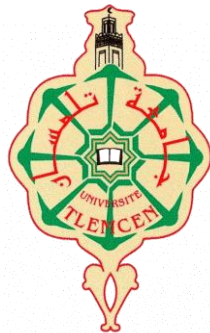


République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Aboubakr Belkaid  
Faculté de Technologie  
Département de Génie Civil



Mémoire pour l'Obtention du Diplôme  
De Master en Génie Civil  
Option : Infrastructures de Base et Géotechnique-  
Travaux Public

**Thème:**

**CONTRIBUTION A L'ANALYSE NUMERIQUE DE LA  
CONSOLIDATION DES SOLS SATURES**

**Présenté 25 Juin 2013 par :**

M. NOUALI Abdelhafid

**Devant le Jury composé de :**

PR. MEGNOUNIF A.  
DR. DJEDID A.  
PR. ALLAL M.A.  
DR. ZADJAOUI A.  
M. CHIAPINI F.

Président  
Examineur  
Examineur  
Encadreur  
Encadreur

# DEDICACES



*Avec joie, fierté et respect, Je dédie ce*

*À*

- ♦ *Mes grands parents.*
- ♦ *Ma chère mère Safia.*
- ♦ *Mon cher père Mahi.*
- ♦ *Mon frère et mes sœurs.*
- ♦ *La famille Nouali et Bentrar.*
- ♦ *Mes amis.*

*Pour ceux qui je n'ai pas cité bien sur ne croyait pas que je vous ai oublié, je vous porte toujours dans mon cœur.*





## *Remerciements*

Je tiens à exprimer mes plus vifs remerciements et mes sincères reconnaissances à mes encadreurs Messieurs **ZEDJAOUIA** maitre de conférences à l'université Aboubakr Belkaid et **CHIAPINI.F** technicien chargé de l'informatique à IFSTTAR qui m'ont fait un grand honneur de proposer, de diriger et suivre mon travail avec diligence et compétence et qui m'ont toujours réservé un excellent accueil. Respectueuse gratitude.

Je les remercie pour leurs riches documentations et variées qu'ils ont pu me procuré, et surtout leurs aides morales inestimables.

Mon grand honneur revient à Monsieur **MEGNOUNIF A.** d'avoir accepté de présider le jury et Messieurs **ALLAL M.A.** et **DJEDID A.** de m'avoir fait l'honneur de participer à mon Jury et ainsi juger mon modeste travail, qu'ils trouvent ici mes sincères reconnaissances et mon profond respect.

Je tiens à remercier aussi tout le corps enseignant qui à contribué à ma formation depuis le début de mes études jusqu'à la fin de ce mémoire.

## TABLE DES MATIERES

RESUME.....	a
ملخص.....	b
ABSTRACT .....	c
LISTE DES FIGURES .....	d
LISTE DES TABLEAUX .....	e
LISTE DES NOTATIONS.....	f
INTRODUCTION GENERALE.....	1
CONTRIBUTION A L'ANALYSE NUMERIQUE DE LA CONSOLIDATION DES SOLS SATURES .....	1
1 1 CONSOLIDATION UNIDIMENSIONNELLE DE TERZAGHI.....	2
1.1 Introduction .....	2
1.2 Charges et deformations des massifs des sols .....	2
1.2.1 Généralités.....	2
1.2.2 Différents modes d'application des charges aux sols.....	3
1.2.3 Déformations observées sous des ouvrages réels .....	3
1.2.4 Tassement de sols argileux et tourbeux sur un tracé routier .....	3
1.2.4.1 Les tassements de la ville de Mexico .....	4
1.2.4.2 Tassement des bâtiments lors du creusement d'un tunnel .....	6
1.2.4.3 Exemple de tassement du métro d'Alger.....	7
1.2.5 Autres mouvements du sol.....	8
1.3 Objectifs des etudes de consolidation et de tassements .....	9
1.4 Consolidation des sols fins satures.....	10
1.4.1 Généralité .....	10
1.4.2 Hypotheses .....	11
1.4.3 Equation de la consolidation unidimensionnelle .....	12
1.4.4 Conditions aux limites et conditions initiales .....	13
1.4.4.1 Domaine de définition .....	13
1.4.4.2 Conditions aux limites .....	13
1.4.4.3 Conditions initiales .....	14
1.4.4.4 Forme adimensionnelle de l'équation différentielle .....	15

1.4.4.5	Solution de l'équation différentielle.....	15
1.4.5	Commentaires.....	16
1.5	Conclusion.....	17
2	MODELISATION PHYSIQUE DE LA CONSOLIDATION DES SOLS.....	18
2.1	Introduction.....	18
2.2	Méthodologie à suivre pour l'élaboration d'un modèle en géotechnique	18
2.2.1	Modèle de fonctionnement d'un ouvrage.....	18
2.2.2	Elaboration d'un modèle de fonctionnement.....	19
2.2.3	Modélisation et reconnaissance géotechnique.....	20
2.2.4	Modélisation et lois de chargement.....	20
2.2.5	Modélisation et essais de laboratoire.....	21
2.2.6	Modélisation et lois de comportement.....	22
2.2.7	Modélisation et résultats des calculs par éléments finis.....	22
2.2.8	Modélisation et vérification d'un calcul par éléments finis.....	22
2.2.9	Modélisation et domaine de validité.....	23
2.2.10	Pratique de la modélisation.....	23
2.3	Modélisation théorique de la consolidation des sols.....	24
2.3.1	Bases théorique de la consolidation des sols.....	24
2.3.2	Evolution récente du traitement de la consolidation dans les problèmes de la géotechnique.....	25
2.4	Conclusion.....	30
3	FORMULATION VARIATIONNELLE DE LA CONSOLIDATION AVEC SURFACE LIBRE.....	31
3.1	Introduction.....	31
3.2	Développement de l'approche pour le traitement de la consolidation ...	31
3.2.1	Equation de conservation de la masse d'eau.....	32
3.2.2	Notion de contrainte effective modifiée selon les principes de Bishop.....	38
3.3	Formulation pour une résolution numérique.....	40
3.3.1	Formulation variationnelle.....	40

3.3.1.1	Formulation variationnelle relative à l'aspect mécanique.....	40
3.3.1.2	Formulation variationnelle relative à l'aspect hydraulique .....	41
3.3.2	Prise en compte d'un comportement de sol non-linéaire .....	43
3.3.3	Représentation en equations matricielle .....	45
3.3.4	Intégration du problème dans le temps.....	47
3.4	Conclusion : .....	47
4	Modélisation Numérique De La Consolidation :De La Validation A L'application Pratique.....	48
4.1	Introduction .....	48
4.2	Consolidation unidimensionnelle d'une colonne sous un chargement de surface (Terzaghi) .....	48
4.2.1	Géométrie et données de modèle.....	49
4.2.2	Résultats et comparaison.....	50
4.3	Consolidation bidimensionnelle (Gibson).....	52
4.3.1	Description géométrique et maillage.....	52
4.3.2	Données du problème .....	53
4.3.3	Résultats .....	54
4.4	Application au remblai B du cubzac les ponts .....	56
4.4.1	Comportement élastique isotrope .....	57
4.4.1.1	Résultats Des Calculs.....	58
a-	Déplacements horizontaux .....	58
b-	Tassements .....	59
c-	Pression interstitielle.....	61
4.4.2	Comportement élastoplastique .....	64
4.4.2.1	Résultats Des Calculs.....	64
a-	Déplacements horizontaux .....	65
b-	Tassements .....	66
c-	Pression interstitielle.....	67
4.4.3	Étude paramétrique .....	70
4.4.3.1	Influence de la perméabilité .....	70

a-	Effet de la perméabilité sur les tassements .....	70
b-	Influence de perméabilité sur les déplacements horizontaux ....	71
c-	Influence de perméabilité sur les surpressions interstitielles ....	73
4.4.3.2	Influence de coefficient des terres aux repos $K_0$ .....	74
a-	Effet de $K_0$ sur les tassements : .....	74
b-	Effet de $K_0$ sur les déplacements horizontaux .....	76
c-	Effet de $K_0$ sur les surpressions interstitielles.....	77
4.5	Conclusion .....	77
CONCLUSION GENERALE .....		79
REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES .....		80

# RESUME

Projet de fin d'études : Contribution à l'analyse numérique de la consolidation des sols saturés.

---

**Chapitre 1** : Consolidation unidimensionnelle de Terzaghi.

**Chapitre 2** : Modélisation physique de la consolidation des sols.

**Chapitre 3** : Formulation variationnelle de la consolidation avec surface libre.

**Chapitre 4** : Modélisation numérique de la consolidation : de la validation à l'application pratique.

---

Le travail présenté dans ce mémoire comporte plusieurs synthèses sur le comportement hydromécanique des massifs de sols vis à vis de la réalisation des ouvrages de génie civil, sur les travaux antérieurs consacrés à la modélisation de ce phénomène et sur les approches de calcul développées dans la littérature pour le traitement de la consolidation d'un massif du sol.

La réponse d'un massif de sol compressible a été analysée par la méthode des éléments finis à l'aide du progiciel CESAR-LCPC module CSNL. Cette analyse a été basée sur les calculs hydromécaniques couplés avec un modèle de comportement élastique isotrope et élastoplastique. Les résultats obtenus ont été comparés aux résultats analytiques, numérique (Belkeziz 1983) et ceux reçus des mesures en place.

## Mots clés

Consolidation – Eléments finis – Sols saturés – Tassement – Pression interstitiel – Déplacement – Programmation.



## ملخص

مشروع نهاية الدراسة : المساهمة في التحليل العددي لظاهرة رص التربة المشبعة.

---

**الفصل الأول :** نظرية الرص الترابي الأحادي الاتجاه.

**الفصل الثاني :** النمذجة الفيزيائية لظاهرة الرص الترابي.

**الفصل الثالث :** المعادلات التغيرية لظاهرة الرص الترابي بوجود مساحة حرّة.

**الفصل الرابع :** النمذجة العددية للرص الترابي: من التحقق إلى التطبيق العملي.

---

العمل المقدم في هذا المشروع يحتوي على عدّة دراسات مرجعية و بحثية حول المشاكل المتعلقة بالتحليل الهيدروميكانيكي لتربة خاضعة لتأثير منشآت الهندسة المدنية.

المذكورة تحتوي أيضا , على أهم القربيات الحسابية المتطورة في الأعمال المنجزة مسبقا من أجل نمذجة هذه الظاهرة , كما تتضمن أيضا النظريات الموجودة في المراجع العلمية من أجل معالجة تماسك التربة.

لقد تم تحليل استجابة التربة القابلة للانضغاط بواسطة طريقة العناصر المتناهية باستخدام البرنامج CESAR-LCPC الوحدة النمطية CSNL . واستند هذا التحليل على الحسابات الهيدروميكانيكية من خلال النموذجين المرن و المرن-البلاستيكي . وتمت مقارنة هذه النتائج مع النتائج التحليلية, النتائج الرقمية (Belkeziz 1983) وتلك النتائج القياسية في عين المكان.

### الكلمات المفتاحية :

الرّص الترابي – العناصر المتناهية – التربة المشبعة – إزدحام – ضغوط مائية مسامية – التحرك الأفقي – البرمجة .

## ABSTRACT

Final project study: Contribution to the numerical analysis of soil consolidation.

---

**Chapter 1:** one-dimensional consolidation the Terzaghi.

**Chapter 2:** Physical modeling of soil consolidation.

**Chapter 3:** variational formulation of the consolidation with free surface.

**Chapter 4:** Numerical modeling of consolidation: of the validation to practical application.

---

The work presented has several summaries of the hydro mechanical behavior of massive land overlooked the achievement of civil engineering works on the previous work, on modeling of this phenomenon and the computational approaches developed in the literature for the treatment of consolidating a soil mass.

The response of a solid compressible soil was analyzed by finite element method using the CESAR-LCPC. This analysis was based on hydro mechanical calculations coupled with a model of elastic and elastoplastic. The results were compared with analytical results, numerical results (Belkeziz 1983) and received those measures in place.

### **Keywords:**

Consolidation - Finite Element - Saturated Soils - Settling - interstitial pressure - Moving - Programming.

# LISTE DES FIGURES

## Chapitre 1

Figure 1.1: Modes d'application des charges aux sols (Omari et Amimur 2002).....	4
Figure 1.2: Tassements de remblais routiers en zone compressible (Magnan 2000).....	5
Figure 1.3: Carte schématique des tassements de la ville de Mexico de 1891 à 1966. Les lignes d'égal tassement sont graduées en mètres (Magnan 2000). ....	5
Figure 1.4: Tassement de quatre monuments de la ville de Mexico (Magnan 2000). ....	6
Figure 1.5: Fissuration d'immeubles en béton armé lors du creusement.....	6
Figure 1.6: Emplacement des tassomètres (Akchiche & Derriche 1990). ....	8
Figure 1.7: Résultats tassométriques au niveau de la section d'étude (Akchiche & Derriche 1990).....	8
Figure 1.8: Comparaison des tassements en surface calculés .....	8
Figure 1.9: Hypothèses géométriques de la théorie de la consolidation unidimensionnelle ( $\varepsilon_h$ est la déformation horizontale; $V_{mh}$ est la vitesse moyenne d'écoulement horizontale de l'eau). ....	11
Figure 1.10: Conditions aux limites pour l'équation de la consolidation (1D).....	13
Figure 1.11: Conditions initiales du calcul de consolidation unidimensionnelle.....	14

## Chapitre 2

Figure 2.1: Bases théoriques de la consolidation des sols.....	26
Figure 2.2: Variation de la compressibilité du fluide interstitiel en fonction du degré de saturation (Dang et Magnan, 1977).....	27

## Chapitre 3

Figure 3.1: Élément de sol non saturé. ....	33
Figure 3.2: Relation adoptée entre le degré de saturation et la .....	36
Figure 3.3: Influence de la dé-saturation sur le coefficient de perméabilité au niveau macroscopique.....	37
Figure 3.4: Détermination de coefficient $\chi$ de Bishop. ....	38
Figure 3.5: Continuité du comportement hydraulique et mécanique entre zones saturées et non-saturées.....	39
Figure 3.6: Traitement de la consolidation en présence de surface libre. ....	42

## Chapitre 4

Figure 4.1: Colonne de sol. ....	50
Figure 4.2: Maillage de la colonne.....	50
Figure 4.3: Variation de la charge hydraulique en fonction de la profondeur .....	51
Figure 4.4: Variation de degré de la consolidation (U) en fonction de temps .....	51
Figure 4.5: Consolidation dans le sens de Gibson.....	52
Figure 4.6 : Maillage du massif de sol (représentation clé2D) .....	53
Figure 4.7: Surpression interstitielle dans les points A et C. ....	54
Figure 4.8: Surpression interstitielle dans les points B et D .....	55
Figure 4.9: Surpression interstitielle sur l'axe I-I.....	55

Figure 4.10: Surpression interstitielle sur l'axe II-II.....	56
Figure 4.11: Remblai « B » Cubzac-Les-Ponts (Belkeziz 1983).....	57
Figure 4.12: Calendrier de chargement (Belkeziz 1983).....	57
Figure 4.13: Déplacements latéraux sous le pied du talus du remblai (sol homogène).....	58
Figure 4.14: Déplacements latéraux sous le pied du talus du remblai (sol hétérogène).....	59
Figure 4.15: Tassement au centre du remblai (sol homogène).....	59
Figure 4.16: Tassement au centre du remblai en fonction de $\log(t)$ (sol homogène).....	60
Figure 4.17: Tassement au centre du remblai (sol hétérogène).....	60
Figure 4.18: Tassement au centre du remblai en fonction de $\log(t)$ (sol hétérogène).....	61
Figure 4.19: Isochrones de pression interstitielle.....	61
Figure 4.20 : Isochrones de pression interstitielle, comparaison les mesures (sol homogène). (a) :10 jours, (b) :140 jours, (c) :640 jours, (d) :1040 jours.....	62
Figure 4.21: Dissipation de la pression interstitielle (sol homogène). (a) :à -5m, (b) :à -8m.....	63
Figure 4.22: surpression interstitielle en fonction de $\log(t)$ à différentes profondeur (sol homogène).....	63
Figure 4.23: La déformée du sol de fondation.....	65
Figure 4.24: Evolution des déplacements horizontaux en pied du talus du remblai.....	65
Figure 4.25: déplacements horizontaux sous la crête du talus du remblai. (a) : $t = 140$ j ; (b) : $t = 640$ j, (c) =1040 j.....	66
Figure 4.26: Tassements au centre du remblai en fonction de $\log(t)$ .....	67
Figure 4.27: Tassements au centre du remblai.....	67
Figure 4.28: isochrones surpressions interstitielles. (a) : $t = 140$ j ; (b) : $t = 640$ j,.....	68
Figure 4.29: Surpressions interstitielles. (a) : à -5m et (b) : à -8m.....	69
Figure 4.30: Dissipation des surpressions interstitielles en fonction de $\log(t)$ .....	69
Figure 4.31: Dissipation des surpressions interstitielles.....	69
Figure 4.32: Tassement sous le centre de remblai au point M.....	71
Figure 4.33: Déplacements horizontaux sous la crête de talus (axe A-A).....	72
Figure 4.34: Surpressions interstitiels sous le pied de talus (axe B-B).....	73
Figure 4.35: Tassement maximum au centre de remblai.....	75
Figure 4.36: Tassement centre de remblai en fonction de $\log(t)$ .....	76
Figure 4.37: Déplacement horizontale sous la crête de talus à 640 jours.....	76
Figure 4.38: Surpressions interstitiels sous le pied de talus à 640 jours.....	77

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1: Modèles de comportement les plus fréquemment utilisés pour la modélisation de la consolidation des argiles (tableau issu des travaux cités par Duncan 1994).....	29
Tableau 4.1: Paramètres introduits dans les calculs.....	58
Tableau 4.2: Paramètres introduits dans les calculs.....	64
Tableau 4.3: Paramètres introduits dans les calculs.....	70
Tableau 4.4: Les valeurs de perméabilités pour 3 cas différent.....	70
Tableau 4.5: Différents valeurs de coefficient des terres aux repos.....	74

## LISTE DES NOTATIONS

$\varepsilon_{ij}$	= Tenseur des déformations.
$\sigma_{ij}$	= Tenseur des contraintes totales.
$a_{ijkl}$	= Coefficients indépendants.
$E_v$	= Module d'Young vertical.
$E_h$	= Module d'Young horizontal.
$\nu_{vh}$	= Coefficient de Poisson vertical-horizontal.
$\nu_{kh}$	= Coefficient de Poisson horizontal.
$G_{vh}$	= Module de cisaillement dans un plan vertical.
$E$	= Module de Young.
$\nu$	= Coefficient de poisson.
$K$	= Module de compressibilité.
$G$	= Module de cisaillement.
$\mu, \lambda$	= Constantes de LAME.
$\sigma'_{ij}$	= Tenseur des contraintes effectives.
$e_0$	= Indice des vides initial.
$e_f$	= Indice des vides final.
$C_s$	= Indice de gonflement.
$C_\alpha$	= Coefficient de compression secondaire.
$C_{\alpha\alpha}$	= Indice de fluage.
$t$	= Temps.
$\varepsilon_h$	= Déformation horizontale.
$V_{mh}$	= Vitesse d'écoulement horizontale de l'eau.
$\Delta\sigma'_v$	= Variation de la contrainte effective verticale.
$\Delta\varepsilon_v$	= Variation de la déformation verticale.
$E_{oed}$	= Module oedométrique.
$i$	= Gradient hydraulique.
$k$	= Coefficient de perméabilité.
$\rho_w$	= Masse volumique de l'eau.
$g$	= Accélération de la pesanteur..
$T_v$	= Facteur temps.
$c_v$	= Coefficient de consolidation.
$z$	= Coordonnée réduite.
$U_v$	= Degré de consolidation.
$I$	= Tenseur unité.
$\vec{f}$	= Vecteur des forces volumiques.
$k_r$	= Perméabilité de relative.
$C_K$	= Constante du sol.
$e_r$	= Indice des vides de référence.
$C_C$	= Indice de compression oedométrique.
$m_v$	= Module de compressibilité.

$c_v$	= Coefficient de compressibilité.
$a_w$	= Compressibilité du fluide.
$u_w$	= Pression de l'eau.
$\varphi$	= Angle de frottement.
$\eta$	= La viscosité du fluide.
$\sigma'_p$	= Pression de préconsolidation.
$H$	= Epaisseur de la couche homogène.
$\bar{v}_w$	= Vitesse apparente de l'eau dans le sol.
$\bar{v}_s$	= Vitesse apparente des particules du sol.
$S_r$	= Degré de saturation.
$u_a$	= Pression de l'air.
$\chi$	= Paramètre de Bishop.
$q$	= Contraint déviatorique.
$R$	= Courbure du ménisque.
$T$	= Tension superficielle entre l'air et l'eau.
$r$	= Rayon du tube capillaire cylindrique.
$\theta$	= Angle de contact ménisque-solide.
$p$	= Contrainte moyenne.
$\tau$	= Contrainte de cisaillement à la rupture.
$c$	= Cohésion.
$c'$	= Cohésion effective du sol.
$\phi'$	= Angle de frottement interne effectif.
$\phi_b$	= Angle de frottement fonction de la succion.
$k_y$	= Coefficient de perméabilité verticale.
$k_x$	= Coefficient de perméabilité horizontale.
$V_w$	= Volume d'eau.
$V$	= Volume total.
$n$	= Porosité du sol.
$V_v$	= Volume des vides.
$V_a$	= Volume d'air.
$V_s$	= Volume des grains solides.
$\delta r(\underline{\varepsilon})$	= Déformation volumique.
$h$	= Charge hydraulique.
$S_r^*(u)$	= Degré de saturation correspondant à une certaine pression interstitielle négative.
$S_{r_{\min}}$	= Degré de saturation minimum.
$u_{w_{désat}}$	= Pression interstitielle à partir de laquelle le sol commence à se désaturer.
$u_{w_{\min}}$	= Pression interstitielle à partir de laquelle le sol ne libère plus d'eau.
$A_s, B_s$	= Paramètres adimensionnels.
$A_k, B_k$	= Paramètres scalaires.
$k_{r_{\min}}$	= Perméabilité relative minimale.
$k_e(e_k)$	= Coefficient de perméabilité du sol saturé.
$k_{re}(S_r, e)$	= Coefficient de perméabilité relative.

$\Delta u_w$	= Variation de pression interstitielle négative.
$\Delta e$	= Variation d'indice des vides.
$A_\chi, B_\chi$	= Paramètres adimensionnels varient selon le type du sol.
$\sigma'_0$	= Contrainte effective initiale
$\Delta \sigma'_{opij}$	= Tenseur des contraintes de corrections plastiques.
$g(\sigma'_{ij}, k)$	= La loi d'écoulement plastique.
$d\lambda$	= Multiplicateur plastique.
$\partial \sigma'_{opij}$	= incrément de contraintes dans le domaine plastique.
$R_E$	= Matrice de rigidité mécanique.
$C_E(Sr)$	= Matrice de couplage.
$F^{opE}$	= Vecteur des corrections plastiques.
$F^{opE(t)}$	= Vecteur chargement.
$F^{\sigma_0E}$	= Chargement dû aux contraintes initiales.
$\delta_{ij}$	= Symbole de Kronecher.
$d\varepsilon^e$	= Déformation élémentaire élastique.
$d\varepsilon^p$	= Déformation élémentaire plastique.
$F^{fE}$	= Chargement dû aux poids volumique.
$F^{fE(t)}$	= Chargement dû aux pressions mécaniques appliquées aux frontières du domaine.
$N$	= Matrice des fonctions d'interpolation.
$N^*$	= Matrice construite à partir de N.
$A$	= Opérateur différentiel.
$\gamma_w$	= Poids volumique de l'eau.
$K_E^T(S_r, e)$	= Matrice d'écoulement.
$E_E^T(S_r, n)$	= Matrice d'emmagasinement hydraulique.
$D_E^T(S_r, n)$	= Matrice de l'emmagasinement induit par la déformabilité du sol.
$Q_E^T(t)$	= Vecteur des apports extérieurs.
$P_E$	= Vecteur des valeurs actualisées de la porosité aux points d'intégration.
$N_{,i}$	= Matrice des dérivées des fonctions d'interpolation.
$R_G$	= Matrice de rigidité globale.
$C_G$	= Matrice globale de couplage.
$K_G$	= Matrice d'écoulement globale.
$E_G$	= Matrice globale de l'emmagasinement hydraulique.
$D_G$	= Matrice globale de l'emmagasinement par déformation.
$F_G^{ch}$	= Vecteur global de chargement mécanique.
$F_G^{op}$	= Vecteur global des contraintes plastiques.
$Q_G$	= Vecteur global de l'apport hydraulique extérieur.
$U_i(t)$	= Déplacement horizontal au nœud i de l'élément E à l'instant t.
$V_i(t)$	= Déplacement vertical au nœud i de l'élément E à l'instant t.
$U_{wi}(t)$	= Pression interstitielle au nœud i de l'élément E à l'instant t.
$N_i(x, y, z)$	= Fonction d'interpolation au nœud i de l'élément E.
$\Delta t$	= Incrément de temps.

,	= Dérivée première.
$\lambda$	= Paramètre de la méthode de Galerkin compris entre 0 et 1.
$t_{i-1}, t_i$	= Deux instants successifs.
$\zeta$	= Coefficient de la méthode d'Euler.
$F_G^{\Delta\sigma}(t)$	= Vecteur des forces dues aux déformations antérieures au temps.

log	= Logarithme en base 10.
<i>div</i>	= Opérateur divergence.
<i>grad</i>	= Opérateur gradient.
$\partial$	= Dérivée partielle.
<i>d</i>	= Dérivée total.
sin	= Fonction sinus.
cos	= Fonction cosinus.
tg	= Fonction tangent.
exp	= Fonction exponentielle.
$\Delta$	= Opérateur laplacien.



## INTRODUCTION GENERALE

L'un des problèmes majeurs lié aux ouvrages de génie civil (bâtiments, ponts, tunnels, barrages,...) est celui des mouvements du sol induit par l'état d'avancement des travaux (déblais, fondations, remblais, avancement du front de taille, pose de revêtement,...). Ces ouvrages sont généralement soit ancrés partiellement ou totalement (tunnel), les mouvements qu'ils provoquent peuvent endommager les structures existant dans leurs environnements.

Ce problème est d'autant plus important en présence des sols fins compressibles. Les tassements dus à la construction des ouvrages sont dans ce cas plus importants et ils se développent au cours du temps par expulsion des excès d'eau interstitielle occupant les vides du massif.

Les travaux présentés dans ce projet de fin d'études ont été réalisé à l'Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux (IFSTTAR) qui visent à approfondir les connaissances dans ce domaine.

Cependant, la méthodologie comporte deux volets complémentaires : l'analyse bibliographique et la modélisation numérique. Plusieurs synthèses bibliographiques ont été effectuées avec plusieurs études numériques.

Après cette introduction, le document contient quatre chapitres :

**Le chapitre 1** est consacré à la description de la définition rigoureuse du phénomène de la consolidation des sols qui ne peut être présentée qu'à travers les principes énoncés par Terzaghi (1923).

Il s'agit donc de reprendre la formulation classique de la consolidation unidirectionnelle afin de comprendre la phénoménologie de problème cité.

**Le chapitre 2** est consacré à la description physique et théorique de l'évolution du phénomène de consolidation des sols fins saturés et à l'analyse des différentes approches proposées dans la littérature.

**Le chapitre 3** présente les bases théoriques de calcul, qui ont nécessité la réécriture de l'équation de la conservation de la masse d'eau pour un élément de sol, ainsi la généralisation de l'équation relative au comportement mécanique. Il a aussi décrit la formulation numérique type variationnelle la plus générale permettant de traduire le phénomène de consolidation en termes d'équations algébriques (modèle mathématique).

**Le chapitre 4** présente les résultats des calculs pour des cas classiques connus dans le domaine de mécanique des sols ainsi que l'analyse d'un cas réel à l'aide de logiciel CESAR-LCPC qui est basé sur la méthode des éléments finis. Une confrontation des résultats obtenus avec les mesures en place a été réalisée. Ce chapitre comporte une étude paramétrique visant à mettre en évidence l'influence de certains paramètres.

On achèvera notre contribution très modeste par une conclusion générale.

# 1 1 CONSOLIDATION UNIDIMENSIONNELLE DE TERZAGHI

## 1.1 INTRODUCTION

Depuis les premiers travaux de Frontard (1914), Terzaghi (1923) et Biot (1941), la consolidation des argiles a toujours suscité l'intérêt des mécaniciens des sols, notamment à partir des années 1960, qui virent un développement important dans la construction d'ouvrages géotechniques en présence de sols argileux et en particulier les réseaux routiers, autoroutiers et de chemins de fer, l'aménagement hydraulique et hydroélectrique, les ouvrages d'irrigation et de contrôle des crues et les installations portuaires et aéroportuaires.

L'exécution de ces ouvrages a été accompagnée d'un vaste travail de recherche dans de nombreux pays, à cause d'un nombre important de problèmes liés à la stabilité et aux tassements évolutifs inhérents au comportement mécanique de sol de fondation molle.

Ce chapitre débute par un panorama des conditions dans lesquelles des tassements ou plus généralement des déformations des sols peuvent se produire dans la pratique et des ordres de grandeur des phénomènes que l'ingénieur doit traiter dans les études de projets et les expertises.

Après, nous aborderons la consolidation unidimensionnelle des sols fins saturés, sous la forme présentée par Terzaghi en 1925, et nous décrirons l'essai oedométrique, qui fournit les paramètres de cette théorie. On montrera comment la théorie de la consolidation unidimensionnelle a servi de base aux modélisations modernes du comportement des sols.

## 1.2 CHARGES ET DEFORMATIONS DES MASSIFS DES SOLS

### 1.2.1 GENERALITIES

Les massifs de sols se déforment sous les charges qui leur sont appliquées. Mais ces déformations peuvent être très diverses : dans certains sites célèbres, elles ont pris une ampleur spectaculaire, comme à Pise, Venise ou Mexico (Magnan 2000). Ailleurs, elles sont beaucoup plus faibles, mais restent une source de désordre dans les ouvrages. Quelques centimètres de tassement différentiel peuvent fissurer une maison à la structure trop rigide. Il faut donc dans tous les cas s'en préoccuper.

La prévision des tassements et autres mouvements des massifs de sols nécessite souvent des analyses détaillées de toutes les causes possibles des mouvements, avant de choisir les causes principales et de s'y tenir pour les calculs.

### 1.2.2 DIFFERENTS MODES D'APPLICATION DES CHARGES AUX SOLS

En mécanique des milieux continus, on distingue classiquement deux modes de chargement, par des forces volumiques et par des forces de surface. Dans les sols, ces modes de chargement sont aussi représentés :

- par les forces de pesanteur et les forces volumiques d'écoulement, d'une part, et
- par les forces de contact avec d'autres matériaux (structures, etc.) pour les forces de surface, d'autre part. Un inventaire un peu plus détaillé des modes de transmission des charges aux massifs de sols conduit à distinguer les situations où la charge est transmise par compression du sol, celles où elle est transmise par cisaillement ou frottement sur la surface et les situations intermédiaires.

La figure 1.1 représente quelques modes de chargement courants en géotechnique et la répartition des efforts de contact entre l'ouvrage qui charge le massif de sol et ce dernier. On observe la diversité des efforts transmis au massif de sol.

### 1.2.3 DEFORMATIONS OBSERVEES SOUS DES OUVRAGES REELS

Les efforts de contact entre les sols et les ouvrages produisent des effets très différents selon les propriétés mécaniques des sols et selon l'intensité des charges qui leur sont transmises, comme on peut le voir dans les exemples exposés ci-après. (Cités par Magnan 2000).

### 1.2.4 TASSEMENT DE SOLS ARGILEUX ET TOURBEUX SUR UN TRACE ROUTIER

Le premier exemple (figure 1.2) montre les amplitudes des tassements mesurés sur une section d'autoroute de 30km de longueur, construite dans le nord de l'Allemagne à travers une plaine côtière alluvionnaire où l'épaisseur des sols compressibles (argiles et tourbes) atteint 30 mètres. Différentes techniques de construction ont été utilisées, pour obtenir l'essentiel des tassements avant la mise en service de l'autoroute. Néanmoins, les tassements différés ont atteint 50 centimètres par endroits.

On observe sur la figure le caractère irrégulier des dépôts sédimentaires dans cette région, avec des couches d'épaisseur variable, parfois sous forme de lentilles. La stratigraphie a une importance essentielle dans les études de sols compressibles, qui ont trois objectifs principaux :

- assurer la stabilité des remblais,
- prévoir leur volume final,
- limiter autant que possible les amplitudes des tassements différentiels entre les zones de remblais qui tassent et les points durs que constituent les ouvrages d'art fondés par l'intermédiaire de pieux sur le substratum indéformable. Les amplitudes métriques des tassements de cet exemple constituent une limite supérieure des tassements que l'on peut rencontrer dans les projets de mécanique des sols. Ces tassements se rencontrent essentiellement dans les projets routiers, où les contraintes de profil en long et de

surélévation par rapport aux crues nécessitent souvent des hauteurs de remblai importantes au-dessus de la surface du terrain naturel.

Il existe toutefois, quelques autres exemples de tassements de cette importance en zone urbaine, notamment l'exemple célèbre de la ville de Mexico.

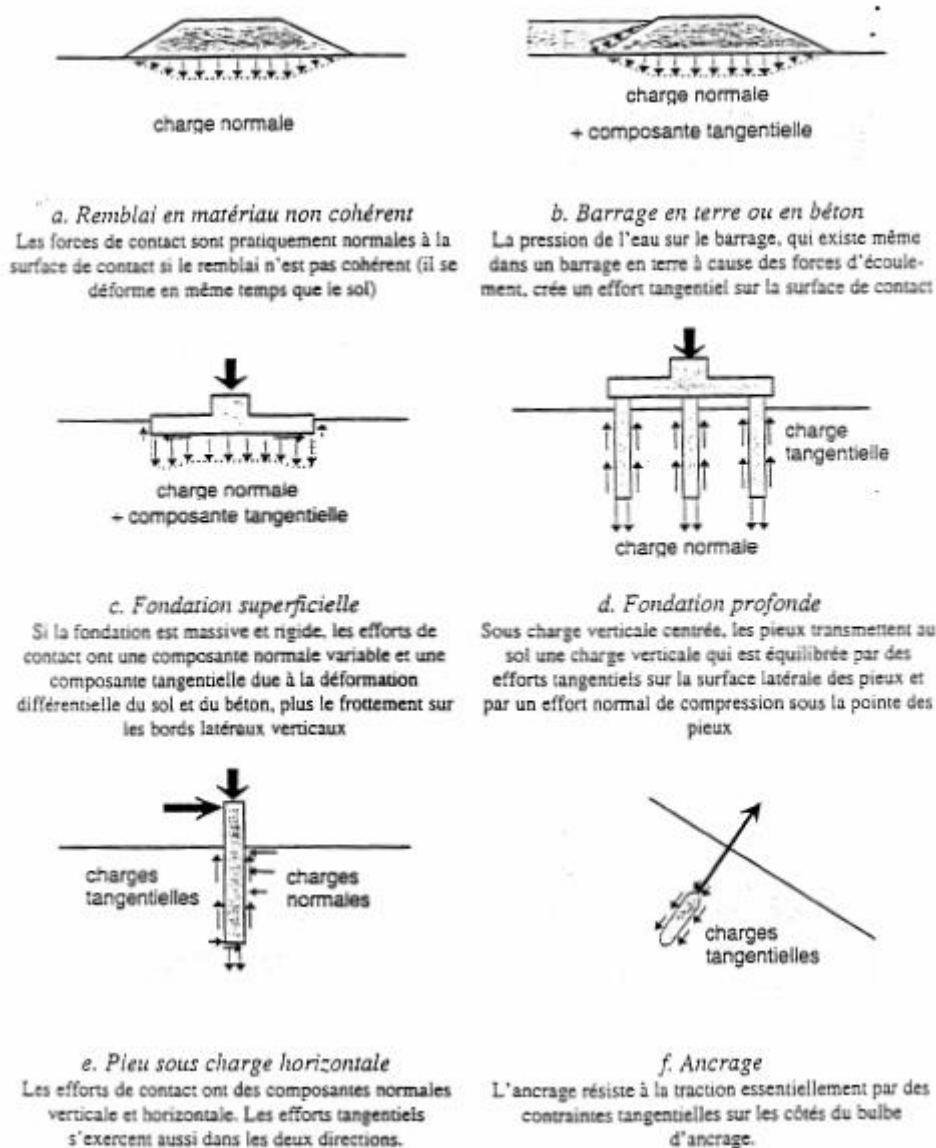


Figure 1.1: Modes d'application des charges aux sols (Omari et Amimur 2002).

