(z) - \frac{dH_y(z)}{dz} = -i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_x(z) \quad (\text{A.II.11})$$

$$\frac{dH_x(z)}{dz} = -i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_y(z) \quad (\text{A.II.12})$$

$$-ik_y H_x(z) = -i\omega\varepsilon\varepsilon_0 E_z(z) \quad (\text{A.II.13})$$

Un premier groupe d'équations (Eqs B.7, 9, 10 et 11) relie les composantes E_x , H_y et H_z , alors que le second groupe d'équations (Eqs. B. 6, 8, 12 et 13) concerne les composantes $H_x(z)$, $E_y(z)$ et $E_x(z)$. Ceci permet de découpler deux types de polarisation :

- **La polarisation transverse magnétique (TM) (ou onde p)**

Le champ magnétique est réduit à une seule composante, orientée suivant la direction Ox , parallèle aux plans d'interface et perpendiculaire à la direction de propagation Oz .

Dans ce cas,

$$E_x(z) = H_y(z) = H_z(z) = 0 \quad (\text{A.II.14})$$

La solution est donnée à partir de l'ensemble des équations

$$E_y = \frac{i}{\omega\varepsilon\varepsilon_0} \frac{dH_x}{dz} \quad (\text{A.II.15})$$

$$E_z = \frac{k_y}{\omega\varepsilon\varepsilon_0} H_x \quad (\text{A.II.16})$$

tel que

$$\frac{d^2 H_x}{dz^2} + \left[\left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \varepsilon_j - k_y^2 \right] H_x = 0 \quad (\text{A.II.17})$$

L'équation d'onde qui définit la composante H_x n'est valable qu'à l'intérieur de la couche homogène. En appliquant convenablement les conditions de raccord entre deux

couches homogènes voisines à travers la continuité des fonctions H_x et $\frac{1}{\varepsilon} \frac{dH_x}{dz}$ à l'interface, la résolution de l'équation différentielle du mouvement (Eq. B.23) est donnée par

$$H_x(z) = A_j e^{ik_{jz} z} + B_j e^{-ik_{jz} z} \text{ pour } z_j < z < z_{j+1} \quad (\text{A.II.18})$$

où

$$k_{jz} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_j - k_y^2} \quad (\text{A.II.19})$$

est le vecteur d'onde longitudinal (parallèle). Les coefficients A_j et B_j représentent les contributions de l'onde progressive et régressive respectivement.

- **La polarisation transverse électrique (TE) (ou onde s)** : Le champ électrique est réduit à une seule composante suivant Ox . On cherchera les composantes E_x , H_y et H_z . En annulant les autres composantes :

$$H_x(z) = E_y(z) = E_z(z) = 0. \quad (\text{A.II.20})$$

le mode TE est déterminé à partir du systèmes d'équation reliant $E_x(z)$, $H_y(z)$, et $H_z(z)$:

$$H_y = \frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{dE_x}{dz} \quad (\text{A.II.21})$$

$$H_x = -\frac{k_y}{\omega\mu_0} E_x \quad (\text{A.II.22})$$

$$\frac{d^2 E_x}{dz^2} + \left[\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon - k_y^2 \right] E_x = 0 \quad (\text{A.II.23})$$

De même pour la polarisation TE, l'application convenable des conditions de continuité sur les fonctions: E_x et $\frac{dE_x}{dz}$ à l'interface entre deux régions homogènes permet de résoudre l'équation du mouvement de l'onde TE (Eq. B.23). Dans le cas où le profil des constantes diélectriques est rectangulaire, la solution de cette équation correspond aussi à la superposition des ondes planes progressive et régressive respectivement. En introduisant les coefficients A_j et B_j correspondants, le champ électrique obéit à :

$$E_x(z) = A_j e^{ik_{jz}z} + B_j e^{-ik_{jz}z} \text{ pour } z_j < z < z_{j+1} \quad (\text{A.II.24})$$

où

$$k_{jz} = \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_j - k_y^2} \quad (\text{A.II.25})$$

représente la composante longitudinale du vecteur d'onde dans la couche d'indice j . Les composantes $H_x(z)$ et $H_y(z)$ sont obtenues à partir des relations (A.II.21) et (A.II.22).

2 Comment une onde se propage-t-elle entre deux couches homogènes successives ?

Le système multi-couches est un empilement de couches homogènes suivant la direction de croissance (Oz). Une onde qui se propage dans ce système devra traverser successivement toutes les couches. Par conséquent la résolution globale de l'équation de la propagation de l'onde sur l'ensemble du cristal photonique nécessite la connaissance de la solution locale sur chaque couche puis l'application des conditions de continuité au niveau de chaque interface.

2.1 Conditions de continuité pour la polarisation TE

Soient deux couches voisines d'indice j et $j+1$, de constantes diélectriques ε_j et ε_{j+1} et d'épaisseurs d_j et d_{j+1} respectivement. La composante transverse du champ électrique $E_x(z)$ dans une couche homogène est déterminée à partir des conditions de continuités de $E_x(z)$ et de $\frac{\partial E_x(z)}{\partial z}$ à l'interface $z = z_j$ (voir Fig. B.5).

