

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTRE DES ETUDES SUPERIEURES
ET DES RECHERCHES SCIENTIFIQUES

UNIVERSITE ABOU BAKR BELKAID TLEMCEN
FACULTE DE TECHNOLOGIE

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE ET ELECTRONIQUE
LABORATOIRE DE TELECOMMUNICATIONS



FACULTE DE
TECHNOLOGIE



LABORATOIRE DE
TELECOMMUNICATIONS
DE TLEMCEN LTT

MEMOIRE

Pour l'obtention du

DIPLOME DE MAGISTERE

DE L'ECOLE DOCTORALE DES TECHNOLOGIES ET
APPLICATIONS SPATIALES

Spécialité : Télécommunications et Informatique Spatiales

THÈME

*Analyse et conception de nouvelles structures de
filtres larges bandes pour des applications en
Télécommunications.*

Présenté en 2011 par

M^r : BOUSMAHA Mohammed Amine

Devant le jury composé de :

- | | |
|--|---|
| • Président : BENDIMERAD Fethi Tarik | Professeur à l'Université de Tlemcen |
| • Examineur : MERIAH Sidi Mohamed | Professeur à l'Université de Tlemcen |
| • Examineur : BENAHMED Nadia | Maitre assistante classe B à l'EPST-Tlemcen |
| • Directeur de thèse : BENAHMED Nasreddine | Professeur à l'Université de Tlemcen |
| • Co directeur de thèse : BOUSAHLA Miloud | Maitre assistant classe A à l'Université de Tlemcen |

Année Universitaire 2010-2011

REMERCIEMENTS

Ce travail a été effectué au Laboratoire de Télécommunications (LTT) de la Faculté de Technologie de l'Université Abou Bekr Belkaid-Tlemcen.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur **BENAHMED Nasreddine**, Professeur à l'Université Abou Bekr Belkaid-Tlemcen, qui a bien voulu assurer la direction de ce travail, pour son soutien et ses précieux conseils. Je le remercie également pour le temps qu'il a consacré pour la finalisation de ce mémoire.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur **BOUSAHLA Miloud**, Maître assistant classe A, à l'Université Abou Bekr Belkaid-Tlemcen qui a su me soutenir malgré ses occupations. La confiance que m'a accordée et ses nombreux conseils furent très précieux pour l'accomplissement de ce travail.

J'exprime ma profonde reconnaissance à Monsieur **BENDIMERAD Fethi Tarik**, Professeur à l'Université Abou Bekr Belkaid-Tlemcen et Directeur du Laboratoire de recherche (LTT) de faire l'honneur de présider le jury de ce mémoire.

Je remercie vivement Monsieur **MERIAH Sidi Mohamed**, Professeur à l'Université Abou Bekr Belkaid-Tlemcen, pour avoir accepté d'examiner ce travail.

A Madame **BENAHMED Nadia**, Maître assistante classe B, à l'École Préparatoire des Sciences et Techniques-Tlemcen, à qui je suis entièrement redevable pour sa participation à la commission d'examen. Je lui adresse également mes sincères remerciements.

Ma pensée va aussi à l'ensemble des membres du Laboratoire de Télécommunications (LTT) pour leurs encouragements, sans oublier mes collègues des autres laboratoires de recherches.

A

Mes parents

Mes frères et sœurs

Ma famille

Tous mes amis

Tous ceux que j'aime

Résumé :

Au moyen de nos programmes écrits en FORTRAN et utilisant la méthode des moments (MoM), l'analyse, la conception et l'optimisation d'une nouvelle structure de filtre passe bande (FPB) ultra large bande (ULB), compact et utilisant des tronçons de lignes microrubans, commode pour des applications faibles puissances en télécommunications, sont présentées.

Pour une structure de filtre (FPB) ULB que nous avons étudié la conception est basée sur l'utilisation de tronçons de lignes à saut d'impédance d'une part et de tronçons de lignes couplées d'autre part. La fréquence centrale du filtre a été choisie autour de 6.85 GHz, la largeur de bande est comprise entre 3.3 et 10.6 GHz, les pertes de transmission sont très faibles et celles de réflexion sont trouvées supérieures à 10 dB.

L'introduction de fente au milieu du résonateur constitutif du (FPB) ULB permet d'améliorer la qualité de réjection qui dépasse environ 20 dB jusqu'à 25 GHz.

Mots-clés : Lignes interdigitales microrubans couplées; Résonateur linéaire; Résonateur à saut d'impédances; Résonateur à fente ; Filtre passe-bande ULB ; filtre compact ; Analyse, conception et optimisation; Méthode des moments (MoM) ; Paramètres électromagnétique.

Abstract :

Using our programs done in FORTRAN and using the method of moments (MoM) the analysis, the design and the optimization of a compact and a novel structure of ultra wideband (UWB) bandpass filter using microstrips lines, convenient for low power applications, are presented.

For a studied structure the design of the compact UWB bandpass filter is based on the use of impedance steps and coupled-line sections. The center frequency around 6.85 GHz was selected, the bandwidth is between 3.3-10.6 GHz, the insertion-loss is low and the return loss is found higher than 10 dB.

Our filters have not only compact size but also a wider upper stopband resulting from resonator bandstop characteristics when slots are introducing into the resonator. The simulated results of stopband performances are better than 20 dB for a frequency range up to 25 GHz.

Keywords: Interdigital coupled microstrip lines; Linear resonator; Step impedance resonator; Slotted resonator; UWB Bandpass filter; Compact filter; Analysis, design and optimization; Method of moments (MoM); Electromagnetic parameters.

ملخص:

في هذا المقال نقدم تحليلا عدديا وتصميما أمثل لمرشح ميكروشريطي (FLB) ذو هياكل هندسية جديدة من نوع (ULB) بطريقة العناصر اللحظات (MoM) باستعمال برنامجنا المكتوب بلغة FORTRAN من أجل تطبيقات في مجال الإتصالات ذات طاقة منخفضة. يقوم تصميم المرشح المتراص (ULB) باستعمال قطع من الخيوط الميكروشريطية العادية والمرتبطة. التوتر المركزي للمرشح قد اختير حوالي 6.85 GHz، عرض شريط تواترات المرشح يتراوح بين 3 و 11.5 GHz، فقدان التحويل ضئيل لا يتعدى 0.6 dB أما فقدان الانعكاس فيفوق 10 dB. يتيح إدخال فتحه في جهاز الرنان المؤسس للمرشح (FPB) ULB بتحسين نوعية الرفض الذي يتجاوز 20 dB عند 25 GHz.

• كلمات المفاتيح :

خيوط ميكروشريطية مقترنة، رنان ذو مقاومة ذات قفزة، مرشح (ULB)، مرشح متراص، رنان ذو فتحة، التحليل والتصميم الأمثل، (MoM) طريقة اللحظات ، الخاصيات الكهرومغناطيسية.

Table des Matières

Remerciements

Dédicaces

Résumé

Abstract

Table des matières

Liste des abréviations

Introduction générale

Chapitre I: *Equations des lignes de transmission multifilaires (MTL)*

I.1 Introduction.....	1
I.2. Dérivation des équations des lignes multifilaires à partir formes intégrales des équations de Maxwell.....	1
I.3. Dérivation des équations des lignes multifilaires à partir du circuit électrique équivalent.....	10
I.4. Résumé des équations des lignes MTL.....	11
I.5. Introduction des pertes dépendantes de la fréquence.....	12
I.6. Propriétés des paramètres matriciels linéiques [L], [C] et [G].....	14
I.7. Définitions des paramètres matriciels linéiques [L], [C] et [G].....	17
I.8. Matrice capacité généralisée [Cg].....	22
I.9. Conclusion	24

Chapitre II : *Méthode des moments appliquée aux lignes multifilaires à section transversale rectangulaire*

II.1 Introduction.....	25
II.2. Techniques de la méthode des moments (MoM).....	25
II.3. Applications aux cartes électroniques a circuits imprimés	36
II.3.1. Organigramme PCB	46
II.4. Applications aux lignes microstrip couplées.....	51
II.4.1. Organigramme MSTRP.....	55
II.5. Applications aux lignes stripline couplées	60
II.5.1. Organigramme STRPLINE	63
II.6. Conclusion	65

Chapitre III : *Analyse dans le domaine fréquentiel des lignes multifilaires*

II.1. Introduction.....	66
III.2. Equations des lignes de transmissions multifilaires MTL dans le domaine fréquentiel.....	66
III.3. Solution générale pour une ligne a (n + 1) conducteurs	68
III.3.1. Découplage des équations de MTL par Similitude	68
III.3.2. Solution.....	75
III.3.2.1. Conducteurs parfaits plongés dans un milieu homogène présentant des pertes.....	76
III.3.2.2. Conducteurs non parfaits plongés dans un milieu homogène présentant des pertes.....	78
III.3.2.3. Conducteurs parfaits plongés dans un milieu inhomogène à faibles pertes..	80
III.3.2.4. Cas général : Conducteurs avec pertes plongés dans un milieu inhomogène présentant des pertes.....	82
III.4. Introduction des conditions de terminaison (de charges).....	83
III.4.1. Circuit De Thevenin équivalent généralisé	83
III.4.2. Circuit De Norton équivalent généralisé	86
III.4.3. Représentation Mixte.....	89
III.5. Caractérisation du circuit a éléments localises	90
III.6. Caractérisations alternatives 2n-Ports.....	93
III.6.1. Analogie des équations des lignes multifilaires dans le domaine fréquentiel avec les équations à variables d'états.....	93
III.6.2. Caractérisation de ligne 2n-Ports par utilisation des Paramètre Chaîne	95
III.6.3. Propriétés des paramètres chaînes matricielles	97
III.6.4. Caractérisation par utilisation des matrices impédances et admittances.....	102
III.7. Matrices de flux de puissance et coefficient de réflexion.....	106
III.8. Conclusion.....	111

IV.1. Introduction	112
IV.2. Technologies planaires.....	113
IV.2.1. Topologie microruban (MS).....	113
IV.2.1.1. La ligne microruban.....	113
IV.2.1.1.1. Avantages et inconvénients.....	115
IV.2.1.1.2. Formules d'analyses et de synthèses.....	115
a- Formule d'analyse.....	115
b- Formule de synthèse.....	116
c- Affaiblissement d'une ligne microruban.....	116
d- Discontinuité dans les lignes microrubans.....	117
IV.2.2. Topologie coplanaire (CPW).....	118
IV.2.3. Topologie de ligne a fente (CPS).....	119
IV.2.4. La technologie ligne à fente ou slotline.....	120
IV.2.5. Technologies multicouche (LTCC).....	120
IV.3. Généralités sur les filtres.....	123
IV.3.1. Notions de gain et fonction de filtrage.....	125
IV.3.1.1. Gain d'insertion.....	125
IV.3.1.2. Fonction de filtrage.....	127
IV.3.1.3. Pôles et zéros.....	138
IV.4. Principales topologies planaires des filtres passe-bandes	139
IV.4.1. Filtres à éléments localisés.....	139
IV.4.2. Filtres à stubs.....	130
IV.4.3. Filtres à base de résonateurs.....	132
IV.4.3.1. Résonateurs demi-onde.....	132
a) Résonateurs demi-onde couplés en série.....	132
b) Résonateurs demi-onde couplés en parallèle	132
IV.4.3.2. Résonateurs quart-d'onde.....	135

a) Résonateurs en peigne.....	135
b) Résonateurs interdigités	136
IV.4.4.3. Dual Behavior resonator.....	136
IV.4.3.4. Résonateurs Dual mode	137
IV.4.4. Structures à Bande Interdite Électromagnétique (BIE).....	138
IV.5. Topologies des filtres passe bande Ultra Large Bande (ULB).....	139
IV.5.1. Définition.....	139
IV.5.2. Filtres passe bande ultra large bande à résonateur à saut d'impédance.....	139
IV.5.2.1. Structures à onde lente.....	140
IV.5.2.2. Résonateur à saut d'impédance.....	140
IV.5.5.2 Ligne capacitivement chargée.....	141
IV.6 Conclusion.....	141

Chapitre V *Simulations et résultats*

V.1. Introduction et objectifs.....	142
V.2. Analyse et conception d'une ligne de transmission couplée interdigitale utilisant des tronçons de lignes microrubans.....	142
V.2.1 Tronçons de lignes microrubans et résolution numérique.....	143
V.3. Analyse et conception de filtres passe-bande ultra large bande utilisant des tronçons de lignes microrubans	149
V.3.1. Filtre passe bande ULB à résonateur à saut d'impédance (One-SIR).....	149
V.3.2. Filtre passe bande ULB à résonateur à saut d'impédance avec fente (One-SSIR).....	152
V.3.3. Filtre passe bande ULB à deux résonateurs à saut d'impédance (two-SIR).....	156
V.3.4. Filtre passe bande ULB à deux résonateurs à saut d'impédance avec fente (two- SSIR)..	158
V.5 Conclusion.....	162
Conclusion générale & perspectives.....	163
Annexe A.....	165
Annexe B.....	169
Références Bibliographiques.....	175

Liste des abréviations

- [C] : *Matrice Capacité*
- [C₀] : *Matrice Capacité dans le vide*
- [G] : *Matrice conductance*
- [C_g] : *Matrice Capacité généralisée*
- HF : *High Fréquency*
- IEEE : *Institute Of Electrical And Electronic Engineers*
- MSTRP : *Lignes Microstrip Couplées*
- MTL : *Multiconductor Transmission*
- MoM : *Method of Moments*
- ULB : *Ultra Large Bande*
- [L] : *La Matrice Inductance*
- PCB : *Printed Circuit Board*
- STRPLINE : *Lignes Stripline Couplées Line*
- TEM : *Transverse Electromagnétique*
- SIR : *Step impedance resonator*
- SSIR : *Slotted step impedance resonator*
- SP : *S-Parameter*
- CMS : *Composant Monté en Surface*
- CPS : *Coplanar Stripline*
- DC : *Direct Current (régime continu)*
- HF : *Hyperfréquence (Haute Fréquence)*
- PEC : *Perfect Electric Conductor (conducteur parfait)*
- RF : *Radio Frequency*
- MMR : *Microstrip Multi-Mode Resonator*

C
H
A
P
I
T
R
E

Introduction Générale

INTRODUCTION GENERALE

Le nombre sans cesse grandissant d'utilisateurs du spectre de fréquence a engendré de nouvelles contraintes sur les éléments des systèmes de télécommunication. Les filtres micro-ondes passifs représentent une partie très importante des systèmes de télécommunications modernes : systèmes embarqués sur satellite, systèmes de téléphonie mobile, etc...

Des performances électriques sans cesse améliorées, une sélectivité accrue, un moindre encombrement et un coût de production réduit constituent les contraintes principales devant lesquelles la conception des filtres radiofréquences et micro-ondes constitue un grand défi. Dans ce contexte, le développement de filtres sélectifs, possédant de faibles niveaux de pertes et peu encombrants, est à l'heure actuelle un domaine d'activité d'un intérêt fondamental. Ces dernières années, l'activité de recherche s'est énormément consacrée à l'étude des structures planaires. Les circuits planaires qui ont récemment subi d'importants développements technologiques, sont très attractifs pour leurs faibles coûts de réalisation, leur faible poids et dimensions et leur facilité d'intégration avec les circuits actifs.

La technologie planaire faisant partie intégrante des systèmes de communications doit ainsi, à cause de ses applications liées aux nouvelles technologies, posséder de larges bandes passantes (pour assurer le haut débit) et des gains élevés pour permettre des communications longues portées. Par conséquent, plus le gain est grand, moins le générateur doit fournir de puissance à l'entrée du dispositif.

L'Ultra Large Bande a été fortement mise en lumière ces dernières années (en particulier depuis 2002) et plusieurs domaines d'application de ce type de systèmes de communications sont actuellement envisagés.

Au cours de sa brève histoire, l'Ultra Large Bande a d'abord eu une première définition donnée par Taylor. Selon lui, le terme ultra large bande désigne les systèmes qui transmettent et reçoivent des ondes dont la largeur de bande relative est supérieure ou égale à 25 %.

La Commission Fédérale de Communications (FCC) a ensuite défini le signal Ultra Large bande comme un signal dont la bande passante a -10 dB excède à tout moment 500 MHz et 20 % de sa fréquence centrale. La bande principale prévue pour l'ULB se situe entre 3.1 GHz et 10.6 GHz. Cette bande d'environ 7 GHz de large pourrait donc éventuellement être décomposée en 14 sous "canaux" de 500 MHz. Un système de communication utilisant la totalité de la bande, ou un ensemble des sous canaux de 500 MHz ou même un seul canal de

500 MHz sera donc considéré comme un système ULB, à condition qu'il respecte les contraintes réglementaires de mise en service.

Depuis Février 2002, plusieurs chercheurs ont commencé à explorer divers composants, dispositifs et systèmes ultra larges bandes. Un des blocs principaux dans un système ULB est le filtre passe-bande (FPB) ULB. Ce type de filtre a été étudié théoriquement et numériquement. Sur la base de l'utilisation de tronçons de lignes à saut d'impédance d'une part et de tronçons de lignes couplées d'autre part, plusieurs travaux récents se sont intéressés à la conception des filtres ULB planaires, à faibles pertes, de faibles dimensions et présentant une haute suppression des fréquences indésirables et une très bonne amélioration dans les performances de la bande de réjection.

Dans ce sens, les travaux que nous présentons dans ce manuscrit s'inscrivent dans cet axe de recherche de mise au point de programmes que nous avons écrit en FORTRAN et permettant la conception et l'analyse de nouvelles structures de filtres planaires microrubans (FPB) ULB fonctionnant dans la gamme [3.1, 10.6] GHz et ayant des applications faibles puissances en télécommunications. Malheureusement ces nouvelles structures de filtre PB-ULB sont de formes très complexes ce qui nous a obligés à utiliser une méthode numérique telle que la méthode des moments: MoM.

Dans ce travail, nous décrivons aussi la méthode d'analyse, d'optimisation et de conception de filtres passe-bande ULB utilisant des tronçons de lignes microrubans. Les filtres ainsi conçus peuvent être facilement fabriqués.

L'analyse électromagnétique (EM) de chaque tronçon de ligne constitutif d'un filtre donné est faite en utilisant la méthode des moments (MoM) en 2D, alors que la conception du filtre ULB est basée sur l'utilisation de résonateurs à saut d'impédance et des tronçons de lignes couplées.

Après un bref rappel sur la théorie des lignes de transmission multifilaires dans le premier chapitre, nous nous intéressons dans le second chapitre à l'étude des lignes multifilaires à sections transversales rectangulaires en utilisant la méthode des moments. Cette étude repose essentiellement sur la résolution de l'équation de Laplace pour les trois types de lignes multifilaires : PCB (Printed Circuit Board), microstrip et stripline afin d'obtenir les paramètres électromagnétiques (EM) linéiques : d'inductances [L], de capacités [C] et de conductances [G]. Le troisième chapitre, nous l'avons consacré à l'analyse des équations des lignes multifilaires dans le domaine fréquentiel alors que nous avons présenté d'une manière générale les différents types de technologies planaire pour la conception des filtres dans le quatrième chapitre (FPB). Enfin dans le dernier chapitre, nous présentons les résultats de

conception et de simulation de nouvelles structures de filtres planaires (FPB) ULB ayant des applications faibles puissances en télécommunications.

C

H

A

P

I

T

R

E

I

*Equations des lignes de transmission
multifilaires (MTL)*

I.1.Introduction

Dans ce chapitre, nous allons discuter les propriétés et les caractéristiques générales des équations d'une ligne de transmission. La structure transversale (TEM) du champ électromagnétique et le mode de propagation associé sont deux principes fondamentales dans la représentation d'une structure de ligne de transmission avec leurs équations.

Dans la deuxième partie, nous prolongerons ces notions aux lignes de transmission multifilaires (MTL) qui se compose de $n+1$ conducteurs. En effet, nous allons utiliser la notation matricielle pour les équations développées du MTL. Il y a quelques nouveaux concepts concernant les paramètres linéiques importants qui contiennent les dimensions d'une ligne particulière.

I.2. Dérivation des équations des lignes multifilaires à partir des formes intégrales des équations de Maxwell

La figure I.1 montre le schéma général d'une ligne de transmission à $(n+1)$ conducteurs. Il se compose d'une part de n conducteurs portés à un potentiel non nul et d'autre part d'un conducteur de référence porté à la masse. Le choix du conducteur de référence n'est pas unique.

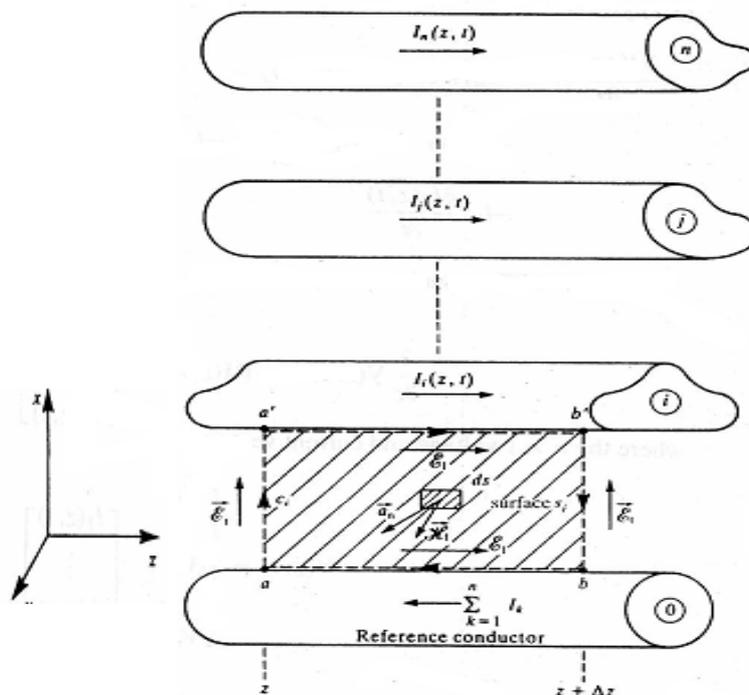


Figure I.1 Schéma général d'une ligne de transmission multifilaire (MTL).

L'application de la loi de Faraday au contour c_i qui enferme la surface s_i se trouvant entre le conducteur de référence et le i^{eme} conducteur (Figure I.1) donne :

$$\int_a^{a'} \vec{E}_t \cdot d\vec{l} + \int_{a'}^{b'} \vec{E}_l \cdot d\vec{l} + \int_{b'}^b \vec{E}_t \cdot d\vec{l} + \int_b^a \vec{E}_l \cdot d\vec{l} = \mu \frac{d}{dt} \int_{s_i} \vec{H}_t \cdot \vec{a}_n \cdot ds \quad (\text{I.1})$$

Où \vec{E}_t et \vec{H}_t sont respectivement les champs électrique et magnétique transversaux (dans le plan x-y) et \vec{E}_l est le champ électrique longitudinal suivant la direction de propagation (z) (le long des surfaces des conducteurs).

En supposant que le mode de propagation de ce type de ligne de transmission multifilaire (MTL) est TEM (Transverse Electromagnétique), alors nous pouvons définir une tension positive entre le i^{eme} conducteur et le conducteur de référence (masse) comme suit :

$$V_i(z, t) = - \int_a^{a'} \vec{E}_t(x, y, z, t) \cdot d\vec{l} \quad (\text{I.2a})$$

$$V_i(z + \Delta z, t) = - \int_b^{b'} \vec{E}_t(x, y, z + \Delta z, t) \cdot d\vec{l} \quad (\text{I.2b})$$

Aussi, nous définissons les résistances linéiques r_i (Ω/m) des conducteurs portés au potentiel non nul, et la résistance linéique r_0 (Ω/m) du conducteur de référence comme suit :

$$- \int_{a'}^{b'} \vec{E}_l \cdot d\vec{l} = -r_i \Delta z I_i(z, t) \quad (\text{I.3a})$$

$$- \int_b^a \vec{E}_l \cdot d\vec{l} = -r_0 \Delta z \sum_{k=1}^n I_k(z, t) \quad (\text{I.3b})$$

Le courant électrique dans le i^{eme} conducteur est défini par [1]:

$$I_i(z, t) = \oint_{c'_i} \vec{H}_t \cdot d\vec{l}' \quad (\text{I.4})$$

Pour une structure multifilaire de type TEM nous pouvons montrer, comme pour le cas des lignes à deux conducteurs, que la somme des courants électriques sur tous les $n + 1$ conducteurs dans la direction de propagation (z) à n'importe quelle section transversale est égale à zéro. C'est à dire que tous les courants des n conducteurs portés au potentiel non nul retournent à la masse. Par conséquent la relation (I.1) devient :

$$-V_i(z,t) + r_i \Delta z I_i(z,t) + V_i(z + \Delta z, t) + r_0 \Delta z \sum_{k=1}^n I_k(z,t) = \mu \frac{d}{dt} \int_{s_i} \vec{H}_t \cdot \vec{a}_n \cdot ds \quad (I.5)$$

En divisant par Δz dans l'équation précédente, nous aurons:

$$\frac{V_i(z + \Delta z, t) - V_i(z, t)}{\Delta z} = r_0 I_1 - r_0 I_2 - \dots - (r_0 + r_i) I_i - \dots - r_0 I_n + \mu \frac{1}{\Delta z} \frac{d}{dt} \int_{s_i} \vec{H}_t \cdot \vec{a}_n \cdot ds \quad (I.6)$$

Il est clair que tout le flux magnétique pénétrant la surface s_i (Figure I.1) est une combinaison linéaire des flux dus aux courants circulants sur tous les conducteurs.

Le schéma de la section transversale de la ligne multifilaire de la figure (I.1) est montré sur la figure I.2.

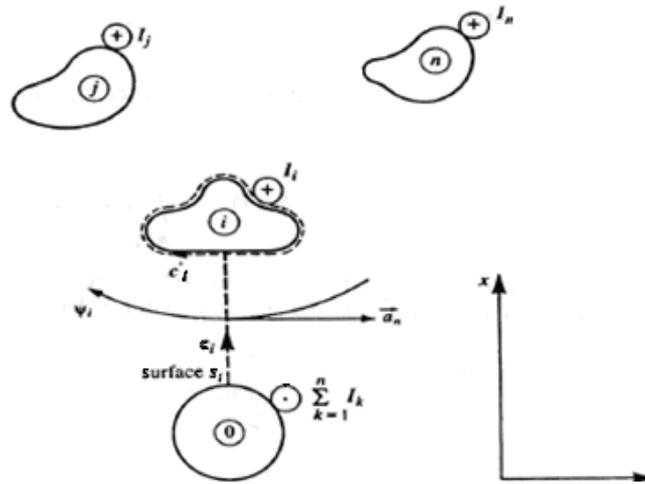


Figure I.2 Section transversale de la ligne multifilaire de la figure I.1.

Les courants des n conducteurs sont implicitement définis dans la direction des (z) positifs. Par conséquent, les flux magnétiques dus aux courants des n conducteurs seront dans le sens des aiguilles d'une montre.

Le flux magnétique linéique ψ_i pénétrant la surface s_i se trouvant entre le conducteur de référence et le i^{eme} conducteur est donc défini pour être dans ce sens (sens des aiguilles d'une montre) (Figure I.2). Par conséquent, ce flux magnétique linéique qui pénètre la surface s_i peut être écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \psi_i &= -\mu \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \int_{s_i} \vec{H}_t \cdot \vec{a}_n \cdot ds \\ &= l_{i1} I_1 + l_{i2} I_2 + \dots + l_{ii} I_i + \dots + l_{in} I_n \end{aligned} \quad (I.7)$$

Le terme l_{ii} est la self-inductance linéique du i^{eme} conducteur et les termes l_{ij} sont les inductances mutuelles linéiques entre ce i^{eme} conducteur et le j^{eme} conducteur de la ligne multifilaire.

En prenant la limite de l'équation (I.6) lorsque $\Delta z \rightarrow 0$ et en utilisant la relation (I.7), nous aurons :

$$\begin{aligned} \frac{\partial V_i(z,t)}{\partial z} = & r_0 I_1(z,t) - r_0 I_2(z,t) - \dots - (r_0 + r_i) I_i(z,t) - \dots - r_0 I_n(z,t) - l_{i1} \frac{\partial I_1(z,t)}{\partial t} \\ & - l_{i2} \frac{\partial I_2(z,t)}{\partial t} - \dots - l_{ii} \frac{\partial I_i(z,t)}{\partial t} - \dots - l_{in} \frac{\partial I_n(z,t)}{\partial t} \end{aligned} \quad (\text{I.8})$$

Cette première équation de ligne de transmission multifilaire peut être écrite sous une forme compacte utilisant la notation matricielle.

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{V}(z,t) = -\mathbf{R}\mathbf{I}(z,t) - \mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}(z,t) \quad (\text{I.9})$$

Où les $(n \times 1)$ vecteurs de tensions et de courants sont définis ci après.

$$\mathbf{V}(z,t) = \begin{bmatrix} V_1(z,t) \\ \vdots \\ V_i(z,t) \\ \vdots \\ V_n(z,t) \end{bmatrix} \quad (\text{I.10a})$$

$$\mathbf{I}(z,t) = \begin{bmatrix} I_1(z,t) \\ \vdots \\ I_i(z,t) \\ \vdots \\ I_n(z,t) \end{bmatrix} \quad (\text{I.10b})$$

La matrice d'inductance linéique est définie à partir de l'équation (I.7) :

$$\Psi = \mathbf{L} \mathbf{I} \quad (\text{I.11a})$$

Où Ψ est un vecteur contenant tous les flux magnétiques linéiques:

$$\Psi = \begin{bmatrix} \psi_1 \\ \vdots \\ \psi_i \\ \vdots \\ \psi_n \end{bmatrix} \quad (\text{I.11b})$$

La matrice d'inductance linéique (relation I.11.c) contient les inductances linéiques propres l_{ii} des conducteurs et les inductances linéiques mutuelles l_{ij} entre les conducteurs de la ligne MTL.

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & \cdots & l_{1n} \\ l_{12} & l_{22} & \cdots & l_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{1n} & l_{2n} & \cdots & l_{nn} \end{bmatrix} \quad (\text{I.11c})$$

De même, à partir de l'équation (I.8) nous définissons la matrice de résistances linéiques comme suit :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} (r_1 + r_0) & r_0 & \cdots & r_0 \\ r_0 & (r_2 + r_0) & \cdots & r_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_0 & r_0 & \cdots & (r_n + r_0) \end{bmatrix} \quad (\text{I.12})$$

$$= \begin{bmatrix} r_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & r_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & r_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_0 & r_0 & \cdots & r_0 \\ r_0 & r_0 & \cdots & r_0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_0 & r_0 & \cdots & r_0 \end{bmatrix}$$

Cette matrice de résistances linéiques (équation I.12) a une forme simple quand le conducteur de référence a une taille finie telle que celle des fils. Dans le cas où le conducteur de référence est un plan de masse, chaque courant retournant au plan de masse sera concentré au dessous du conducteur « allant vers le bas », comme illustré sur la figure I.3.

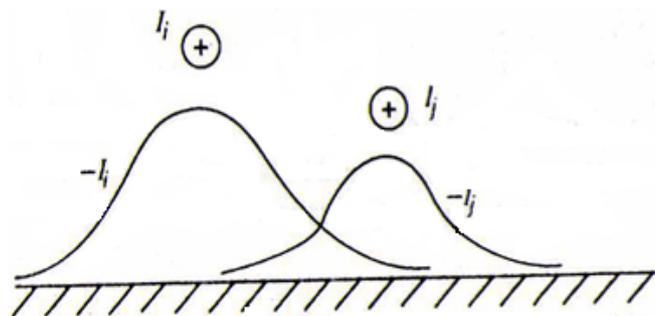


Figure I.3 Propagation des courants électriques dans le cas de lignes MTL à plan de masse infini.

Ces courants s'étendent dans le plan de masse et changent la forme de la matrice de résistances linéiques de la façon suivante :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} (r_1 + r_{11}) & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{12} & (r_2 + r_{22}) & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1n} & r_{2n} & \cdots & (r_n + r_{nn}) \end{bmatrix} \quad (\text{I.13})$$

$$= \begin{bmatrix} r_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & r_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & r_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \cdots & r_{1n} \\ r_{12} & r_{22} & \cdots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{1n} & r_{2n} & \cdots & r_{nn} \end{bmatrix}$$

Où les termes r_{ij} sont dû à la résistance du plan de masse et ne sont pas généralement égaux.

Afin de trouver la deuxième équation des lignes MTL, nous plaçons une surface fermée s' autour du i^{eme} conducteur comme indiqué sur la figure I.4. La partie de la surface située à l'extrémité du cylindre est notée s'_e , tandis que la partie située au-dessus des côtés est notée s'_s .

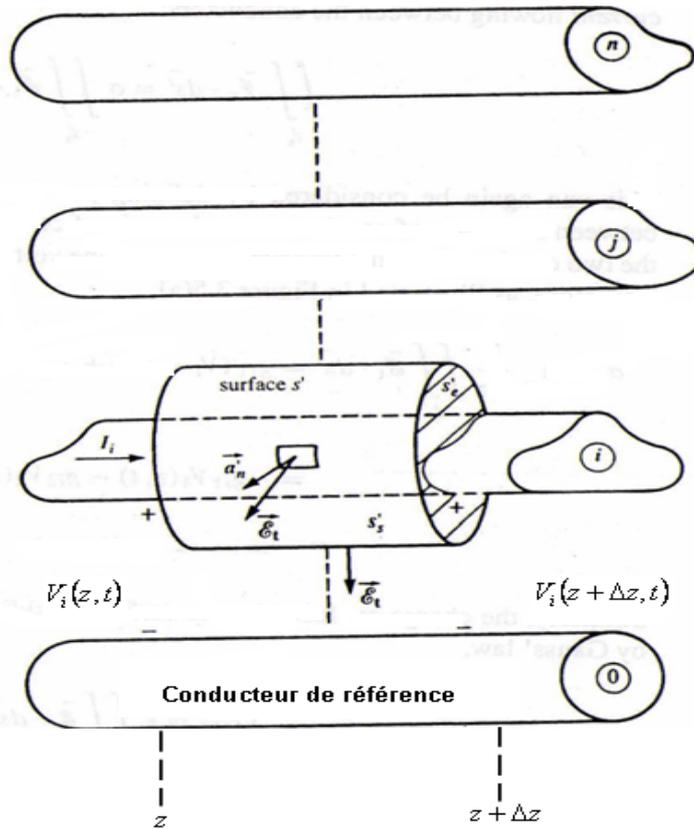


Figure I.4 : illustration du contour c_i et de sa surface associée s_i du i^{eme} conducteur d'une ligne MTL.

Rappelons l'équation de continuité ou équation de conservation de charge :

$$\oiint_{s'} \vec{J} \cdot d\vec{s}' = -\frac{d}{dt} Q_{enc} \quad (\text{I.14})$$

Encore nous avons :

$$\iint_{s'_s} \vec{J} \cdot d\vec{s}' = I_i(z + \Delta z, t) - I_i(z, t) \quad (\text{I.15})$$

Au-dessus des côtés de la surface, il y a encore deux courants : un courant de conduction $\vec{j}_c = \sigma \vec{E}_t$, et un courant de déplacement $\vec{J} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t}$, où le milieu homogène environnant est caractérisé par une conductivité σ et une permittivité ε . Ces notions peuvent être étendues pour un milieu inhomogène.

L'équation (I.14) contient le courant de conduction transversal :

$$\iint_{s'_s} \vec{J}_c \cdot d\vec{s}' = \sigma \iint_{s'_s} \vec{E}_t \cdot d\vec{s}' \quad (\text{I.16})$$

Ce dernier peut encore être considéré en définissant les conductances linéique g_{ij} (S/m) entre chaque paire de conducteurs comme le rapport des courants de conduction entre les deux conducteurs dans le plan transversal et la tension aux bornes des deux conducteurs. Par conséquent, comme illustré sur la figure I.5 (a).

$$\begin{aligned} \sigma \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \iint_{s'_s} \vec{E}_t \cdot d\vec{s}' &= g_{i1}(V_i - V_1) + \dots + g_{i1}V_i + \dots + g_{in}(V_i - V_n) \\ &= -g_{i1}V_1(z, t) - g_{i2}V_2(z, t) - \dots + \sum_{k=1}^n g_{ik}V_k(z, t) \\ &\quad - \dots - g_{in}V_n(z, t) \end{aligned} \quad (\text{I.17})$$

De même, d'après la loi de Gauss, la quantité de charge renfermée par la surface (résidant sur la surface de conducteur) peut s'écrire comme suit :

$$Q_{enc} = \varepsilon \iint_{s'_s} \vec{E}_t \cdot d\vec{s}' \quad (\text{I.18})$$

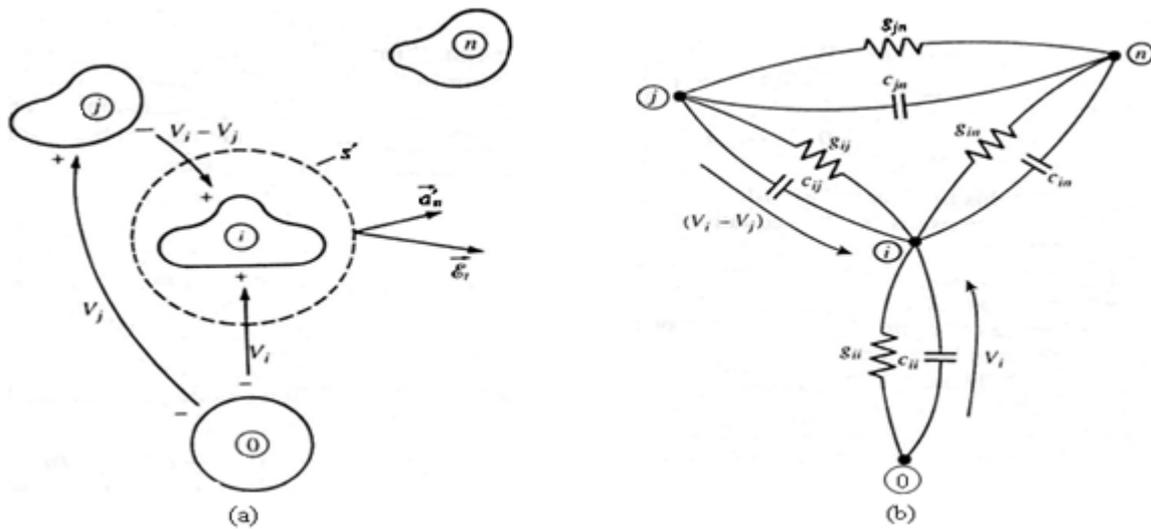


Figure I.5 Illustration transversale du contour c'_i et la surface associée s'_s en (a) et représentation des conductances et des capacités linéique équivalentes en (b).

La charge linéique peut être définie en termes des capacités linéiques c_{ij} entre chaque paire de conducteurs. Par conséquent, comme illustré dans la figure I.5 (a),

$$\begin{aligned} \varepsilon \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta z} \iint_{s'_s} \vec{E}_t \cdot d\vec{s}' &= c_{i1}(V_i - V_1) + \dots + c_{i1}V_i + \dots + c_{in}(V_i - V_n) \\ &= -c_{i1}V_1(z, t) - c_{i2}V_2(z, t) - \dots + \sum_{k=1}^n c_{ik}V_i(z, t) \\ &\quad - \dots - c_{in}V_n(z, t) \end{aligned} \quad (\text{I.19})$$

Ces concepts sont illustrés dans la section transversale de la figure I.5 (b). En substituant les équations (I.15), (I.16), et (I.18) dans l'équation (I.14) et en divisant les deux membres de l'équation par Δz , nous obtenons :

$$\frac{I_i(z + \Delta z, t) - I_i(z, t)}{\Delta z} + \sigma \frac{1}{\Delta z} \iint_{s'_s} \vec{E}_t \cdot d\vec{s}' = -\varepsilon \frac{1}{\Delta z} \frac{d}{dt} \iint_{s'_s} \vec{E}_t \cdot d\vec{s}' \quad (\text{I.20})$$

C'est à dire (quand $\Delta z \rightarrow 0$) :

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_i(z, t)}{\partial z} &= g_{i1}V_1(z, t) + \dots + g_{i2}V_2(z, t) + \dots - \sum_{k=1}^n g_{ik}V_i(z, t) + \dots + g_{in}V_n(z, t) + \\ &\quad c_{i1} \frac{\partial}{\partial t} V_1(z, t) + c_{i2} \frac{\partial}{\partial t} V_2(z, t) + \dots - \sum_{k=1}^n c_{ik} \frac{\partial}{\partial t} V_i(z, t) + \dots + c_{in} \frac{\partial}{\partial t} V_n(z, t) \end{aligned} \quad (\text{I.21})$$

L'équation (I.21) peut être écrite sous forme compacte en se servant de la notation matricielle :

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{I}(z,t) = -\mathbf{G}\mathbf{V}(z,t) - \mathbf{C} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V}(z,t) \quad (\text{I.22})$$

Où $[\mathbf{V}]$ et $[\mathbf{I}]$ sont définis par l'équation (I.10). La matrice des conductances linéiques $[\mathbf{G}]$ représente le courant de conduction circulant entre les conducteurs dans le plan transversal et est définie à partir de l'équation (I.17) comme suit :

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n g_{1k} & -g_{12} & \cdots & -g_{1n} \\ -g_{12} & \sum_{k=1}^n g_{2k} & \cdots & -g_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -g_{1n} & -g_{2n} & \cdots & \sum_{k=1}^n g_{nk} \end{bmatrix} \quad (\text{I.23})$$

La matrice de capacités linéiques $[\mathbf{C}]$ représente le déplacement du courant circulant entre les conducteurs dans le plan transversal et est définie à partir de l'équation (I.19) comme suit :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n c_{1k} & -c_{12} & \cdots & -c_{1n} \\ -c_{12} & \sum_{k=1}^n c_{2k} & \cdots & -c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -c_{1n} & -c_{2n} & \cdots & \sum_{k=1}^n c_{nk} \end{bmatrix} \quad (\text{I.24})$$

Comme il sera montré dans la partie I.5, les matrices $[\mathbf{G}]$ et $[\mathbf{C}]$ sont symétriques.

Si nous notons par q_i toute la charge électrique linéique sur le i^{eme} conducteur alors la définition de $[\mathbf{C}]$ est :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C} \mathbf{V} \quad (\text{I.25a})$$

Où \mathbf{Q} est le vecteur de toutes les charges linéiques

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad (\text{I.25b})$$

Et $[\mathbf{V}]$ est donné par la relation (I.10a).

De même, la définition fondamentale de $[\mathbf{G}]$ est $\mathbf{I}_t = \mathbf{G}\mathbf{V}$.

Où \mathbf{I}_t est le vecteur contenant les courants de conduction transversaux entre les conducteurs linéiques.

Les matrices des paramètres linéiques présentées ci-dessus sont fonctions des dimensions géométriques transversales d'une structure de ligne MTL donnée.

I.3. Dérivation des équations des lignes multifilaires à partir du circuit électrique équivalent

Comme méthode alternative, nous dérivons les équations d'une ligne MTL du circuit linéique équivalent représenté sur la figure I.6.

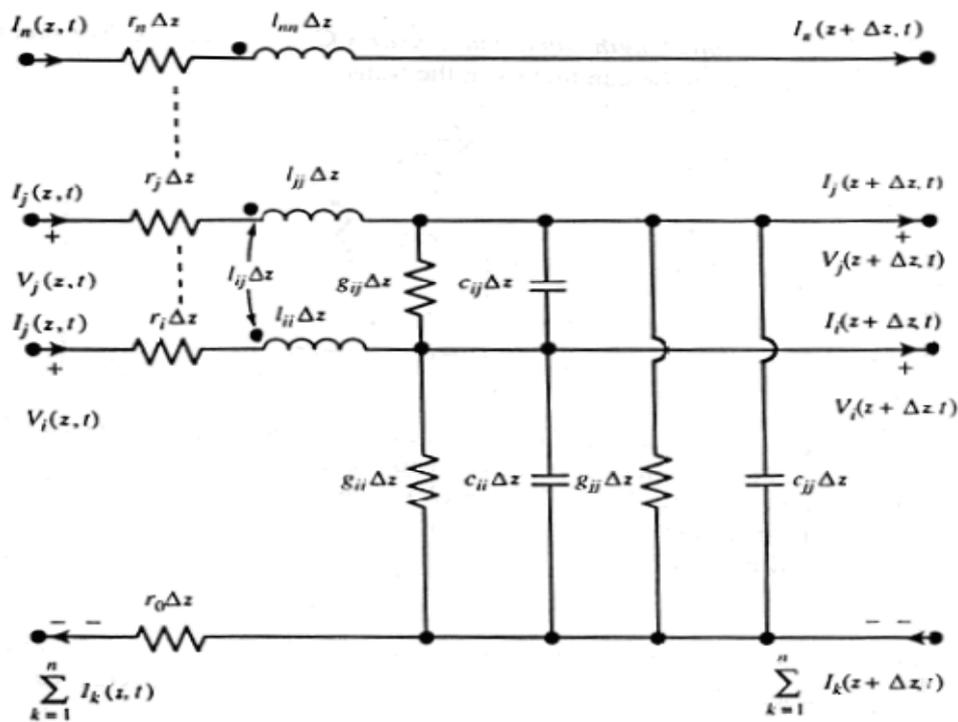


Figure I.6 Schéma équivalent d'une ligne MTL.

En écrivant la loi de tension de Kirchhoff autour du i^{eme} circuit comprenant le i^{eme} conducteur et le conducteur de référence (masse), nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 -V_i(z, t) + r_i \Delta z I_i(z, t) + V_i(z + \Delta z, t) + r_0 \Delta z \sum_{k=1}^n I_k(z, t) = -l_{i1} \Delta z \frac{\partial I_1(z, t)}{\partial t} \\
 -l_{i2} \Delta z \frac{\partial I_2(z, t)}{\partial t} \dots -l_{ii} \Delta z \frac{\partial I_i(z, t)}{\partial t} \dots -l_{in} \Delta z \frac{\partial I_n(z, t)}{\partial t}
 \end{aligned} \tag{I.26a}$$

La division des deux membres de l'équation (I.8) par Δz et en tenant compte que $\Delta z \rightarrow 0$, on peut retrouver de nouveau la première équation de la ligne MTL.

De même, la deuxième équation des lignes MTL peut être obtenue en appliquant la loi du courant de Kirchhoff au $i^{\text{ème}}$ conducteur dans le circuit linéique équivalent de la figure I.6 comme suit :

$$I_i(z + \Delta z, t) - I_i(z, t) = -g_{i1}\Delta z(V_i - V_1) - \dots - g_{ii}\Delta z V_i - \dots - g_{in}\Delta z(V_i - V_n) - c_{i1}\Delta z \frac{\partial}{\partial t}(V_i - V_1) - \dots - c_{ii}\Delta z \frac{\partial}{\partial t} V_i - \dots - c_{in}\Delta z \frac{\partial}{\partial t}(V_i - V_n) \quad (\text{I.26b})$$

La division des deux membres de cette dernière équation par Δz et en tenant compte que $\Delta z \rightarrow 0$, nous retrouvons de nouveau la deuxième équation de la ligne MTL.

I.4. Résumé des équations des lignes MTL

En résumé, les équations de MTL sont :

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{V}(z, t) = -\mathbf{R} \mathbf{I}(z, t) - \mathbf{L} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}(z, t) \quad (\text{I.27a})$$

$$\frac{\partial}{\partial z} \mathbf{I}(z, t) = -\mathbf{G} \mathbf{V}(z, t) - \mathbf{C} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V}(z, t) \quad (\text{I.27b})$$

Les structures des matrices de résistances linéiques $[\mathbf{R}]$ dans l'équation (I.12) ou (I.13), d'inductances $[\mathbf{L}]$ dans l'équation (I.11c), de conductances $[\mathbf{G}]$ dans l'équation (I.23), et de capacités $[\mathbf{C}]$ dans l'équation (I.24) sont très importantes ainsi que les définitions des éléments de ces matrices.

La détermination précise des éléments des matrices pour ce type de ligne MTL est réalisée numériquement en utilisant des méthodes numériques telles que la méthode des moments (MoM) et la méthode des éléments finis (MEF) comme nous allons le voir plus loin [1].

Les équations des lignes MTL dans l'équation (I.27) forme un système de $2n$ équations différentielles de premier ordre, couplées. Elles peuvent être mises sous une forme plus compacte comme suit :

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, t) \\ \mathbf{I}(z, t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{R} \\ \mathbf{G} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, t) \\ \mathbf{I}(z, t) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{L} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, t) \\ \mathbf{I}(z, t) \end{bmatrix} \quad (\text{I.28})$$

Si les conducteurs sont parfaits alors $[R] = [0]$, tandis que si le milieu environnant est sans perte ($\sigma = 0$), alors $[G] = [0]$. La ligne serait sans perte si les conducteurs et le milieu sont sans pertes. Dans ce cas les équations des lignes MTL se simplifient à :

$$\frac{\partial}{\partial z} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, t) \\ \mathbf{I}(z, t) \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{L} \\ \mathbf{C} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \mathbf{V}(z, t) \\ \mathbf{I}(z, t) \end{bmatrix} \quad (\text{I.29})$$

Les formes du premier ordre, couplées, dans l'équation (I.27) peuvent être placées sous forme d'équations non couplées du second ordre en dérivant respectivement l'équation (I.27a) par rapport à z et l'équation (I.27b) par rapport à t .

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathbf{V}(z, t) = -\mathbf{R} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{I}(z, t) - \mathbf{L} \frac{\partial^2}{\partial z \partial t} \mathbf{I}(z, t) \quad (\text{I.30a})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z \partial t} \mathbf{I}(z, t) = -\mathbf{G} \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V}(z, t) - \mathbf{C} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{V}(z, t) \quad (\text{I.30b})$$

Finalement et en introduisant les équations (I.30b) et (I.27) dans l'équation (I.30a), nous obtenons les équations non couplées du second ordre :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathbf{V}(z, t) = [\mathbf{RG}] \mathbf{V}(z, t) + [\mathbf{RC} + \mathbf{LG}] \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{V}(z, t) + \mathbf{LC} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{V}(z, t) \quad (\text{I.31a})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \mathbf{I}(z, t) = [\mathbf{GR}] \mathbf{I}(z, t) + [\mathbf{CR} + \mathbf{GL}] \frac{\partial}{\partial t} \mathbf{I}(z, t) + \mathbf{CL} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{I}(z, t) \quad (\text{I.31b})$$

I.5. Introduction des pertes dépendantes de la fréquence

Nous avons jusqu'ici négligé le fait que les paramètres linéiques dans $[R]$, $[L]$, $[G]$, et $[C]$ sont liés à la fréquence, c.-à-d., $[R(\omega)]$, $[L(\omega)]$, $[G(\omega)]$, et $[C(\omega)]$.

Pour les conducteurs parfaits, les courants résident sur les surfaces des conducteurs et $[R] = [0]$. Pour les conducteurs imparfaits, les courants, en raison de l'effet de peau, émigreront vers les surfaces des conducteurs au fur et à mesure que la fréquence augmente, et aux hautes fréquences ils seront concentrés près des surfaces des conducteurs sous forme d'anneau d'épaisseur égale à une profondeur de peau $\delta = 1/\sqrt{\pi f \sigma \mu}$.