#### 1.2.4.1 Les tassements de la ville de Mexico

La ville de Mexico s'est développée dans le cratère d'un ancien volcan, rempli par plusieurs centaines de mètres de sédiments divers, dont certains sont argileux et très compressibles. La ville de Mexico est connue pour l'inclinaison de nombreux objets urbains généralement considérés comme des repères de verticalité dans les autres régions du monde : clochers d'églises, murs des maisons, lampadaires, etc. La carte schématique du centre de la ville de Mexico présentée sur la figure 1.3 permet de comprendre l'ampleur du problème : les

tassements enregistrés au cours des 70 années écoulées de 1891 à 1966 ont atteints 8 mètres, avec des variations rapides dans certaines zones. La figure 1.4 montre l'évolution des tassements de quatre repères : le monument de Charles IV, le jardin de l'Alameda, le palais de Minería et la cathédrale. On note que la charge appliquée à la surface du sol ne constitue pas un facteur essentiel du tassement puisqu'un monument, un parc, un palais et une cathédrale ont des tassements très semblables : effectivement, les tassements de Mexico étaient dus principalement aux pompages effectués dans les nappes profondes pour l'alimentation en eau de la ville. L'arrêt des pompages a permis de ralentir l'évolution des tassements.

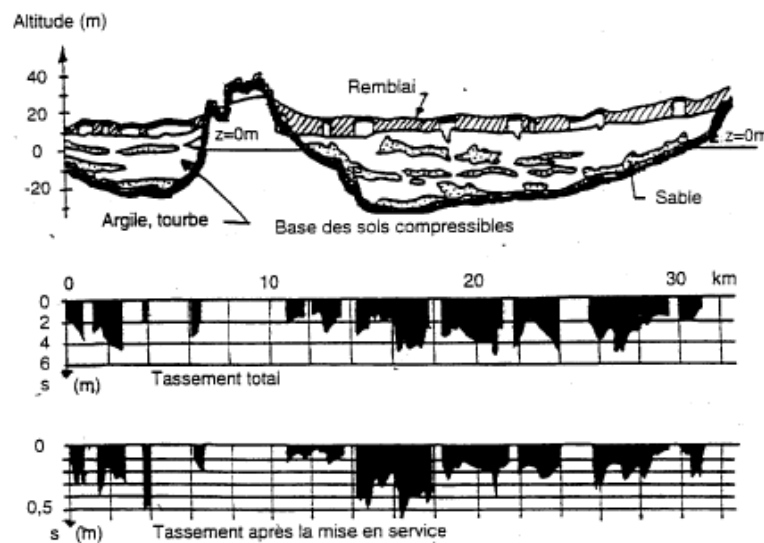


Figure 1.2: Tassements de remblais routiers en zone compressible (Magnan 2000).

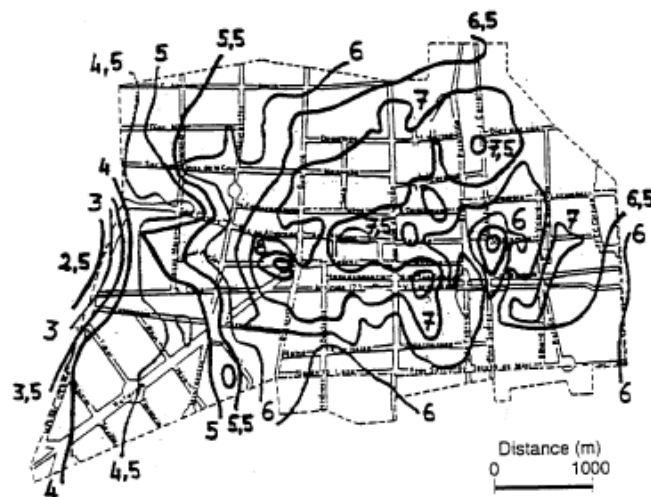


Figure 1.3: Carte schématique des tassements de la ville de Mexico de 1891 à 1966. Les lignes d'égal tassement sont graduées en mètres (Magnan 2000).

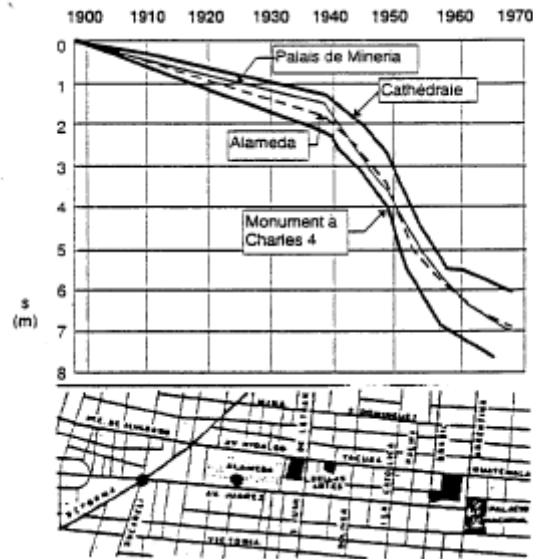


Figure 1.4: Tassement de quatre monuments de la ville de Mexico (Magnan 2000).

#### 1.2.4.2 Tassement des bâtiments lors du creusement d'un tunnel

A l'autre extrême des amplitudes de tassements dont se préoccupent les ingénieurs en mécanique des sols, on trouve l'exemple représenté sur la figure 1.5 : lors de la construction d'un tunnel de métro dans les argiles raides de la ville de Francfort, en Allemagne, des bâtiments à ossature rigide en béton armé situés au-dessus du tunnel ont subi une fissuration horizontale et verticale, avec ouverture du joint entre les deux immeubles. Ces fissures millimétriques ont été provoquées par des tassements de la surface du sol à peine supérieurs : moins de 15mm au-dessus de l'axe du tunnel.

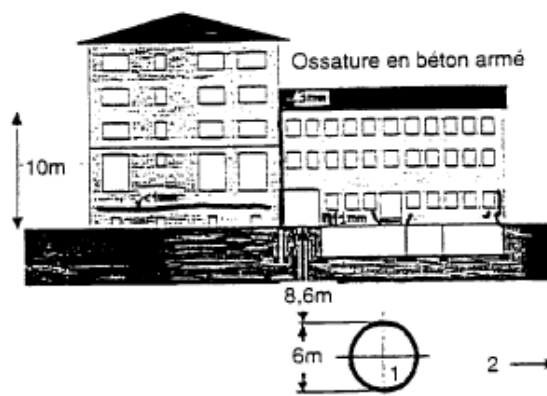


Figure 1.5: Fissuration d'immeubles en béton armé lors du creusement d'un tunnel. (Magnan 2000).

Dans ce cas, les ingénieurs devaient être capables :

- de prévoir les effets à la surface du terrain du passage du tunnelier sous le bâtiment à une profondeur d'une douzaine de mètres sous le niveau de la rue, et
- d'évaluer le tassement différentiel sur la largeur de l'immeuble, ainsi que la façon dont l'immeuble rigide réagirait à une déformation non uniforme du sol (Magnan 2000).

Cet exemple, dont les ordres de grandeur sont très différents des deux précédents, illustre une fois encore le caractère varié des problèmes auxquels la mécanique des sols doit fournir des méthodes d'analyse et apporter des solutions. Indépendamment de toutes les méthodes de calcul des tassements, il est clair qu'éviter le problème en construisant des ouvrages et bâtiments plus déformables quand les sols le sont est une bonne idée.

#### 1.2.4.3 Exemple de tassement du métro d'Alger

Cet exemple présente l'analyse des tassements en surface induits par le creusement d'une galerie dans le cadre du projet du réseau métropolitain de la ville d'Alger. La zone d'étude s'insère dans la tranche superficielle de la ligne 1 (figure 1.6). Elle se situe entre la station Khelifa Boukhalfa et la station Mustapha. Le tunnel dans cette zone est à double voie. Il est de forme voûtée et à une section de 70m<sup>2</sup>. Ce tronçon du tunnel, à faible couverture, évolue dans un massif marneux très plastique où les marnes forment un mur imperméable pour la nappe aquifère (Akchiche & Derriche 1990).

La mesure du tassement au-dessus de la chambre a été réalisée à l'aide de l'installation de trois tassomètres T1 sur l'axe du tunnel, T2 à 5cm de l'axe du tunnel et T3 à 10cm de l'axe du tunnel (figure 1.7). Cette figure présente les mesures tassométriques obtenues. Ces résultats montrent une évolution rapide des tassements avant l'arrivée du front de taille. Lorsque le front de taille se trouve sous le tassomètre, la pente du tassement est moins raide, la stabilisation s'installe avant l'éloignement du front de taille. On note que plus de 75% des tassements s'obtiennent avant le passage du front sous les tassomètres, ce qui traduit l'importance des déplacements du sol en avant du front de taille.

Les résultats des calculs obtenus par le code CESAR-LCPC (Akchiche et Derriche 1990) et les différentes méthodes empiriques proposées pour prédire les tassements en surface lors de creusement de tunnel sont présentés sur la figure 1.8. On peut observer sur cette figure que les tassements obtenus en surface à partir des différentes méthodes sont inférieurs aux mesures au niveau de l'axe du tunnel. Mais entre 5m et 15m de l'axe de la galerie, les calculs en éléments finis donnent des résultats assez proches de ceux des mesures ; les méthodes empiriques donnent des tassements supérieurs aux mesures.

Les mesures tassométriques ont permis de montrer la grande influence de la décompression des terrains en avant du front de taille ; plus les mesures en surface ont enregistré un tassement maximal de l'ordre de 80mm accompagné d'apparition de désordres importants sur les ouvrages à proximité de la chambre. Ces résultats recommandent d'exécuter le tunnel par phasage pour limiter l'extension de la zone plastique en surface et ainsi d'éviter un tassement important en surface. Pour le creusement de la chambre d'essai, les calculs prévoient des tassements de l'axe inférieurs à ceux mesurés.

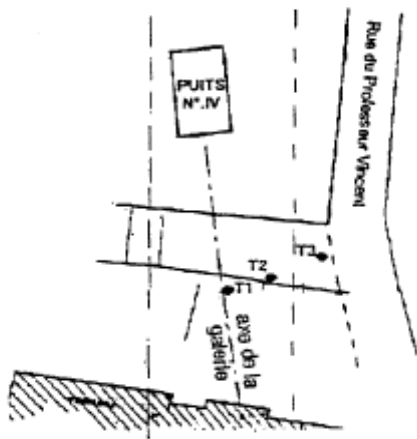


Figure 1.6: Emplacement des tassomètres (Akchiche & Derriche 1990).

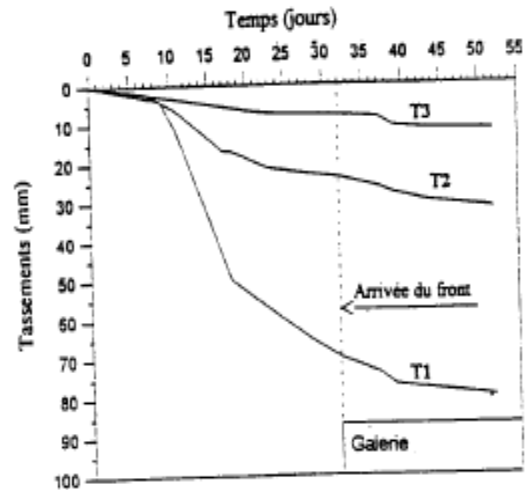


Figure 1.7: Résultats tassométriques au niveau de la section d'étude (Akchiche & Derriche 1990).

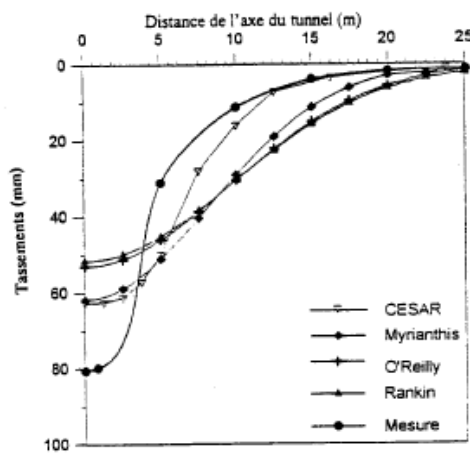


Figure 1.8: Comparaison des tassements en surface calculés et ceux mesurés in situ (Akchiche & Derriche 1990).

### 1.2.5 AUTRES MOUVEMENTS DU SOL

L'application de charges aux sols sous forme de remblais, de fondations superficielles ou de fondations profondes n'est pas la seule cause dont doit se préoccuper l'ingénieur. Les autres causes de mouvements couramment rencontrés dans la pratique peuvent être classées en quatre catégories :

- Suppression d'une partie d'un massif de sol initialement en équilibre. Nous en avons vu un exemple avec le creusement des tunnels. Mais les excavations produisent aussi un déchargement latéral du sol qui se traduit par des déplacements horizontaux et verticaux. Et un mécanisme de déformation analogue à celui des tunnels, mais à beaucoup plus grande échelle, explique les affaissements de la surface du sol dans les régions minières par suite de l'effondrement d'anciennes galeries ou salles d'exploitation de minerais ou de pierres. Dans



certaines régions minières d'Europe Centrale, la surface du sol s'est abaissée de plusieurs dizaines de mètres, inversant le cours de rivières et créant de nouveaux lacs, en plus des désordres dans les bâtiments, les ouvrages d'art, les routes, etc.

- Exécution de pompages dans le sol. Les pompages dans les nappes phréatiques ou profondes sont la cause des tassements d'ensemble de nombreuses grandes villes (nous avons vu le cas de la ville de Mexico, mais des phénomènes analogues, bien que de plus faibles amplitudes, se sont produits dans la région parisienne). L'exploitation des nappes de pétrole a provoqué des tassements atteignant plusieurs mètres dans les régions pétrolières (Texas, bords de la mer Caspienne, etc.). A une plus petite échelle, les pompages effectués pour abaisser le niveau de la nappe pendant la durée d'un chantier souterrain peuvent induire des tassements des constructions voisines.

- Modifications de l'état des sols argileux. Les argiles ont des relations particulières avec l'eau : phénomènes capillaires, gonflement des particules de certaines argiles, formation de structures différentes suivant la salinité de l'eau, etc. Ces particularités des argiles produisent trois sources de préoccupations pour les ingénieurs : le gonflement des massifs d'argiles gonflantes (montmorillonites et argiles analogues) lorsqu'elles sont dans un état sec et qu'elles sont mises en contact avec de l'eau ; le retrait des massifs d'argile pendant les périodes de sécheresse, dû à la désaturation progressive du sol, augmentée par la succion des racines des végétaux, et le regonflement du sol à la fin de la sécheresse ; la sensibilité de certaines argiles, formées en milieu salin marin et lessivées ultérieurement par des eaux douces, qui rendent métastable leur structure alvéolaire,

- Propriétés particulières de certains sols. Il existe dans certaines régions du monde des sols aux propriétés particulières : sols solubles, sols macroporeux affaissables, dont l'évolution doit être prise en compte lors de l'élaboration des projets de construction, voire de mise en valeur des territoires (Magnan 2000). Ainsi, dans le cas des sols loessiques secs, un apport d'eau (construction de canaux, barrages, fuites des réseaux dans les villes) peut provoquer un tassement rapide d'environ 10% de l'épaisseur de la couche, susceptible de disloquer toutes les constructions civiles et industrielles de la zone humidifiée.

### **1.3 OBJECTIFS DES ETUDES DE CONSOLIDATION ET DE TASSEMENTS**

L'étude des tassements peut prendre diverses formes, adaptées au problème à traiter, plutôt que d'appliquer une démarche unique avec un outil de calcul général et nécessairement complexe.

La démarche d'étude des tassements pour un type d'ouvrage, voire un type de sols, doit rester simple pour être efficace. Elle aussi tenir compte de tous les facteurs importants du comportement des sols et de l'ouvrage. Nous verrons dans la suite de cette étude que les méthodes de calcul couramment utilisées se rattachent à quatre groupes :

- Les méthodes utilisant la théorie de l'élasticité ;

- Les méthodes indirectes séparant le calcul des variations de contraintes dans le massif de sol et le calcul des tassements qu'elles produisent ;
- Les méthodes empiriques, fondées sur des corrélations ;
- Les méthodes numériques qui permettent d'utiliser des lois de comportement plus complexes.

Le choix entre ces approches appartient à l'ingénieur, qui sait :

- De quelles informations il dispose sur les sols et les ouvrages,
- Quels outils il peut utiliser,
- Dans combien de temps il doit fournir une réponse, mais surtout quelle est la précision attendue du calcul et sa finalité exacte.

En effet, la prévision du tassement n'est pas l'objectif réel de l'ingénieur qui prépare un projet. Cette prévision doit être aussi fiable que possible, mais elle n'est qu'un facteur de choix entre diverses options sur le type d'ouvrage, le calendrier des travaux, le choix d'une méthode de traitement des sols, peut être un complément d'études géotechniques si les incertitudes sont trop grandes pour qu'une décision motivée soit prise. Le choix de la méthode d'étude dépend aussi de tous ces facteurs.

## **1.4 CONSOLIDATION DES SOLS FINS SATURES**

### **1.4.1 GENERALITE**

Le tassement des massifs de sol résulte d'une diminution du volume des pores. Lorsque le sol est peu perméable, ce mouvement de l'eau est lent, de sorte que la déformation se développe au cours du temps et tend progressivement vers une asymptote entre la déformabilité et la perméabilité du sol, appelée en mécanique des sols « la consolidation ». On l'observe principalement dans les sols fins (argileux ou limoneux), qui sont à la fois saturés, déformables et très peu perméables. Pour une couche compressible d'une dizaine de mètres d'épaisseur, la consolidation peut durer des années, voire des dizaines d'années.

La première analyse de la consolidation des sols a été proposée en 1923 par Karl Terzaghi. La théorie de la consolidation de Terzaghi était très simplifiée : déformation et écoulement unidimensionnels, sol à déformabilité linéaire, perméabilité constante, charge constante appliquée instantanément. Cette théorie est encore utilisée pour la résolution de nombreux problèmes pratiques. C'est elle que nous allons développer dans ce paragraphe.

### 1.4.2 HYPOTHESES

Considérons une colonne de sol homogène dont les déformations et les mouvements d'eau sont uniquement verticaux (figure 1.9). Ces hypothèses sont réalisées par exemple dans un massif semi-infini à surface horizontale, à la condition qu'il soit chargé par une pression uniforme et que la surface du massif soit perméable avec une charge hydraulique constante et uniforme.

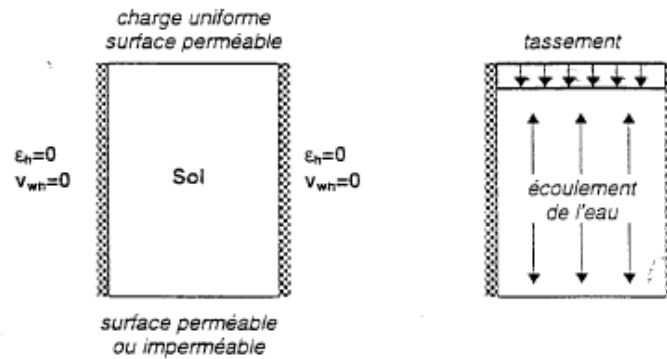


Figure 1.9: Hypothèses géométriques de la théorie de la consolidation unidimensionnelle ( $\varepsilon_h$  est la déformation horizontale;  $V_{mh}$  est la vitesse moyenne d'écoulement horizontale de l'eau).

Nous ferons les hypothèses suivantes sur cette colonne de sol :

- le sol est saturé et le reste ;
- l'eau et les particules solides sont incompressibles ;
- il existe une relation linéaire entre la variation de la contrainte effective verticale  $\Delta\sigma'_v$  et la déformation verticale  $\Delta\varepsilon_v$  du sol, qui peut s'écrire sous la forme :

$$\Delta\varepsilon_v = \frac{\Delta\sigma'_v}{E_{oed}} \quad (1.1)$$

où  $E_{oed}$  est le module oedométrique : cette relation peut être exprimée aussi en termes d'indice des vides, selon la formule :

$$\Delta e = (1 + e_o) \frac{\Delta\sigma'_v}{E_{oed}} \quad (1.2)$$

- les mouvements de l'eau dans les pores du sol obéissent à la loi de Darcy, qui relie la vitesse d'écoulement (apparente)  $v$  et le gradient hydraulique  $i$  :

$$v = k i \quad (1.3)$$

avec un coefficient de perméabilité constant dans toute la couche et invariable au cours du temps ;

- les déformations du sol restent petites pendant la consolidation.

### 1.4.3 EQUATION DE LA CONSOLIDATION UNIDIMENSIONNELLE

Ces hypothèses permettent d'écrire les équations suivantes :

a- Conservation de la masse d'eau

$$\operatorname{div} \vec{v}_w + \frac{\partial n}{\partial t} = \frac{\partial v_w}{\partial z} + \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad (1.4)$$

b- Conservation de la masse des particules solides

$$\operatorname{div} \vec{v}_s + \frac{\partial(1-n)}{\partial t} = \frac{\partial v_s}{\partial z} - \frac{\partial n}{\partial t} = 0 \quad (1.5)$$

c- Loi de Darcy

$$\vec{v}_w - e\vec{v}_s = k\vec{i} = -k\operatorname{grad}h = -\frac{k}{\rho_w g} \frac{\partial}{\partial z}(u + \rho_w gz) \quad (1.6)$$

d- Loi de comportement du sol

$$de = -(1+e_0) \frac{\Delta\sigma'_v}{E_{oed}}, \quad (1.7)$$

Souvent écrite sous la forme

$$de = -\frac{1+e_0}{m_v} d\sigma'_v = -a_v d\sigma'_v. \quad (1.8)$$

Après diverses transformations et en introduisant l'hypothèse supplémentaire que la contrainte totale reste constante, on obtient l'équation :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k(1+e_0)}{\rho_w g a_v} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1.9)$$

Qui s'écrit :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad (1.10)$$

Si l'on introduit un nouveau paramètre  $C_v$ , appelé « coefficient de consolidation » et combinant la compressibilité et la perméabilité du sol :

$$c_v = \frac{k(1+e_0)}{\rho_w g a_v} = \frac{kE_{oed}}{\rho_w g} \quad (1.11)$$

L'équation différentielle du second ordre (1.10) a pour seule inconnue la pression interstitielle  $u$ , mais elle détermine aussi l'évolution des déformations du sol par l'intermédiaire de la relation entre la déformation verticale  $\varepsilon_v$  (ou l'indice des vides  $e$ ) et la contrainte effective  $\sigma'_v$

(comme la contrainte totale reste constante, la contrainte effective varie comme l'opposé de la pression interstitielle).

#### 1.4.4 CONDITIONS AUX LIMITES ET CONDITIONS INITIALES

La résolution de l'équation (1.10) nécessite de préciser :

- le domaine de définition de la variable « u »,
- les conditions imposées aux limites de ce domaine,
- la valeur initiale de « u » en chaque point du massif du sol.

##### 1.4.4.1 Domaine de définition

L'équation (1.11) sera résolue dans une couche homogène d'épaisseur H, comprise entre le plan  $z = 0$  et  $z = H$ .

##### 1.4.4.2 Conditions aux limites

La pression interstitielle est une variable d'hydraulique des sols à laquelle on peut imposer des conditions de débit ou des valeurs fixes : sur une surface perméable, le débit est libre mais la valeur de la pression interstitielle (de la charge hydraulique) est imposée. Sur une surface imperméable, la dérivée de la charge hydraulique dans la direction normale à cette surface est nulle.

Considérons une couche d'épaisseur H limitée à sa partie supérieure par une surface perméable et à sa partie inférieure par une surface imperméable (figure 1.10). Compte tenu de l'orientation de l'axe des profondeurs oz, ces conditions s'écrivent :

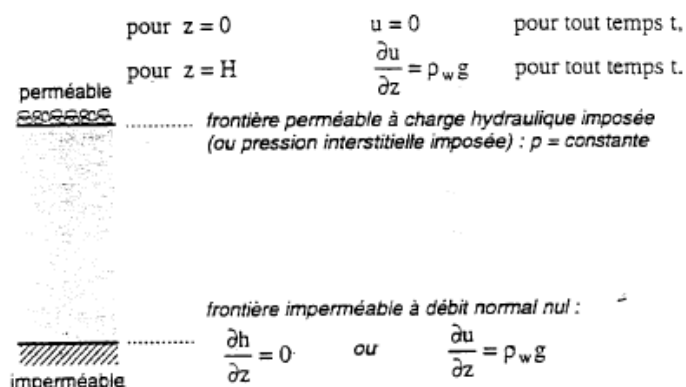


Figure 1.10: Conditions aux limites pour l'équation de la consolidation (1D).

Les conditions aux limites définissent l'état d'équilibre final des pressions interstitielles dans le massif de sol. En effet, lorsque les pressions interstitielles n'évoluent plus, l'équation (1.10) perd son premier membre ( $u$  ne dépend plus du temps  $t$ ) et devient une équation d'écoulement

permanent  $\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$ . La solution de cette équation est une relation linéaire entre la pression interstitielle  $u$  (ou la charge hydraulique) et la profondeur  $z$ . si l'on impose la charge

hydraulique en haut et en bas de la couche, la charge hydraulique finale varie linéairement entre ces deux valeurs. Si l'on impose une valeur de la charge sur la surface supérieure du sol et une condition d'imperméabilité sur sa surface inférieure, la distribution d'équilibre est une distribution hydrostatique correspondant à la valeur de la charge hydraulique imposée à la surface.

#### 1.4.4.3 Conditions initiales

Les conditions initiales définissent le déséquilibre initial à partir duquel l'état des pressions interstitielles va évoluer vers son équilibre final. Cet état initial peut avoir deux origines :

- une modification rapide de la contrainte totale, qui provoque une variation égale de la pression interstitielle pour maintenir constante la contrainte effective (comme l'eau est supposé incompressible et ne peut se déplacer instantanément dans le sol, il n'y a pas de variation instantanée de volume donc pas de variation de la contrainte effective verticale) ;
- un état d'équilibre initial différent de celui correspondant aux nouvelles conditions aux limites (c'est ce qui se produit par exemple quand on modifie la charge hydraulique par pompage dans une couche perméable sous une couche d'argile).

Pour la présentation de la théorie de la consolidation unidimensionnelle, nous admettons que la distribution initiale de la pression interstitielle est une distribution hydrostatique augmentée d'une quantité constante dans toute la couche (cela correspond au cas d'une charge appliquée rapidement à la surface d'un massif d'argile en équilibre hydrostatique) :

$$u_0(z) = \rho_w g z + \Delta u_0 \quad (1.12)$$

La condition initiale de la pression interstitielle  $u(z)$  est représentée sur la figure 1.11. Les conditions aux limites correspondent, pour leur part, à une distribution finale de la pression interstitielle d'équation :

$$u_0(z) = \rho_w g z \quad (1.13)$$

Nous admettons aussi que c'est vers cette même condition d'équilibre que tendra la pression interstitielle en fin de consolidation.

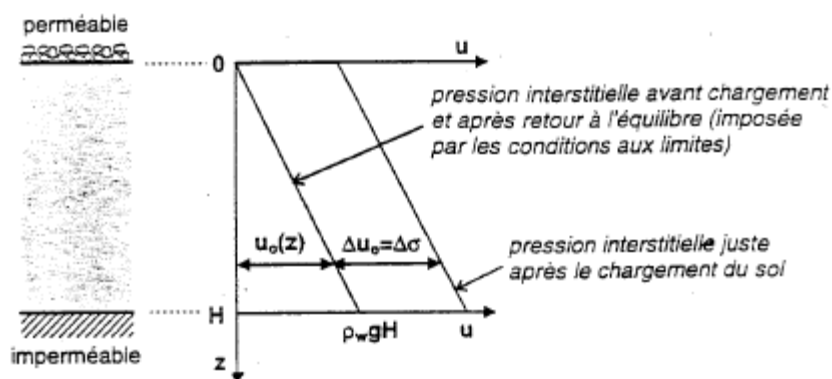


Figure 1.11: Conditions initiales du calcul de consolidation unidimensionnelle.

#### 1.4.4.4 Forme adimensionnelle de l'équation différentielle

Dans le cas défini ci-dessus, la distribution de la pression interstitielle d'équilibre en fin de consolidation est identique à la distribution de la pression interstitielle avant l'application instantanée de la charge  $\Delta\sigma$ . Toute la consolidation se résume donc à la disparition progressive de la surpression interstitielle initiale  $\Delta u = \Delta\sigma$ . La résolution de l'équation différentielle de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi est pour cette raison classiquement présentée en termes de surpressions interstitielles, c'est-à-dire que l'on enlève de la pression interstitielle de l'équation 1.10 la fonction linéaire de la profondeur  $z$  qui représente la distribution hydrostatique d'équilibre. Après ce changement, la résolution porte sur le système suivant d'équation de conditions initiales et aux limites :

$$\begin{cases} \frac{\partial(\Delta u)}{\partial t} = c_v \frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial z^2} \\ \Delta u = 0 & \text{pour } z = 0 \quad \forall t \\ \frac{\partial(\Delta u)}{\partial z} = 0 & \text{pour } z = H \quad \forall t \\ \Delta u = f(z) = \Delta u_0 \end{cases} \quad (1.14)$$

Cette équation différentielle peut être mise sous forme adimensionnelle en introduisant les variables adimensionnelles suivantes :

$$\begin{cases} T_v = \frac{c_v t}{H^2} & \text{facteur temps} \\ Z = \frac{z}{H} & \text{coordonnée réduite} \end{cases} \quad (1.15)$$

L'équation différentielle (1.14) s'écrit alors :

$$\frac{\partial(\Delta u)}{\partial T_v} = \frac{\partial^2(\Delta u)}{\partial Z^2} \quad (1.16)$$

Et ne dépend plus explicitement des propriétés du sol (qui sont regroupées dans le coefficient de consolidation  $c_v$ , intégré dans le facteur temps).

Les nouvelles conditions initiales et aux limites s'écrivent :

$$\begin{cases} \Delta u(Z, T_v) = 0 & \text{pour } Z = 0 \\ \frac{\partial}{\partial Z} [\Delta u(Z, T_v)] = 0 & \text{pour } Z = 0 \\ \Delta u(Z, 0) = f(z) = \Delta u_0 \end{cases} \quad (1.17)$$

#### 1.4.4.5 Solution de l'équation différentielle

La résolution de l'équation différentielle (1.16) s'effectue par séparation des variables  $Z$  et  $T$ , puis par décomposition en série de Fourier. La solution a la forme générale :

$$\Delta u(Z, T_v) = \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \int_0^1 f(Z) \sin \left[ \left( m + \frac{1}{2} \right) \pi Z \right] dZ \right\} \sin \left[ \left( m + \frac{1}{2} \right) \pi Z \right] \exp \left[ - \left( m + \frac{1}{2} \right)^2 \pi^2 T_v \right] \quad (1.18)$$

Si l'on calcule la solution dans le cas d'une distribution initiale uniforme des surpressions interstitielles  $f(Z) = \Delta u_0$ , on obtient l'expression suivante de  $\Delta u(Z, T)$  :

$$\Delta u(Z, T_v) = \frac{4\Delta u_0}{\pi} \cdot \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{2m+1} \cdot \sin \left( \frac{2m+1}{2} \pi Z \right) \exp \left[ - (2m+1)^2 \pi^2 \frac{T_v}{4} \right] \quad (1.19)$$

On peut alors représenter graphiquement les variations de  $\Delta u / \Delta u_0$  en fonction de la profondeur relative  $Z$  par différentes valeurs du facteur temps  $T_v$ .

La linéarité de la relation entre les contraintes effectives et les déformations permet de simplifier le calcul de tassement au cours du temps en utilisant la valeur moyenne de la surpression interstitielle dans la couche. Rapportée à la distribution initiale des surpressions interstitielles, cette moyenne permet de définir le degré de consolidation  $U_v$ , égal à :

$$U_v(T_v) = 1 - \frac{\int_0^1 \Delta u(Z, T_v) dZ}{\int_0^1 \Delta u_0 dZ} \quad (1.20)$$

Dans le cas d'une discréditation initiale des surpressions interstitielles, le degré de consolidation a pour expression :

$$U_v(T_v) = 1 - \frac{8}{\pi^2} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{(2m+1)^2} \exp \left[ - (2m+1)^2 \pi^2 \frac{T_v}{4} \right] \quad (1.21)$$

#### 1.4.5 COMMENTAIRES

La théorie de la consolidation unidimensionnelle de Terzaghi a conservé une grande utilité dans la pratique de la mécanique des sols parce que, malgré les nombreuses simplifications qu'elle apporte à la nature, elle décrit convenablement les traits essentiels de l'évolution au cours du temps des tassements des massifs des sols fins. En particulier, elle reproduit bien une observation courante, qui est que la durée des tassements est proportionnelle au carré de l'épaisseur de la couche compressible. On le voit dans l'expression du facteur temps, qui est la mesure adimensionnelle du temps dans la solution de l'équation différentielle : le facteur temps a pour expression :

$$T_v = \frac{c_v t}{H^2} \quad (1.22)$$

Dans un massif de sol de propriétés mécaniques données (représentées par  $c_v$ ), pour obtenir le même facteur temps, donc le même degré de consolidation, donc le même pourcentage du



tassement final, il suffit de choisir une même valeur du rapport  $t / H^2$ , c'est-à-dire que le temps de consolidation est proportionnel au carré de  $H$ , épaisseur d'une couche limitée par une surface perméable et une surface imperméable (figure 1.11). La longueur  $H$  représente la plus grande distance que l'eau doit parcourir pour sortir du sol. On l'appelle « distance de drainage ». Dans le cas d'une couche drainée des deux côtés, la solution de l'équation différentielle reste la même à condition de rechercher la solution sur la moitié seulement de la couche pour se ramener au cas d'une surface drainante et d'une surface imperméable (le plan médian de la couche, par raison de symétrie). Il faut donc faire attention, lorsque l'on détermine les paramètres d'un calcul de consolidation unidimensionnelle, à bien choisir la distance de drainage, qui peut être égale à l'épaisseur de la couche ou à sa moitié.

## 1.5 CONCLUSION

L'ingénieur doit souvent prédire le comportement de massifs hétérogènes, dont il connaît les mécanismes de déformation, sans savoir les décrire précisément, et il choisit les outils les mieux adaptés à sa connaissance du site et au temps disponible pour fournir la réponse. Bolton (1979) a dit avec justesse qu'il faut être très prudent quand on qualifie les modèles de « corrects » ou de « faux »... C'est seulement une question d'adaptation et ces mots signifient « utile » et « inutile » pour les ingénieurs. Il ajoute, pour éclaircir son propos, qu'un officier d'artillerie dans une bataille fait un meilleur choix en utilisant la mécanique newtonienne plutôt que de tenter d'appliquer la théorie de la relativité générale pour prédire les contractions de l'espace-temps autour des différents projectiles. L'expérience et le jugement de l'ingénieur restent la clé du traitement des problèmes de la pratique.