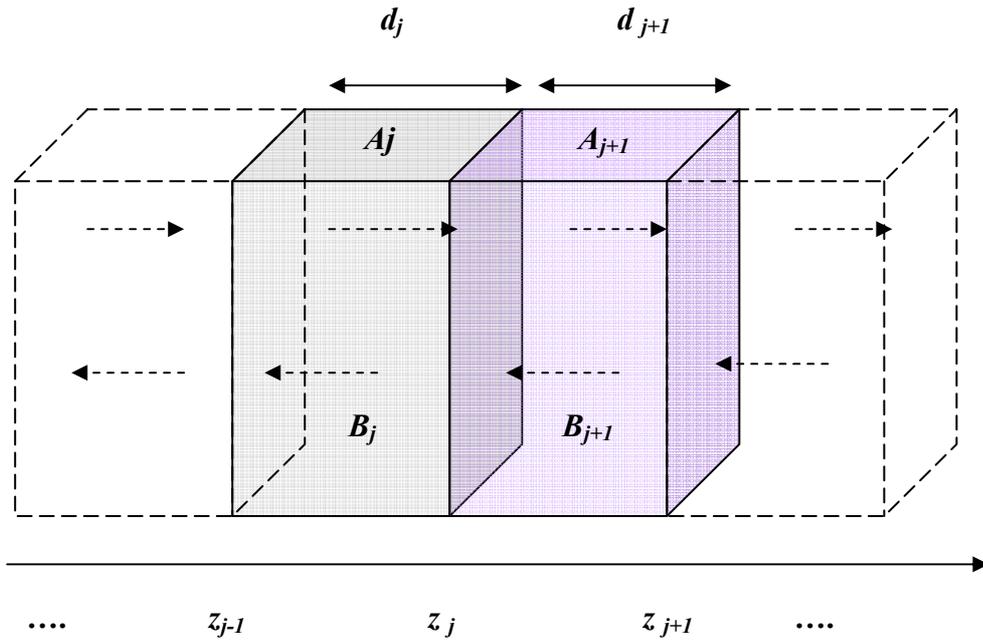


Fig. B.5 Interface entre deux couches successives à constantes diélectriques différentes

Soient

$$E_{xj}(z) = A_j \exp(ik_j z) + B_j \exp(-ik_j z) \text{ pour } z_{j-1} < z < z_j \quad (\text{A.II.26})$$

et

$$\frac{dE_{xj}(z)}{dz} = ik_j A_j \exp(ik_j z) - ik_j B_j \exp(-ik_j z) \text{ pour } z_{j-1} < z < z_j \quad (\text{A.II.27})$$

la solution de l'équation du mouvement et sa dérivée régissant par rapport à la position telle définie dans la région d'indice j .

Pour ces deux fonctions considérées, posons :

$$\Gamma_j^{TE}(z) = \begin{pmatrix} E_{jx}(z) \\ \frac{dE_{jx}(z)}{dz} \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.28})$$

et définissons la matrice Wronskien $W_j(z)$ conformément à :

$$\Gamma_j^{TE}(z) = W_j(z) \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.29})$$

A partir du choix des ondes planes progressive et régressive, composantes de la fonction d'onde (Eq. B.26), $W_j(z)$ s'écrit:

$$W_j(z) = \begin{pmatrix} \exp(ik_j z) & \exp(-ik_j z) \\ ik_j \exp(ik_j z) & -ik_j \exp(-ik_j z) \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.30})$$

A chaque interface z_j , l'application des conditions de continuité s'exprime par

$$\Gamma_j^{TE}(z_j) = \Gamma_{j+1}^{TE}(z_j) \quad (\text{A.II.31})$$

Sachant que

$$\Gamma_j^{TE}(z_j) = W_j(z_j) \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \Gamma_j^{TE}(z_{j+1}) = W_j(z_{j+1}) \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.32})$$

les conditions de raccord entre deux couches successives sont données par

$$\Gamma_{j+1}^{TE}(z_{j+1}) = S_{j+1}^{TE}(z_{j+1}, z_j) \Gamma_j^{TE}(z_j) \quad (\text{A.II.33})$$

où la matrice de transfert

$$S_{j+1}^{TE} = W_{j+1}(z_{j+1}) W_{j+1}^{-1}(z_j) \quad (\text{A.II.34})$$

A partir de l'expression de la matrice Wronskien (Eq. B.30), la matrice de diffusion s'écrit :

$$S_{j+1}^{TE}(z_{j+1}, z_j) = \begin{pmatrix} \exp(ik_{j+1}z_{j+1}) & \exp(-ik_{j+1}z_{j+1}) \\ ik_{j+1} \exp(ik_{j+1}z_{j+1}) & -ik_{j+1} \exp(-ik_{j+1}z_{j+1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \exp(ik_{j+1}z_j) & \exp(-ik_{j+1}z_j) \\ ik_{j+1} \exp(ik_{j+1}z_j) & -ik_{j+1} \exp(-ik_{j+1}z_j) \end{pmatrix}^{-1} \quad (\text{A.II.35})$$

Le développement de la matrice inverse permet d'obtenir :

$$S_{j+1}^{TE}(z_{j+1}, z_j) = \frac{1}{-2ik_{j+1}} \begin{pmatrix} \exp(ik_{j+1}z_{j+1}) & \exp(-ik_{j+1}z_{j+1}) \\ ik_{j+1} \exp(ik_{j+1}z_{j+1}) & -ik_{j+1} \exp(-ik_{j+1}z_{j+1}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -ik_{j+1} \exp(-ik_{j+1}z_j) & -\exp(-ik_{j+1}z_j) \\ -ik_{j+1} \exp(ik_{j+1}z_j) & \exp(ik_{j+1}z_j) \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.36})$$

En posant le terme de phase $\delta_j = k_j d_j$ pour lequel k_j et $d_j = z_{j+1} - z_j$ représentent le vecteur d'onde dans la couche d'indice j et son épaisseur physique respectivement, la matrice de diffusion correspondante dans la polarisation TE se résume à :

$$S_{j+1}^{TE}(z_{j+1}, z_j) = \begin{pmatrix} \cos(\delta_{j+1}) & -\frac{1}{k_{j+1}} \sin(\delta_{j+1}) \\ k_{j+1} \sin(\delta_{j+1}) & \cos(\delta_{j+1}) \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.37})$$

Cette matrice définit la progression de l'onde *TE* de la position z_j à la position z_{j+1} , le long de la couche d'indice $(j+1)$. Par la suite, cette matrice sera notée $S_{j+1}^{TE}(z_j, z_{j+1}) \equiv S_{j+1}$.

2.2 Conditions de continuité pour la polarisation *TM*

De la même manière, procédons à la détermination de la matrice de transfert relative à une onde *TM*. (Fig. B 2(a)). La résolution de l'équation du mouvement correspondante nécessite l'application des conditions de continuité différentes de celles de la polarisation *TE*.