Les courants internes aux conducteurs induisent une matrice d'inductances linéiques interne $[L_i(\omega)]$ qui est également liée à la fréquence et dû au flux magnétique interne aux

conducteurs. Au fur et à mesure que la fréquence augmente, ce flux interne décroît proportionnellement à \sqrt{f} et tend vers zéro. Cette matrice d'inductance interne peut être introduite dans l'inductance totale en la sommant avec la matrice d'inductance externe qui est due aux flux magnétique externe des conducteurs ($[L]$) et qui est sensiblement indépendante de fréquence.

De même, la matrice de conductances linéiques ($[G]$) sera liée à la fréquence. C'est parce que le diélectrique aura des pertes dues à l'alignement incomplet des charges aux limites sur ce dernier.

Dans le domaine fréquentiel, Ces paramètres liés à la fréquence peuvent être introduits dans les équations des lignes MTL présentés ci dessus en remplaçant le $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow j\omega$ dans l'équation (I.27)

$$\frac{d}{dz} \hat{\mathbf{V}}(z, \omega) = -\hat{\mathbf{Z}}(\omega) \hat{\mathbf{I}}(z, \omega) \quad (\text{I.32a})$$

$$\frac{d}{dz} \hat{\mathbf{I}}(z, \omega) = -\hat{\mathbf{Y}}(\omega) \hat{\mathbf{V}}(z, \omega) \quad (\text{I.32b})$$

Où $\hat{\mathbf{Z}}(\omega)$ et $\hat{\mathbf{Y}}(\omega)$ sont respectivement les matrices d'impédances linéiques et d'admittances linéiques et sont donnés par :

$$\hat{\mathbf{Z}}(\omega) = \mathbf{R}(\omega) + j\omega\mathbf{L}_i(\omega) + j\omega\mathbf{L} \quad (\text{I.33a})$$

$$\hat{\mathbf{Y}}(\omega) = \mathbf{G}(\omega) + j\omega\mathbf{C}(\omega) \quad (\text{I.33b})$$

Les équations non couplées du second ordre sont :

$$\frac{d^2}{dz^2} \hat{\mathbf{V}}(z, \omega) = \hat{\mathbf{Z}}(\omega) \hat{\mathbf{Y}}(\omega) \hat{\mathbf{V}}(z, \omega) \quad (\text{I.34a})$$

$$\frac{d^2}{dz^2} \hat{\mathbf{I}}(z, \omega) = \hat{\mathbf{Y}}(\omega) \hat{\mathbf{Z}}(\omega) \hat{\mathbf{I}}(z, \omega) \quad (\text{I.34b})$$

Encore, les matrices sont généralement non commutables et l'ordre approprié de la multiplication doit être préservé.

Dans le domaine temporel, les équations (I.32) des lignes MTL présentées ci dessus s'écrivent:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{V}(z,t) &= -\mathbf{Z}(t) * \mathbf{I}(z,t) \\ &= -\int_0^t \mathbf{Z}(\tau) \mathbf{I}(z,t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (\text{I.35a})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{I}(z,t) &= -\mathbf{Y}(t) * \mathbf{V}(z,t) \\ &= -\int_0^t \mathbf{Y}(\tau) \mathbf{V}(z,t-\tau) d\tau \end{aligned} \quad (\text{I.35b})$$

Où (*) désigne le produit de convolution et les transformées de Fourier inverse sont données par :

$$\mathbf{Z}(t) \Leftrightarrow \hat{\mathbf{Z}}(\omega) \quad (\text{I.36a})$$

$$\mathbf{Y}(t) \Leftrightarrow \hat{\mathbf{Y}}(\omega) \quad (\text{I.36b})$$

I.6. Propriétés des paramètres matriciels linéiques [L], [C] et [G]

Pour le cas d'une ligne MTL constituée de (n+1) conducteurs plongés dans un milieu homogène caractérisé par une perméabilité μ , une conductivité σ et une permittivité ε , les matrices des paramètres linéiques sont données par :

$$\mathbf{LC} = \mathbf{CL} = \mu\varepsilon \mathbf{1}_n \quad (\text{I.37a})$$

$$\mathbf{LG} = \mathbf{GL} = \mu\sigma \mathbf{1}_n \quad (\text{I.37b})$$

Où la matrice d'identité (n x n) est définie par :

$$\mathbf{1}_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{I.38})$$

Rappelons que les champs électrique et magnétique transversaux de la structure du champ TEM dans un milieu homogène caractérisé par ϵ , μ et σ satisfont aux équations différentielles suivantes [2] :

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_t}{\partial z^2} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{E}_t}{\partial t^2} \quad (\text{I.39a})$$

$$\frac{\partial^2 \vec{H}_t}{\partial z^2} = \mu\sigma \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial t} + \mu\epsilon \frac{\partial^2 \vec{H}_t}{\partial t^2} \quad (\text{I.39b})$$

Nous savons que la tension et le courant sont définis comme suit :

$$V_i(z, t) = - \int_{c_i} \vec{E}_t \cdot d\vec{l} \quad (\text{I.40a})$$

$$I_i(z, t) = \oint_{c'_i} \vec{H}_t \cdot d\vec{l}' \quad (\text{I.40b})$$

En appliquant l'équation (I.40) à l'équation (I.39), nous trouvons :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} V_i(z, t) = \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} V_i(z, t) + \mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} V_i(z, t) \quad (\text{I.41a})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} I_i(z, t) = \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} I_i(z, t) + \mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} I_i(z, t) \quad (\text{I.41b})$$

L'assemblage des équations (I.41) pour tous les conducteurs de la ligne MTL sous forme

matricielle conduit à : $\frac{\partial^2}{\partial z^2} I(z, t) = \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} I(z, t) + \mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} I(z, t)$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} V(z, t) = \mu\sigma \frac{\partial}{\partial t} V(z, t) + \mu\epsilon \frac{\partial^2}{\partial t^2} V(z, t) \quad (\text{I.42a})$$

$$(\text{I.42b})$$

En comparant la relation (I.42) à la relation (I.31) avec $[R] = [0]$ alors nous aurons les identités de la relation (I.37).

Nous pouvons déterminer un des paramètres matriciels linéiques à partir de la relation (I.37) comme par exemple :

$$\mathbf{L} = \mu\epsilon \mathbf{C}^{-1} \quad (\text{I.43a})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{G} &= \frac{\sigma}{\epsilon} \mathbf{C} \\ &= \mu\sigma \mathbf{L}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{I.43b})$$

$$\mathbf{C} = \mu\epsilon \mathbf{L}^{-1} \quad (\text{I.43c})$$

Les relations précédentes ((I.37) et (I.43)) sont valides seulement pour un milieu homogène. Dans le reste de ce chapitre, nous traiterons le cas général où le milieu diélectrique peut être inhomogène.

Dans tout ce qui suit, nous supposons que chaque milieu entourant la ligne conductrice (homogène ou inhomogène) est non ferromagnétique et donc aura une perméabilité de l'espace libre $\mu = \mu_0$. La matrice capacité du milieu (homogène ou inhomogène) étant remplacé par $[\mathbf{C}_0]$ matrice de capacités de la ligne MTL vide [3].

Puisque l'inductance dépend de la perméabilité du milieu environnant et ne dépend pas de la permittivité du milieu, alors la matrice inductance $[\mathbf{L}]$ peut être obtenue à partir de $[\mathbf{C}_0]$ en utilisant la relation suivante :

$$\mathbf{L} = \mu_0 \epsilon_0 \mathbf{C}_0^{-1} \quad (\text{I.44})$$

Par conséquent, pour un milieu non homogène, nous pouvons déterminer ces matrices de paramètres linéiques :

- 1- En calculant la matrice capacité $[\mathbf{C}]$ avec le milieu inhomogène,
- 2- En calculant la matrice capacité $[\mathbf{C}_0]$ en présence du vide,
- 3- En calculant la matrice inductance $[\mathbf{L}]$ à partir de la relation (I.44).

Par conséquent, nous devons seulement avoir une solution pour la capacité afin de déterminer les paramètres matriciels linéiques $[\mathbf{L}]$, $[\mathbf{C}]$ et $[\mathbf{G}]$ dans le cas général d'un milieu inhomogène.

Plus loin, nous examinerons des méthodes numériques pour calculer les éléments de ces matrices linéiques pour un milieu inhomogène.

Les identités dans les équations (I.37) et (I.43) sont valides seulement pour un milieu homogène. Nous étendrons souvent la représentation d'équations de lignes MTL, d'une façon approximative, pour inclure des médias inhomogènes aussi bien que les conducteurs imparfaits dans le cas de quasi-TEM.

Dans le cas d'un milieu environnant de type homogène ou inhomogène, les paramètres matriciels linéiques $[\mathbf{L}]$, $[\mathbf{C}]$ et $[\mathbf{G}]$ ont plusieurs propriétés importantes [4]. La première c'est que ces matrices sont symétriques. Comme illustration, nous montrerons que $[\mathbf{C}]$ est symétrique. La relation de base pour $[\mathbf{C}]$ est la relation (I.25).

I.7. Définitions des paramètres matriciels linéiques [L], [C], et [G]

D'abord nous allons voir les définitions fondamentales des paramètres matriciels linéiques d'inductances [L], de capacités [C] et de conductances [G]. Rappelons que ces paramètres linéiques sont déterminés en tant que solutions statiques du champ dans le plan transversal pour la ligne à conducteurs parfaits. Généralement, des méthodes numériques approximatives doivent être employées pour le calcul de ces paramètres matriciels linéiques [L], [C] et [G]. Nous avons déjà montré dans le paragraphe I.5 que [L], [C] et [G] sont des matrices symétriques positives et définies. Les éléments de la matrice d'inductances linéiques [L] relie le flux magnétique pénétré dans le i^{eme} circuit linéique et tous les courants de la ligne par :

$$\Psi = \mathbf{L}\mathbf{I} \quad (\text{I.45a})$$

Ou sous forme plus développée :

$$\begin{bmatrix} \psi_1 \\ \psi_2 \\ \vdots \\ \psi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_{11} & l_{12} & \cdots & l_{1n} \\ l_{12} & l_{22} & \cdots & l_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{1n} & l_{2n} & \cdots & l_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_N \end{bmatrix} \quad (\text{I.45b})$$

Si nous interprétons les relations ci-dessus de la sorte que nous sommes en présence de paramètres d'un réseau électrique formé de n ports [5], nous obtenons les relations suivantes pour les éléments de la matrice [L] :

$$l_{ii} = \frac{\psi_i}{I_i} \Big|_{I_1 = \cdots = I_{i-1} = I_{i+1} = \cdots = I_n = 0} \quad (\text{I.46a})$$

$$l_{ij} = \frac{\psi_i}{I_j} \Big|_{I_1 = \cdots = I_{j-1} = I_{j+1} = \cdots = I_n = 0} \quad (\text{I.46b})$$

Rappelons que les éléments l_{ii} sont les inductances du i^{eme} circuit, et les entrées l_{ij} avec ($i \neq j$) sont les inductances mutuelles entre les i^{eme} et les j^{eme} circuits. Ainsi, nous pouvons calculer ces inductances en appliquant un courant sur un conducteur et en mettant les courants sur tous autres conducteurs à zéro, et en déterminant le flux magnétique linéique, pénétrant l'autre circuit (Figure I.7).

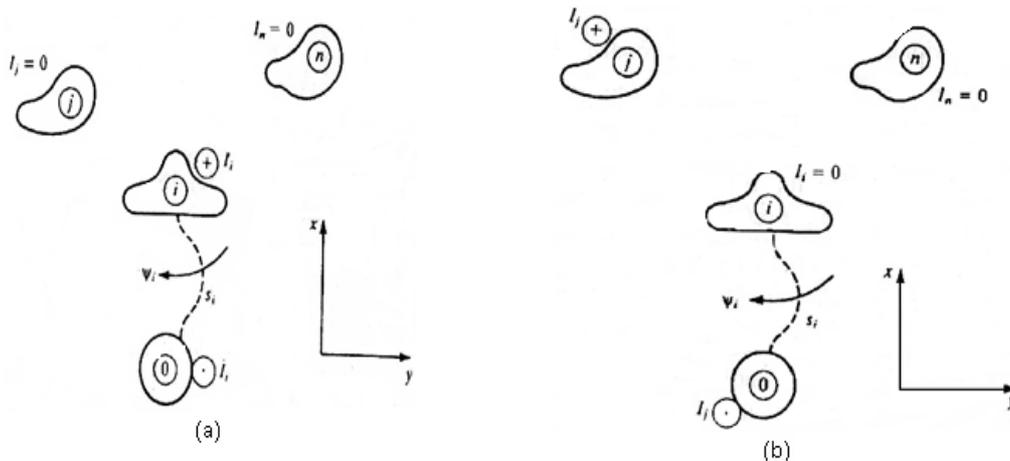


Figure I.7 Conditions d'excitation d'une ligne MTL pour le calcul des éléments de la matrice d'inductances linéiques [L]: (a) inductances l_{ii} et (b) inductances mutuelles l_{ij} .

Afin d'illustrer ce concept important, considérons une ligne de trois conducteurs constitués de trois fils se situant dans un plan où le fil du milieu est choisi, arbitrairement, comme conducteur de référence (Figure I.8(a)). Les surfaces et les différentes configurations pour calculer l_{11} , l_{22} et l_{12} sont représentés sur les figures restantes (b et c). Observons que la surface pour ψ_2 est entre le conducteur n°2 et le conducteur de référence, mais observons la direction désirée de ce flux; c'est la direction du flux magnétique qu'est produit par le courant I_2 sur le conducteur n°2. Alors, la direction du flux pour le i^{eme} circuit est définie par la direction du courant sur le i^{eme} conducteur et la règle de la main droite en regardant dans la direction des z positifs.

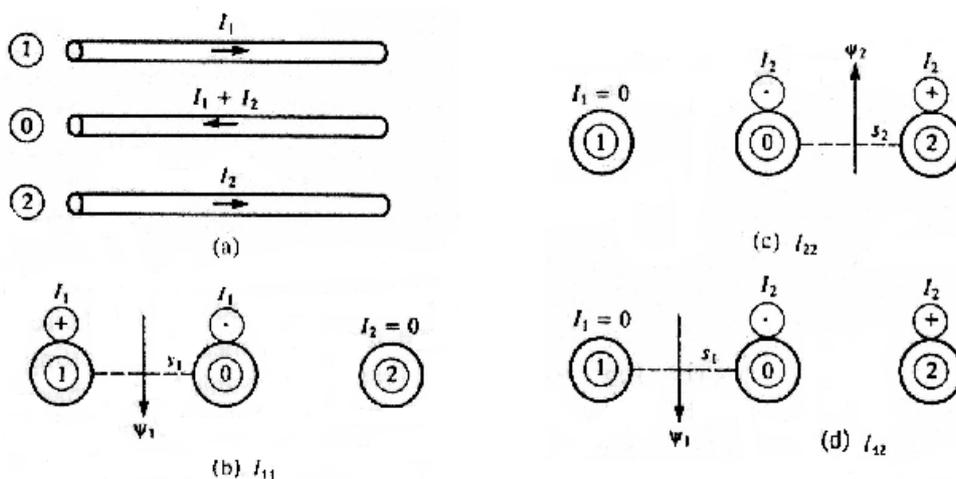


Figure I.8 : Conditions d'excitation d'une ligne MTL formée de trois conducteurs.

Les éléments de la matrice de capacités linéiques [C] relient la charge totale sur le i^{eme} conducteur linéique à toutes les tensions dans la ligne MTL :

$$\mathbf{Q} = \mathbf{C} \mathbf{V} \quad (\text{I.47a})$$

ou encore :

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n c_{1k} & -c_{12} & \cdots & -c_{1n} \\ -c_{12} & \sum_{k=1}^n c_{2k} & \cdots & -c_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -c_{1n} & -c_{2n} & \cdots & \sum_{k=1}^n c_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (\text{I.47b})$$

Si nous notons les éléments de $[\mathbf{C}]$ dans la i^{eme} ligne et la j^{eme} colonne comme $[\mathbf{C}]_{ij}$, ces derniers peuvent être calculés comme suit :

$$[\mathbf{C}]_{ii} = \frac{q_i}{V_i} \Big|_{V_1 = \cdots = V_{i-1} = V_{i+1} = \cdots = V_n = 0} \quad (\text{I.48a})$$

$$[\mathbf{C}]_{ij} = \frac{q_i}{V_j} \Big|_{V_1 = \cdots = V_{j-1} = V_{j+1} = \cdots = V_n = 0} \quad (\text{I.48b})$$

Bien que la méthode citée ci-dessus et qui consiste à porter tous les conducteurs à la masse sauf un conducteur placé à un potentiel non nul est très applicable, une autre méthode plus simple consiste à appliquer une charge linéique q_j sur le j^{eme} conducteur, une charge $-q_j$ sur le conducteur de référence, une charge nulle sur les autres conducteurs et puis déterminer la tension entre le i^{eme} conducteur et le conducteur de référence. Afin de faire ceci, nous inversons la relation (I.47) comme suit :

$$\mathbf{V} = \mathbf{P} \mathbf{Q} \quad (\text{I.49a})$$

C'est à dire :

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{12} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_{1n} & p_{2n} & \cdots & p_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} \quad (\text{I.49b})$$

avec

$$\mathbf{C} = \mathbf{P}^{-1} \quad (\text{I.49c})$$

Les éléments de la matrice [P] sont les coefficients du potentiel. Une fois que ces éléments sont obtenus, nous pouvons déterminer les éléments de la matrice [C] par simple inversion de [P]. Les coefficients du potentiel sont obtenus à partir de (I.49b) par :

$$P_{ii} = \frac{V_i}{q_i} \Big|_{q_1 = \dots = q_{i-1} = q_{i+1} = \dots = q_n = 0} \quad (\text{I.50a})$$

$$P_{ij} = \frac{V_i}{q_j} \Big|_{q_1 = \dots = q_{j-1} = q_{j+1} = \dots = q_n = 0} \quad (\text{I.50b})$$

Ces rapports montrent que pour déterminer p_{ij} nous plaçons une charge linéique q_j sur le conducteur j et les autres conducteurs sans charge (mais $-q_j$ sur le conducteur de référence) et nous déterminons la tension résultante V_i du conducteur i (entre lui et le conducteur de référence avec une tension positive sur le i^{eme} conducteur).

Ces concepts sont illustrés sur la figure I.9. Une fois que la matrice [P] est obtenue par cette méthode, [C] est obtenue par inversion de [P] suivant la relation (I.49c).

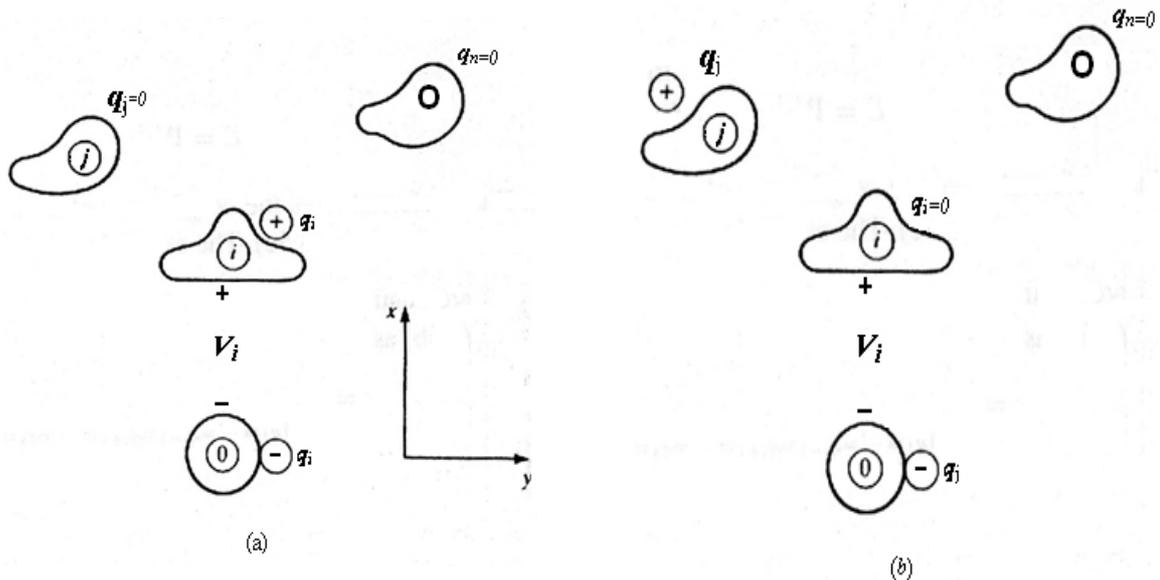


Figure I.9 : Conditions d'excitation d'une ligne MTL pour le calcul des éléments du vecteur potentiels [V]: (a) termes propres P_{ii} et (b) termes mutuelles P_{ij} .

La matrice de conductances linéiques [G] lie le courant de conduction transversal totale passant entre les conducteurs par unité de longueur à toutes les tensions de la ligne :

$$\mathbf{I}_t = \mathbf{G}\mathbf{V} \quad (\text{I.51a})$$

C'est à dire :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I}_{t1} \\ \mathbf{I}_{t2} \\ \vdots \\ \mathbf{I}_{tn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n g_{1k} & -g_{12} & \cdots & -g_{1n} \\ -g_{12} & \sum_{k=1}^n g_{2k} & \cdots & -g_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -g_{1n} & -g_{2n} & \cdots & \sum_{k=1}^n g_{nk} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 \\ \mathbf{V}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{V}_n \end{bmatrix} \quad (\text{I.51b})$$

Par exemple, pour déterminer l'élément $[G]_{ij}$ de la matrice $[G]$ correspondant à la i^{eme} ligne et la j^{eme} colonne, nous pouvons imposer une tension entre le j^{eme} conducteur et le conducteur de référence V_j , avec toutes les autres tensions de conducteur réglées à zéro, c'est à dire : $V_1 = \cdots = V_{j-1} = V_{j+1} = \cdots = V_n = 0$, et déterminer le courant transversal linéique I_{ti} , circulant entre le i^{eme} conducteur et le conducteur de référence et par conséquent l'élément $[G]_{ij}$ comme suit :

$$[G]_{ii} = \frac{I_{ti}}{V_i} \Big|_{V_1 = \cdots = V_{i-1} = V_{i+1} = \cdots = V_n = 0} \quad (\text{I.52a})$$

$$[G]_{ij} = \frac{I_{ti}}{V_j} \Big|_{V_1 = \cdots = V_{j-1} = V_{j+1} = \cdots = V_n = 0} \quad (\text{I.52b})$$

I.8. Matrice capacité généralisée $[C_g]$

Pour les équations montrées ci dessus de lignes MTL, nous avons supposé que nous choisissons arbitrairement un conducteur parmi les $(n+1)$ conducteurs de la ligne MTL comme conducteur de référence auquel toutes les n tensions V_i , sont référencées. Une fois que le conducteur de référence est choisi, tous les paramètres matriciels linéiques doivent être calculés selon ce choix.

Dans ce qui suit, nous décrivons une technique pour calculer un certain paramètre matriciel linéique dit matrice capacité généralisée $[C_g]$, sans tenir compte du choix du conducteur de référence. Les dimensions de cette matrice capacité généralisée sont $(n+1) \times$

(n+1). Nous montrerons qu'une matrice de capacité [C] de dimensions (n x n) d'une ligne de transmission MTL peut être facilement obtenue à partir de cette matrice capacité généralisée. Si un choix différent du conducteur de référence est fait, nous pouvons aisément obtenir la matrice capacité [C] de la ligne de transmission pour ce nouveau choix de conducteur de référence à partir de la matrice capacité généralisée utilisant des relations algébriques simples. La matrice capacité généralisée pour la ligne dont le milieu diélectrique est remplacée par le vide, [C_{g0}], et les capacités linéiques généralisées dont les constants diélectriques sont remplacés par leurs constants diélectriques complexes peuvent aussi être obtenues. La matrice capacité [C₀] de la ligne de transmission et la matrice de la capacité complexe de la ligne de transmission [Ĉ] peuvent alors être facilement obtenues à partir de ces dernières matrices capacités généralisées correspondantes.

Par conséquent, l'effort informatique principal réside dans la détermination des matrices capacités généralisées.

Les n tensions V_i de la ligne MTL sont définis entre chaque conducteur et le conducteur de référence choisi. Nous pouvons également définir les potentiels ϕ_i de chacun des (n+1) conducteurs par rapport à un certain point de référence ou par rapport à une ligne qui est parallèle à l'axe (z) [6].

La charge linéique totale q_i de chacun des (n+1) conducteurs est liée à leurs potentiels ϕ_i pour $i = 0, 1, 2, \dots, n$ par la matrice capacité généralisée [C_g] de dimension (n+1) x (n+1) :

$$Q' = C_g \Phi \tag{I.53a}$$

Ou, sous la forme développée :

$$\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix}_{Q'} = \begin{bmatrix} C_{g00} & C_{g01} & \cdots & C_{g0n} \\ C_{g10} & C_{g11} & \cdots & C_{g1n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{gn0} & C_{gn1} & \cdots & C_{gnn} \end{bmatrix}_{C_g} \begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \vdots \\ \phi_n \end{bmatrix}_{\Phi} \tag{I.53b}$$

Observons que la matrice [C_g] est (n+1) x (n+1), tandis que les paramètres matriciels linéiques précédents [L], [C] et [G] sont (n x n). Également la matrice capacité généralisée, comme la matrice capacité de la ligne de transmission, est symétrique [6, 7, 8, 9].

Supposer que $[C_g]$ a été calculée et nous choisissons un conducteur de référence. Afin d'obtenir la matrice capacité $[C]$ à partir de $[C_g]$, nous définissons les tensions de la ligne MTL par :

$$V_i = \phi_i - \phi_0 \quad (I.54)$$

Pour $i = 1, 2, \dots, n$.

Nous supposons qu'il y a conservation de charge dans tout le système formé par les (n+1) conducteurs :

$$q_0 + q_1 + q_2 + \dots - q_n = 0 \quad (I.55a)$$

Par conséquent, la charge (linéique) du conducteur n° 0 peut être écrite en termes des autres charges des n conducteur restants :

$$q_0 = -\sum_{k=1}^n q_k \quad (I.55b)$$

Avec le même conducteur de référence choisi, nous avons:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{12} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{1n} & C_{2n} & \dots & C_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} \quad (I.56)$$

En comparant cette dernière relation (I.56) à la relation (I.47b), nous observons que $C_{ii} = \sum_{k=1}^n c_{ik}$ et $C_{ij} = -c_{ij}$.

Remplaçons les relations (I.54) et (I.55) dans la relation (I.53) et son développement donne :

$$\begin{aligned} -\sum_{k=1}^n q_k &= C_{g01} V_1 + C_{g02} V_2 + \dots + C_{g0n} V_n + \left(\sum_{m=0}^n C_{g0m} \right) \phi_0 \\ q_1 &= C_{g11} V_1 + C_{g12} V_2 + \dots + C_{g1n} V_n + \left(\sum_{m=0}^n C_{g1m} \right) \phi_0 \\ &\vdots \\ q_n &= C_{gn1} V_1 + C_{gn2} V_2 + \dots + C_{gnn} V_n + \left(\sum_{m=0}^n C_{gnm} \right) \phi_0 \end{aligned} \quad (I.57)$$

En additionnant toutes les équations de la relation (I.57), nous aurons :

$$\begin{aligned} 0 &= \sum_{m=0}^n C_{g1m} V_1 + \sum_{m=0}^n C_{g2m} V_2 + \dots + \sum_{m=0}^n C_{gnm} V_n \\ &\quad + \left(\sum_{m=0}^n C_{g0m} + \sum_{m=0}^n C_{g1m} + \dots + \sum_{m=0}^n C_{gnm} \right) \phi_0 \end{aligned} \quad (I.58a)$$

où

$$\phi_0 = - \frac{\sum_{k=1}^n \left[\left(\sum_{m=0}^n C_{gmk} \right) V_k \right]}{\sum_{l=0}^n \left[\sum_{m=0}^n C_{glm} \right]} \quad (I.58b)$$

La substitution de la relation (I.58b) dans le dernier système à n équations de la relation (I.57) fournit les éléments de la matrice de capacités linéiques [C] comme suit [6]:

$$C_{ij} = C_{gij} - \frac{\left(\sum_{k=0}^n C_{gik} \right) \left(\sum_{m=0}^n C_{gmj} \right)}{\left(\sum C_g \right)} \quad (I.59)$$

La première sommation dans le numérateur de la relation (I.66) est la somme de tous les éléments dans la $i^{\text{ème}}$ ligne de la matrice $[C_g]$, tandis que la deuxième sommation dans le numérateur de (I.66) est la somme de tous les éléments dans la $j^{\text{ème}}$ colonne de la matrice $[C_g]$. La sommation se trouvant dans le dénominateur c'est à dire $\sum C_g$ est la somme de tous les éléments de la matrice $[C_g]$.

I.9. Conclusion

En première partie, nous avons vu les équations des lignes multifilaires (MTL) avec l'extraction de la dérivation des ces équations. Dans la deuxième partie nous avons consacré notre étude sur les propriétés des paramètres matricielles linéiques d'inductance [L], de capacité [C], de conductance [G] et des matrices capacité généralisée $[C_g]$.

Le chapitre suivant est consacré à l'étude de la méthode des moments appliquée aux lignes multifilaires à section transversale rectangulaires. Cette méthode est bien détaillée pour trois types de lignes multifilaires très utilisées dans la littérature scientifique.

C

H

A

P

I

T

R

E

II

*Méthode des moments appliquée aux
lignes multifilaire à section
Transversale rectangulaire*

I.1. Introduction

Les paramètres linéiques d'inductance [L], de capacité [C] et de conductance [G] toutes sont obtenus comme solution statique des champs dans le plan transversal x-y pour les conducteurs parfaits. Essentiellement, ceci signifie que nous devons résoudre l'équation de Laplace ou de Poisson dans le plan transversal bidimensionnel en utilisant [4]:

$$\nabla^2 \phi(x, y) = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = \rho(x, y) \quad (\text{II.1})$$

Il existe plusieurs méthodes pour résoudre cette équation. La méthode que nous voulons employer détermine une solution approximative utilisant les diverses techniques numériques que nous discutons dans cette section.

II.2. Techniques de la méthode des moments (MoM)

Les techniques de la MoM résolvent essentiellement des équations intégrales où l'inconnu est dans la fonction à intégrer. Voici Un exemple qu'est la forme intégrale de l'équation de Poisson dans le plan transversal (x-y) :

$$\phi(x, y) = \frac{1}{4\pi\epsilon} \iint_s \frac{\rho(x', y')}{r} ds \quad (\text{II.2})$$

Où ρ est la distribution de charge répartie sur la surface s dans le plan (x-y). Comme d'habitude, nous prescrivons le potentiel aux points dans la région (par exemple, sur les corps parfaitement conductrice) et nous allons déterminer la distribution de charge qui la produit. Ainsi, pour résoudre une équation intégrale nous devons utiliser la fonction de [4].

Les problèmes d'intérêt ici sont les conducteurs parfaits dans le plan bidimensionnel qui sont infinis suivant la direction de propagation (z) et le i^{eme} conducteur qui a une densité de charge inconnue $\rho_i(x, y)$ (C/m²) résidant sur sa surface comme illustré sur la figure II.1. nous Observons que les unités de cette distribution de charge sont en mètre carré : Une dimension est le long de l'axe z et l'autre dimension est autour de la surface du conducteur dans le plan transversal (x-y).

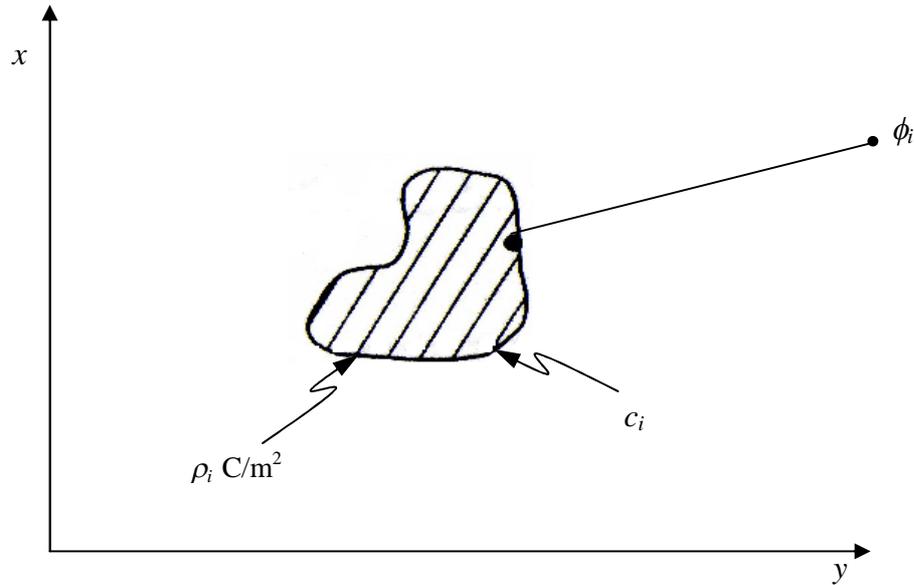


Figure II.1 : Schéma de la solution de l'équation de Poisson en deux dimensions

D'une manière commune, nous avons utilisés la même technique pour un ruban, avec une approximation de la distribution de charge autour de la périphérie bidimensionnelle du conducteur qu'est un fil infiniment long suivant la direction z d'une charge (C/m). Ceci forme la base pour les techniques numériques qui sont employées pour analyser ces structures bidimensionnelles de longueur infinie pour déterminer les paramètres linéiques. Ainsi, nous résolvons au début le problème du potentiel d'un fil de charge infiniment long portant une charge linéique dans la direction de z, qui est uniformément distribuée dans la direction de z. Le potentiel à un point est la somme des potentiels de chaque ligne de charge qui compose la distribution de charge désirée autour du conducteur.

En générale la représentation de la distribution de charge au-dessus du i^{eme} surface du conducteur est écrit comme combinaison linéaire des fonctions de base ρ_{ik} par :

$$\begin{aligned} \rho_i(x, y) &= \alpha_{i1}\rho_{i1}(x, y) + \alpha_{i2}\rho_{i2}(x, y) + \dots + \alpha_{iN_i}\rho_{iN_i}(x, y) \\ &= \sum_{k=1}^{N_i} \alpha_{ik}\rho_{ik}(x, y) \end{aligned} \quad (\text{II.3})$$

Touts les domaines d'expansions utilisent les fonctions de base qui sont différentes de zéro sur tout le contour de la surface, de même manière qu'une série de Fourier représente une fonction dans le domaine temporel utilisant des fonctions de base définies pendant l'intervalle de temps couvrant une période complète. C'était la technique employée plus tôt pour augmenter les distributions de charge autour des fils et des diélectriques des rubans.

Les expansions du sous domaine cherchent à représenter la distribution de charge au-dessus des segments discrets de la coupe extérieure [8,10]. Chacune des fonctions d'expansion ρ_{ik} sont définies au-dessus des segments discrets du contour c_{ik} , et prennent la valeur zéro sur les autres segments. Nous nous concentrerons sur la méthode du sous domaine d'expansion. Il existe beaucoup de manières de choisir les fonctions d'expansion sur les segments. Une des manières les plus simples est de représenter la distribution de charge comme « fonction d'escalier », où la distribution de charge est constante sur les segments du contour :

$$\rho_{ik} = \begin{cases} 1, & \in c_{ik} \\ 0, & \notin c_{ik} \end{cases} \quad (\text{II.4})$$

La figure II.2 montre la méthode d'expansion d'impulsion d'une distribution de charge sur le ruban. En supposant que la distribution de charge est constante sur le segment c_{ik} de la surface, mais le niveau α_{ik} est inconnu jusqu'ici. Par conséquent, nous faisons une approximation d'un « escalier » à la distribution vraie. C'est l'essentiel de la méthode des moments (MoM) que nous employons pour les PCBs. Il existe des approximations plus raffinées telles que des distributions triangulaires qui peuvent être faites avec l'augmentation en difficulté d'analyse correspondante.

Afin d'illustrer cette méthode pour l'appliquer à des structures PCB, considérons un PCB représentée sur la figure II.3 (a) où trois micros rubans (plats, conducteur parfait) sont gravés sur la surface d'un substrat diélectrique ayant une constante diélectrique relative ϵ_r [9]. Chaque ruban a un potentiel ϕ_i et porte une distribution de charge linéique q_i (C/m).

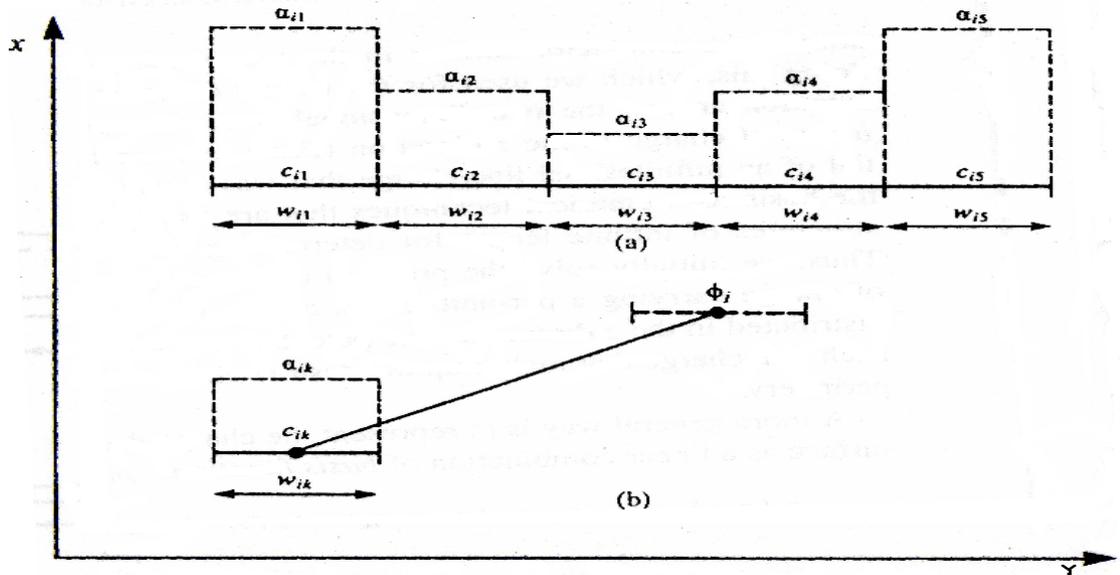


Figure II.2 : Schéma de l'expansion d'impulsion d'une distribution de charge sur un ruban.

Cette distribution de charge q_i est la charge totale sur le ruban linéique suivant la direction de propagation (z).

La figure II.3 (b) montre une distinction importante entre le cas d'un PCB et le cas des fils ronds; les distributions de charge à travers les largeurs du ruban dans le PCB, ρ_i (C/m²), tendent à faire un pic aux bords des rubans [11].

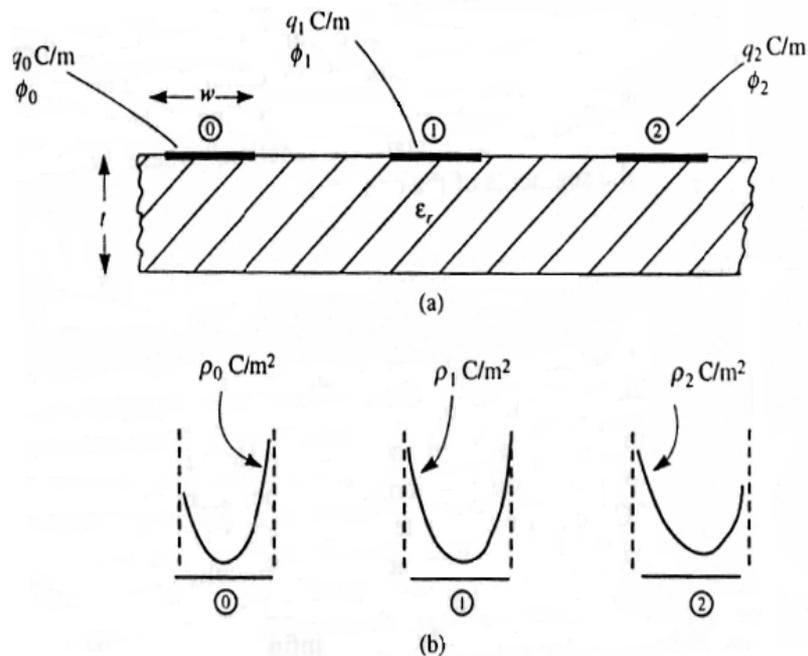


Figure II.3 : Schéma des distributions de charge au-dessus des terres d'une carte Électronique.

Afin de déterminer la matrice de capacité linéique [C]: pour cette structure nous devons rapporter ces distributions de charge linéique q , aux potentiels de conducteur ϕ_i avec la matrice de capacité généralisée [C_g] :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \end{bmatrix}}_{Q'} = \underbrace{\begin{bmatrix} C_{g00} & C_{g01} & C_{g02} \\ C_{g10} & C_{g11} & C_{g12} \\ C_{g20} & C_{g21} & C_{g22} \end{bmatrix}}_{C_g} \underbrace{\begin{bmatrix} \phi_0 \\ \phi_1 \\ \phi_2 \end{bmatrix}}_{\Phi} \quad (\text{II.5})$$

Nous représentons cette distribution de charge sur chaque ruban dans l'équation (II.3) avec la méthode d'expansion d'impulsion ou l'approximation d'escalier donnée dans l'équation (II.4) comme illustré sur la figure II.4(a). Les niveaux inconnus α_{ik} des distributions de charge doivent être déterminés pour remplir la condition de frontière du potentiel ϕ_i sur le i^{eme} conducteur, comme montré sur la figure II.4 (b).

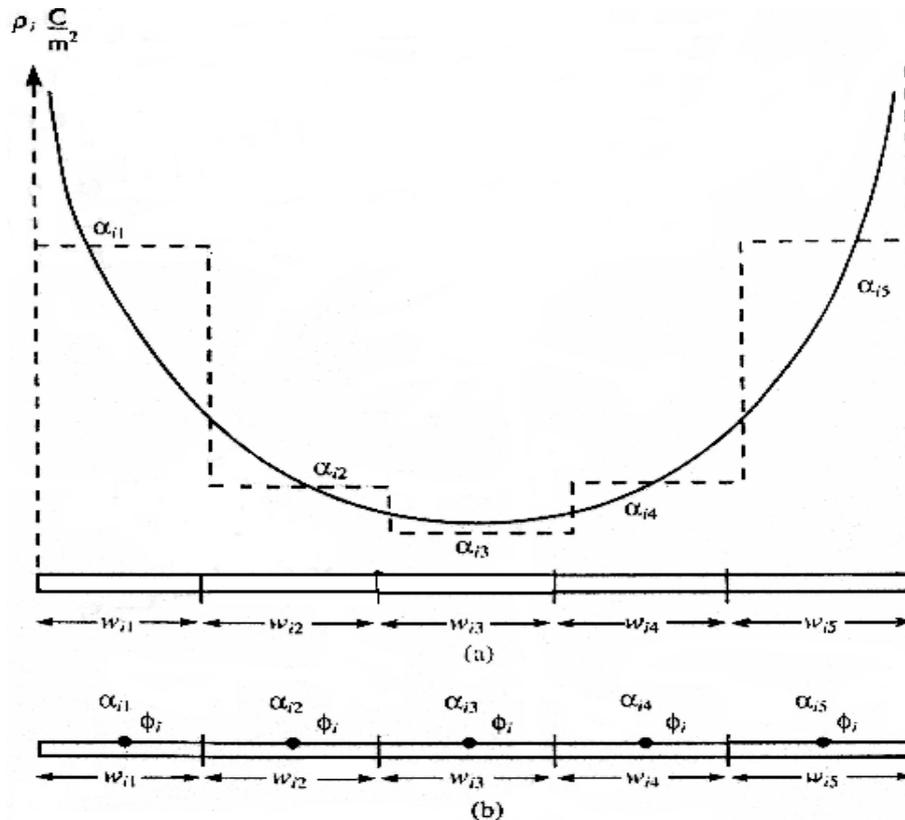


Figure II.4 : Illustration (a) approximation de la distribution de charge sur un ruban avec des fonctions d'expansions par morceaux constantes et (b) le potentiel correspondant au centre de chaque ruban.

La charge totale (linéique dans la direction de z) (C/m) est obtenue en additionnant les charges des sous-sections de ce conducteur :

$$q_i = \sum_{k=1}^{N_i} \alpha_{ik} \int_{c_i} \rho_{ik} dc_i \quad (\text{C/m}) \quad (\text{II.6})$$

Dans le cas de la méthode d'expansion d'impulsion, ceci se simplifie par :

$$\begin{aligned} q_i &= \alpha_{i1} w_{i1} + \alpha_{i2} w_{i2} + \dots + \alpha_{iN_i} w_{iN_i} \\ &= \sum_{k=1}^{N_i} \alpha_{ik} w_{ik} \quad (\text{C/m}) \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

Où w_{ik} est la largeur du k^{eme} segment du i^{eme} conducteur et le potentiel à un point sur le i^{eme} conducteur sur cette représentation sera dû aux contributions de toutes les distributions de charge inconnues et peut être donc écrit comme combinaison linéaire :

$$\phi_i(x, y) = \sum_{k=1}^{N_i} K_{ik} \alpha_{ik} \quad (\text{II.8})$$

Chaque coefficient K_{ik} est déterminé comme contribution au potentiel dû à chaque fonction de base :

$$K_{ik} = \phi_i \Big|_{\alpha_{ik}=1, \alpha_{i1}, \dots, \alpha_{ik-1}, \alpha_{ik+1}, \dots, \alpha_{iN_i}=0} \quad (\text{II.9})$$

Il y a beaucoup de manières de produire ces équations. La méthode «*point matching*» est la technique la plus simple. Pour l'illustration, considérant un système de $n + 1$ conducteurs chacun a un potentiel de ϕ_i pour $i = 0, 1, \dots, n$. Après nous renforçons le potentiel de chaque conducteur ϕ_i , dû à toutes les distributions de charge dans le système pour être le potentiel de ce conducteur au centre de chaque sous-section du conducteur. Les équations résultant sont de la forme suivante :

$$\phi_i = \sum_{k=1}^{N_0} K_{0k} \alpha_{0k} + \dots + \sum_{k=1}^{N_i} K_{ik} \alpha_{ik} + \dots + \sum_{k=1}^{N_n} K_{nk} \alpha_{nk} \quad (\text{II.10})$$

En posant:

$$N = \sum_{k=0}^n N_k \quad (\text{II.11})$$

Les points sur les conducteurs donnent l'ensemble de N équations simultanées en termes des coefficients d'expansion :

$$\Phi = \mathbf{D}\mathbf{A} \quad (\text{II.12a})$$

Ou, sous la forme développée :

$$\begin{bmatrix} \Phi_0 \\ \vdots \\ \Phi_i \\ \vdots \\ \Phi_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{00} & \cdots & \mathbf{D}_{0j} & \cdots & \mathbf{D}_{0n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{D}_{i0} & \cdots & \mathbf{D}_{ij} & \cdots & \mathbf{D}_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{D}_{n0} & \cdots & \mathbf{D}_{nj} & \cdots & \mathbf{D}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_j \\ \vdots \\ \mathbf{A}_n \end{bmatrix} \quad (\text{II.12b})$$

Le vecteur des potentiels aux (*point matching*) du i^{eme} conducteur est dénoté par :

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} \phi_i \\ \vdots \\ \phi_i \\ \vdots \\ \phi_i \end{bmatrix} \quad (\text{II.12c})$$

Le vecteur des coefficients d'expansion de la distribution de charge sur le i^{eme} conducteur est dénoté par :

$$\mathbf{A}_i = \begin{bmatrix} \alpha_{i1} \\ \vdots \\ \alpha_{ik} \\ \vdots \\ \alpha_{iN_i} \end{bmatrix} \quad (\text{II.12d})$$

En Inversant (II.12a) nous trouvons :

$$\mathbf{A} = \mathbf{D}^{-1}\Phi \quad (\text{II.13a})$$

Ou sous la forme développée :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_0 \\ \vdots \\ \mathbf{A}_i \\ \vdots \\ \mathbf{A}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{00} & \cdots & \mathbf{B}_{0j} & \cdots & \mathbf{B}_{0n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{B}_{i0} & \cdots & \mathbf{B}_{ij} & \cdots & \mathbf{B}_{in} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{B}_{n0} & \cdots & \mathbf{B}_{nj} & \cdots & \mathbf{B}_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_0 \\ \vdots \\ \Phi_j \\ \vdots \\ \Phi_n \end{bmatrix} \quad (\text{II.13b})$$

Une fois que les coefficients d'expansion sont obtenus à partir de l'équation (II.13), la charge totale (linéique dans la direction de propagation z en C/m) peut être obtenu à partir de l'équation (II.7). La matrice capacité généralisée $[C_g]$ alors est obtenue. Dans le cas des fonctions d'expansion d'impulsion avec les conducteurs plats, les entrées dans la matrice capacité généralisée peut être directement obtenue avec l'équation (II.13) par :

$$C_{gij} = w_{i1} \sum_{\text{ligne1}} B_{ij} + w_{i2} \sum_{\text{ligne2}} B_{ij} + \dots + w_{iN_i} \sum_{\text{ligne}N_i} B_{ij} \quad (\text{II.14})$$

Où w_{ik} est la largeur du k^{eme} sous-section du i^{eme} conducteur. Ce résultat simple est obtenu comme suit:

$$\begin{aligned} q_i &= \alpha_{i1} w_{i1} + \alpha_{i2} w_{i2} + \dots + \alpha_{iN_i} w_{iN_i} \\ &= \sum_{k=1}^{N_i} \alpha_{ik} w_{ik} \quad (\text{C/m}) \end{aligned} \quad (\text{II.7})$$

alors

$$\begin{bmatrix} \alpha_{i1} \\ \vdots \\ \alpha_{ik} \\ \vdots \\ \alpha_{iN_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & & & \\ & & & & \\ & & \mathbf{B}_{ij} & & \\ & & & & \\ & & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_j \\ \vdots \\ \Phi_j \\ \vdots \\ \Phi_j \end{bmatrix} \quad (\text{II.15a})$$

Le développement de ceci donne les coefficients d'expansion :

$$\alpha_{ik} = \left\{ \sum_{\text{ligne } k} B_{ij} \right\} \Phi_j \quad (\text{II.15b})$$

Si les largeurs w de tous les segments de conducteur sont identiques, alors les éléments de la matrice capacité généralisée sont simplifiés :

$$C_{gij} = w \sum \mathbf{B}_{ij} \quad (\text{II.16})$$

Où $\sum \mathbf{B}_{ij}$ est la somme de tous les éléments de la matrice \mathbf{B}_{ij} .

Considérant un conducteur micro ruban de largeur w et de longueur infinie soutenant une distribution de charge ρ (C/m) qui est constante le long de la section transversale (voir la figure II.5).