## 2 MODELISATION PHYSIQUE DE LA CONSOLIDATION DES SOLS

### 2.1 INTRODUCTION

L'application des ordinateurs et les besoins de l'industrie aéronautique sont à l'origine du développement rapide de la mécanique des structures entre 1950 et 1960. C'est à cette époque que Turner, Martin et Topp (1956) introduisent le concept d'éléments finis en représentant un milieu continu élastique à deux dimensions par un assemblage de panneaux triangulaires sur lesquels les déplacements sont supposés variés linéairement (Dhatt et Touzot, 1984). Peu après, Argyris et Kelsey (1960) (cité par Atwa et al, 2000) systématisent l'utilisation de la notion d'énergie dans l'analyse des structures et, dès les années 60, la méthode des éléments finis est reconnue comme un outil général de résolution d'équations aux dérivées partielles dans le domaine des structures, partie de la mécanique des milieux continus.

Le succès de la méthode des éléments finis dans le domaine de la géotechnique s'explique par les possibilités que cette méthode offre pour l'analyse du fonctionnement des ouvrages, des structures et des terrains, et pour l'évaluation des champs de déformations et de contraintes sous diverses sollicitations. Plus précisément, l'analyse par la méthode des éléments finis permet de modéliser les aspects essentiels suivants : l'hétérogénéité du comportement des matériaux, la géométrie des ouvrages et leurs environnements, l'interaction entre les terrains et les structures (mise en place d'un revêtement de tunnel, influence des ouvrages anciens sur une nouvelle construction, l'intersection des galeries souterraines).

### 2.2 METHODOLOGIE A SUIVRE POUR L'ELABORATION D'UN MODELE EN GEOTECHNIQUE

Le souci de reproduire aussi fidèlement que possible le comportement rhéologique des sols fins a conduit un bon nombre de chercheurs à mettre au point des modèles plus ou moins complexes<sup>1</sup> ; en ce qui nous concerne, nous nous sommes limités au modèle des sols fins.

#### 2.2.1 MODELE DE FONCTIONNEMENT D'UN OUVRAGE

Pour un ouvrage donné, l'utilisation d'un code de calcul par éléments finis (CESAR-LCPC) permet de construire un modèle de fonctionnement capable de décrire d'une manière plus au

---

<sup>1</sup> Les lecteurs désirant approfondir ce point, pourraient consulter les synthèses bibliographiques faites par Dang et Magnan (1977), Mouratidis et Magnan (1983) et Magnan (1986).

mois approché le comportement observé de cette ouvrage. Ce modèle de fonctionnement fait appel à trois domaines des sciences de l'ingénieur :

- ♦ La mécanique des milieux continus apporte un cadre mathématique pour cette modélisation en assimilant la matière à un milieu continu et en permettant la définition des notions de déformation, de contrainte et de lois de comportement.
- ♦ La rhéologie, par l'étude expérimentale de comportement des matériaux, permet de formuler et de valider une description mathématique de comportement d'un échantillon de volume représentatif. Cette description se traduit par des lois de comportement exprimant, en tout point matériel, de formation et leurs accroissements respectifs.
- ♦ Le calcul numérique fournit les moyens de résoudre d'une manière approximative des équations aux dérivées partielles décrivant le problème physique qui est posé : ces moyens sont constitués, d'une part, par la méthode des éléments finis et, d'autre part, par un algorithme de résolution adapté au problème mathématique.

### 2.2.2 ELABORATION D'UN MODELE DE FONCTIONNEMENT

Dans le domaine de la géotechnique, l'utilisation d'un code de calcul par éléments finis requiert la connaissance d'un certain nombre d'informations concernant la structure du site (sondage et reconnaissance des différentes couches de sol, l'état initial mécanique et hydraulique, présence de discontinuités), le comportement des matériaux (prélèvement d'échantillons et essais de laboratoire, essai in situ), la nature des sollicitations appliquées, la géométrie de l'ouvrage considéré ou des travaux envisagés. Ces informations permettent de réaliser la modélisation du problème posé et de faire toutes les hypothèses simplificatrices sur le comportement des matériaux, les lois de chargement et la géométrie de problème physique.

D'une manière plus générale, l'ingénieur chargé d'étudier un projet qui décide d'utiliser la méthode des éléments finis doit se poser les questions suivantes et y répondre avant d'élaborer toute modélisation :

L'hypothèse d'un milieu continu est-elle acceptable à l'échelle du calcul envisagé ?

Comment représenter les éventuelles discontinuités du milieu ?

La géométrie du milieu présente – elle- des symétries planes ou une symétrie de révolution ?  
Le milieu possède – il une dimension privilégiée ? Si oui, est-il possible de simplifier le maillage compte tenu des chargements appliqués à des conditions aux limites imposées ?  
Autrement dit, le problème peut-il être modélisé en déformation plane ou en déformation axisymétrique ?

Si les sols peuvent être prélevés d'une manière satisfaisante, de quels essais en laboratoire dispose-t-on pour caractériser le comportement des matériaux : essais œdométrique, essais triaxiaux en compression, en extension, avec une phase de déchargement ?

Les chemins de contraintes probables aux alentours de l'ouvrage ont-ils été reproduits par les essais de laboratoire ?

Quel choix effectuer pour les lois de comportement des matériaux ?

La détermination des paramètres est-elle possible et si oui est-elle satisfaisante ?

Quel peut être l'intervalle de variation de ces paramètres ?

Les essais en place montrent-ils une forte variation spatiale des propriétés des matériaux ?

L'état initial mécanique des matériaux et l'état initial hydraulique sont-ils bien connus ?

Quel choix effectuer pour la loi de chargement ? Est-il possible de modéliser les conditions d'exécution de l'ouvrage et de phasage des travaux ?

Les réponses à ces questions constituent le choix de l'ingénieur en fonction des informations dont il dispose.

### **2.2.3 MODELISATION ET RECONNAISSANCE GEOTECHNIQUE**

Les ouvrages réels et leur environnement présentent rarement une géométrie tridimensionnelle simple. Cependant, l'existence de symétries ou d'une direction prépondérante par rapport aux autres permet souvent de réduire le problème bidimensionnel ou à un problème à symétrie de révolution. Pour qu'il soit possible de simplifier la modélisation, il faut également que les conditions aux limites et la loi de chargement vérifient ces mêmes symétries. Ces simplifications permettent de diminuer fortement le nombre des éléments et des nœuds du maillage et de réduire le coût des calculs.

Il convient également de savoir définir de manière judicieuse les limites géométriques du domaine modélisé. Ces limites doivent se situer à une distance telle que la perturbation apportée par les chargements n'y produise qu'un déplacement ou une variation de charge hydraulique négligeable.

Le maillage d'éléments finis doit de plus respecter la stratification du sol et les éventuelles discontinuités mises en évidence par les reconnaissances. Par ailleurs, la connaissance de l'état initial est fondamentale si le comportement envisagé pour les matériaux est non linéaire.

### **2.2.4 MODELISATION ET LOIS DE CHARGEMENT**

En géotechnique, les sollicitations monotones imposées aux terrains et aux ouvrages sont principalement dues aux forces volumiques permanentes (poids propre), à des chargements extérieurs liés aux travaux réalisés (surcharge, injection, précontrainte, forces de déconfinement,...) ou encore à des chargements spécifiques (gonflement de certains sols,

retrait du béton, écoulement des fluides, effet mécanique d'une champ de température,...) que l'on traite comme des champs de forces volumiques imposées.

Une modélisation réaliste de la construction d'un ouvrage impose de prendre en compte l'histoire des travaux, et de distinguer différentes étapes dans la construction. Dans quelques cas très particuliers, la construction d'un ouvrage peut être modélisée en considérant le maillage du milieu final et en appliquant progressivement le poids des terrains de manière incrémentale. Ce type de calcul conduit à des résultats différents d'une véritable modélisation par étapes car, à tout instant, la rigidité du maillage complet intervient dans les calculs. Cette approche n'est réaliste et exacte que pour modéliser des essais en centrifugeuse sans qu'il y ait apport ou enlèvement de matériaux.

Si le comportement des matériaux est élastique, la modélisation d'une construction conduit à la même distribution de contraintes et de déformations quel que soit l'ordre dans lequel les étapes de construction sont réalisées. Lorsque le comportement des matériaux est irréversible (plastique), les résultats de la modélisation dépendent de l'ordre dans lequel les étapes de construction sont réalisées.

### **2.2.5 MODELISATION ET ESSAIS DE LABORATOIRE**

Les essais de laboratoire permettent de caractériser le comportement d'un élément de volume représentatif de chaque matériau et de simuler certains chemins de contraintes ou de déformations types que l'on suppose suivis aux alentours des régions les plus sollicitées. La rhéologie fournit des lois de comportement dont le choix, la détermination des paramètres et la validation doivent être réalisés à partir des résultats des essais de laboratoire.

Cependant, bien souvent, les essais classiques de laboratoire ne sont pas parfaitement adaptés au modèle de fonctionnement envisagé car ces essais ne tiennent pas compte du problème général de la rotation des contraintes principales dans un massif de sol au cours du changement. Mais, même sans considérer cet aspect, il est évident que, par exemple, les chemins de déformations suivis sous un remblai de grande longueur sont des chemins en déformations planes; par conséquent, les informations déduites d'essais sur les éprouvettes cylindriques ne peuvent être directement utilisées. Il convient alors de construire le modèle de fonctionnement et de déterminer les paramètres mécaniques en toute connaissance de cause et de bien connaître les chemins de sollicitations suivis.

A ces difficultés viennent s'ajouter quelques incertitudes dues à la difficulté de prélever les sols dans des conditions optimales, voire à l'impossibilité de prélever certains sols. Par ailleurs, certains matériaux utilisés couramment ne peuvent être étudiés à l'aide d'un appareil triaxial (encochements, par exemple). Les paramètres de comportement de tels matériaux ne peuvent être estimés qu'à partir d'essais simplifiés de grandes dimensions en déduits d'expériences antérieures.

### **2.2.6 MODELISATION ET LOIS DE COMPORTEMENT**

La détermination des paramètres mécaniques des lois de comportement est effectuée en interprétant les résultats des essais de laboratoire, essais œdométriques et essais triaxiaux pour l'essentiel. Les valeurs de ces paramètres ont une influence considérable sur les résultats d'un modèle de fonctionnement. Mais certains de ces paramètres peuvent avoir une influence importante pour le comportement de l'ouvrage et ne guère modifier la simulation des essais de détermination en laboratoire. La détermination des paramètres mécaniques reste donc une affaire délicate et il convient d'adapter les essais au modèle de fonctionnement envisagé.

Pour la pratique courante des éléments finis, l'ingénieur utilise des lois plus simples (lois élastiques, lois élastoplastiques parfaites de Mohr-Coulomb et de Drucker-Prager). Si l'on ne connaît pas très bien le comportement des sols étudiés, l'erreur que l'on peut ajouter en considérant ces lois n'est souvent pas excessive par rapport à celle introduite par la méconnaissance des sols en place et de leur état initial.

Il faut également être conscient des limites des lois de comportement utilisées: en effet, certaines de ces lois ont été construites à partir d'essais réalisés sous faibles contraintes ou pour des sollicitations monotones uniquement. L'extrapolation des domaines de validité des lois de comportement est donc une opération difficile, qui peut conduire à des erreurs de modélisation.

### **2.2.7 MODELISATION ET RESULTATS DES CALCULS PAR ELEMENTS FINIS**

D'une manière générale, des écarts du simple au double entre les résultats des calculs et les mesures sur site doivent être reconnus possibles dans la plus part des études courantes de géotechnique. Ces écarts proviennent seulement pour partie des lois de comportement des sols et de la technique de résolution numérique: les données fournies par la reconnaissance géotechnique du site est toujours une source d'incertitudes. Ce type d'incertitudes a naturellement moins d'influence quand on fabrique au préalable l'objet du calcul, comme dans le cas des essais en centrifugeuse ou des essais dans des chambres d'étalonnage.

Par ailleurs, l'étude des résultats de quelques calculs (Atwa, et al, 2000) montre que, même lorsqu'une modélisation représente d'une manière globalement satisfaisante le comportement d'un ouvrage, il existe des endroits dans le massif du sol où le comportement est mieux modélisé et d'autres où il l'est moins bien. Une étude plus détaillée de la variation des caractéristiques mécaniques du sol, combinée avec un maillage plus fin, devrait dans la plupart des cas permettre une amélioration des résultats.

### **2.2.8 MODELISATION ET VERIFICATION D'UN CALCUL PAR ELEMENTS FINIS**

Avant d'interpréter les résultats d'un calcul par éléments finis, il est impératif de procéder à quelques vérifications simples, notamment lorsque le comportement des matériaux est non-linéaire. Il convient (comme le signale Atwa 1996), en premier lieu, de vérifier le bon

déroulement des calculs non linéaires à chaque étape, à partir des informations relatives au processus itératif. Si la convergence est atteinte pour un rapport du déséquilibre final au déséquilibre initial inférieur à 0,1 % au grand maximum, on peut dire que le calcul a bien convergé pour cet incrément. Si la convergence n'a pu être atteinte pour la tolérance et le nombre maximal d'itérations demandés, il faut s'assurer de la décroissance régulière des différents critères de convergence pour conclure à une possibilité de convergence pour un nombre supérieur d'itération. Par contre, si les critères de convergence augmentent d'une itération à l'autre au bout d'un certain nombre d'itération, on peut conclure sans peine à une divergence du calcul, qui correspond à la rupture de l'ouvrage ou du sol de la fondation dans un problème de géotechnique.

Pour certaines modélisations, l'application de formules de calcul de tassement permet de vérifier l'ordre de grandeur des déplacements obtenus lorsque le chargement est constitué par des charges de surface (cas des remblais ou des fondations).

### **2.2.9 MODELISATION ET DOMAINE DE VALIDITE**

D'une manière générale, la validation d'un modèle de calcul comprend plusieurs étapes distinctes. En premier lieu, il convient de valider la loi de comportement en étudiant sa capacité à représenter le comportement d'une éprouvette de matériau sous diverses sollicitations. Cette étape permet d'avoir une idée du domaine de la loi considérée. La deuxième étape consiste à valider la programmation de la loi dans le programme de calcul; des comparaisons avec des solutions analytiques et des simulations d'essais triaxiaux suffisent en général pour conclure à une bonne programmation.

La dernière étape consiste à modéliser un ouvrage et comparer les résultats numériques aux mesures réalisées sur l'ouvrage considéré (ouvrage réels, modèles physiques ou non). Cette étape fonde véritablement la validation du modèle de calcul: autrement dit, cette loi (s) de comportement, la méthodologie de détermination des paramètres et la façon dont l'ingénieur modélise l'ouvrage.

Chaque ouvrage étant un peu un cas particulier, tant par ses caractéristiques que par celles du sol de fondation, la recherche du domaine de validité du modèle de calcul est un problème très délicat. En effet, dans la démarche de validation, il est impossible de tester toutes les combinaisons de calcul et toutes les configurations de problèmes et seuls quelques problèmes types peuvent être étudiés.

### **2.2.10 PRATIQUE DE LA MODELISATION**

La pratique des éléments finis est également souvent le fruit d'une collaboration entre le client qui demande les calculs, l'ingénieur « géotechnicien » qui analyse les données géotechniques disponibles et l'ingénieur « calculateur » qui va réaliser la modélisation et les calculs par éléments finis. L'analyse des résultats et leur interprétation devraient être, elles aussi, le fruit d'une telle collaboration. Lorsque de telles collaborations ne sont pas possibles et que la

personne chargée des calculs n'a pas une expérience suffisante en géotechnique, on peut aller au devant de sérieux problèmes. La seule manière de se prémunir contre le risque de mal poser le problème et de mal interpréter les résultats serait de bien appliquer des « règles du jeu » connues et validées, autrement dit des principes de modélisation bien établis pour chaque type d'ouvrage. Ces principes devraient aider à minimiser le rôle de l'utilisateur dans la démarche de modélisation et rendre, par la même, les résultats des calculs plus fiables.

## **2.3 MODELISATION THEORIQUE DE LA CONSOLIDATION DES SOLS.**

### **2.3.1 BASES THEORIQUE DE LA CONSOLIDATION DES SOLS**

Le formalisme théorique de la consolidation des sols saturés est posé depuis plus de quatre-vingts ans par la théorie unidimensionnelle de Terzaghi (1923) et le principe des contraintes effectives (Terzaghi, 1925). La généralisation de cette théorie s'est développée grâce notamment aux travaux de Rendulic (1936) et à la théorie tridimensionnelle de Biot (1941,1955).

La consolidation, étant un phénomène couplant les deux aspects, mécanique et hydraulique, du comportement des massifs du sol, doit en toute rigueur être traitée par une résolution simultanée des équations correspondantes.

Le phénomène de consolidation est totalement décrit si l'on écrit pour chacun des deux aspects du comportement du sol, une équation générale d'équilibre et une loi de comportement adaptée (figure 2.1). La solution de ces équations ne dépend alors plus que des conditions aux limites du massif et des conditions de chargement imposées.

Du point de vue mécanique, l'équation d'équilibre, écrite en contraintes effectives, permet d'intégrer le rôle de la pression interstitielle dans l'équilibre mécanique de l'élément considéré. Cette équation est associée à une loi de comportement décrivant les déformations du squelette en fonction de la variation de contrainte qu'il subit, et combinée avec les conditions aux limites et les conditions initiales du domaine étudié, pour aboutir au système d'équations qui permet de décrire l'aspect mécanique du phénomène de consolidation.

Pour l'aspect hydraulique, c'est l'équation de conservation de la masse d'eau qui régit l'équilibre hydraulique du milieu. L'écoulement est décrit par la loi de Darcy, qui relie la vitesse de déplacement de l'eau interstitielle à l'intérieure du sol au gradient de la charge hydraulique.

La loi de Darcy est utilisée avec l'équation de la conservation de la masse d'eau et les conditions aux limites et initiales du massif, pour décrire l'aspect hydraulique du phénomène de la consolidation.

Le traitement de la consolidation passe par une résolution simultanée du système d'équations relatives aux deux composantes mécaniques et hydrauliques de la réponse du milieu



encaissant. Le couplage s'effectue principalement à travers les variables communes aux deux phénomènes, à savoir la pression interstitielle  $u_w$  et la déformation volumique  $\varepsilon_v$ .

Par ailleurs, le couplage peut être approfondi en considérant l'évolution des paramètres caractéristiques du sol et du fluide interstitiel en fonction de l'évolution de l'état du sol. Dans ce cas deux domaines, deux types de relations sont aujourd'hui bien établis en mécanique des sols : la diminution de la perméabilité du sol avec celle de l'indice des vides, et la diminution de la compressibilité du fluide interstitiel avec l'accroissement de la pression qu'il subit.

Différentes relations entre la variation de la perméabilité du sol et celle de l'indice des vides ont été établies. L'une des premières relations présentée est celle de Lambe et Whitman (1969) cité par (Atwa, 1996), définie par corrélation de résultats expérimentaux pour différents types de sables.

Dans le cas des argiles, l'expérience montre que le logarithme du coefficient de perméabilité  $k$  varie proportionnellement à l'indice des vides  $e$  (Poskitt, 1969 ; Mesri et Rokhsar, 1974) cité par (Atwa, 1996), La relation reliant " $k$ " à " $e$ " peut se mettre sous la forme :

$$\text{Log}(k/k_r) = (e - e_r)/C_K$$

Où  $k_r$  et  $e_r$  désignent la perméabilité de référence et l'indice des vides correspondant, et  $C_K$  une constante du sol.

Les résultats expérimentaux de Magnan et al. (1983) et Tanevas et al. (1979 et 1983) vérifient cette relation. A titre d'exemple, des expériences effectuées sur l'argile molle de Cubzac-les-ponts (France) ont donné les valeurs de  $C_K$  variant entre 0.4 et 0.9 et un rapport  $C_K/C_C$  compris entre 0.55 et 0.85 ( $C_C$  est l'indice de compression œdométrique).

Par ailleurs, la prise en compte de la compressibilité du fluide  $a_w$  associée à la pression qu'il subit  $u_w$  améliore la précision du couplage (Dang et Magnan, 1977). En effet, l'hypothèse d'un sol saturé est une idéalisation théorique ; un faible pourcentage d'air existe dans tout type de sol, notamment dans les sols argileux : de plus, l'eau n'est pas un matériau tout à fait incompressible.

Des relations entre  $a_w$  et  $u_w$  ont été publiées par Hilf (1948), Skempton et Bishop (1954), Chang et Duncan (1983), qui ont utilisé les lois de Boyle et de Henri pour définir la compressibilité du mélange eau-air en fonction des pressions interstitielles appliquées. Dang et Magnan (1977) ont établi un abaque définissant la compressibilité du fluide  $a_w$  en fonction de la pression  $u_w$  et du degré de saturation  $S_r$  (figure 2.2).

### 2.3.2 EVOLUTION RECENTE DU TRAITEMENT DE LA CONSOLIDATION DANS LES PROBLEMES DE LA GEOTECHNIQUE

Depuis les premiers travaux de Frontard (1914), Terzaghi (1923) et Biot (1941), la consolidation des argiles a toujours suscité l'intérêt des mécaniciens des sols, notamment à partir des années 1960, qui virent un développement important dans la construction d'ouvrages géotechniques en présence de sols argileux et en particulier de remblais coutier et

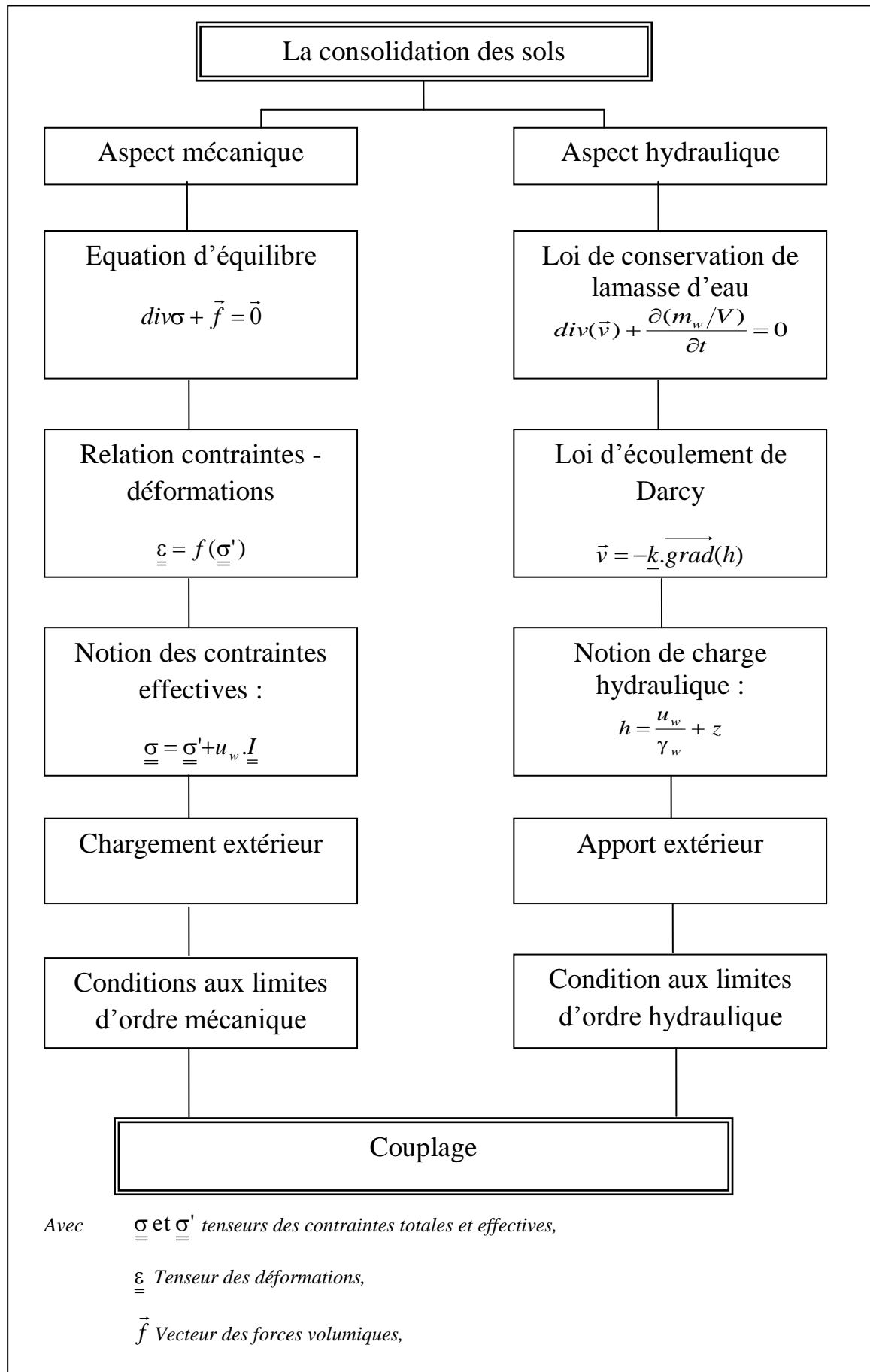


Figure 2.1: Bases théoriques de la consolidation des sols.

de barrages. L'exécution de ces projets a été accompagnée d'un vaste travail de recherche dans de nombreux pays du monde. Une synthèse des travaux effectués jusqu'à 1985 peut être trouvée dans les rapports de Magnan (1986 1987).

Les bases théoriques de la consolidation des sols étant déjà établies, les principales avancées de cette période concernent la caractérisation du comportement des argiles et le calcul par modélisation numérique.

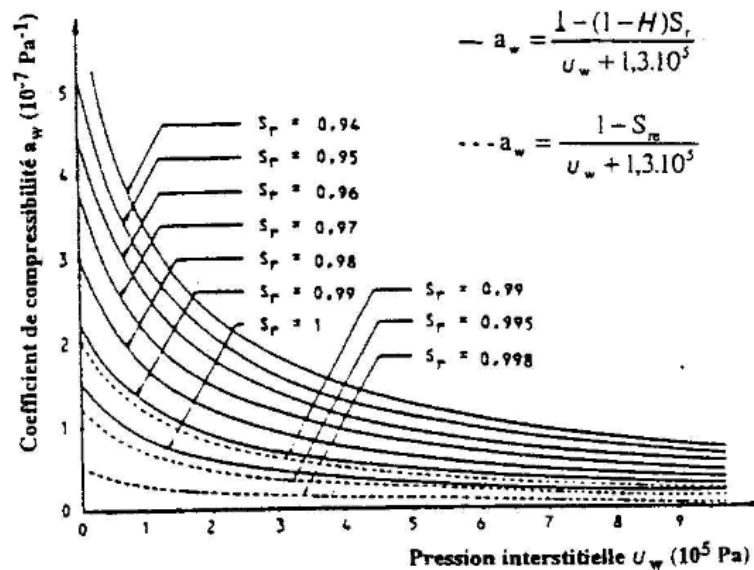


Figure 2.2: Variation de la compressibilité du fluide interstitiel en fonction du degré de saturation (Dang et Magnan, 1977).

Dans le domaine du comportement des argiles, une avancée considérable a été accomplie par les chercheurs de l'université de Cambridge qui ont introduit un modèle mathématique pouvant décrire le comportement élastoplastique des sols argileux et les variations de volume dues aux contraintes de cisaillement : Le modèle Cam-Clay (Roscoe et Burland, 1968, Shofield et Worth, 1968) cité par (Atwa, Leca et Magnan, 2000) a décrit les caractéristiques de 27 modèles élastoplastiques développés entre quelques solutions analytiques de la théorie de la consolidation pour des cas à géométrie simple (Mandel, 1953 ; Cryer, 1963 ; Schiffman et al., 1969) cité par (Atwa, Leca et Magnan, 2000), des difficultés importantes sont généralement rencontrées dans la recherche d'une solution précise à la majorité des applications de l'ingénieur. C'est notamment pour cette raison que la recherche tend à se diriger vers les méthodes numériques, qui sont mieux adaptées au traitement des problèmes non linéaires. Après une certaine période, où la méthode des différences finies a été largement appliquée pour résoudre les problèmes de consolidation unidimensionnels, la méthode des éléments finis a rapidement émergé comme la mieux adaptée aux problèmes bi- et tridimensionnels.

D'un autre côté, le développement des modèles a été accompagné d'une importante activité expérimentale, à la fois en laboratoire pour étudier le comportement rhéologique du sol,

déterminer ses paramètres caractéristiques et in situ pour analyser le comportement et valider les modèles de calculs numériques.

Les laboratoires des ponts et chaussées (LCPC) ont notamment contribué à cette évolution. De 1970 à nos jours, ils ont mené un vaste programme de recherche suivant trois axes principaux : l'étude expérimentale, l'analyse théorique et la modélisation numérique.

Dans le domaine expérimental, divers travaux ont été menés d'une part sur des éprouvettes d'argile naturelle en laboratoire (Magnan et al. Magnan et Piyal, 1986, Khemissa et al, 1993, et d'autre part, sur des ouvrages en vraie grandeur pour étudier le comportement réel des sols en place (Magnan et al, 1983) et analyser les moyens adaptés à l'exploitation de tels essais (Magnan et al, 1981).

Des travaux récents ont été consacrés à l'étude du comportement de remblais sur sol mous renforcés par une nappe de géotextile (Quaresma, 1992 cité par Atwa et Magnan, 1996), et à l'effet de l'élargissement des remblais par modélisation expérimentale en centrifugeuse (Akou, 1995).

Ce programme de recherche a été accompagné de travaux théoriques (Magnan et Dufour, 1976 ; Magnan et Deroy, 1980) et de nombreux développements numériques (Magnan et al, 1982a ; Mouratidis et Magnan, 1983 ; Magnan, 1983 ; Magnan, 1986 ; Lepidas et Magnan, 1990 ; entres autres).

Depuis la fin des années 1980, on observe peu d'évolution dans la recherche sur le traitement de la consolidation des sols : l'intérêt s'est surtout porté sur l'amélioration des algorithmes de calcul et la résolution de certains problèmes numériques.

L'intérêt s'est aussi porté sur le calcul de la consolidation en grandes déformations et sur l'intégration des phénomènes de viscosité dans les modèles de comportement des argiles (Magnan, 1987).

Par ailleurs, il semble que l'on soit entré dans une période de « consolidation » des connaissances, où l'on s'intéresse principalement à la validation des concepts déjà établis pour le calcul d'ouvrages réels instrumentés et à la comparaison des résultats de calculs avec les mesures effectuées in situ pendant et après la construction des ouvrages.

Duncan (1994) a présenté un récent état des connaissances basé sur une revue de plus de cent travaux, plus de 50% traitent les déformations des sols en présence d'eau par analyses couplées en consolidation, notamment en présence de sols fins.

Par ailleurs, l'utilisation des modèles non linéaires pour représenter l'évolution des déformations des sols argileux dues aux variations de contraintes subies est aujourd'hui bien établie (Dysli, 1984 ; Magnan et Duncan, 1994). Les modèles existants dans la littérature peuvent être classés selon trois grandes familles :

Les modèles à base élastoplastique intégrant la viscosité, tel que le modèle de Sekigushi-Ohta (1977) et le modèle de Oka et al, (1986).

L'analyse des travaux cités par Duncan (1994), pour la modélisation de consolidation autour d'ouvrages géotechniques construits dans des argiles, montre que les modèles Cam-Clay et Cam-Clay modifié sont toujours de nos jours les plus utilisés (tableau 2.1).

Cela provient sans doute de la facilité de leur application et du nombre réduit des paramètres qu'ils comportent. De plus, ces paramètres sont facilement identifiables à partir de quelques essais classiques de mécanique des sols (essais œdométrique et triaxiaux).

D'un autre côté, on peut constater l'émergence des modèles élastoplastiques, qui permettent la prise en compte du fluage du sol parallèlement au phénomène de consolidation. L'un des modèles les plus utilisés est sans doute celui de Sekigushi et Ohta (1977), qui a fait l'objet de nombreuses applications à différents types d'ouvrages géotechniques (tableau 2.1).

Tableau 2.1: Modèles de comportement les plus fréquemment utilisés pour la modélisation de la consolidation des argiles (tableau issu des travaux cités par Duncan 1994).

Modèle	Nombre total d'applications	Répartition selon le type d'ouvrage			
		Remblais barrages	Tunnels	Excavations	Autres
Cam-Clay	4	3	-	1	-
Cam-Clay modifié	18	12	2	2	2
Atres modèles élasto-plastiques	11	5	1	2	3
Modèle de Sekigushi-Ohta (1977)	10	6	1	2	1
Atres modèles élasto-viscoplastiques	6	3	-	-	3
Total par type d'ouvrage		29	4	7	9

Au niveau du département de génie civil de Tlemcen, plusieurs travaux ont été effectués sous la direction de M.A. Allal et A. Megnounif.

La première tentative concerne le travail de M<sup>rs</sup> Berrabah et Benmansour présenté sous forme de projet de fin d'étude en 1991. Il s'agit de l'analyse de la consolidation bidimensionnelle par la méthode des éléments finis. Dans ce travail le modèle rhéologique de Poyting Thomson a été utilisé et un programme de résolution de l'équation de consolidation a été élaboré. Ce

qui a permis de conclure sur l'influence du choix du pas de temps sur les résultats obtenus. Néanmoins les valeurs des déplacements horizontaux et verticaux semblent plus importantes.

En 1992, M<sup>rs</sup> Tidjani et Bouziane ont présenté leur projet de fin d'étude intitulé "Analyse de la consolidation unidimensionnelle par la méthode des éléments finis", le travail consiste à analyser et quantifier le processus de consolidation décrit par Terzaghi numériquement. Le programme baptisé CONSOLEM ainsi élaboré permet de déterminer l'évolution de champs de pressions interstitielles et les déplacements dans le temps ; les résultats obtenus sont comparatifs avec la solution analytique de l'équation de consolidation.

Une année plus tard, en 1993, M<sup>rs</sup> Bengoudifa et Behloul ont soutenu leur travail intitulé analyse de la consolidation bidimensionnelle par la méthode des éléments finis en utilisant un modèle de comportement élastoplastique. Vue la complexité du problème d'une part, et les difficultés numériques rencontrées d'autre part, l'application s'est limitée pour un sol homogène à comportement élastique.

En 2002, sous la direction de M<sup>rs</sup> A. Zadjoui et A. Megnounif, M<sup>rs</sup> Amimur et Omari ont présenté un projet de fin d'études intitulé "Analyse bibliographique et modélisation de la consolidation des sols", le travail est basé sur l'analyse de la réponse hydromécanique des massifs de sol et sur des analyses numériques à l'aide de logiciel Plaxis.

Notre travail rentre dans la continuité de tous ces travaux, il s'articule autour d'une analyse bibliographique détaillée du phénomène de la consolidation, espérant ainsi s'inscrire parmi ceux qui ont contribué à la compréhension de ce phénomène.

## 2.4 CONCLUSION

Le présent chapitre a permis d'exposer les principes théoriques et expérimentaux du phénomène de la consolidation des sols fins et de synthétiser les bases de traitement numérique de ce phénomène pour le calcul de la réponse des massifs à la réalisation d'ouvrages géotechniques.

L'étude des principaux travaux récents a permis de dégager le peu d'évolution actuelle dans le domaine du traitement de la consolidation des argiles. Les modèles Cam-Clay et Cam-Clay modifié sont toujours les plus utilisés pour simuler le comportement du sol ; le calcul couplé est adopté, dans la majorité des cas pour étudier des remblais et des barrages. On voit apparaître, toutefois, quelques rares applications aux tunnels et aux excavations verticales traitées en analyses couplées ; l'utilisation du modèle visco-élastoplastiques se développe également.

Par ailleurs, ce chapitre a présenté des problèmes, physiques et géologiques posés par la modélisation de la consolidation d'un massif au sein duquel évolue un niveau piézométrique, les principaux problèmes étant liés à la modélisation du comportement du sol dans le domaine des pressions négatives se développant au-dessus de la surface libre et la désaturation des pores qui peut en résulter.

### **3 FORMULATION VARIATIONNELLE DE LA CONSOLIDATION AVEC SURFACE LIBRE**

#### **3.1 INTRODUCTION**

Ce chapitre est consacré au développement de l'approche proposée dans les paragraphes précédents pour le traitement de la consolidation des sols argileux.