En considérant les fonctions $H_x(z)$ et $\frac{1}{\varepsilon(z)} \frac{\partial H_x(z)}{\partial z}$ continues, la matrice Wronksien $W_j(z)$ se présente par:

$$W_j(z) = \begin{pmatrix} \exp(ik_j z) & \exp(-ik_j z) \\ \frac{ik_j}{\varepsilon_j} \exp(ik_j z) & -\frac{ik_j}{\varepsilon_j} \exp(-ik_j z) \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.38})$$

pour laquelle une dépendance explicite de ε_j est notée.

L'application des conditions de continuité à l'interface $z = z_j$ se traduit par

$$\Gamma_j^{TM}(z_j) = \Gamma_{j+1}^{TM}(z_j) \quad (\text{A.II.39})$$

Conformément à la démarche précédente, la matrice de transfert *TM* est déterminée par :

$$S_{j+1}^{TM}(z_{j+1}, z_j) = \begin{pmatrix} \cos(\delta_{j+1}) & -\frac{\varepsilon_{j+1}}{k_{j+1}} \sin(\delta_{j+1}) \\ -\frac{k_{j+1}}{\varepsilon_{j+1}} \sin(\delta_{j+1}) & \cos(\delta_{j+1}) \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.40})$$

Cette équation diffère de (Eq. B.37) par l'apparition explicite du paramètre ε_j . Ce paramètre introduit dans la continuité de la fonction dérivée, reproduit la nature cellulaire de la couche diélectrique. Entre deux couches successives, l'évolution spatiale d'une onde *TM* est donc donnée par la matrice $S_{j+1}^{TM}(z_{j+1}, z_j) = S_{j+1}^{TM}$.

3. Propriétés des systèmes périodiques : les cristaux photoniques

Soit un système infini de multicouches périodique reproduit par la duplication d'une cellule élémentaire suivant la direction longitudinale z . La maille élémentaire est constituée de deux couches de constante diélectrique $\varepsilon_1, \varepsilon_2$, de perméabilité magnétique μ_1, μ_2 et d'épaisseur d_1, d_2 respectivement..

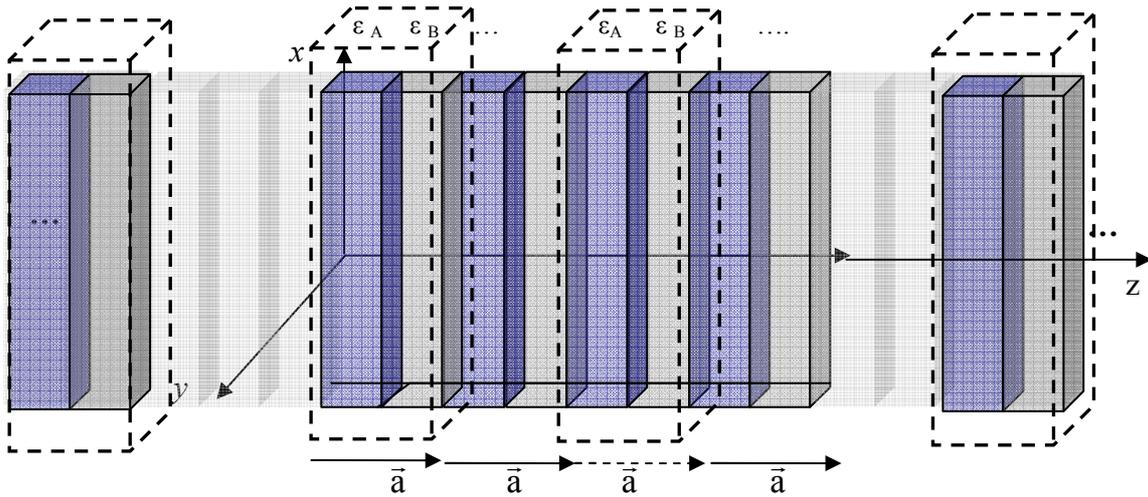


Fig. B 6 Cellule élémentaire et vecteur de translation dans un cristal photonique

Une analogie entre la propagation des électrons et celle des photons dans leurs systèmes respectifs, nous amène à considérer le modèle optique de Kronig-Penney. Ainsi, plusieurs concepts relatifs à l'ordre dans la physique de l'état solide tels les notions de structure de bandes, les zones de Brillouin, les ondes de Bloch peuvent être considérés dans le domaine de la propagation de la lumière dans les systèmes stratifiés optiques.

a- Ondes de Bloch.

Le milieu stratifié unidimensionnel est également appelé cristal photonique unidimensionnel. Cette structure reste invariante par translation de période d . Ainsi :

$$\begin{cases} \varepsilon(z+d) = \varepsilon(z) \\ \mu(z+d) = \mu(z) \end{cases} \quad (\text{A.II.41})$$

De ce fait, les modes de propagation peuvent être identifiés à partir de leur vecteur d'onde réel K dans la première zone de Brillouin, définie par :

$$-\frac{\pi}{d} \leq K \leq \frac{\pi}{d} \quad (\text{A.II.42})$$

Tenant compte de la périodicité du système, les composantes des champs électromagnétiques sur une période, ne diffèrent que d'un terme de phase :

$$\begin{cases} [TM] & H_x(z+d) = H_x(z) \exp(iKd) \\ [TE] & E_x(z+d) = E_x(z) \exp(iKd) \end{cases} \quad (\text{A.II.43})$$

Dans la couche homogène d'épaisseur d_1 , les champs s'écrivent :

$$\begin{cases} [TM] & H_x(z) = A_1 \exp(ik_1 z) + B_1 \exp(-ik_1 z) \\ [TE] & E_x(z) = A_1 \exp(ik_1 z) + B_1 \exp(-ik_1 z) \end{cases} \quad (\text{A.II.44})$$

Alors que sur une période, dans la couche III, les champs s'écrivent :

$$\begin{cases} [TM] & H_x(z) = A_3 \exp(ik_1 z) + B_3 \exp(-ik_1 z) \\ [TE] & E_x(z) = A_3 \exp(ik_1 z) + B_3 \exp(-ik_1 z) \end{cases} \quad (\text{A.II.44})$$

La condition de Bloch consiste à reproduire la périodicité des champs électromagnétiques.