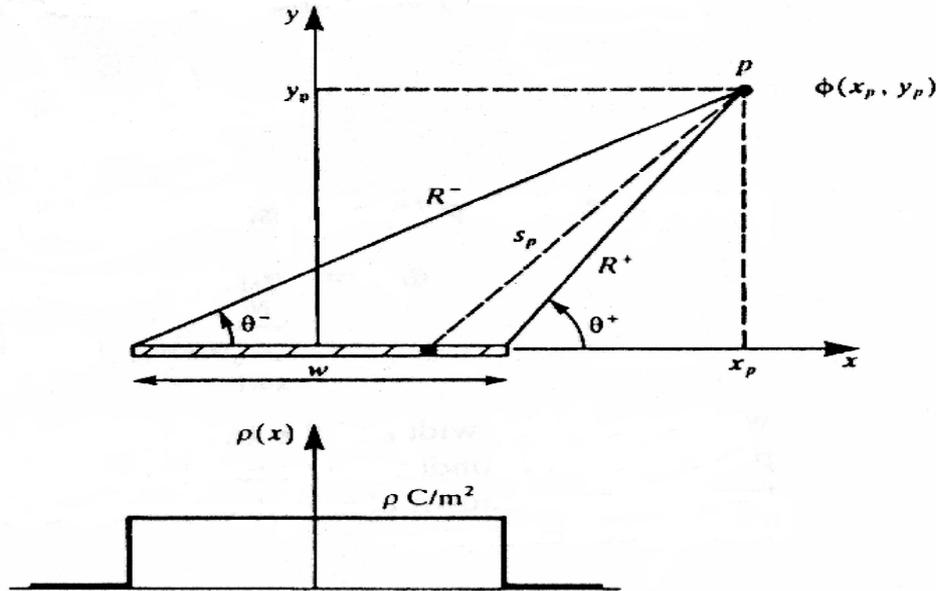


Figure II.5 : le schéma de calcul du potentiel dû à une distribution de charge constante sur un ruban rectangulaire.

Si nous traitons ceci comme rangée de fil qui portent une charge linéique sur un fil de longueur ρdx (C/m), alors nous pouvons déterminer le potentiel d'un point par la somme des potentiels de ces fils ou encore en utilisant le résultat pour le potentiel d'un fil donné dans [4].

$$\begin{aligned}
 \phi(w, x_p, y_p) &= -\frac{\rho}{2\pi\epsilon} \int_{x=\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \ln\left(\sqrt{(x_p-x)^2 + (y_p)^2}\right) dx \\
 &= -\frac{\rho}{4\pi\epsilon} \left[\left(x_p + \frac{w}{2}\right) \ln\left(\left(x_p + \frac{w}{2}\right)^2 + y_p^2\right) - \left(x_p - \frac{w}{2}\right) \ln\left(\left(x_p - \frac{w}{2}\right)^2 + y_p^2\right) \right. \\
 &\quad \left. - 2w + 2y_p \left(\tan^{-1}\left(\frac{x_p + \frac{w}{2}}{y_p}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{x_p - \frac{w}{2}}{y_p}\right) \right) \right] \quad (\text{II.17})
 \end{aligned}$$

Cette intégrale est évaluée en utilisant [12]. Ce dernier peut être simplifié si nous dénotons les distances des bords du ruban par R^+ , R^- et les angles par θ^+ , θ^- (voir figure II.5). Les termes de l'équation (II.17) deviennent :

$$\phi(w, x_p, y_p) = \frac{\rho}{2\pi\epsilon} \left[x_p \ln\left(\frac{R^+}{R^-}\right) - \frac{w}{2} \ln(R^+ R^-) + w - y_p (\theta^+ - \theta^-) \right] \quad (\text{II.18})$$

Dans le cas où la projection du point a observé se trouve au milieu du ruban en question, la formule devient :

$$\phi(w) = \frac{\rho}{2\pi\epsilon} w \left[1 - \ln\left(\frac{w}{2}\right) \right] \quad (\text{II.19})$$

Le champ électrique dû à cette distribution de charge sera nécessaire pour des problèmes qui concernent les interfaces diélectriques. Le champ électrique peut être calculé de ce résultat à partir de [4] :

$$\vec{E} = -\frac{\partial\phi}{\partial x} \vec{a}_x - \frac{\partial\phi}{\partial y} \vec{a}_y \quad (\text{II.20})$$

En considérant une boîte de conduction rectangulaire représentée sur la figure II.6. Les quatre murs sont isolés les uns des autres et sont maintenus aux potentiels; $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = 10$ V, $\phi_3 = 20$ V, et $\phi_4 = 30$ V. Nous divisons les deux conducteurs verticaux en quatre segments et les deux conducteurs horizontaux en trois segments. En utilisant la fonction d'expansion d'impulsion pour chaque segment et le « *point matching* » qui nous donne les 14 équations avec les 14 inconnus qui sont les niveaux constants des distributions de charge supposées sur chaque segment. Les résultats ci-dessus donnent les potentiels aux six points intérieurs suivant les indications du tableau II.1.

	MoM	Exact
$\phi_a(x = 1, y = 3)$	16.433	16.4784
$\phi_b(x = 2, y = 3)$	21.834	21.8499
$\phi_c(x = 1, y = 2)$	14.130	14.1575
$\phi_d(x = 2, y = 2)$	20.514	20.4924
$\phi_e(x = 1, y = 1)$	9.527	9.60942
$\phi_f(x = 2, y = 1)$	14.934	14.9810

Tableau II.1 : Résultats des potentiels aux six points intérieurs.

Les résultats exacts ont été obtenus avec une solution directe de l'équation de Laplace utilisant la séparation des variables [13]. Les termes des paramètres généraux sont notés sur la figure II.6.

$$\phi(x, y) = \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^{\infty} \left\{ \frac{4 \sin(n\pi y / b)}{n\pi \sinh(n\pi a / b)} \left[\phi_4 \sinh\left(\frac{n\pi x}{b}\right) + \phi_2 \sinh\left(\frac{n\pi}{b}(a - x)\right) \right] \right\} \quad (\text{II.21})$$

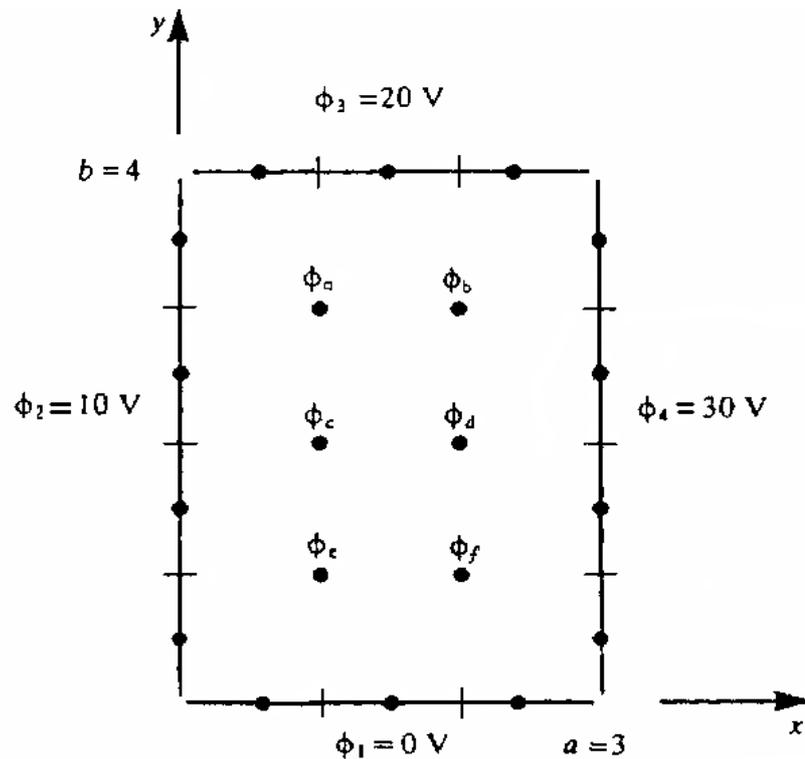


Figure II.6 : Schéma pour la démonstration de la solution de l'équation de Laplace avec la méthode d'expansion d'impulsion et « *point matching* » pour un problème bidimensionnel.

Avec $a = 3$, $b = 4$, et $\phi_1 = 0$, $\phi_2 = 10$ V, $\phi_3 = 20$ V, et $\phi_4 = 30$ V.

La technique d'expansion d'impulsion et « *point matching* » décrite ci-dessus est simple à mettre en application dans un programme de calculateur numérique. La réalisation de la convergence exige généralement des calculateurs puissants puisque les sous-sections de conducteur choisies doivent être suffisamment petites pour donner une représentation précise des distributions de charge. C'est particulièrement vrai dans le cas des cartes électroniques à circuits imprimés (PCBs) où la distribution de charge fait un pic aux bords de chaque ruban. Il y a d'autres choix des fonctions d'expansion telles que les fonctions sinusoïdales triangulaires ou en dent de scie, mais la complexité de programmation augmente également. Pour cette raison, nous emploierons la méthode d'expansion d'impulsion et « *point matching* » pour PCBs.

II.3. Applications aux cartes électroniques à circuits imprimés (PCB)

La méthode MoM ci-dessus peut être utilisée au calcul des capacités linéique [C] des conducteurs avec des sections transversales rectangulaires comme il est représenté sur PCBs. En considérant une carte typique représentée sur la figure II.7 (a) ayant les conducteurs rubans de taille infinitésimal sur la surface d'une carte diélectriques d'épaisseur t et d'une permittivité ϵ_r . Les largeurs des rubans sont dénotées par w_i , et les séparations de bord à bord sont dénotées par s_{ij} . En appliquant une approche directe pour subdiviser chaque ruban à N_i segments de longueur w_{ik} . La charge constante sur chaque sous-section a pu être représentée suivant la méthode d'expansion d'impulsion avec le niveau inconnu de α_{ik} . Nous pourrions pareillement subdiviser la surface du diélectrique et représenter la charge attachée sur cette surface avec des expansions d'impulsion.

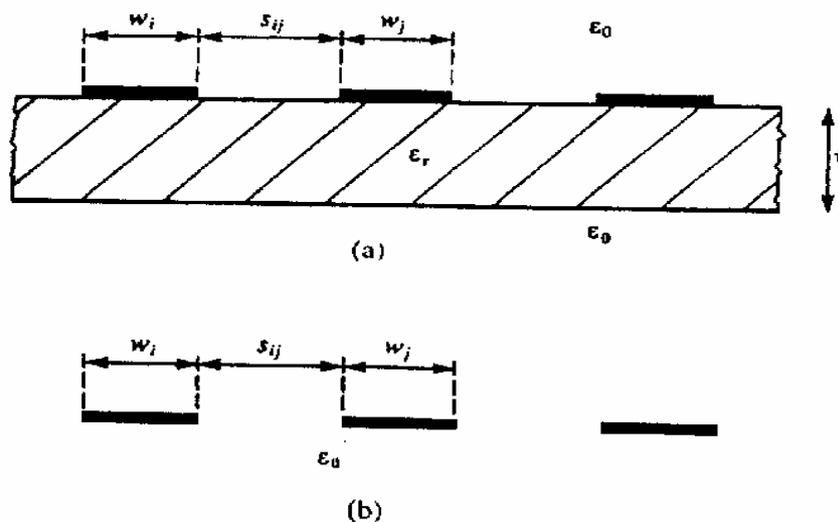


Figure II.7 : Schéma d'une Carte PCB pour illustrer la détermination des capacités linéiques [C].

La figure II.7 (b) montre la subdivision des conducteurs immergés dans l'espace libre.

D'abord, nous envisageons de résoudre le problème avec la carte électronique enlevé (figure II.7 (b)) et en suite nous ajoutons la carte électronique. Considérant le sous problème d'une sous-section d'un ruban de la largeur w représentée sur la figure II.8. Nous devons déterminer le potentiel à un point d'une distance d du centre d'une sous-section d'un ruban et dans le plan de ce dernier. Ce sous problème de base a été déjà résolu, et les résultats de (II.18)

sont utilisés dans ce cas. Pour un point au centre de la bande, c.-à-d $d = 0$ le potentiel individuel est définie à partir de l'équation (II.19) :

$$\begin{aligned}\phi_{indi}(w) &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[w - w \ln\left(\frac{w}{2}\right) \right] \\ &= \frac{w}{2\pi\epsilon_0} \left[1 - \ln\left(\frac{w}{2}\right) \right]\end{aligned}\quad (II.22a)$$

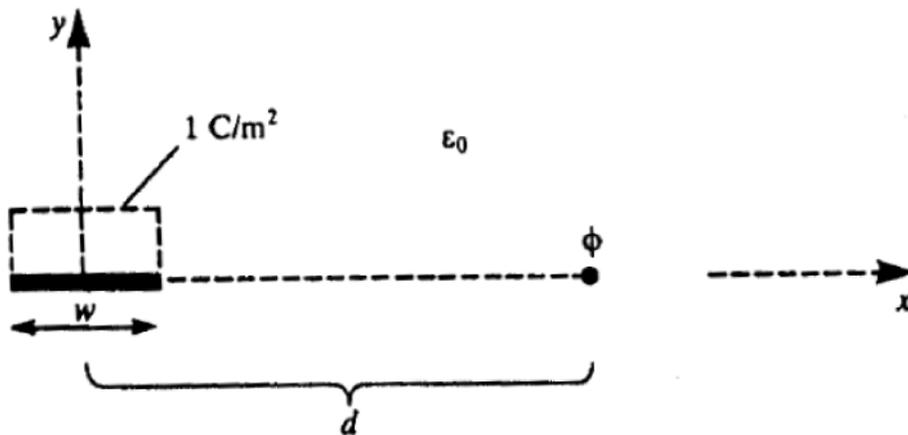


Figure II.8 : Détermination du potentiel dû à une distribution de charge constante sur un ruban plat utilisant la méthode « *point matching* ».

Pour le potentiel sur un autre segment où $d \neq 0$ et généralement $d > w/2$, le potentiel est :

$$\begin{aligned}\phi(w, d) &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \left[w + \left(d - \frac{w}{2}\right) \ln\left(d - \frac{w}{2}\right) - \left(d + \frac{w}{2}\right) \ln\left(d + \frac{w}{2}\right) \right] \\ &= \phi_{indi}(w) + \frac{w}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{2}(2D - 1) \ln(2D - 1) - \frac{1}{2}(2D + 1) \ln(2D + 1) \right]\end{aligned}\quad (II.22b)$$

Le résultat mutuel dans l'équation (II.22b) est écrit en fonction des termes individuels dans l'équation (II.22a) et le rapport de la séparation de sous-section sur la largeur de la sous-section :

$$D = \frac{d}{w} \quad (II.22c)$$

Par la suite nous introduisons le substrat diélectrique à ces résultats de base. Le premier problème qui doit être résolu est celui d'une ligne infinie de charge q (C/m) suivant la direction

de z située à une hauteur h au-dessus de l'interface plane entre deux milieux diélectriques (voir figure II.19). Le demi espace supérieur a une permittivité d'espace libre ϵ_0 , et le moitié espace inférieure a une permittivité $\epsilon_r \epsilon_0$. Ce problème classique permet de calculer le potentiel dans chaque région par la méthode des images comme si la région inférieure était un conducteur parfait. La solution peut être obtenue en visualisant les lignes de densité de flux électrique ψ , émit par la ligne chargée. Pour une ligne infinie chargée portant une densité de charge linéique q (C/m), la densité du flux électrique à une distance r de la ligne chargée sera :

$$\begin{aligned} \psi &= D \\ &= \frac{q}{2 \pi r} \end{aligned} \quad (\text{II.23})$$

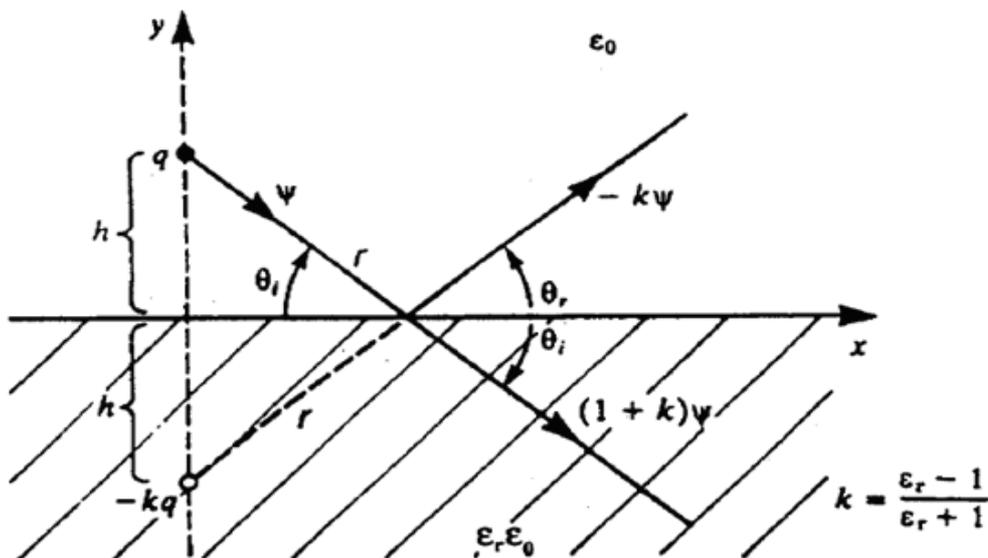


Figure II.9 : La méthode d'images pour un point de charge au-dessus du demi-espace diélectrique infini.

Dans une région de permittivité ϵ , l'intensité de champ électrique E est liée à D par $D = \epsilon E$. Considérant un flux émit par la ligne chargée qui est incident sur l'interface à un certain angle θ_i . Une partie de ce flux peut être pénétré à l'interface comme $(1 + k)\psi$, tandis qu'une partie est reflétée à un angle θ_r comme $-k\psi$. Les conditions de frontière à l'interface exigent que les composants normaux de la densité de flux électrique soient continus :

$$\psi \sin \theta_i + k\psi \sin \theta_r = (1 + k)\psi \sin \theta_i \quad (\text{II.24a})$$

Ceci prouve que les angles d'incidence et de réflexion sont identiques (la loi de Shell) $\theta_i = \theta_r$

[4]. De même, les composants tangentiels du champ électrique doivent être continus à travers l'interface :

$$\frac{1}{\varepsilon_0} \psi \cos \theta_i - \frac{1}{\varepsilon_0} k \psi \cos \theta_r = \frac{1}{\varepsilon_r \varepsilon_0} (1+k) \psi \cos \theta_i \quad (\text{II.24b})$$

Rappelant que $\theta_i = \theta_r$:

$$k = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} \quad (\text{II.25a})$$

et

$$(1+k) = \frac{2\varepsilon_r}{\varepsilon_r + 1} \quad (\text{II.25b})$$

Nous trouverons les combinaisons de k suivants :

$$\begin{aligned} (1-k) &= \frac{2}{\varepsilon_r + 1} \\ &= \frac{1}{\varepsilon_{r,eff}} \end{aligned} \quad (\text{II.26a})$$

et

$$\begin{aligned} (1-k^2) &= \frac{2}{\varepsilon_r + 1} (1+k) \\ &= \frac{1}{\varepsilon_{r,eff}} (1+k) \end{aligned} \quad (\text{II.26b})$$

et

$$\varepsilon_{r,eff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} \quad (\text{II.26c})$$

Nous avons écrit l'équation (II.26) en fonction de permittivité relative effective, $(\varepsilon_r + 1)/2$ qui serait la permittivité effective pour le demi espace sur la figure II.9 comme moyenne des deux permittivités.

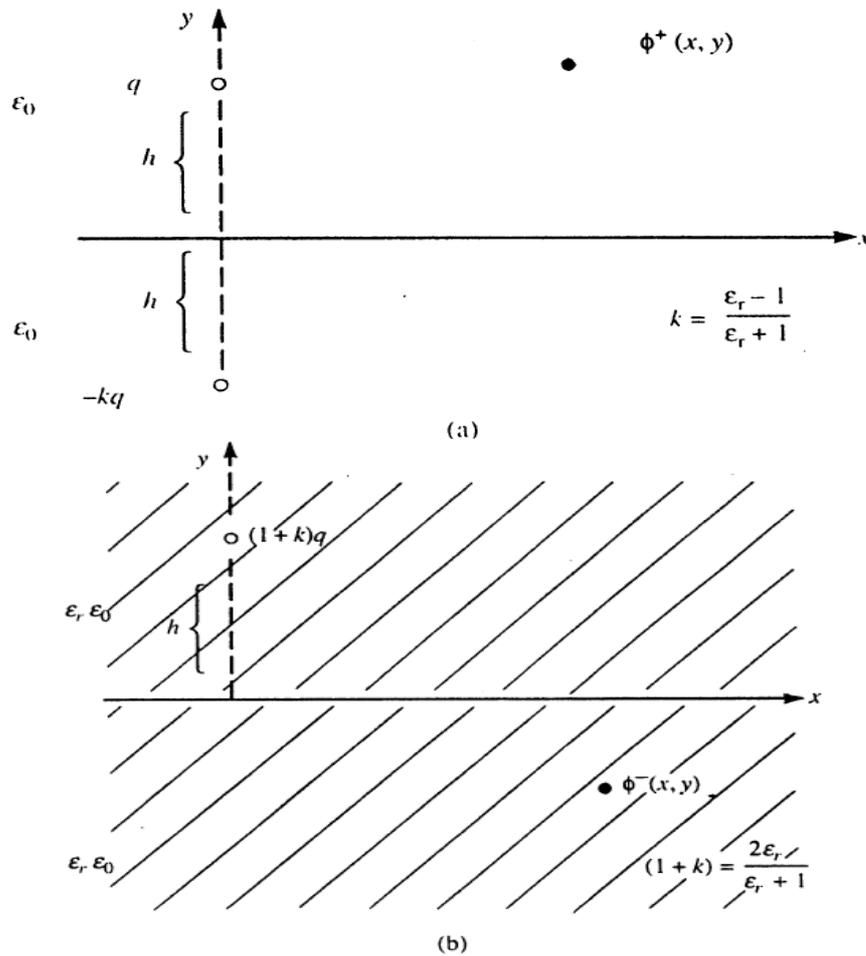


Figure II.10 : Solution du potentiel dans chaque demi-espace de la figure II.9

Le potentiel dans chaque demi-espace peut être déterminé en tant que deux problèmes complémentaires illustrés sur la figure II.10. Le potentiel dans une région de permittivité ε à une distance d d'une ligne infinie chargée et qui porte une distribution de charge q (C/m).

$$\begin{aligned}\phi(d) &= \frac{q}{2\pi\varepsilon} \ln(d) \\ &= -\frac{q}{4\pi\varepsilon} \ln(d^2)\end{aligned}\quad (\text{II.27})$$

Le potentiel dans l'espace supérieur ($y > 0$) est comme s'il est dû à la charge originale q , à l'interface avec le diélectrique étant supprimé (voir figure II.10 (a)) :

$$\phi^+(x, y) = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \ln[x^2 + (y - h)^2] + \frac{kq}{4\pi\varepsilon_0} \ln[x^2 + (y + h)^2] \quad (\text{II.28a})$$

Le potentiel au-dessous de l'interface ($y < 0$) est calculé comme s'il est dû à une ligne de charge

$(1+k)q$ situé à une hauteur h au-dessus de l'interface avec la région supérieure en espace libre remplacée par le diélectrique comme montré sur la figure II.10 (b):

$$\phi^-(x, y) = -\frac{(1+k)q}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \ln[x^2 + (y-h)^2] \quad (\text{II.28b})$$

La formation d'image à travers une frontière diélectrique peut être visualisée comme réflexion du vecteur densité de flux électrique sur l'interface et qu'est semblable au système optique (voir figure II.11). La figure II.11 (a) montre une source incidente dans la région de permittivité ϵ_0 franchit une frontière vers une région de permittivité $\epsilon_r\epsilon_0$, et les densités de flux électrique réfléchies. Au contraire, la figure II.11 (b) montre une source incidente dans la région de permittivité $\epsilon_r\epsilon_0$ croisant une frontière vers une région de permittivité ϵ_0 . Le rayon réfléchi est le rayon incident, mais multiplié par $-k$. Le rayon transmis est le rayon incident, mais multiplié par $(1+k)$.

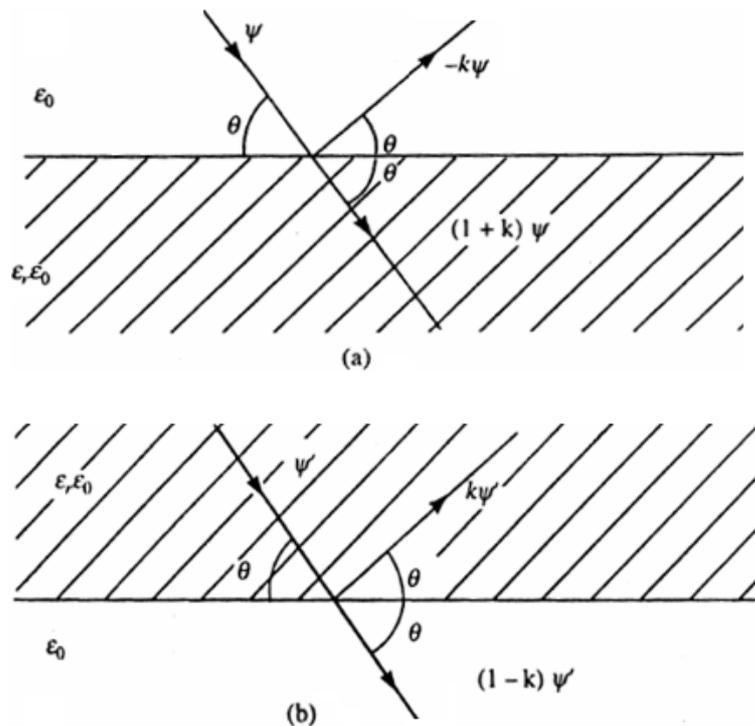


Figure II.11 : Solution du problème de la demi-espace du diélectrique sur le schéma II.9 en termes de flux.

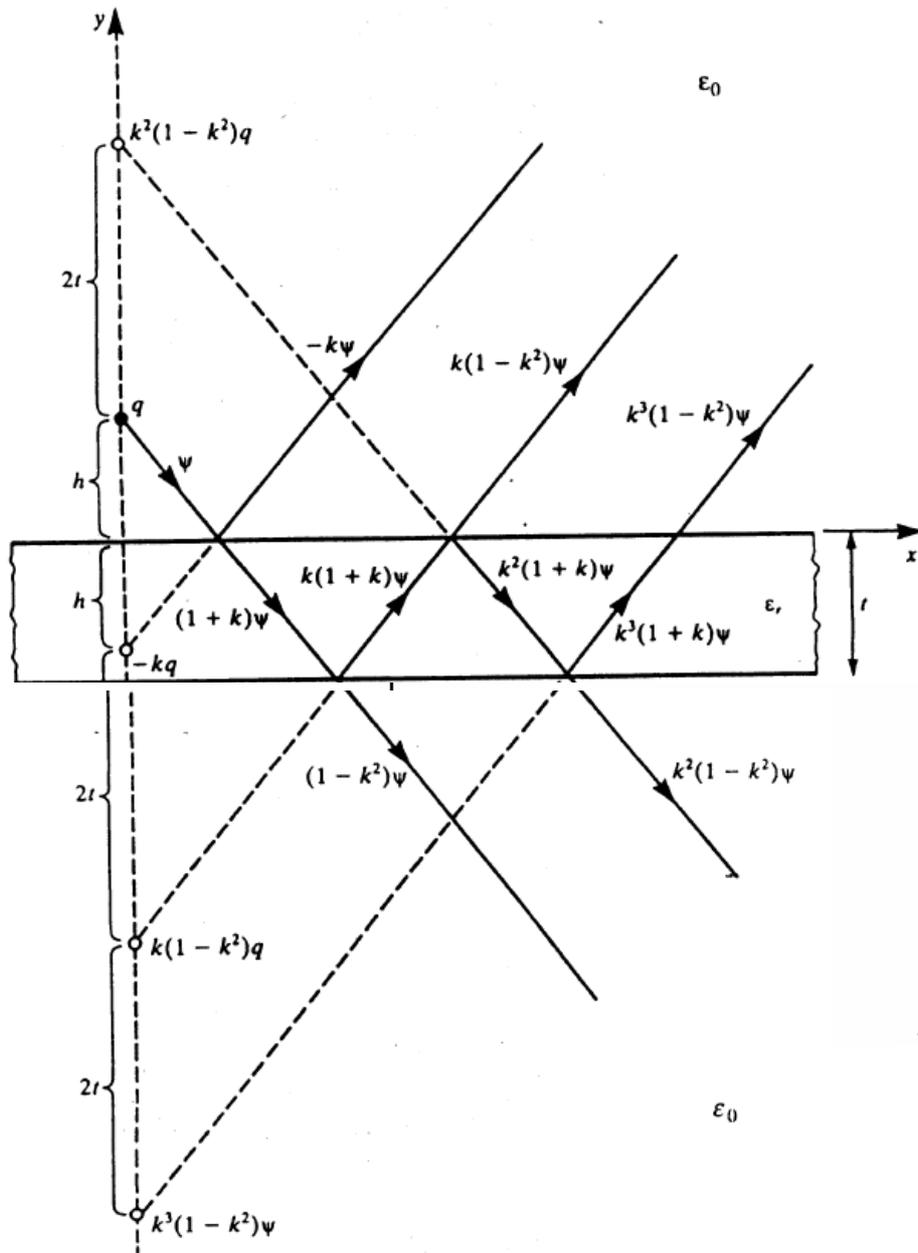


Figure II.12 : L'image d'un point de charge sur un substrat diélectrique d'épaisseur finie.

Par conséquent, pour le cas de deux frontières diélectriques représentant un substrat diélectrique d'un PCB tel que représenté sur le schéma II.12, nous pouvons facilement avoir une succession d'image à travers les deux frontières utilisant cette idée. Alors ceci donne une infinité d'images.

Le problème d'intérêt maintenant pour le PCB c'est la ligne chargé sur la surface d'un diélectrique de permittivité relative ϵ_r et d'épaisseur t représentée sur le schéma II.13 (a). Nous souhaitons trouver le potentiel d'un point sur la surface du substrat à une distance d de la ligne

chargé. Les résultats de la figure II.12 pour $h = 0$ donne les images représentées sur le schéma II.13 (b) a fins de calculer le potentiel, en remplaçant le substrat par l'espace libre.

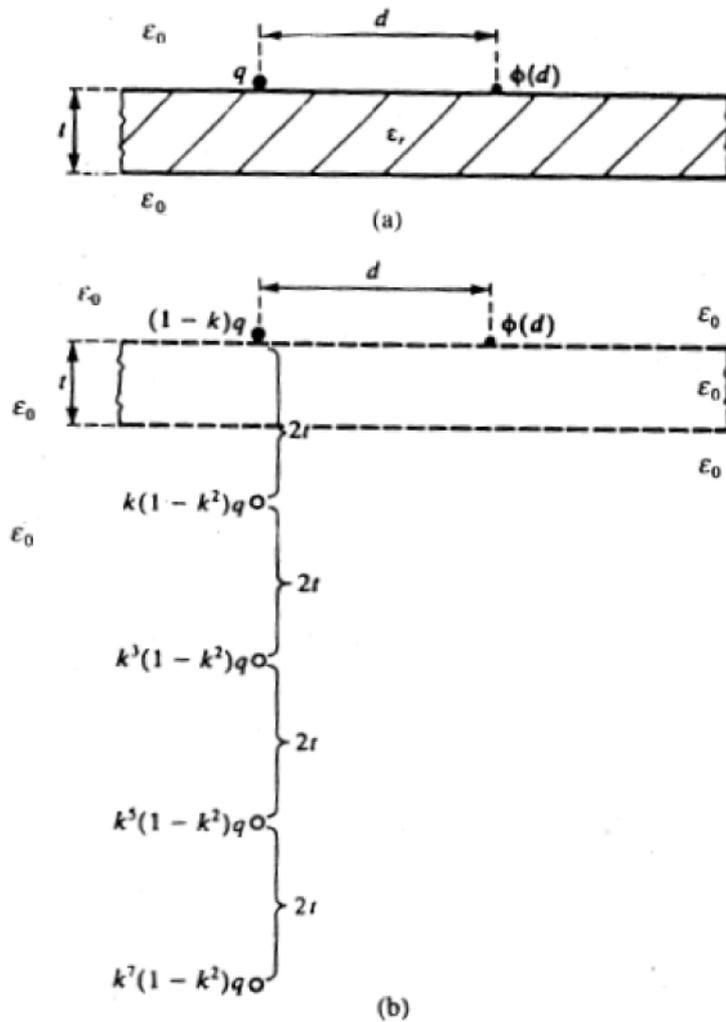
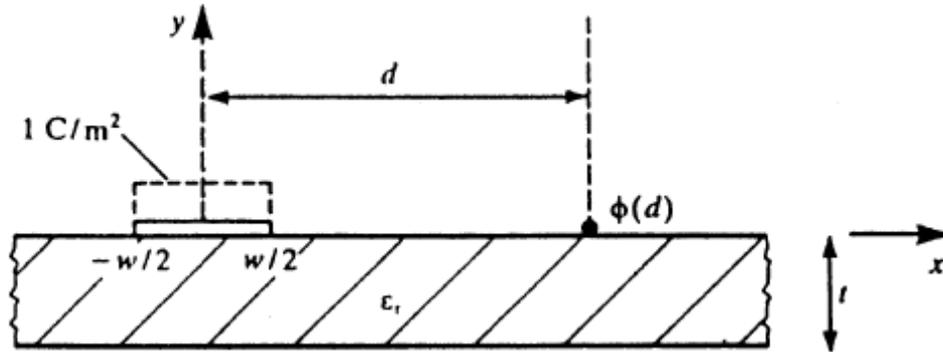


Figure II.13 : Schéma du remplacement d'un diélectrique d'épaisseur finie par des images utilisant un model PCB.

Utilisant l'équation (II.27), alors le potentiel aura la forme d'une série :

$$\begin{aligned}
 \phi(d) &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}(1-k)\ln[d^2] - \frac{q}{4\pi\epsilon_0}(1-k^2)\sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)}\ln[d^2 + (2nt)^2] \\
 &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r,eff}}\ln[d^2] - \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r,eff}}(1+k)\sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)}\ln[d^2 + (2nt)^2]
 \end{aligned}
 \tag{II.29}$$

Et nous avons remplacé $\varepsilon_{r,eff}$ par ceux donnés dans l'équation (II.26). Cette série converge rapidement par :



$$k = \frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} < 1$$

Figure II.14 : Détermination des capacités linéiques [C] pour un PCB par la méthode « point matching ».

L'application de ce résultat pour une ligne chargée à un ruban infinitésimal mince sur un diélectrique en représentant la distribution de charge (fonction d'expansion d'impulsion) comme 1 C/m (voir figure II.14) nécessite l'intégrale suivante :

$$\begin{aligned} \phi(d) = & -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r,eff}} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \ln[(x+d)^2] dx \\ & - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r,eff}} (1+k) \sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)} \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \ln[(x+d)^2 + (2nt)^2] dx \end{aligned} \quad (\text{II.30})$$

Pour un point au centre du ruban c.-à-d $d = 0$, le potentiel individuel est donné par

$$\begin{aligned} \phi_{indi}(w) = & \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r,eff}} \left[w - w \ln\left(\frac{w}{2}\right) \right] + \frac{1}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_{r,eff}} (1+k) \sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)} \\ & \left\{ w - \frac{w}{2} \ln\left[\left(\frac{w}{2}\right)^2 + (2nt)^2\right] - (4nt) \tan^{-1}\left(\frac{w}{4nt}\right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.31a})$$

Pour le potentiel sur un autre segment où $d \neq 0$ et généralement $d > w/2$, le potentiel est :

$$\begin{aligned}
 \phi(w, d) = & \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r,eff}} \left[w + \left(d - \frac{w}{2} \right) \ln \left(d - \frac{w}{2} \right) - \left(d + \frac{w}{2} \right) \ln \left(d + \frac{w}{2} \right) \right] \\
 & + \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r,eff}} (1+k) \sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)} \left\{ w + \frac{1}{2} \left(d - \frac{w}{2} \right) \ln \left[\left(d - \frac{w}{2} \right)^2 + (2nt)^2 \right] \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} \left(d + \frac{w}{2} \right) \ln \left[\left(d + \frac{w}{2} \right)^2 + (2nt)^2 \right] \right. \\
 & \left. + (2nt) \left[\tan^{-1} \left(\frac{d - \frac{w}{2}}{2nt} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{d + \frac{w}{2}}{2nt} \right) \right] \right\} \quad (II.31b)
 \end{aligned}$$

Ces résultats peuvent être simplifiés et écrits par:

$$\begin{aligned}
 \phi_{indi}(w) = & \frac{w}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r,eff}} \left[1 - \ln \left(\frac{w}{2} \right) \right] + \frac{w}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r,eff}} (1+k) \sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)} \left\{ 1 - \ln \left(\frac{w}{2} \right) \right. \\
 & \left. - \frac{1}{2} \ln \left[1 + (4nT)^2 \right] - (4nT) \tan^{-1} \left(\frac{1}{4nT} \right) \right\} \quad (II.32a)
 \end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
 \phi(w, d) = & \frac{w}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r,eff}} \left[1 - \ln \left(\frac{w}{2} \right) + \frac{1}{2} (2D - 1) \ln (2D - 1) - \frac{1}{2} (2D + 1) \ln (2D + 1) \right] \\
 & + \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r,eff}} (1+k) \sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)} \left\{ 1 - \ln \left(\frac{w}{2} \right) + \frac{1}{4} (2D - 1) \ln \left[(2D - 1)^2 + (4nT)^2 \right] \right. \\
 & \left. - \frac{1}{4} (2D + 1) \ln \left[(2D + 1)^2 + (4nT)^2 \right] \right. \\
 & \left. + (2nT) \left[\tan^{-1} \left(\frac{2D - 1}{4nT} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{2D + 1}{4nT} \right) \right] \right\} \quad (II.32b)
 \end{aligned}$$

Les résultats ont été écrits en termes de rapports de la sous-section de séparation sur la largeur de la sous-section D , et à l'épaisseur du substrat sur la largeur du ruban T :

$$D = \frac{d}{w} \quad (II.33a)$$

$$T = \frac{t}{w} \quad (II.33b)$$

En rappelant que :

$$\epsilon_{r,eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \quad (II.33c)$$

Ces résultats sont employés dans le programme PCB que nous avons écrit en FORTRAN pour calculer les entrées de la matrice capacité linéique [C] d'une PCB. La matrice d'inductance linéique [L] est calculée avec le substrat supprimé à partir de la relation trouvé précédemment :

$$\mathbf{L} = \mu_0 \varepsilon_0 \mathbf{C}_0^{-1} \quad (\text{II.34})$$

Où $[\mathbf{C}_0]$ est la matrice capacité linéique avec le substrat supprimé.

II.3.1. Organigramme PCB

Cet organigramme détermine les entrées dans les matrices d'inductance [L] et capacité linéique [C] en utilisant le fichier PCB.IN (données d'entrée) pour un circuit de N-ruban PCB illustrée dans la figure II.18 et décrite dans la section II.2.

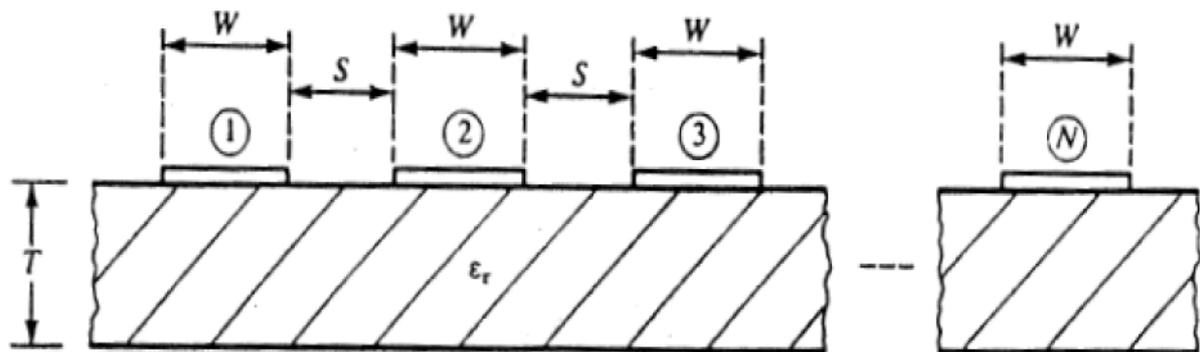


Figure II.15 : Coupe transversale pour la définition des paramètres de la carte électronique à circuit imprimé pour les données d'entrée du programme en Fortran (PCB.FOR).

Le problème qui est résolu est un cas spécial où tous les rubans ont la même largeur de W et des séparations S identiques de bord à bord avec un substrat d'épaisseur T et une permittivité relative ε_r avec la numérotation des rubans est de gauche à droite. La matrice capacité généralisée pour la structure est d'abord résolue en utilisant les résultats du potentiel donné dans la section II.2. Un des paramètres des données d'entrée du fichier PCB.IN est le numéro du ruban de référence désirée (voir la figure IV.2). Le programme calcul d'abord la matrice capacité $[\mathbf{C}_0]$ avec le substrat supprimé et remplacé par l'espace libre et en suite nous

obtenons la matrice d'inductance [L] avec $L = \mu_0 \epsilon_0 C_o^{-1}$. Puis la matrice capacité [C] avec la présence du substrat est déterminé.

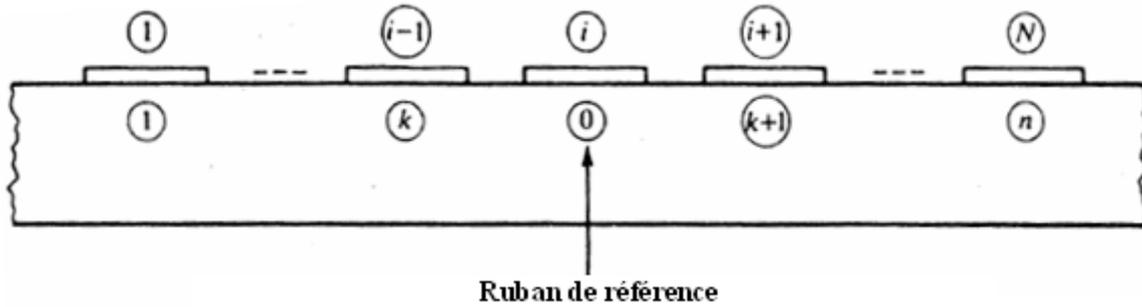


Figure II.16 : Illustration de la numérotation pour la détermination de la matrice capacité d'une ligne de transmission à partir de la matrice capacité généralisée (cas d'un PCB).

La matrice donnée dans l'équation (II.12) rapporte les distributions de charge sur des sous-sections de ruban aux potentiels des rubans est formée et inversée dans l'équation (II.13). A partir de ce résultat la matrice capacité généralisée $[C_g]$ est formée d'après l'équation (II.14). Alors l'algorithme dans (I.66) est employé pour obtenir les entrées des matrices capacités [C] et $[C_o]$ de la ligne de transmission avec le ruban de référence déjà choisie. Pour la largeur et l'espacement du ruban de bord à bord qui sont identiques, l'équation de la matrice à résoudre, aura la structure suivante:

$$\begin{bmatrix} A_1 & A_1 & \cdots & A_N \\ A_2^t & A_1 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & A_1 \\ A_N^t & \cdots & A_2^t & A_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \vdots \\ \sigma_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \vdots \\ \Phi_N \end{bmatrix} \quad (IV.1)$$

Où t dénote la transposé de la matrice σ_i qui contient les niveaux inconnus des distributions de charge (supposés constants) de chaque sous-section du i^{eme} ruban, et Φ_i contient les potentiels des sous-sections du i^{eme} ruban.

Le triangle supérieur de la matrice d'inductance linéique est enregistré dans le fichier PUL.DAT suivi par le triangle supérieur de la matrice capacité linéique. Ces données sont employées par tous les programmes suivants. En conclusion, les paramètres du problème sont enregistrés dans le fichier PUL.DAT.

Considérant comme exemple un PCB de trois conducteurs représentés sur la figure IV.3 de largeur w égale et des séparations s de bord à bord identiques.

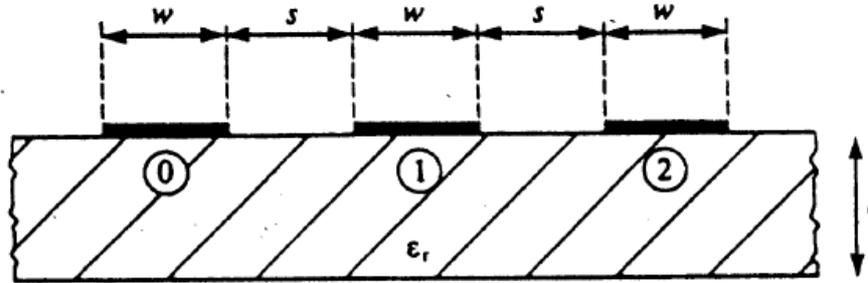
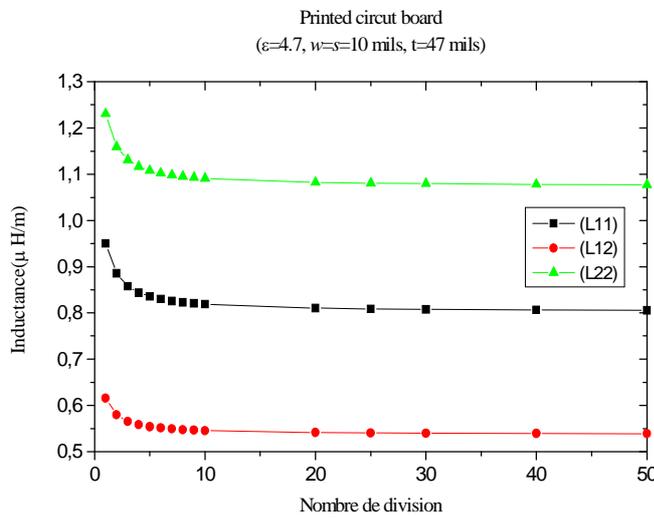
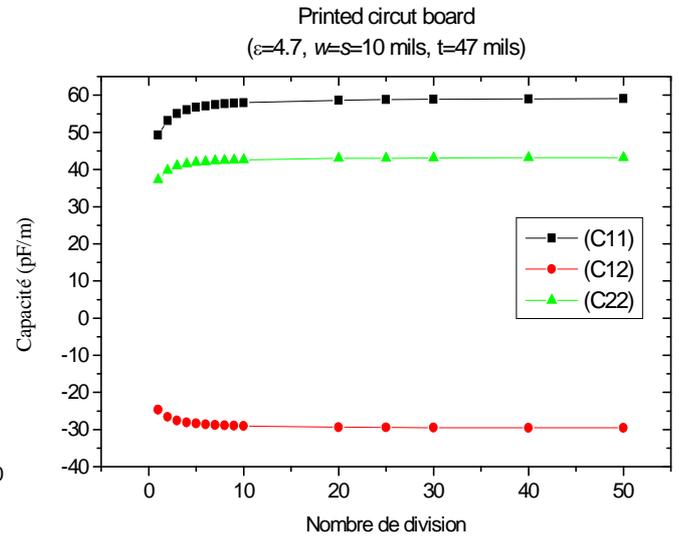


Figure II.17 : Schéma d'un PCB constituant des conducteurs identiques avec des séparations identiques pour le calcul des valeurs numériques.

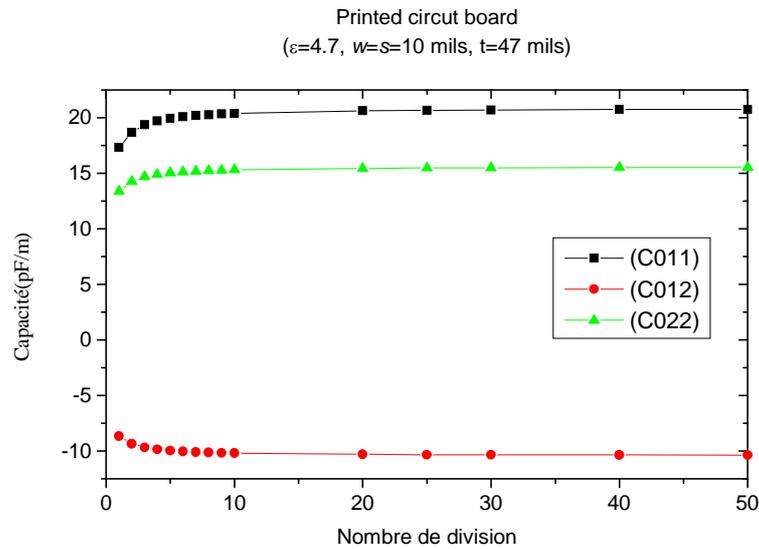
Les résultats des paramètres matricielles sont calculés en utilisant le programme PCB.FOR pour des paramètres du substrat : $\epsilon_r = 4.7$ (en verre époxy), $t = 47$ mils et $w = s = 10$ mils. En choisissant le conducteur à gauche comme conducteur de référence.



(a)



(b)



(c)

Figure II.18: Illustration (a) des inductances linéiques, (b) capacités, et (c) capacités avec le substrat supprimé pour différents nombres des divisions de chaque ruban avec : $\epsilon_r = 4.7$, largeur du ruban = séparation = 10 mils, et épaisseur du substrat = 47 mils.

La figure IV.4 (a) compare les éléments de la matrice inductance linéique $[L]$, la figure IV.4 (b) compare les éléments de la matrice capacité linéique $[C]$ et la figure IV.4 (c) compare les éléments de la matrice capacité linéique sans substrat $[C_o]$ qui sont calculés pour les différents nombres des subdivisions du ruban. En Observant que la convergence est réalisée pour environ 20-30 subdivisions de chaque ruban. Comme remarques sur ces résultats, nous observons que $L_{22} > L_{11}$ puisque la distance entre le conducteur de référence et le deuxième conducteur est plus grand que la distance entre le conducteur de référence et le premier conducteur. De même, dans les tracés des capacités nous observons que $C_{11} > C_{22}$ et $C_{011} > C_{022}$ parce que le premier conducteur est proche du conducteur du référence.

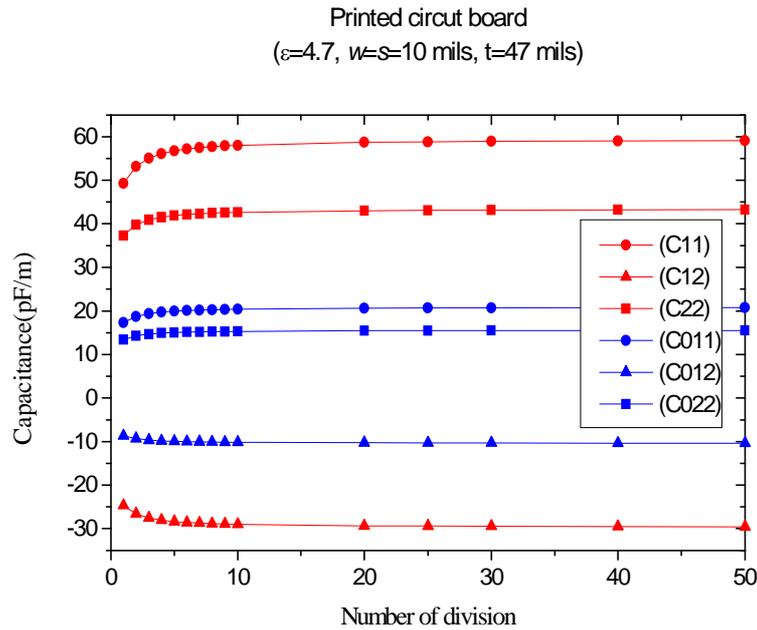


Figure II.19 : Comparaison des capacités avec et sans substrat diélectrique par rapport au nombre de divisions par ruban de la figure IV.4 (b) et (c).