La première partie du chapitre présente les bases théoriques de calcul, qui a nécessité la réécriture de l'équation de conservation de la masse d'eau pour un élément de sol, ainsi que la généralisation de l'équation relative au comportement mécanique. La deuxième partie du chapitre décrit la formulation numérique du calcul pour le cas d'un comportement non-linéaire du sol.

#### **3.2 DEVELOPPEMENT DE L'APPROCHE POUR LE TRAITEMENT DE LA CONSOLIDATION**

L'approche proposée ici pour le traitement de la consolidation vise à préserver la continuité du comportement hydraulique et mécanique entre les zones saturées et non-saturées du massif.

Du point de vue hydraulique, cette approche est basée sur les principes de l'écoulement monophasique de Richards. Sur le plan mécanique, elle repose sur la généralisation de la notion de contrainte effective proposée par Bishop, celle-ci permet d'exprimer l'influence de la désaturation sur le comportement mécanique du sol, en passant d'une façon continue du domaine saturé aux parties non-saturées du massif.

Les argiles, dans leur majorité, restent quasi-saturées jusqu'à des valeurs élevées des pressions interstitielles négatives et leur comportement mécanique dans ce domaine peut être décrit par la notion de contraintes effectives de Terzaghi. Toutefois, l'application du principe de Bishop permet de traiter avec le même formalisme d'éventuelles zones en forte désaturation correspondant à une couche de sol plus grossier ou une strate d'argile fortement désaturée.

Le développement théorique de l'approche proposée (Atwa, 1996, Amimur et Omari, 2002) repose sur huit hypothèses principales :

H1. Continuité de l'écoulement entre zones saturées, quasi-saturées et non-saturées de l'aquifère ;

- H2. Relation univoque entre le degré de saturation du sol et la pression de l'eau interstitielle ;
- H3. La perméabilité du sol est fonction de son degré de saturation ;
- H4. Écoulement décrit par la loi de Darcy, généralisée par Richards (1931) ;
- H5. Validité de la notion de contraintes effectives de Terzaghi tant que le sol reste quasi-saturé ;
- H6. Comportement dans la zone désaturée régi par les lois de comportement du sol saturé, les contraintes effectives étant définies par l'équation de Bishop où la variation du paramètre  $\chi$  permet de représenter les variations des propriétés mécaniques du matériau ;
- H7. Incompressibilité des grains solides ;
- H8. Hypothèses des petites déformations.

L'approche proposée étant destinée à présenter la continuité du comportement hydraulique et mécanique entre les zones saturées et non saturées du massif, sa description analytique a reposé sur deux principes :

- ♦ Une réécriture de l'équation de la conservation de la masse d'eau pour un milieu déformable et à degré de saturation variable.
- ♦ Une redéfinition de la notion de contraintes effectives à travers les principes de Bishop pour pouvoir gérer la déformabilité des parties non-saturées du massif avec les mêmes lois de comportement que pour les sols saturés.

### 3.2.1 EQUATION DE CONSERVATION DE LA MASSE D'EAU

La continuité de l'écoulement s'exprime par l'équation de conservation de la masse d'eau interstitielle au niveau élémentaire (figure 3.1). Cette équation peut être écrite en fonction de la masse volumique de l'eau  $\rho_w$ , du volume d'eau continu dans l'écoulement de sol  $V_w$  et du volume total de l'élément  $V$ , on obtient :

$$\text{div}(\rho_w \vec{v}) + \frac{\partial(\rho_w \frac{V_w}{V})}{\partial t} = 0 \quad (3.1)$$

Où  $\vec{v}$  désigne la vitesse d'écoulement au sens de Darcy et  $t$  le temps.

Après développement, l'équation précédente se met sous la forme :

$$\rho_w \cdot \text{div}(\vec{v}) + \vec{v} \cdot \overrightarrow{\text{grad}} \rho_w + \frac{V_w}{V} \cdot \frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \frac{\rho_w}{V} \cdot \frac{\partial V_w}{\partial t} - \frac{\rho_w V_w}{V^2} \cdot \frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (3.2)$$

En négligeant le second terme, supposé petit, et on divisant l'équation résultante par  $\rho_w$ , on obtient :



$$\operatorname{div}(\vec{v}) + \frac{V_w}{V} \cdot \frac{\partial \rho_w / \rho_w}{\partial t} + \frac{\partial V_w / V}{\partial t} - \frac{V_w}{V} \cdot \frac{\partial V / V}{\partial t} = 0 \quad (3.3)$$

Sachons que  $\frac{-\partial \rho_w / \rho_w}{\partial u_w} = a_w$  (compressibilité du fluide) et  $\frac{\partial V}{V} = \partial \operatorname{tr}(\underline{\underline{\epsilon}})$  (déformation volumique dans l'élément considéré), l'équation de conservation de la masse d'eau peut s'écrire :

$$\operatorname{div}(\vec{v}) - \frac{V_w}{V} \cdot a_w \cdot \frac{\partial u_w}{\partial t} + \frac{\partial V_w / V}{\partial t} - \frac{V_w}{V} \cdot \frac{\partial \operatorname{tr}(\underline{\underline{\epsilon}})}{\partial t} = 0 \quad (3.4)$$

Compte tenu des définitions du degré de saturation  $S_r = \frac{V_w}{V_v}$  et de la porosité  $n = \frac{V_v}{V}$ , cette dernière équation se met sous la forme :

$$\operatorname{div}(\vec{v}) - n \cdot S_r \cdot a_w \cdot \frac{\partial u_w}{\partial t} + \frac{\partial V_w / V}{\partial t} - n \cdot S_r \cdot \frac{\partial \operatorname{tr}(\underline{\underline{\epsilon}})}{\partial t} = 0 \quad (3.5)$$

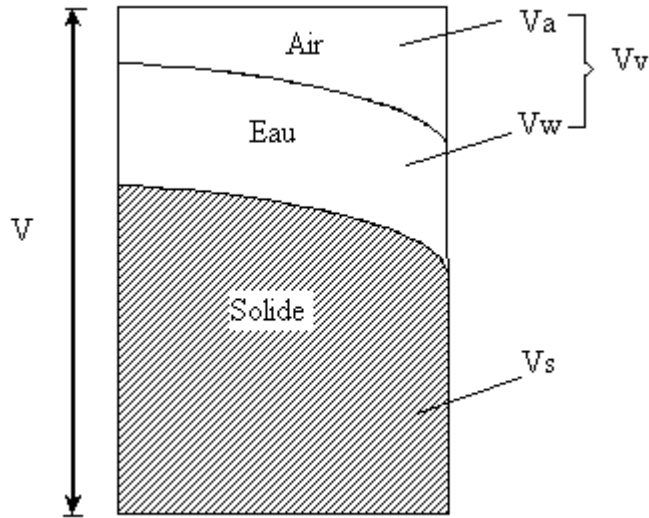


Figure 3.1: Élément de sol non saturé.

Par ailleurs, en différenciant l'équation définissant  $S_r$  par rapport à ses deux variables  $V_w$  et  $V_v$ , on a :

$$\partial S_r = \frac{\partial V_w}{V_v} - \frac{V_w \cdot \partial V_v}{V_v^2} \quad (3.6)$$

On en déduit :

$$\partial V_w = V_v \cdot \partial S_r + S_r \cdot \partial V_v \quad (3.7)$$

et

$$\frac{\partial V_w}{V} = n \cdot \partial S_r + S_r \cdot \frac{\partial V_v}{V} \quad (3.8)$$

Le volume des solides étant supposé constant dans l'élément, on a  $\frac{\partial V_v}{V} = \frac{\partial V}{V} = \partial \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})$ , et l'équation 3.8 devient :

$$\frac{\partial V_w}{V} = n \cdot \partial S_r + S_r \cdot \partial \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) \quad (3.9)$$

L'équation de conservation de la masse d'eau se met alors sous la forme :

$$\text{div}(\vec{v}) - n \cdot S_r \cdot a_w \cdot \frac{\partial u_w}{\partial t} + n \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} + S_r \cdot \frac{\partial \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})}{\partial t} = 0 \quad (3.10)$$

Où

$$\text{div}(\vec{v}) - n \cdot S_r \cdot a_w \cdot \frac{\partial u_w}{\partial t} + n \cdot \frac{\partial S_r}{\partial t} + (1-n) \cdot S_r \cdot \frac{\partial \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})}{\partial t} = 0 \quad (3.11)$$

Compte tenu de l'hypothèse H2 (relation univoque entre le degré de saturation et la pression interstitielle), l'équation 3.11 devient :

$$\text{div}(\vec{v}) - n \cdot S_{r(u_w)} \cdot a_w \cdot \frac{\partial u_w}{\partial t} + n \cdot \frac{\partial S_{r(u_w)}}{\partial u_w} \cdot \frac{\partial u_w}{\partial t} + (1-n) \cdot S_{r(u_w)} \cdot \frac{\partial \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})}{\partial t} = 0 \quad (3.12)$$

En introduisant la charge hydraulique  $h$  égale à :  $\frac{u_w}{\gamma_w} + z$  (ce qui implique que

$\partial h = \partial u_w / \gamma_w$ ) l'équation de la conservation de la masse d'eau se met finalement sous la forme :

$$\text{div}(\vec{v}) + n \cdot \gamma_w \left[ -S_{r(u_w)} \cdot a_w + \frac{\partial S_{r(u_w)}}{\partial u_w} \right] \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + (1-n) \cdot S_{r(u_w)} \cdot \frac{\partial \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})}{\partial t} = 0 \quad (3.13)$$

Cette dernière équation permet de décrire la continuité de l'écoulement dans l'ensemble du massif ; elle prend, par ailleurs, en compte les trois sources d'emmagasinement, à savoir la compressibilité du fluide  $a_w$ , l'entrée de l'air  $\partial S_r / \partial t$  et la déformabilité du sol  $\partial \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) / \partial t$ .

D'un autre coté, cette équation permet, par le choix des paramètres appropriés, de retrouver l'équation de conservation de la masse d'eau caractérisant un milieu déformable continuellement saturé ou celle d'un milieu indéformable en présence de surface libre.

Dans le cas d'un milieu continuellement saturé, on a :  $S_r = 1$  et  $\partial S_r = 0$  ; l'équation 3.13 s'écrit alors :

$$\text{div}(\vec{v}) - n \cdot \gamma_w \cdot a_w \cdot \frac{\partial h}{\partial t} + (1-n) \cdot \frac{\partial \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}})}{\partial t} = 0 \quad (3.14)$$

Dans le cas d'un milieu indéformable, on a  $n \cdot S_r = \theta_w$  ,  $n \cdot \partial S_r = \partial \theta_w$  et  $\partial \text{tr}(\underline{\underline{\varepsilon}}) = 0$  ; l'équation de conservation de la masse d'eau se met alors sous la forme :

$$\text{div}(\vec{v}) + \gamma_w \left[ -\theta_w \cdot a_w + \frac{\partial \theta_w}{\partial u_w} \right] \cdot \frac{\partial h}{\partial t} = 0 \quad (3.15)$$

Enfin, cette approche étant basée sur la relation entre le degré de saturation et la pression interstitielle négative (hypothèse H2), une loi  $S_r(u_w)$  adaptée doit être choisie pour approcher l'allure expérimentalement observée. Des résultats pour différents types de sols peuvent être trouvés dans la littérature.

Dans le code de calcul utilisé dans cette étude. Il est nécessaire d'introduire  $S_r^*$  et  $u_w^*$  définis comme :

$$S_r^* = \frac{S_r - S_{r_{\min}}}{1 - S_{r_{\min}}} \quad (3.16)$$

et

$$u_w^* = \frac{u_{w_{\text{désat}}} - u_w}{u_{w_{\text{désat}}} - u_{w_{\min}}} \quad (3.17)$$

avec

$S_r^*(u)$  : degré de saturation correspondant à une certaine pression interstitielle négative,  
 $S_{r_{\min}}$  : degré de saturation minimum,

$u_{w_{\text{désat}}}$  : pression interstitielle à partir de laquelle le sol commence à se désaturer,

$u_{w_{\min}}$  : pression interstitielle à partir de laquelle le sol ne libère plus d'eau.

La relation  $S_r^*(u_w^*)$  peut alors se mettre sous la forme :

$$S_r^*(u_w^*) = \frac{A_s}{A_s + (u_w^*)^{B_s}} \quad \text{si } u_w^* < 0 \quad (3.18)$$

et

$$S_r^*(u_w^*) = 1 \quad \text{si } u_w^* \geq 0 \quad (3.19)$$

où  $A_s$  et  $B_s$  sont des paramètres adimensionnels, qui varient selon le type de sol.

L'allure de cette relation est donnée sur la figure 3.2, qui décrit également la relation entre  $S_r^*$  et  $S_r$  d'une part, et entre  $u_w^*$  et  $u_w$  d'autre part.

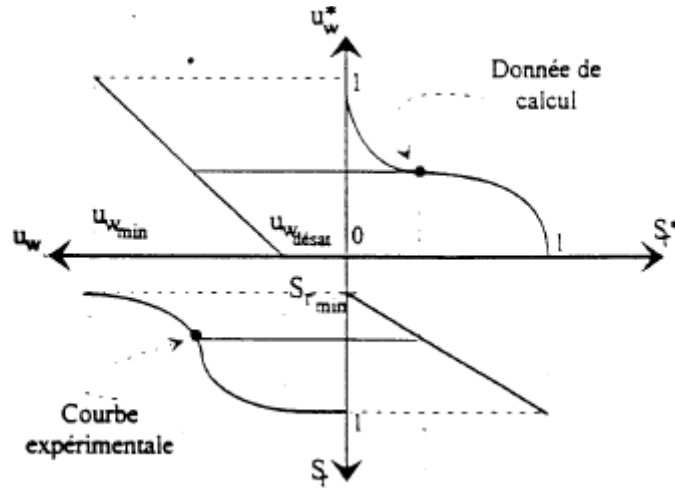


Figure 3.2: Relation adoptée entre le degré de saturation et la pression négative du sol au niveau macroscopique.

D'un autre coté, la continuité du flux d'écoulement dans le massif nécessite l'introduction de la loi de Darcy généralisée par Richards (1931). Celle-ci s'écrit sous la forme :

$$\vec{v} = -k_r(S_r) \cdot \overline{\text{grad}(h)} \quad (3.20)$$

où  $k$  désigne le coefficient de perméabilité du sol saturé et  $k_r(S_r)$  le rapport entre les coefficients de perméabilité du sol à l'état non saturé et à l'état saturé [ $k(S_r)/k$ ].

Une loi en  $S_r$  a également été choisie pour décrire la relation entre le coefficient de perméabilité du sol et son degré de saturation (figure 3.3). Cette loi permet de donner une bonne représentation des résultats observés expérimentalement. La fonction proposée peut s'écrire :

$$k_r(S_r) = \frac{k(S_r)}{k(S_r = 1)} = \frac{A_k \cdot (1 - k_{r_{\min}})}{A_k + (1 - S_r)^{B_k}} + k_{r_{\min}} \quad (3.21)$$

où  $A_k$  et  $B_k$  sont des paramètres scalaires et  $k_{r_{\min}}$  la perméabilité relative minimale.

D'un autre coté, l'introduction d'une relation entre la variation du coefficient de perméabilité du sol et celle de son indice des vides présente un intérêt certain dans la modélisation de consolidation des argiles. Une relation semi-logarithmique entre les deux paramètres a été bien établie par l'expérience. La variation du coefficient de perméabilité du sol peut être définie par :

$$k_e(e) = \frac{k(e)}{k(e_k)} = 10^{\left(\frac{e-e_k}{C_k}\right)} \quad (3.22)$$

avec

$k_e(e_k)$  : coefficient de perméabilité du sol saturé déterminé expérimentalement,

$e_k$  : indices des vides de l'échantillon testé,

$C_k$  : coefficient de variation de la perméabilité en fonction de la variation de l'indice des vides.

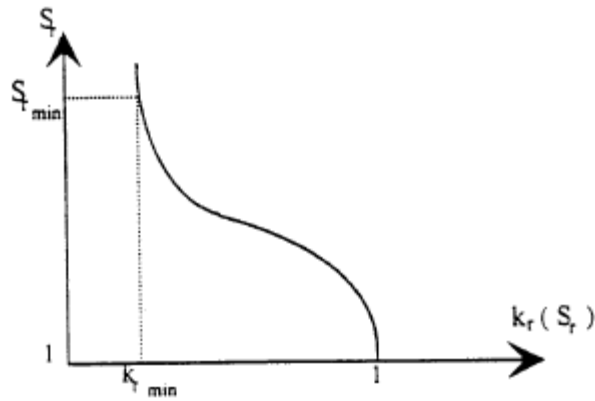


Figure 3.3: Influence de la désaturation sur le coefficient de perméabilité au niveau macroscopique.

Cette relation peut être généralisée à l'ensemble du massif, la perméabilité du sol étant décrite, dans les zones saturées et non saturées, en fonction du coefficient de perméabilité du sol saturé.

L'hypothèse H3 peut-être généralisée de façon à supposer que la perméabilité du sol est non seulement fonction de son degré de saturation, mais aussi de son état d'indice des vides.

La loi de darcy généralisée peut alors se mettre sous la forme :

$$\vec{v} = -k_{re}(S_r, e) \cdot \overrightarrow{\text{grad}}(h) \quad (3.23)$$

$k_{re}(S_r, e)$  représentant le coefficient de perméabilité relative actualisé pour tenir compte de la valeur de l'indice des vides et du degré de saturation ; ce coefficient peut être défini l'équation suivante, développé par Van Genuchten (1980) (Ozanam, 1988 cité par Atwa, 1996) :

$$k_{re}(S_r, e) = \frac{k_{re}(S_r, e)}{k_{re}(S_r = 1, e_k)} = k_r(S_r) \cdot k_e(e) \quad (3.24)$$

### 3.2.2 NOTION DE CONTRAINTE EFFECTIVE MODIFIEE SELON LES PRINCIPES DE BISHOP

Compte tenu de l'éventuelle désaturation d'une partie du massif, une définition adaptée des contraintes effectives s'impose. Nous avons choisi de prendre en compte, la désaturation à travers le coefficient  $\chi$  de Bishop, qui est lié au degré de saturation du sol.

Rappelons simplement qu'on suppose que la loi de variation de  $\chi$  permet de représenter la variation des propriétés mécaniques du sol en utilisant les mêmes lois mécaniques dans les zones saturée et non-saturée du massif.

Pour déterminer le coefficient  $\chi$  de Bishop, on applique une variation de pression interstitielle négative  $\Delta u_w$  et on mesure la variation d'indice des vides  $\Delta e$  qu'elle provoque. En se référant aux courbes de comportement caractéristique du sol saturé dans le plan  $e-p'$ , on obtient une variation équivalente de contraintes moyennes  $\Delta p'$  (figure 3.4) et le coefficient  $\chi$  est défini par le rapport  $\Delta p'/\Delta u_w$ .

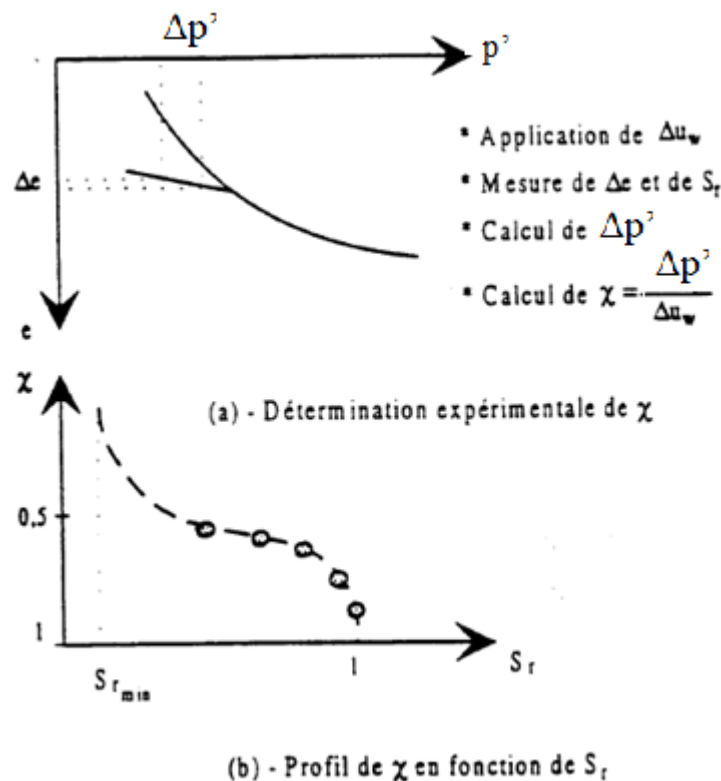


Figure 3.4: Détermination de coefficient  $\chi$  de Bishop.

Compte tenu de la forme de la fonction  $\chi(S_r)$  obtenue expérimentalement pour différents types de sols, une loi en  $S$  semble aussi être adaptée pour définir la relation entre  $\chi(S_r)$  et  $S_r$ . La définition de  $\chi(S_r)$  peut alors se mettre sous la forme :

$$\chi(S_r) = \frac{A_\chi}{A_\chi + (1 - S_r)^{B_\chi}} \quad (3.25)$$

où

$A_\chi$  et  $B_\chi$  sont des paramètres adimensionnels qui varient selon le type de sol.

Les contraintes effectives dans le massif se déduisent donc de l'équation :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\sigma}}' - \chi(S_r) \cdot u_w \cdot \underline{\underline{I}} \quad (3.26)$$

où  $\underline{\underline{\sigma}}$  et  $\underline{\underline{\sigma}}'$  désignent respectivement le tenseur des contraintes totales et le tenseur des contraintes effectives,  $u_w$  la pression interstitielle et  $\underline{\underline{I}}$  la matrice unité.

L'équation d'équilibre mécanique s'écrit alors sous la forme :

$$\text{div} \underline{\underline{\sigma}}' - \chi(S_r) \cdot \overrightarrow{\text{grad}} u_w + \vec{f} = 0 \quad (3.27)$$

où  $\vec{f}$  désigne le vecteur des forces de volume.

Cette approche permet de traiter la consolidation d'un massif argileux dans lequel évolue une surface libre (figure 3.5). Dans les zones saturées, le comportement du sol est décrit par la loi traditionnelle de la mécanique des sols saturés et la notion des contraintes effectives de Terzaghi. Ces zones sont caractérisées par la relation  $S_r^*(u_w^*)$ , dont la valeur dépend de la pression interstitielle  $u_w$  à partir de laquelle le degré de saturation du sol descend au-dessous de 100%. Au-delà de cette valeur de la pression interstitielle, le comportement mécanique du sol est régi par le coefficient  $\chi(S_r)$  de Bishop. La donnée des paramètres  $A_\chi$  et  $B_\chi$  de la loi reliant  $\chi$  à  $S_r$  permet de représenter les zones quasi saturées où  $\chi$  est proche de l'unité (faible désaturation) et les zones désaturées où  $\chi$  est plus petit que 1. (Atwa, Magnan, 2000).

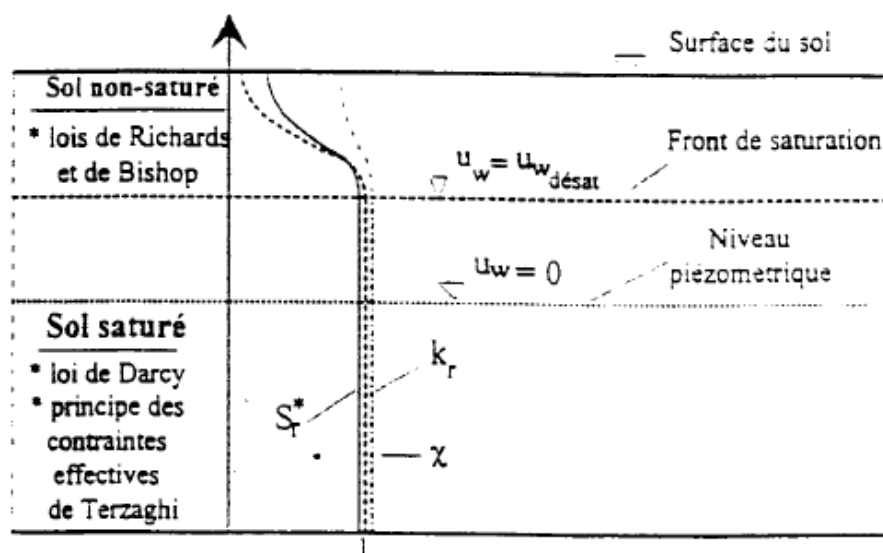


Figure 3.5: Continuité du comportement hydraulique et mécanique entre zones saturées et non-saturées.

### 3.3 FORMULATION POUR UNE RESOLUTION NUMERIQUE

#### 3.3.1 FORMULATION VARIATIONNELLE

Le traitement numérique du modèle de calcul que nous avons adopté nécessite d'écrire la formulation variationnelle du problème de consolidation des sols, qu'on obtient par intégration sur le massif étudié des équations générales qui régissent le comportement hydromécanique du sol.

Les équations développées dans ce chapitre pour traiter la consolidation en présence de surface libre sont données sur la figure 3.6. Il est à noter que la loi de comportement est décrite sous forme incrémentale pour permettre le traitement des modèles de comportement linéaires et non linéaires.

Après discrétisation du domaine étudié en éléments finis, on peut écrire les formulations relatives aux deux aspects mécanique et hydraulique de la consolidation au niveau élémentaire.

##### 3.3.1.1 Formulation variationnelle relative à l'aspect mécanique

L'équation d'équilibre mécanique et la notion de contraintes effectives, modifiée selon les principes de Bishop, permettent d'écrire la formulation variationnelle du problème pour un élément donné E, dont la frontière  $S_E$  est en partie soumise à un chargement externe  $T_i$  :

$$\delta F = \int_E \left\{ \left[ \sigma'_{ij} \right]_j - \left[ \chi(S_r) \cdot u_w \cdot \delta_{ij} \right]_j + \bar{f}_i \right\} \delta u_i \cdot dE - \int_{S_E} \left\{ \sigma'_{ij} n_j - \chi(S_r) \cdot u_w \cdot \delta_{ij} \cdot n_j - \bar{T}_i \right\} \cdot \delta u_i \cdot dS_E = 0 \quad (3.28)$$

en intégrant par partie et en appliquant le théorème de la divergence, on obtient :

$$\int_E \left[ \sigma'_{ij} \right]_j \cdot \delta u_i \cdot dE - \int_{S_E} \sigma'_{ij} \cdot n_j \cdot \delta u_i \cdot dS_E = - \int_E \sigma'_{ij} \cdot \delta u_{i,j} \cdot dE \quad (3.29)$$

$$- \int_E \left[ \chi(S_r) \cdot u_w \cdot \delta_{ij} \right]_j \delta u_i \cdot dE + \int_{S_E} \chi(S_r) \cdot u_w \cdot \delta_{ij} \cdot n_j \cdot \delta u_i \cdot dS_E = \int_E \chi(S_r) \cdot u_w \cdot \delta_{ij} \cdot \delta u_{i,j} \cdot dE \quad (3.30)$$

L'équation 3.28 se met alors sous la forme :

$$\delta F = \int_E \sigma'_{ij} \cdot \delta u_{i,j} \cdot dE - \int_E \chi(S_r) \cdot u_w \cdot \delta_{ij} \cdot \delta u_{i,j} \cdot dE - \int_E \bar{f}_i \cdot \delta u_i \cdot dE - \int_{S_E} \bar{T}_i \cdot \delta u_i \cdot dE = 0 \quad (3.31)$$

En introduisant l'expression de la loi de comportement, et en posant  $\sigma'_{ij} = \sigma'_{0ij} + d\sigma'_{ij}$ , la formulation variationnelle peut finalement s'écrire :



$$\delta F = \int_E d\varepsilon^T \cdot E d\varepsilon \cdot dE + \int_E \sigma'_{0ij} \cdot \delta u_{i,j} \cdot dE - \int_E \chi(S_r) \cdot u_w \cdot \delta_{ij} \cdot \delta u_{i,j} \cdot dE - \int_E \bar{f}_i \cdot \delta u_i \cdot dE - \int_{S_E} \bar{T}_i \cdot \delta u_i \cdot dE = 0 \quad (3.32)$$

Les significations des cinq termes de cette expression sont détaillées dans le diagramme suivant :

Terme 1	Terme 2	Terme 3	Terme 4	Terme 5
Forces dues à l'incrément de contraintes effectives induit par la déformation de l'élément,	Forces équivalentes aux contraintes effectives initiales dans l'élément,	Forces équivalentes à la nouvelle distribution des pressions interstitielles dans l'élément,	Forces équivalentes au poids volumique du sol,	Forces équivalentes dues au chargement externe additionnel,
Forces équivalentes au nouvel état de contraintes effectives dans l'élément,		Forces équivalentes au nouvel état de pressions interstitielles dans l'élément	Forces équivalentes au nouvel état de chargement	
Effort interne			Effort externe	

### 3.3.1.2 Formulation variationnelle relative à l'aspect hydraulique

La formulation variationnelle relative à l'aspect hydraulique est liée à l'équation de conservation de la masse d'eau. En lui associant l'expression de la loi de Darcy généralisée et en faisant l'hypothèse d'un apport d'eau extérieur  $q_{ext}$  (infiltration ou pompage), on obtient au niveau élémentaire une formulation qui peut s'écrire dans un premier temps sous la forme :

$$dJ = \int_E \left\{ \left[ k_r(S_r, e) \cdot k_{ij} \cdot h_{,j} \right]_i + \left[ n \cdot a_w \cdot \gamma_w \cdot (S_r(u_w) - \frac{\partial S_r(u_w)}{\partial u_w}) \right] \cdot \frac{\partial h}{\partial t} - \left[ S_r(u_w) \cdot (1-n) \cdot \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \cdot \delta_{ij} \right] \right\} \cdot \delta h \cdot dE - \int_{S_E} \left\{ k_r(S_r, e) \cdot k_{ij} \cdot h_{,j} \cdot n_i - \varphi \right\} \cdot \delta h \cdot dS_E = 0 \quad (3.33)$$

Compte tenu de la relation (théorie de la divergence) :

$$\int_E \left[ k_r(S_r, e) \cdot k_{ij} \cdot h_{,j} \right]_i \cdot \delta h \cdot dE - \int_{S_E} k_r(S_r, e) \cdot k_{ij} \cdot h_{,j} \cdot n_i \cdot \delta h \cdot dS_E = - \int_E k_r(S_r, e) \cdot k_{ij} \cdot h_{,j} \cdot \delta h_{,i} \cdot dE \quad (3.34)$$

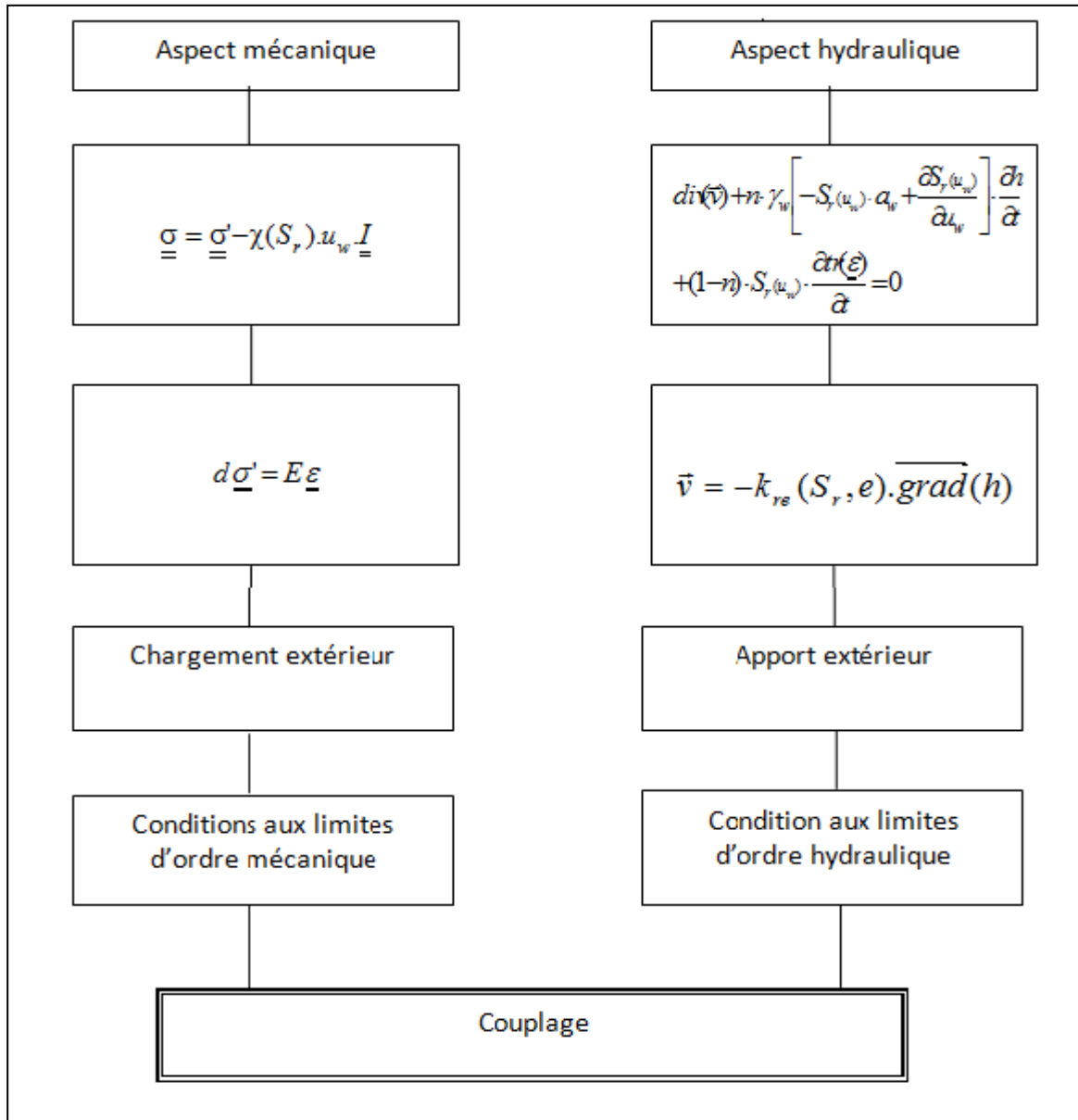


Figure 3.6: Traitement de la consolidation en présence de surface libre.

L'équation variationnelle 3.33 peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned}
 dJ = & - \int_{\mathcal{E}} k_r(S_r, e) \cdot k_{ij} \cdot h_{,j} \cdot \delta h_{,i} \cdot dE \\
 & + \int_{\mathcal{E}} n \cdot \gamma_w \cdot S_r(u_w) \cdot \alpha_w \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \cdot \delta h \cdot dE \\
 & - \int_{\mathcal{E}} \alpha_w \cdot n \cdot \gamma_w \cdot \frac{\partial S_r(u_w)}{\partial u_w} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \cdot \delta h \cdot dE \\
 & - \int_{\mathcal{E}} S_r(u_w) \cdot (1-n) \cdot \frac{\partial \varepsilon_{ij}}{\partial t} \cdot \delta \varepsilon_{ij} \cdot \delta h \cdot dE \\
 & + \int_{S_g} \varphi \cdot \delta h \cdot dS_g = 0
 \end{aligned}
 \tag{3.35}$$

La signification physique des cinq termes de cette expression est donnée ci-dessous :

Terme 1	Terme 2	Terme 3	Terme 4	Terme 5
Volume d'eau sortant de l'élément	Variation du volume d'eau $V_w$ dans l'élément, due à la compressibilité du fluide	Variation du volume d'eau $V_w$ par désaturation des pores	Variation de $V_w$ du à la déformation des vides	Volume d'eau entrant
Débit d'écoulement	Sources d'emménagement hydraulique			Débits imposés
Echanges internes				Apport externe

### 3.3.2 PRISE EN COMPTE D'UN COMPORTEMENT DE SOL NON-LINEAIRE

La prise en compte du caractère élastoplastique du comportement des massifs argileux nécessite une adaptation de la formulation variationnelle développée dans le paragraphe précédent. Différentes stratégies peuvent être suivies pour gérer numériquement une loi de comportement non-linéaire. La méthode de Newton-Raphson modifiée et la méthode des rigidités variables sont les plus fréquemment utilisées. L'efficacité de cette méthode a, par ailleurs, été établie dans des cas de modélisations d'ouvrages réels avec différentes lois de comportement (Kattan, 1990 ; Quancesma, 1992). En outre, elle s'est avérée, dans tous les cas, plus économique (en temps de calcul et en espace mémoire) que la méthode des rigidités variables.