Ceci se traduit par:

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = \exp(iKd) \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.45})$$

D'autre part, en utilisant le formalisme des matrices de transfert,

$$\begin{pmatrix} A_3 \\ B_3 \end{pmatrix} = S_2 S_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = S \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.46})$$

En comparant les deux équations, les valeurs propres de la matrice S_{21} doivent s'identifier au facteur de déphasage $\exp(iKa)$.

$$S \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = \exp(iKd) \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.47})$$

Sachant que les valeurs propres dépendent de la pulsation ω par le biais de k_1 et k_2 , cette équation fournira la relation de dispersion .

Les valeurs propres de la matrice S sont obtenues en annulant le déterminant

$$\begin{vmatrix} S_{11} - \lambda & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{A.II.48})$$

L'équation caractéristique suivante est ainsi obtenue :

$$\lambda^2 - 2\left(\frac{S_{11} + S_{22}}{2}\right)\lambda + (\det(S_{12})) = 0 \quad (\text{A.II.49})$$

Sachant que $\det S = 1$, les racines de cette équation du second degré sont déterminées par:

$$\lambda_{\pm} = \frac{S_{11} + S_{22}}{2} \pm i\sqrt{1 - \left(\frac{S_{11} + S_{22}}{2}\right)^2} \quad (\text{A.II.50})$$

La nature de l'état propre diffère selon que le terme $\frac{S_{11} + S_{22}}{2}$ soit plus grand ou plus petit que l'unité. Dans le cas où cet élément est inférieur à 1, les solutions propres sont complexes conjuguées. La relation de dispersion correspondante aux modes permis est donnée par :

$$\cos(Kd) = \frac{S_{11} + S_{22}}{2} \quad (\text{A.II.51})$$

Les bords de bandes sont déterminés par

$$\left| \frac{S_{11} + S_{22}}{2} \right| = 1 \quad (\text{A.II.52})$$

tandis que la condition $\left| \frac{S_{11} + S_{22}}{2} \right| > 1$, définit un vecteur d'onde K imaginaire pur. Aucune onde propagatrice n'est possible fournissant ainsi au système les conditions de présence de bande de modes photoniques totalement interdits.

En conclusion, la relation de dispersion pour un cristal photonique de période $d = d_1 + d_2$ est donnée par la relation de dispersion suivante :

$$K(\omega) = \frac{1}{2d} \arccos \left(\cos(k_1(\omega)d_1) \cos(k_2(\omega)d_2) - f \sin(k_1(\omega)d_1) \sin(k_2(\omega)d_2) \right)$$

où

$$\begin{cases} [TE] & f = \left(\frac{k_2(\omega)}{k_1(\omega)} + \frac{k_1(\omega)}{k_2(\omega)} \right) \\ [TM] & f = \left(\frac{\varepsilon_1 k_2(\omega)}{\varepsilon_2 k_1(\omega)} + \frac{\varepsilon_1 k_1(\omega)}{\varepsilon_2 k_2(\omega)} \right) \end{cases} \quad (\text{A.II.53})$$

Ainsi pour chaque mode propre permis, il est possible de déterminer la longueur d'onde de l'onde propagatrice dans le cristal photonique de période d , pour les deux types de polarisation TE que TM.

b- Matrice de translation.

Le cristal photonique unidimensionnel est une multicouche dont la cellule élémentaire est reproduite à partir de toute translation d'un vecteur $\vec{T}_n = n \vec{d}$ ou \vec{d} est le vecteur de translation suivant la direction longitudinale Oz.

Considérons un motif constitué de l'assemblage de deux couches dont les constantes diélectriques sont $\varepsilon_A, \varepsilon_B$ et les épaisseurs d_A, d_B respectivement. Les conditions de continuité à l'interface de deux couches ont été présentées précédemment pour les polarisations *TE* et *TM* (Eqs. B.37.et B.40).

Sur une période, l'évolution du champ et de sa dérivée sont données pour chaque polarisation par la relation

$$\Gamma_2(z_2) = S_2 S_1 \Gamma_0(z_0) \quad (\text{A.II.54})$$

Sachant que les positions z_0 et z_2 ne diffèrent que d'une période : $d = d_A + d_B$,

$$\Gamma_2(z_2) = \Gamma_0(z_0 + d) \quad (\text{A.II.55})$$

par conséquent

$$\Gamma_0(z_0 + d) = S_d \Gamma_0(z_0) \quad (\text{A.II.56})$$

où la matrice de transfert S_d correspondante à la matrice de transfert sur une période s'exprime par :

$$\begin{cases} S_d^{TE} = S_2^{TE} S_1^{TE} \\ S_d^{TM} = S_2^{TM} S_1^{TM} \end{cases} \quad (\text{A.II.57})$$