La figure IV.5 montre la convergence pour les capacités [C] avec substrat et sans substrat [C₀] pour différents nombres de subdivisions du ruban. Si nous prenons les rapports de la capacité correspondante avec et sans substrat, nous voyons que la constante diélectrique relatif efficace est de l'ordre de 2.6 -3.1 pour cette largeur du ruban, la séparation entre les deux ruban et l'épaisseur du substrat :

$$\epsilon_{r,eff} = \frac{\epsilon_r + 1}{2} = 2.85 \quad (IV.2)$$

Si le substrat occupait le demi-espace infini, alors la moitié des lignes du champ électrique résiderait dans l'espace libre et l'autre moitié dans le substrat. Nous voulons voir ces résultats pour le cas (a) les substrats modérément épais et (b) les rubans étroitement alignés. Plus la séparation entre les rubans est larges plus le champ électrique fuit le substrat et plus important pour les rubans étroitement aligné.

Il n'y a aucune solution approchée connue pour résoudre ce problème, mais nous pouvons comparer les résultats calculés du programme PCB.FOR aux relations approximatives pour

deux conducteurs PCBs. Les résultats pour un circuit de deux conducteurs sont donnés par les équations (B.11, B.14) [voir l'annexe]:

Pour un PCB ayant $\epsilon_r = 4.7$, $w = s = 5$ mils et $t = 47$ mils, les formules (3.a) et (3.d) donnent : $l = 0.804 \mu\text{H/m}$ et $c = 39.06 \text{ pF/m}$, tandis que en utilisant le programme PCB.FOR de 30 divisions par ruban donne : $l = 0.809 \mu\text{H/m}$ et $c = 39.07 \text{ pF/m}$, alors nous aurons une différence de 0.03- 0.6 %.

II.4. Applications aux lignes microstrip couplées

Maintenant, nous concéderons appliquer cette technique au microstrip couplée qui se compose des rubans (d'épaisseur nulle) sur un substrat d'épaisseur t et de permittivité relative ϵ_r avec un plan de masse infini de l'autre côté représenté sur la figure II.18. Nous concéderons le plan de masse comme conducteur de référence ou le conducteur numéro zéro, alors le calcul de la matrice capacité généralisée $[C_g]$ ne sera pas nécessaire pour ce cas : Nous calculons directement la matrice capacité $[C]$ de la ligne de transmission avec l'existence du diélectrique, et sans diélectrique $[C_0]$. Ce dernier est implémenté dans le programme MSTRP.FOR écrit en Fortran. Nous supposons que tous les rubans sont de largeur w et de séparations s égales de bord à bord avec trois rubans sont montrés. Ce problème représente un PCB avec un plan de masse (voir figure II.18).

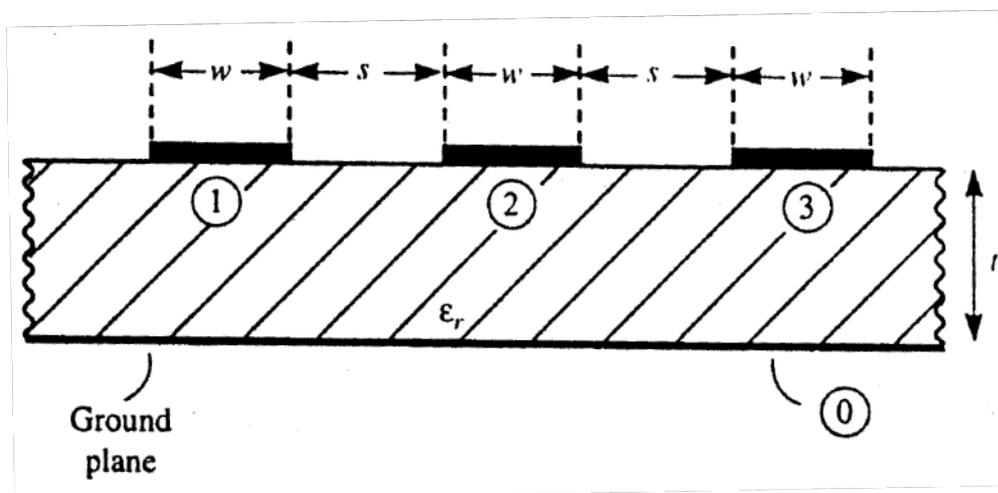


Figure II.20 : Trois conducteurs micro strip couplées avec des largeurs et des séparations de ruban égales.

Le sous problème que nous allons adresser est le cas d'un fil infiniment long (suivant la direction de z) portant une charge linéique q (C/m) sur la surface du substrat et la détermination du potentiel à une distance d (voir la figure II.19 (a)). L'ordre des images avec leurs numéros de séquence est montré sur la figure II.19 (b). En regardant la figure II.11 et II.12, nous commençons par la charge originale q et son image à travers la surface supérieur qui donne $(1-k)q$. Puis, on fait l'image de ce dernier à travers le plan de masse afin d'enlever le plan de masse donnant la deuxième image $-(1-k)q$ situé à une distance t au-dessous de la position originale du plan de masse ou à une distance $2t$ au-dessous de la première charge.

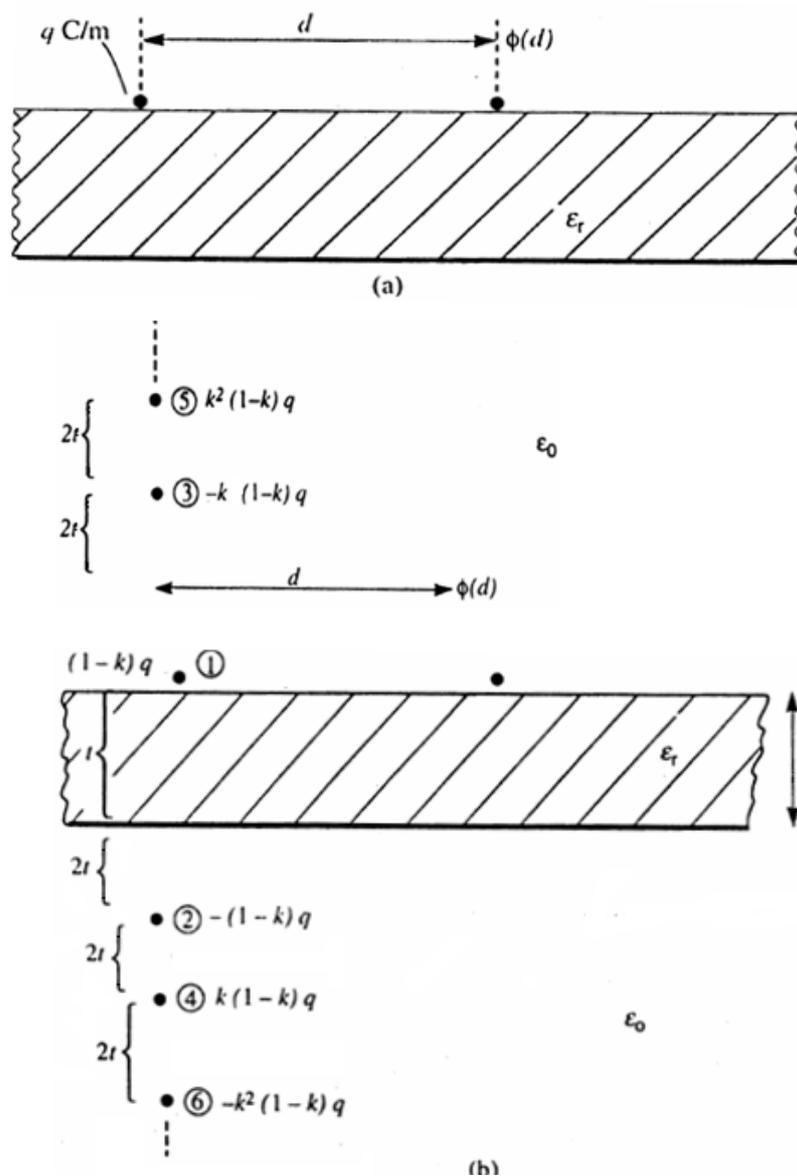


Figure II.21: Détermination (a) du potentiel sur un micro strip dû à une ligne charge par (b) formation d'image à travers les frontières.

Après, nous faisons l'image de cette charge à travers la surface supérieur du diélectrique selon la figure II.11 (b) en la multipliant par k pour donner une charge $-k(1-k)q$ situé à une distance de $2t$ au-dessus de la surface diélectrique. Puis, se réfléchit à travers le plan de masse pour donner une charge de $k(1-k)q$ situé à une distance $3t$ au-dessous du plan de masse ou à une distance de $4t$ au-dessous de la première charge. La formation d'image successive à travers le plan de masse et le diélectrique donne l'ordre des images des charges qui sont représentés sur le schéma II.19 (b). Ceci permet le calcul du potentiel sur la surface du diélectrique à une distance d de la charge originale du diélectrique avec le plan de masse est supprimés.

Par conséquent, nous avons un problème simple qu'est le calcul du potentiel d'un ensemble infini de charges dans l'espace libre. Le potentiel de base pour chacune de ces derniers est :

$$\begin{aligned}\phi(x) &= -\frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln(x) \\ &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0} \ln(x^2)\end{aligned}\tag{II.35}$$

En appliquant ceci aux séquences des images sur la figure II.19 (b) donnent :

$$\begin{aligned}\phi(d) &= -\frac{(1-k)q}{4\pi\epsilon_0} \ln[d^2] + \frac{(1-k)q}{4\pi\epsilon_0} \ln[d^2 + (2t)^2] + \frac{k(1-k)q}{4\pi\epsilon_0} \ln[d^2 + (2t)^2] \\ &\quad - \frac{k(1-k)q}{4\pi\epsilon_0} \ln[d^2 + (4t)^2] - \frac{k^2(1-k)q}{4\pi\epsilon_0} \ln[d^2 + (4t)^2] \\ &\quad + \frac{k^2(1-k)q}{4\pi\epsilon_0} \ln[d^2 + (6t)^2] + \frac{k^3(1-k)q}{4\pi\epsilon_0} \ln[d^2 + (6t)^2] + \dots\end{aligned}\tag{II.36}$$

Comme nous écrivons :

$$\begin{aligned}\phi(d) &= -\frac{(1-k)q}{4\pi\epsilon_0} \ln[d^2] - \frac{(1-k^2)q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n k^{(n-1)} \ln[d^2 + (2nt)^2] \\ &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_{r,eff}} \ln[d^2] - \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_{r,eff}} (1+k) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n k^{(n-1)} \ln[d^2 + (2nt)^2]\end{aligned}\tag{II.37}$$

Où nous remplaçons par $(1+k)(1-k) = (1-k^2)$ et nous écrivons la permittivité efficace ϵ_{eff} avec l'épaisseur du substrat t tend vers l'infini, c.-à-d $t \rightarrow \infty$:

$$\begin{aligned}\epsilon_{r,eff} &= \frac{\epsilon_r + 1}{2} \\ &= \frac{1}{(1-k)}\end{aligned}\tag{II.38}$$

En Comparant l'équation (II.37) à la même solution de base du sous problème pour le PCB donnée dans l'équation (II.29) alors nous pouvons facilement modifier le programme du PCB en remplaçant simplement la somme $\sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)}$ dans le programme PCB.FOR par $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n k^{(n-1)}$ dans les équations (II.31) et (II.32).

$$\underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)}}_{PCB} \Leftrightarrow \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n k^{(n-1)}}_{MSTRP} \quad (II.39)$$

En outre, nous enlevons le calcul de la capacité généralisé de ce programme car nous calculerons directement la matrice capacité de la ligne de transmission à partir du conducteur de référence (le plan de masse), qu'est déjà indiqués.

Nous remarquons une différence finale mais subtile ; noter que le premier terme dans la sommation dans l'équation (II.37) pour $n = 1$ est différent de zéro mais sans substrat, c.-à-d $k = 0$. Ce terme représente la première image à travers le plan de masse. Par conséquent, le potentiel individuel d'un ruban ($d = 0$) avec le substrat supprimé est de ($\epsilon_r = 1, k = 0$) à partir de l'équation (II.32 a).

$$\begin{aligned} \phi_{indi}(w) &= \frac{w}{2\pi\epsilon_0} \left[1 - \ln\left(\frac{w}{2}\right) \right] - \frac{w}{2\pi\epsilon_0} \left\{ 1 - \ln\left(\frac{w}{2}\right) - \frac{1}{2} \ln[1 + (4T)^2] - 4T \tan^{-1}\left(\frac{1}{4T}\right) \right\} \\ &= \frac{w}{2\pi\epsilon_0} \left\{ \frac{1}{2} \ln[1 + (4T)^2] + 4T \tan^{-1}\left(\frac{1}{4T}\right) \right\} \end{aligned} \quad (II.40a)$$

De même, Pour le potentiel avec le substrat supprimé et $d \neq 0$ (généralement $d > w/2$), à partir de l'équation (II.32 b) devient :

$$\begin{aligned} \phi(w, d) &= \frac{w}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{2} \left\{ (2D - 1) \ln(2D - 1) - (2D + 1) \ln(2D + 1) \right. \\ &\quad - \frac{1}{2} (2D - 1) \ln[(2D - 1)^2 + (4T)^2] \\ &\quad + \frac{1}{2} (2D + 1) \ln[(2D + 1)^2 + (4T)^2] \\ &\quad \left. + T \left[\tan^{-1}\left(\frac{2D + 1}{4T}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{2D - 1}{4T}\right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (II.40b)$$

En suite nous avons écrit ceci en termes de rapport de l'épaisseur diélectrique t et la largeur w de la sous section du ruban :

$$T = \frac{t}{w} \quad (\text{II.41})$$

Et nous avons écrit le rapport de la distance d'un point potentiel d sur la largeur w de la sous-section du ruban comme:

$$D = \frac{d}{w} \quad (\text{II.42})$$

Dans le cas de la présence du substrat, les potentiels sont obtenus en remplaçant les équations (II.32a) et (II.32b) dans (II.39). Pour le terme du potentiel individuel avec $d = 0$, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \phi_{\text{indi}}(w) = & -\frac{w}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r,\text{eff}}}(1+k)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n k^{(n-1)} \\ & \times \left\{ \frac{1}{2} \ln \left[1 + (4nT)^2 \right] + (4nT) \tan^{-1} \left(\frac{1}{4nT} \right) \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.43a})$$

Pour réduire cet résultat, nous avons utilisé la sommation $(1 - k + k^2 - k^3 + \dots) = 1/(1+k)$.

Pour $d \neq 0$, en remplaçant l'équation (II.32b) dans (II.39), le potentiel devient :

$$\begin{aligned} \phi(w, d) = & \frac{w}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r,\text{eff}}} \left[\frac{1}{2}(2D-1)\ln(2D-1) - \frac{1}{2}(2D+1)\ln(2D+1) \right] \\ & + \frac{w}{2\pi\epsilon_0\epsilon_{r,\text{eff}}}(1+k)\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n k^{(n-1)} \left\{ \frac{1}{4}(2D-1)\ln \left[(2D-1)^2 + (4nT)^2 \right] \right. \\ & - \frac{1}{4}(2D+1)\ln \left[(2D+1)^2 + (4nT)^2 \right] \\ & \left. + (2nT) \left[\tan^{-1} \left(\frac{2D-1}{4nT} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{2D+1}{4nT} \right) \right] \right\} \end{aligned} \quad (\text{II.43b})$$

II.4.1. Organigramme MSTRP

Cet organigramme détermine les matrices $n \times n$ de capacité [C] et d'inductance [L] linéiques d'une ligne de transmission (en utilisant le fichier MSTRP.IN comme données d'entrée) de n rubans qui ont la même largeur et des séparations identiques sur un substrat diélectrique avec un plan de masse du côté opposé comme illustré dans la figure (II.20). Cet organigramme est utile pour la simulation d'un PCB ayant un ou plusieurs plans de masse qui sont enterrés à diverses distances dans le substrat. Essentiellement, il simule la surface d'une PCB où les rubans sont localisés et de plan de masse le plus proche de cette surface. Puisque nous supposons un substrat de largeur infinie, les plans de masse restants sont sans importance

puisqu'ils sont isolés dans ce calcul à partir des surfaces des rubans par le premier plan de masse. En plus il peut simuler également beaucoup d'autres structures de microstrip qui sont employées dans des circuits à micro-ondes.

La construction de cet organigramme exige deux modifications simples du programme PCB.FOR précédente. La première modification est que la matrice capacité généralisée calculée dans le programme PCB.FOR est la matrice capacité de la ligne de transmission pour les structures microstrip, parce que les tensions des n rubans de la structure microstrip sont prises par rapport au plan de masse. Par conséquent, la première modification du programme PCB.FOR est d'enlever simplement les calculs qui déterminent la matrice capacité de la ligne de transmission à partir des matrices capacité généralisées.

La deuxième modification de l'organigramme est la détermination du potentiel absolu d'une ligne chargée infinitésimale sur la surface d'une feuille diélectrique ayant un plan de masse du côté opposé. Ce sous problème de base a été résolu pour une carte sans plan de masse par formation d'image à travers les deux surfaces diélectriques suivant les indications de la figure II.13 (b) alors nous trouvons le résultat suivant:

$$\begin{aligned} \phi(d) &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0}(1-k)\ln[d^2] - \frac{q}{4\pi\epsilon_0}(1-k^2)\sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)}\ln[d^2 + (2nt)^2] \\ &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r,eff}}\ln[d^2] - \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{r,eff}}(1+k)\sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)}\ln[d^2 + (2nt)^2] \end{aligned} \quad (IV.6)$$

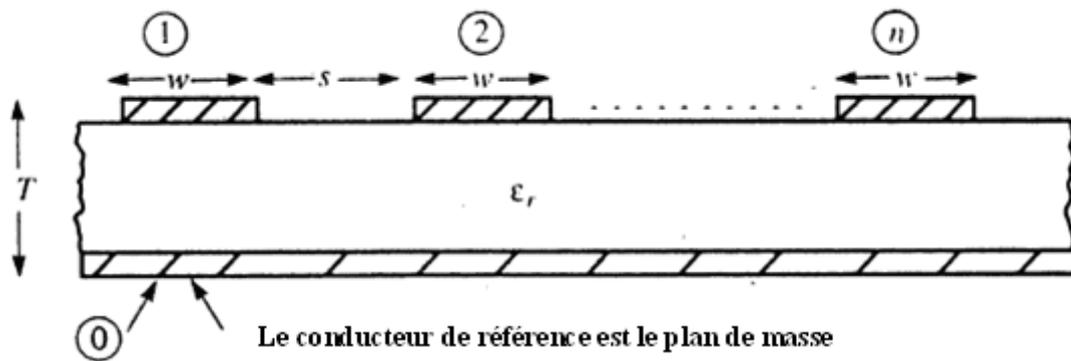


Figure II.22: Coupe transversale pour la définition des paramètres de ligne microstrip couplée pour les données d'entrée du programme en Fortran (MSTPR.FOR).

Dans le cas de la structure microstrip, nous obtenons l'image de la ligne chargée à travers la surface du diélectrique supérieure et à travers le plan de masse comme montré sur la figure II.19 :

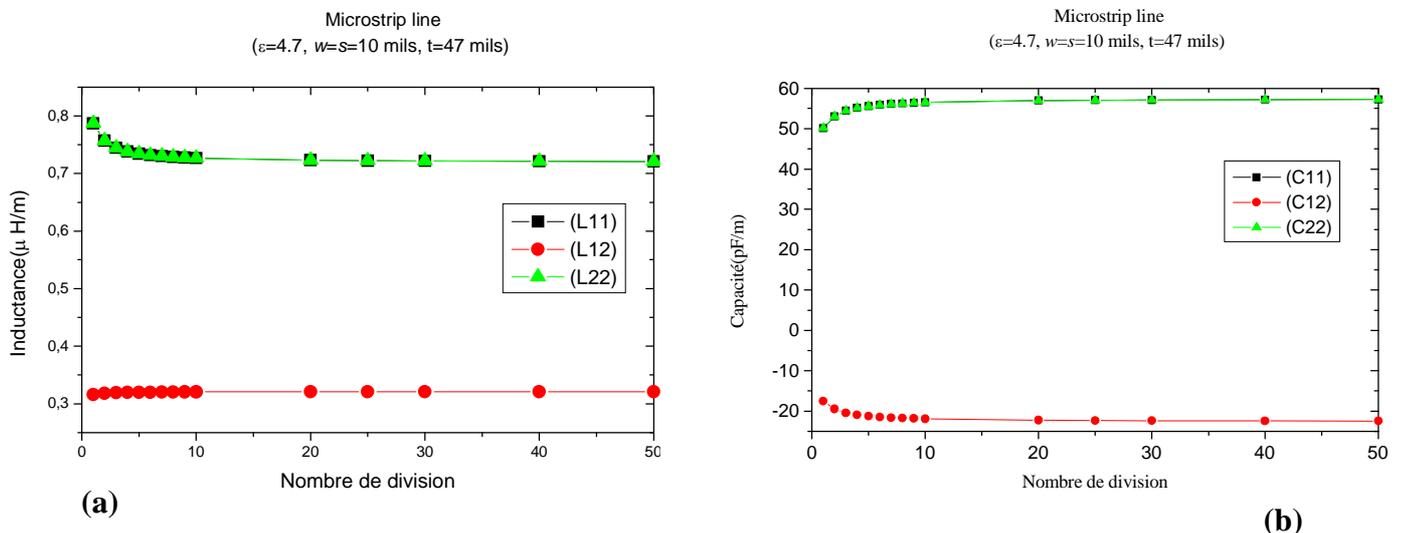
$$\begin{aligned} \phi(d) &= -\frac{(1-k)q}{4\pi\epsilon_0} \ln[d^2] - \frac{(1-k^2)q}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n k^{(n-1)} \ln[d^2 + (2nt)^2] \\ &= -\frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{eff}} \ln[d^2] - \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon_{eff}} (1+k) \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n k^{(n+1)} \ln[d^2 + (2nt)^2] \end{aligned} \quad (IV.7)$$

En comparant (IV.6) et (IV.7), nous remarquons que le programme PCB.FOR peut être simplement modifié pour analyser les structures de microstrip par le remplacement suivant:

$$\underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} k^{(2n-1)}}_{\text{PCB.FOR}} \Leftrightarrow \underbrace{\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n k^{(n-1)}}_{\text{MSTRP.FOR}} \quad (IV.8)$$

Il y a une seule différence entre le programme PCB.FOR et le MSTRP.FOR. Dans le cas PCB.FOR avec le diélectrique enlevé (remplacé par l'espace libre) $k = 0$ et la somme est égale à zéro, alors que dans le cas des structures de microstrip MSTRP.FOR, pour $k = 0$ le premier terme de la somme est différent de zéro, avec le diélectrique étant supprimé. Ce terme représente l'image à travers le plan de masse et présent même avec le diélectrique supprimé.

Considérant comme exemple deux conducteurs microstrip couplées de largeur w égale qui se trouvent au-dessus du plan de masse. Les résultats calculés suivants sont obtenus avec le programme écrit en Fortran MSTRP.FOR (fonctions d'expansion d'impulsion et *point matching*). Les résultats sont calculés avec des paramètres typiques suivantes: $\epsilon_r = 4.7$ (en verre époxy), $t = 47$ mils, et de $w = s = 10$ mils.



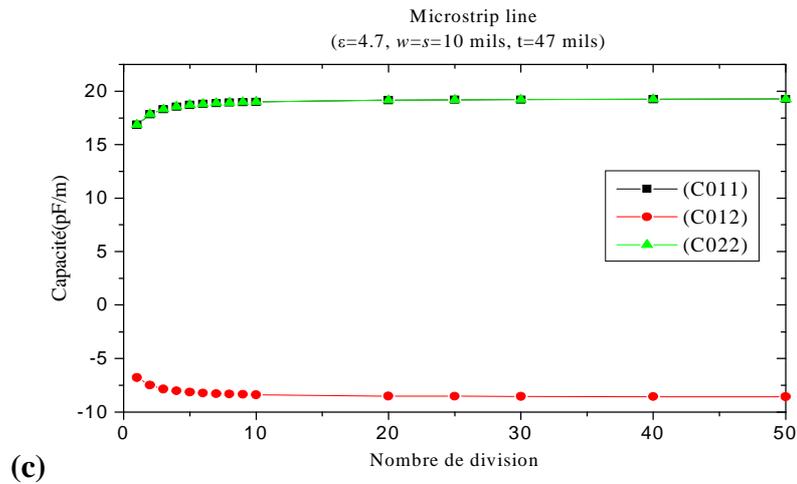


Figure II.23: Détermination (a) des inductances, (b) des capacités, et (c) des capacités avec le substrat supprimé pour deux lignes microstrip couplées avec $\epsilon_r = 4.7$, largeurs du ruban = séparation = 10 mils, et l'épaisseur de substrat = 47 mils.

La figure IV.7(a) compare les éléments de la matrice inductance linéique $[\mathbf{L}]$, la figure IV.7 (b) compare les éléments de la matrice capacité linéique $[\mathbf{C}]$ et la figure IV.7(c) compare les éléments de la capacité linéique sans substrat $[\mathbf{C}_o]$ pour différents nombres des subdivisions du ruban. Nous observons que la convergence est réalisée pour environ 20-30 subdivisions et les capacités sur la diagonale principale de $[\mathbf{C}]$ et $[\mathbf{C}_o]$ (C_{11} et C_{22} aussi bien que le C_{011} et C_{022}) sont tout égaux par symétrie. De même, $L_{11} = L_{22}$ par symétrie.

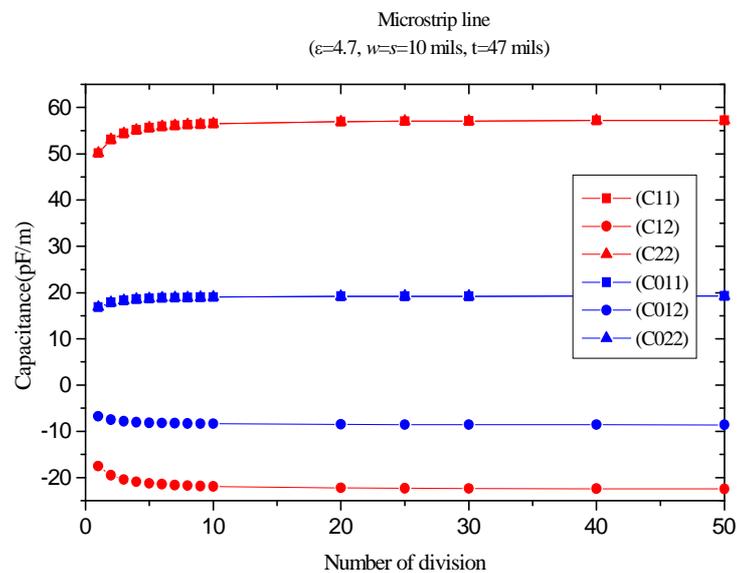


Figure II.24 : Comparaison des capacités avec et sans substrat diélectrique par rapport aux nombres de divisions par ruban de la figure IV.7 (b) et (c).

La figure IV.8 montre la convergence pour les capacités avec différents nombres des subdivisions du ruban. Si nous prenons les rapports de la capacité correspondante avec et sans substrat, nous voyons que la permittivité relative effective est dans l'intervalle [2.6 - 3.1] pour les même valeurs : largeur du ruban, séparation et épaisseur du substrat.

$$\varepsilon_{r,eff} = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} = 2.85 \quad (IV.9)$$

Plus la séparation entre les rubans est larges plus le champ électrique fuit le substrat et plus important pour les rubans étroitement aligné.

Nous pouvons comparer les résultats calculés du programme MSTRP.FOR aux relations approximatives (2.a) et (2.c) [voir l'annexe]. Par exemple, considérant une ligne microstrip ayant : $\varepsilon_r = 4.7$, $w = 5$ mils et $t = 50$ mils. Les relations approximatives (2.a) et (2.c) donnent : $l = 0.8765 \mu\text{H/m}$ et de $c = 38.26 \text{ pF/m}$. En utilisant le programme MSTRP.FOR de 30 divisions par ruban donne $l = 0.879 \mu\text{H/m}$ et $c = 39.03 \text{ pF/m}$, une différence de 0.3 - 2 %.

Pour la ligne microstrip ayant $\varepsilon_r = 4.7$, $w = 100$ mils, et $t = 62$ mils, les formules (2.a) et (2.c) donnent $l = 0.335 \mu\text{H/m}$ et de $c = 115.7 \text{ pF/m}$, tandis que en utilisant le programme MSTRP.FOR de 30 divisions par ruban nous trouvons : $l = 0.336 \mu\text{H/m}$ et de $c = 115.2 \text{ pF/m}$, alors nous aurons une différence de 0.3 - 0.4 %.

En conclusion, nous calculons les entrées en [C] et [L] pour une ligne microstrip couplée qui sont utilisées dans des analyses postérieures: $\varepsilon_r = 4.7$ (en verre époxy), $t = 62$ mils, $w = s = 100$ mils. Les résultats calculés par la méthode de la fonction d'expansion d'impulsion, pour 50 divisions par ruban utilisant le programme MSTRP.FOR sont :

$$L = \begin{bmatrix} 0.334497 & 0.0372044 \\ 0.0372044 & 0.334497 \end{bmatrix} (\mu\text{H/m}) \quad (IV.10)$$

$$C = \begin{bmatrix} 115.844 & -4.96916 \\ -4.96916 & 115.844 \end{bmatrix} (\text{pF/m})$$

II.5. Applications aux lignes stripline couplées

Concéderons appliquer cette technique au stripline couplée qui se compose des rubans (d'épaisseur nulle) sur un substrat d'épaisseur t et de permittivité relative ϵ_r avec un plan de masse infini dans les deux côtés représenté sur la figure II.22. Le plan de masse est concéderé comme conducteur de référence ou le conducteur numéro zéro alors le calcul de la matrice capacité généralisée ne sera pas nécessaire pour ce cas : nous calculons directement la matrice capacité $[C]$ de la ligne transmission avec l'existence du diélectrique, et sans diélectrique $[C_0]$. Ceci est implémenté dans le programme STRPLINE.FOR écrit en Fortran. Nous supposons que tous les rubans sont de largeur w , et de séparations s de bord à bord égales, avec les trois rubans situés au milieu entre les deux plans de masse. Ce problème représente un PCB avec des plans de masse c.-à-d les rubans sont immergés entre deux plans de masses.

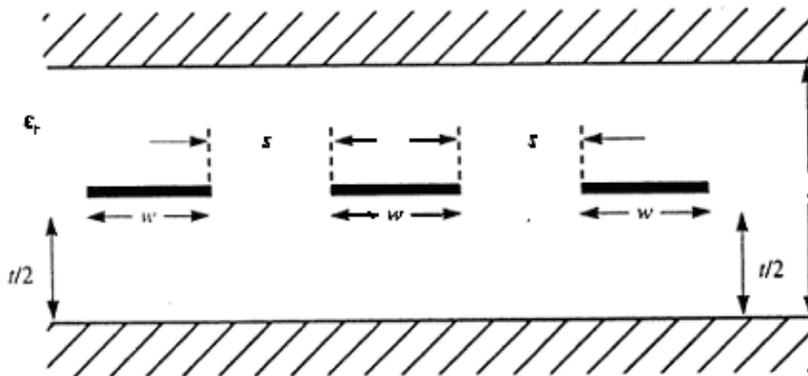


Figure II.25: Trois conducteurs striplines couplée avec une largeur et séparation du ruban égales.

Dans cette partie nous étudions le cas d'un fil infiniment long (suivant la direction de z) portant une charge linéique 1 C/m situé entre les deux plans de masses et nous déterminons le potentiel d'un point encore situé entre les deux plans de masses à une distance d de la ligne charge (voir la figure II.23 (a)). C'est un problème qui est résolu par Collin [12] et Smythe [14].

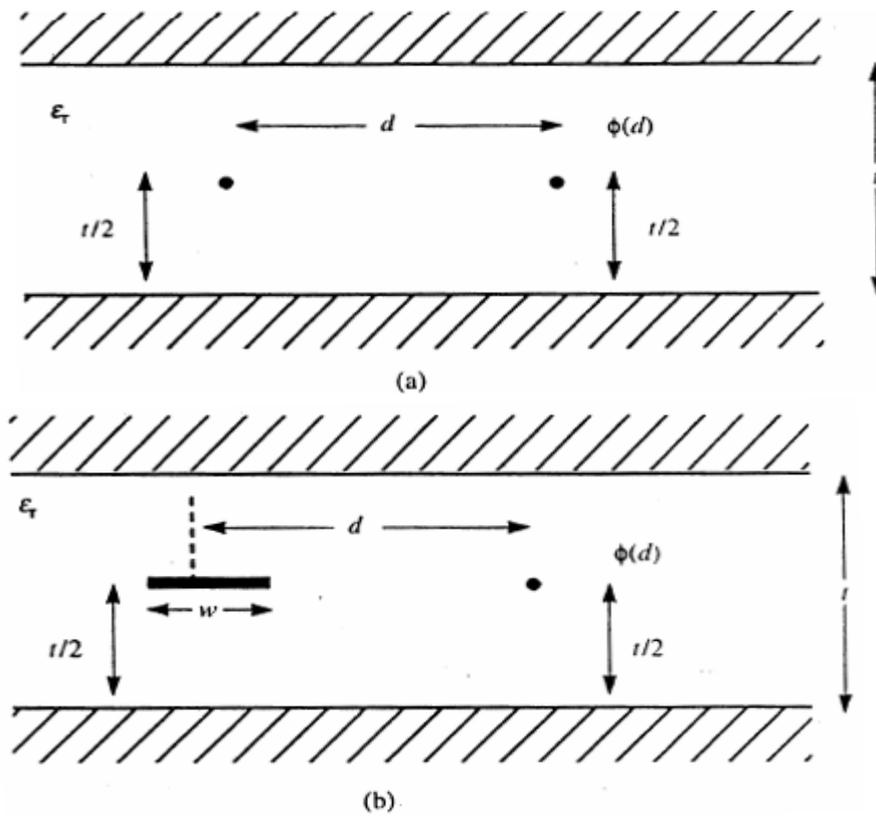


Figure II.26 : détermination du potentiel d'un stripline pour (a) une ligne charge et (b) d'un ruban avec une distribution de charge constante.

Le potentiel pour ce cas est (Collin [12]) :

$$\begin{aligned}\phi(d) &= \frac{1}{\pi\epsilon_0\epsilon_r} \tanh^{-1} \left(e^{-\frac{\pi|d|}{t}} \right) \\ &= \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \ln \left(\frac{1 + e^{-\frac{\pi|d|}{t}}}{1 - e^{-\frac{\pi|d|}{t}}} \right)\end{aligned}\quad (\text{II.44})$$

Smythe [14] donne également une forme équivalente :

$$\phi(d) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \tanh^{-1} \left(\frac{1}{\cosh\left(\frac{\pi d}{t}\right)} \right)\quad (\text{II.45})$$

Le sous problème final est un ruban d'épaisseur nulle et de largeur w portant une distribution de charge de $q = 1 \text{ C/m}^2$ représenté sur la figure II.23 (b). Le ruban est parallèle aux

plans de masses et situé à mi-chemin entre eux. Le potentiel désiré est situé à mi-chemin entre les plans de masses et à une distance d du point médian du strip. En traitant le strip comme séquence de fil de charge $l \, dx$ (C/m), nous additionnons les contributions au potentiel comme [15]:

$$\phi(d) = \frac{1}{\pi\epsilon} \int_{-w/2}^{w/2} \tanh^{-1} \left(e^{-\frac{\pi|d-x|}{t}} \right) dx \quad (\text{II.46})$$

Ceci peut être intégré en apportant une modification des variables ; $u = e^{-(\pi d/t)} e^{(\pi x/t)}$ alors $du = (\pi/t)u \, dx$. Le résultat du remplacement dans l'équation (II.46) est :

$$\phi(d) = \frac{t}{\pi^2 \epsilon} \int_{e^{-\frac{\pi}{t}(d+\frac{w}{2})}}^{e^{-\frac{\pi}{t}(d-\frac{w}{2})}} \frac{\tanh^{-1}(u)}{u} du \quad (\text{II.47})$$

D'après Dwight [15] l'intégrale (735.1) on aura :

$$\phi(d) = \frac{t}{\pi^2 \epsilon} \left\{ \left(E_m + \frac{E_m^3}{9} + \frac{E_m^5}{25} + \frac{E_m^7}{49} + \dots \right) - \left(E_p + \frac{E_p^3}{9} + \frac{E_p^5}{25} + \frac{E_p^7}{49} + \dots \right) \right\} \quad (\text{II.48a})$$

où

$$E_m = e^{-\frac{\pi}{t}(d-\frac{w}{2})} \quad (\text{II.48b})$$

et

$$E_p = e^{-\frac{\pi}{t}(d+\frac{w}{2})} \quad (\text{II.48c})$$

Chacune des deux série converge rapidement quand le point est dans un autre strip ($d > w/2$).

Alors que pour le cas où le point est au centre de la ligne chargé ($d=0$) on a :

$$\phi_{ind}(0) = \frac{2}{\pi\epsilon} \int_0^{w/2} \tanh^{-1} \left(e^{-\frac{\pi x}{t}} \right) dx \quad (\text{II.49})$$

Ceci peut être également intégré en faisant la substitution $u = e^{-(\pi x/t)}$ et $du = -(\pi/t) u \, dx$ pour donner:

$$\begin{aligned}\phi_{ind}(0) &= -\frac{2t}{\pi^2 \varepsilon} \int_1^{e^{\frac{\pi w}{2t}}} \frac{\tanh^{-1} u}{u} du & (II.50a) \\ &= \frac{2t}{\pi^2 \varepsilon} \left[\left(1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \dots \right) - \left(E + \frac{E^3}{9} + \frac{E^5}{25} + \dots \right) \right]\end{aligned}$$

où

$$E = e^{-\frac{w\pi}{2t}} \quad (II.51b)$$

Les deux séries convergent rapidement avec la première série convergent vers (voir Dwight [16] #48.12)

$$1 + \frac{1}{9} + \frac{1}{25} + \frac{1}{49} + \dots = \frac{\pi^2}{8} \quad (II.51c)$$

Nous pouvons essentiellement adapter le programme MSTRP. FOR pour ce cas avec un simple changement de calcul pour la détermination de $\phi(d)$ et $\phi(0)$:

II.5.1. Organigramme STRPLINE

Cet organigramme détermine les matrices $n \times n$ de capacité [C] et d'inductance [L] linéiques d'une ligne de transmission (en utilisant le fichier STRPLINE.IN comme données d'entrée) de n rubans qui ont la même largeur et des séparations identiques sur un substrat diélectrique homogène avec un plan de masse dans les deux côtés comme illustré dans la figure (II.25) et décrit dans la section II.4. Cet organigramme est utile pour la simulation d'un PCB qui a un ou plusieurs plans de masse intérieure qui sont plongés à diverses distances dans le substrat. On assume que les strips sont à une distance égale au-dessus et au-dessous des deux plans de masse. En plus, les tensions des n rubans de la structure microstrip sont prises par rapport au plan de masse (les résultats sont enregistrés dans le fichier PUL.DAT).

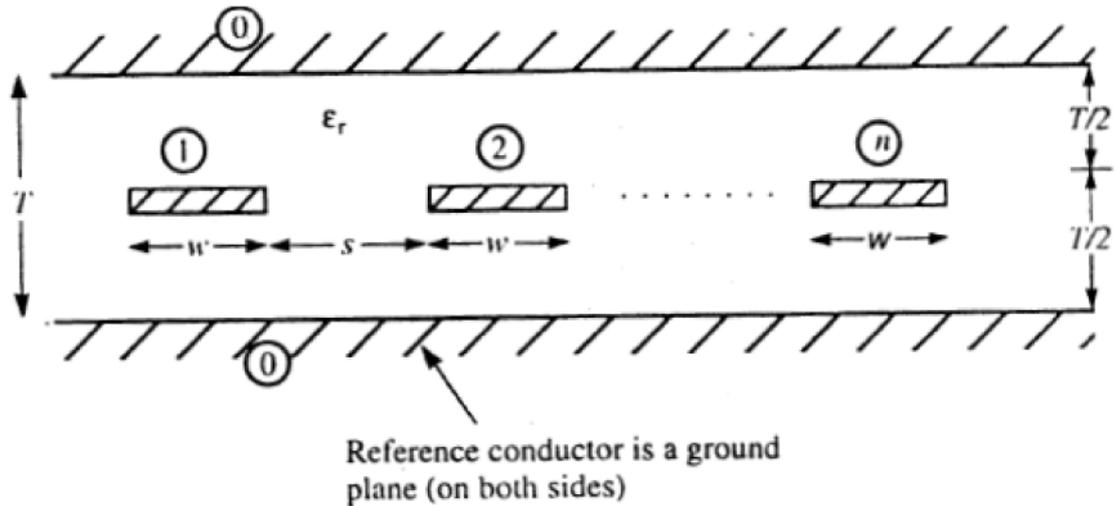


Figure II.27 : Coupe transversale pour la définition des paramètres de ligne stripline couplée pour les données d'entrée du programme en Fortran (STPRLINE.FOR).

Considérant comme exemple le stripline couplé qui se compose de deux conducteurs entre deux plans de masses où $t = 47$ mils, $w = s = 10$ mils, et $\epsilon_r = 4.7$. Les résultats obtenus avec le programme STRPLINE.FOR sont montrés dans les figures suivantes :

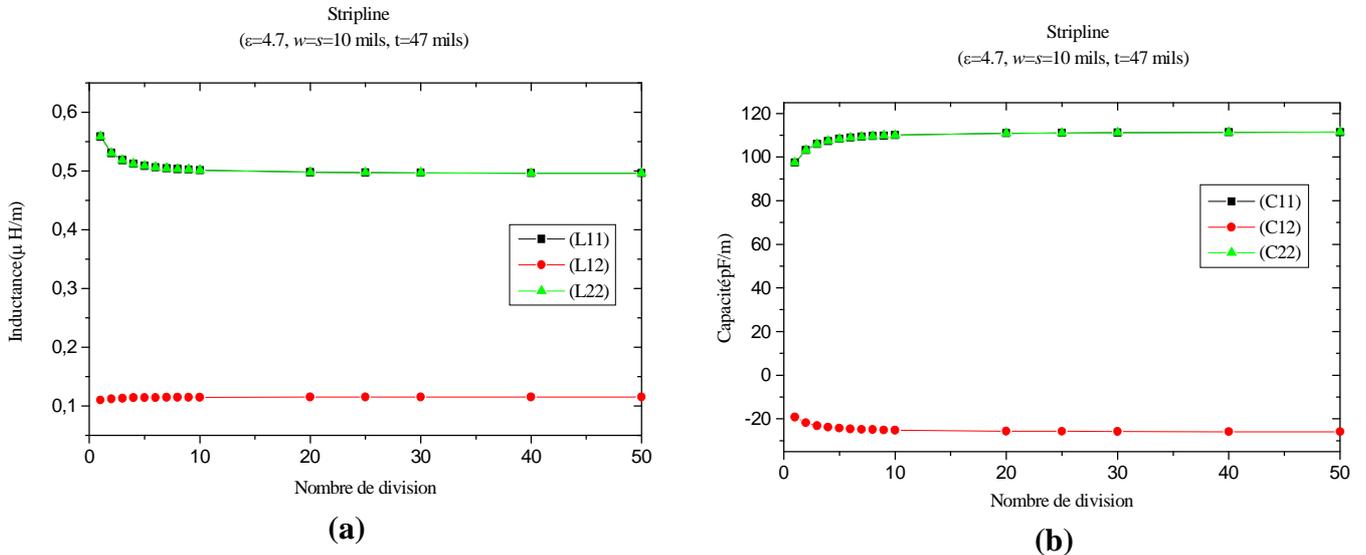


Figure II.28 : Détermination (a) des inductances et (b) des capacités pour deux conducteurs striplines couplés avec $\epsilon_r = 4.7$, largeur du strip = séparation = 10 mils, et l'épaisseur du substrat = 47 mils.

La figure IV.10 (a) compare les éléments de la matrice inductance linéique [L] et La figure IV.10(b) compare les éléments de la matrice capacité linéique [C], calculé pour 50 subdivisions

du strip. Il n'est pas nécessaire de donner les résultats correspondants avec le substrat remplacé par l'espace libre, $[C_0]$ pour ce milieu homogène $C = \epsilon_r C_0$.

En observant que la convergence est réalisée pour environ 20-30 subdivisions de chaque strip, et nous remarquons que les capacités sur la diagonale principale de $[C]$, C_{11} et C_{22} sont égales, de même $L_{11} = L_{22}$ par symétrie.

Nous pouvons comparer les résultats calculés par le programme STRPLINE.FOR avec les relations approximatifs (1.a) et (1.c) [voir l'annexe]. Les résultats pour une stripline qui se compose d'un ruban de largeur w (au centre) entre les deux plans de masses qui sont données. Par exemple, nous considérons une ligne de stripline ayant : $\epsilon_r = 4.7$, $w = 5$ mils, et $t = 50$ mils. Les équations (1.a) et (1.c) donnent : $l = 0.6566 \mu\text{H/m}$ et de $c = 79.54 \text{ pF/m}$. utilisant le STRPLINE.FOR avec 60 divisions par strip donne $l = 0.6515 \mu\text{H/m}$ et de $c = 80.27 \text{ pF/m}$, avec une différence de 0.8 - 0.9 %. Pour une stripline de $\epsilon_r = 4.7$, $w = 5$ mils, et $t = 10$ mils, les formules (1.a) et (1.c) donnent : $l = 0.334 \mu\text{H/m}$ et de $c = 156.4 \text{ pF/m}$, tandis que utilisant le STRPLINE.FOR avec 60 divisions par strip donne $l = 0.3362 \mu\text{H/m}$ et de $c = 155.53 \text{ pF/m}$, une différence de 0.6 - 0.

II.6. Conclusion

Notre étude a été basée sur les techniques de la méthode des moments appliquée aux lignes multifilaires à section transversale rectangulaire, mis en évidence leurs applications pour les différentes structures de lignes conductrice ; Printed Circuit Board (PCB), Lignes Microstrip Couplées et Stripline Couplées.

Nous avons détaillé chaque type de ligne multifilaire à part et nous avons trouvé que le passage d'une structure à, une autre peut se faire avec une simple modification des calculs.

C

H

A

P

^P

I

T

R

E

III

*Analyse dans le domaine
fréquentiel des lignes
multifilaires*

III.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous considérons la solution dans le domaine fréquentiel des équations de MTL (multi conducteur transmission lignes) pour (n+1) ligne conductrice où les sources d'excitation sont des sinusoides qui ont été appliqués pour une durée suffisante de sorte que les tensions et les courants soient dans l'état stable. La méthode primaire que nous emploierons pour résoudre ces équations de MTL est de les découpler avec une similitude de transformation. Cette solution dans le domaine fréquentiel des équations du MTL a une longue histoire [17].

III.2. Equations Des Lignes De Transmissions Multifilaires MTL Dans Le Domaine Fréquentiel

En Supposant que les sources d'excitation de la ligne varient sinusoidalement et stable suivant l'axe du temps. Par conséquent, les tensions et les courants des lignes multifilaires sont également sinusoidaux ayant une amplitude, un angle de phase et la même fréquence d'oscillation que les sources d'excitation. Ainsi, les n tensions et les n courants des lignes multifilaires dans le domaine temporel sont obtenus à partir des relations suivantes :

$$V_i(z, t) = \text{Re} \left\{ \hat{V}_i(z) e^{j\omega t} \right\} \quad (\text{III.1a})$$

$$I_i(z, t) = \text{Re} \left\{ \hat{I}_i(z) e^{j\omega t} \right\} \quad (\text{III.1b})$$

Où $\text{Re}\{.\}$ est la partie réelle de la quantité complexe. Les tensions et les courants ont une amplitude et une phase :

$$\begin{aligned} \hat{V}_i(z) &= V_i(z) \angle \theta_i(z) \\ &= V_i(z) e^{j\theta_i(z)} \end{aligned} \quad (\text{III.2a})$$

$$\begin{aligned} \hat{I}_i(z) &= I_i(z) \angle \phi_i(z) \\ &= I_i(z) e^{j\phi_i(z)} \end{aligned} \quad (\text{III.2b})$$

La pulsation d'excitation (pulsation des tensions et des courants des lignes) est dénotée par ω , où $\omega = 2\pi f$ et f est la fréquence d'excitation. En remplaçant l'équation (III.2) dans (III.1) nous donnons les formes des n tensions et n courants des lignes dans le domaine temporel :

$$V_i(z, t) = V_i(z) \cos(\omega t + \theta_i(z)) \quad (\text{III.3a})$$

$$I_i(z, t) = I_i(z) \cos(\omega t + \phi_i(z)) \quad (\text{III.3b})$$

En remplaçant tous les dérivés dans les équations du MTL au domaine temporel par $j\omega$, alors les équations du MTL au domaine fréquentiel sont données sous la forme matricielle dans l'équation (I.32) du chapitre I :

$$\frac{d}{dz} \hat{V}(z) = -\hat{Z} \hat{I}(z) \quad (\text{III.4a})$$

$$\frac{d}{dz} \hat{I}(z) = -\hat{Y} \hat{V}(z) \quad (\text{III.4b})$$

Ou les vecteurs colonnes $n \times 1$ de $\hat{V}(z)$ et $\hat{I}(z)$ contiennent les n tensions $\hat{V}_i(z)$ et les n courants $\hat{I}_i(z)$ sont données par:

$$\hat{V}(z) = \begin{bmatrix} \hat{V}_1(z) \\ \vdots \\ \hat{V}_i(z) \\ \vdots \\ \hat{V}_n(z) \end{bmatrix} \quad (\text{III.5a})$$

$$\hat{I}(z) = \begin{bmatrix} \hat{I}_1(z) \\ \vdots \\ \hat{I}_i(z) \\ \vdots \\ \hat{I}_n(z) \end{bmatrix} \quad (\text{III.5b})$$

Les matrices ($n \times n$) d'impédance linéique $[\hat{Z}]$ qui contient les matrice ($n \times n$) de résistance linéique $[R]$ et d'inductance (inductance interne et externe) $[L] = [L_i] + [L_e]$ et admittance $[\hat{Y}]$ qui contient les matrice ($n \times n$) du conductance $[G]$, et du capacité $[C]$ sont données par :

$$\hat{Z} = R + j\omega L \quad (\text{III.6a})$$

$$\hat{Y} = G + j\omega C \quad (\text{III.6b})$$

Toutes Les matrices utilisées sont symétriques. Les équations résultant dans (II.4) sont un ensemble d'équations différentielles couplées et de premier ordre avec des coefficients complexes.

Alternativement, les équations couplées et du premier ordre de MTL dans (II.4) peuvent être

placées sous la forme d'équations ordinaires désaccouplées et de second ordre en dérivant par z :

$$\frac{d^2}{dz^2} \hat{\mathbf{V}}(z) = \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{V}}(z) \quad (\text{III.7a})$$

$$\frac{d^2}{dz^2} \hat{\mathbf{I}}(z) = \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{I}}(z) \quad (\text{III.7b})$$

Les matrices de paramètre linéique $[\hat{\mathbf{Z}}]$ et $[\hat{\mathbf{Y}}]$ ne sont pas permutable, c.-à-d. $ZY \neq YZ$ de sorte que nous observons l'ordre approprié de la multiplication dans l'équation (III.7). En dérivant l'équation (III.4) par (la position sur ligne) z , nous avons supposé que les paramètres matricielles linéiques $[\mathbf{R}]$, $[\mathbf{L}]$, $[\mathbf{G}]$ et $[\mathbf{C}]$ sont indépendants de z . Ainsi, nous avons supposé que la ligne et les propriétés du milieu sont invariables le long de la ligne (indépendant de z) ou en d'autres termes, la ligne est une ligne uniforme. Les formes des équations couplées du premier ordre de MTL données dans l'équation (III.4) et les formes désaccouplées du second ordre données dans l'équation (III.7) seront utiles pour obtenir la solution finale.