Compte tenu de ces considérations, c'est la méthode de Newton-Raphson modifiée qu'il est choisi pour traiter la non-linéarité mécanique du sol. Son application est basée sur le principe de l'introduction, dans l'équation d'équilibre mécanique écrite pour un module de rigidité constant, d'un tenseur de contraintes corrigeant l'effet des déformations plastiques.

En considérant l'hypothèse de base du traitement théorique de l'élastoplasticité, qui consiste à décomposer le tenseur des déformations en une partie réversible (élastique) et une deuxième irréversible (plastique), on peut obtenir l'expression suivante pour l'incrément de contraintes effectives :

$$d\sigma'_{ij} = E \cdot d\varepsilon_{ij} \quad (3.36)$$

$$= E(d\varepsilon_{ij}^e + d\varepsilon_{ij}^p) = E \cdot d\varepsilon_{ij}^e - \Delta\sigma'_{0\pi ij} \quad (3.37)$$

où  $\Delta\sigma'_{0\pi ij}$  représente le tenseur des contraintes de corrections plastiques.

La substitution de cette dernière équation dans la formulation variationnelle développée dans la section précédente (équation 3.32) permet d'écrire :

$$\begin{aligned} \delta F = \int_E d\varepsilon^T E d\varepsilon dE + \int_E \sigma'_{0ij} \delta u_{i,j} dE - \int_E \Delta \sigma'_{opij} \delta u_{i,j} dE - \int_E \chi(S_r) \gamma_w u_w \delta_{ij} \delta u_{i,j} dE \\ - \int_E \bar{f}_i \delta u_i dE - \int_{S_E} \bar{T}_i \delta u_i dE = 0 \end{aligned} \quad (3.38)$$

La détermination du tenseur des corrections plastiques  $\Delta \sigma'_{opij}$  s'effectue en fonction de la loi de comportement adoptée ; il est en particulier géré par la fonction définissant le critère de plasticité (surface de charge) et de la loi d'écoulement plastique.

En considérant la définition de l'incrément de déformations plastiques donnée par la théorie générale de l'élastoplasticité  $d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial g(\sigma'_{ij}, k)}{\partial \sigma'_{ij}}$ , où  $g(\sigma'_{ij}, k)$  désigne la loi d'écoulement plastique et  $d\lambda$  un multiplicateur plastique, on peut définir le tenseur des contraintes de corrections plastiques :

$$\Delta \sigma'_{opij} = E d\varepsilon_{ij}^p = E d\lambda \frac{\partial g(\sigma'_{ij}, k)}{\partial \sigma'_{ij}} \quad (3.39)$$

Le multiplicateur plastique  $d\lambda$  est quant à lui obtenu par un développement au premier ordre du critère de plasticité  $f(\sigma'_{ij}, k)$  ; en considérant un incrément de contraintes dans le domaine plastique  $\partial \sigma'_{opij}$ , on a :

$$f(\sigma'_{ij} + \partial \sigma'_{opij}, k + dk) = f(\sigma'_{ij}, k) + \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} \partial \sigma'_{opij} + \frac{\partial f}{\partial k} dk = 0 \quad (3.40)$$

$k$  désignant le paramètre d'écrouissage.

La combinaison de ces deux dernières équations permet finalement d'obtenir  $\partial \lambda$  l'expression suivante :

$$\partial \lambda = \frac{f(\sigma'_{ij}, k)}{\frac{\partial f}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \lambda} + \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} E \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}}} \quad (3.41)$$

et pour  $\partial \sigma'_{opij}$  :

$$\partial\sigma'_{opij} = \frac{f(\sigma'_{ij}, k)}{\frac{\partial f}{\partial k} \frac{\partial k}{\partial \lambda} + \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}} E \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}}} E \frac{\partial g}{\partial \sigma'_{ij}}; \quad (3.42)$$

Le tenseur des corrections plastiques  $\Delta\sigma'_{opij}$  peut finalement être déterminé à l'aide de la relation :

$$\Delta\sigma'_{opij} = \sum_1^n \partial\sigma'_{opij} \quad (3.43)$$

n désignant le nombre d'incrément de corrections plastiques.

### 3.3.3 REPRESENTATION EN EQUATIONS MATRICIELLE

- Constitution des matrices au niveau élémentaire

Sous forme matricielle, l'expression variationnelle définissant, d'un point de vue mécanique le phénomène de consolidation peut s'écrire :

$$dU_E^T \cdot R_E \delta - U_{wE}^T(t) \cdot C_E^T(S_r) \delta U_E - F_E^{opT} \delta U_E - F_E^{chT}(t) \delta U_E = 0 \quad (3.44)$$

où :

$$R_E = \int N^* E A N^* dE \quad \text{matrice de rigidité mécanique.} \quad (3.45)$$

$$C_E(S_r) = \int \gamma_w \chi_E(S_r) N^T B A N^* dE \quad \text{matrice de couplage.} \quad (3.46)$$

$$F_E^{opT} = \int_E \Delta\sigma'_{op}{}^T A N^* dE \quad \text{vecteur des corrections plastiques.} \quad (3.47)$$

$$F_E^{pT}(t) = F_E^{\sigma_0 T} + F_E^f{}^T + F_E^p{}^T(t) \quad \text{vecteur chargement.} \quad (3.48)$$

avec :

$$F_E^{\sigma_0 T} = \int_E \sigma'_{0ij} A N^* dE \quad \text{chargement dû aux contraintes initiales.} \quad (3.49)$$

$$F_E^f{}^T = \int_E f^T N^* dE \quad \text{chargement dû aux poids volumique.} \quad (3.50)$$

$$F_E^p{}^T(t) = \int_{SE} T^T(t) N^* dS_E \quad \begin{array}{l} \text{chargement dû aux pressions mécaniques} \\ \text{appliquées aux frontières du domaine.} \end{array} \quad (3.51)$$

Dans ces expressions, E désigne la matrice d'élasticité, N la matrice des fonctions d'interpolation,  $N^*$  une matrice construite à partir de N, A un opérateur différentiel égale à :  $[d/dy \ d/dy \ d/dy+d/dy]$  et B un vecteur uni ligne égale à  $[1 \ 1 \ 0]$  ;  $\chi_E(S_r)$  est un vecteur contenant les valeurs de coefficient de Bishop aux points d'interpolation de l'élément.

En posant  $U_{wE}^T(t) = \Delta U_{wE}^T(t) + U_{w0E}^T(t)$  et  $\Delta U_{wE}^T(t) = \Delta H_E^T(t)$ , on peut réécrire l'équation 3.44 sous la forme :

$$dU_E^T \cdot R_E^T \cdot \delta U_E - \Delta H_E^T(t) \cdot C_E^T(S_r) \cdot \delta U_E - F^{opT}_E \cdot \delta U_E - F^{chT}_E(t) \cdot \delta U_E = 0 \quad (3.52)$$

Le vecteur du chargement dû aux contraintes initiales s'exprime alors en fonction des contraintes totales et se met sous la forme :

$$F^{\sigma 0T}_E(t) = \int_E \sigma_{0ij} AN^* dE \quad (3.53)$$

Du point de vue hydraulique, nous avons choisi de multiplier les termes intervenant dans la formulation variationnelle relative par  $\gamma_w$  pour être homogène avec la formulation relative à l'aspect mécanique ; la formulation hydraulique peut se mettre sous la forme matricielle suivante :

$$-H_E^T(t) \cdot K_E^T(S_r, e) \delta H_E = \dot{H}_E \cdot E_E^T(S_r, n) \delta H_E - \dot{U}_E^T \cdot D_E^T(S_r, n) \delta H_E - Q_E^T(t) \delta H_E = 0 \quad (3.54)$$

où :

$$K_E^T(S_r, e) = \int_E \gamma_w \cdot k_{rE}(S_r, e) \cdot N_i^T \cdot K_{ij} \cdot N_j \cdot dE \quad \text{matrice d'écoulement} \quad (3.55)$$

$$E_E^T(S_r, n) = \int_E \gamma^2 \cdot P_E \cdot [-a_w S_{rE}(u_w) + C_{rE}(u_w)] N^T N \cdot dE \quad \text{matrice d'emmagasinement hydraulique} \quad (3.56)$$

$$D_E^T(S_r, n) = \int_E \gamma_w [I_E - P_E] S_{rE}(u_w) \cdot N^T BAN^* \cdot dE \quad \text{matrice de l'emmagasinement}$$

induit par la déformabilité du sol (3.57)

$$Q_E^T(t) = \int_{SE} \gamma_w \cdot q_{ext} \cdot N \cdot dS_E \quad \text{vecteur des apports extérieurs} \quad (3.58)$$

avec :

$k_{rE}(S_r, e)$  = vecteur des valeurs actualisées de la perméabilité relative aux points d'intégration,

$S_{rE}(u_w)$  = vecteur des valeurs actualisées du degré de saturation aux point d'intégration,

$P_E$  = vecteur des valeurs actualisées de la porosité aux points d'intégration,

$C_{rE}(u_w)$  = vecteur des valeurs actualisées de la dérivée  $\partial S_r / \partial u_w$  aux point d'intégration,

$N_{,i}$  = désignant la matrice des dérivées des fonctions d'interpolation.

Après assemblage, les équations 3.52 et 3.54 permettent d'écrire le système matriciel global sous la forme suivante :

$$\begin{cases} R_G \cdot \Delta U - C_G(S_r) \cdot \Delta H(t) = F_G^{ch}(t) + F_G^{op} & (3.59) \\ -K_G(S_r, e) \cdot H(t) - E_G(S_r, n) \cdot \dot{H} - D_g(S_r, n) \cdot \dot{U} = Q_G(t) & (3.60) \end{cases}$$

où :

$R_G$  désigne la matrice de rigidité globale,  
 $C_G$  la matrice globale de couplage,  
 $K_G$  la matrice d'écoulement globale,  
 $E_G$  la matrice globale de l'emmagasinement hydraulique,  
 $D_G$  la matrice globale de l'emmagasinement par déformation,  
 $F_G^{ch}$  le vecteur global de chargement mécanique,  
 $F_G^{op}$  le vecteur global des contraintes plastiques et  
 $Q_G$  le vecteur global de l'apport hydraulique extérieur.

### 3.3.4 INTÉGRATION DU PROBLÈME DANS LE TEMPS

Le traitement numérique d'un problème transitoire nécessite la discrétisation de ces équations dans le temps ; cette intégration temporelle peut être effectuée selon différents schémas.

Les travaux antérieurs d'Ould Amy (1989) ont toutefois montré qu'une intégration semi-implicite conduit à une instabilité numérique dans le cas où l'on essaye de rechercher la solution en régime permanent à partir des équations du régime transitoire. Ould Amy (1989) a proposé l'utilisation d'un schéma d'intégration totalement implicite dans le temps ; différents tests ont permis de confirmer la pertinence de ce choix.

### 3.4 CONCLUSION :

Le présent chapitre a permis d'exposer les principes théoriques du phénomène de la consolidation des sols fins en présence d'une surface libre et de synthétiser les bases du traitement numérique de ce phénomène pour le calcul de la réponse des massifs à la réalisation d'ouvrages géotechniques.

### 4 MODELISATION NUMERIQUE DE LA CONSOLIDATION :DE LA VALIDATION A L'APPLICATION PRATIQUE

#### 4.1 INTRODUCTION

Le présent chapitre concerne l'étude par la méthode des éléments finis des problèmes de consolidation des sols fins et envisage l'application au remblai 'B' du site expérimental de Cubzac-les-Ponts.

Le travail à été réalisé à l'aide du code de calcul CESAR-LCPC avec le module CSNL (Consolidation des Sols Non Linière) au département géotechnique, géosciences et risques naturels (GERS) de l'Institut Français des Sciences et Technologies, des Transports de l'Aménagement des Réseaux (IFSTTAR).

Une programmation des solutions analytiques de Terzaghi et de Gibson a fait aussi l'objet de ce travail d'initiation à la recherche. Des comparaisons avec les travaux de Belkeziz (1980) et des mesures effectuées sur place ont été effectuées. Le chapitre se termine par des conclusions et des interprétations utiles dans la pratique de l'ingénieur.

#### 4.2 CONSOLIDATION UNIDIMENSIONNELLE D'UNE COLONNE SOUS UN CHARGEMENT DE SURFACE (TERZAGHI)

La première étape de validation des modifications au code de calcul CSNL (par rapport a ROSALIE) a consisté en la vérification de la bonne résolution du problème de la consolidation unidimensionnelle d'une colonne de sol au comportement élastique linéaire. Ce problème a été posé et résolu par Terzaghi (1936), qui a donné une solution théorique pour la surpression interstitielle et une expression du degré de consolidation en fonction du temps.

Ce paragraphe vise essentiellement une initiation à la prise en main de ce module de code CESAR-LCPC.

Nous considérons le problème de consolidation unidimensionnelle sur un domaine  $[0; H]$  correspondant à une colonne de sol au comportement élastique linéaire régi par l'équation différentielle (voir paragraphe 1.4.2):

$$c_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = \frac{\partial u}{\partial t} \quad (4.1)$$

$$\text{Avec : } c_v = \frac{kE_{oed}}{\gamma_w}$$



$u$  étant la surpression interstitielle,  $t$  le temps,  $z$  la hauteur du point considéré.

Pour des conditions aux limites et des conditions initiales bien déterminées, une solution analytique a été donnée par Terzaghi sous la forme de la série :

$$\Delta u(z, T_v) = q \sum_{n=0}^{\infty} \frac{4}{(2n+1)\pi} \sin\left[\frac{(2n+1)\pi}{2} \frac{z}{H}\right] e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2}{4} T_v} \quad (4.2)$$

A chaque hauteur  $z$  le degré de consolidation vérifié :  $U_{vz}(t) = 1 - \frac{u(z,t)}{q}$ .

Le degré moyen de consolidation sur la hauteur de toute la colonne de sol peut être obtenu par le calcul de l'intégrale  $\frac{1}{H} \int_0^H U_{vz} dz$ .

Théoriquement, cette valeur moyenne  $U_v$  vérifie la relation suivante :

$$U_v(T_v) = 1 - \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8}{(2n+1)^2 \pi^2} e^{-\frac{(2n+1)^2 \pi^2}{4} T_v} \quad (4.3)$$

Il est important de signaler à ce niveau que nous avons effectué une programmation de cette fonction (équation 4.2) à l'aide de l'outil Ms-Office (Excel).

Dans le cas du calcul par éléments finis nous l'approcherons par une formule du type :

$$U_v = \frac{1}{H} \sum_{i=1}^N |z_{i+1} - z_i| \frac{U_{vz}(z_{i+1}) + U_{vz}(z_i)}{2} \quad (4.4)$$

$(z_i)_{i=1..N}$  et  $U_{vz}(z_i)_{i=1..N}$  représentant respectivement la côte des points du maillage et le degré de consolidation estimés à la côte  $z_i$  à partir de la surpression interstitielle calculée.

Les résultats obtenus font l'objet d'une comparaison et discussion.

#### 4.2.1 GEOMETRIE ET DONNEES DE MODELE

La figure 4.1 représente la géométrie détaillée de la colonne du sol. Elle précise les conditions aux limites et le chargement. Par contre, la figure 4.2 donne le maillage automatique optimal donné par le module CSNL. Il est évident que le choix de l'élément ainsi que la discrétisation font l'objet d'un choix de l'utilisateur.

La simulation numérique est effectuée sur une colonne de sol saturé d'une hauteur de 10m, drainée à sa base et en son sommet et soumise à une surcharge  $q = 500\text{kPa}$ .

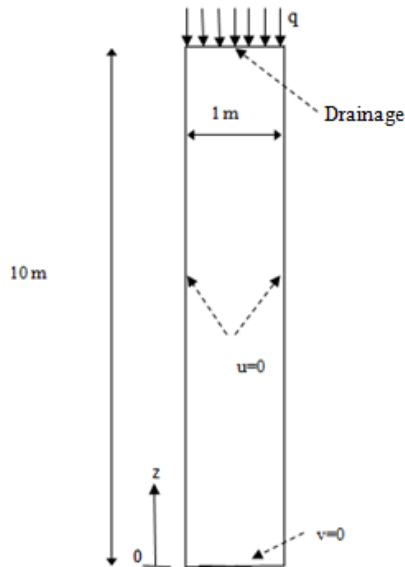


Figure 4.1: Colonne de sol.



Figure 4.2: Maillage de la colonne

Les paramètres physiques du modèle utilisés sont pour le sol :

$$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3 \quad E = 10 \text{ MPa} \quad \nu = 0,3 \quad k_x = k_y = 10^{-8} \text{ m/s}$$

L'eau possède les caractéristiques suivantes :

$$\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3 \quad a_w = 5 \cdot 10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$$

La discrétisation temporelle du calcul lancé sur 250 pas de temps est la suivante : dans les premiers pas (24) la discrétisation s'effectue par heure, puis le pas devient le jour pour le reste des pas du temps (226).

#### 4.2.2 RESULTATS ET COMPARAISON

La figure 4.3 montre l'évolution dans le temps de la charge hydraulique le long de la hauteur ainsi que le degré consolidation moyen.

L'absence de raffinement du maillage n'a pas eu d'incidence sur le comportement du calcul, notamment sur la variation de la charge hydraulique. La prise en compte du couplage ne nécessite pas une discrétisation de l'espace plus fine que pour les calculs mécaniques.

Le modélisateur a en général conscience que pour un calcul mécanique une densité de maillage plus importante est nécessaire dans les régions sollicitées. Par analogie, lors d'un calcul couplé il doit tenir compte des gradients de contraintes et des gradients de charge hydraulique. Dès lors, il est recommandé de choisir une densité de nœuds plus élevée dans les régions proches des conditions limites de charge hydraulique. Les résultats obtenus démontrent toutefois qu'il est inutile de mailler trop finement par excès de précautions, ce qui conduirait à des temps de calculs plus longs pour un gain limité de précision de calculs.

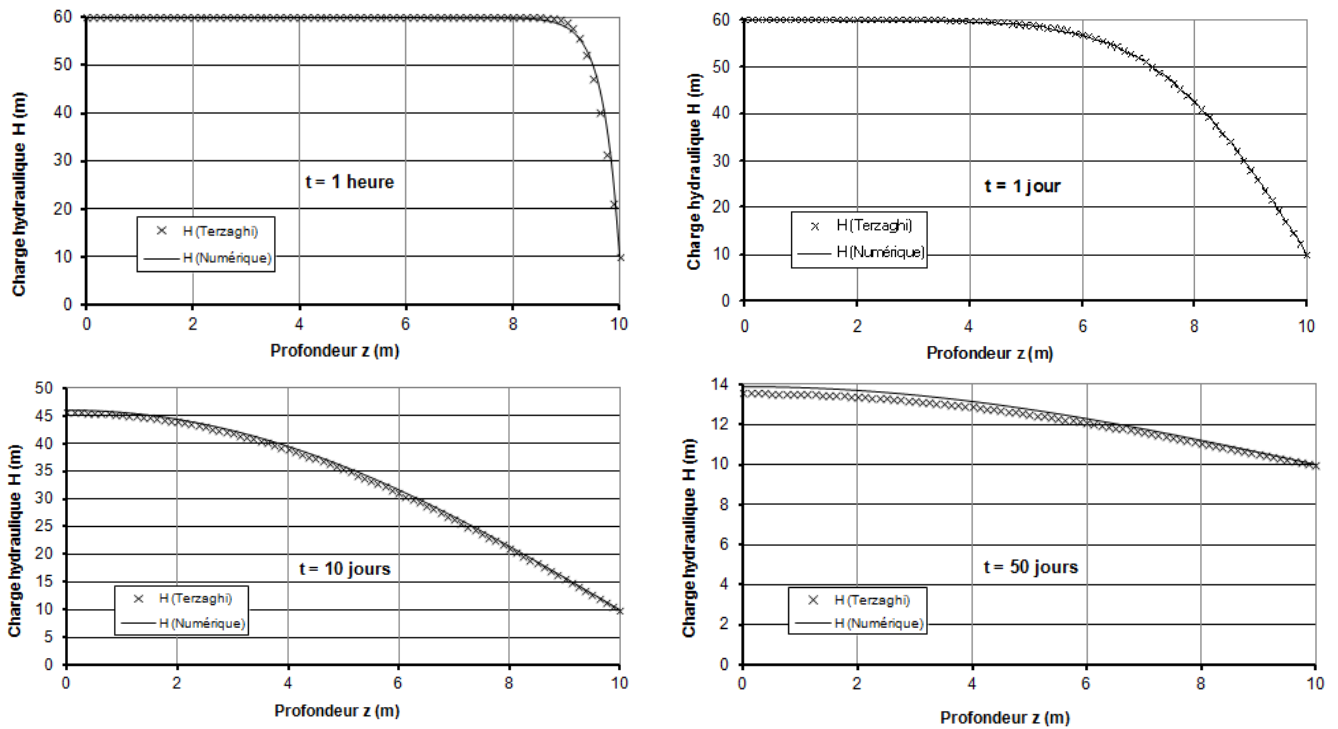


Figure 4.3: Variation de la charge hydraulique en fonction de la profondeur

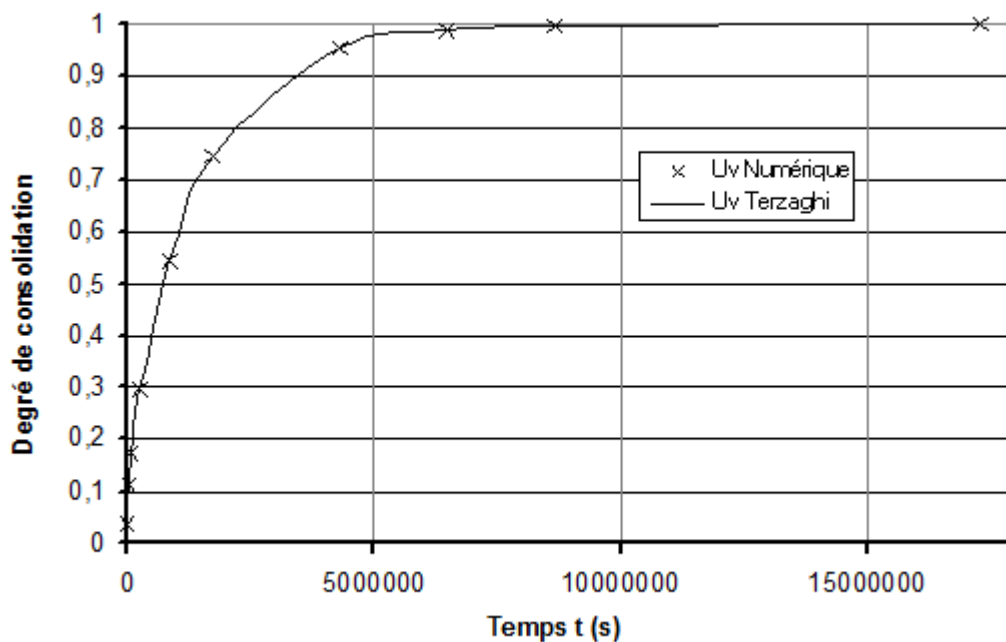


Figure 4.4: Variation de degré de la consolidation ( $U_v$ ) en fonction de temps

La figure 4.3 illustre la répartition des surpressions interstitielles issues du calcul à différents instants comparées à celles déterminées par Terzaghi et laisse entrevoir une très faible erreur entre les deux solutions. Cette erreur découle de l'hypothèse d'incompressibilité de l'eau sur laquelle est construite la solution théorique de Terzaghi. Une très légère compressibilité lui est en général attribuée par les géotechniciens et reprise dans l'hypothèse des calculs.

La représentation du degré moyen de consolidation intégré sur toute la hauteur de la colonne démontre bien la précision du calcul (Figure 4.4), la solution exacte de Terzaghi étant très bien approchée par la solution estimée numériquement.

### 4.3 CONSOLIDATION BIDIMENSIONNELLE (GIBSON)

Durant le phénomène de consolidation des sols, le pic de surpression interstitielle est atteint avec un certain retard. Ce phénomène est nommé effet Mandel-Cryer, du nom des scientifiques l'ayant démontré sur le plan mathématique et a été mis en évidence expérimentalement par Gibson et al (1963) et Verrujit (1965) dans le cas de la consolidation des argiles. Numériquement, ce phénomène peut être approché en modélisant le problème de consolidation d'un sol au comportement élastique linéaire tel qu'il est décrit par la figure 4.5. Le substratum sous le massif de sol est supposé imperméable.

#### 4.3.1 DESCRIPTION GEOMETRIQUE ET MAILLAGE

La figure 4.5 donne la géométrie et les conditions aux limites avec le drainage. Le chargement symétrique à la surface sous forme d'un remblai.

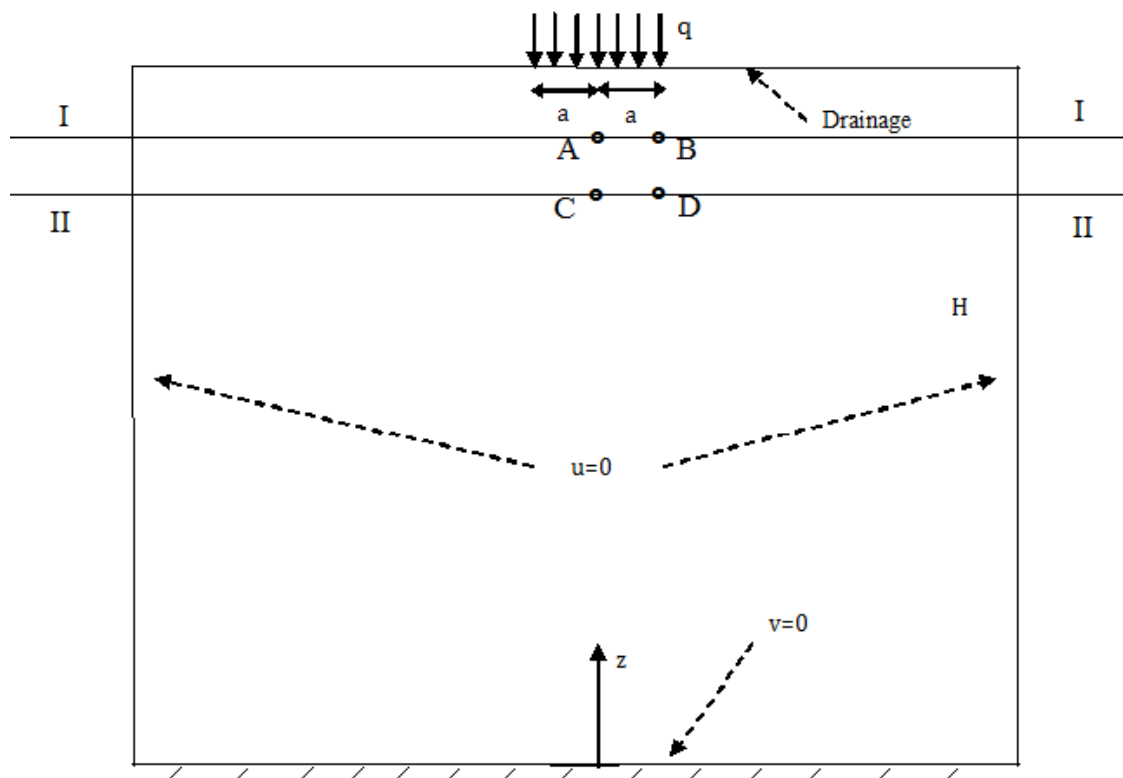


Figure 4.5: Consolidation dans le sens de Gibson.

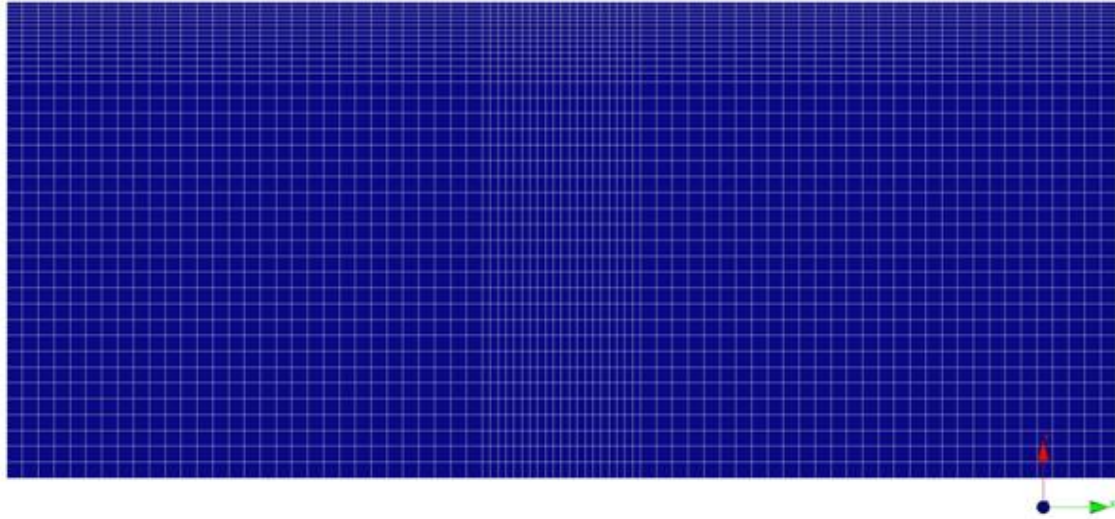


Figure 4.6 : Maillage du massif de sol (représentation cléo2D)

La figure 4.6 représente le maillage dans ce cas bidimensionnel. Les remarques faites dans le paragraphe précédent à propos de ce point restent valable ici.

Le maillage utilisé comporte 8631 nœuds répartis dans 2800 éléments type Q8 et se trouve particulièrement raffiné dans la région proche du sommet de la couche de sol où est imposée la charge hydraulique.

McNammee et Gibson ont développé des solutions analytiques sous formes d'intégrales des déplacements, des contraintes et de la surpression interstitielle. Ces intégrales peuvent être évaluées à l'aide de suites numériques quadratiques. Dans le cas particulier  $v = 0$  la surpression interstitielle a une forme simplifiée :

$$\Delta u(X, Z, T_v) / q = \int_0^{+\infty} K(X, \xi) e^{-z\xi} \left[ \operatorname{erf} \left( \frac{Z}{2T^{0.5}} - \xi T^{0.5} \right) + \operatorname{erf} \left( \xi T^{0.5} \right) \right] d\xi \quad (4.5)$$

avec  $X = \frac{x}{a}$  (ou  $X = \frac{r}{a}$  dans le cas axisymétrique),  $Z = \frac{z}{a}$  et

$$K(X, \xi) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cos(X\xi) \sin(\xi) & \text{en déformation plane} \\ J_0(X\xi) J_1(\xi) & \text{en axisymétrie} \end{cases}$$

$\operatorname{erf}$  est la fonction d'erreur définie par  $\operatorname{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-\alpha^2} d\alpha$ , les fonctions  $J_0$  et  $J_1$  sont respectivement les fonctions de Bessel du premier type, à l'ordre 0 et 1.

### 4.3.2 DONNEES DU PROBLEME

Pour le problème de couplage hydromécanique une couche de sol au comportement élastique linéaire est considérée homogène sur une hauteur  $H=30\text{m}$ . Les conditions de drainage sont

imposées au sommet du domaine (donc à l'aide d'une charge hydraulique constante au cours du temps  $H=30\text{m}$ ), alors qu'à la base la frontière est supposée imperméable. Les conditions en déplacement « classiques » sont imposées aux bords du domaine (voir Figure 4.5).

Les paramètres physiques imposés à la couche de sol et utilisés dans le module CSNL sont:

$$\gamma = 20 \text{ kN/m}^3 \quad E = 10 \text{ MPa} \quad \nu = 0,0 \quad k_x = k_y = 10^{-8} \text{ m/s}$$

Les propriétés de fluide ici l'eau sont les suivantes :

$$\gamma_w = 10 \text{ kN/m}^3 \quad a_w = 5.10^{-10} \text{ Pa}^{-1}$$

Une pression uniformément répartie de 120 kPa est appliquée instantanément sur une largeur de  $2 * a$  avec  $a = 5,0 \text{ m}$ .

La discrétisation temporelle du calcul lancé sur 175 pas de temps est la suivante :  $24 * 3600\text{s}$ , ensuite  $50 * 86400\text{s}$  suivi de  $50 * 864000\text{s}$  et finalement  $50 * 8640000\text{s}$ .

### 4.3.3 RESULTATS

Les résultats analytiques sont obtenus par la résolution de l'équation (4.5) de Gibson avec Ms-office (Excel).

La surpression interstitielle normalisée en 4 points (Points A, B, C et D) correspondant à des points à l'intersection des axes  $x=0$  ;  $x=5.0\text{m}$  et  $z=25\text{m}$  ;  $z=20\text{m}$  est représentée sur les figures 4.7 et 4.8.

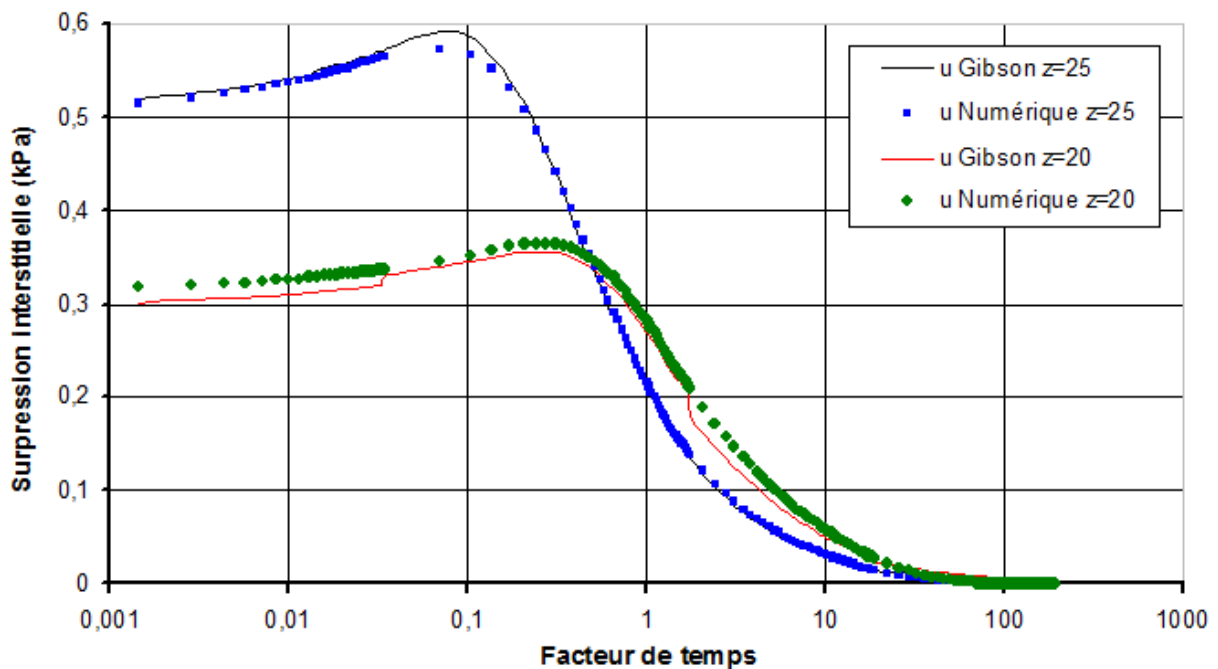


Figure 4.7: Surpression interstitielle dans les points A et C.