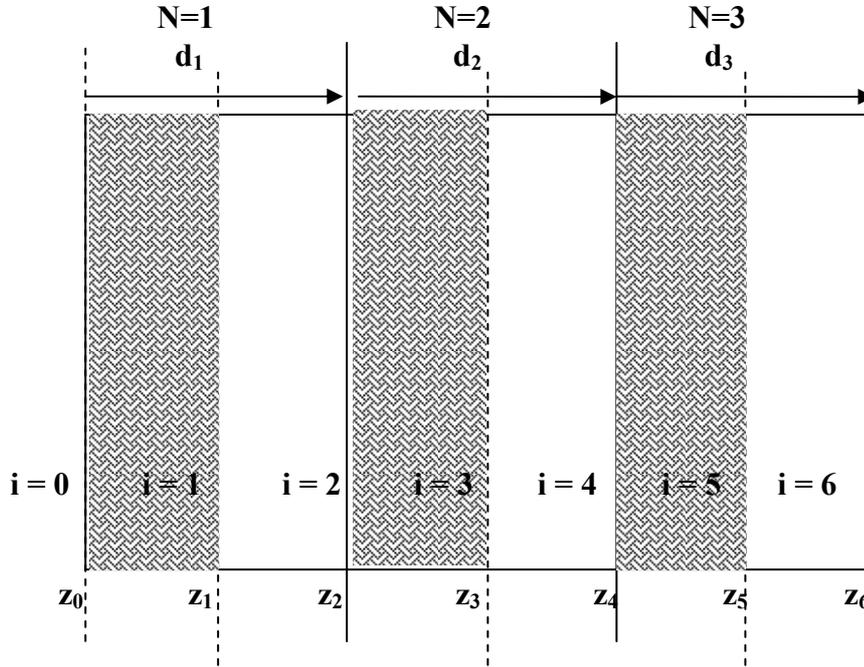


Fig. B 7. Une structure à trois périodes ($N=1,2$ et 3) dont les interfaces sont définies par les positions z_i avec $i = 1,6$.

Une autre représentation différente de celle des amplitudes A_j, B_j permet également de décrire les conditions de passage sur une période du cristal photonique. En utilisant l'expression du vecteur $\Gamma_n(z)$, celles-ci peuvent s'exprimer directement en fonction de la valeur du champ considéré (\vec{E} ou \vec{H}) et sa dérivée correspondante à chaque position z_n . Sur la première période notée d_1 , l'expression de $S_{d_1}^{TE(TM)}$ décrit l'évolution de la propagation entre les positions $z_0 = 0$ et $z_2 = z_0 + d$.

$$f_2 = S_{11}(d_1)f_0 + S_{12}(d_1)f'_0 \quad (\text{A.II.58})$$

$$f'_2 = S_{21}(d_1)f_0 + S_{22}(d_1)f'_0 \quad (\text{A.II.59})$$

où

$$\left\{ \begin{array}{l} [T.M.] \quad f_n = E_n(z_n) \quad \text{et} \quad f'_n = \frac{dE_n(z)}{dz} \Big|_{z=z_n} \\ [T.M.] \quad f_n = H_n(z_n) \quad \text{et} \quad f'_n = \frac{1}{\varepsilon_n} \frac{dH_n(z)}{dz} \Big|_{z=z_n} \end{array} \right. \quad (\text{A.II. 60})$$

En éliminant les expressions des dérivées (Eqs.B.57 et B.58), une relation tri-réursive reliant les fonctions d'ondes $f(z)$ sur une période de translation est ainsi obtenue :

$$f_4 = [S_{11}(d_2) + \frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} S_{22}(d_2)] f_2 + \frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} [S_{12}(d_1) S_{12}(d_1) - S_{11}(d_1) S_{22}(d_1)] f_0 \quad (\text{A.II.61})$$

Sachant que $\det [S(d_1)] = 1$, cette relation de translation s'exprime par :

$$f_4 = [S_{11}(d_2) + \frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} S_{22}(d_2)] f_2 - \frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} f_0 \quad (\text{A.II.62})$$

En remplaçant chaque indice pair $i=2N$ par le nombre de période N correspondant, la matrice de passage P_{12} sur est ainsi définie

$$\begin{pmatrix} f_2 \\ f_1 \end{pmatrix} = P_{12} \begin{pmatrix} f_1 \\ f_0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.63})$$

tel que

$$P_{12} = \begin{pmatrix} S_{11}(d_1) + \frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} S_{22}(d_2) & -\frac{S_{12}(d_2)}{S_{12}(d_1)} \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.64})$$

Or comme dans un ordre parfait, les éléments de matrices S_{11} et S_{12} sont identiques sur chaque période d_1 et d_2 respectivement.

$$\frac{S_{12}(d_1)}{S_{12}(d_2)} = 1 \quad \text{et} \quad S_{11}(d_1) = S_{11}(d_2) \quad (\text{A.II.65})$$

la matrice de translation $P_d = P_{12}|_{d_1=d_2}$ définie sur une période d est donnée par :

$$P_d = \begin{pmatrix} S_{11}(d) + S_{22}(d) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Tr}(S_d) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.66})$$

Celle-ci permet de reproduire les conditions de continuité périodique d'un flux optique d'une période à une autre à travers une relation tri récurrenente de fonctions d'onde. Aussi connaissant (pour chaque type de polarisation) les expressions de la matrice de transfert planaires dans chaque couche A et B de la cellule élémentaire, la matrice de translation P_a s'écrit :

$$P_a = \begin{pmatrix} 2\kappa_{AB}(\lambda) & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.67})$$

où

$$\begin{aligned} \kappa_{AB}^{TE} &= \left\{ \cos(\delta_A) \cos(\delta_B) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_A}{k_B} + \frac{k_B}{k_A} \right) \sin(\delta_A) \sin(\delta_B) \right\} \\ \kappa_{AB}^{TM} &= \left\{ \cos(\delta_A) \cos(\delta_B) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_B k_A}{\varepsilon_A k_B} + \frac{\varepsilon_A k_B}{\varepsilon_B k_A} \right) \sin(\delta_A) \sin(\delta_B) \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.II.68})$$

représentent les relations de dispersion du modèle de Kronig-Penny correspondant à chaque type de polarisation TE ou TM. Cette équation récurrenente représente l'équivalent optique de la formule de Poincaré [41]. Nous rappelons seulement que les indices 0,1 et 2 se réfèrent plutôt aux périodes $N=1,2$ et 3 qu'à l'indice des couches $j = 0, \dots, 6$.

c- Modèle optique de Kronig-Penney.