III.3. Solution Générale Pour Une Ligne à $(n + 1)$ Conducteurs

Dans cette partie, nous commençons notre étude d'une ligne multifilaire (MTL) de $n+1$ conducteurs. Dans plusieurs cas, les résultats et les propriétés de la solution pour une ligne de deux conducteurs nous ramenons avec la notation matricielle, vers une solution générale d'une ligne MTL.

III.3.1. Découplage des équations de MTL par Similitude

Nous concentrons sur la résolution des équations de second ordre données dans les équations (III.7). Notant que les équations dans (III.7) sont couplées ensemble; c'est-à-dire, chaque ensemble de tensions et de courants $\hat{\mathbf{V}}_i(z)$ et $\hat{\mathbf{I}}_i(z)$ affecte tous les autres ensembles des tensions et des courants $\hat{\mathbf{V}}_j(z)$ et $\hat{\mathbf{I}}_j(z)$. L'idée essentielle dans la méthode que nous emploierons est de les découpler par similitude. Nous utilisons un changement des variables pour découpler les équations de second ordre dans (III.7) en les mettant dans la forme de n équations séparées qui décrivent n couple de conducteurs isolés. Cette méthode de changement des variables est la plus fréquente technique utilisée pour générer la solution

générale des équations MTL. Le détail de cette technique pour les équations du MTL est donné dans [18].

En appliquant cette méthode, nous transformons les équations au mode quantités :

$$\hat{\mathbf{V}}(z) = \hat{\mathbf{T}}_V \hat{\mathbf{V}}_m(z) \quad (\text{III.8a})$$

$$\hat{\mathbf{I}}(z) = \hat{\mathbf{T}}_I \hat{\mathbf{I}}_m(z) \quad (\text{III.8b})$$

Les matrices complexes $[\hat{\mathbf{T}}_V]$ et $[\hat{\mathbf{T}}_I]$ ($n \times n$) définissent un changement des variables entre les tensions et les courants des lignes actuels $\hat{\mathbf{V}}$ et $\hat{\mathbf{I}}$, et entre les tensions et les courants modes $\hat{\mathbf{V}}_m$ et $\hat{\mathbf{I}}_m$. Ces matrices ($n \times n$) doivent être non singuliers ; c'est-à-dire, $[\hat{\mathbf{T}}_V^{-1}]$ et $[\hat{\mathbf{T}}_I^{-1}]$ doivent exister, où l'inverse de la matrice ($n \times n$) M est M^{-1} . En substituant ces derniers dans les équations de second ordre de MTL (III.7) nous trouvons:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} \hat{\mathbf{V}}_m(z) &= \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{T}}_V \hat{\mathbf{V}}_m(z) \\ &= \hat{\gamma}^2 \hat{\mathbf{V}}_m(z) \end{aligned} \quad (\text{III.9a})$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dz^2} \hat{\mathbf{I}}_m(z) &= \hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{T}}_I \hat{\mathbf{I}}_m(z) \\ &= \hat{\gamma}^2 \hat{\mathbf{I}}_m(z) \end{aligned} \quad (\text{III.9b})$$

L'objectif est de découpler ces équations de second ordre en trouvant $[\hat{\mathbf{T}}_V]$ et $[\hat{\mathbf{T}}_I]$ qui diagonalise simultanément $\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}}$ et $\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}$ par l'intermédiaire des transformations de similitude.

$$\hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{T}}_V = \hat{\gamma}^2 \quad (\text{III.10a})$$

$$\hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{T}}_I = \hat{\gamma}^2 \quad (\text{III.10b})$$

Où $\hat{\gamma}^2$ est une matrice diagonale $n \times n$:

$$\hat{\gamma}^2 = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{\gamma}_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \hat{\gamma}_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.10c})$$

Les équations (III.9) seront donc découplées pour rapporter les n constants de propagation $\hat{\gamma}_i$ des n modes.

C'est le problème classique de valeur propre/vecteur propre des matrices [5,17,19]. Supposant que nous souhaitons trouver une matrice \mathbf{T} ($n \times n$) non singulière qui diagonalise la matrice \mathbf{M} ($n \times n$) par :

$$\mathbf{T}^{-1} \mathbf{M} \mathbf{T} = \Lambda \quad (\text{III.11})$$

Où Λ est une matrice diagonale ($n \times n$) avec Λ_i sur la diagonale et zéros ailleurs. La multiplication des deux côtés de l'équation (III.11) par \mathbf{T} donne :

$$\mathbf{M} \mathbf{T} - \mathbf{T} \Lambda = \mathbf{0} \quad (\text{III.12})$$

Où $\mathbf{0}$ est la matrice zéro ($n \times n$) et les n colonnes de \mathbf{T} (\mathbf{T}_i) sont les vecteurs propres de \mathbf{M} et les n valeurs de Λ_i sont les valeurs propres de \mathbf{M} . L'équation (III.12) donne les n équations pour les n vecteurs propres [17] :

$$(\mathbf{M} - \Lambda_i \mathbf{1}_n) \mathbf{T}_i = \mathbf{0}, \quad i = 1, \dots, n \quad (\text{III.13})$$

Où $\mathbf{0}$ est le vecteur ($n \times 1$) qui contient tous les zéros et \mathbf{T}_i est le vecteur propre ($n \times 1$) qui contient les inconnus à résoudre. Les équations (III.13) sont un ensemble de n équations algébriques homogène [17].

- Où
- 1- une solution unique $\mathbf{T}_i = \mathbf{0}$
 - 2- un nombre infini de solutions de \mathbf{T}_i .

Plus clairement, nous voulons déterminer la deuxième solution, qui existera seulement si les déterminants des coefficients des matrices de l'équation (III.13) sont nuls :

$$|\mathbf{M} - \Lambda_i \mathbf{1}_n| = 0 \quad (\text{III.14})$$

Ceci donne le $n^{\text{ème}}$ ordre de l'équation caractéristique dont les racines sont les valeurs propres de \mathbf{M} .

De cette discussion et d'une comparaison avec les équations (7.10), il est clair que les colonnes de la $[\hat{\mathbf{T}}_v]$ soient les vecteurs propres de $\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}}$ et les colonnes du $[\hat{\mathbf{T}}_r]$ sont les vecteurs propres de $\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}$. Les entrées dans $\hat{\gamma}_i^2$ pour $i = 1, \dots, n$ sont les valeurs propres de $\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}}$ et $\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}$ qui sont identiques parce que les valeurs propres d'une matrice \mathbf{M} et son transposé \mathbf{M}^t sont identiques. en prenant le transposé de $\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}}$ qui est $(\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}})^t = \hat{\mathbf{Y}}^t \hat{\mathbf{Z}}^t = \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}$, où nous avons employé le fait que $\hat{\mathbf{Z}}$ et $\hat{\mathbf{Y}}$ sont symétriques, c.-à-d., $\hat{\mathbf{Z}}^t = \hat{\mathbf{Z}}$ et $\hat{\mathbf{Y}}^t = \hat{\mathbf{Y}}$ de ce fait qu'ils ont les mêmes valeurs propres. Par conséquent, afin de découpler les équations de second ordre de MTL, nous devons seulement trouver une $[\hat{\mathbf{T}}_v]$ qui diagonalise le produit de $\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}}$ dans

l'équation (7.10a) ou un $[\hat{\mathbf{T}}_I]$ qui diagonalise le produit $\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Z}}$ dans l'équation (III.10b).

Alors nous devons trouver un ensemble de n vecteurs propre indépendamment linéaire avec tous les n valeurs propres qui est une condition suffisante. Il y a des cas importants où certains des valeurs propres sont répétés. Dans le cas des valeurs propres répétées, l'arrangement des colonnes de la $[\hat{\mathbf{T}}_V]$ et/ou $[\hat{\mathbf{T}}_I]$ correspondant à ces valeurs propres répétées n'est clairement pas unique. Les structures qui montrent certains types de symétrie peuvent avoir comme conséquence des valeurs propres répétées et par conséquent provoquent cette attribution non unique des colonnes de $[\hat{\mathbf{T}}_V]$ ou $[\hat{\mathbf{T}}_I]$. L'attribution non unique de ces colonnes de $[\hat{\mathbf{T}}_V]$ ou $[\hat{\mathbf{T}}_I]$ n'affectera pas la diagonalisation des équations de second ordre dans l'équation (III.7). Nous supposons en ce chapitre que $\hat{\mathbf{Z}}\hat{\mathbf{Y}}$ et $\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Z}}$ peuvent être diagonaliser dans (III.10). Voir [18] pour mieux comprendre ce problème de diagonalisation pour MTLs.

La prise de la transposition des deux côtés de (III.10)

$$\hat{\mathbf{T}}_V^t \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}} (\hat{\mathbf{T}}_V^{-1})^t = \hat{\gamma}^2 = \hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{T}}_I \quad (\text{III.15a})$$

$$\hat{\mathbf{T}}_I^t \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}} (\hat{\mathbf{T}}_I^{-1})^t = \hat{\gamma}^2 = \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{T}}_V \quad (\text{III.15b})$$

Et nous avons employé les propriétés d'algèbre de matrice, alors la transposition d'un produit des matrices est le produit du transpose à l'ordre inverse, c.-à-d $(AB)^t = B^t A^t$, et $\hat{\mathbf{Z}}$ et $\hat{\mathbf{Y}}$ sont symétriques, c.-à-d $\hat{\mathbf{Z}}^t = \hat{\mathbf{Z}}$ et $\hat{\mathbf{Y}}^t = \hat{\mathbf{Y}}$ avec le fait que $\hat{\gamma}^2$ est diagonal, alors $(\hat{\gamma}^2)^t = \hat{\gamma}^2$ [18].

$$\hat{\mathbf{T}}_V^t = \hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \quad (\text{III.16a})$$

$$\hat{\mathbf{T}}_I^t = \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \quad (\text{III.16b})$$

Où

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{T}}_V^t \hat{\mathbf{T}}_I &= \mathbf{1}_n \\ &= \hat{\mathbf{T}}_I^t \hat{\mathbf{T}}_V \end{aligned} \quad (\text{III.17})$$

Où $\mathbf{1}_n$ est la matrice identité n x n avec 1 sur la diagonale principale et des zéros ailleurs

c.-à-d :

$$\mathbf{1}_n = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \ddots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \ddots & 0 \\ \ddots & 0 & \ddots & 0 & \ddots \\ 0 & \ddots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{III.18})$$

Ainsi, les équations (III.9) pour le mode des tensions et des courants sont découplées et leurs solutions simples sont les suivantes :

$$\hat{V}_m(z) = e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ + e^{\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^- \quad (\text{III.19a})$$

$$\hat{I}_m(z) = e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ - e^{\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^- \quad (\text{III.19b})$$

En définissant la matrice exponentielle par :

$$e^{\pm \hat{\gamma}z} = \begin{bmatrix} e^{\pm \hat{\gamma}_1 z} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & e^{\pm \hat{\gamma}_2 z} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & e^{\pm \hat{\gamma}_n z} \end{bmatrix} \quad (\text{III.20})$$

Et $[\hat{V}_m^+]$ et $[\hat{I}_m^+]$ sont les vecteurs ($n \times 1$) des constantes indéterminées liées aux ondes des modes (émission/réception) :

$$\hat{V}_m^\pm = \begin{bmatrix} \hat{V}_{m1}^\pm \\ \hat{V}_{m2}^\pm \\ \vdots \\ \hat{V}_{mn}^\pm \end{bmatrix}, \quad \hat{I}_m^\pm = \begin{bmatrix} \hat{I}_{m1}^\pm \\ \hat{I}_{m2}^\pm \\ \vdots \\ \hat{I}_{mn}^\pm \end{bmatrix} \quad (\text{III.21})$$

En utilisant les équations (III.8), alors les lignes des tensions et des courants deviennent :

$$\hat{V}(z) = \hat{T}_V \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ + e^{\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^- \right) \quad (\text{III.22a})$$

$$\hat{I}(z) = \hat{T}_I \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ - e^{\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^- \right) \quad (\text{III.22b})$$

Par conséquent, si nous pouvons trouver une transformation qui diagonalise $\hat{Z}\hat{Y}$ ou $\hat{Y}\hat{Z}$, alors nous pouvons assurer le découplage des équations et la solution générale des équations de MTL peut être aisément obtenue.

Les solutions générales pour les lignes des tensions et des courants qui sont données dans l'équation (III.22) contiennent $4n$ constantes indéterminées pour les vecteurs ($n \times 1$) ; $[\hat{V}_m^+]$, $[\hat{V}_m^-]$, $[\hat{I}_m^+]$ et $[\hat{I}_m^-]$. Ensuite nous allons lier ces équations en définissant la matrice d'impédance caractéristique, pour réduire le nombre des constantes indéterminées à $2n$. En remplaçant l'équation (III.22b) dans (III.4b), alors nous trouvons:

$$\begin{aligned}
 \hat{V}(z) &= -\hat{Y}^{-1} \frac{d}{dz} \hat{I}(z) \\
 &= \hat{Y}^{-1} \hat{T}_I \hat{\gamma} \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ + e^{\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^- \right) \\
 &= \underbrace{\hat{Y}^{-1} \hat{T}_I \hat{\gamma} \hat{T}_I^{-1} \hat{T}_I}_{\hat{Z}_c} \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ + e^{\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^- \right)
 \end{aligned} \tag{III.23}$$

Si nous définissons la matrice d'impédance caractéristique comme :

$$\hat{Z}_c = \hat{Y}^{-1} \hat{T}_I \hat{\gamma} \hat{T}_I^{-1} \tag{III.24}$$

Alors

$$\hat{V}(z) = \hat{Z}_c \hat{T}_I \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ + e^{\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^- \right) \tag{III.25a}$$

$$\hat{I}(z) = \hat{T}_I \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ - e^{\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^- \right) \tag{III.25b}$$

Le nombre des inconnus des vecteurs $[\hat{I}_m^+]$ et $[\hat{I}_m^-]$ est réduit à $2n$. Nous pouvons écrire la matrice d'impédance à partir de l'équation (7.10b) par :

$$\hat{Y}^{-1} \hat{T}_I = \hat{Z} \hat{T}_I \hat{\gamma}^{-2} \tag{III.26}$$

En remplaçant ce dernier dans l'équation (III.24) alors la matrice d'impédance caractéristique s'écrit sous la forme suivante:

$$\hat{Z}_c = \hat{Z} \hat{T}_I \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_I^{-1} \tag{III.27}$$

De même, la substitution de l'équation (III.22a) dans (III.4a) donne :

$$\begin{aligned}
 \hat{I}(z) &= -\hat{Z}^{-1} \frac{d}{dz} \hat{V}(z) \\
 &= \hat{Z}^{-1} \hat{T}_V \hat{\gamma} \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ - e^{\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^- \right) \\
 &= \underbrace{\hat{Z}^{-1} \hat{T}_V \hat{\gamma} \hat{T}_V^{-1} \hat{T}_V}_{\hat{Y}_c} \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ - e^{\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^- \right)
 \end{aligned} \tag{III.28}$$

Si nous définissons la matrice d'admittance caractéristique par :

$$\hat{Y}_c = \hat{Z}^{-1} \hat{T}_V \hat{\gamma} \hat{T}_V^{-1} \tag{III.29}$$

Alors

$$\hat{V}(z) = \hat{T}_V \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ + e^{\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^- \right) \tag{III.30a}$$

$$\hat{I}(z) = \hat{Y}_c \hat{T}_V \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ - e^{\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^- \right) \tag{III.30b}$$

Le nombre des inconnus des vecteurs $[\hat{V}_m^+]$ et $[\hat{V}_m^-]$ est réduit à $2n$. Nous pouvons écrire la matrice d'impédance à partir de l'équation (III.10a) par :

$$\hat{Z}^{-1} \hat{T}_V = \hat{Y} \hat{T}_V \hat{\gamma}^{-2} \quad (\text{III.31})$$

En remplaçant ce dernier dans l'équation (III.29) alors la matrice d'impédance caractéristique s'écrit sous la forme suivante:

$$\hat{Y}_c = \hat{Y} \hat{T}_V \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_V^{-1} \quad (\text{III.32})$$

Des relations additionnelles pour la matrice caractéristique impédance/admittance peuvent être pareillement obtenues et sont données dans le tableau III.1 [18].

\hat{Z}_c	\hat{Y}_c
$\hat{Y}^{-1} \hat{T}_I \hat{\gamma} \hat{T}_I^{-1}$	$\hat{Z}^{-1} \hat{T}_V \hat{\gamma} \hat{T}_V^{-1}$
$\hat{Z} \hat{T}_I \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_I^{-1}$	$\hat{Y} \hat{T}_V \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_V^{-1}$
$\hat{T}_V \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_V^{-1} \hat{Z}$	$\hat{T}_I \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_I^{-1} \hat{Y}$
$\hat{T}_V \hat{\gamma} \hat{T}_V^{-1} \hat{Y}^{-1}$	$\hat{T}_I \hat{\gamma} \hat{T}_I^{-1} \hat{Z}^{-1}$
$\hat{Y}^{-1} (\hat{T}_V^t)^{-1} \hat{\gamma} \hat{T}_V^t$	$\hat{Z}^{-1} (\hat{T}_I^t)^{-1} \hat{\gamma} \hat{T}_I^t$
$\hat{Z} (\hat{T}_V^t)^{-1} \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_V^t$	$\hat{Y} (\hat{T}_I^t)^{-1} \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_I^t$

Tableau III.1 : Les relations entre matrices impédance/admittance.

En résumant la solution générale des équations d'une ligne multifilaire MTL par :

$$\hat{V}(z) = \hat{T}_V \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ + e^{\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^- \right) \quad (\text{III.33a})$$

$$\begin{aligned} \hat{I}(z) &= \hat{Y} \hat{T}_V \hat{\gamma}^{-1} \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ - e^{\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^- \right) \\ &= \hat{Y}_c \hat{T}_V \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ - e^{\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^- \right) \end{aligned} \quad (\text{III.33b})$$

où

$$\hat{T}_V^{-1} \hat{Z} \hat{Y} \hat{T}_V = \hat{\gamma}^2 \quad (\text{III.33c})$$

La matrice d'admittance caractéristique est donnée par :

$$\hat{Y}_c = \hat{Y} \hat{T}_V \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_V^{-1} \quad (\text{III.33d})$$

Ou sous une autre forme :

$$\begin{aligned} \hat{V}(z) &= \hat{Z} \hat{T}_I \hat{\gamma}^{-1} (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ + e^{\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^-) \\ &= \hat{Z} \hat{T}_I (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ + e^{\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^-) \end{aligned} \quad (\text{III.34a})$$

$$\hat{I}(z) = \hat{T}_I (e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ - e^{\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^-) \quad (\text{III.34b})$$

où

$$\hat{T}_I^{-1} \hat{Y} \hat{Z} \hat{T}_I = \hat{\gamma}^2 \quad (\text{III.34c})$$

La matrice d'impédance caractéristique est donnée par

$$\hat{Z}_c = \hat{Z} \hat{T}_I \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_I^{-1} \quad (\text{III.34d})$$

III.3.2. Solution

Le processus de la détermination des solutions générales pour une MTL décrites précédemment suppose qu'on peut trouver une matrice de transformation $[\hat{T}_I]$ (n x n) non singulier qui diagonalise le produit des paramètres matricielles linéique $\hat{Y}\hat{Z}$ par l'intermédiaire de la transformation de similitude suivante:

$$\hat{T}_I^{-1} \hat{Y} \hat{Z} \hat{T}_I = \hat{\gamma}^2 \quad (\text{III.35a})$$

avec

$$\hat{\gamma}^2 = \begin{bmatrix} \hat{\gamma}_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \hat{\gamma}_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \hat{\gamma}_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.35b})$$

Les colonnes $[\hat{T}_I]_i$, sont les vecteurs propres de la matrice $\hat{Y}\hat{Z}$ et les termes $\hat{\gamma}_i^2$ sont ses valeurs propres comme motionné précédemment [17]. Ainsi, nous pouvons trouver n vecteurs propres linéairement indépendants qui diagonalisent $\hat{Y}\hat{Z}$ d'après l'équation (III.35). Nous étudions maintenant Les méthodes informatiques possibles.

Il y a un certain nombre de cas connus de la matrice $[\hat{M}]$ (n x n) dont leur diagonalisation est assuré en utilisant une transformation de similitude $T^{-1}\hat{M}T$.

1. Toutes les valeurs propres sont distinctes
2. $[\hat{M}]$ est réel et symétrique

3. $[\hat{M}]$ est complexe mais normale ; c'est-à-dire, $\hat{M} \hat{M}^{t*} = \hat{M}^{t*} \hat{M}$, où nous notons la transposé d'une matrice par t et son conjugué par *
4. $[\hat{M}]$ est complexe et Hermitian ; c'est-à-dire $\hat{M} = \hat{M}^{t*}$.

Pour $[\hat{M}]$ normal ou Hermitian, la matrice de transformation peut être trouvée tel que $[\hat{T}^{-1}] = [\hat{T}^{t*}]$ qui est une transformation unitaire. Pour un M réel et symétrique, la matrice de transformation réel peut être trouvée tels que $[T^{-1}] = [T^t]$ qui est une transformation orthogonale. Il y a des méthodes numériques très efficaces et stables qui déterminent cette matrice de transformation orthogonale pour une matrice réel et symétrique, parmi elle nous trouvons l'algorithme de Jacobi [20]. Pour d'autres types de matrices, c'est difficile de trouver une transformation non singulière qui les diagonalise.

Le produit de la matrice à diagonaliser est développé par:

$$\begin{aligned} \hat{Y} \hat{Z} &= (G + j\omega C)(R + j\omega L) \\ &= GR + j\omega CR + j\omega GL - \omega^2 CL \end{aligned} \quad (\text{III.36})$$

Ils existent des méthodes numérique qui calcul les valeurs propres et les vecteurs propres d'une matrice complexe générale et peuvent être utilisées pour diagonaliser $\hat{Y}\hat{Z}$. Cependant, puisque nous avons n conducteurs dans une ligne multifilaire et qui peut être très grand, il est important pour étudier les conditions dans les quelles nous pouvons obtenir une diagonalisation efficace et numériquement stable. En outre, parce que les calculs du domaine fréquentiel doivent être répétés afin d'obtenir la réponse en fréquence de la ligne, nous désirons une transformation qui est indépendant de fréquence ; c'est-à-dire la $[\hat{T}_V]$ et $[\hat{T}_I]$ sont indépendant de la fréquence et doivent être calculés seulement une fois. Les sous-sections suivantes abordent ce point.

III.3.2.1 Conducteurs parfaits plongés dans un milieu homogène présentant des pertes

En considérant le cas des conducteurs parfait pour lesquels $\mathbf{R} = \mathbf{0}$. La matrice produite devient :

$$\begin{aligned} \hat{Y} \hat{Z} &= (G + j\omega C)(j\omega L) \\ &= j\omega GL - \omega^2 CL \end{aligned} \quad (\text{III.37})$$

Si le milieu environnant est homogène avec des paramètres σ , ϵ et μ alors, nous avons les identités importantes suivantes :

$$CL = LC = \mu\varepsilon \mathbf{1}_n \quad (\text{III.38a})$$

$$GL = LG = \mu\sigma \mathbf{1}_n \quad (\text{III.38b})$$

Et si $\hat{Y}\hat{Z}$ est diagonal, donc l'inductance interne est nulle c-à-d $\mathbf{L} = \mathbf{L}_e$. Dans ce cas, nous pouvons choisir :

$$\hat{\mathbf{T}}_I = \mathbf{1}_n \quad (\text{III.39a})$$

$$\hat{\mathbf{T}}_V = \mathbf{1}_n \quad (\text{III.39b})$$

Pour toutes les valeurs propres identiques nous écrivons les constantes de propagation par :

$$\begin{aligned} \hat{\gamma} &= \sqrt{j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\varepsilon} \\ &= \alpha + j\beta \end{aligned} \quad (\text{III.39c})$$

Et la matrice d'impédance caractéristique devient :

$$\hat{\mathbf{Z}}_C = \frac{j\omega}{\hat{\gamma}} \mathbf{L} \quad (\text{III.40a})$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_C^{-1} = \frac{\hat{\gamma}}{j\omega} \mathbf{L}^{-1} = \frac{\hat{\gamma}}{j\omega\mu\varepsilon} \mathbf{C} \quad (\text{III.40b})$$

Si le milieu est homogène et en plus sans perte ($\sigma = 0$), les constantes de propagation deviennent :

$$\hat{\gamma} = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon} \quad (\text{III.41})$$

Donc la constante d'atténuation est nulle ($\alpha = 0$), la constante de phase est $\beta = \omega\sqrt{\mu\varepsilon}$ et la vitesse de la propagation devient :

$$\begin{aligned} v &= \frac{\omega}{\beta} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\mu\varepsilon}} \end{aligned} \quad (\text{III.42})$$

Où l'impédance caractéristique devient réelle :

$$\hat{\mathbf{Z}}_C = v \mathbf{L} \quad (\text{III.43a})$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_C^{-1} = v \mathbf{C} \quad (\text{III.43b})$$

Un exemple d'application de ces résultats est le stripline couplé. Ce cas de conducteurs parfaits dans un milieu homogène (sans perte) est le seul cas où nous pouvons avoir des ondes de mode TEM sur la ligne. Dans les sections suivantes, nous étudions le mode de la

propagation quasi-TEM où les conducteurs peuvent présente des pertes et/ou le milieu peut être non homogène, mais nous supposons qu'ils ne perturbent pas la structure du champ d'une distribution TEM.

III.3.2.2 Conducteurs non parfaits plongés dans un milieu homogène présentant des pertes

Considérant le cas des conducteurs imparfaits pour lesquels $\mathbf{R} \neq \mathbf{0}$ avec un milieu homogène. En utilisant les identités pour un milieu homogène donné dans l'équation (7.38), la matrice produite dans l'équation (III.36) devient :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Z}} &= \mathbf{G}\mathbf{R} + j\omega\mathbf{C}\mathbf{R} + (j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\varepsilon)\mathbf{1}_n \\ &= \left(\frac{\sigma}{\varepsilon} + j\omega\right)\mathbf{C}\mathbf{R} + (j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\varepsilon)\mathbf{1}_n \end{aligned} \quad (\text{III.44})$$

Où nous avons négligé l'inductance interne des conducteurs ($L_i = 0$). Alors, nous devons diagonaliser seulement le $\mathbf{C}\mathbf{R}$ par :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{T}}_l^{-1}\mathbf{C}\mathbf{R}\hat{\mathbf{T}}_l &= \mathbf{A}^2 \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \mathbf{A}_n^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.45})$$

Les valeurs propres du $\hat{\mathbf{Y}}\hat{\mathbf{Z}}$ deviennent :

$$\hat{\gamma}_i^2 = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon} + j\omega\right)\mathbf{A}_i^2 + (j\omega\mu\sigma - \omega^2\mu\varepsilon) \quad (\text{III.46})$$

La solution du problème est de trouver la matrice de transformation qui diagonalise $\mathbf{C}\mathbf{R}$. En utilisant une transformation numériquement stable, nous pouvons diagonaliser le produit de deux matrices. Rappelons que \mathbf{C} et \mathbf{R} sont réelles et symétriques, avec \mathbf{C} positive. D'abord, nous concéderons de diagonaliser \mathbf{C} (réelle et symétrique) alors on peut trouver une transformation \mathbf{U} réelle et orthogonale, qui diagonalise \mathbf{C} , où $\mathbf{U}^{-1} = \mathbf{U}^t$ [19] :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^t\mathbf{C}\mathbf{U} &= \theta^2 \\ &= \begin{bmatrix} \theta_1^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \theta_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & \theta_n^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.47})$$

Puisque C est réelle, symétrique et positive, alors les valeurs propres θ_i^2 sont toutes réelles, Différent de zéro, et positif [19]. Par conséquent, les racines carrées de $\theta_i = \sqrt{\theta_i^2}$, sont réelle et non nulle. Alors la nouvelle forme de la matrice produite est la suivante :

$$\theta^{-1} \mathbf{U}^t \mathbf{C} \mathbf{U} \theta^{-1} = \mathbf{1}_n \quad (\text{III.48})$$

Alors

$$\begin{aligned} \theta^{-1} \mathbf{U}^t \mathbf{C} \mathbf{R} \mathbf{U} \theta &= \underbrace{\theta^{-1} \mathbf{U}^t \mathbf{C} \mathbf{U} \theta^{-1}}_{\mathbf{1}_n} \theta \mathbf{U}^t \mathbf{R} \mathbf{U} \theta \\ &= \theta \mathbf{U}^t \mathbf{R} \mathbf{U} \theta \end{aligned} \quad (\text{III.49})$$

La matrice $\theta \mathbf{U}^t \mathbf{R} \mathbf{U} \theta$ est réelle et symétrique, alors nous pouvons la diagonaliser avec une transformation \mathbf{S} réelle et orthogonale :

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^t \left[\theta \mathbf{U}^t \mathbf{R} \mathbf{U} \theta \right] \mathbf{S} &= \mathbf{S}^t \left[\theta^{-1} \mathbf{U}^t \mathbf{C} \mathbf{R} \mathbf{U} \theta \right] \mathbf{S} \\ &= \Lambda^2 \end{aligned} \quad (\text{III.50})$$

Ces résultats montrent les relations de transformation suivantes :

$$\mathbf{T}_I = \mathbf{U} \theta \mathbf{S} \quad (\text{III.51a})$$

$$\mathbf{T}_V = \mathbf{U} \theta^{-1} \mathbf{S} \quad (\text{III.51b})$$

et encore

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_I^{-1} &= \mathbf{S}^t \theta^{-1} \mathbf{U}^t \\ &= \mathbf{T}_V^t \end{aligned} \quad (\text{III.52a})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_V^{-1} &= \mathbf{S}^t \theta \mathbf{U}^t \\ &= \mathbf{T}_I^t \end{aligned} \quad (\text{III.52b})$$

Après développement nous trouvons :

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_V^{-1} \hat{\mathbf{Z}} \mathbf{T}_I &= \mathbf{T}_V^{-1} (\mathbf{R} + j\omega \mathbf{L}) \mathbf{T}_I \\ &= \Lambda^2 + j\omega \mu \varepsilon \mathbf{1}_n \end{aligned} \quad (\text{III.53a})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_I^{-1} \hat{\mathbf{Y}} \mathbf{T}_V &= \mathbf{T}_I^{-1} (\mathbf{G} + j\omega \mathbf{C}) \mathbf{T}_V \\ &= \left(\frac{\sigma}{\varepsilon} + j\omega \right) \mathbf{1}_n \end{aligned} \quad (\text{III.53b})$$

Par conséquent, le produit $\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}$ diagonalisé pour ce choix des transformations est :

$$\hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{T}}_I = \left(\frac{\sigma}{\varepsilon} + j\omega \right) \Lambda^2 + (j\omega \mu \sigma - \omega^2 \mu \varepsilon) \mathbf{1}_n \quad (\text{III.54})$$

L'inverse de \mathbf{T}_I est également $\mathbf{T}_I^{-1} = \mathbf{S}^t \Phi^{-1} \mathbf{U}^t = \mathbf{T}_I^t \mathbf{C}^{-1}$. Il y a de nombreuses méthodes numériques qui calculent la diagonalisation d'un produit de deux matrices réelles et symétriques, ou l'un des deux est positif [21]. En notant que $\hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\mathbf{T}}_I = \mathbf{1}_n$ et par conséquent les vecteurs propres de $\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}}$ et $\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}$ sont orthogonaux.

Un exemple d'application de ces résultats est le cas d'un conducteur stripline couplé imparfait. Si tous les n conducteurs sont identiques, nous supposons que le conducteur de référence (le plan de masse) est sans perte, alors $\mathbf{R} = r \mathbf{1}_n$ et nous utilisons la matrice \mathbf{C} diagonalisée. Par conséquent, dans ce cas la transformation est indépendante de la fréquence et orthogonale tels que nous pouvons choisir $\hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \mathbf{C} \mathbf{T}_I = \theta^2$ d'après l'équation (III.47) et $\hat{\mathbf{T}}_I = \hat{\mathbf{T}}_V = \mathbf{U}$ avec $\hat{\mathbf{T}}_I^{-1} = \hat{\mathbf{T}}_I$. Nous obtenons les valeurs propres de $\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}$ en remplaçant Λ_i^2 par $r\theta_i^2$ dans l'équation (III.46).

III.32.3 Conducteurs parfaits plongés dans un milieu inhomogène à faible pertes

Nous étudions maintenant la diagonalisation du produit de la matrice $\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}$, où nous supposons que les conducteurs sont parfaits ($\mathbf{R} = 0$), et le milieu sans perte, ($\mathbf{G} = 0$). Le milieu peut être inhomogène dans ce cas nous n'avons plus l'identité fondamentale de l'équation (III.38a), c.-à-d., $\mathbf{CL} \neq \mu \varepsilon \mathbf{1}_n$. En effet, le produit des matrices inductance et capacité linéique n'est pas diagonal. Donc la matrice produite à diagonaliser devient :

$$\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}} = -\omega^2 \mathbf{CL} \quad (\text{III.55})$$

De nouveau, \mathbf{C} et \mathbf{L} sont réelles, symétriques avec \mathbf{C} positive. Par conséquent, nous pouvons diagonaliser \mathbf{CL} , avec des transformations orthogonales :

$$\hat{T}_l^{-1} C L \hat{T}_l = \mathbf{A}^2$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \mathbf{A}_n^2 \end{bmatrix} \quad (\text{III.56})$$

Nous écrivons La matrice d'impédance caractéristique réelle comme suit :

$$\mathbf{T}_l = \mathbf{U} \boldsymbol{\theta} \mathbf{S} \quad (\text{III.57a})$$

$$\mathbf{T}_v = \mathbf{U} \boldsymbol{\theta}^{-1} \mathbf{S} \quad (\text{III.57b})$$

Où U et S sont obtenus à partir de :

$$\mathbf{U}^t \mathbf{C} \mathbf{U} = \boldsymbol{\theta}^2 \quad (\text{III.58a})$$

$$= \begin{bmatrix} \theta_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \theta_2^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \theta_n^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}^t [\boldsymbol{\theta} \mathbf{U}^t \mathbf{L} \mathbf{U} \boldsymbol{\theta}] \mathbf{S} = \mathbf{S}^t [\boldsymbol{\theta}^{-1} \mathbf{U}^t \mathbf{C} \mathbf{L} \mathbf{U} \boldsymbol{\theta}] \mathbf{S}$$

$$= \mathbf{A}^2 \quad (\text{III.58b})$$

L'inverse du \mathbf{T}_l c'est $\mathbf{T}_l^{-1} = \mathbf{S}^t \boldsymbol{\theta}^{-1} \mathbf{U}^t = \mathbf{T}_l^t \mathbf{C}^{-1}$ avec les valeurs propres désirées de $\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}$ sont :

$$\hat{\gamma}_i^2 = -\omega^2 \mathbf{A}_i^2 \quad (\text{III.59})$$

et

$$\mathbf{T}_l^{-1} = \mathbf{S}^t \boldsymbol{\theta}^{-1} \mathbf{U}^t$$

$$= \mathbf{T}_v^t \quad (\text{III.60a})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_V^{-1} &= \mathbf{S}^t \boldsymbol{\theta} \mathbf{U}^t \\ &= \mathbf{T}_I' \end{aligned} \quad (\text{III.60b})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_V^{-1} \hat{\mathbf{Z}} \mathbf{T}_I &= \mathbf{T}_V^{-1} (j\omega \mathbf{L}) \mathbf{T}_I \\ &= j\omega \boldsymbol{\Lambda}^2 \end{aligned} \quad (\text{III.61a})$$

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_I^{-1} \hat{\mathbf{Y}} \mathbf{T}_V &= \mathbf{T}_I^{-1} (j\omega \mathbf{C}) \mathbf{T}_V \\ &= j\omega \mathbf{1}_n \end{aligned} \quad (\text{III.61b})$$

Par conséquent, en diagonalisant $\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}$ pour ce choix des transformations nous donne:

$$\hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{T}}_I = -\omega^2 \boldsymbol{\Lambda}^2 \quad (\text{III.62})$$

La matrice d'impédance caractéristique est réelle et s'écrit comme :

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{Z}}_c &= \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{T}}_I \hat{\boldsymbol{\gamma}}^{-1} \hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \\ &= j\omega \mathbf{L} \mathbf{U} \boldsymbol{\theta} \mathbf{S} \frac{1}{j\omega} \boldsymbol{\Lambda}^{-1} \mathbf{S}^t \boldsymbol{\theta}^{-1} \mathbf{U}^t \\ &= \mathbf{U} \boldsymbol{\theta}^{-1} \mathbf{S} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{S}^t \boldsymbol{\theta}^{-1} \mathbf{U}^t \end{aligned} \quad (\text{III.63})$$

En notant que $\hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\mathbf{T}}_I = \mathbf{1}_n$ et par conséquent les vecteurs propres de $\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}}$ et $\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}$ sont orthogonales. Alors, il existe un exemple d'application utilisant cette méthode pour le cas d'une ligne micro ruban couplé.

III.3.2.4 Cas général : Conducteurs avec pertes plongés dans un milieu inhomogène présentant des pertes

Dans le cas le plus général où les lignes des conducteurs et le milieu présentent des pertes et inhomogène ($\mathbf{R} \neq 0$, $\mathbf{G} \neq 0$), alors $\mathbf{CL} \neq \mu \varepsilon \mathbf{1}_n$, nous cherchons une transformation qui dépend de la fréquence $\hat{\mathbf{T}}_I(\omega)$ tels que :

$$\hat{\mathbf{T}}_I^{-1}(\omega) \underbrace{(\mathbf{G} + j\omega \mathbf{C})}_{\hat{\mathbf{Y}}(\omega)} \underbrace{(\mathbf{R} + j\omega \mathbf{L})}_{\hat{\mathbf{Z}}(\omega)} \hat{\mathbf{T}}_I(\omega) = \hat{\boldsymbol{\gamma}}^2(\omega) \quad (\text{III.64})$$

Le problème trouvé dans le calcul de la matrice de transformation $\hat{\mathbf{T}}_I(\omega)$ qui dépend de la fréquence c'est que répétition du calcul à chaque fréquence. Ainsi, les vecteurs et les

valeurs propres des matrices complexes sont utilisés à chaque fréquence, qui peut être tout à fait longue si nous supposons un grand nombre de fréquences. Afin de généraliser le calcul, nous allons utiliser un programme (MTL.FOR) écrit en langage de programmation Fortran dans le domaine fréquentiel, qui détermine $\hat{T}_l(\omega)$ à partir de l'équation (III.64) et incorpore les relations terminales aux extrémités gauches et droites de la ligne.

III.4. Introduction Des Conditions De Terminaison (de charges)

Les solutions générales des équations d'une ligne multifilaire sont données dans (III.34) avec $2n$ constantes indéterminées dans les vecteurs $(n \times 1)$ \hat{I}_m^+ et \hat{I}_m^- .

$$\hat{V}(z) = \hat{Z}c \hat{T}_l \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ + e^{\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^- \right) \quad (\text{III.65a})$$

$$\hat{I}(z) = \hat{T}_l \left(e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ - e^{\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^- \right) \quad (\text{III.65b})$$

Par conséquent, nous avons besoin des équations de $2n$ contraintes additionnelles afin d'évaluer ces derniers. Ces équations de contraintes additionnelles sont fournies par les conditions terminales à $z = 0$ et $z = l$ comme montré sur la figure III.1. Les sources et les impédances sont contenues dans ces réseaux de terminaux qui sont attachés aux deux extrémités de la ligne. Le réseau terminal de contrainte ($z = 0$) représenté sur la figure III.1 (a) fournit n équations reliant les n tensions $\hat{V}(0)$ et les n courants $\hat{I}(0)$. Le réseau terminal de contrainte $z = l$ représentés sur la figure III.1 (b) fournit les n équations des tensions qui relie les n tensions $\hat{V}(l)$ et les n courants $\hat{I}(l)$. Le but de cette section est d'incorporer ces contraintes terminales pour déterminer explicitement les tensions et les courants terminaux et pour accomplir cette dernière étape finale mais importante dans le processus de solution.

III.4.1 Circuit De Thevenin équivalent généralisé

Il y a beaucoup de manières pour relier les tensions et les courants sur les bornes des n ports. Si le réseau est linéaire, cette relation sera une combinaison linéaire des ports des tensions et des courants. Une manière évidente est de généraliser la représentation de Thevenin équivalent d'un port [5]

$$\hat{V}(0) = \hat{V}_S - \hat{Z}_S \hat{I}(0) \quad (\text{III.66a})$$

$$\hat{V}(l) = \hat{V}_L + \hat{Z}_L \hat{I}(l) \quad (\text{III.66b})$$

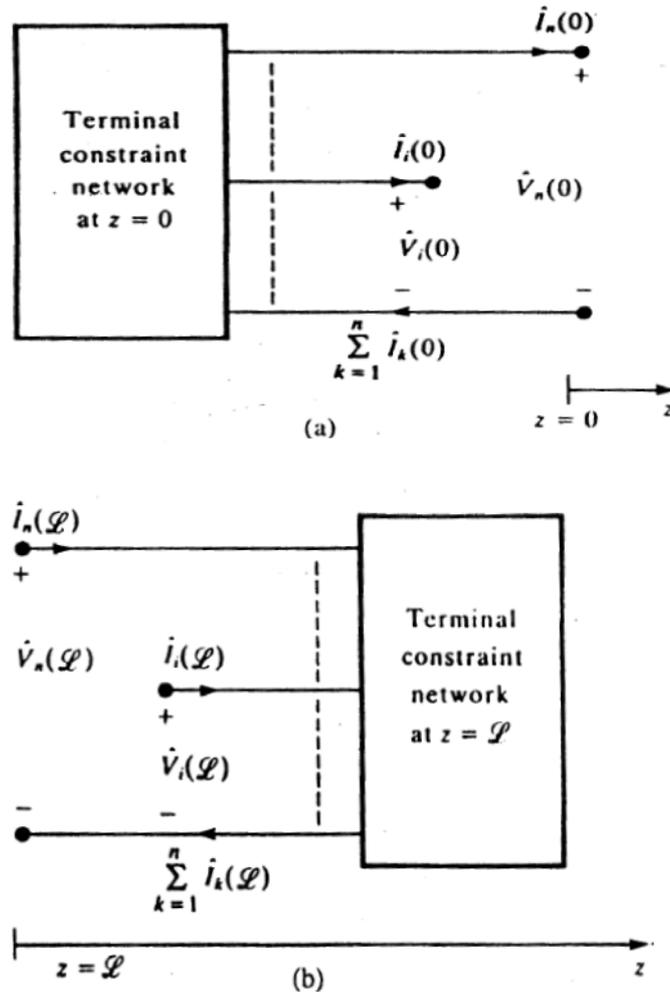


Figure III.1: Schéma modelant les contraintes de terminaisons d'une ligne de $(n+1)$ conducteurs.

Les vecteurs $(n \times 1)$ \hat{V}_S et \hat{V}_L , contiennent les effets de la tension indépendante et des sources courantes dans les réseaux terminaux à $z = 0$ et $z = l$ respectivement. Les matrices \hat{Z}_S et \hat{Z}_L $(n \times n)$ contiennent les effets des impédances et toutes les sources commandées dans les réseaux de terminaux à $z = 0$ et $z = l$ respectivement. Généralement les matrices

d'impédance \hat{Z}_S ou \hat{Z}_L sont pleines ; c'est-à-dire, l'interconnexion entre tous les ports du réseau. Cependant, le cas le plus commun sera des configurations de réseau des charges où ces matrices d'impédance sont diagonales et l'accouplement se produit seulement le long du MTL. La figure III.2 montre le cas où chaque ligne à $z = 0$ se termine directement au conducteur de référence choisi avec une impédance et une source de tension, qui représente un schéma de Thevenin équivalent unique. Dans ce cas c'est les matrices dans l'équation (III.66a).

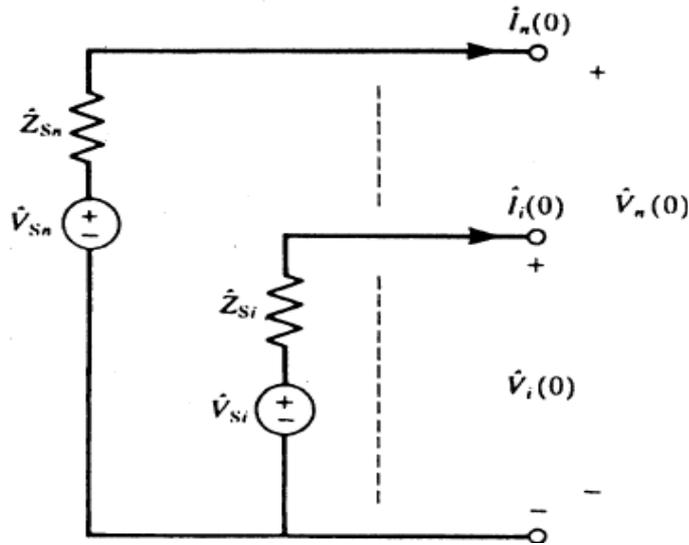


Figure III.2 : Représentation générale du circuit de Thevenin d'une terminaison sans interconnexion.

$$\hat{\mathbf{V}}_S = \begin{bmatrix} \hat{V}_{S1} \\ \vdots \\ \hat{V}_{Si} \\ \vdots \\ \hat{V}_{Sn} \end{bmatrix} \quad (\text{III.67a})$$

$$\hat{\mathbf{Z}}_S = \begin{bmatrix} \hat{Z}_{S1} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \hat{Z}_{Si} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \hat{Z}_{Sn} \end{bmatrix} \quad (\text{III.67b})$$

Afin de résoudre les constantes $2n$ indéterminées dans $\hat{\mathbf{I}}_m^+$ et $\hat{\mathbf{I}}_m^-$. Les formes générales des solutions dans les équations (III.65) à $z = 0$ et $z = l$ sont évaluées et nous les remplaçons dans les caractéristiques de Thevenin équivalentes généralisées données dans les équations (III.66)

$$\hat{Z}_C \hat{T}_I \left[\hat{I}_m^+ + \hat{I}_m^- \right] = \hat{V}_S - \hat{Z}_S \hat{T}_I \left[\hat{I}_m^+ - \hat{I}_m^- \right] \quad (\text{III.68a})$$

$$\hat{Z}_C \hat{T}_I \left[e^{-\hat{\gamma}l} \hat{I}_m^+ + e^{\hat{\gamma}l} \hat{I}_m^- \right] = \hat{V}_L + \hat{Z}_L \hat{T}_I \left[e^{-\hat{\gamma}l} \hat{I}_m^+ - e^{\hat{\gamma}l} \hat{I}_m^- \right] \quad (\text{III.68b})$$

En écrivant ces équations sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} (\hat{Z}_C + \hat{Z}_S) \hat{T}_I & (\hat{Z}_C - \hat{Z}_S) \hat{T}_I \\ (\hat{Z}_C - \hat{Z}_L) \hat{T}_I e^{-\hat{\gamma}l} & (\hat{Z}_C + \hat{Z}_L) \hat{T}_I e^{\hat{\gamma}l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_m^+ \\ \hat{I}_m^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_S \\ \hat{V}_L \end{bmatrix} \quad (\text{III.69})$$

Une fois que cet ensemble de 2n équations simultanées est résolu pour le \hat{I}_m^+ et \hat{I}_m^- , les lignes des tensions et des courants sont obtenus à n'importe quel distance z suivant la ligne en les remplaçant dans les équations (III.65).

Une méthode alternative pour incorporer les conditions des terminaisons (charges) est de substituer les caractéristiques de Thevenin équivalentes généralisées des équations (III.66) dans les caractéristiques de la matrice de paramètre de chaîne de la ligne avec 2n ports :

$$\hat{V}(l) = \hat{\Phi}_{11}(l) \hat{V}(0) + \hat{\Phi}_{12}(l) \hat{I}(0) \quad (\text{III.70a})$$

$$\hat{I}(l) = \hat{\Phi}_{21}(l) \hat{V}(0) + \hat{\Phi}_{22}(l) \hat{I}(0) \quad (\text{III.70b})$$

Avec $\hat{\Phi}_{ij}(l)$ une matrice (nxn) suivant [19] :

$$\left[\hat{\Phi}_{12} - \hat{\Phi}_{11} \hat{Z}_S - \hat{Z}_L \hat{\Phi}_{22} + \hat{Z}_L \hat{\Phi}_{21} \hat{Z}_S \right] \hat{I}(0) = \hat{V}_L - \left[\hat{\Phi}_{11} - \hat{Z}_L \hat{\Phi}_{21} \right] \hat{V}_S \quad (\text{III.71a})$$

$$\hat{I}(l) = \hat{\Phi}_{21} \hat{V}_S + \left[\hat{\Phi}_{22} - \hat{\Phi}_{21} \hat{Z}_S \right] \hat{I}(0) \quad (\text{III.71b})$$

L'équations (III.71a) est un ensemble de n équations algébriques simultanées aux quelles sont résolu pour les n courants de terminaisons à $z = 0$, $\hat{I}(0)$. En suite les n courants de terminaisons à $z = l$, $\hat{I}(l)$ est obtenu à partir de l'équation (III.71b). Les 2n tensions de terminaisons $\hat{V}(0)$ et $\hat{V}(l)$ est obtenu à partir des relations de terminaisons de l'équation (III.66).

III.4.2 Circuit De Norton équivalent généralisé

Le circuit de Thevenin équivalent généralisé dans la section précédente est seulement une façon de relier les tensions et les courants des charges de n-ports linéaire. le circuit de Norton

équivalent généralisé est Une représentation alternative, où les tensions et les courants sont reliées par :

$$\hat{\mathbf{I}}(0) = \hat{\mathbf{I}}_S - \hat{\mathbf{Y}}_S \hat{\mathbf{V}}(0)$$

$$\hat{\mathbf{I}}(l) = -\hat{\mathbf{I}}_L + \hat{\mathbf{Y}}_L \hat{\mathbf{V}}(l)$$

Les vecteurs $(n \times 1)$ $\hat{\mathbf{I}}_S$ et $\hat{\mathbf{I}}_L$, contiennent les effets des sources tension et courants indépendante dans les réseaux terminaux à $z = 0$ et $z = l$ respectivement. Les matrices $\hat{\mathbf{Y}}_S$ et $\hat{\mathbf{Y}}_L$ $(n \times n)$ contiennent les effets des impédances et toutes les sources commandées dans les réseaux de terminaux à $z = 0$ et $z = l$ respectivement. Généralement les matrices d'admittance $\hat{\mathbf{Y}}_S$ ou $\hat{\mathbf{Y}}_L$ sont remplies; c'est-à-dire il existe une interconnexion entre tous les ports du réseau. Cependant, le cas le plus commun sera des configurations de réseau de terminaux où ces matrices d'admittance sont diagonales et l'accouplement se produit seulement le long de la MTL. La figure III.3 montre le cas où chaque ligne à $z = 0$ est terminée directement au conducteur de référence choisi avec une admittance et une source de tension, qui représente un schéma de Norton équivalent unique. Dans ce cas c'est les matrices dans l'équation (III.72a).