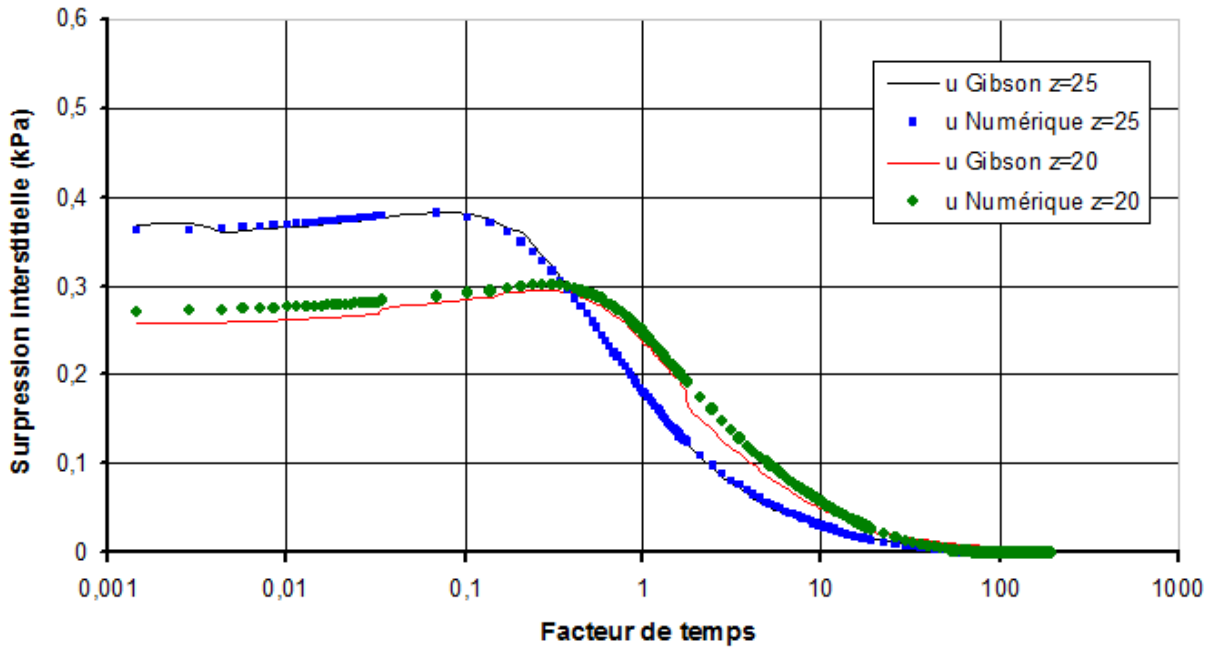


Figure 4.8: Surpression interstitielle dans les points B et D

Cependant, les figures 4.9 et 4.10 représentent la surpression interstitielle normalisée le long de la distance par rapport au centre de la surcharge pour différents facteur de temps  $T=0.207$  et  $T=1.07$ .

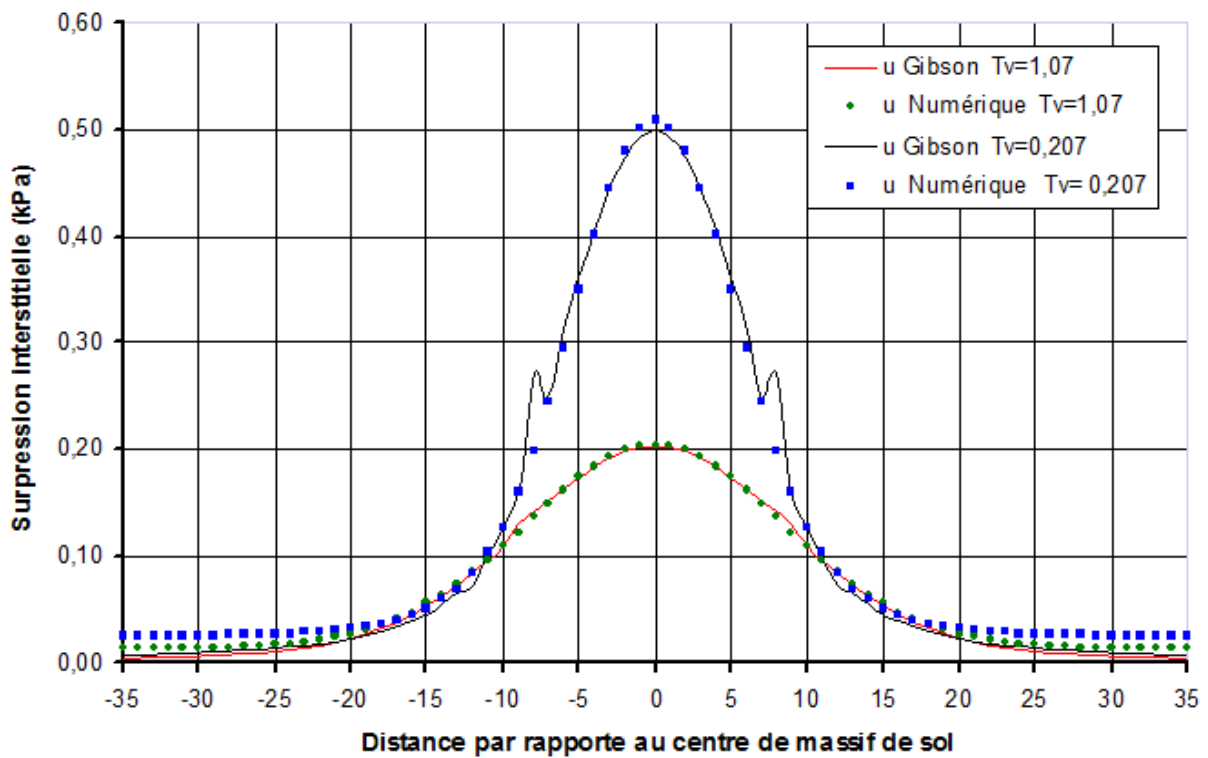


Figure 4.9: Surpression interstitielle sur l'axe I-I.

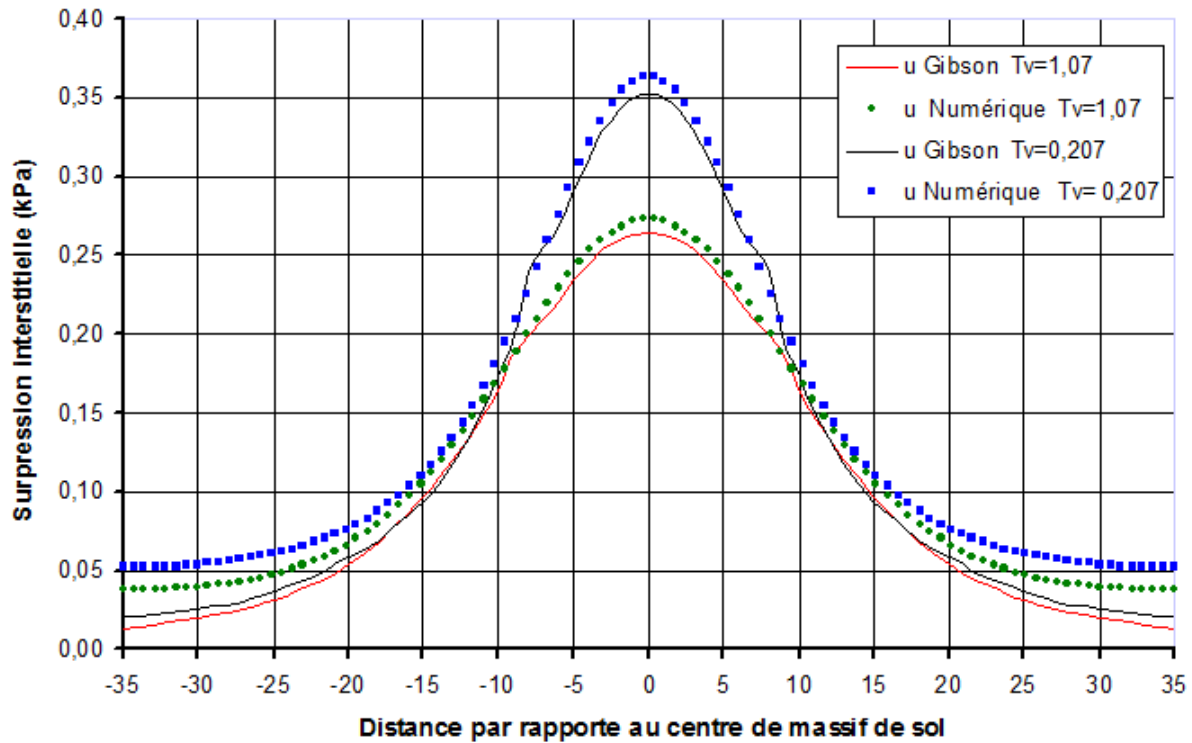


Figure 4.10: Surpression interstitielle sur l'axe II-II.

#### 4.4 APPLICATION AU REMBLAI B DU CUBZAC LES PONTS

Le choix de ce cas de remblai B de la commune de Cubzac-Les-Ponts est pleinement justifié par l'existence des mesures en place des variables (degrés de libertés) pour faire une comparaison avec les calculs du module CSNL : a savoir la pression interstitiel, déplacement horizontal et déplacement vertical.

Le site expérimental comprend selon l'étude géotechnique :

- Une couche mince de terre végétale d'environ 0,30 m d'épaisseur.
- Une couche d'argile limoneuse de 2 m d'épaisseur approximativement, formant une croute de surface surconsolidée et altérée par dissection, le niveau de la nappe phréatique variant avec les saisons.
- Une couche d'argile molle grise, pouvant atteindre 6m d'épaisseur, plus ou moins organique et légèrement surconsolidée.

Le substratum est constitué d'une couche de graves, située au dessous de 9 m (limite inférieur de la figure 4.11).

La figure 4.12 présente le chargement utilisé dans le calcul. Nous avons essayé de reproduire le plus fidèlement possible le chargement réel surtout la chronologie de la construction de remblai (Belkeziz 1980).



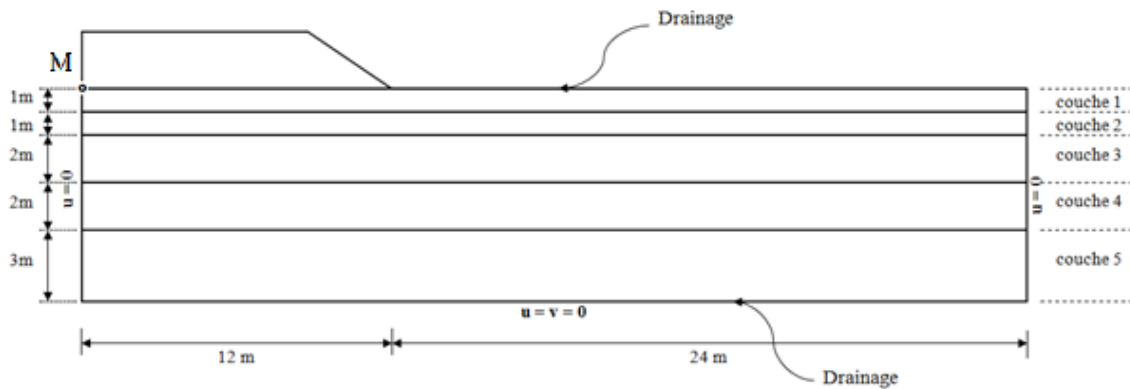


Figure 4.11: Remblai « B » Cubzac-Les-Ponts (Belkeziz 1983).

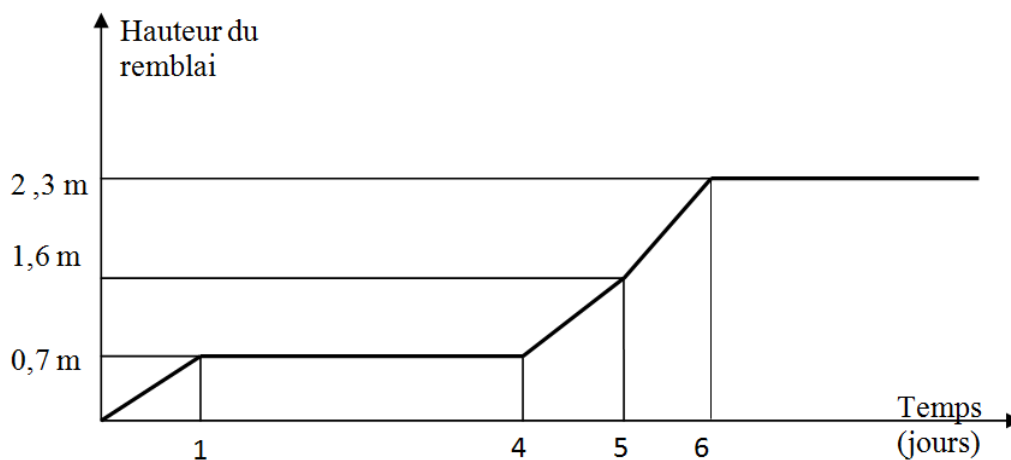


Figure 4.12: Calendrier de chargement (Belkeziz 1983).

#### 4.4.1 COMPORTEMENT ELASTIQUE ISOTROPE

Il est clair si non il est évident que l'exécution des calculs isotropes linéaires nécessite l'introduction dans le programme de calcul des paramètres suivants :

Mécaniques :

- Les paramètres de l'élasticité  $E$  et  $\nu$ .
- Le coefficient  $K_0$  des terres aux repos pour la détermination de l'état initial des contraintes.

Hydraulique : les perméabilités horizontales et verticales.

Ces paramètres sont regroupés dans le tableau 4.1.

Tableau 4.1: Paramètres introduits dans les calculs.

Couche	$\nu$	E (kPa)	$k_x$ (m/s)	$k_y$ (m/s)	$K_0$
0m - 1m	0,35	1814	$0,46 \cdot 10^{-9}$	$0,90 \cdot 10^{-9}$	0,5
1m - 2m	0,35	3748	$1,25 \cdot 10^{-9}$	$1,25 \cdot 10^{-9}$	0,5
2m - 4m	0,35	222	$2,50 \cdot 10^{-9}$	$0,72 \cdot 10^{-9}$	0,5
4m - 6m	0,35	246	$2,95 \cdot 10^{-9}$	$1,08 \cdot 10^{-9}$	0,5
6m - 9m	0,35	382	$1,30 \cdot 10^{-9}$	$0,94 \cdot 10^{-9}$	0,5
0m - 9m	0,35	300	$1,6 \cdot 10^{-9}$	$0,96 \cdot 10^{-9}$	0,5

#### 4.4.1.1 Résultats Des Calculs

##### a- Déplacements horizontaux

La figure 4.13 représente les déplacements horizontaux en pied du talus du remblai, pour différentes valeurs du temps, le sol de fondation étant considéré comme homogène. On y remarque que les déplacements horizontaux sont trop importants par rapport aux mesures.

De plus, les déplacements horizontaux maximaux (48 cm) sont obtenus à  $t = 0$  (fin de la période de construction). Les déplacements tendent ensuite à revenir vers l'axe du remblai. Ce sens de variation des déplacements horizontaux est contraire à toute expérience.

Une explication de ce phénomène est donnée par l'expression de la variation de la déformation latérale  $\Delta \epsilon$  dans la théorie de l'élasticité linéaire qui reste négative pendant le processus de consolidation.

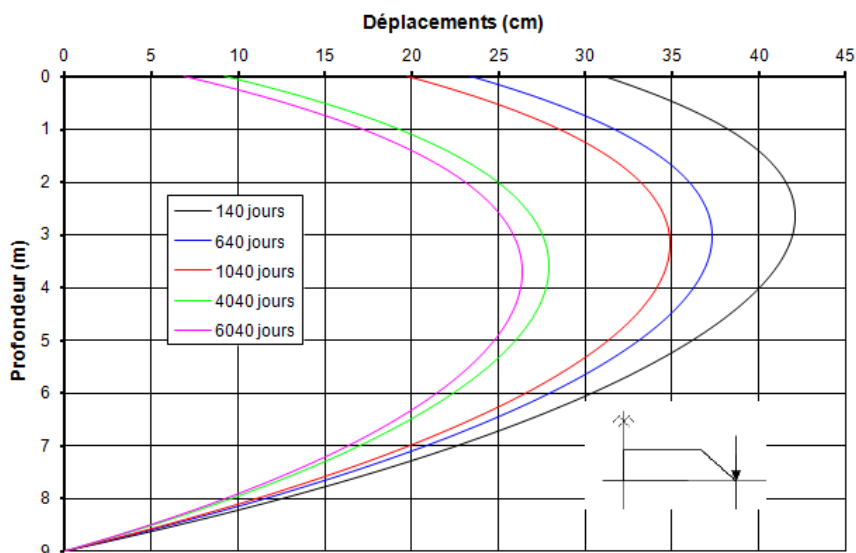


Figure 4.13: Déplacements latéraux sous le pied du talus du remblai (sol homogène).

Pour le calcul, tenant compte de l'hétérogénéité du sol de fondation, les déplacements horizontaux sont moins importants (figure 4.14). L'introduction des couches raides de surface contribue à retenir considérablement les déplacements horizontaux.

Cependant, le sens de variation des déplacements horizontaux reste contraire à l'expérience et la comparaison avec les mesures n'a pas de sens

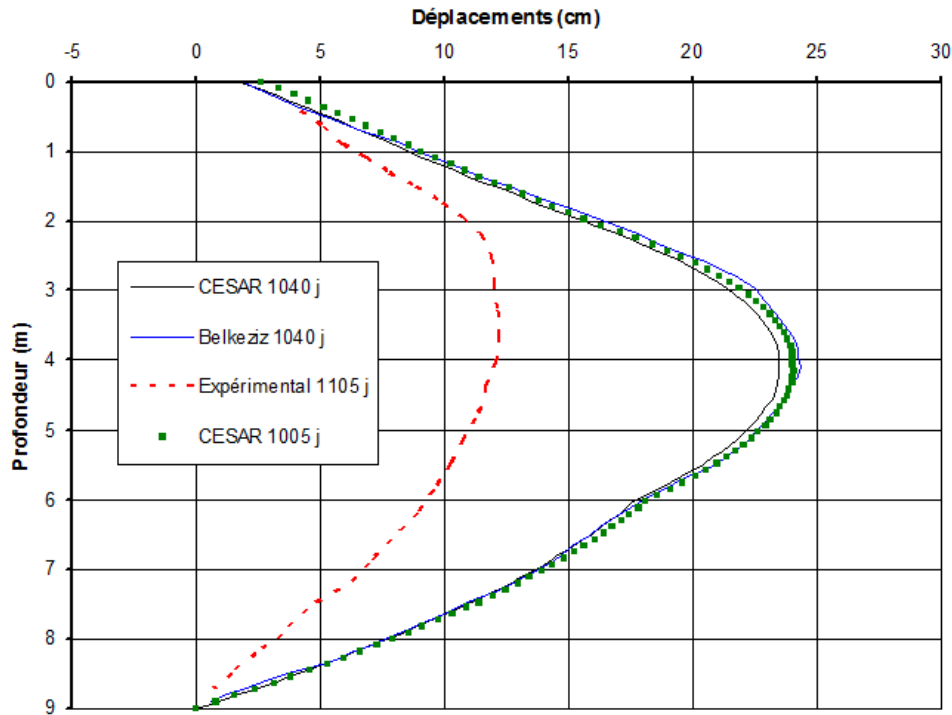


Figure 4.14: Déplacements latéraux sous le pied du talus du remblai (sol hétérogène).

#### b- Tassements

Les théories linéaires isotropes semblent cependant prédire de façon convenable les déplacements verticaux (figure 4.15) à 1000j, les tassements mesurés et calculés sont pratiquement identiques.

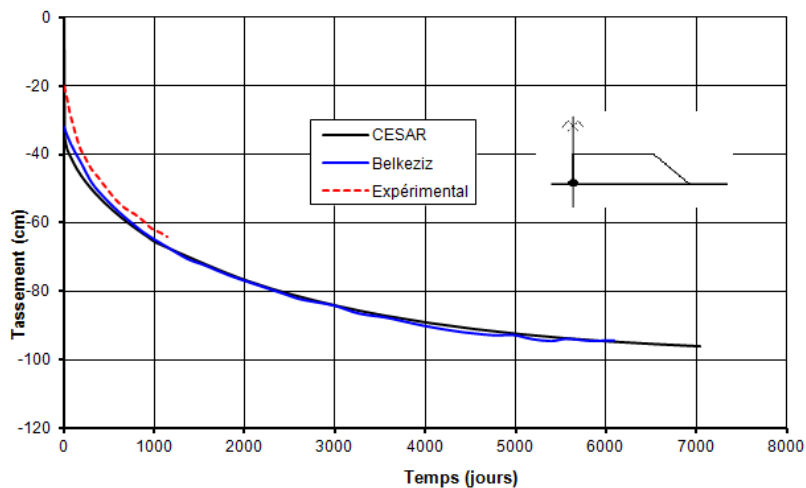


Figure 4.15: Tassement au centre du remblai (sol homogène).

On constate cependant un écart important entre les courbes mesurée et calculée au début de la consolidation. Cet écart est plus apparent sur la figure 4.16, qui représente les tassements en fonction de  $\log(t)$ .

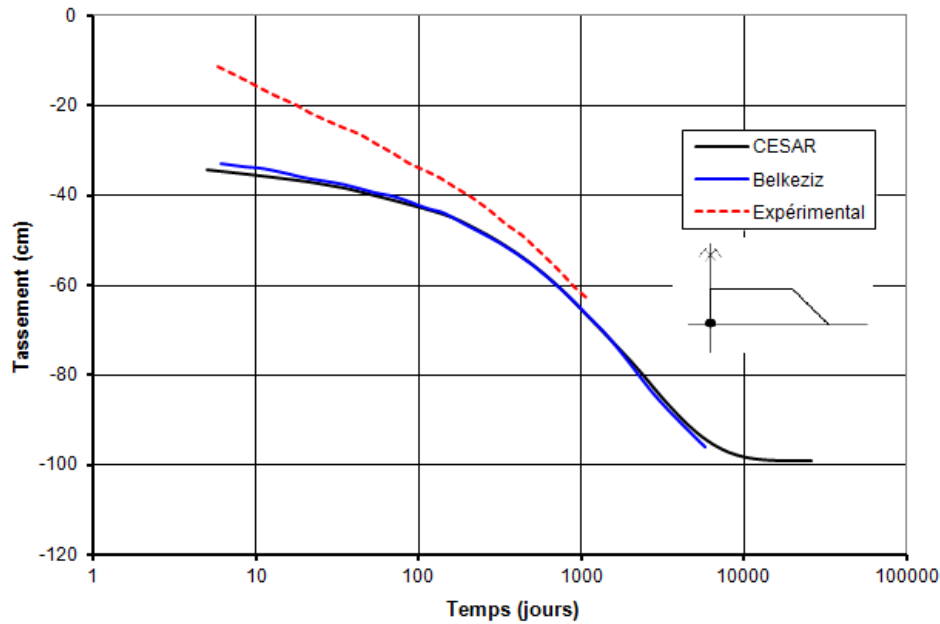


Figure 4.16: Tassement au centre du remblai en fonction de  $\log(t)$  (sol homogène).

A la fin de la phase de construction, on calcule 34 cm de tassement au lieu des 12 cm mesurés (Belkeziz 32cm). L'écart avec les mesures décroît cependant rapidement, et il est logique de l'attribuer à l'hypothèse de paramètres de l'élasticité constants.

Les calculs élastiques isotropes supposant le sol de fondation homogène provient la stabilisation des déplacements verticaux entre 10000j et 20000j à pratiquement 1m.

L'introduction des couches raides de surface permet de réduire les tassements immédiats à 19cm (Belkeziz 17 cm). Le tassement final maximum est également moins important et se stabilise à 86cm à 15000j (Belkeziz 80 cm à 5000j) (figure 4.17).

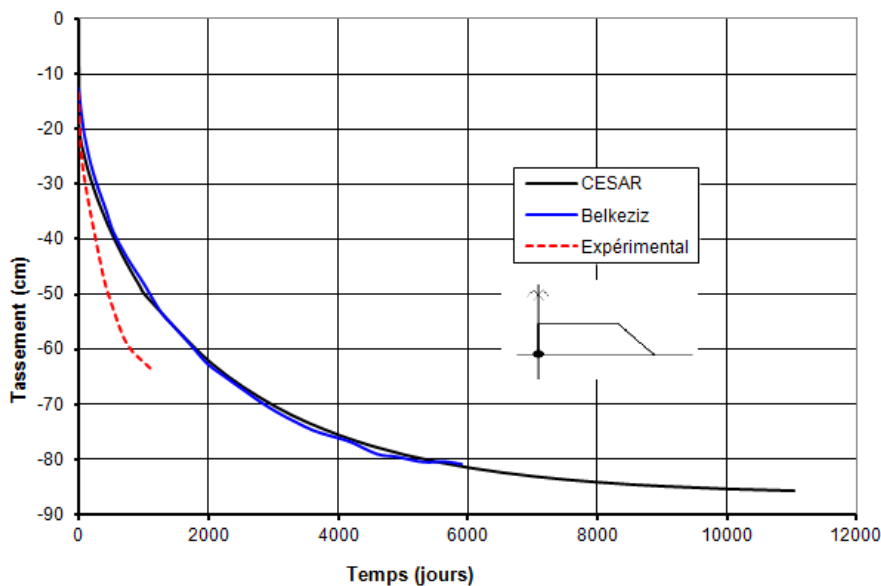


Figure 4.17: Tassement au centre du remblai (sol hétérogène).

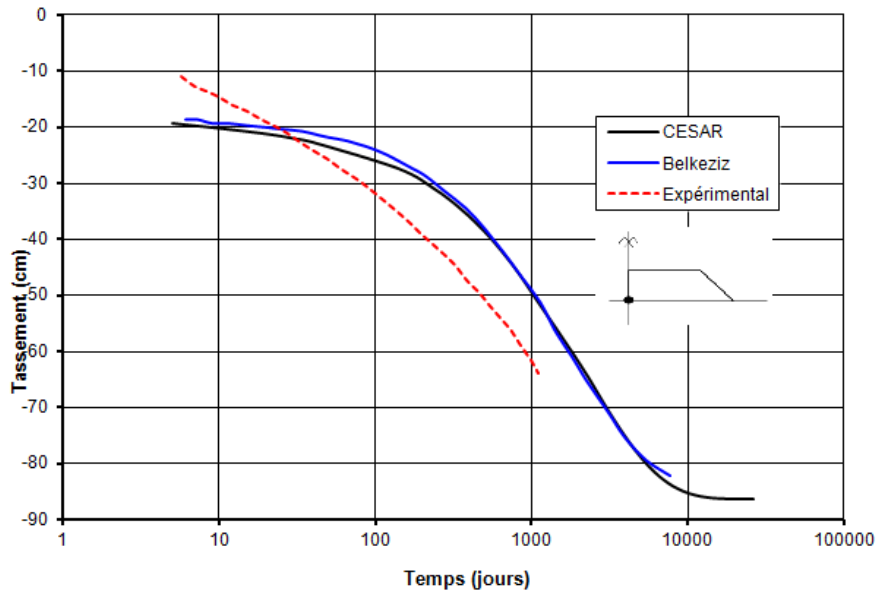


Figure 4.18: Tassement au centre du remblai en fonction de  $\log(t)$  (sol hétérogène).

### c- Pression interstitielle

La figure 4.19 représente les surpressions interstitielles pour différentes valeurs du temps. Leur forme semble convenable et correspond aux conditions aux limites imposées.

La comparaison entre les surpressions interstitielles calculées et mesurées (figure 4.20) montre une bonne correspondance

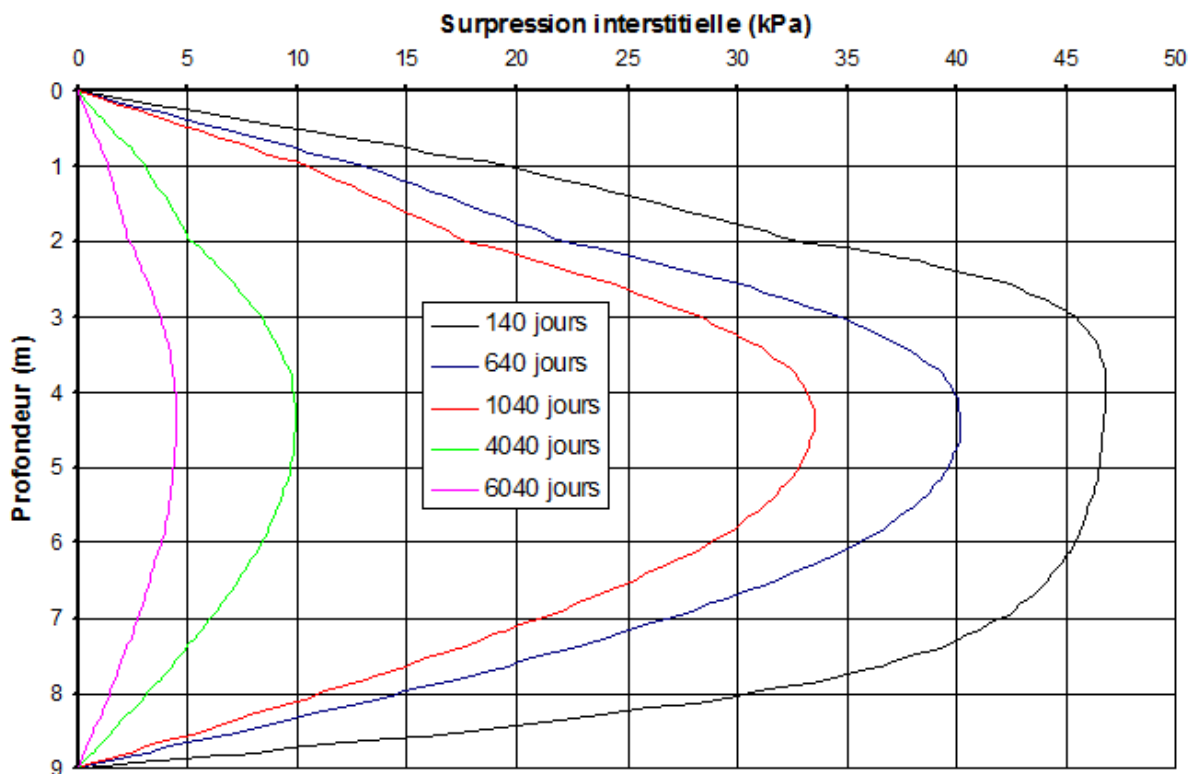


Figure 4.19: Isochrones des surpressions interstitielles.

Cependant, l'examen de la courbe de dissipation des pressions interstitielles en fonction du temps à -5 m de profondeur (figure 4.21) indique une vitesse de dissipation des surpressions interstitielles calculée est plus rapide que dans la réalité (la valeur mesurée résulte d'une interpolation des mesures effectuées à 5m et à 8m de profondeur).

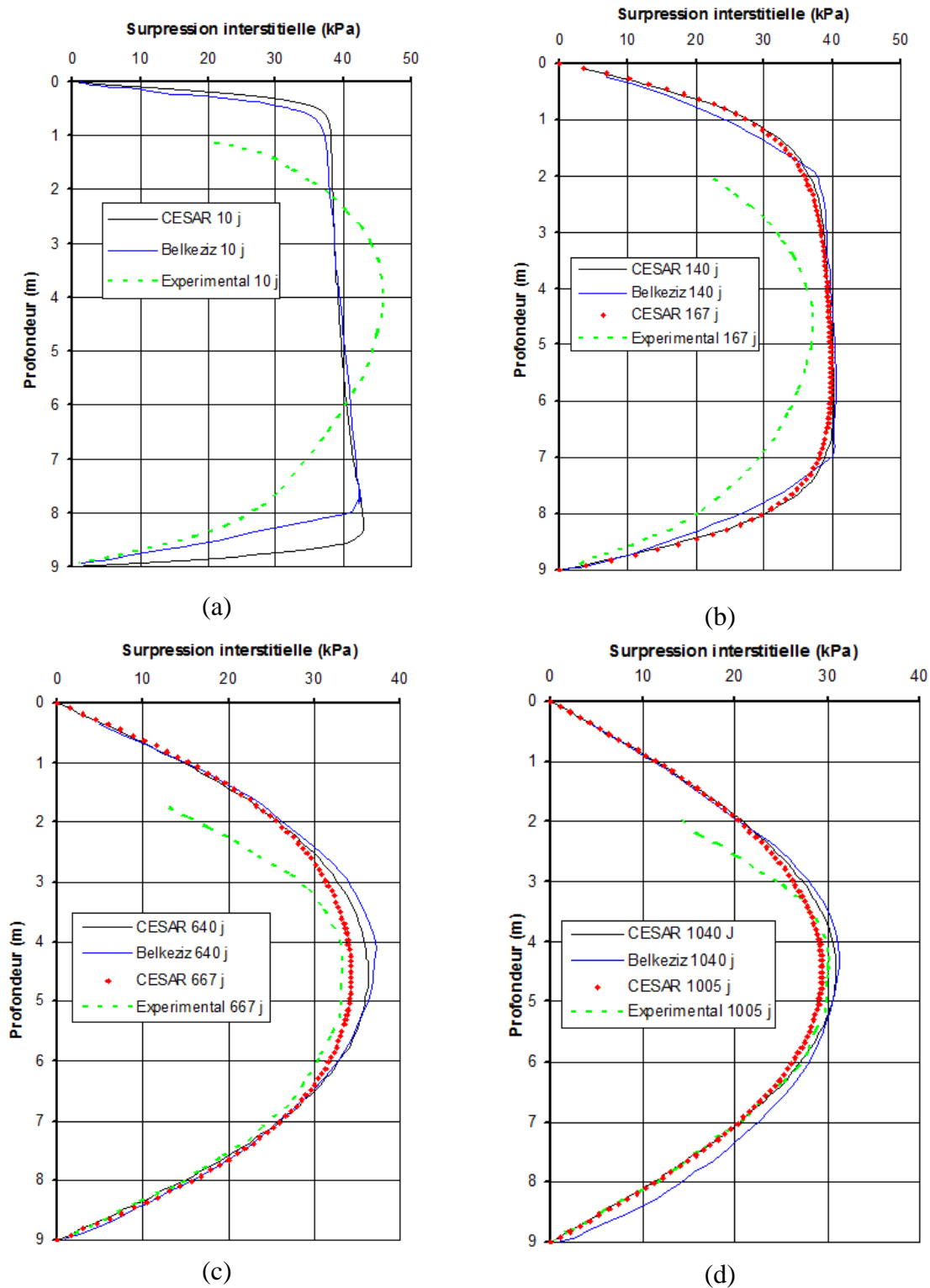


Figure 4.20 : Isochrones des surpressions interstitielles, comparaison les mesures (sol homogène). (a) :10 jours, (b) :140 jours, (c) :640 jours, (d) :1040 jours.

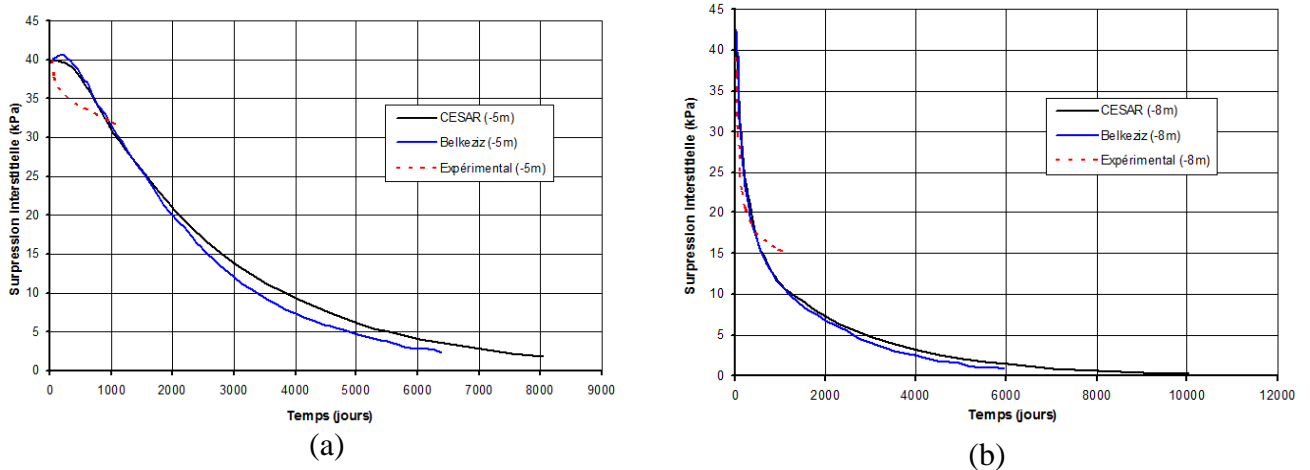


Figure 4.21: Dissipation de la pression interstitielle (sol homogène). (a) : à -5m, (b) : à -8m.