Par analogie au système électronique, il est possible de définir son équivalent optique. En se basant sur la résolution de l'équation de la propagation de l'onde sur une période d'un système dont le potentiel sur une période est donnée par :

$$\varepsilon(z) = \begin{cases} \varepsilon_a & 0 \leq x \leq d_a \\ \varepsilon_b & d_a \leq x \leq d_a + d_b \end{cases} \quad (\text{A.II.69})$$

les conditions de continuité périodique permettent de déduire les relations de dispersion pour une telle structure

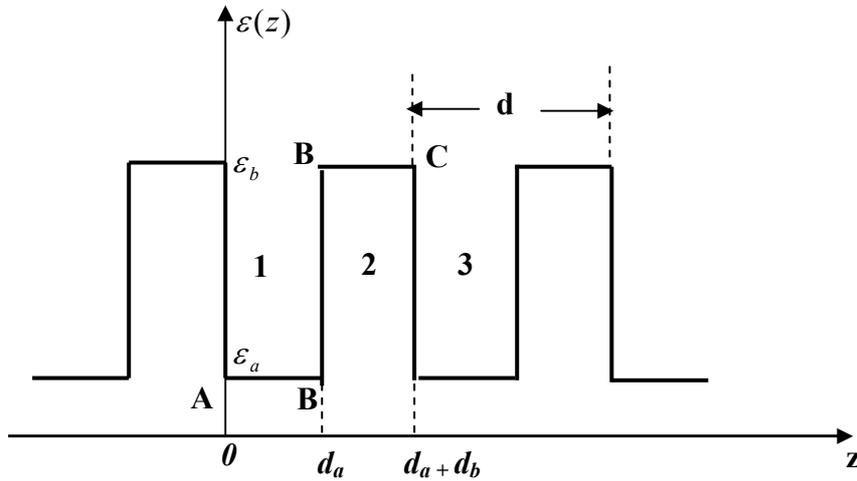


Fig. B. 8 Représentation du modèle de Kronig-Penney optique

Dans ce système unidimensionnel, l'équation de la propagation de l'onde électromagnétique dans chaque couche i d'indice de réfraction ε_i avec est donnée par :

$$\frac{\partial^2 E_i(x)}{\partial z^2} + \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_i(z) E_i(x) = 0 \quad (\text{A.II.70})$$

Dans le cas de profils rectangulaires, les solutions de fonction d'onde sont exprimées à partir d'ondes planes progressives et régressives. Dans chaque région de la période :

$$E_1(z) = A_1 \sin(k_1(z-a)) + A_2 \cos(k_1(z-a)) \quad (\text{A.II.71})$$

$$E_2(z) = A_2 \sin(k_2(z-a)) + B_2 \cos(k_2(z-a)) \quad (\text{A.II.72})$$

où k_1 et k_2 , sont les vecteurs d'onde relatifs aux régions 1 et 2 respectivement

Satisfaisant au théorème de Bloch, la fonction d'onde dans la région (3) est déduite à partir d'un terme de phase $e^{ik(a+b)}$ relatif à la période $d = d_a + d_b$:

$$E_3(z) = e^{ik(a+b)} E_1(a+b) \quad (\text{A.II.73})$$

Dans cette équation, k est le vecteur d'onde qui traduit le déplacement de l'onde dans la structure périodique, soit :

$$E_3(z) = e^{ik(d_a+d_b)} A_1 \sin(k_1(z - (d_a + d_b))) + B_1 \cos(k_1(z - (d_a + d_b))) \quad (\text{A.II.74})$$

Utilisant les conditions de continuité de la fonction d'onde et de sa dérivée, nous obtenons le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} E_1(z = d_a) = E_2(z = d_a) \\ \varphi_1 E_1'(z = d_a) = \varphi_2 E_2'(z = d_a) \\ E_2(z = d_a + d_b) = E_3(z = d_a + d_b) \\ \varphi_2 E_2'(z = d_a + d_b) = \varphi_1 E_3'(z = d_a + d_b) \end{cases} \quad (\text{A.II.75})$$

pour lequel les paramètres

$$\begin{cases} \varphi_1 = \frac{1}{\varepsilon_a} \text{ et } \varphi_2 = \frac{1}{\varepsilon_b} & \text{dans le cas de la polarisation } TM \\ \varphi_i = 1 & \text{dans le cas de la polarisation } TE \end{cases} \quad (\text{A.II.76})$$

En explicitant les expressions de $E(x)$ et $E'(x)$, ces conditions se présentent sous forme d'un système linéaire homogène :

$$\begin{pmatrix} \sin(k_1 d_a) & \cos(k_1 d_a) & 0 & -1 \\ \varphi_1 k_1 \cos(k_1 d_a) & -\varphi_1 k_1 \sin(k_1 d_a) & -\varphi_2 \beta & 0 \\ 0 & -e^{ik(d_a+d_b)} & \sin(k_2 d_b) & \cos(k_2 d_b) \\ -\varphi_1 k_1 e^{ik(d_a+d_b)} & 0 & \varphi_2 k_2 \cos(k_2 d_b) & -\varphi_2 k_2 \sin(k_2 d_b) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \\ A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A.II.77})$$

Celui-ci admet des coefficients A_i, B_i dans chaque région, non nuls si et seulement si :

$$\det \begin{pmatrix} \sin(k_1 d_a) & \cos(k_1 d_a) & 0 & -1 \\ \varphi_1 k_1 \cos(k_1 d_a) & -\varphi_1 k_1 \sin(k_1 d_a) & -\varphi_2 \beta & 0 \\ 0 & -e^{ik(d_a+d_b)} & \sin(k_2 d_b) & \cos(k_2 d_b) \\ -\varphi_1 k_1 e^{ik(d_a+d_b)} & 0 & \varphi_2 k_2 \cos(k_2 d_b) & -\varphi_2 k_2 \sin(k_2 d_b) \end{pmatrix} = 0 \quad (\text{A.II.78})$$

Cette condition donne la relation de dispersion du modèle de Kronig-Penney à profil rectangulaire dans les cristaux photoniques. Celle-ci s'exprime par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \kappa_{AB}(\lambda) \equiv \cos(kd) = \cos(k_1 d_a) \cos(k_2 d_b) - \frac{1}{2} \left(\frac{k_2}{k_1} + \frac{k_1}{k_2} \right) \sin(k_1 d_a) \sin(k_2 d_b) \quad (\text{TE}) \\ \kappa_{AB}(\lambda) \equiv \cos(kd) = \cos(k_1 d_a) \cos(k_2 d_b) - \frac{1}{2} \left(\frac{\varepsilon_1 k_2}{\varepsilon_2 k_1} + \frac{\varepsilon_2 k_1}{\varepsilon_1 k_2} \right) \sin(k_1 d_a) \sin(k_2 d_b) \quad (\text{TM}) \end{array} \right. \quad (\text{A.II.79})$$

Les bandes permises (A.Interdites) correspondant à un vecteur d'onde k réel (A.Imaginaire) sont déterminées à partir de la condition $|\kappa_{AB}(\lambda)| < 1$ ($|\kappa_{AB}(\lambda)| > 1$).