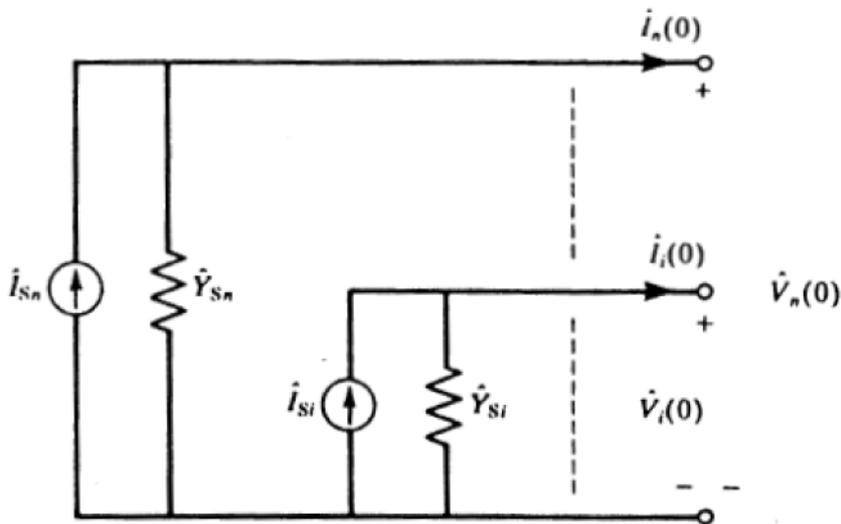


Figure III.3: Représentation générale du circuit de Norton d'une terminaison sans interconnexion.

$$\hat{\mathbf{I}}_S = \begin{bmatrix} \hat{I}_{S1} \\ \vdots \\ \hat{I}_{Si} \\ \vdots \\ \hat{I}_{Sn} \end{bmatrix} \quad (\text{III.73a})$$

$$\hat{\mathbf{Y}}_S = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{S1} & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \hat{Y}_{Si} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & \hat{Y}_{Sn} \end{bmatrix} \quad (\text{III.73b})$$

Afin de résoudre les $2n$ constantes indéterminées $\hat{\mathbf{I}}_m^+$ et $\hat{\mathbf{I}}_m^-$. En évaluant les formes générales des solutions dans les équations (III.65) à $z = 0$ et $z = l$ et en les remplaçant dans les caractéristiques de Norton équivalentes généralisées données dans les équations (III.72).

$$\hat{\mathbf{T}}_I \left[\hat{\mathbf{I}}_m^+ - \hat{\mathbf{I}}_m^- \right] = \hat{\mathbf{I}}_S - \hat{\mathbf{Y}}_S \hat{\mathbf{Z}}_C \hat{\mathbf{T}}_I \left[\hat{\mathbf{I}}_m^+ + \hat{\mathbf{I}}_m^- \right] \quad (\text{III.74b})$$

$$\hat{\mathbf{T}}_I \left[e^{-\hat{\gamma}l} \hat{\mathbf{I}}_m^+ - e^{\hat{\gamma}l} \hat{\mathbf{I}}_m^- \right] = -\hat{\mathbf{I}}_L + \hat{\mathbf{Y}}_L \hat{\mathbf{Z}}_C \hat{\mathbf{T}}_I \left[e^{-\hat{\gamma}l} \hat{\mathbf{I}}_m^+ + e^{\hat{\gamma}l} \hat{\mathbf{I}}_m^- \right] \quad (\text{III.74a})$$

$$\begin{bmatrix} (\hat{\mathbf{Y}}_S \hat{\mathbf{Z}}_C + 1_n) \hat{\mathbf{T}}_I & (\hat{\mathbf{Y}}_S \hat{\mathbf{Z}}_C - 1_n) \hat{\mathbf{T}}_I \\ (\hat{\mathbf{Y}}_L \hat{\mathbf{Z}}_C - 1_n) \hat{\mathbf{T}}_I e^{-\hat{\gamma}l} & (\hat{\mathbf{Y}}_L \hat{\mathbf{Z}}_C + 1_n) \hat{\mathbf{T}}_I e^{\hat{\gamma}l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}}_m^+ \\ \hat{\mathbf{I}}_m^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{I}}_S \\ \hat{\mathbf{I}}_L \end{bmatrix} \quad (\text{III.75})$$

Une fois que cet ensemble de $2n$ équations simultanées est résolu pour le $\hat{\mathbf{I}}_m^+$ et $\hat{\mathbf{I}}_m^-$, les lignes des tensions et des courants sont obtenus à n'importe quel distance z suivant la ligne par remplacement dans les équations (III.65).

Une méthode alternative pour incorporer les conditions des charges est de substituer les caractéristiques de Norton équivalentes généralisées des équations (III.72) dans la matrice représentation de paramètre de chaîne donnée dans les équations (III.70) [19]:

$$\left[\hat{\Phi}_{21} - \hat{\Phi}_{22} \hat{\mathbf{Y}}_S - \hat{\mathbf{Y}}_L \hat{\Phi}_{11} + \hat{\mathbf{Y}}_L \hat{\Phi}_{12} \hat{\mathbf{Y}}_S \right] \hat{\mathbf{V}}(0) = -\hat{\mathbf{I}}_L - \left[\hat{\Phi}_{22} - \hat{\mathbf{Y}}_L \hat{\Phi}_{12} \right] \hat{\mathbf{I}}_S \quad (\text{III.76a})$$

$$\hat{\mathbf{V}}(l) = \hat{\Phi}_{12} \hat{\mathbf{I}}_S + \left[\hat{\Phi}_{11} - \hat{\Phi}_{12} \hat{\mathbf{Y}}_S \right] \hat{\mathbf{V}}(0) \quad (\text{III.76b})$$

Les équations (III.76a) sont un ensemble de n équations algébriques simultanées qui nous pouvons résoudre pour les n tensions de terminaisons à $z = 0$, $\hat{\mathbf{V}}(0)$. En suite les n courants de terminaisons à $z = l$, $\hat{\mathbf{V}}(l)$ peut être obtenu à partir de l'équation (III.76b). Les $2n$ courants de terminaisons $\hat{\mathbf{I}}(0)$ et $\hat{\mathbf{I}}(l)$ peuvent être obtenus à partir des relations des charges de l'équation (III.72).

III.4.3 Représentation Mixte

Il y a quelques cas spéciaux où une terminaison ne peut pas être représenté en tant que de Thevenin équivalents généralisés ou en tant que circuit de Norton équivalents généralisés [25]. Par exemple, nous supposons certains conducteurs sont terminés par un court circuit à $z = 0$ au conducteur de référence. Alors, la représentation de Norton équivalente généralisée dans l'équation (III.72a) n'existe pas pour cette terminaison puisque l'admittance tende vers l'infini. Cependant, la représentation de Thevenin équivalente généralisée dans l'équation (7.66a) existe parce que le circuit est équivalent à une charge d'impédance nulle, qui est une entrée légitime dans \hat{Z}_s . En revanche, un des conducteurs peut être indéterminé, c.-à-d., il y a un circuit ouvert entre ce conducteur et le conducteur de référence. Dans ce cas-ci, nous devons employer la représentation équivalente généralisée de Norton (terminaison a admittance nul) puisque la représentation de Thevenin équivalente généralisée n'existe pas (terminaison a impédance infinie). Un exemple de ceci est généralement trouvé dans les lignes équilibrées de fil telles que des paires torsadés où aucun fil n'est relié au conducteur de référence. Ceci ce que nous appelons une représentation mixte des réseaux terminaux où un est représenté avec un circuit de Thevenin équivalent généralisé et l'autre est représenté avec un circuit de Norton équivalent généralisé.

Nous obtenons maintenant les équations à résoudre pour cette représentation mixte. En remplaçant les équations (III.66a) et (III.72b) dans la solution générale de l'équation (7.65).

$$\begin{bmatrix} (\hat{Z}_c + \hat{Z}_s) \hat{\Gamma}_I & (\hat{Z}_c - \hat{Z}_s) \hat{\Gamma}_I \\ (\hat{Y}_L \hat{Z}_c - 1_n) \hat{\Gamma}_I e^{-\hat{\gamma}l} & (\hat{Y}_L \hat{Z}_c + 1_n) \hat{\Gamma}_I e^{\hat{\gamma}l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_m^+ \\ \hat{I}_m^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{V}_s \\ \hat{I}_L \end{bmatrix} \quad (\text{III.77})$$

En utilisant la matrice des paramètres de chaîne, alors nous obtenons:

$$[\hat{\Phi}_{22} - \hat{\Phi}_{21} \hat{Z}_s - \hat{Y}_L \hat{\Phi}_{12} + \hat{Y}_L \hat{\Phi}_{11} \hat{Z}_s] \hat{\mathbf{i}}(0) = -\hat{I}_L - [\hat{\Phi}_{21} - \hat{Y}_L \hat{\Phi}_{11}] \hat{V}_s \quad (\text{III.78a})$$

$$\hat{V}(l) = \hat{\Phi}_{11} \hat{V}_s + [\hat{\Phi}_{12} - \hat{\Phi}_{11} \hat{Z}_s] \hat{\mathbf{i}}(0) \quad (\text{III.78b})$$

De même, en remplaçant les équations (III.72a) et (III.66b) dans la solution générale (III.65) alors nous avons:

$$\begin{bmatrix} (\hat{Y}_s \hat{Z}_c + 1_n) \hat{\Gamma}_I & (\hat{Y}_s \hat{Z}_c - 1_n) \hat{\Gamma}_I \\ (\hat{Z}_c - \hat{Z}_L) \hat{\Gamma}_I e^{-\hat{\gamma}l} & (\hat{Z}_c + \hat{Z}_L) \hat{\Gamma}_I e^{\hat{\gamma}l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_m^+ \\ \hat{I}_m^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{I}_s \\ \hat{V}_L \end{bmatrix} \quad (\text{III.79})$$

En utilisant la matrice des paramètres de chaîne, nous trouvons :

$$\left[\hat{\Phi}_{11} - \hat{\Phi}_{12} \hat{Y}_S - \hat{Z}_L \hat{\Phi}_{21} + \hat{Z}_L \hat{\Phi}_{22} \hat{Y}_S \right] \hat{V}(0) = \hat{V}_L - \left[\hat{\Phi}_{12} - \hat{Z}_L \hat{\Phi}_{22} \right] \hat{I}_S \quad (\text{III.80a})$$

$$\hat{I}(l) = \hat{\Phi}_{22} \hat{I}_S + \left[\hat{\Phi}_{21} - \hat{\Phi}_{22} \hat{Y}_S \right] \hat{V}(0) \quad (\text{III.80b})$$

La représentation mixte peut être caractérisée par des réseaux de charges avec des charges à court-circuit se trouvent dans un réseau de charges et des charges à circuit ouvert dans un autre réseau de charges. Comme nous pouvons trouver des réseaux de charges à court-circuit et à circuit ouvert se trouvent dans le même réseau qui nous pouvons les manipulés avec la formule générale suivante :

$$\hat{Y}_S \hat{V}(0) + \hat{Z}_S \hat{I}(0) = \hat{P}_S \quad (\text{III.81a})$$

$$\hat{Y}_L \hat{V}(l) - \hat{Z}_L \hat{I}(l) = \hat{P}_L \quad (\text{III.81b})$$

\hat{P}_S et \hat{P}_L contiennent les effets des sources indépendantes dans les charges. En remplaçant les expressions des lignes de courant et de tension donnés dans l'équation (III.65) alors nous obtenons le produit matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} (\hat{Y}_S \hat{Z}_c + \hat{Z}_S) \hat{I}_I & (\hat{Y}_S \hat{Z}_c - \hat{Z}_S) \hat{I}_I \\ (\hat{Y}_L \hat{Z}_c - \hat{Z}_L) \hat{I}_I e^{-\hat{\gamma}l} & (\hat{Y}_L \hat{Z}_c + \hat{Z}_L) \hat{I}_I e^{\hat{\gamma}l} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_m^+ \\ \hat{I}_m^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{P}_S \\ \hat{P}_L \end{bmatrix} \quad (\text{III.82})$$

III.5. Caractérisation Du Circuit à Eléments Localisés

Les notions de circuit à éléments localisés sont appliquées aux circuits dont leur dimension est électriquement petite c'est-à-dire ; λ où $\lambda = v/f$ est la longueur d'onde à la fréquence d'intérêt. Ceci suggère une autre approximation fréquemment utilisée dans les lignes multifilaires (MTL). En divisant la ligne en N sections de longueur. Si chacune de ces longueurs de section est électriquement petite à la fréquence d'intérêt $l/N \ll \lambda$, alors nous pouvons représenter chaque section avec un circuit à éléments localisés. Ceux-ci désigné sous le nom des structures à éléments localisés et itératives puisque la ligne doit être plus finement divisée plus la fréquence augmente.

La figure III.4 montre quelques structures à éléments localisés [19]. Nous observons que le paramètre total est le paramètre linéique multiplié par la longueur de section l/N . Ces structures sont appelées: éléments localisés Pi ou éléments localisés T.

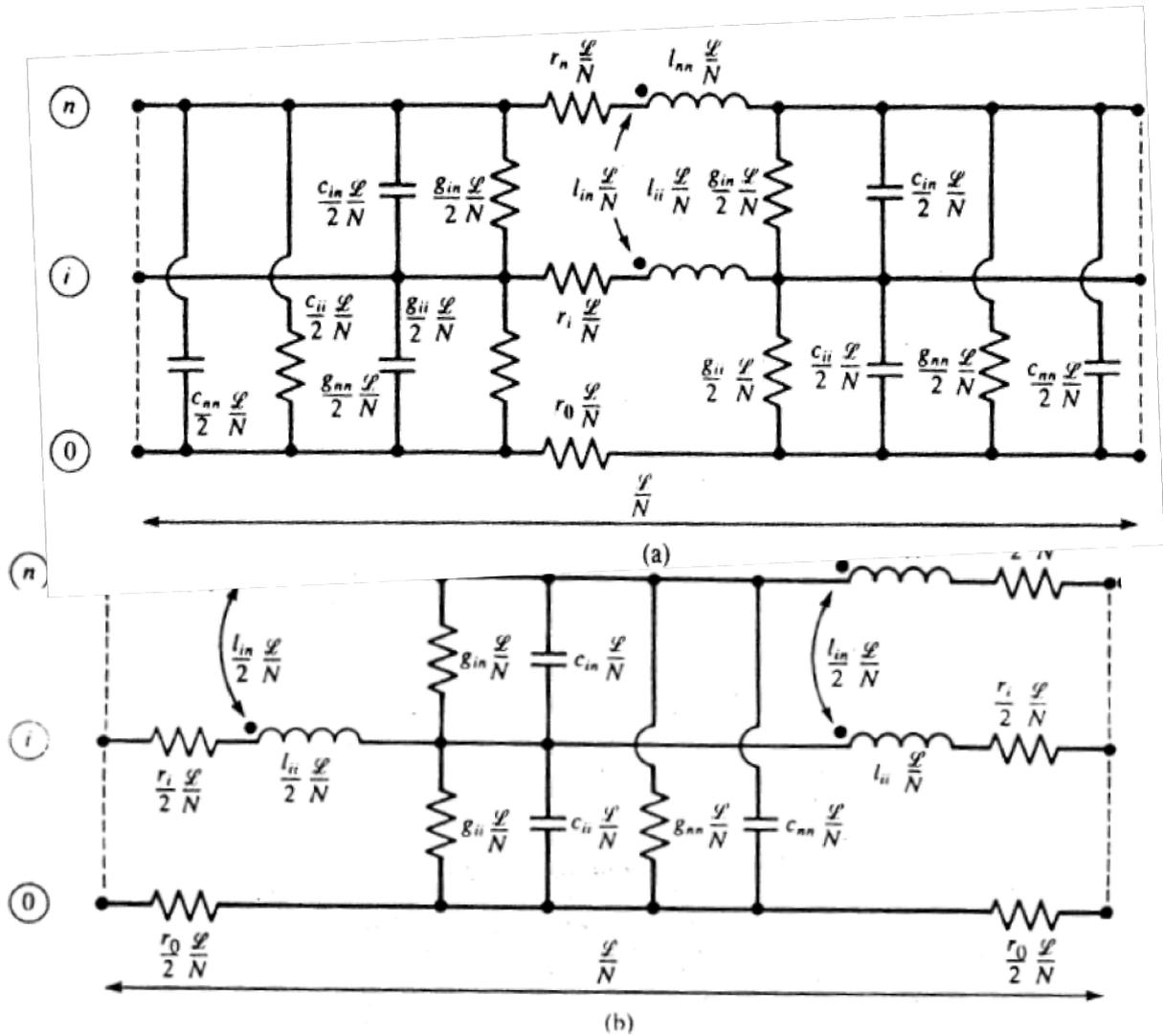


Figure III.3 Structures de circuit à éléments localisés itératives: (a) éléments localisés en Pi et (b) éléments localisés en T

$$\Phi_{Pi} = \begin{bmatrix} \left\{ 1_n + \frac{1}{2} \hat{Z} \hat{Y} \left(\frac{l}{N} \right)^2 \right\} & \left\{ -\hat{Z} \frac{l}{N} \right\} \\ \left\{ -\hat{Y} \frac{l}{N} - \frac{1}{4} \hat{Y} \hat{Z} \hat{Y} \left(\frac{l}{N} \right)^3 \right\} & \left\{ 1_n + \frac{1}{2} \hat{Y} \hat{Z} \left(\frac{l}{N} \right)^2 \right\} \end{bmatrix} \quad (\text{III.83a})$$

$$\Phi_T = \begin{bmatrix} \left\{ 1_n + \frac{1}{2} \hat{Z} \hat{Y} \left(\frac{l}{N} \right)^2 \right\} & \left\{ -\hat{Z} \frac{l}{N} - \frac{1}{4} \hat{Z} \hat{Y} \hat{Z} \left(\frac{l}{N} \right)^3 \right\} \\ \left\{ -\hat{Y} \frac{l}{N} \right\} & \left\{ 1_n + \frac{1}{2} \hat{Y} \hat{Z} \left(\frac{l}{N} \right)^2 \right\} \end{bmatrix} \quad (\text{III.83b})$$

La matrice de paramètre chaîne globale d'une ligne représentée en cascade de N sections à éléments localisés est donnée par :

$$\Phi = \Phi_{(\text{Pi},T)}^N \quad (\text{III.84})$$

Une fois que nous obtenons cette matrice de paramètre chaîne globale, les conditions aux extrémités sont incorporées comme décrit dans la section précédente pour donner les tensions et les courants de charges de la MTL. Nous pouvons des programmes d'analyse tels que **SPICE** utilisés pour analyser le circuit à éléments localisés pour obtenir la matrice de paramètre chaînes globale par l'intermédiaire de l'équation (III.84) et puis à incorporer les conditions aux extrémités.

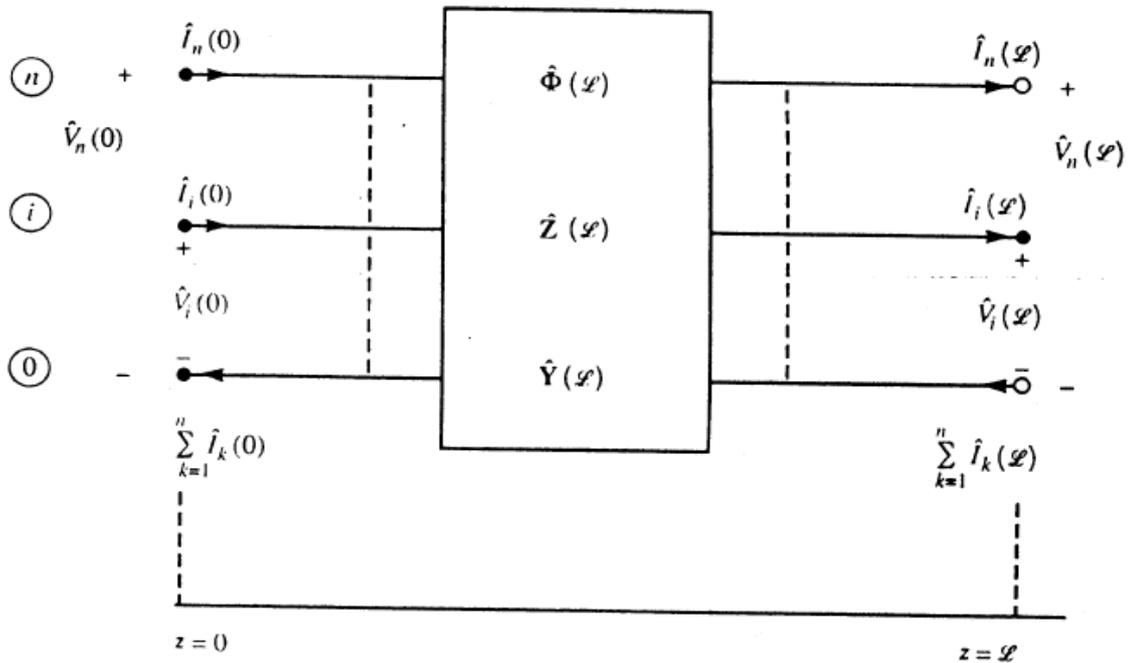


Figure III.4 : Représentation d'une MTL à 2n port avec sa matrice de paramètre de chaîne, sa matrice d'impédance Z, ou sa matrice d'admittance Y.

III.6 Caractérisations Alternatives 2n-Ports

Dans cette section, nous étudierons la caractérisation d'une MTL à deux port utilisant les paramètres chaîne, les paramètres Z et les paramètres Y . Nous concéderons la MTL comme ayant $2n$ -ports, n ports à gauche et n ports à droite. Par conséquent, nous cherchons les représentations qui relient les n tensions et les n courants pour $\hat{V}(0)$ et $\hat{I}(0)$, avec les n tensions et les n courants pour $\hat{V}(l)$ et $\hat{I}(l)$ (voir la figure III.4).

III.6.1 Analogie des équations des lignes multifilaires dans le domaine fréquentiel avec les équations à variables d'états

Reconsidérons les équations d'une ligne de transmission de $(n+1)$ conducteurs donnée par l'équation (III.4). En écrivant ces équations sous la forme matricielle alors:

$$\frac{d}{dz} \hat{X}(z) = \hat{A} \hat{X}(z) \quad (\text{III.85a})$$

où

$$\hat{X}(z) = \begin{bmatrix} \hat{V}(z) \\ \hat{I}(z) \end{bmatrix} \quad (\text{III.85b})$$

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} 0 & -\hat{Z} \\ -\hat{Y} & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{III.85c})$$

Ce sont des équations ordinaires de premier ordre. Dans ces caractéristiques, le temps t est la variable indépendante, tandis que la variable indépendante pour les équations de MTL est le variable z . Néanmoins, nous pouvons directement adapter les solutions connues de ces équations à la solution des équations de MTL en remplaçant simplement le variable t par z . Par conséquent, les solutions des équations de MTL dans (III.85) se trouve dans [5,22,23]

$$\hat{X}(z_2) = \hat{\Phi}(z_2 - z_1) \hat{X}(z_1) \quad (\text{III.86})$$

Nous supposons que les deux positions des points sur la ligne sont tels que $z_2 > z_1$, la matrice $\hat{\Phi}$ ($2n \times 2n$) s'appelle la matrice de transition. Dans notre terminologie, $\hat{\Phi}$ est la matrice de paramètre chaîne. Par conséquent, nous pouvons écrire ceci par :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} \hat{V}(z_2) \\ \hat{I}(z_2) \end{bmatrix}}_{\hat{X}(z_2)} = \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11}(z_2 - z_1) & \hat{\Phi}_{12}(z_2 - z_1) \\ \hat{\Phi}_{21}(z_2 - z_1) & \hat{\Phi}_{22}(z_2 - z_1) \end{bmatrix}}_{\hat{\Phi}(z_2 - z_1)} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{V}(z_1) \\ \hat{I}(z_1) \end{bmatrix}}_{\hat{X}(z_1)} \quad (\text{III.87})$$

Si nous choisissons $z_2 = l$ et $z_1 = 0$, alors nous obtenons la matrice de paramètre chaîne $\hat{\Phi}$ pour la ligne globale, qui est $2n \times 2n$:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{V}(l) \\ \hat{I}(l) \end{bmatrix} &= \hat{\Phi}(l) \begin{bmatrix} \hat{V}(0) \\ \hat{I}(0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11}(l) & \hat{\Phi}_{12}(l) \\ \hat{\Phi}_{21}(l) & \hat{\Phi}_{22}(l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{V}(0) \\ \hat{I}(0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.88})$$

En faisant l'analogie directe entre les équations d'un système à éléments localisés et les équations de MTL, nous pouvons utiliser quelques propriétés importantes de la matrice de paramètre chaîne pour avoir la solution d'équation avec t remplacé par z [25] :

$$\hat{\Phi}(0) = 1_{2n} \quad (\text{III.89})$$

$$\hat{\Phi}^{-1}(l) = \hat{\Phi}(-l) \quad (\text{III.90})$$

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}(l) &= e^{\hat{A}l} \\ &= 1_{2n} + \frac{l}{1!} \hat{A} + \frac{l^2}{2!} \hat{A}^2 + \frac{l^3}{3!} \hat{A}^3 + \dots \end{aligned} \quad (\text{III.91})$$

En utilisant la propriété de la matrice de paramètre chaîne inverse donnée dans l'équation (7.111) pour donner l'inverse de l'équation (7.109) qui est le suivant :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{V}(0) \\ \hat{I}(0) \end{bmatrix} &= \hat{\Phi}^{-1}(l) \begin{bmatrix} \hat{V}(l) \\ \hat{I}(l) \end{bmatrix} \\ &= \hat{\Phi}(-l) \begin{bmatrix} \hat{V}(l) \\ \hat{I}(l) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.92})$$

Ce dernier ce voit comme simple inversion de l'axe de la ligne (en remplaçant z par $-z$) qui est semblable à l'inversion en temps pour la matrice transition des systèmes à éléments localisés et la ligne est réciproque (en supposant que le milieu environnant est linéaire et isotrope). Nous trouverons ces propriétés très importantes pour l'interprétation de la solution d'équation de MTL.

Nous supposons deux sections de ligne identiques, chacune a une longueur l_1 et l_2 , caractérisé par les matrices de paramètre chaînes $\hat{\Phi}(l_1)$ et $\hat{\Phi}(l_2)$ qui sont cascades suivant les indications de la figure III.5. La matrice de paramètre chaîne globale est le produit de ces derniers $\hat{\Phi}(l_2) \hat{\Phi}(l_1)$, dans l'ordre approprié, mais c'est la matrice de paramètre chaîne d'une ligne dont la longueur totale est $\hat{\Phi}(l_1) + \hat{\Phi}(l_2)$. Par conséquent, nous arrivons à une autre propriété de la matrice paramètre chaîne :

$$\hat{\Phi}(l_1 + l_2) = \hat{\Phi}(l_2) \hat{\Phi}(l_1) \quad (\text{III.93})$$

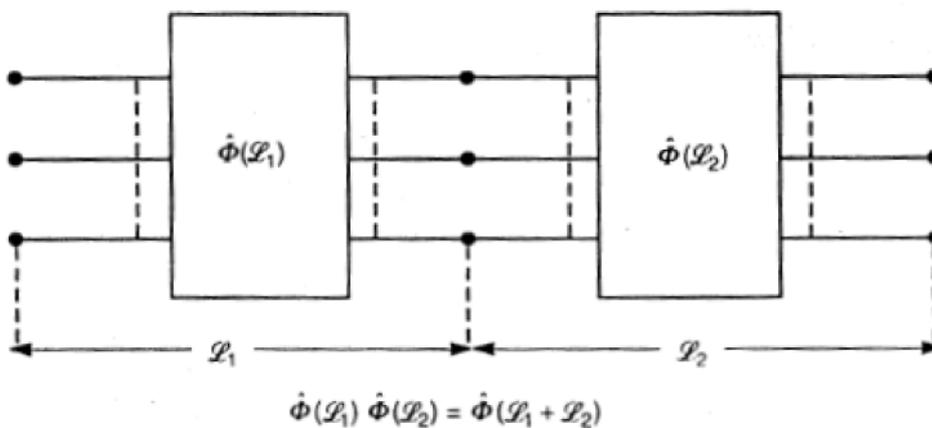


Figure III.5 : Schéma d'une matrice de paramètre chaîne identité.

En appliquant cette propriété sur l'inverse de la matrice de paramètre chaîne dans l'équation (III.90) alors:

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}(l) \hat{\Phi}(-l) &= \hat{\Phi}(l + (-l)) \\ &= \hat{\Phi}(0) \\ &= \mathbf{1}_{2n} \end{aligned} \quad (\text{III.90})$$

III.6.2 Caractérisation de ligne 2n-Ports par utilisation des Paramètre Chaîne

Les tensions et les courants aux deux extrémités de la ligne sont reliées avec la matrice de paramètre chaîne comme suit:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}(l) \\ \hat{\mathbf{I}}(l) \end{bmatrix} &= \hat{\Phi}(l) \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}(0) \\ \hat{\mathbf{I}}(0) \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11}(l) & \hat{\Phi}_{12}(l) \\ \hat{\Phi}_{21}(l) & \hat{\Phi}_{22}(l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{V}}(0) \\ \hat{\mathbf{I}}(0) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{III.88})$$

Ceci correspond à concéder les $(n+1)$ ligne de conducteur comme $2n$ -port, comme montre la figure III.4. Le but derrière les solutions des équations de MTL est de déterminer les entrées des sous matrices $\hat{\Phi}_{ij}$.

Les solutions générales des équations de MTL sont données à partir des transformations de similitude de l'équation (III.65). Nous évaluons ces équations à $z = 0$ et $z = l$ et négligeons $\hat{\mathbf{I}}_m^+$ alors nous trouvons les sous matrices de paramètre chaîne [19].

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{11}(l) &= \frac{1}{2} \hat{\mathbf{Y}}^{-1} \hat{\mathbf{T}}_l (e^{\hat{\gamma}l} + e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_l^{-1} \hat{\mathbf{Y}} \\ &= \frac{1}{2} \hat{\mathbf{Z}}_c \hat{\mathbf{T}}_l (e^{\hat{\gamma}l} + e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_l^{-1} \hat{\mathbf{Y}}_c \end{aligned} \quad (\text{III.94a})$$

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{12}(l) &= -\frac{1}{2} \hat{\mathbf{Y}}^{-1} \hat{\mathbf{T}}_l \hat{\gamma} (e^{\hat{\gamma}l} - e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_l^{-1} \\ &= -\frac{1}{2} \hat{\mathbf{Z}}_c [\hat{\mathbf{T}}_l (e^{\hat{\gamma}l} - e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_l^{-1}] \end{aligned} \quad (\text{III.94b})$$

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{21}(l) &= -\frac{1}{2} \hat{\mathbf{T}}_l (e^{\hat{\gamma}l} - e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\gamma}^{-1} \hat{\mathbf{T}}_l^{-1} \hat{\mathbf{Y}} \\ &= -\frac{1}{2} [\hat{\mathbf{T}}_l (e^{\hat{\gamma}l} - e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_l^{-1}] \hat{\mathbf{Y}}_c \end{aligned} \quad (\text{III.94c})$$

$$\hat{\Phi}_{22}(l) = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{T}}_l (e^{\hat{\gamma}l} + e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_l^{-1} \quad (\text{III.94d})$$

Avec $\hat{\mathbf{Y}}_c = \hat{\mathbf{Z}}_c^{-1}$

Nous observons que l'égalité dans l'équation (7.89) $\hat{\Phi}(0) = \mathbf{1}_{2n}$ est satisfaite.

Nous pouvons obtenir une forme alternative en développant les équations (III.33a) et (III.33b) à $z = 0$ et $z = l$ avec l'élimination de $\hat{\mathbf{V}}_m^+$

$$\hat{\Phi}_{11}(l) = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{T}}_V (e^{\hat{\gamma}l} + e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \quad (\text{III.95a})$$

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{12}(l) &= -\frac{1}{2} \hat{\mathbf{T}}_V (e^{\hat{\gamma}l} - e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{Y}}^{-1} \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\mathbf{Z}} \\ &= -\frac{1}{2} [\hat{\mathbf{T}}_V (e^{\hat{\gamma}l} - e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_V^{-1}] \hat{\mathbf{Z}} \mathbf{c} \end{aligned} \quad (\text{III.95b})$$

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{21}(l) &= -\frac{1}{2} \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \hat{\mathbf{T}}_V \hat{\mathbf{Y}} (e^{\hat{\gamma}l} - e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \\ &= -\frac{1}{2} \hat{\mathbf{Y}} \mathbf{c} [\hat{\mathbf{T}}_V (e^{\hat{\gamma}l} - e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_V^{-1}] \end{aligned} \quad (\text{III.95c})$$

$$\begin{aligned} \hat{\Phi}_{22}(l) &= \frac{1}{2} \hat{\mathbf{Z}}^{-1} \hat{\mathbf{T}}_V (e^{\hat{\gamma}l} + e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\mathbf{Z}} \\ &= \frac{1}{2} \hat{\mathbf{Y}} \mathbf{c} \hat{\mathbf{T}}_V (e^{\hat{\gamma}l} + e^{-\hat{\gamma}l}) \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\mathbf{Z}} \mathbf{c} \end{aligned} \quad (\text{III.95d})$$

III.6.3. Propriétés des paramètres chaînes matricielles

Dans cette section, nous définirons certaines analogies matricielles de la solution de deux conducteurs [23]. D'abord, nous définissons la racine carrée d'une matrice, alors la racine carrée d'une matrice est définie comme quantité qui une fois multipliée par elle-même donne la quantité originale $\sqrt{\mathbf{M}}\sqrt{\mathbf{M}} = \mathbf{M}$. En rappelant la diagonalisation de base :

$$\hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{T}}_I = \hat{\gamma}^2 \quad (\text{III.96})$$

Nous pouvons définir la racine carrée du produit des matrice par

$$\sqrt{\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}} = \hat{\mathbf{T}}_I \hat{\gamma} \hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \quad (\text{III.97})$$

En utilisant la formule (III.96) nous pouvons vérifier le produit matriciel suivant:

$$\begin{aligned} \sqrt{\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}} \sqrt{\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}} &= \hat{\mathbf{T}}_I \hat{\gamma} \hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \hat{\mathbf{T}}_I \hat{\gamma} \hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \\ &= \hat{\mathbf{T}}_I \hat{\gamma}^2 \hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \\ &= \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}} \end{aligned} \quad (\text{III.98})$$

De même, la transformation $\hat{\mathbf{T}}_V$ diagonalise $\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}}$ ($\hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{T}}_V = \hat{\gamma}^2$). Par conséquent, il est logique de définir la racine carrée de $\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}}$

$$\sqrt{\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}}} = \hat{\mathbf{T}}_V \hat{\gamma} \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \quad (\text{III.99})$$

À partir du tableau III.1, nous obtenons $\hat{\mathbf{T}}_I \hat{\gamma} \hat{\mathbf{T}}_I^{-1} = \hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{T}}_V \hat{\gamma} \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\mathbf{Y}}^{-1}$ et $\hat{\mathbf{T}}_V \hat{\gamma} \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} = \hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{T}}_I \hat{\gamma} \hat{\mathbf{T}}_I^{-1} \hat{\mathbf{Z}}^{-1}$.

Par conséquent $\sqrt{\hat{\mathbf{Z}} \hat{\mathbf{Y}}}$ et $\sqrt{\hat{\mathbf{Y}} \hat{\mathbf{Z}}}$ sont reliées par :

$$\begin{aligned}\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}} &= \hat{Y}^{-1}\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}\hat{Y} \\ &= \hat{Z}\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}\hat{Z}^{-1}\end{aligned}\quad (\text{III.100})$$

La matrice d'impédance caractéristique peut être écrite, symboliquement par :

$$\begin{aligned}\hat{Z}_c &= \hat{Y}^{-1}\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} = \hat{Z}\left[\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}\right]^{-1} \\ &= \sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}\hat{Y}^{-1} = \left[\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}\right]^{-1}\hat{Z}\end{aligned}\quad (\text{III.101a})$$

$$\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}} = \hat{Z}_c\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}\hat{Y}_c \quad (\text{III.101b})$$

Des définitions symboliques additionnelles peuvent être obtenues pour l'analogie directe aux deux conducteurs en définissant les fonctions hyperboliques de la matrice. D'abord, nous définissons les exponentiels de la matrice :

$$e^{\hat{\gamma}l} = 1_n + \frac{l}{1!}\hat{\gamma} + \frac{l^2}{2!}\hat{\gamma}^2 + \dots \quad (\text{III.102a})$$

$$e^{\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l} = 1_n + \frac{l}{1!}\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} + \frac{l^2}{2!}\left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}\right)^2 + \dots \quad (\text{III.102b})$$

$$e^{\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l} = \hat{T}_l e^{\hat{\gamma}l} \hat{T}_l^{-1} \quad (\text{III.102c})$$

$$e^{\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}l} = 1_n + \frac{l}{1!}\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}} + \frac{l^2}{2!}\left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}\right)^2 + \dots \quad (\text{III.102d})$$

$$e^{\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}l} = \hat{T}_v e^{\hat{\gamma}l} \hat{T}_v^{-1} \quad (\text{III.102e})$$

En remplaçant les relations dans (7.121) et (7.122) alors nous trouvons :

$$\begin{aligned}e^{\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}l} &= \hat{Y}^{-1}e^{\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l}\hat{Y} \\ &= \hat{Z}_c e^{\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l}\hat{Y}_c\end{aligned}\quad (\text{III.103})$$

En termes des exponentiels des matrices, nous pouvons définir les fonctions hyperboliques matricielles suivant :

$$\begin{aligned}
 \cosh\left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l\right) &= \frac{1}{2}\left(e^{\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l} + e^{-\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l}\right) \\
 &= 1_n + \frac{l^2}{2!}\left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}\right)^2 + \frac{l^4}{4!}\left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}\right)^4 + \dots \\
 &= \frac{1}{2}\hat{T}_l\left(e^{\hat{\gamma}l} + e^{-\hat{\gamma}l}\right)\hat{T}_l^{-1}
 \end{aligned} \tag{III.104a}$$

$$\begin{aligned}
 \sinh\left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l\right) &= \frac{1}{2}\left(e^{\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l} - e^{-\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l}\right) \\
 &= \frac{l}{1!}\left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}\right) + \frac{l^3}{3!}\left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}\right)^3 + \dots \\
 &= \frac{1}{2}\hat{T}_l\left(e^{\hat{\gamma}l} - e^{-\hat{\gamma}l}\right)\hat{T}_l^{-1}
 \end{aligned} \tag{III.104b}$$

De même, pour $\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}} = \hat{Y}^{-1}\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}\hat{Y}$ en utilisant les identités du tableau III.1, alors nous trouvons :

$$\begin{aligned}
 \cosh\left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}l\right) &= \frac{1}{2}\left(e^{\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}l} + e^{-\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}l}\right) \\
 &= 1_n + \frac{l^2}{2!}\left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}\right)^2 + \frac{l^4}{4!}\left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}\right)^4 + \dots \\
 &= \frac{1}{2}\hat{Y}^{-1}\hat{T}_l\left(e^{\hat{\gamma}l} + e^{-\hat{\gamma}l}\right)\hat{T}_l^{-1}\hat{Y} \\
 &= \frac{1}{2}\hat{Z}_c\hat{T}_l\left(e^{\hat{\gamma}l} + e^{-\hat{\gamma}l}\right)\hat{T}_l^{-1}\hat{Y}_c \\
 &= \hat{Z}_c\cosh\left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l\right)\hat{Y}_c
 \end{aligned} \tag{III.105a}$$

$$\begin{aligned}
 \sinh\left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}l\right) &= \frac{1}{2}\left(e^{\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}l} - e^{-\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}l}\right) \\
 &= \frac{l}{1!}\left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}\right) + \frac{l^3}{3!}\left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}}\right)^3 + \dots \\
 &= \frac{1}{2}\hat{Y}^{-1}\hat{T}_l\left(e^{\hat{\gamma}l} - e^{-\hat{\gamma}l}\right)\hat{T}_l^{-1}\hat{Y} \\
 &= \frac{1}{2}\hat{Z}_c\hat{T}_l\left(e^{\hat{\gamma}l} - e^{-\hat{\gamma}l}\right)\hat{T}_l^{-1}\hat{Y}_c \\
 &= \hat{Z}_c\sinh\left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l\right)\hat{Y}_c
 \end{aligned} \tag{III.105b}$$

En termes de ces définitions symboliques, les sous matrices de paramètre chaîne dans les formules (III.94) sont écrivent par:

$$\begin{aligned}
 \hat{\Phi}_{11}(l) &= \cosh \left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}} l \right) \\
 &= \hat{Y}^{-1} \cosh \left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} l \right) \hat{Y} \\
 &= \hat{Z}c \cosh \left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} l \right) \hat{Y}c
 \end{aligned} \tag{III.106a}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{\Phi}_{12}(l) &= -\hat{Z}c \sinh \left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} l \right) \\
 &= -\sinh \left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}} l \right) \hat{Z}c
 \end{aligned} \tag{III.106b}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{\Phi}_{21}(l) &= -\hat{Y}c \sinh \left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}} l \right) \\
 &= -\sinh \left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} l \right) \hat{Y}c
 \end{aligned} \tag{III.106c}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{\Phi}_{22}(l) &= \cosh \left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} l \right) \\
 &= \hat{Y} \cosh \left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}} l \right) \hat{Y}^{-1} \\
 &= \hat{Y}c \cosh \left(\sqrt{\hat{Z}\hat{Y}} l \right) \hat{Z}c
 \end{aligned} \tag{III.106d}$$

L'identité finale de paramètre chaîne est obtenue en multipliant la matrice de paramètre chaîne par son inverse avec utilisation de l'inverse de la matrice de paramètre chaînes donnée dans l'équation (III.90) :

$$\begin{aligned}
 \hat{\Phi}(l)\hat{\Phi}^{-1}(l) &= \mathbf{1}_{2n} \\
 &= \hat{\Phi}(l)\hat{\Phi}(-l)
 \end{aligned} \tag{III.107a}$$

$$\begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11}(l) & \hat{\Phi}_{12}(l) \\ \hat{\Phi}_{21}(l) & \hat{\Phi}_{22}(l) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\Phi}_{11}(-l) & \hat{\Phi}_{12}(-l) \\ \hat{\Phi}_{21}(-l) & \hat{\Phi}_{22}(-l) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_n & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1}_n \end{bmatrix} \tag{III.107b}$$

$$\hat{\Phi}_{11}(l)\hat{\Phi}_{11}(-l) + \hat{\Phi}_{12}(l)\hat{\Phi}_{21}(-l) = \mathbf{1}_n \tag{III.108a}$$

$$\hat{\Phi}_{11}(l)\hat{\Phi}_{12}(-l) + \hat{\Phi}_{12}(l)\hat{\Phi}_{22}(-l) = \mathbf{0} \tag{III.108b}$$

$$\hat{\Phi}_{21}(l)\hat{\Phi}_{11}(-l) + \hat{\Phi}_{22}(l)\hat{\Phi}_{21}(-l) = \mathbf{0} \tag{III.108c}$$

$$\hat{\Phi}_{21}(l)\hat{\Phi}_{12}(-l) + \hat{\Phi}_{22}(l)\hat{\Phi}_{22}(-l) = \mathbf{1}_n \tag{III.108d}$$

La substitution de la forme donnée dans l'équation (III.85c) dans les séries infinies de la matrice de paramètre chaîne de l'équation (III.91) nous donne :

$$\hat{\Phi}_{11}(l) = \mathbf{1}_n + \frac{l^2}{2!} (\hat{Z}\hat{Y})^2 + \frac{l^4}{4!} [\hat{Z}\hat{Y}]^4 + \dots \tag{III.109b}$$

$$\hat{\Phi}_{12}(l) = -\frac{l}{1!} \hat{Z} - \frac{l^3}{3!} [\hat{Z}\hat{Y}] \hat{Z} - \frac{l^5}{5!} [\hat{Z}\hat{Y}]^2 \hat{Z} + \dots \quad (\text{III.109a})$$

$$\hat{\Phi}_{21}(l) = -\frac{l}{1!} \hat{Y} - \frac{l^3}{3!} [\hat{Y}\hat{Z}] \hat{Y} - \frac{l^5}{5!} [\hat{Y}\hat{Z}]^2 \hat{Y} + \dots \quad (\text{III.109d})$$

$$\hat{\Phi}_{22}(l) = 1_n + \frac{l^2}{2!} \hat{Y}\hat{Z} + \frac{l^4}{4!} [\hat{Y}\hat{Z}]^2 + \dots \quad (\text{III.109c})$$

En remarquant de ces séries des sous matrices de paramètre chaîne les égalités suivantes :

$$\hat{\Phi}_{11}(-l) = \hat{\Phi}_{11}(l) \quad (\text{III.110a})$$

$$\hat{\Phi}_{12}(-l) = -\hat{\Phi}_{12}(l) \quad (\text{III.110b})$$

$$\hat{\Phi}_{21}(-l) = -\hat{\Phi}_{21}(l) \quad (\text{III.110c})$$

$$\hat{\Phi}_{22}(-l) = \hat{\Phi}_{22}(l) \quad (\text{III.110d})$$

Le remplacement de ces égalités dans (III.108) donne les identités suivantes pour les sous matrices de paramètre chaîne suivante :

$$\hat{\Phi}_{12}(l)\hat{\Phi}_{22}(l)\hat{\Phi}_{12}^{-1}(l)\hat{\Phi}_{11}(l) - \hat{\Phi}_{12}(l)\hat{\Phi}_{21}(l) = 1_n \quad (\text{III.111a})$$

$$\hat{\Phi}_{21}(l)\hat{\Phi}_{11}(l)\hat{\Phi}_{21}^{-1}(l)\hat{\Phi}_{22}(l) - \hat{\Phi}_{21}(l)\hat{\Phi}_{12}(l) = 1_n \quad (\text{III.111b})$$

$$\hat{\Phi}_{12}(l)\hat{\Phi}_{22}(l)\hat{\Phi}_{12}^{-1}(l) = \hat{\Phi}_{11}(l) \quad (\text{III.111c})$$

$$\hat{\Phi}_{21}(l)\hat{\Phi}_{11}(l)\hat{\Phi}_{21}^{-1}(l) = \hat{\Phi}_{22}(l) \quad (\text{III.111d})$$

$$\hat{\Phi}_{22}^t(l) = \hat{\Phi}_{11}(l) \quad (\text{III.111e})$$

La dernière identité vient des série des équations (III.109) et du fait que \hat{Z} et \hat{Y} sont symétriques. Ces identités se sont avérées être de valeur considérable pour réduire les grandes expressions de matrice qui résultent de la solution des équations de MTL [22, 23].

III.6.4. Caractérisation par utilisation des matrices impédances et admittances

La matrice de paramètre chaîne n'est pas la seule manière pour relier les tensions et les courants d'une ligne multifilaire de 2n-port. D'autres manières évidentes sont les paramètres d'impédance [5]

$$\begin{bmatrix} \hat{V}(0) \\ \hat{V}(l) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{Z}_{11} & \hat{Z}_{12} \\ \hat{Z}_{21} & \hat{Z}_{22} \end{bmatrix}}_{\hat{Z}(l)} \begin{bmatrix} \hat{I}(0) \\ -\hat{I}(l) \end{bmatrix} \quad (\text{III.112})$$

Et les paramètres d'admittance sont [A.2]:

$$\begin{bmatrix} \hat{I}(0) \\ -\hat{I}(l) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} \end{bmatrix}}_{\hat{Y}(l)} \begin{bmatrix} \hat{V}(0) \\ \hat{V}(l) \end{bmatrix} \quad (\text{III.113})$$

Les courants aux deux extrémités $\hat{I}(0)$ et $-\hat{I}(l)$ sont définis comme étant dirigé dans le 2n-port selon la supposition habituelle. Ces représentations alternatives peuvent être obtenues à partir des sous matrices de paramètre chaîne. Par exemple, les sous matrices de paramètre d'impédance sont définis par l'équation (III.112), et les courants sont égaux à zéro alors :

$$\hat{V}(l) = -\hat{Z}_{22} \hat{I}(l) \Big|_{\hat{I}(0)=0} \quad (\text{III.114a})$$

$$\hat{V}(0) = -\hat{Z}_{12} \hat{I}(l) \Big|_{\hat{I}(0)=0} \quad (\text{III.114b})$$

$$\hat{V}(l) = \hat{Z}_{21} \hat{I}(0) \Big|_{\hat{I}(l)=0} \quad (\text{III.114c})$$

$$\hat{V}(0) = \hat{Z}_{11} \hat{I}(0) \Big|_{\hat{I}(l)=0} \quad (\text{III.114d})$$

À partir de la matrice de paramètre chaîne, en posant $\hat{I}(0) = 0$, nous obtenons :

$$\hat{V}(l) = \hat{\Phi}_{11} \hat{V}(0) \Big|_{\hat{I}(0)=0} \quad (\text{III.115a})$$

$$\hat{I}(l) = \hat{\Phi}_{21} \hat{V}(0) \Big|_{\hat{I}(0)=0} \quad (\text{III.115b})$$

Après développement nous obtenons :

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{22} &= -\hat{\Phi}_{11} \hat{\Phi}_{21}^{-1} \\ &= -\hat{\Phi}_{21}^{-1} \hat{\Phi}_{11} \end{aligned} \quad (\text{III.116a})$$

$$\hat{Z}_{12} = -\hat{\Phi}_{21}^{-1} \quad (\text{III.116b})$$

Nous avons utilisé l'identité de paramètre chaîne donnée d'équation (III.111d) dans (III.116a).

De même, en posant $\hat{I}(l) = 0$ dans la matrice de paramètre chaîne nous obtenons :

$$\hat{V}(l) = \hat{\Phi}_{11} \hat{V}(0) + \hat{\Phi}_{12} \hat{I}(0) \quad (\text{III.117a})$$

$$0 = \hat{\Phi}_{21} \hat{V}(0) + \hat{\Phi}_{22} \hat{I}(0) \quad (\text{III.117b})$$

Alors

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{21} &= \hat{\Phi}_{12} - \hat{\Phi}_{11} \hat{\Phi}_{21}^{-1} \hat{\Phi}_{22} \\ &= -\hat{\Phi}_{21}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{III.118a})$$

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{11} &= -\hat{\Phi}_{21}^{-1} \hat{\Phi}_{22} \\ &= -\hat{\Phi}_{11} \hat{\Phi}_{21}^{-1} \end{aligned} \quad (\text{III.118b})$$

Nous avons employé les identités de la matrice de paramètre chaîne données dans l'équation (III.111b) et (III.111d) pour donner les formes équivalentes de ces paramètres d'impédance, qui démontrent que la ligne est réciproque c.-à-d, $\hat{Z}_{11} = \hat{Z}_{22}$ et $\hat{Z}_{12} = \hat{Z}_{21}$. En substituant les relations des divers sous matrices de paramètre chaîne donnée dans l'équation (III.94) et (III.106).