Il est cependant important de remarquer, comme le montre la figure 4.22, que l'effet Mandel-Cryer n'est pas observé.

L'effet Mandel-Cryer, rappelons-le, se caractérise par des augmentations locales de la pression interstitielle au-delà de la charge appliquée. Il s'explique physiquement de façon simple.

En raison de la chute brutale des pressions interstitielles et des contraintes totales sur les faces drainées, une redistribution des contraintes reporte une partie des forces sur les régions centrales où la pression interstitielle augmente.

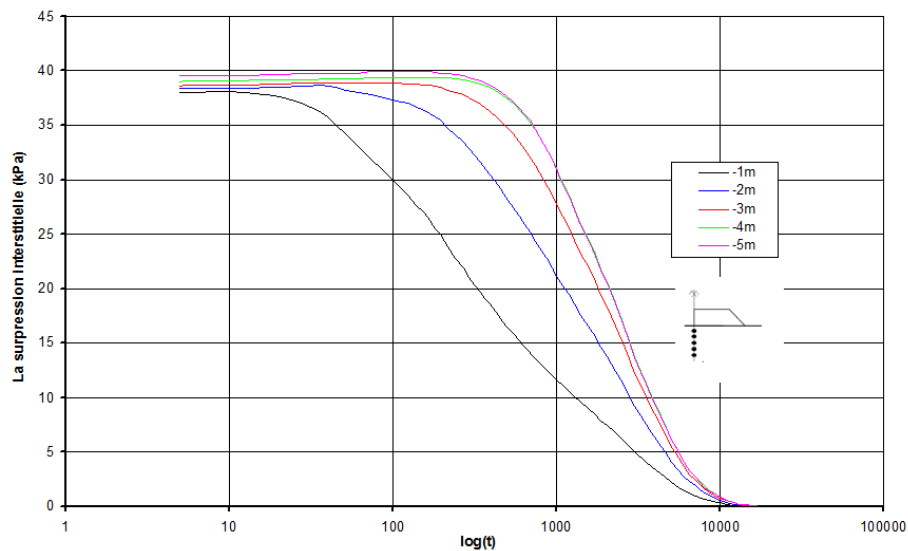


Figure 4.22: surpression interstitielle en fonction de  $\log(t)$  à différentes profondeurs (sol homogène).

Les calculs tenant compte de l'hétérogénéité du sol de fondation ne modifient pratiquement pas les distributions des surpressions interstitielles.

#### 4.4.2 COMPORTEMENT ELASTOPLASTIQUE

Malgré que durant mon stage j'ai utilisé la version développement pour l'application de modèle Cam-Clay modifiée au remblai expérimental, le problème de convergence du modèle ne s'est pas posé.

Le tableau 4.2 représente une synthèse des paramètres introduits dans le calcul. En plus des paramètres d'élasticité déjà cités, le calcul élastoplastique nécessite l'introduction de coefficient des terres au repos pour l'initialisation des contraintes. Pour l'ensemble des calculs effectués, la valeur de ce dernier vaut 0,50.

En plus dans ce cas les paramètres de correction des contraintes (dits paramètres de plasticité).

Tableau 4.2: Paramètres introduits dans les calculs.

Couche	paramètre d'élasticité		paramètre de plasticité						écoulement	
	E (kPa)	$\nu$	$\lambda$	$\kappa$	M	$e_0$	$e_{\lambda 0}$	$e_0^p$	$k_x$ (m/s)	$k_y$ (m/s)
0m - 1m	6000	0,35	0,12	0,017	1,2	1	1,47	1,03	$1,8 \cdot 10^{-9}$	$1,8 \cdot 10^{-9}$
1m - 2m	7600	0,35	0,53	0,022	1,2	2,6	4,72	2,66	$1,25 \cdot 10^{-9}$	$1,21 \cdot 10^{-9}$
2m - 4m	1220	0,35	0,75	0,085	1,2	3,23	5,78	3,48	$2,5 \cdot 10^{-9}$	$0,72 \cdot 10^{-9}$
4m - 6m	1830	0,35	0,53	0,048	1,2	3,25	4,11	2,34	$2,95 \cdot 10^{-9}$	$1,08 \cdot 10^{-9}$
6m - 9m	2990	0,35	0,52	0,042	1,2	2,28	4,29	2,24	$2,95 \cdot 10^{-9}$	$1,88 \cdot 10^{-9}$

##### 4.4.2.1 Résultats Des Calculs

Les remarques suivantes ont été tirées lors de l'examen de figure 4.23 :

- le sol de fondation tasse normalement sous le remblai et gonfle légèrement au pied du remblai. Le gonflement maximum est de 2,9cm et est obtenu à la fin de la phase de chargement à 2m du pied du talus du remblai;(2,7cm et est obtenu à la fin de la phase de chargement à 2m du pied du talus du remblai).
- les déplacements horizontaux les plus importants sont obtenus sous la crête du talus du remblai. Lorsqu'on s'éloigne 4m après le pied du talus du remblai, les déplacements horizontaux de la consolidation ne sont que de quelques centimètres;
- enfin, le sol de fondation ne se déforme pas partout vers l'extérieur ; toute la partie supérieure du sol de fondation présente au cours de la consolidation des déplacements horizontaux qui reviennent vers l'axe du remblai.



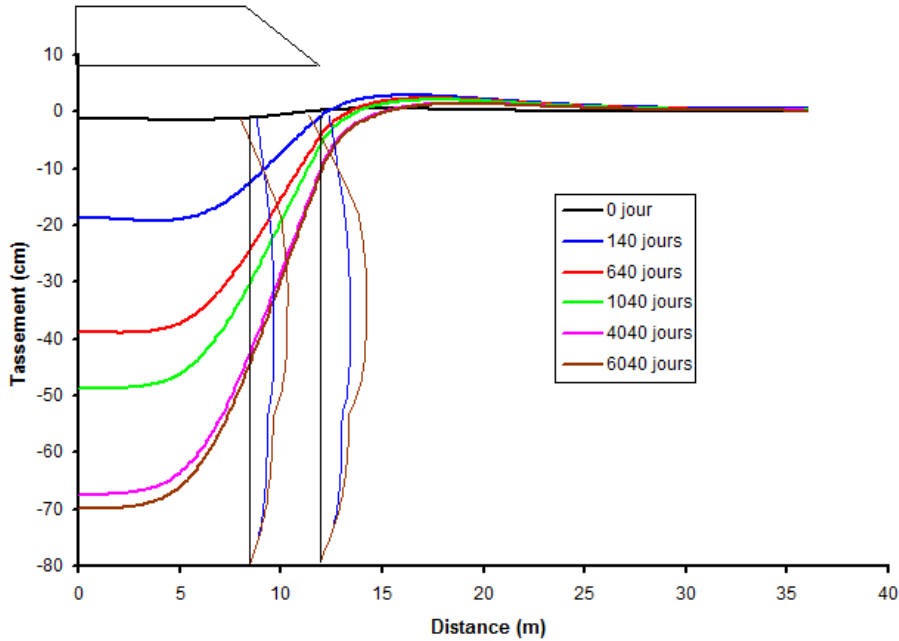


Figure 4.23: La déformée du sol de fondation.

#### a- Déplacements horizontaux

Ce retour des déplacements horizontaux vers l'axe du remblai s'explique simplement par le fait que les zones supérieures, ne s'étant pas plastifiées, a un comportement élastique, pour lequel ce phénomène est observé.

La figure 4.24 montre l'évolution des déplacements horizontaux en pied du talus du remblai. On y observe des oscillations, faibles cependant, entre les points sommets et les points milieux des mailles du calcul. Une discontinuité est présente à  $z=6$  m due à la différence des propriétés entre la couche 4 et 5.

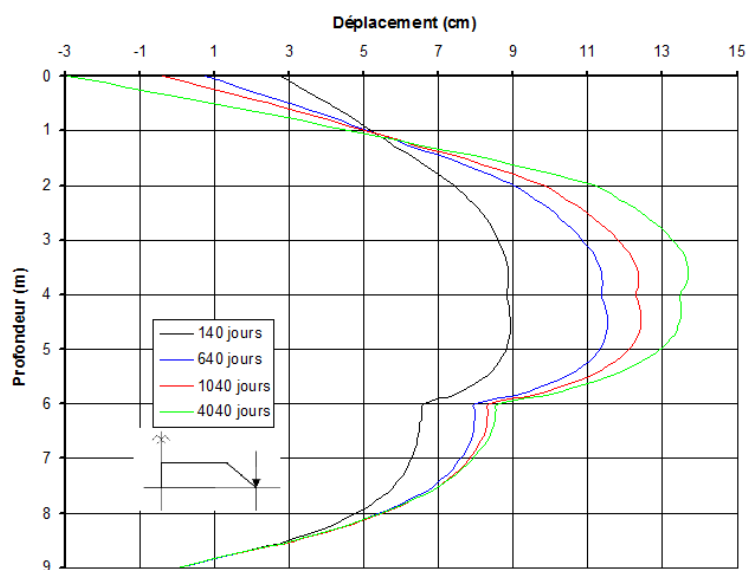


Figure 4.24: Evolution des déplacements horizontaux en pied du talus du remblai.

La figure 4.25 compare ces déplacements avec les résultats des mesures. Le fait que, sur les mesures, on n'observe apparemment pas de déplacements horizontaux revenant vers l'axe du remblai renforce l'idée qu'il faut choisir des paramètres permettant une plastification plus conséquente sous le remblai, atteignant rapidement les parties supérieures du sol de fondation.

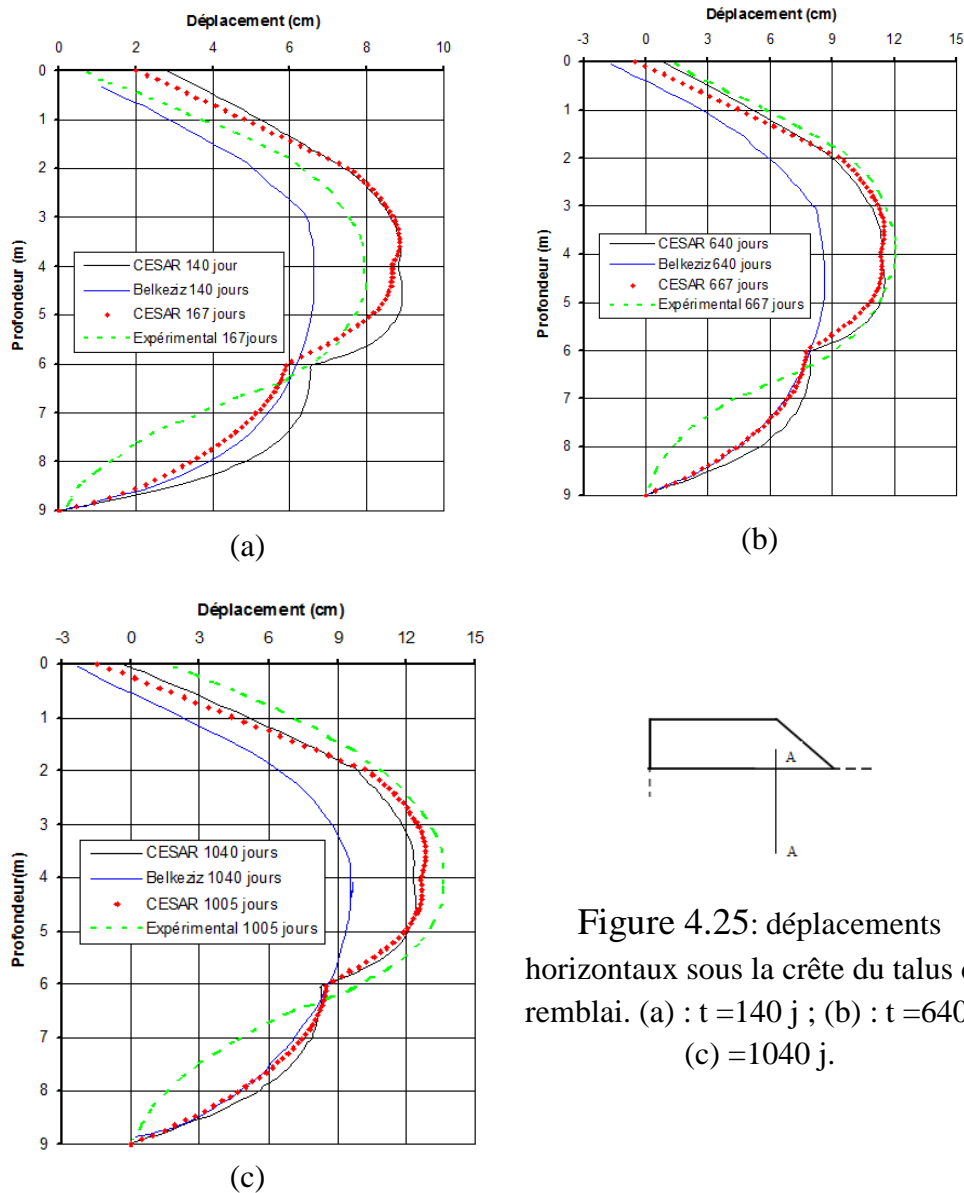


Figure 4.25: déplacements horizontaux sous la crête du talus du remblai. (a) :  $t=140$  j ; (b) :  $t=640$  j, (c) =  $1040$  j.

Les déplacements horizontaux maximaux obtenus sont de 13,7cm sous la crête du talus du remblai (Belkeziz de 13,5cm).

## b- Tassements

Les figures 4.26 et 4.27 représentent l'évolution du tassement dans l'axe du remblai en fonction du temps. Jusqu'aux dernières mesures (effectuées après 1000j), ces tassements ils sont bien estimés (avec CSNL) contrairement pour le calcul avec ROSALIE est largement sous-estimés mais l'allure des courbes semble convenable pour les deux calculs. La discontinuité des déplacements n'appart pas dans les résultats de ROSALIE.

Les tassements maximaux obtenus sont de 70cm (Belkeziz 82cm).

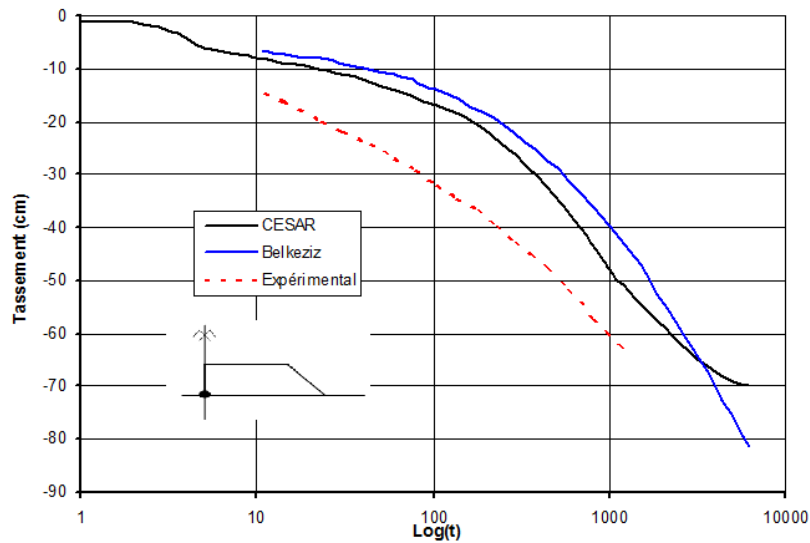


Figure 4.26: Tassements au centre du remblai en fonction de  $\log(t)$ .

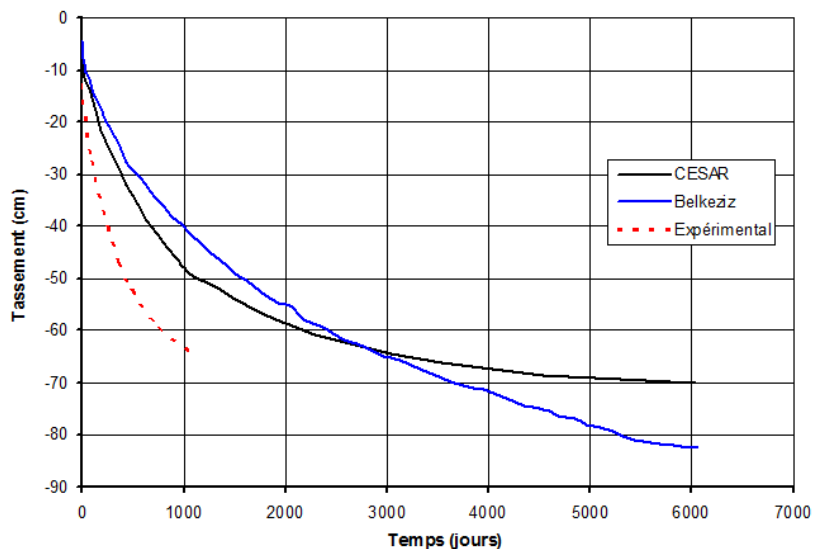


Figure 4.27: Tassements au centre du remblai.

### c- Pression interstitielle

La dissipation des pressions interstitielles est encore une fois beaucoup plus rapide que ne l'indiquent les mesures (figure 4.28). La forme des courbes de la surpression interstitielle est convenable (figure 4.29). La figure 4.30, qui représente la dissipation des surpressions interstitielles à différentes profondeurs, montre une irrégularité de la courbe, due probablement à une modification du comportement. Pour les couches profondes, constamment plastiques, cette irrégularité n'est pas observée (figure 4.31) ; les pressions interstitielles augmentent alors très légèrement au delà de la valeur calculée à la fin de chargement, avant de décroître de façon monotone.

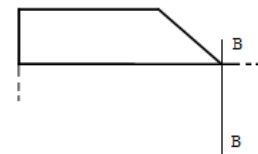
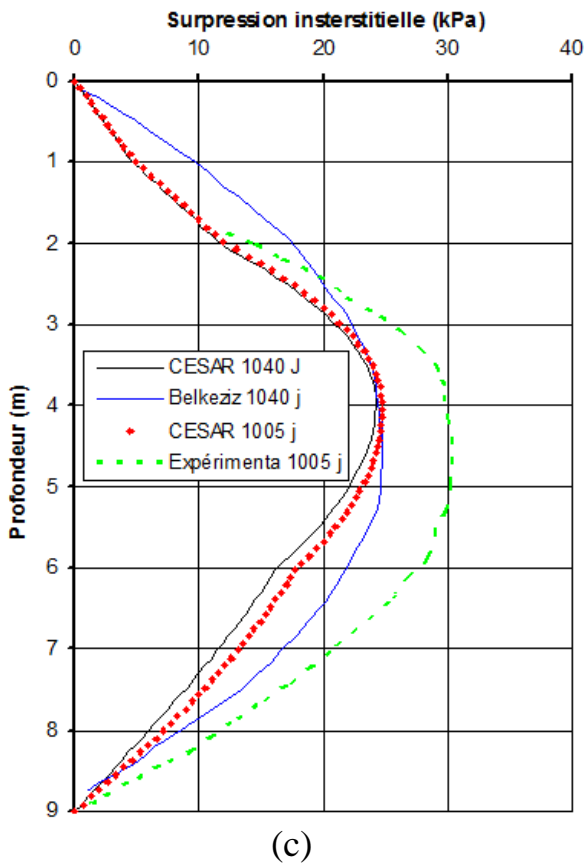
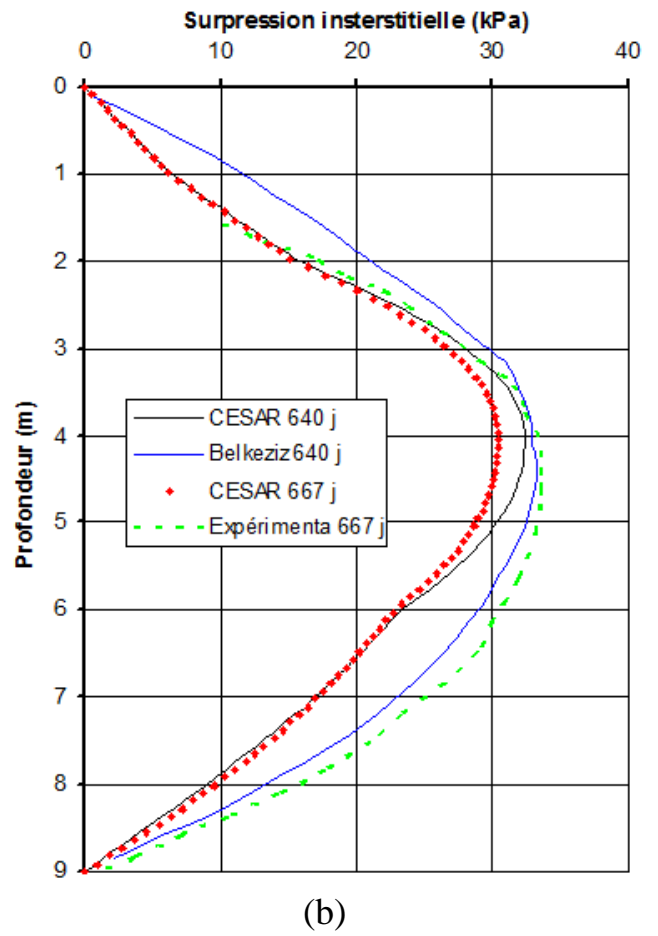
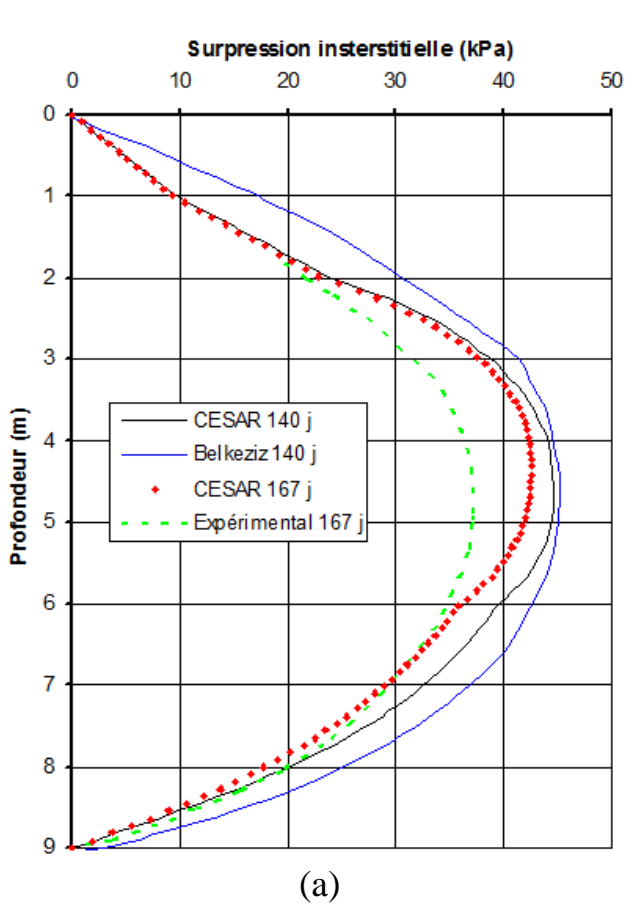
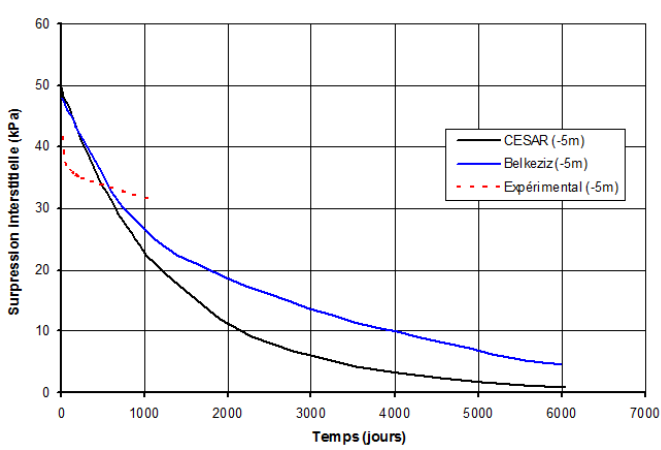
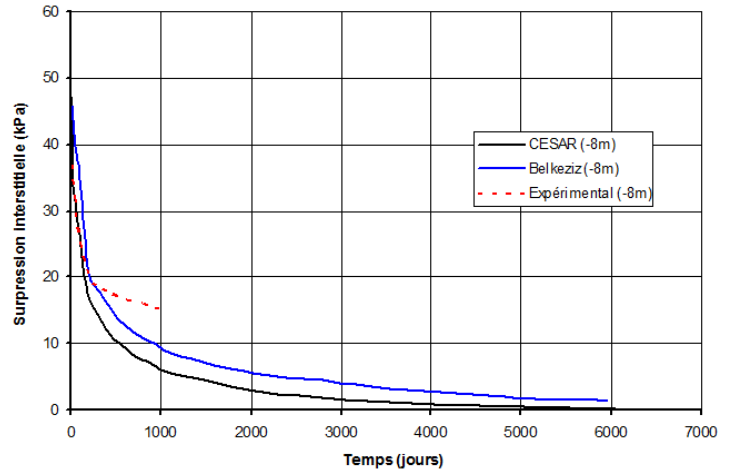


Figure 4.28: Isochrones des surpressions interstitielles. (a) :  $t=140$  j ; (b) :  $t=640$  j, (c) =  $1040$  j.



(c)



(b)

Figure 4.29: Surpressions interstitielles. (a) : à -5m et (b) : à -8m.

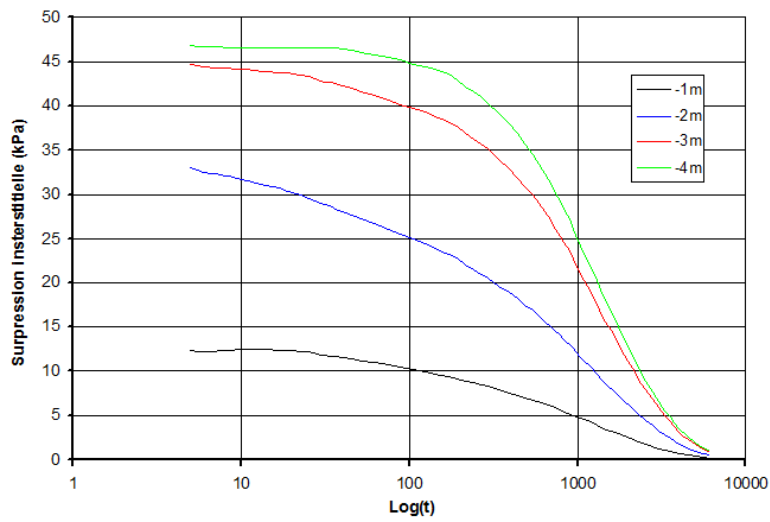


Figure 4.30: Dissipation des surpressions interstitielles en fonction de log (t) a -1m,-2m,-3m, et à -5m.

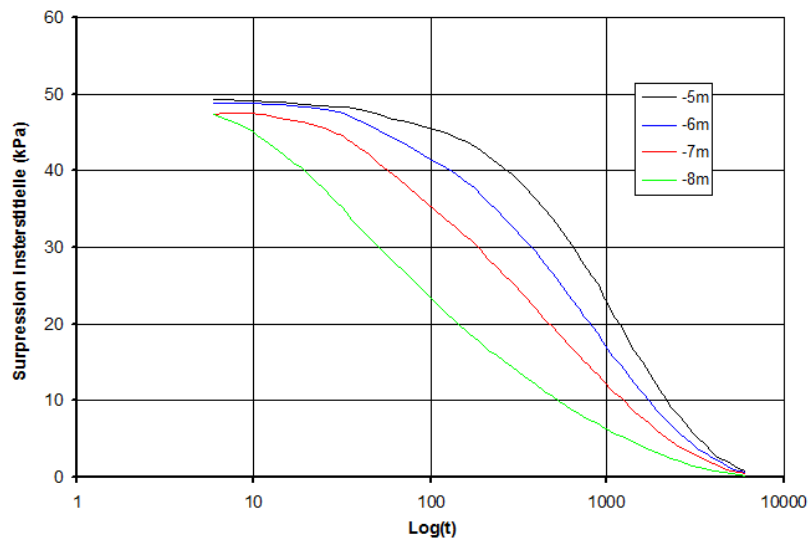


Figure 4.31: Dissipation des surpressions interstitielles en fonction de log (t) a -6m,-7m, et a -8m.

### 4.4.3 ÉTUDE PARAMETRIQUE

Une étude paramétrique a été réalisée sur le même remblai Cubzac-Les-Ponts. Elle vise à mettre en évidence l'effet de la perméabilité et le coefficient des terres au repos. Le modèle de référence est celui traité dans la partie élastoplastique de ce mémoire.

Le tableau suivant résume les paramètres utilisés dans le calcul.

Tableau 4.3: Paramètres élastoplastiques utilisés.

Couche	Paramètre d'élasticité		Paramètre de plasticité					
	E (kPa)	$\nu$	$\lambda$	$\kappa$	M	$e_0$	$e_{\lambda 0}$	$e_0^p$
0m - 1m	6000	0,35	0,12	0,017	1,2	1	1,47	1,03
1m - 2m	7600	0,35	0,53	0,022	1,2	2,6	4,72	2,66
2m - 4m	1220	0,35	0,75	0,085	1,2	3,23	5,78	3,48
4m - 6m	1830	0,35	0,53	0,048	1,2	3,25	4,11	2,34
6m - 9m	2990	0,35	0,52	0,042	1,2	2,28	4,29	2,24

#### 4.4.3.1 Influence de la perméabilité

Nous tentons par cette étude de mettre en exerce l'effet de la perméabilité sur l'évolution des déformations et des surpressions interstitielles qui régissent en grande partie le comportement et la sécurité de l'ouvrage.

Un rapport de perméabilité égal à 10 a été utilisé pour les différentes couches dans les deux sens. Malheureusement nous n'avons pas pensé à étudier uniquement l'effet de la perméabilité horizontale jusqu'à la fin de ce travail, chose qui semble importante dans la phénoménologie de la consolidation. Le tableau 4.4 présente les valeurs de la perméabilité pour les cas de figures étudiés. Il faut noter que le cas N°2 est la situation de référence dans cette démarche.

Tableau 4.4: Valeurs de la perméabilité des trois cas étudiés.

Cas n°: 1		Cas n°: 2		Cas n°: 3	
$k_x$ (m/s)	$k_y$ (m/s)	$k_x$ (m/s)	$k_y$ (m/s)	$k_x$ (m/s)	$k_y$ (m/s)
$1,8 \cdot 10^{-10}$	$1,8 \cdot 10^{-10}$	$1,8 \cdot 10^{-9}$	$1,8 \cdot 10^{-9}$	$1,8 \cdot 10^{-8}$	$1,8 \cdot 10^{-8}$
$1,25 \cdot 10^{-10}$	$1,21 \cdot 10^{-10}$	$1,25 \cdot 10^{-9}$	$1,21 \cdot 10^{-9}$	$1,25 \cdot 10^{-8}$	$1,21 \cdot 10^{-8}$
$2,5 \cdot 10^{-10}$	$0,72 \cdot 10^{-10}$	$2,5 \cdot 10^{-9}$	$0,72 \cdot 10^{-9}$	$2,5 \cdot 10^{-8}$	$0,72 \cdot 10^{-8}$
$2,95 \cdot 10^{-10}$	$1,08 \cdot 10^{-10}$	$2,95 \cdot 10^{-9}$	$1,08 \cdot 10^{-9}$	$2,95 \cdot 10^{-8}$	$1,08 \cdot 10^{-8}$
$2,95 \cdot 10^{-10}$	$1,88 \cdot 10^{-10}$	$2,95 \cdot 10^{-9}$	$1,88 \cdot 10^{-9}$	$2,95 \cdot 10^{-8}$	$1,88 \cdot 10^{-8}$

#### a- Effet de la perméabilité sur les tassements

La figure 4.32 représente l'évolution des tassements en fonction du temps au point M situé au centre de remblai (Figure 4.11). Le choix d'une échelle semi-logarithmique est justifié pour faire apparaître l'ensemble des pas du temps. Autrement dit si une échelle normale a été utilisée la première partie de la courbe ne sera pas lisible pour une meilleure interprétation.

Le résultat obtenu ici est en cohérence avec la théorie de la consolidation. La figure 4.32 montre clairement que le tassement final est pratiquement le même pour les trois situations. Par contre, la vitesse d'évolution est beaucoup plus importante pour une perméabilité plus élevée. La courbe de premier cas atteint le tassement maximal à  $t = 2040$  jours, par contre celle de deuxième cas à  $t = 12040$  jours et finalement pour le troisième cas le temps est pratiquement égal à 67040 jours. Ce qui donne par la suite la conclusion suivante : Pour un rapport de perméabilité de 10, le temps peut être divisé ou multiplié par 6 pour ce cas traité. Ce résultat ne peut être généralisé mais nécessite une étude approfondie pour d'autres sols avec des rapports plus importants de perméabilité.

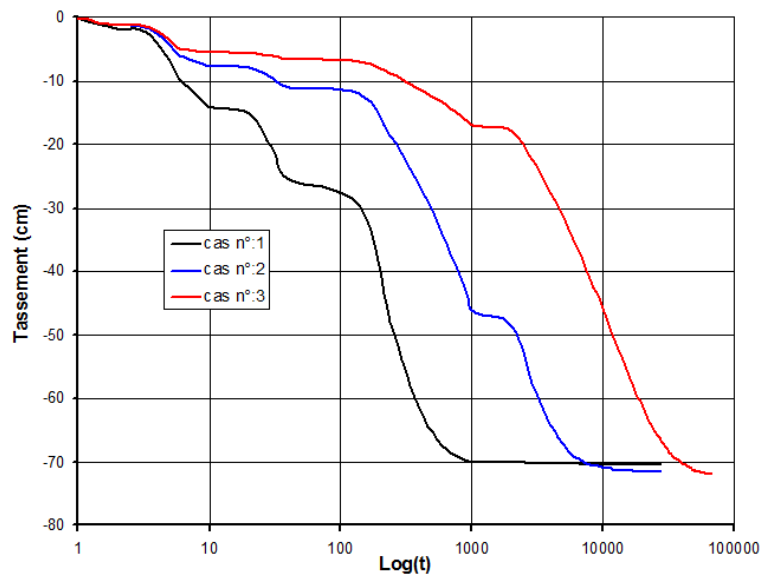


Figure 4.32: Tassement sous le centre de remblai au point M.

#### b- Influence de perméabilité sur les déplacements horizontaux

On observe un léger gonflement à la surface de sol d'autant plus important que la perméabilité est faible. Résultat en cohérence avec les constatations pratiques. Pour le cas n°2 une évolution de déplacements horizontal (figure 4.33) de + 2 cm à - 4 cm, par contre pour le cas n°3 les valeurs sont de + 3,4 cm jusqu'à -3,9 cm. Donc une diminution dans le temps de ce phénomène qui est en relation directe avec la perméabilité.

Un déplacement presque identique a été enregistré pour l'ensemble des cas étudiés à une profondeur  $z = 1$  m.