4 Les films photoniques

Le film photonique est un assemblage d'un nombre fini de périodes d'un cristal photonique. Découpé sous forme périodique et incorporé entre des milieux d'incidence et d'émergence, ces structures (plus réalistes) ne sont plus à proprement parler considérées comme des cristaux photoniques, du fait que la symétrie de la translation est brisée. Cependant les réponses de ces structures sont proches de celles des propriétés des cristaux photoniques 'périodiques' pour autant que ces films soient dotés de la même cellule élémentaire et qu'ils reproduisent un nombre suffisamment grand de périodes [42].

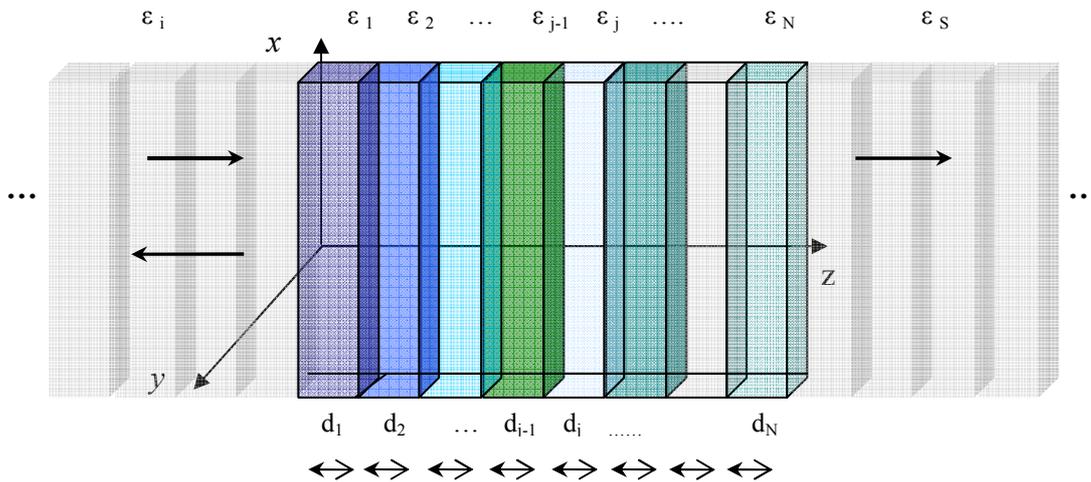


Fig. B 9 Représentation d'un film photonique entre deux milieux homogènes semi infinis.

Présentant des caractéristiques intrinsèques $(\varepsilon_i, \mu_i, d_i)$, chaque couche interviendra dans le processus de la propagation dans le film photonique. Dans l'ordre parfait les détails topologique (d_i) et compositionnel (μ_i, ε_i) sont reproduits périodiquement à travers toutes

la structure. Par ailleurs certains défauts, peuvent être incorporés intentionnellement perturbant ainsi l'ordre. Le milieu de propagation constitué par le film photonique, est caractérisé par une modulation de la constante diélectrique. Celle-ci peut être aussi bien aléatoire (spatialement et / ou compositionnellement) dans le cas des milieux désordonnés (Fig. B 3) ou bien totalement périodiques dans les cristaux photoniques.

a- Matrice de transfert

Nous venons de voir dans la section précédente que chaque couche est définie par une matrice de transfert locale qui permet de reproduire les conditions de passage de l'onde électromagnétique à travers l'interface entre deux couches successives. Sur une échelle plus grande, la reproduction successive de ces conditions de raccord permet de décrire la propagation de l'onde électromagnétique à travers l'ensemble du film photonique. Ainsi pour un système multicouche composé de N éléments, les conditions de continuité permettent de décrire la propagation du flux électromagnétiques d'une extrémité à l'autre du système, depuis le milieu d'incidence en $z = 0$ vers le milieu d'émergence en $z = z_N = L$. Ceci est décrit par l'équation suivante :

$$\Gamma_0(z_0) = S(N)\Gamma_N(z_N) \quad (\text{A.II.80})$$

pour laquelle la matrice globale de diffusion $S(N)$, relative a N période est donnée par :

$$S(N) = \prod_{j=1}^N S_j \quad (\text{A.II.81})$$

Sachant que

$$\Gamma_j(z_j) = W_j(z_j) \begin{pmatrix} A_j \\ B_j \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.82})$$

les amplitudes dans les milieux d'émergence et d'incidence sont reliées par

$$\begin{pmatrix} A_i \\ B_i \end{pmatrix} = M(N) \begin{pmatrix} A_s \\ B_s \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.83})$$

où $M(N)$ est la matrice globale de transfert. Celle-ci est obtenue par :

$$M(N) = W_i^{-1}(z_0) S(N) W_s(z_{N+1}) \quad (\text{A.II.84})$$

avec

$$[\text{T.E}] \quad W_i^{-1}(z_0) = \frac{1}{-2ik_i} \begin{pmatrix} -ik_i & -1 \\ -ik_i & 1 \end{pmatrix} \text{ et } W_s(z_{N+1}) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ ik_s & -ik_s \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.85})$$

$$[\text{TM}] \quad W_i^{-1}(z_0) = \frac{\varepsilon_i}{-2ik_i} \begin{pmatrix} \frac{-ik_i}{\varepsilon_i} & -1 \\ \frac{-ik_i}{\varepsilon_i} & 1 \end{pmatrix} \text{ et } W_s(z_{N+1}) = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ \frac{ik_s}{\varepsilon_s} & \frac{ik_s}{\varepsilon_s} \end{pmatrix} \quad (\text{A.II.86})$$