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{11} &= \hat{Z}_{22} \\ &= \hat{Y}^{-1} \hat{T}_l \hat{\gamma} \left(e^{\hat{\gamma} l} - e^{-\hat{\gamma} l} \right)^{-1} \left(e^{\hat{\gamma} l} + e^{-\hat{\gamma} l} \right) \hat{T}_l^{-1} \\ &= \hat{Z}_c \left[\sinh(\sqrt{\hat{Y} \hat{Z}} l) \right]^{-1} \cosh(\sqrt{\hat{Y} \hat{Z}} l) \\ &= \cosh(\sqrt{\hat{Z} \hat{Y}} l) \left[\sinh(\sqrt{\hat{Z} \hat{Y}} l) \right]^{-1} \hat{Z}_c \end{aligned} \quad (\text{III.119a})$$

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{12} &= \hat{Z}_{21} \\ &= 2 \hat{Y}^{-1} \hat{T}_l \hat{\gamma} \left(e^{\hat{\gamma} l} - e^{-\hat{\gamma} l} \right)^{-1} \hat{T}_l^{-1} \\ &= \hat{Z}_c \left[\sinh(\sqrt{\hat{Y} \hat{Z}} l) \right]^{-1} \\ &= \left[\sinh(\sqrt{\hat{Z} \hat{Y}} l) \right]^{-1} \hat{Z}_c \end{aligned} \quad (\text{III.119b})$$

Les paramètres d'admittance peuvent également être dérivés des paramètres chaîne de manière semblable ou en se rendant compte que la matrice de paramètre d'admittance est l'inverse de la matrice de paramètre d'impédance :

$$\begin{aligned}
 \hat{Y}_{11} &= \hat{Y}_{22} \\
 &= -\Phi_{12}^{-1} \Phi_{11} \\
 &= -\Phi_{22} \Phi_{12}^{-1} \\
 &= \hat{T}_I \left(e^{\hat{\gamma} l} - e^{-\hat{\gamma} l} \right)^{-1} \left(e^{\hat{\gamma} l} + e^{-\hat{\gamma} l} \right) \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_I^{-1} \hat{Y} \\
 &= \left[\sinh \left(\sqrt{\hat{Y} \hat{Z} l} \right) \right]^{-1} \cosh \left(\sqrt{\hat{Y} \hat{Z} l} \right) \hat{Y} c \\
 &= \hat{Y} c \cosh \left(\sqrt{\hat{Z} \hat{Y} l} \right) \left[\sinh \left(\sqrt{\hat{Z} \hat{Y} l} \right) \right]^{-1} \tag{III.120a}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \hat{Y}_{12} &= \hat{Y}_{21} \\
 &= \Phi_{12}^{-1} \\
 &= -2\hat{T}_I \left(e^{\hat{\gamma} l} - e^{-\hat{\gamma} l} \right)^{-1} \hat{\gamma}^{-1} \hat{T}_I^{-1} \hat{Y} \\
 &= -\left[\sinh \left(\sqrt{\hat{Y} \hat{Z} l} \right) \right]^{-1} \hat{Y} c \\
 &= -\hat{Y} c \left[\sinh \left(\sqrt{\hat{Z} \hat{Y} l} \right) \right]^{-1} \tag{III.120b}
 \end{aligned}$$

Les circuits à élément localisés Pi et T de la figure III.3 (a) et (b) peuvent également être obtenus à partir des paramètres d'impédance et d'admittance. Par exemple, En écrivant les paramètres d'impédance comme suit :

$$\begin{aligned}
 \hat{V}(0) &= \left(\hat{Z}_{11} - \hat{Z}_{12} \right) \hat{I}(0) + \hat{Z}_{12} \left(\hat{I}(0) - \hat{I}(l) \right) \\
 \hat{V}(l) &= \hat{Z}_{12} \left(\hat{I}(0) - \hat{I}(l) \right) + \left(\hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{12} \right) \left(-\hat{I}(l) \right) \tag{III.121}
 \end{aligned}$$

Si la ligne est électriquement petite à la fréquence d'intérêt, alors nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \hat{Z}_{11} - \hat{Z}_{12} &= \hat{Z}_c \left[\sinh \left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} l \right) \right]^{-1} \left\{ \cosh \left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} l \right) - 1_n \right\} \\
 &= \hat{Z}_c \left[\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} l \right]^{-1} \left\{ \frac{l^2}{2} \left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} \right)^2 \right\} \\
 &= \hat{Z}_c \frac{l}{2} \sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} \\
 &= \hat{Z} \frac{l}{2}
 \end{aligned} \tag{III.122a}$$

Où nous avons employé les expansions de série de l'équation (III.104) et l'identité de l'équation (III.101a):

$$\begin{aligned}
 \hat{Z}_{12} &= \hat{Z}_c \left[\sinh \left(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} l \right) \right]^{-1} \\
 &= \hat{Z}_c \left[\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} l \right]^{-1} \\
 &= \hat{Y}^{-1} l^{-1}
 \end{aligned} \tag{III.122b}$$

La substitution de l'équation (III.122) dans (III.121) donne le circuit à éléments localisés T représenté sur la figure III.3 (b) puisque les branches verticales ont l'admittance $\hat{Z}_{12}^{-1} = \hat{Y} l$ et les branches horizontales ont les impédances $\hat{Z}_{11} - \hat{Z}_{12} = \hat{Z}_{22} - \hat{Z}_{21} = \hat{Z} l / 2$. De même, les paramètres d'admittances de l'équation (III.113) peuvent être écrits comme suit :

$$\begin{aligned}
 \hat{I}(0) &= \left(\hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{12} \right) \hat{V}(0) - \hat{Y}_{12} \left(\hat{V}(0) - \hat{V}(l) \right) \\
 -\hat{I}(l) &= -\hat{Y}_{12} \left(\hat{V}(l) - \hat{V}(0) \right) + \left(\hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{12} \right) \hat{V}(l)
 \end{aligned} \tag{III.123}$$

Si la ligne est électriquement petite à la fréquence d'intérêt, alors nous obtenons :

$$\begin{aligned}
 \hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{12} &= \left[\sinh(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l) \right]^{-1} \left\{ \cosh(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l) - 1 \right\} \hat{Y}_c \\
 &\equiv \left[\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l \right]^{-1} \left\{ \frac{l^2}{2} (\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}})^2 \right\} \hat{Y}_c \\
 &= \frac{l}{2} \sqrt{\hat{Y}\hat{Z}} \hat{Y}_c \\
 &= \hat{Y} \frac{l}{2}
 \end{aligned} \tag{III.124a}$$

$$\begin{aligned}
 -\hat{Y}_{12} &= \left[\sinh(\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l) \right]^{-1} \hat{Y}_c \\
 &= \left[\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}l \right]^{-1} \hat{Y}_c \\
 &= \hat{Z}^{-1} l^{-1}
 \end{aligned} \tag{III.124b}$$

La substitution (III.124) dans (III.123) donne le circuit à éléments localisés P_i de la figure III.3 (a) car les branches horizontales ont l'impédance $\hat{Z}l$ et les branches verticales ont pour admittances $\hat{Y}_{11} + \hat{Y}_{12} = \hat{Y}_{22} + \hat{Y}_{21} = \hat{Y} \cdot l/2$.

III.7. Matrices De Flux De Puissance Et Coefficient De Réflexion

Nous définissons la matrice de coefficient de réflexion de tension $\hat{\Gamma}_v(z)$ et nous étudions l'écoulement de la puissance sur la ligne. La solution générale pour les tensions et les courants est écrite sous forme des ondes positives $\hat{V}^+(z)$ et $\hat{I}^+(z)$ et des ondes négatives $\hat{V}^-(z)$ et $\hat{I}^-(z)$ à partir de l'équation (III.34):

$$\begin{aligned}
 \hat{V}(z) &= \hat{V}^+(z) + \hat{V}^-(z) \\
 &= \hat{Z}c \left(\hat{I}^+(z) + \hat{I}^-(z) \right)
 \end{aligned} \tag{III.125a}$$

$$\hat{I}(z) = \hat{I}^+(z) - \hat{I}^-(z) \tag{III.125b}$$

alors

$$\hat{I}^+(z) = \hat{T}_l e^{-\hat{\gamma}z} \hat{I}_m^+ \tag{III.126a}$$

$$\hat{\Gamma}^-(z) = \hat{\Gamma}_I e^{\hat{\gamma}z} \hat{\Gamma}_m^- \quad (\text{III.126b})$$

$$\hat{\Gamma}_I^{-1} \hat{Y} \hat{Z} \hat{\Gamma}_I = \hat{\gamma}^2 \quad (\text{III.126c})$$

Par conséquent, les ondes des tensions et des courants qui circulent dans le sens positif et négatifs sont reliées par la matrice d'impédance caractéristique suivant :

$$\hat{V}^\pm(z) = \hat{Z}_c \hat{I}^\pm(z) \quad (\text{III.127})$$

De même, à partir de l'équation (III.33)

$$\hat{V}(z) = \hat{V}^+(z) + \hat{V}^-(z) \quad (\text{III.128a})$$

$$\begin{aligned} \hat{I}(z) &= \hat{I}^+(z) - \hat{I}^-(z) \\ &= \hat{Y}_c (\hat{V}^+(z) - \hat{V}^-(z)) \end{aligned} \quad (\text{III.128b})$$

alors

$$\hat{V}^+(z) = \hat{T}_V e^{-\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^+ \quad (\text{III.129a})$$

$$\hat{V}^-(z) = \hat{T}_V e^{\hat{\gamma}z} \hat{V}_m^- \quad (\text{III.129b})$$

et

$$\hat{T}_V^{-1} \hat{Z} \hat{Y} \hat{T}_V = \hat{\gamma}^2 \quad (\text{III.129c})$$

Avec $\hat{Y}_c = \hat{Z}_c^{-1}$

Nous définissons la matrice de coefficient de réflexion de tension $\hat{\Gamma}_V(z)$ qui relie l'onde de tension réfléchie avec l'onde de tension incidente à n'importe quel point sur la ligne par :

$$\hat{V}^-(z) = \hat{\Gamma}_V(z) \hat{V}^+(z) \quad (\text{III.130a})$$

en remplaçant dans l'équation (III.127) alors, nous obtenons la relation suivante :

$$\hat{I}^-(z) = \hat{Y}_c \hat{\Gamma}_V(z) \hat{Z}_c \hat{I}^+(z) \quad (\text{III.130b})$$

Par conséquent, la matrice de coefficient de réflexion de courant est liée à la matrice de coefficient de réflexion de tension par :

$$\hat{\Gamma}_I(z) = -\hat{Y}_c \hat{\Gamma}_V(z) \hat{Z}_c \quad (\text{III.131})$$

La substitution de l'équation (III.130a) et (III.131) dans (III.128):

$$\begin{aligned} \hat{V}(z) &= [1_n + \hat{\Gamma}_V(z)] \hat{V}^+(z) \\ &= [1_n - \hat{Z}_c \hat{\Gamma}_I(z) \hat{Y}_c] \hat{V}^+(z) \end{aligned} \quad (\text{III.132a})$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{I}}(z) &= \hat{\mathbf{Y}}_c [1_n - \hat{\Gamma}_V(z)] \hat{\mathbf{V}}^+(z) \\ &= \hat{\mathbf{Y}}_c [1_n + \hat{\mathbf{Z}}_c \hat{\Gamma}_I(z) \hat{\mathbf{Y}}_c] \hat{\mathbf{V}}^+(z)\end{aligned}\quad (\text{III.132b})$$

De même, en remplaçant l'équation (III.130b) dans (III.125):

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{V}}(z) &= \hat{\mathbf{Z}}_c [1_n + \hat{\mathbf{Y}}_c \hat{\Gamma}_V(z) \hat{\mathbf{Z}}_c] \hat{\mathbf{I}}^+(z) \\ &= \hat{\mathbf{Z}}_c [1_n - \hat{\Gamma}_I(z)] \hat{\mathbf{I}}^+(z)\end{aligned}\quad (\text{III.133a})$$

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{I}}(z) &= [1_n - \hat{\mathbf{Y}}_c \hat{\Gamma}_V(z) \hat{\mathbf{Z}}_c] \hat{\mathbf{I}}^+(z) \\ &= [1_n + \hat{\Gamma}_I(z)] \hat{\mathbf{I}}^+(z)\end{aligned}\quad (\text{III.133b})$$

Les matrices de coefficient de réflexion à deux points z_2 et z_1 sur la ligne peuvent être relié en substituant les formes générales d'onde incidente et réfléchi de tensions données par l'équation (III.129) dans (III.130) :

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{V}}^-(z) &= \hat{\mathbf{T}}_V e^{\hat{\gamma}z} \hat{\mathbf{V}}_m^- \\ &= \hat{\Gamma}_V(z) \hat{\mathbf{V}}^+(z) \\ &= \hat{\Gamma}_V(z) \hat{\mathbf{T}}_V e^{-\hat{\gamma}z} \hat{\mathbf{V}}_m^+\end{aligned}\quad (\text{III.134})$$

En développant cette formule à $z = z_1$ et $z = z_2$ alors nous trouvons :

$$\hat{\mathbf{T}}_V e^{\hat{\gamma}z_2} \hat{\mathbf{V}}_m^- = \hat{\Gamma}_V(z_2) \hat{\mathbf{T}}_V e^{-\hat{\gamma}z_2} \hat{\mathbf{V}}_m^+ \quad (\text{III.135a})$$

et

$$\hat{\mathbf{T}}_V e^{\hat{\gamma}z_1} \hat{\mathbf{V}}_m^- = \hat{\Gamma}_V(z_1) \hat{\mathbf{T}}_V e^{-\hat{\gamma}z_1} \hat{\mathbf{V}}_m^+ \quad (\text{III.135b})$$

donc

$$e^{-\hat{\gamma}z_2} \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\Gamma}_V(z_2) \hat{\mathbf{T}}_V e^{\hat{\gamma}z_2} = e^{-\hat{\gamma}z_1} \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\Gamma}_V(z_1) \hat{\mathbf{T}}_V e^{\hat{\gamma}z_1} \quad (\text{III.136})$$

La solution de cette équation est la suivante :

$$\hat{\Gamma}_V(z_2) = \hat{\mathbf{T}}_V e^{\hat{\gamma}(z_2-z_1)} \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \hat{\Gamma}_V(z_1) \hat{\mathbf{T}}_V e^{\hat{\gamma}(z_2-z_1)} \hat{\mathbf{T}}_V^{-1} \quad (\text{III.137})$$

La substitution des identités de l'équation (III.102e) nous donne :

$$\hat{\Gamma}_V(z_2) = e^{\sqrt{\hat{\mathbf{Z}}\hat{\mathbf{Y}}}(z_2-z_1)} \hat{\Gamma}_V(z_1) e^{\sqrt{\hat{\mathbf{Z}}\hat{\mathbf{Y}}}(z_2-z_1)} \quad (\text{III.138})$$

De même, nous utilisons l'équation (III.126) et (III.130), les coefficients de réflexion des courants qui sont reliés par :

$$\hat{\Gamma}_I(z_2) = e^{\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}(z_2-z_1)} \hat{\Gamma}_I(z_1) e^{\sqrt{\hat{Y}\hat{Z}}(z_2-z_1)} \quad (\text{III.139})$$

La matrice d'impédance d'entrée à un point quelconque sur la ligne relie les tensions et les courants totaux à ce point est la suivante :

$$\hat{V}(z) = \hat{Z}_{in}(z) \cdot \hat{I}(z) \quad (\text{III.140})$$

En remplaçant l'équation (III.132) et (III.133) dans (III.140), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \hat{Z}_{in}(z) &= [1_n + \hat{\Gamma}_V(z)] [1_n - \hat{\Gamma}_V(z)]^{-1} \hat{Z}_C \\ &= \hat{Z}_C [1_n + \hat{Y}_C \hat{\Gamma}_V(z) \hat{Z}_C] [1_n - \hat{Y}_C \hat{\Gamma}_V(z) \hat{Z}_C]^{-1} \\ &= \hat{Z}_C [1_n - \hat{\Gamma}_I(z)] [1_n + \hat{\Gamma}_I(z)]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{III.141})$$

De même, la matrice de coefficient de réflexion de tension peut être écrite en termes de matrice d'impédance d'entrée à un point sur la ligne de (III.141)

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_V(z) &= \hat{Z}_C [\hat{Z}_{in}(z) + \hat{Z}_C]^{-1} [\hat{Z}_{in}(z) - \hat{Z}_C] \hat{Y}_C \\ &= [\hat{Z}_{in}(z) - \hat{Z}_C] [\hat{Z}_{in}(z) + \hat{Z}_C]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{III.142})$$

Remplaçant l'équation (III.142) dans la relation du coefficient de réflexion du courant donnée par l'équation (III.131), avec la matrice de coefficient de réflexion du courant est :

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_I(z) &= -\hat{Y}_C \hat{\Gamma}_V(z) \hat{Z}_C \\ &= -[\hat{Z}_{in}(z) + \hat{Z}_C]^{-1} [\hat{Z}_{in}(z) - \hat{Z}_C] \\ &= -\hat{Y}_C [\hat{Z}_{in}(z) - \hat{Z}_C] [\hat{Z}_{in}(z) + \hat{Z}_C]^{-1} \hat{Z}_C \end{aligned} \quad (\text{III.143})$$

Pour $z = l$:

$$\hat{V}(l) = \hat{Z}_L \hat{I}(l) \quad (\text{III.144})$$

Alors la matrice de coefficient de réflexion de tension à la charge est [26]:

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_V(l) &= \hat{Z}_C [\hat{Z}_L + \hat{Z}_C]^{-1} [\hat{Z}_L - \hat{Z}_C] \hat{Y}_C \\ &= [\hat{Z}_L - \hat{Z}_C] [\hat{Z}_L + \hat{Z}_C]^{-1} \end{aligned} \quad (\text{III.145})$$

De même, la matrice de coefficient de réflexion de courant pour une charge est obtenue à partir de l'équation (III.143) :

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_I(l) &= -[\hat{Z}_L + \hat{Z}_C]^{-1} [\hat{Z}_L - \hat{Z}_C] \\ &= -\hat{Y}_C [\hat{Z}_L - \hat{Z}_C] [\hat{Z}_L + \hat{Z}_C]^{-1} \hat{Z}_C \end{aligned} \quad (\text{III.146})$$

Le coefficient de réflexion de tension à l'entrée à la ligne ($z = 0$) est donné à partir de l'équation (III.137) en fonction de coefficient de réflexion de tension à la charge :

$$\hat{\Gamma}_V(0) = \hat{T}_V e^{-\hat{\gamma}l} \hat{T}_V^{-1} \hat{\Gamma}_V(l) \hat{T}_V e^{-\hat{\gamma}l} \hat{T}_V^{-1} \quad (\text{III.147})$$

Nous observons à partir de l'équation (III.145), qu'afin d'éliminer toutes les réflexions de la charge, la ligne doit être terminée par sa matrice d'impédance caractéristique, c.-à-d $\hat{Z}_L = \hat{Z}_c$ c'est le cas d'une ligne multifilaire (MTL). Il n'est pas suffisant de placer des impédances entre chaque ligne et le conducteur de référence. Nous aurons besoin de placer des impédances entre toutes les paires des n lignes. La puissance totale moyenne transmise sur la ligne multifilaire (MTL) dans la direction positive (+) de z est [5]5666

$$\begin{aligned} P_{av}(z) &= \frac{1}{2} \text{Re} \{ \hat{V}^t(z) \hat{I}^*(z) \} \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \begin{bmatrix} \hat{V}_1(z) & \hat{V}_2(z) & \dots & \hat{V}_n(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{I}_1^*(z) \\ \hat{I}_2^*(z) \\ \vdots \\ \hat{I}_n^*(z) \end{bmatrix} \right\} \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \hat{V}_1(z) \hat{I}_1^*(z) + \hat{V}_2(z) \hat{I}_2^*(z) + \dots + \hat{V}_n(z) \hat{I}_n^*(z) \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.148})$$

* est le conjugué de la quantité complexe. En supposant que la ligne est accordée à sa charge, c.-à-d $\hat{Z}_L = \hat{Z}_c$ de sorte que la matrice de coefficient de réflexion de charge est nulle, c.-à-d. $\hat{\Gamma}_V(l) = 0$. L'équation (III.141) montre que les matrices de coefficient de réflexion sont nulles à tous les points sur la ligne, c.-à-d $\hat{\Gamma}_{V,l}(z) = 0$.

Ainsi, il y a seulement les ondes incidentes à la ligne, et il n'y a aucun flux de puissance dans la direction négative (-) de z .

Le flux de puissance moyen sur la ligne est donné en fonction des modes tensions et des courants par la relation suivante [27], [28] :

$$\begin{aligned} P_{av}(z) &= \frac{1}{2} \text{Re} \left(\hat{V}^t \hat{I}^* \right) \\ &= \frac{1}{2} \text{Re} \left\{ \hat{V}_m^t \hat{T}_V^t \hat{T}_I^* \hat{I}_m^* \right\} \end{aligned} \quad (\text{III.149})$$

Si la \hat{T}_V et \hat{T}_I le sont telle que

$$\hat{T}_V^t \hat{T}_I^* = 1_n \quad (\text{III.150})$$

alors
$$P_{av}(z) = \frac{1}{2} \text{Re}(\hat{\mathbf{V}}_m^t \hat{\mathbf{I}}_m^*) \quad (\text{III.151})$$

Et la puissance est la somme des puissances des différents modes. La condition dans l'équation (III.150) est équivalente à dire que les vecteurs propres des tensions et des courants

$\hat{\mathbf{T}}_v$ et $\hat{\mathbf{T}}_i$, sont orthogonaux. Dans les sections précédentes, nous avons montré que plusieurs cas pour lesquels les équations de MTL sont découplées et (III.150) satisfait.

L'utilisation de la notation de matrice permet une adaptation franche des résultats scalaires au cas de MTL bien qu'il y ait quelques particularités uniques au cas de MTL.

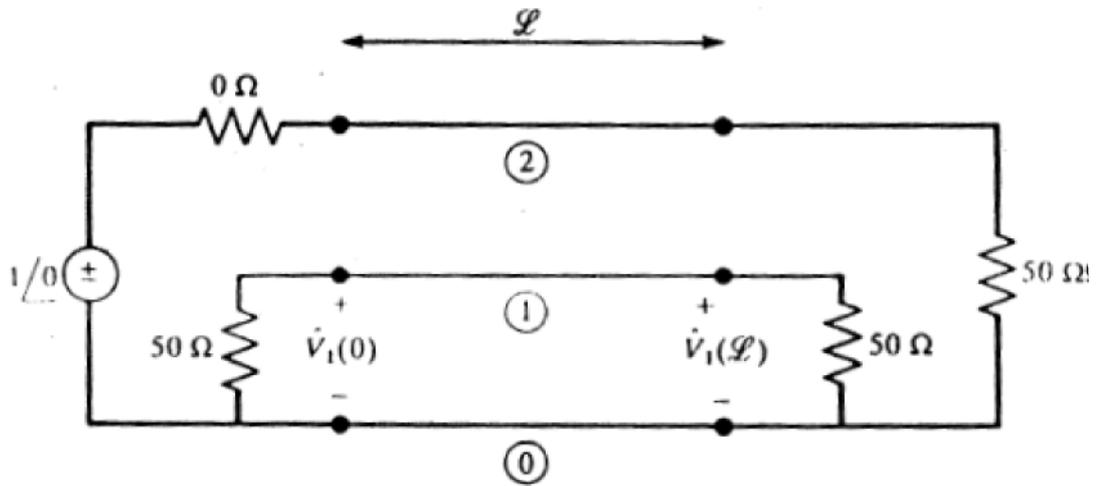


Figure III.6 : schéma d'une ligne de trois conducteurs pour illustration des résultats numériques.

II.8 Conclusion

Dans les lignes de transmission multifilaire l'analyse dans le domaine fréquentiel est la plus utilisée pour trouver la solution générale des lignes à $n+1$ conducteurs. En effet, dans le chapitre III nous avons étudié tous les cas possibles des conducteurs des lignes de transmission multifilaire et nous avons classé les types de circuit équivalent existé. En suite nous avons vu les caractérisations des lignes à $2n$ port en utilisant les paramètres chaînes matricielles d'impédances et d'admittances.

C

H

A

P

I

T

R

E

VI

*Filtre passe bande ultra large
bande (ULB)*

IV.1. Introduction

Les filtres passe bande est un réseau à deux-ports laissent passer des signaux ayant des fréquences comprises dans un intervalle donné appelé bande passante. Nous nous intéressons aux filtres passe bande à ligne microrubans. De tels filtres permettent de sélectionner la bande utile du signal dans le spectre électromagnétique environnant qui est de plus en plus encombré. La synthèse d'un filtre consiste à se rapprocher le plus possible des caractéristiques d'un filtre idéal. Les gabarits des filtres définissent les valeurs acceptables pour une fonction de filtrage donnée (figure IV.1).

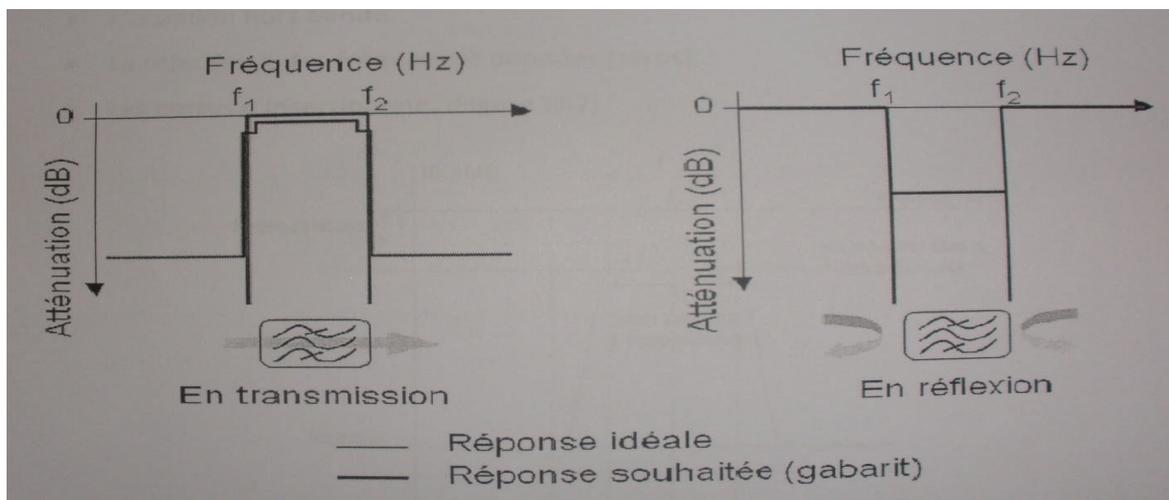


Figure IV.1: Réponse idéale et exemple de gabarit.

Ces fonctions peuvent être obtenues à l'aide de différentes technologies plus ou moins performantes d'un point de vue électrique (sélectivité, gain, platitude dans la bande, rejection hors bande etc.) et d'un point de vue intégration dans les systèmes (masses, encombrement, solution de déport du signal...) la partie électrique des contraintes est essentiellement définie par le gabarit. Les contraintes d'intégration impliquent des choix technologiques exigeant souvent un compromis avec les caractéristiques électriques. par exemple Les fonction de filtrage intégrées dans les charges utiles des satellites de télécommunication doivent être conçues via des technologie légères et peu encombrantes tout en étant très performantes d'un point de vue électrique. en effet le poids et la masse de la charge utile d'un satellite vont directement se répercuter sur son prix de lancement.

Devant celles-ci la conception des filtres apparaît de plus en plus comme l'un des points durs lors de la conception de systèmes hyperfréquences. En effet, la conception de filtre est en général divisée en deux grandes parties : la synthèse et la mise en oeuvre technologique. La synthèse du filtre nous permet d'identifier la topologie du circuit de filtrage et de définir les

valeurs (impédances, longueurs électriques) des éléments constitutifs du filtre en rapport avec les caractéristiques électriques à atteindre (bande passante, fréquence, niveau de réjection, etc.). Cette étape constitue alors le point de départ de la mise en oeuvre technologique. En effet, en fonction de la gamme d'impédances réalisables, de la faisabilité technologique et de la facilité d'implémentation, le concepteur choisira la technologie d'implantation. Dans le cas où cette technologie est imposée on s'interdira alors l'utilisation de certaines topologies.

IV.2. Technologies planaires

L'utilisation d'une technologie planaires est une solution pour remédier aux problèmes d'encombrement et de poids des structures volumiques. Le point faible des circuits planaires est de présenter des pertes d'insertions plus importantes que les topologies volumiques.

Cependant, contrairement aux technologies volumiques, les réalisations des lignes de transmissions planaires simplifient les interconnexions. Elles sont ainsi utilisées aussi bien en technologie circuit imprimé qu'en technologie circuit intégré.

Dans cette partie, une brève description des caractéristiques des différentes topologies de lignes planaires utilisées dans le domaine du filtrage est présentée, à savoir les topologies microruban, coplanaire, coplanar stripline (CPS), à fente et multicouche.

IV.2.1. Topologie microruban (MS)

IV.2.1.1. La ligne microruban

La ligne de propagation microruban (Micro Strip ou MS) est constituée d'un plan de masse, d'un substrat et d'un ruban métallique (figure IV.2) [28]. Le substrat sert à la fois de support mécanique et de milieu de propagation. La présence de l'interface air-dielectrique ne permet pas la propagation d'un mode purement transversal TEM (Transverse Electro-Magnétique) car les amplitudes des composants longitudinales des champs électriques et magnétiques sont suffisamment faibles pour être négligés. Cependant La distribution du champ est cependant proche de celle du mode TEM (quasi-TEM).

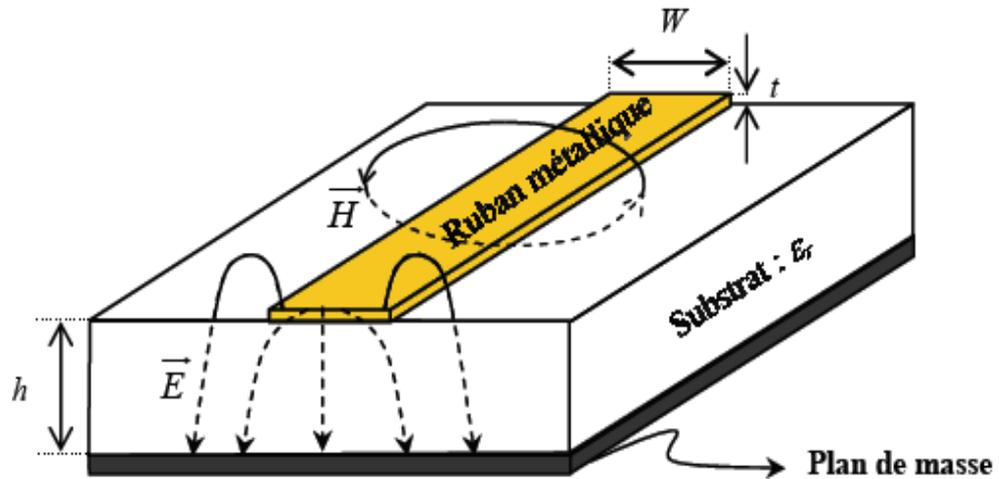


Figure IV.2: Vue d'une ligne microruban et de ses lignes de champs électrique et magnétique

Ainsi pour simplifier l'analyse, une ligne microruban peut être remplacée par une ligne homogène équivalente (figure IV.3) entouré d'un milieu diélectrique de permittivité effective établi à partir des paramètres :

- La largeur du ruban w .
- La hauteur h du substrat.
- Le constant diélectrique du substrat ϵ_r .

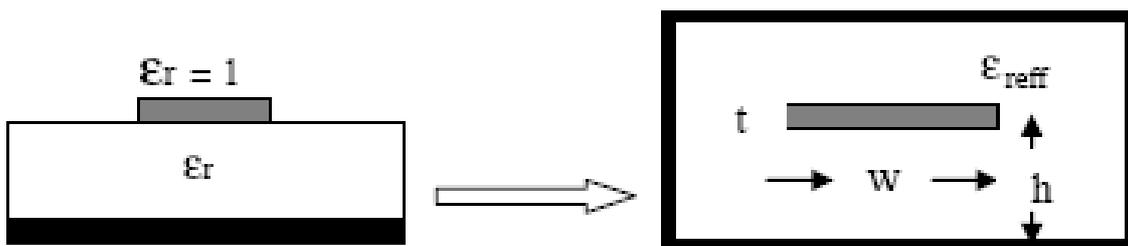


Figure IV.3: Une ligne microruban avec son model fixe.

IV.2.1.1.1. Avantages et inconvénients

Très utilisée pour réaliser des circuits hyperfréquences, cette topologie permet d'assurer une large gamme d'impédances caractéristiques réalisables en technologie circuit imprimé (10Ω à 200Ω environ), et ceci quel que soit le substrat choisi. C'est un peu moins le cas en technologie circuit intégré ou l'épaisseur du substrat de quelques μm limite leur utilisation

pour des impédances inférieures à environ 70Ω , les pertes augmentant fortement avec le rétrécissement de la largeur des rubans. Un autre avantage est que le procédé technologique des lignes microruban est relativement simple à mettre en oeuvre et donc peu onéreux.

Cependant, si la connexion de composants en série reste simple, le report d'éléments en parallèle est plus complexe et nécessite des vias pour assurer la connexion avec le plan de masse sur la face inférieure. L'influence des trous métallisés (pour réaliser les vias) sur les performances électriques du circuit n'est pas négligeable et leurs effets parasites doivent être pris en compte. Malgré ces quelques inconvénients, cette technologie reste largement employée, les avantages compensant souvent avantageusement les inconvénients. En outre, contrairement aux autres technologies, les bibliothèques de modèles électriques sont très complètes.

IV.2.1.1.2. Formules d'analyses et de synthèses

a- Formule d'analyse

L'analyse de la ligne microruban consiste à déterminer à partir de ces paramètres physiques, la permittivité effective, et la largeur équivalente nécessaire à la détermination de l'impédance de caractéristiques de cette ligne.

Les expressions approximatives analytiques sont présentées dans la littérature.

Pour la ligne microruban nous avons pour les lignes étroites $W/h < 3.3$:

$$Z_c = \frac{119.9\pi}{\sqrt{2(\epsilon_r + 1)}} \left[\ln \left(4 \frac{h}{W} + \sqrt{16 \left(\frac{h}{W} \right)^2 + 2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \left(\ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{\pi}{4} \right) \right] \quad (IV.1)$$

Pour les lignes larges $W/h > 3.3$

$$Z_c = \frac{119.9\pi}{\sqrt{2(\epsilon_r)}} \left[\frac{W}{2h} + \frac{\ln 4}{\pi} + \frac{\ln(e\pi^2/16)}{2\pi} \left(\frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r^2} \right) + \left(\frac{\epsilon_r + 1}{2\pi\epsilon_r} \right) \left(\ln \frac{\pi e}{2} + \ln \left(\frac{W}{2h} + 0.94 \right) \right) \right]^{-1} \quad (IV.2)$$

b- Formule de synthèse

La synthèse permet quant à elle de déterminer les dimensions et la nature du diélectrique utilisé, pour une impédance caractéristique donnée.

$$\frac{W}{h} = \begin{cases} \frac{8}{\exp(A) - 2\exp(-A)} & w/h \geq 2 \\ \frac{2}{\pi} \left\{ B - 1 - \ln(2B - 1) + \frac{\epsilon_r - 1}{2\epsilon_r} \left\{ \ln(B - 1) + 0.39 - \frac{0.61}{\epsilon_r} \right\} \right\} & w/h \leq 2 \end{cases} \quad (IV.3)$$

avec :

$$A = \frac{Z_c}{\eta_0} \pi \sqrt{2(\varepsilon_r + 1)} + \left(\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1} \right) \left(0.23 + \frac{0.11}{\varepsilon_r} \right)$$

$$B = \frac{\pi}{2\sqrt{\varepsilon_r}} \frac{\eta_0}{Z_c}$$

La permittivité relative ε_{eff} est calculée par les formules suivantes :

$$\begin{cases} \varepsilon_{eff} = \frac{1}{2}(\varepsilon_r + 1) + \frac{1}{2}(\varepsilon_r - 1) \left(1 + \frac{12h}{w} \right)^{-1/2} & w/h > 1 \\ \varepsilon_{eff} = \frac{1}{2}(\varepsilon_r + 1) + \frac{1}{2}(\varepsilon_r - 1) \left[\left(1 + \frac{12h}{w} \right)^{-1/2} + 0.04 \left(1 - \frac{w}{h} \right)^2 \right] & w/h < 1 \end{cases} \quad (IV.4)$$

c- Affaiblissement d'une ligne microruban

L'atténuation des signaux au cours de leur propagation sur les circuits microrubans est principalement due à quatre causes :

Les pertes ohmiques du conducteur (ou pertes par effet de joule) ;

- Les pertes diélectriques ;
- Les pertes par rayonnement principalement due aux discontinuités ;
- Les pertes par ondes de surface.

D'autres pertes beaucoup plus faciles à maîtriser et à évaluer. Plusieurs facteurs affectent le comportement des lignes microrubans.

- Les tolérances de fabrication sur les différents matériaux ;
- Les états de surface de ces matériaux ;
- Le vieillissement des matériaux.

Il y a trois principaux types de pertes dans les lignes microrubans : dans les conducteurs, dans les diélectriques et par rayonnement.

d- Discontinuité dans les lignes microrubans

Les lignes de transmission dans les circuits ne sont jamais droites ou uniformes. Elles comportent des discontinuités comme des changements de direction, de largeur, des intersections.

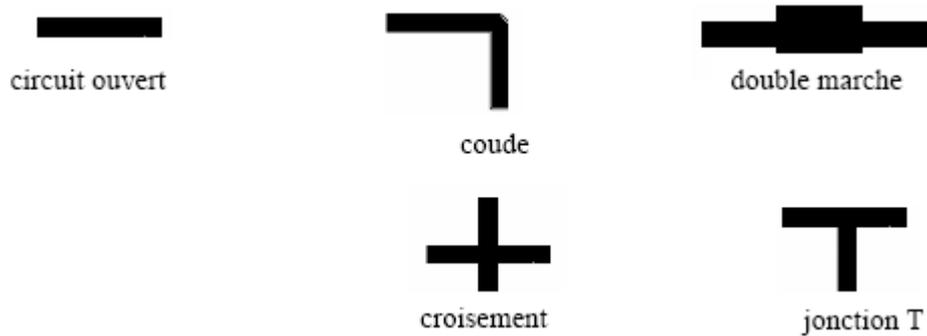


Figure IV.4: Principales discontinuités.

Ces discontinuités peuvent être à l'origine de l'apparition de modes supérieurs. Ces modes s'atténuent rapidement lorsque l'énergie s'éloigne de la discontinuité, si la fréquence de travail est inférieure à la fréquence de coupure, ce qui peut ne plus être le cas lorsque les fréquences de travail augmentent. De plus toujours pour des fréquences élevées, le mode dominant devient dispersif et la discontinuité est à l'origine d'un rayonnement parasite.

IV.2.2. Topologie coplanaire (CPW)

La topologie coplanaire (CoPlanar Waveguide ou CPW) est constituée de deux plans de masse et d'un ruban central situés sur la même face du substrat (Figure IV.5 (a)). Comme le montre la figure IV.5, deux modes peuvent être excités en continu, du fait de la présence de trois conducteurs. Un mode quasi TEM (dit coplanaire ou mode impair) peu dispersif, et un autre mode quasi TE (dit de fente ou mode pair) dispersif. Ce dernier mode est supprimé en forçant les deux plans de masse au même potentiel.

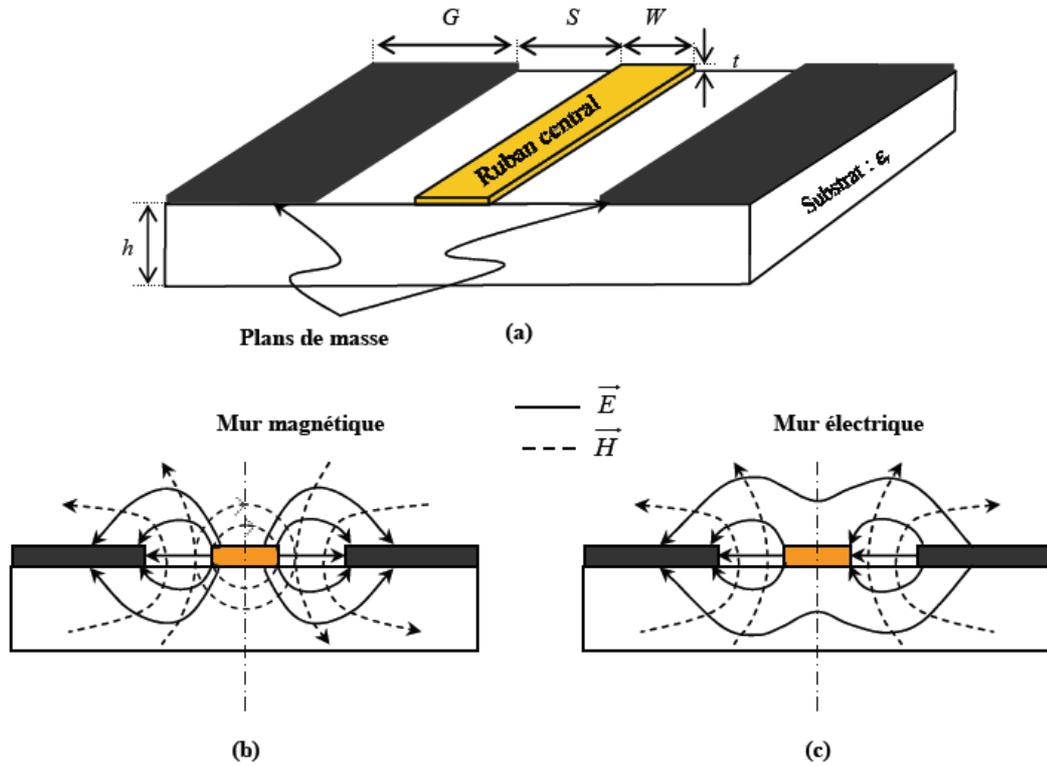


Figure IV.5: (a) Ligne coplanaire - lignes de champs électrique et magnétique, (b) mode impair quasi TEM et (c) mode pair quasi-TE.

La gamme des impédances caractéristiques réalisables est plus faible que pour une ligne micro ruban vers les basses impédances caractéristiques, la difficulté étant liée à la largeur des gaps. En revanche, cette topologie offre un avantage de flexibilité du fait que deux paramètres géométriques, la largeur du ruban et du gap, permettent de réaliser une même impédance caractéristique alors que l'on ne dispose que d'un paramètre (largeur du ruban) pour la ligne microruban. De plus, cette topologie possède l'avantage d'être unipolaire (un seul niveau de métallisation). Ceci facilite la connexion des composants à la masse. Toutefois, la présence des plans de masse sur la même face que le ruban du signal conduit à des surfaces occupées par les lignes coplanaires supérieures à celles de lignes microruban équivalentes. Enfin, contrairement à la technologie microruban, les bibliothèques de modèles de motifs coplanaires sont peu développées.

IV.2.3. Topologie de ligne à fente (CPS)

La figure IV.6 présente la topologie de ligne à fente (CoPlanar Strip ou CPS) et les paramètres associés : W_1 la largeur du ruban ($W_1 \neq W_2$ pour une configuration asymétrique),

S la largeur de la fente entre les deux rubans et h le hauteur du substrat utilise ayant une permittivité ϵ_r . Une telle structure peut être vue comme la structure duale du guide d'onde coplanaire. Les lignes de champ électrique se développent à travers la fente et les lignes du champ magnétique entourent les conducteurs.

Les topologies microruban et CPW sont très largement privilégiées pour la réalisation des circuits intégrés du fait que la ligne CPS présente une forte dispersion. Cependant, la ligne CPS présente les avantages de la ligne CPW. En effet, grâce à la disposition des deux rubans conducteurs sur la même face du substrat, l'insertion des composants série et parallèle s'effectue sans avoir recours aux trous métallisés qui introduisent des éléments parasites [29], [30]. De plus, une ligne à fente occupe moins de surface que son homologue CPW. Ceci conduit à des coûts de fabrication plus bas.

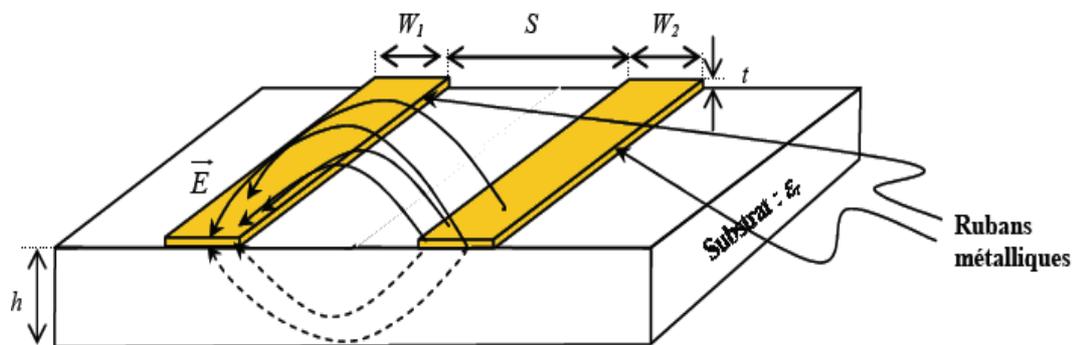


Figure IV.6: Ligne CPS et de ses lignes de champs électrique et magnétique.

Aujourd'hui, la technologie CPS peut présenter un insert pour la conception des circuits intégrés radio fréquences du fait de la réalisation aisée de fortes impédances caractéristiques. Cependant, les bibliothèques de modèles électriques sont très peu fournies ce qui limite l'utilisation de cette technologie pour la conception des circuits [31], [32].

IV.2.4. La technologie ligne à fente ou slotline

La configuration d'une ligne à fente (slot line) est montrée sur la figure IV.7. Elle consiste en un substrat avec une fente dans la métallisation d'une face unique du substrat.

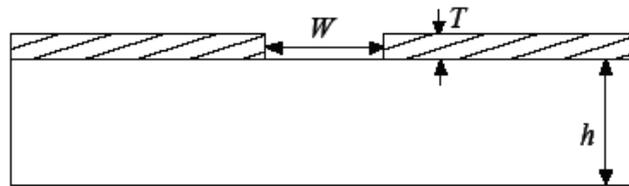


Figure IV.7: Coupe transverse d'une ligne slot line.

Cette géométrie plane est convenable pour les circuits intégrés. Dans une ligne à fente, le mode de propagation est principalement TE. La topologie de ligne à fente offre l'avantage de la flexibilité du circuit en ce qui concerne le report des composants en série et en parallèle, une gamme plus large des valeurs des impédances caractéristiques, l'élimination du couplage entre les lignes, assurant donc une meilleure intégration. Par contre, ce type de ligne souffre d'une forte dispersion en haute fréquence.

IV.2.5. Technologies multicouche (LTCC)

Pour satisfaire à la fois aux critères de faibles coûts, de faible encombrement des circuits et interconnexions, et de montée en fréquence des systèmes de communication, des solutions d'intégration multi niveaux ou multicouches ont été développées. La plus répandue est la technologie LTCC pour « Low Temperature Cofired Ceramic ». Cette technologie comprend plusieurs couches diélectriques avec des permittivités différentes (céramique, polyamide, téflon ...). Les méthodes d'empilement des couches diélectriques se différencient au niveau du coût qui augmente avec la technicité demandée pour la fabrication. Les motifs conducteurs et les éléments passifs sont réalisés à partir de différents procédés (couche mince, métal épais...). Les différents niveaux de métallisation peuvent être couplés par champ électromagnétique ou directement connectés entre eux par

l'intermédiaire de trous métallisés. Les différentes couches sont usinées séparément et ensuite assemblées en une seule étape par cuisson.

Cette technologie permet de réduire fortement la surface d'un circuit en utilisant l'épaisseur (soit les trois dimensions) avec des performances électriques équivalentes à des structures planaires.

La conception et la fabrication d'un filtre passe bande avec couplage à l'extrémité (edgecoupled) en technologie LTCC ont été montrées dans [33]. Le prototype Chebyshev de

4^{ème} ordre a été utilise pour concevoir le filtre avec une ondulation de 0,05 dB de 3,4 a 4,6 GHz.

Le filtre a été fabrique en utilisant DuPont type 851A3. Les couches ont une épaisseur unique de 0,165 mm et une primitivité relative de 7,9. Les couches nombre 4 a 20 peuvent être utilisées pour implanter le circuit ce qui donne une flexibilité de conception difficile a trouver dans les autres topologies. Dans [33], les auteurs ont choisi d'employer les 20 niveaux afin d'avoir des fentes entre les lignes couplées le plus large possible (plus facile a fabriquer).

L'épaisseur du substrat considère est donc de 3,3 mm. Les deux plans de masse de haut et de bas ont été connectes sur toutes les extrémités. Le filtre mesure présente des pertes d'insertion de 1,5 dB et une rejection hors de bande supérieur a 50 dB. La deuxième harmonique a été atténuée (-25 dB).

Des filtres miniatures en technologie LTCC pour des applications téléphonie mobile sont publiés [34]-[35]. La figure IV.8 montre la structure d'un filtre passe bande et combine d'ordre deux [90]. Elle se compose de cinq niveaux. Le matériau utilise est de BiCaNbO ayant une relative permittivité relative de 58.

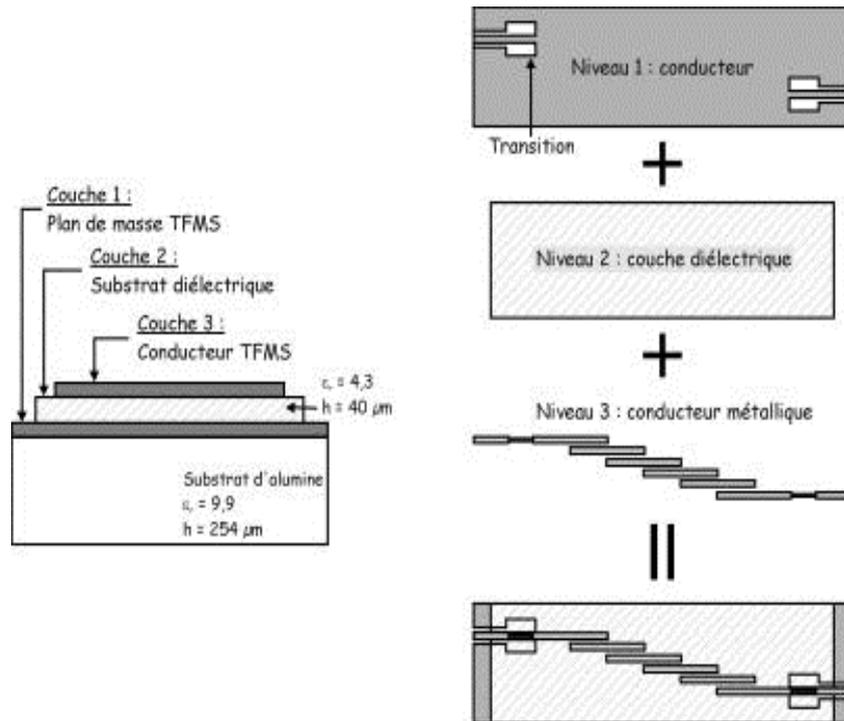


Figure IV.8: Filtre d'ordre 2 en technologie LTCC [36].

Comme le montre la figure 1-19, le niveau ligne planaire se compose de deux rubans (a et a') couplés en parallèle. La capacité de couplage est réalisée sur le niveau au-dessus. Sur ce niveau, il y a quatre électrodes : dont b et b' sont pour la capacité de couplage de entrée/sortie, c pour la capacité de chargement reliée a la masse et d est la capacité d'inter-résonateurs. Cette dernière capacité a l'avantage d'introduire un zéro de transmission afin d'améliorer la réponse du filtre. Deux filtres sont conçus avec une fréquence centrale de 0,95 et 1,9 GHz. L'encombrement des deux filtres est de 4,5 mm × 3,2 mm × 2 mm. Les filtres mesurés présentent des pertes d'insertion respectivement de 1,8 et 1,2 dB. Dans les deux cas, l'adaptation dans la bande passante est meilleure que 20 dB et le paramètre de transmission présente un zéro de transmission près de la bande passante.