A partir de cette profondeur  $z = 1$  m une augmentation des déplacements vers l'extérieur de l'axe est observée. Une discontinuité des déplacements à  $z = 6$  m est identifiée sur les courbes il s'agit de l'interface entre deux couches différentes de sol, couche 4 et couche 5.

Ensuite les déplacements changent de signe en diminution jusqu'à l'annulation à  $z = 9$  m correspond au substratum (condition au limite).

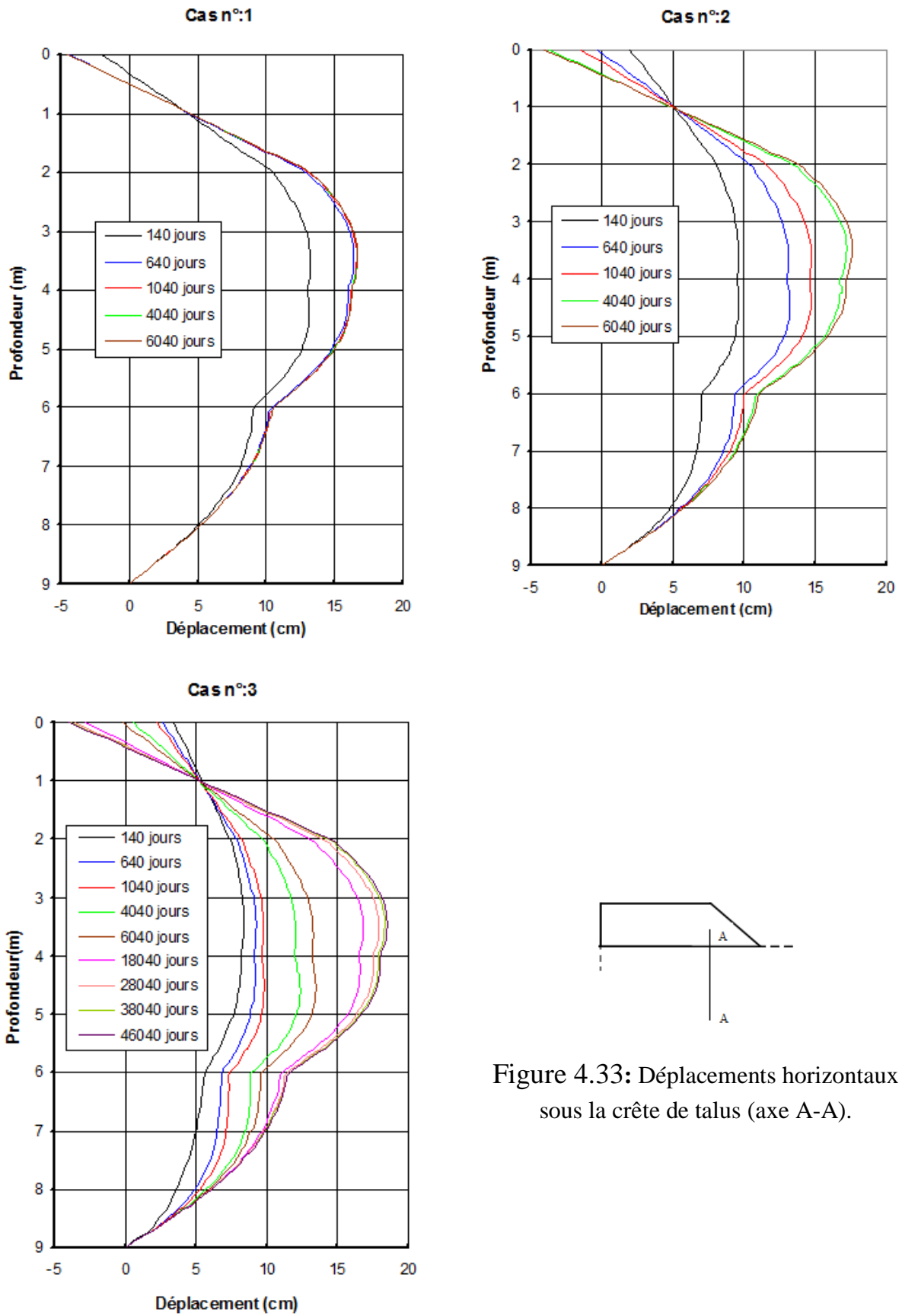


Figure 4.33: Déplacements horizontaux sous la crête de talus (axe A-A).



### c- Influence de perméabilité sur les surpressions interstitielles

Après le dépouillement de résultats donnés par le module CSNL nous avons jugé plus pratique la présentation de la surpression interstitielle au lieu de la pression interstitielle pour pouvoir faire la différence entre les différentes courbes par rapport aux temps. La figure 4.34 représente les surpressions interstitielles en fonction de la profondeur le long de l'axe B-B.

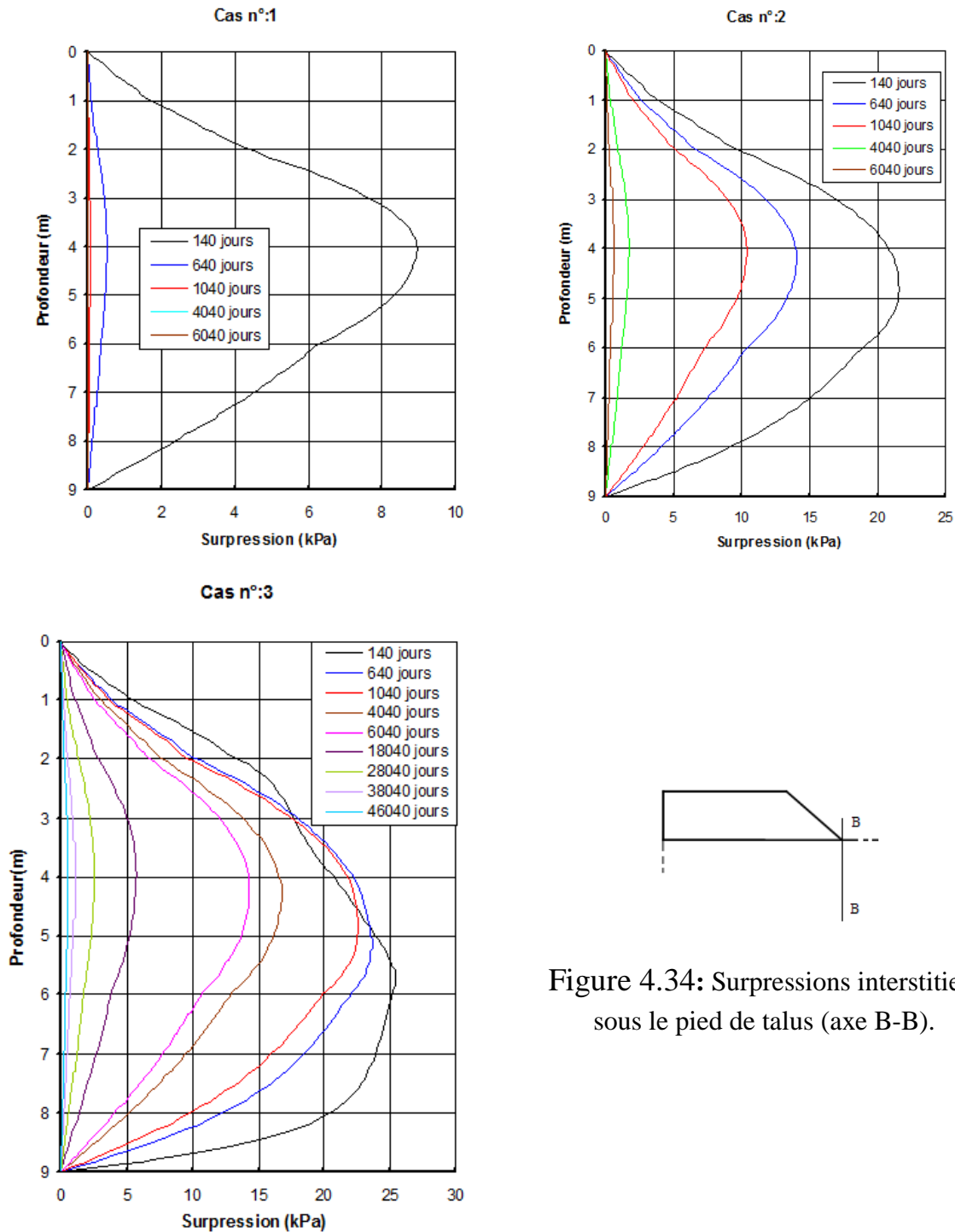


Figure 4.34: Surpressions interstitiels sous le pied de talus (axe B-B).

La première constatation sur cette figure que la dissipation de la surpression interstitielle est d'autant plus faible que la perméabilité est grande. Lorsque la perméabilité est multipliée par

10 et pour le même instant  $t = 140$  jours la différence est importante entre les trois situations : elle passe de 9 kPa à 22 kPa entre les deux premiers cas puis elle augmente jusqu'à 26 kPa pour le dernier cas malgré que l'augmentation de la perméabilité est la même.

Cependant, la dissipation globale de cette surpression dépend énormément de la perméabilité, le passage de premier cas (1040 jours) au deuxième cas (6040 jours) soit une différence de 14 ans environs. Par contre le même phénomène nécessite pour le troisième cas 46040 jours soit par rapport au deuxième cas 110 ans malgré la même différence de perméabilité. !

Il faut noter que nous n'avons pas étudié l'effet de la perméabilité horizontale et verticale indépendamment pour la simple raison la durée de notre stage.

#### 4.4.3.2 Influence de coefficient des terres aux repos $K_0$

L'analyse paramétrique de coefficient des terres aux repos sur le remblai Cubzac-Les-Ponts est faite pour trois cas différent (tableau 4.5).

Tableau 4.5: Différents valeurs de coefficient des terres aux repos.

	cas n°:1	cas n°:2	cas n°:3
$K_0$	0,43	0,5	0,55

##### a- Effet de $K_0$ sur les tassements :

La figure 4.35 représente le tassement max à l'état initial (après initiation des contraintes) et à l'état final (correspondent à la stabilisation des tassements). Cette variation a été rapprochée par une courbe de tendance de forme exponentielle qui semble acceptable.

Lors d'une recherche bibliographique nous avons pu conclure que plusieurs chercheurs dans le domaine de la géotechnique ont conclu que l'effet de coefficient de poisson, coefficient des terres aux repos et de la densité sèche d'un sol sur un phénomène nécessite de prendre des différences très petites vu le domaine limité de variation de ces paramètres.

Ce n'est pas le cas pour notre étude malheureusement.

La figure 4.36 montre l'évolution des tassements en fonction du temps. Aucune différence n'est enregistrée. De même pour la figure 4.37 pratiquement on a obtenu les mêmes courbes malgré la différence entre le coefficient  $k_0$ . Encore une autre fois une superposition des courbes de la surpression interstitielle en fonction de la profondeur le long de l'axe B-B est représentée sur la figure 3.38.

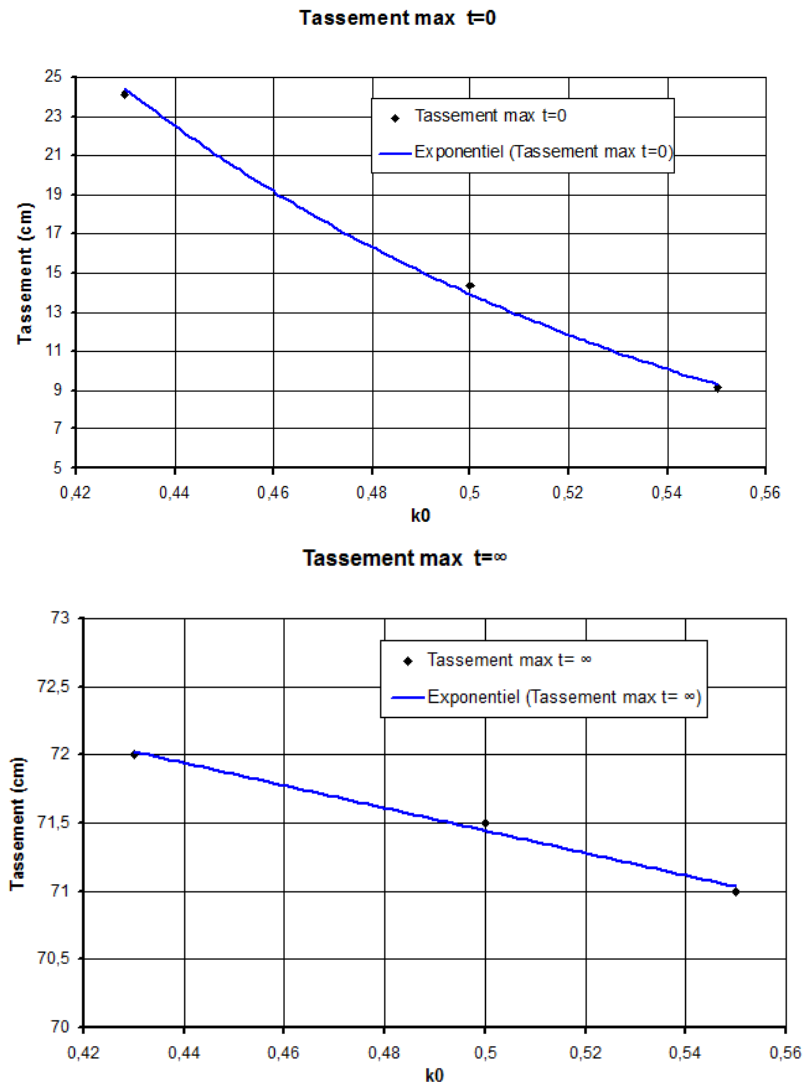


Figure 4.35: Tassement maximum au centre de remblai.

Nous avons à la fin de ce travail remarqué que dans cette dernière partie une erreur s'est glissée dans la modélisation car le résultat obtenu n'est pas en cohérence avec le cas de référence (cas n° :2) déjà étudié au paragraphe précédent.

Sans doute nous avons oublié de lancer l'initialisation des contraintes dans le module de calcul qui est une chose très importante dans le calcul élastoplastique.

A la fin de ce chapitre nous donnons la réponse suivante à propos de la différence en le groupe 9 de ROSALIE et le module CSNL car à notre niveau nous n'avons pas évoquée une étude comparative :

Normalement, CSNL qui est un morceau de CESAR-LCPC doit avoir les mêmes fonctionnalités que ROSALIE. ROSALIE, qui était divisé en "groupes" et la consolidation était le groupe 9, était le prédécesseur de CESAR. Le groupe 9 a continué d'être développé au début, puis il a été transféré dans CESAR pour former le module CSNL (Consolidation des sols non linéaire). C'est ce programme qui est en fonction. CSNL est dit "en développement"

parce que c'est une version qui n'est pas diffusée à l'extérieur, essentiellement parce que personne ne s'en est occupé, mais nous avons l'intention de le faire.

Ceci montre la limite des résultats de notre modeste contribution dans ce domaine. Nous espérons que ce travail sera utile pour d'autres travaux dans l'avenir.

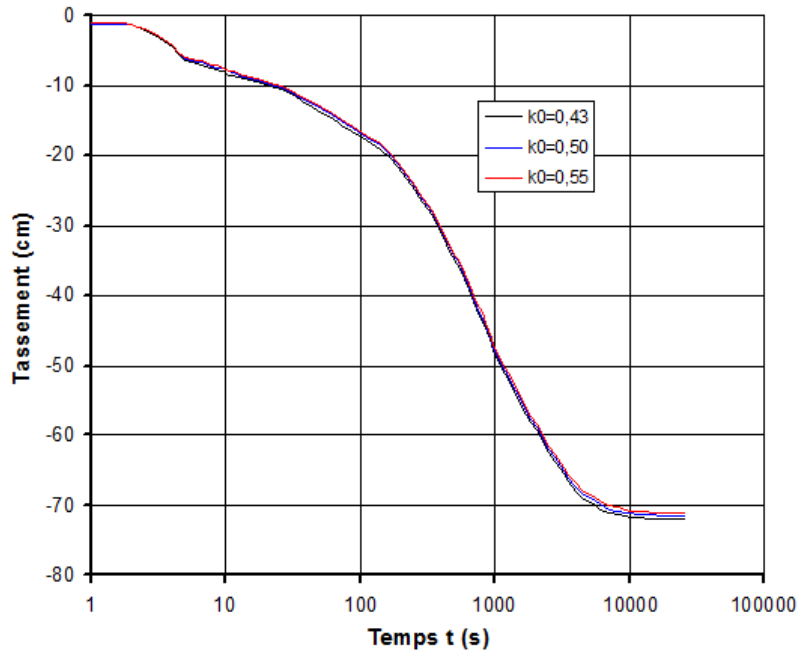


Figure 4.36: Tassement centre de remblai en fonction de  $\log(t)$ .

#### b- Effet de $K_0$ sur les déplacements horizontaux

La figure 4.37 représente le déplacement horizontal en fonction de la profondeur le long de l'axe A-A à  $t = 640$  jours.

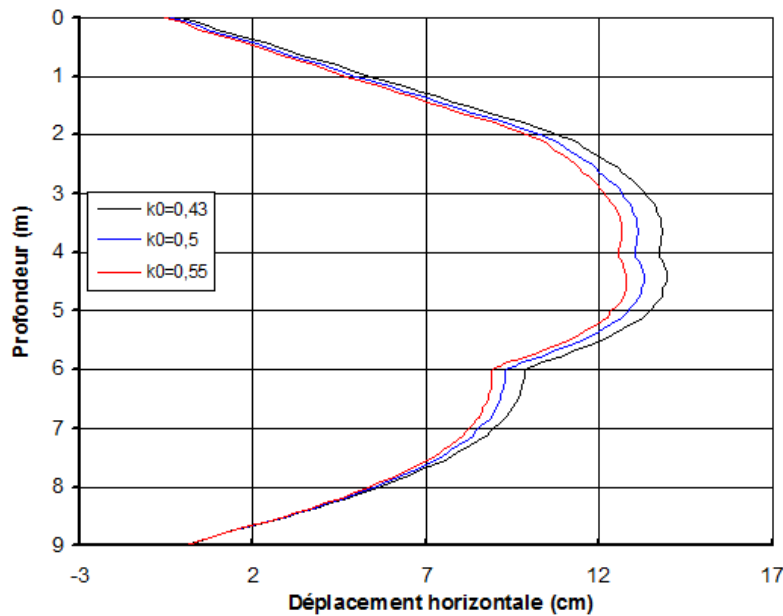


Figure 4.37: Déplacement horizontale sous la crête de talus à 640 jours.

### c- Effet de $K_0$ sur les surpressions interstitielles

La figure 4.38 représente les surpressions interstitielles en fonction de la profondeur le long de l'axe B-B à  $t = 640$  jours.

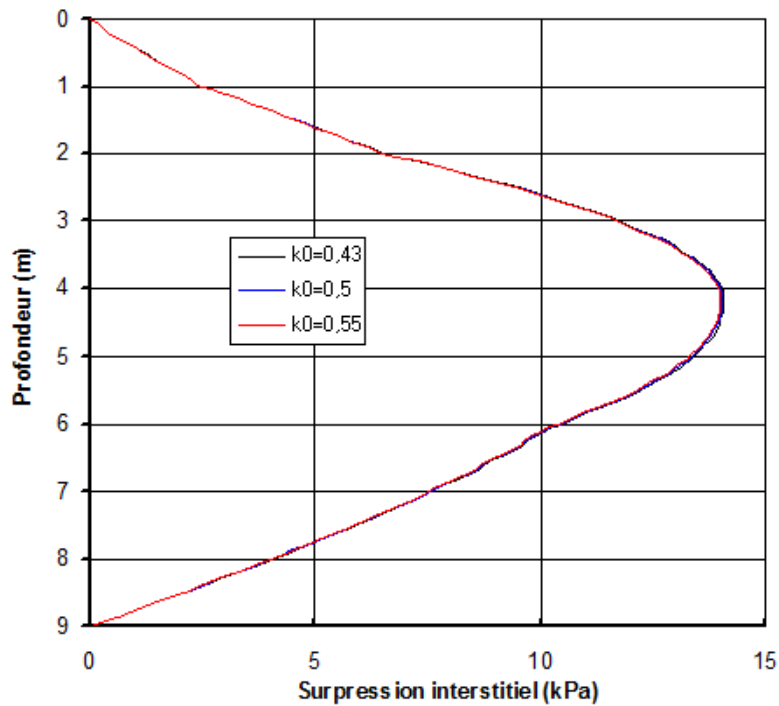


Figure 4.38: Surpressions interstitielles sous le pied de talus à 640 jours.

## 4.5 CONCLUSION

La comparaison entre la modélisation numérique et la résolution des équations analytiques de Terzaghi et de Gibson nous a permis d'être sûr de la bonne utilisation de ce module d'une part et d'autre part une validation puisqu'il s'agit d'un module au cours de développements. Une très bonne cohérence entre les deux méthodes dans le cas d'un comportement élastique isotrope.

La prise en compte du comportement élastoplastique du squelette du sol est possible dans le programme de calcul par éléments finis des problèmes de consolidation CESAR-LCPC par le module CSNL.

Des calculs ont été faits pour étudier le comportement du remblai B expérimental de Cubzac-Les-Ponts dans les cas suivants:

- Comportement du squelette élastique isotrope.
- Comportement du squelette élastoplastique.

Pour ce dernier calcul, le critère du modèle Cam-Clay modifié a été utilisé tel qu'il a été programmé sur le programme CESAR-LCPC.

Il reste cependant difficile par la comparaison des résultats des calculs avec ceux de la campagne de mesures, l'ingénieur est donc confronté à un problème de choix pour l'étude des remblais sur sols compressibles, chacun ayant ses avantages et ses inconvénients ;

Le modèle élastique linéaire isotrope, s'il est attrayant par sa simplicité, présente de sérieuses divergences avec les mesures, particulièrement en ce qui concerne les déplacements latéraux, très importants en début de consolidation et revenant ensuite vers l'axe du remblai, et en ce qui concerne les tassements immédiats, également importants;

Le comportement élastoplastique est certainement le modèle qui représente le mieux le comportement réel des sols compressibles. Les résultats obtenus à l'aide d'un tel modèle et du critère Cam-Clay modifié restent cependant sensibles aux valeurs des paramètres. Les critères de plasticité peuvent être améliorés par la prise en compte de l'anisotropie et le réexamen du cycle itératif dans les zones qui ramollissent.

Concernant les courbes de dissipation des surpressions interstitielles, relativement écartées par rapport aux courbes des mesures, peut incriminer, en particulier, l'hypothèse des coefficients de perméabilité constant.

## CONCLUSION GENERALE

Conscients de la difficulté à la fois théorique et numérique que posent les problèmes de couplage hydromécanique, nous avons adopté au cours de ce travail une démarche par étapes.

Dans une première étape, nous avons analysé le phénomène de consolidation unidirectionnelle dans un milieu saturé selon les hypothèses de Terzaghi. La théorie de consolidation de Terzaghi marque l'origine de la mécanique des sols moderne. Cette théorie unidimensionnelle très simplifiée sert aujourd'hui encore de base à la plus part des calculs d'évolution des tassements au cours du temps.

Dans une seconde étape, nous nous sommes intéressés au traitement de la consolidation des sols en présence de la surface libre. Une recherche bibliographique a permis d'analyser les principales approches développées pour traiter ce problème et étudier les principales observations expérimentales sur le comportement des sols argileux soumis à des pressions interstitielles négatives. La synthèse de ces travaux nous a conduit à utiliser l'approche monophasique de Richards (1931) pour les écoulements et la généralisation de la notion de la contrainte effective proposée par Bishop.

L'étude des principaux travaux a permis de dégager le point d'évolution actuelle dans le domaine de traitement de la consolidation des argiles. Les modèles Cam-Clay et Cam-Clay modifié sont toujours les plus utilisées pour simuler le comportement des sols; le calcul couplé est adopté, dans la majorité des cas, pour étudier des barrages et des remblais.

L'utilisation du code de calcul CESAR-LCPC, nous a permis de faire une analyse bidimensionnelle de ce phénomène en se basant sur la méthode des éléments finis; les résultats obtenus sont comparables à ceux obtenus par d'autres codes (ROSALIE), des mesures in situ et des résultats analytiques.

Le choix des paramètres utilisés dans le calcul par élément finis est très important, si l'on tient compte du fait que les courbes de variation des caractéristiques mécaniques du sol ne représentent que les valeurs moyennes des mesures effectuées.

De plus, des paramètres comme la perméabilité sont difficiles à estimer globalement et ne peuvent être mesurés d'une manière assez correcte que sur le site.

De la, on conclut qu'il serait intéressant de: comparer les résultats trouvés par le calcul numérique avec des mesures effectuées au laboratoire et en place.

Il est préférable d'utiliser le modèle élastoplastique pour les calculs que le modèle élastique pour tester les zones plastiques en fonction du type de chargement.

## REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

**Akchiche M. & Derriche Z. (1990)**, Analyse des tassements en surface induit par le creusement d'une galerie dans des marnes: Université des Sciences Technologiques de Bab-Ezzouar, Algérie.

**Akou Y. (1995)**, Etude expérimentale et modélisation de l'élargissement des remblais sur sols compressibles, Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, Paris (France).

**Alonso E. & Gens A. & Hight D. W. (1987)**, Special problem soils, General report, session 9, 9<sup>ème</sup> cong, Européen, Mécanique des Sols et Travaux de Fondations Dublin, Vol. 5, pp 1-60.

**Asaoka A. (1985)**, Prediction of élasto-plastic consolidation behavior, 11<sup>ème</sup> cong, Mécanique des Sols et Travaux de Fondations, San Francisco, Vol. 3, pp 2159-2162.

**Atwa M. & Magnan J. P. & Leca E. (2000)**, Analyse de la consolidation des sols autour des tunnels creusés dans l'argile, Géotechnique, GT 69, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées.

**Atwa M. (1996)**, Analyse des écoulements d'eau et de la consolidation des sols autour des tunnels creusés dans l'argile, Thèse de Doctorat de l'Ecole Centrale des Arts et Manufactures de Paris (France).

**Belkeziz A. (1980)**, Etude par la méthode des éléments finis les problèmes de consolidation des sols fins, Thèse de Doctorat à l'Université de Pierre et Marie Curie Paris VI (France).

**Bengoudifa M. & Behloul L. (1993)**, Analyse de la consolidation bidimensionnelle par la méthode des éléments finis -Modèle élastoplastique, Projet de fin d'études encadré par M<sup>1</sup> Allal M. A. et Megnounif A., Départements de Génie Civil, Faculté de Technologie, Université Aboubakr Belkaid, Tlemcen (Algérie).

**Berrabah & Benmansour (1991)**, Analyse de la consolidation bidimensionnelle par la méthode des éléments finis, Projet de fin d'études encadré par M<sup>r</sup> Allal M. A. et Megnounif A., Départements de Génie Civil, Faculté de Technologie, Université Aboubakr Belkaid, Tlemcen (Algérie).

**Biot M. A. (1941)**, General theory of three dimensional consolidation, J of applied physics, Vol. 12, pp 155-166 et 426-430.

**Biot M. A. (1955)**, Theory of elasticity and consolidation for a porous anisotropic solid, J of applied physics, Vol. 26, pp 182-185.

**Bishop A. W. & Blight G. E. (1963)**, Some aspects of effective stress in saturated and unsaturated soils, Géotechnique, Vol.13, n° 3, pp 177-197.



**Bishop A. W. (1960)**, The measurement of pore pressure in the triaxial test, Conf on pressures and suction in soils, Londres, Butterworths, pp 38-46.

**Bouzian & Tidjani (1992)**, Analyse de la consolidation unidimensionnelle par la méthode des éléments finis, Projet de fin d'études encadré par M<sup>r</sup> Allal M. A. et Megnounif A., Départements de Génie Civil, Faculté de Technologie, Université Aboubakr Belkaid, Tlemcen (Algérie).

**Carola P. (2000)**, Cubzac-les-ponts expérimental Embankments on Soft Clay, Geofabric Reinforcement in a SLOPE/W Analysis.

**Dang M.T. & Magnan J.P. 1977**, Etude théorique et expérimentale de la compressibilité du fluide interstitiel dans un sol argileux presque saturé, Paris (France).

**Dhatt G. & Touzot G. (1984)**, Une présentation de la méthode des éléments finis, 2<sup>ème</sup> édition, Collection de l'Université de Compiègne, Edition Maloine.

**Duncan J. M. & Chang C. Y. (1970)**, Non linear analysis of stress and strain in soils, ASCE, Vol. 96, SM5, pp 1629-1653.

**Duncan J. M. (1994)**, The role of advanced constitutive relations in practical applications, 14<sup>ème</sup> cong, Intern, Mécanique des Sols et Travaux de Fondations, New Delhi, Vol. 5, pp 31-48.

**Dysli M. (1984)**, Usage pratique des modèles couplés, 11<sup>ème</sup> Cong, Int, Mécanique des Sols et Travaux de Fondations, San Francisco, Vol.2, pp 747-750.

**Dysli M. & Rybisar J. (1998)**, Coupled models and free-surface seepage analysis without mesh iteration, Cong, Intern, Num, Models in Geom, Innsbruck, pp 791-795.

**Frenlund D. G. & Morgenstern N. R. (1979)**, Stress state variables for unsaturated soils, ASCE, Vol. 103, GT5, pp 447-466.

**Garriges J. (2002)**, La méthode des éléments finis, Ecole Supérieure de Mécanique de Marseille (France).

**Kaftan A. (1990)**, Fluage et consolidation des sols saturés et quasi-saturés, Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées.

**Khemissa A. & Magnan J. P. & Josseaume H. (1993)**, Etude des propriétés mécaniques de l'argile molle de Guiche-Vallée de l'Adour, Rapport de recherche de LPC, GT 53, 204 pages.

**Lepidas I. & Magnan J. P. (1990)**, Fluage et consolidation des sols argileux Modélisation numérique, Rapport de recherche LPC, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris (France).

**Lloret A. & Alonso E. E. (1985)**, State surfaces for partially saturated soils, 11<sup>ème</sup> Cong, Int, Mécanique des Sols et Travaux de Fondations, San Francisco, Vol. 2, pp 557-562.

**Magnan J. P. (2000)**, Cours de mécanique des sols et des roches, Ecole National des ponts et Chaussées, Paris (France).

**Magnan J. P. & Dufour F. (1976)**, Analyse de la consolidation unidimensionnelle par la méthode des isotaches, Rapport interne, Division Mécanique des sols et Fondations, LCPC, 73 pages.

**Magnan J. P. (1986)**, Modélisation numérique du comportement des argiles molles naturelles, Rapport de recherche des LPC, Paris, n° 141, 255 pages.

**Magnan J. P. & Phillip M. (1992)**, Utilisation des éléments finis dans les projets de géotechnique, Sols et Fondations 216.

**Mouratidis A. & Magnan J. P. (1983a)**, Un modèle élastoplastique anisotrope avec écrouissage pour le calcul des ouvrages sur sols compressibles, Rapport de recherche des LPC, Paris, n° 121, 124 pages.

**Oka F. & Adashi T. & Okano Y. (1986)**, Two-dimentional consolidation analysis using an elasto-viscoplastic constitutive equation, Int. J. Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, vol. 10, no 1, pp 1-10.

**Omari M. & Amimur K. (2002)**, Analyse bibliographique et modélisation numérique de la consolidation des sols, Projet fin d'étude, Département de Génie Civil, encadre par de M. Zadjaoui et A. Megnounif, Faculté de Technologie, Université Aboubakr Belkaid, Tlemcen (Algérie).

**Ould Amy M. & Magnan J. P. (1991)**, Modélisation numérique des écoulements et des déformations dans les barrages de terre construisent sur des sols mous, Rapport des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Paris (France).

**Phillipe M. (2001)**, Une base de données sur la modélisation numérique des remblais sur sols compressibles et sur la confrontation calculs-mesures in situ, Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, Paris (France), n°232, pp 43-58.

**Rendulic L. (1936)**, Relation between void ratio and effective principal stresses for a remoulded silty clay, 1<sup>st</sup> Cong. hit, Mécanique des Sols et Fondations, Cambridge, Mass, Vol. 3 , pp 48-51.

**Sekigushi H & Ohta H (1977)**, Induced anisotropy and time dependent anisotropy in clays, 9<sup>ème</sup> Cong, hit, Mecanique des sols et Travaux de Fondations, Constitutive equations of soils,session 9, Tokyo, pp. 229-238.

**Wone W & Magnan J. P. (1999)**, Calcul en éléments finis des déformations des sols non saturés équations et exemple, revue française de géotechnique n°97, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, Paris (France).

## RESUME

Projet de fin d'étude : Contribution à l'analyse numérique de la consolidation des sols saturés.

---

**Chapitre 1** : Consolidation unidimensionnelle de Terzaghi.

**Chapitre 2** : Modélisation physique de la consolidation des sols.

**Chapitre 3** : Formulation variationnelle de la consolidation avec surface libre.

**Chapitre 4** : Modélisation numérique de la consolidation : de la validation à l'application pratique.

---

Le travail présenté dans ce mémoire comporte plusieurs synthèses sur le comportement hydromécanique des massifs de sols vis à vis de la réalisation des ouvrages de génie civil, sur les travaux antérieurs consacrés à la modélisation de ce phénomène et sur les approches de calcul développées dans la littérature pour le traitement de la consolidation d'un massif du sol.

La réponse d'un massif de sol compressible a été analysée par la méthode des éléments finis à l'aide du progiciel CESAR-LCPC. Cette analyse a été basée sur les calculs hydromécaniques couplés avec un modèle de comportement élastique isotrope et élastoplastique. Les résultats obtenus ont été comparés aux résultats analytiques et des résultats de la littérature.

### ملخص

مشروع نهاية الدراسة : المساهمة في التحليل العددي لظاهرة رص التربة المشبعة.

---

**الفصل الأول** : نظرية الرص الترابي الأحادي الاتجاه.

**الفصل الثاني** : النمذجة الفيزيائية لظاهرة الرص الترابي.

**الفصل الثالث** : المعادلات التغيرية لظاهرة الرص الترابي بوجود مساحة حرّة.

**الفصل الرابع** : النمذجة العددية للرص الترابي: من التحقق إلى التطبيق العملي.

---

العمل المقدم في هذا المشروع يحتوي على عدّة دراسات مرجعية و بحثية حول المشاكل المتعلقة بالتحليل الهيدروميكانيكي لتربة خاضعة لتأثير منشآت الهندسة المدنية.

المذكرة تحتوي أيضا، على أهم التقريبات الحسابية المتطورة في الأعمال المنجزة مسبقا من أجل نمذجة هذه الظاهرة , كما تتضمن أيضا النظريات الموجودة في المراجع العلمية من أجل معالجة تماسك التربة.

لقد تم تحليل استجابة التربة القابلة للانضغاط بواسطة طريقة العناصر المنتهية باستخدام البرنامج CESAR-LCPC. واستند هذا التحليل على الحسابات الهيدروميكانيكية من خلال النموذجين المرن و المرن-البلاستيكي . وتمت مقارنة هذه النتائج مع النتائج التحليلية، النتائج الرقمية (Belkeziz 1983) وتلك النتائج القياسية في عين المكان.

---

### ABSTRACT

Final project study: Contribution to the numerical analysis of soil consolidation.

---

**Chapter 1**: one-dimensional consolidation the Terzaghi.

**Chapter 2**: Physical modeling of soil consolidation.

**Chapter 3**: variational formulation of the consolidation with free surface.

**Chapter 4**: Numerical modeling of consolidation: of the validation to practical application.

---

The work presented has several summaries of the hydro mechanical behavior of massive land overlooked the achievement of civil engineering works on the previous work, on modeling of this phenomenon and the computational approaches developed in the literature for the treatment of consolidating a soil mass with.

The response of a solid compressible soil was analyzed by finite element method using the CESAR-LCPC. This analysis was based on hydro mechanical calculations coupled with a model of elastic and elastoplastic. The results were compared with analytical results, numerical results (Belkeziz 1983) and received those measures in place.