Cette expression est générale. Elle permet de décrire la propagation de l'onde électromagnétique en fonction des paramètres intrinsèques de chaque partie de la structure (milieu d'incidence, le film photonique et le milieu d'émergence). Cette description qui est simple, élégante et aussi générale permet de simuler les propriétés de transmission de n'importe quel film photonique du moment que les détails cellulaires et topologiques de chaque couche planaire soient reproductibles dans la matrice de transmission globale $S(N)$. Des réponses de transmission (telles que le coefficient de la transmission du film photonique, le déphasage entre ondes transmises et incidentes, la longueur de localisation ...etc.), peuvent ainsi être aisément déterminés. En imposant l'absence d'onde régressive provenant de $z = +\infty$, le système d'équation (Eq. B.83) devient :

$$\begin{cases} A_i = t_{11} A_s \\ B_i = t_{12} A_s \end{cases} \quad (\text{A.II.87})$$

Par conséquent, les amplitudes de transmission et de réflexion τ et r sont obtenues à partir de:

$$\begin{cases} \tau = \frac{A_s}{A_i} = \frac{1}{t_{11}} \\ r = \frac{B_i}{A_i} = \frac{1}{t_{21}} \end{cases} \quad (\text{A.II.88})$$

respectivement.

b- Coefficients de transmission et coefficient de Lyapunov réduit

Disposant de structures de longueurs finies, la propagation de l'onde électromagnétique dans un film photonique est décrite par la transmittance (connue aussi sous l'appellation du coefficient de transmission). Celle-ci est définie à partir de la fraction de l'intensité (ou puissance par unité de surface) incidente qui travers la structure en absence de toute absorption et de réflexion. A partir du vecteur de Poynting, moyenné sur une période d'oscillations,

$$\bar{S} = \frac{1}{2} \text{Re} \{ \vec{E} \times \vec{H}^* \} \quad (\text{A.II.89})$$

La puissance traversant une unité de surface est calculée à partir du produit scalaire du vecteur de Poynting avec le vecteur normal à la surface

• **La polarisation TM**

Dans la polarisation TM, le champ magnétique possède une seule composante, perpendiculaire au plan d'incidence tandis que le champ électrique est maintenu dans celui-ci (yoz)

Sachant que l'amplitude du champ magnétique $H_{jx}(z)$ se présente dans chaque couche d'indice $j = 1, 2, \dots, n$ du film photonique sous la forme:

$$H_{jx}(z) = A_j \exp[ik_{jz}(z - z_j)] + B_j \exp[-ik_{jz}(z - z_j)] \quad (\text{A.II.90})$$

Le champ électrique s'exprime via ses deux composantes transversales $E_{jy}(z)$ et $E_{jz}(z)$ via les expressions :

$$\begin{aligned} E_{jy}(z) &= \frac{k_{jz}}{\omega \varepsilon_j} \{ -A_j \exp[ik_{jz}(z - z_j)] + B_j \exp[-ik_{jz}(z - z_j)] \} \\ E_{jz}(z) &= \frac{k_y}{\omega \varepsilon_j} \{ A_j \exp[ik_{jz}(z - z_j)] + B_j \exp[-ik_{jz}(z - z_j)] \} \end{aligned} \quad (\text{A.II.91})$$

Le coefficient de transmission est définie à partir du rapport entre puissances transmise dans le milieu d'émergence ($B_N = 0$) et incidente depuis le milieu d'incidence :

$$T = \frac{|S_N|}{|S_0|} \quad (\text{A.II.92})$$

Associé à l'onde transmise,

$$S_N = \frac{1}{2\omega\varepsilon_N} |A_0|^2 (k_y + \text{Re}\{k_{Nz}\}) \quad (\text{A.II.93})$$

Par conséquent le coefficient de transmission est donné par :

$$T = \frac{\varepsilon_0 |A_N|^2 \text{Re}(k_{Nz})}{\varepsilon_N |A_0|^2 k_{0z}} \quad (\text{A.II.94})$$

En cas de l'incidence normale

$$T = \frac{\varepsilon_0 |A_N|^2}{\varepsilon_N |A_0|^2} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_N} |\tau|^2 \quad (\text{A.II.95})$$

où τ représente l'amplitude de transmission

- **La polarisation TE**

Pour la polarisation TE, le raisonnement est identique. Le coefficient de transmission est donné par :

$$T = \frac{|A_N|^2}{|A_0|^2} = |\tau|^2 \quad (\text{A.II.96})$$

D'autre part, la détermination du coefficient de transmission conduit au coefficient de Lyapunov $\gamma = \frac{1}{\xi}$ ou ξ la longueur de localisation. Cette grandeur qui est directement reliée aux effets de la localisation dans les systèmes désordonnés est obtenue à partir de la relation

$$\frac{1}{\xi} = \frac{1}{2L} \log(T) \quad (\text{A.II.97})$$

Normalisé par rapport à la taille du système L , le coefficient de Lyapunov réduit (sans dimension) est donné par :

$$\frac{L}{\xi} = \frac{1}{2} \log(T) \quad (\text{A.II.98})$$

Annexes

Cette grandeur est convenable pour décrire la nature des modes de transmission dans les systèmes désordonnés du fait que relie deux longueurs caractéristiques , à savoir la taille du système et la longueur de localisation . Au-delà de la valeur critique $\frac{L}{\xi_c} = 1$, il est possible de connaître la nature localisée ($\frac{L}{\xi} > 1$) ou délocalisé ($\frac{L}{\xi} < 1$) du mode de transmission