Conclusion

La théorie du point fixe est d'une importance capitale dans l'étude de l'existence de solution pour les équations d'opérateurs non linéaires.

De nombreux théorèmes d'existence sont obtenus à partir des théorèmes de Banach et Schauder, en transformant le problème d'existence en un problème de point fixe. Mais celui de Brouwer est particulièrement célèbre.

Le théorème de Banach ne s'appuie pas sur les propriétés topologiques du domaine de définition mais sur le fait que la fonction étudiée soit contractante.

Le résultat de Brouwer est l'un des théorèmes-clef caractérisant la topologie d'un espace euclidien. Il intervient pour établir des résultats fins sur les équations différentielles ; il est présent dans la géométrie différentielle. Il apparait dans diverses branches, comme la théorie des jeux.

Ce théorème est généralisé en 1930 aux espaces de Banach. Cette généralisation est due à Schauder. Ce théorème affirme qu'une application continue sur un convexe compact admet un point fixe, qui n'est pas nécessairement unique, mais qui nous permet de résoudre plusieurs problèmes.

Mais en 1955, Krasnoselskii a joint les deux résultats de Banach et Schauder afin d'en tirer son théorème qui affirme sous certaines conditions sur l'espace de Banach, l'application de la forme : $Ux + Cx$

Où U est contractante et C compact admet un point fixe.

De cette théorie découlent plusieurs applications qui constituent un domaine très actif de la recherche.