IV.3. Généralités sur les filtres

Le filtrage d'un signal consiste à séparer la bande de fréquences utiles des bandes inutiles. Il existe quatre types de filtrage :

- filtrage passe bas
- filtrage passe haut
- filtrage passe bande
- filtrage coupe bande

L'opération de filtrage consiste donc à laisser passer une bande de fréquence permise et à éliminer toutes les autres bandes de fréquence. Ces différents types de filtrages peuvent être illustrés par ses gabarits idéaux où les bandes permises sont définies en fonction des pulsations de coupure (figure IV.1).

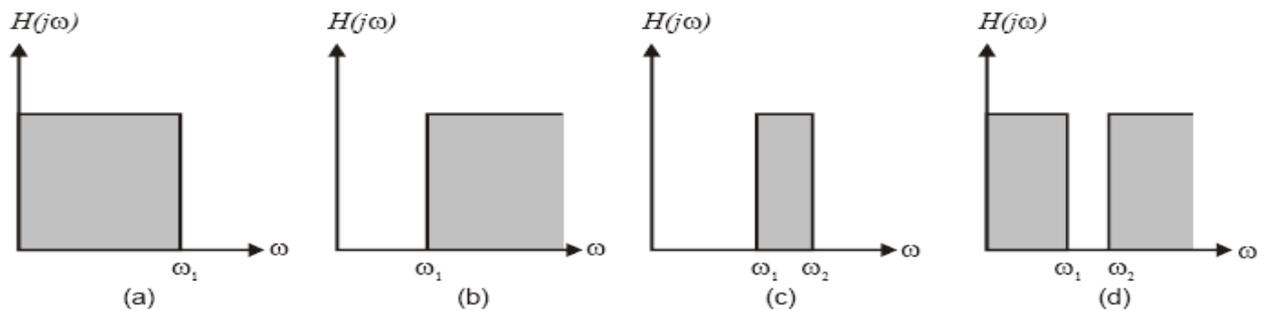


Figure IV.9: Gabarits des filtres idéaux : (a) passe bas (b) passe haut (c) passe bande (d) coupe Bande.

Néanmoins, le filtre idéal est irréalisable compte tenu du principe de causalité et de la relation de Bayard-Bode [37], [38]. Nous sommes donc contraints d'effectuer des approximations de la fonction d'amplitude du filtre. De cette manière, nous ne pouvons que nous approcher des réponses des filtres illustrées dans la figure IV.1. Ainsi, à chaque application de filtrage, un cahier de charge est associé comportant les spécifications définies par un gabarit. Les figures IV.2 et IV.3 illustrent l'exemple de ce gabarit pour le cas de filtre passe bas et le filtre passe bande respectivement.

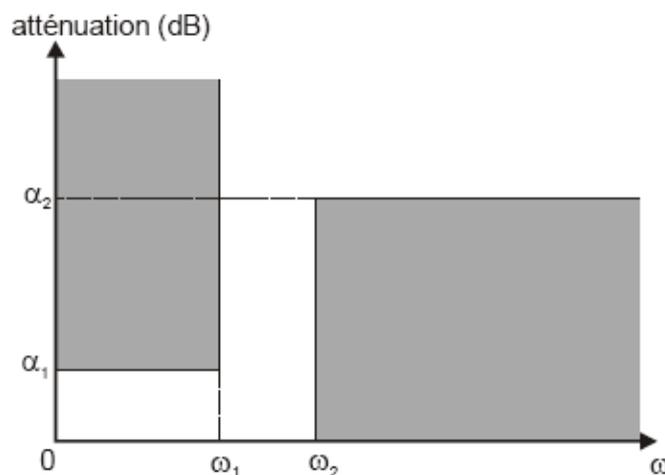


Figure IV.10: Exemple de cahier des charges d'un filtre passe bas.

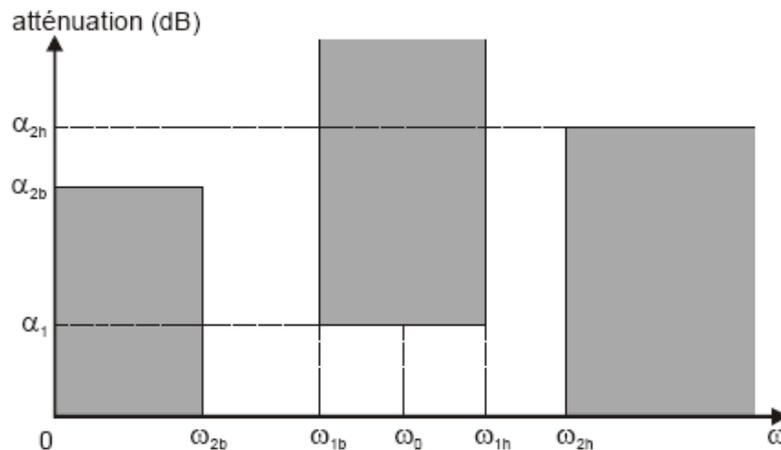


Figure IV.11: Exemple de cahier des charges d'un filtre passe bande.

Pour le cas du filtre passe bande, les paramètres définis pour caractériser ses réponses fréquentielles sont (figure IV.12):

- fréquence centrale, f_0
- bande passante à l'ondulation (f_{c3} - f_{c2})
- fréquence de coupure à 3 dB, basse f_{c1} et haute f_{c4}
- bande passante à 3 dB, (f_{c4} - f_{c1}), (bande passante d'intérêt lorsqu'on considère les pertes)
- bande passante relative à 3 dB, $(f_{c4}$ - $f_{c1}) / f_0$
- ondulation
- perte d'insertion dans la bande, α_1
- niveaux de rejection dans la bande atténuée (α_2 et α_3)

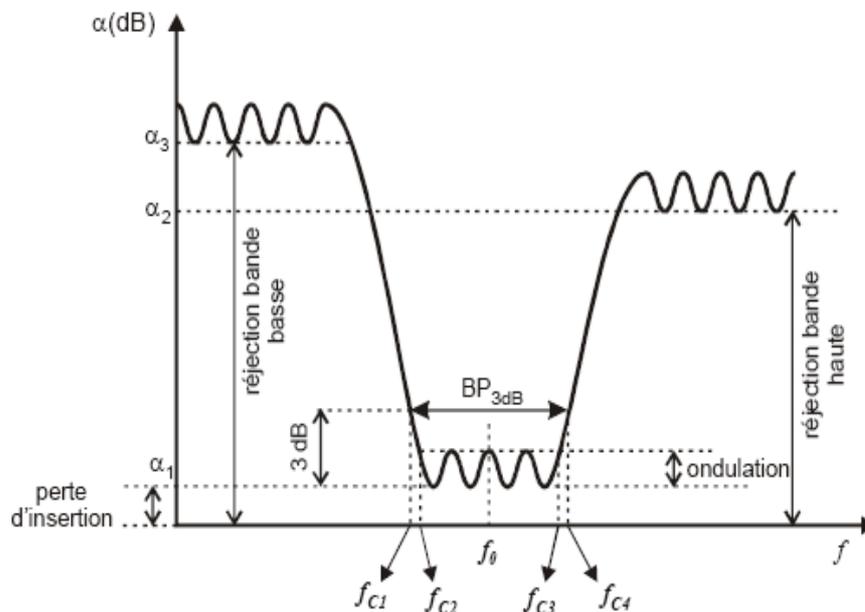


Figure IV.12: Gabarit en amplitude d'un filtre passe-bande.

IV.3.1. Notions de gain et fonction de filtrage

La méthode de synthèse d'un filtre micro-onde se base sur le calcul de la fonction de filtrage. Cette fonction de filtrage correspond au gain d'insertion, souvent confondu avec le gain transducique [39]. La distinction entre ces deux notions est donnée dans les paragraphes qui suivent.

IV .3.1.1. Gain d'insertion

Le gain d'insertion d'un quadripôle est le rapport entre la puissance fournie à la charge P_{Lb} et la puissance fournie à cette même charge lorsqu'elle est directement reliée au générateur P_{La} :

$$G_I = \frac{P_{La}}{P_{Lb}} \quad (\text{IV.5})$$

Avec P_{Lb} la puissance délivrée à la charge Z_L avant l'insertion du quadripôle et P_{La} la puissance délivrée à la même charge après l'insertion du quadripôle (Figure 1.1). Ce gain peut être exprimé en fonction de la tension ou du courant :

$$G_I = \left(\frac{V_{La}}{V_{Lb}} \right)^2 = \left(\frac{I_{La}}{I_{Lb}} \right)^2$$

(IV.6)

Ce gain peut également s'exprimer en fonction des termes de la matrice ABCD du quadripôle par la détermination des valeurs des tensions aux bornes de la charge avant et après l'insertion du quadripôle

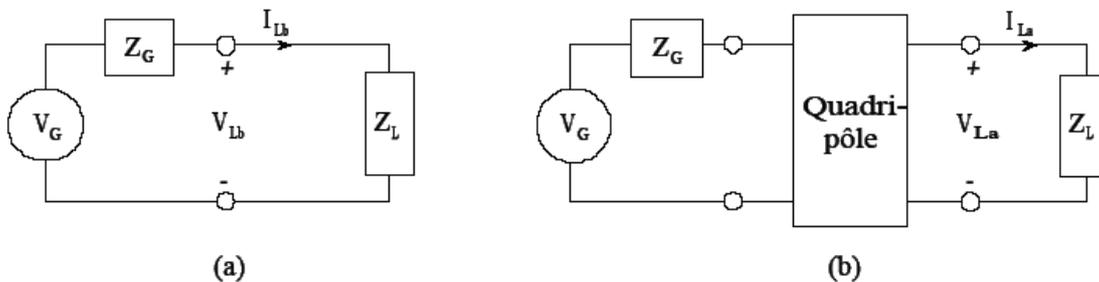


Figure IV.13: Circuit électrique. (a) Charge connectée directement au générateur.

(b) Charge avec insertion du quadripôle.

$$G_I = \left| \frac{Z_L + Z_G}{AZ_L + B + CZ_L Z_G + DZ_G} \right|^2 \quad (\text{IV.7})$$

Dans les systèmes micro-ondes, la charge et le générateur sont souvent adaptés à une même impédance Z_0 (50Ω). Dans ce cas, $Z_G = Z_L = Z_0$, et l'expression du gain d'insertion devient :

$$G_I = \left| \frac{2}{A + B/Z_0 + CZ_0 + D} \right|^2 \quad (\text{IV.8})$$

Or, en utilisant les équations de passage de la matrice ABCD aux paramètres S , on déduit que le gain d'insertion est dans ce cas égal au carré du module du coefficient S_{21} :

$$G_I = |S_{21}|^2 \quad (\text{IV.9})$$

Le gain d'insertion d'un quadripôle passif peut être supérieur à 1, lorsque Z_L n'est pas le complexe conjugué de Z_G . Par exemple, si $Z_G=90 \Omega$ et $Z_L=10 \Omega$, l'insertion d'un adaptateur d'impédance entre le générateur et la source augmente la puissance délivrée à la charge : $P_{La} > P_{Lb}$.

IV .3.1.2. Fonction de filtrage

La représentation donnant l'atténuation et la phase du filtre en fonction de la fréquence est une caractéristique essentielle du filtre. C'est la fonction de filtrage. En utilisant l'expression générale de la fréquence complexe $p=\sigma+j\omega$, la fonction de filtrage d'un filtre donnée par le paramètre S_{21} , se met sous la forme :

$$S_{21}(p) = \frac{N(p)}{D(p)} \quad (\text{IV.10})$$

Où $N(p)$ et $D(p)$ sont des polynômes de la variable complexe de la fréquence p . Pour un système sans pertes, $\sigma = 0$ et $p = j\omega$. Souvent, la conception d'un filtre repose uniquement sur sa réponse en amplitude surtout pour les systèmes bande étroite. Les pertes d'insertion sont données en dB par :

$$IL = \frac{1}{G_I} = -20 \log(|S_{21}|) \quad (\text{IV.11})$$

Comme $|S_{21}|^2 + |S_{11}|^2 = 1$ pour un système sans pertes, les pertes par réflexion sont exprimées par :

$$RL = 10 \log(1 - |S_{21}|^2) \quad (\text{IV.12})$$

Cependant, la phase d'un système est également une caractéristique très importante, en particulier lorsque l'on considère le système large bande. En effet, la phase de la fonction de filtrage renferme toutes les propriétés de distorsion de phase définies par le retard de phase et le temps de groupe dans la bande passante. Qualitativement, une variation de phase est souvent associée à un décalage temporel du signal. Le "retard" de phase est donné par :

$$\phi_{21} = \arg(S_{21}) \quad (\text{IV.13})$$

Le temps de groupe correspond à la pente de la courbe de phase :

$$\tau_g = -\frac{d\phi_{21}}{d\omega} \quad (\text{IV.14})$$

Généralement, la phase est une fonction non linéaire de la fréquence. Dans certaines applications, une variation importante dans la phase du système est souvent associée à une détérioration de la dispersion du dispositif, ce qui peut entraîner une "désynchronisation" préjudiciable des signaux filtrés.

La fonction de filtrage peut être également reconstruite à partir de la distribution de ses pôles et zéros. Les pôles et les zéros renferment des informations importantes sur la sélectivité, le temps de groupe et la stabilité du filtre. L'étude de la distribution des pôles et des zéros est explicitée dans le paragraphe suivant.

IV.3.1.3. Pôles et zéros

La synthèse d'un filtre au moyen d'une fonction de filtrage consiste à placer les pôles et les zéros de la fonction de transfert de manière à obtenir une réponse fréquentielle passante/bloquante aux fréquences souhaitées. Les valeurs de p qui annulent la fonction de filtrage sont les zéros du filtre, et les valeurs de p pour lesquelles la fonction tend vers l'infini sont ses pôles. Les zéros du numérateur $N(p)$ et du dénominateur $D(p)$ sont donc respectivement les zéros et les pôles du filtre.

La position des zéros et des pôles définit les propriétés du système. Leur répartition permet d'établir le lien entre la réponse en amplitude et en phase. Ils sont représentés dans le plan complexe de la fréquence ou le plan p .

Un système peut avoir une répartition des pôles et des zéros différente pour une même réponse en amplitude. La réalisation du filtre impose de placer les pôles complexes par paire conjuguée, et d'assurer un nombre de pôles égal ou supérieur au nombre de zéros. Les pôles doivent être situés à gauche de l'axe imaginaire afin d'assurer la stabilité du filtre. Dans le cas contraire, l'amplitude et l'énergie des oscillations augmentera exponentiellement avec le temps : une condition impossible pour un système passif. En pratique, la sélectivité fréquentielle du pôle diminue lorsque l'on s'éloigne de l'axe imaginaire.

Si les zéros d'un filtre stable sont situés à l'intérieur du cercle unitaire, le filtre est alors à minimum de phase. Quand les zéros sont situés en dehors de l'axe imaginaire, ils permettent d'aplatir le temps de groupe et minimiser ainsi la distorsion. En pratique, les zéros sont souvent situés sur l'axe imaginaire assurant ainsi une meilleure sélectivité.

IV.4. Principales topologies planaires des filtres passe-bandes

Les filtres planaires ont pour avantages un très faible encombrement et poids, et un excellent degré d'intégration avec les dispositifs micro-ondes. En revanche, leurs points faibles restent leur limitation aux faibles puissances et surtout leurs performances électriques aux hautes fréquences pour lesquelles, les pertes métalliques, diélectriques et par rayonnement augmentent. Une multitude de topologies planaires existent. Nous décrivons ici les plus communément utilisées.

IV.4.1. Filtres à éléments localisés

Ce type de filtres correspond à la transcription directe d'un modèle équivalent basse fréquence micro-onde. Les éléments réactifs localisés sont réalisés en technologie CMS pour les filtres sur PCB ou intégrés pour les filtres MMIC. Par exemple, les inductances peuvent être réalisées sous formes de ligne en méandres et en spirale (figure IV.14), les capacités à l'aide de lignes interdigitées ou de diélectriques séparant la surface métallique (Figure IV.15). Les éléments hybrides doivent avoir des dimensions géométriques faibles devant la longueur d'onde. Sur la figure IV.14, la valeur de l'inductance maximale atteinte avec une géométrie en

spirale est de 10 nH. Alors que la capacité interdigitée est plus utilisée pour des faibles valeurs de la capacité (inférieure à 1 pF), la valeur maximale atteinte par une capacité MIM est de l'ordre de 30 pF. En plus de la compacité, ils présentent les avantages de faible coût et de facilité de conception.

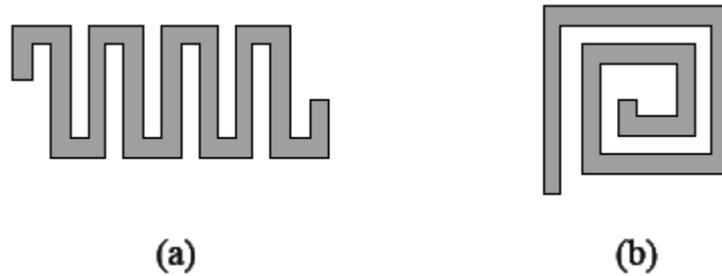


Figure IV.14: Inductances localisées. (a) en méandres. (b) en spirale.

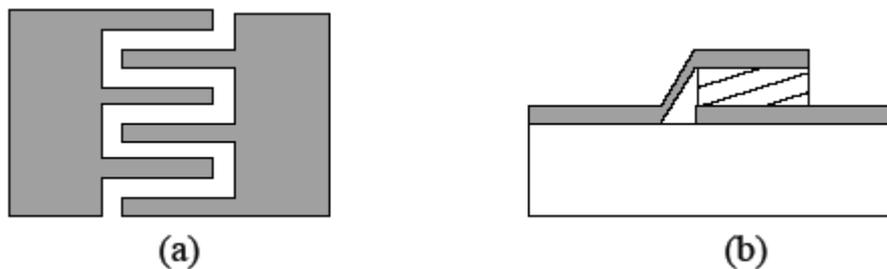


Figure IV.15: Capacités localisées. (a) interdigitée. (b) MIM.

Cependant, leur faible facteur de qualité qui ne dépasse pas 50, entraîne des pertes importantes. Bien que les filtres basés sur des éléments localisés présentent un encombrement réduit, le manque de précision dans la modélisation, dans la caractérisation du diélectrique ainsi que des processus de fabrication entraînent un décalage en fréquence dans la réponse du filtre et un comportement non attendu vers les hautes fréquences. C'est pourquoi, de tels dispositifs nécessitent une caractérisation large bande avant de passer à la conception des filtres. En effet, les parasites de ces éléments deviennent plus importants aux fréquences élevées et perturbent donc la réponse du filtre. Ces parasites sont à l'origine des lobes secondaires qui apparaissent au delà de la bande passante à des fréquences proches des fréquences de résonance de ces éléments. Ce type de filtre est limité aux fréquences inférieures aux fréquences de résonance de ces éléments réactifs. Plusieurs filtres basés sur une topologie hybride alliant des lignes de propagation et des éléments réactifs localisés sont proposés dans [40], [41].

IV.4.2. Filtres à stubs

Dans le filtre à saut d'impédance, la capacité en parallèle est réalisée par une ligne de faible impédance caractéristique. Quand l'impédance est très faible, la structure physique ressemble plus à des stubs perpendiculaires à la ligne principale. Les filtres à stubs peuvent ainsi être utilisés pour concevoir des filtres passe-bas comme le montre la figure IV.16. Un stub à circuit ouvert d'impédance Z_s et de longueur l est équivalent à la fréquence ω à une susceptance :

$$C_\omega = \frac{1}{Z_s} \tan\left(\frac{2\pi}{\lambda} l\right) \quad \text{pour } l < \lambda_0/4 \quad (\text{IV.17})$$

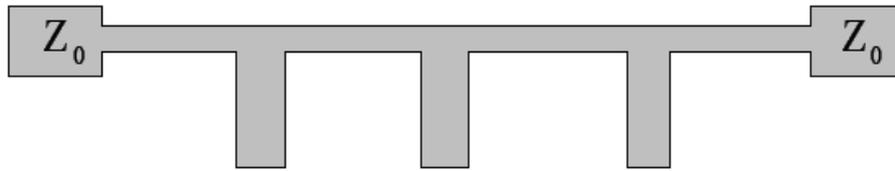


Figure IV.16: Structure d'un filtre à stub en microruban.

La structure de la ligne à stub est également utilisée pour réaliser des filtres passe bande. L'exemple de la figure IV.17 montre des lignes de longueur $\lambda/4$ à la fréquence centrale f_0 sont chargés par des stubs court-circuités de longueur $\lambda/4$ ou des stubs à circuit ouvert de longueurs $\lambda/2$. La réponse du filtre dépend des impédances caractéristiques de la ligne principale et des stubs. Les équations de conception sont développées dans [42]. Le filtre avec des stubs court-circuités a un zéro de transmission situé à $2f_0$ et une bande passante parasite centrée à $3f_0$. Par contre, les zéros de transmission du filtre à stubs en circuit ouvert sont situés à $f_0/2$ et $3f_0/2$ et les bandes passantes indésirables apparaissent aux fréquences $f = 0$ et $f = 2f_0$. Ces filtres constituent de bons candidats pour la réalisation des filtres à large bande passante.

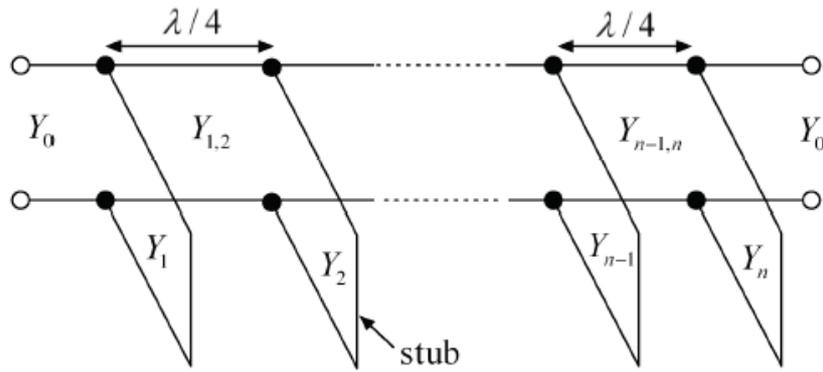


Figure IV.17: Circuit électrique d'un filtre passe-bande à stubs.

IV.4.3. Filtres à base de résonateurs

Les filtres à base de résonateurs couplés sont bien adaptés pour les faibles bandes passantes, inférieures à 20 %.

IV.4.3.1. Résonateurs demi-onde

Ces résonateurs présentent une longueur égale à la moitié de la longueur d'onde à la fréquence fondamentale de résonance f_0 . Des résonances peuvent également apparaître aux fréquences $(2k+1)f_0$, avec $k = 1, 2, 3, \dots$. Les topologies de filtres à résonateurs demi-onde couplés en série, en parallèle et à couplage croisé sont présentées dans les paragraphes suivants.

a) **Résonateurs demi-onde couplés en série** : La figure IV.18 présente la topologie de filtres à résonateurs demi-onde couplés en série. Le couplage qui se fait au niveau des gaps entre deux résonateurs voisins est de nature capacitive. Les valeurs des longueurs de lignes et des susceptances sont données par la synthèse dans [42]. La taille et les faibles valeurs des capacités de couplage obtenues avec les gaps constituent la principale limitation de cette topologie. Citons quelques filtres à résonateurs couplés en série [43].

L'introduction du couplage inductif dans [44] permet la suppression de la deuxième résonance.



Figure IV.18: Topologie d'un filtre à résonateurs couplés en série.

b) **Résonateurs demi-onde couplés en parallèle**: Ces filtres sont constitués de résonateurs demi-onde couplés en parallèle sur la moitié de leur longueur avec les résonateurs adjacents. Cette disposition assure un plus fort couplage entre les résonateurs (Figure IV.19), et permet de concevoir des filtres possédant une bande passante plus large que celle de la topologie à lignes couplées en série.

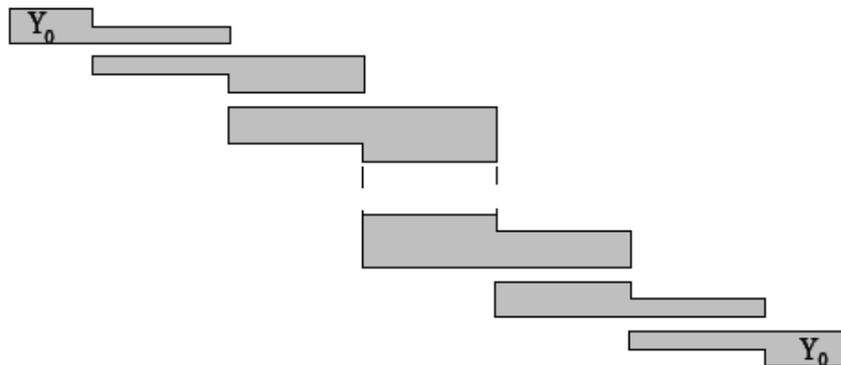


Figure IV.19: Topologie d'un filtre à résonateurs couplés en parallèle.

Pour ce type de filtre, la fréquence centrale est fixée par la longueur des lignes alors que la bande passante est déterminée par les couplages inter-résonateurs. Les équations de synthèse des paramètres géométriques de cette structure (gap entre les lignes et longueur et largeur des lignes) sont données dans [45], [46]. Lorsque l'ordre du filtre augmente, l'encombrement du filtre devient important. En dépit de la facilité de l'implémentation de cette structure, le filtre souffre de lobes secondaires aux harmoniques de la fréquence centrale. La solution d'ajouter des filtres passe-bas additionnels en cascade n'est pas satisfaisante puisqu'elle augmente la surface du filtre et introduit

des pertes d'insertion supplémentaires. Une modulation périodique sinusoïdale [47] et carrée [48] de la largeur des lignes couplées, peut être utilisée pour rejeter les harmoniques. L'addition de résonateurs en anneau circulaire CRSS à proximité des lignes couplées dans [49], démontre leur efficacité en termes de suppression du premier lobe secondaire et l'atténuation du second sans modification de la réponse dans la bande passante.

Dans le but de miniaturisation, Cristal et Frankel ont replé le résonateur en forme de « U ». Ces résonateurs, connus sous le nom de "Hairpin" [50] sont présentés sur la figure IV.20. Plusieurs variantes de résonateurs Hairpin miniaturisés ont été proposées.

Citons le résonateur chargé par une capacité CMS [51] ou interdigitée [52]. Des résonateurs couplés en parallèle capables de contrôler la suppression des lobes secondaires sont proposés dans [53].

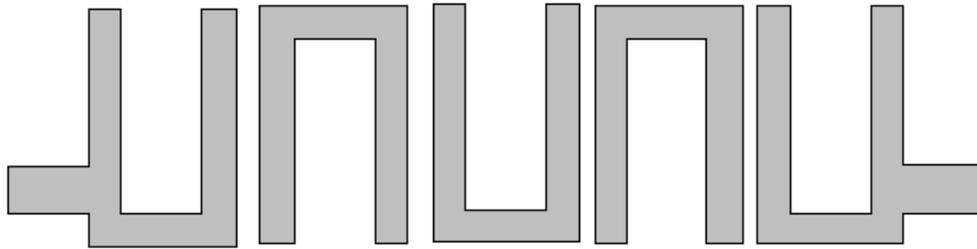


Figure IV.20: Layout d'un filtre à résonateurs en U couplés.

c) Résonateurs en anneaux à couplage croisé : Les filtres à couplage croisé entre résonateurs (Figure 1.15) présentent une bonne sélectivité et de faibles pertes d'insertion dans la bande passante. En effet, le couplage croisé permet au signal d'avoir plusieurs chemins entre l'entrée et la sortie du système. Selon le déphasage entre les signaux, des zéros ou des pôles de transmission peuvent être créés. Le calcul de la matrice de couplage et des facteurs de qualité à partir de la fonction de filtrage a été largement utilisé pour la conception des filtres à résonateurs couplés [54].

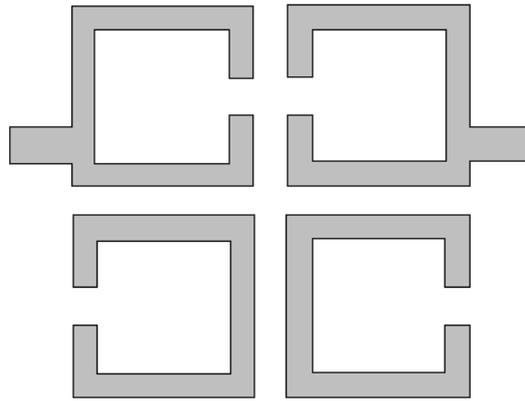


Figure IV.21 : Layout d'un filtre à couplage croisé entre résonateurs.

Les méthodes de calcul rigoureuses des différents types de couplage (couplage capacitif, couplage inductif et couplage mixte) ont été développées pour des résonateurs en microruban dans [55,56]. Des résonateurs en U [57] et des résonateurs miniaturisés [58] sont proposés dans le double but de réduire l'encombrement et d'élargir la bande rejetée. Afin d'améliorer la sélectivité, des cascades de quatre résonateurs sont proposées dans [45, 57].

IV.4.3.2. Résonateurs quart-d'onde

Ces résonateurs distribués présentent une longueur égale au quart de la longueur d'onde à la fréquence fondamentale de résonance f_0 . Deux types de résonateurs seront décrits : les résonateurs en peigne et les résonateurs interdigués.

a) Résonateurs en peigne Les filtres à résonateurs en peigne sont plus connus sous leur dénomination anglo-saxonne filtres « combline ». Chaque ligne quart d'onde court-circuitée à l'une de ses deux extrémités, est reliée à la masse à l'autre extrémité par une capacité comme présenté sur la Figure 1.16. La présence des éléments capacitifs rend la longueur des lignes inférieure à $\lambda/4$. La seconde bande passante se trouve alors autour de la fréquence $2f_0$. Quand la valeur de la capacité de charge augmente, la longueur de la ligne diminue, entraînant donc un filtre plus compact avec une bande de réjection plus importante. Par exemple, si les lignes font $\lambda/8$, la deuxième bande passante aura lieu vers 4 fois la fréquence centrale de la bande passante souhaitée. En pratique, la longueur minimale du résonateur est limitée par la dégradation du facteur de qualité non chargé et l'importance des valeurs des capacités

nécessaires. Des résonateurs en peigne en U [59] et à saut d'impédance [60] ont été introduits pour réaliser des filtres Comb line plus compacts.

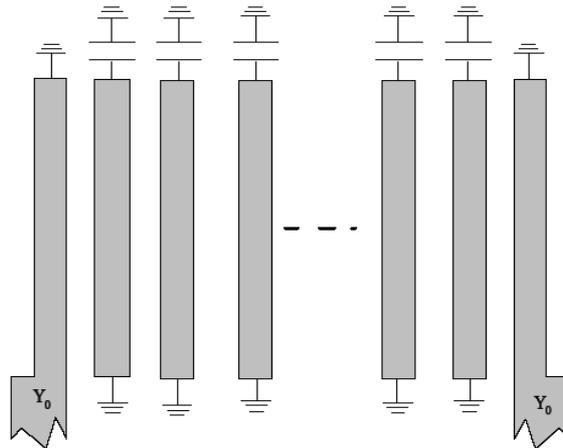


Figure IV.22: Layout d'un filtre combine.

b) Résonateurs interdigités : Similaires aux filtres « combine », les filtres à résonateurs interdigités sont constitués de lignes de propagation quart d'onde (à la fréquence centrale f_0) disposées en parallèle comme le montre la figure IV.23. Chacune de ces lignes quart d'onde court-circuitée à l'une de ses deux extrémités est en circuit ouvert à l'autre extrémité. La seconde plage de fréquence présentant une résonance se trouve alors autour de la fréquence $3f_0$. La réduction de l'encombrement est facilement acquise grâce à l'utilisation des résonateurs pseudo-interdigités en forme de U [45].

IV.4.3.3. Dual Behavior resonator

Le résonateur DBR (Dual Behavior Resonator) est basé sur l'association en parallèle de deux structures stop-bande différentes. Une simple réalisation consiste à charger une ligne de propagation par deux stubs parallèles en circuit ouvert. Le résonateur demi-onde créé par ces deux stubs permet d'obtenir une bande passante centrée à la fréquence fondamentale f_0 . La longueur des stubs étant différente, deux zéros de transmission seront définis à leur fréquence de résonance située de part et d'autre de f_0 . Ce résonateur a été introduit par Rizzi [39]. Ensuite, les équations de conception et de synthèse de ce type de filtre ont été développées au LEST [61]. L'originalité de ce filtre porte sur le contrôle indépendant de ses paramètres de réglage. Ce type de filtre offre l'avantage de la facilité de réalisation. Par contre, des lobes secondaires apparaissent aux différentes harmoniques.

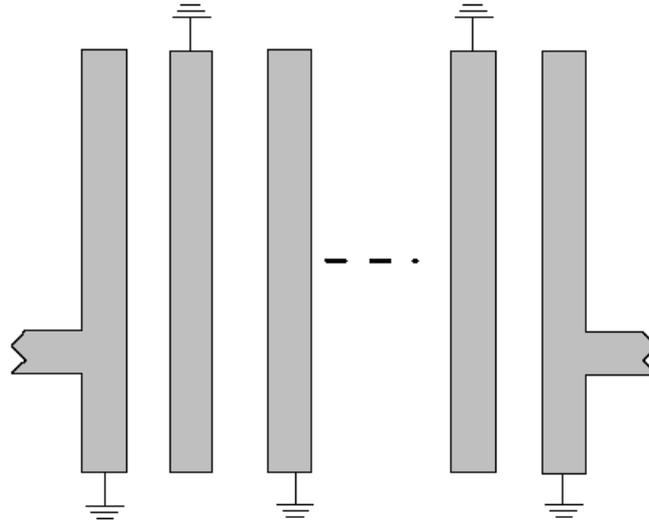


Figure IV.23: Layout d'un filtre à résonateurs interdigués.

Les stubs à saut d'impédance ont également été utilisés pour rejeter ces lobes [61,62]. La suppression des lobes secondaires par l'insertion d'une structure passe-bas dans le filtre passe-bande est proposée dans [63].

IV.4.3.4. Résonateurs Dual mode

Les besoins croissants en termes de hautes performances des systèmes de communication par satellite nécessitent l'utilisation des résonateurs duals modes. Ces résonateurs autorisent la réalisation de filtres de réponse elliptique à bande passante relative inférieure à 1 %. Leur principal avantage repose sur leur configuration compacte et leur faible coût. Comme chaque résonateur est doublement accordé en fréquence, le nombre de résonateurs nécessaires pour réaliser un filtre de degré n est réduit de moitié. Le premier résonateur dual mode a été présenté par Wolff [64]. Plusieurs structures de résonateurs en microruban sous forme de patch en disque [65] ou carré [65] et d'anneau circulaire [65], en carré [66] ont été étudiées. Dans chaque structure, une déformation est ajoutée en un point faisant un angle de 45° avec les axes de couplage du résonateur. Cette perturbation symétrique facilite le couplage entre les modes orthogonaux du résonateur (Figure IV.24). Des patches et des boucles triangulaires [67–68] et hexagonales [69] ont également été proposés.

L'étude a montré que la dimension de la perturbation impose le type de la réponse, Tchebychev ou elliptique [70]. Dans le but d'utiliser efficacement toute la surface du circuit, surtout pour les basses fréquences, des anneaux miniaturisés ont été proposés [71].

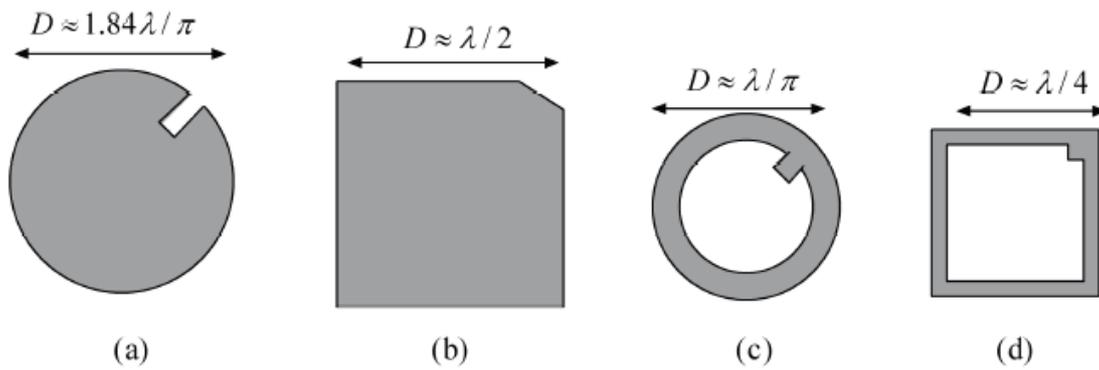


Figure IV.24: Résonateurs dual-mode en microruban (a) disque (b) patch carré (c) anneau circulaire (d) cadre carré.

IV.4.4. Structures à Bande Interdite Électromagnétique (BIE)

Les structures à bandes interdites photoniques ont été introduites en 1987 par Yablonoitch par analogie aux structures cristallines et leur bande électronique interdite [72]. Ces structures ont été transposées dans le domaine des radiofréquences sous le nom de structures à bande interdite électromagnétique (BIE). Il s'agit de lignes de transmission périodiquement chargées par un élément réactif. La présence de ces éléments réactifs explique la succession des bandes de fréquence permises et interdites dans la réponse spectrale ; d'où leurs propriétés intéressantes de filtrage. Ces lignes possèdent également la propriété de propagation d'une onde lente, qui assure une meilleure compacité [73].

Les lignes de propagation périodiques non uniformes sont largement utilisées pour différents dispositifs comme les adaptateurs d'impédance, les résonateurs, les coupleurs et les filtres. La géométrie de ces lignes périodiquement modulées réduit les problèmes de discontinuités des filtres à saut brusque d'impédance [74,]. Les lignes périodiques en CPW ont également été introduites et leurs propriétés ont été étudiées dans [75]. Les structures périodiques ont été appliquées à des passe-bas à saut d'impédance (Figure IV.25 (a)), des filtres passe-bande à stubs, à des filtres à défaut de plan de masse et à résonateurs couplés (Figure 1.25 (b)). Elles ont également été utilisées pour la synthèse d'un filtre passe bande par la combinaison d'un passe-bas et d'un passe-haut [76]. La présence des bandes interdites dans la réponse de ces structures assure une large bande de rejection jusqu'à 8, voire 10 fois la fréquence de travail. Le phénomène d'onde lente permet de réduire l'encombrement des filtres étudiés.

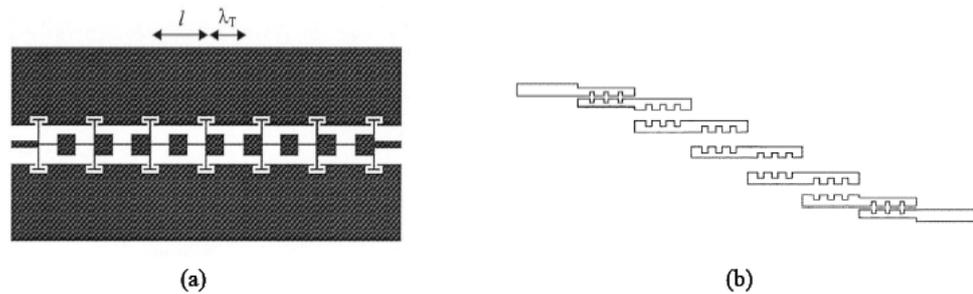


Figure IV.25: Filtres à structures périodiques (a) passe-bas à saut d'impédance (b) passe-bande à résonateurs couplés [76].

IV.5. Topologies des filtres passe bande Ultra Large Bande (ULB)

Nous avons présenté dans ce paragraphe, les topologies classiques des filtres passe-bande. Avec l'émergence des nouvelles technologies comme la Large bande, de nouvelles topologies de filtres sont apparues. Le paragraphe qui suit comprend la définition de Large bande et présente la topologie planaires de filtres passe bandes à bande large

IV.5.1. Définition

Au cours de sa brève histoire, la Large Bande a d'abord eu une première définition donnée par Taylor. Selon lui, le terme large bande désigne les systèmes qui transmettent et reçoivent des ondes dont la largeur de bande relative est supérieure ou égale à 25%.

La Commission Fédérale de Communications (FCC) a ensuite défini le signal Ultra Large bande comme un signal dont la bande passante à -10 dB excède à tout moment 500 MHz et 20 % de sa fréquence centrale. La bande principale prévue pour LB se situe entre 3,1 GHz et 10,6 GHz. Cette bande d'environ 7 GHz de large pourrait donc éventuellement être décomposée en 14 sous "canaux" de 500 MHz. Un système de communication utilisant la totalité de la bande, ou un ensemble des sous canaux de 500 MHz ou même un seul canal de 500 MHz sera donc considéré comme un système ULB, à condition qu'il respecte les contraintes réglementaires de mise en service.

IV.5.2. Filtres passe bande ultra large bande à résonateur à saut d'impédance

Pour les applications où la réduction de taille est critique, des filtres plus compacts doivent être développés. Cependant, une miniaturisation des filtres entraîne généralement des pertes d'insertion croissantes et des performances réduites. La miniaturisation des filtres planaires peut être obtenue grâce à l'utilisation de substrats à constante diélectrique élevée ou l'insertion d'éléments localisés, mais une modification de la géométrie est souvent nécessaire. De nombreuses configurations de filtres ont été proposées dans la littérature. Ce paragraphe présente les concepts principaux de filtres miniaturisés :

- ❖ Lignes à onde lente.
 - ✓ Résonateurs à saut d'impédance.
 - ✓ Ligne capacitivement chargée

IV.5.2.1 Structures à onde lente

En général, la taille des filtres micro-ondes est proportionnelle à la longueur d'onde définie à la fréquence de travail. Comme la longueur d'onde est proportionnelle à la vitesse de propagation v_p , la réduction de v_p obtenue par des lignes à onde lente aboutit à des filtres plus compacts. L'introduction des lignes à onde lente permet non seulement de miniaturiser le filtre mais également parfois de rejeter les lobes secondaires vers les hautes fréquences. Les structures à onde lente les plus répandues sont les résonateurs à saut d'impédance (SIR) et les lignes chargées capacitivement.

IV.5.2.1.1 Résonateur à saut d'impédance

La structure d'un résonateur SIR conventionnel est donnée sur la figure IV.27 (a). Le circuit électrique équivalent se compose d'une ligne de transmission chargée par des capacités en ses extrémités (Figure IV.26 (b)). Alors qu'une ligne non chargée résonne à la fréquence pour laquelle sa longueur fait $\lambda/2$, le circuit de la figure 1.26 (b) résonne pour des fréquences plus faibles. L'étude de cette structure montre que la fréquence de résonance et la vitesse de propagation diminuent lorsque la capacité de charge augmente.

Le résonateur SIR est ainsi plus compact que le résonateur à impédance caractéristique constante.

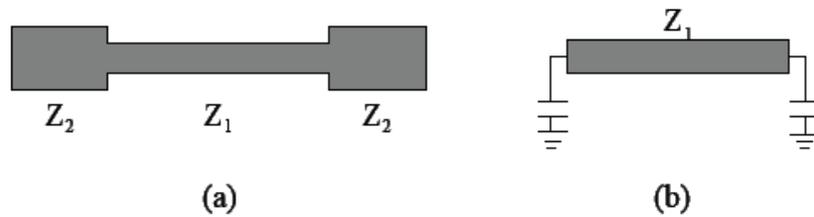


Figure IV.26: Résonateur à saut d'impédance (a) Layout (b) Circuit électrique équivalent.

De plus, l'introduction des stubs à saut d'impédance produit des zéros de transmissions supplémentaires et augmente la sélectivité, comme démontré dans [77], ce qui contribue à élargir la bande de réjection des filtres. En effet, le rapport de la fréquence de la deuxième résonance et de la fréquence du fondamental est plus élevé dans le cas d'une ligne chargée. Les lobes secondaires sont rejetés vers les hautes fréquences [45]. Les caractéristiques de facteur de qualité élevé, de meilleures performances électriques et de compacité des résonateurs SIR de longueur $\lambda/4$, $\lambda/2$ et λ sont étudiées dans [78]. Introduits en 1979 par Makimoto dans des filtres combline [60], les résonateurs SIR ont été transposés aux autres filtres passe-bandes. Citons les filtres à résonateurs couplés en série [44], en parallèle [53], à couplage croisé [54] et le Dual behavior resonator [61].



Figure IV.27: Layout de filtres à résonateurs à saut d'impédance présentés dans la référence [45].

IV.5.2.1.2. Ligne capacitivement chargée

Sur le même principe que les résonateurs SIR, les extrémités basse impédance du résonateur SIR peuvent être remplacées par une capacité discrète dans le but de réduire la taille des filtres planaires et d'améliorer leur réponse large bande. Une ligne chargée par une capacité est également une ligne à onde lente. Cette capacité peut être une capacité CMS, une capacité interdigitée ou une capacité patch. En basse fréquence, les capacités CMS sont plus compactes que les éléments répartis. Ces capacités ont été utilisées pour réduire la taille d'un résonateur en U et de 67 % celle du résonateur à mode double en anneau [77]. Idéalement, les

éléments localisés ne possèdent pas de remontées parasites mais souffrent de pertes d'insertion plus élevées.

IV.6. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté d'une manière générale différents types de technologies planaires pour la conception des filtres. Celle qui nous intéresse la topologie microruban (MS). Par rapport aux technologies volumiques, les structures planaires sont plus avantageuses en termes de taille, de coût, d'intégration et de flexibilité. Nous avons également décrit une grande variété de topologies planaires de filtres passe-bande et plus particulièrement les filtres passe bande ultra large bande (ULB) à base de résonateur à saut d'impédance que nous allons entamer leurs analyses et conception au prochain chapitre.

C

H

A

P

I

T

R

E

V

Simulations et résultats

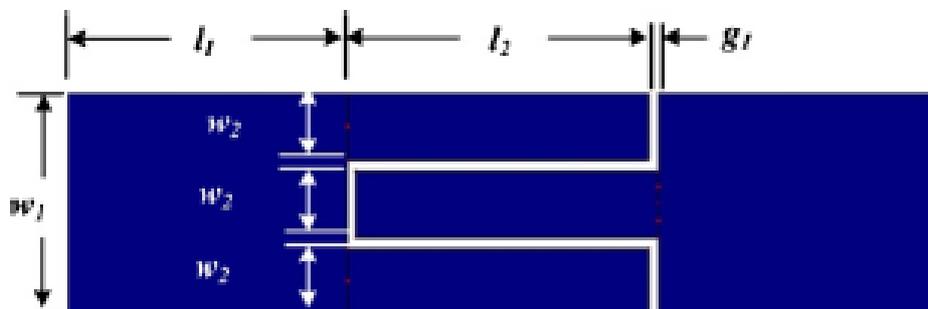
V.1. Introduction et objectifs

Notre travail était consacré à la réalisation de programmes écrits en langage de programmation FORTRAN en utilisant la méthode des moments pour résoudre des équations de Laplace afin de trouver les paramètres matriciels linéiques : d'inductances [L], de capacités [C] et de conductances [G] pour les lignes de transmissions multifilaires de types microruban d'un filtre passe bande de type ULB. Le principe de ces programmes est de subdiviser des lignes de transmission de filtre passe bande en tronçons de lignes et de calculer les paramètres matriciels linéiques de chaque tronçon constitutif du filtre ULB.

Les paramètres matriciels linéiques ([L], [C] et [G]) déterminés pour une structure de filtre ULB donnée, permettent de tracer dans la plage [1-25] GHz les réponses fréquentielles du filtre sous l'environnement MATPAR [78] par exemple.

V.2. Analyse et conception d'une ligne de transmission couplée interdigitale utilisant des tronçons de lignes microrubans

La figure V.1 (a) montre le layout d'une ligne de transmission couplée Interdigitale conventionnelle en donnant leurs dimensions en millimètre. Dans la figure V.1 (b) nous avons divisé la ligne en cinq tronçons pour les analyser chacun à part et calculer leurs paramètres linéiques (inductance [L] et capacité[C]) du fait que la résolution analytique globale s'avère difficile en raison de la complexité de la configuration des systèmes de lignes couplées.



(a)

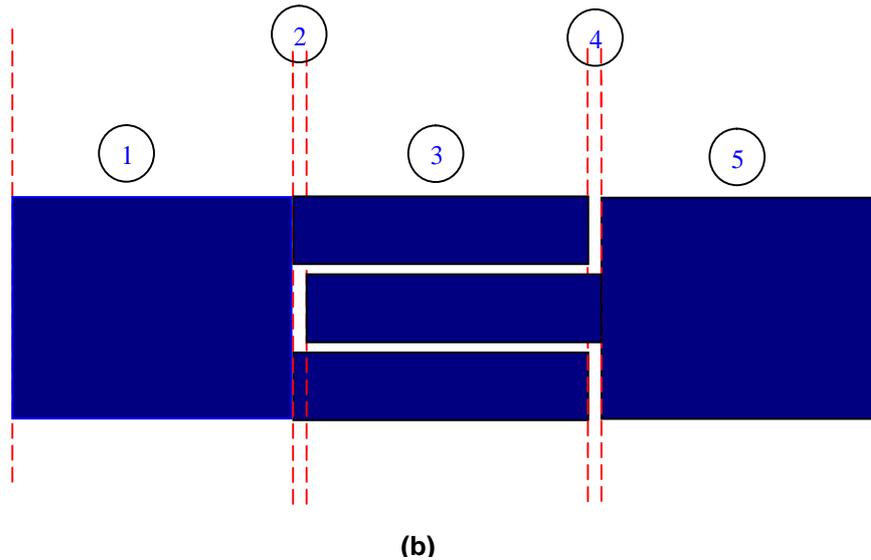


Figure V.1 : Layout d'une Ligne couplée interdigitale utilisant des tronçons de lignes microrubans conventionnelle en (a) divisée en tronçon de lignes en (b) avec : $l_1 = 6.0\text{mm}$, $l_2 = 6.45\text{mm}$, $g_1 = 0.2\text{mm}$, $w_1 = 4.0\text{mm}$ et $w_2 = 1.2\text{mm}$

V.2.1 Tronçons de lignes microrubans et résolution numérique

La caractérisation EM est menée en deux dimensions par le biais de la méthode des moments (MoM). En Effet les sections transversales des tronçons de lignes microrubans simple et couplé sont respectivement présentées sur les figures V.2(a) -V.2(e). Toutes Les structures sont supposées à faibles pertes et propagent le mode quasi transverse électromagnétique (quasi-TEM). Chacune d'elle est constituée d'une bande interne de largeur (w), d'épaisseur (t), d'un substrat diélectrique d'épaisseur (h), de permittivité relative (ϵ_r) et d'une tangente de perte ($\text{tg}\delta$), voir tableau V.1.

RO3003	
ϵ_r	3
$\text{tg } \delta$	0.0013
h (mm)	1.524

Tableau V.1 : Caractéristiques du substrat utilisé.

Pour la deuxième et la troisième structure (figure V.2(b) et V.2(c)) l'écart entre les deux rubans est représenté par le paramètre (s).

Nous allons prendre chaque tronçon de ligne à part et nous allons l'analyser en appliquant notre programme numérique que nous avons écrit en FORTRAN pour les paramètres géométriques et physiques indiqués dans le tableau V.1.

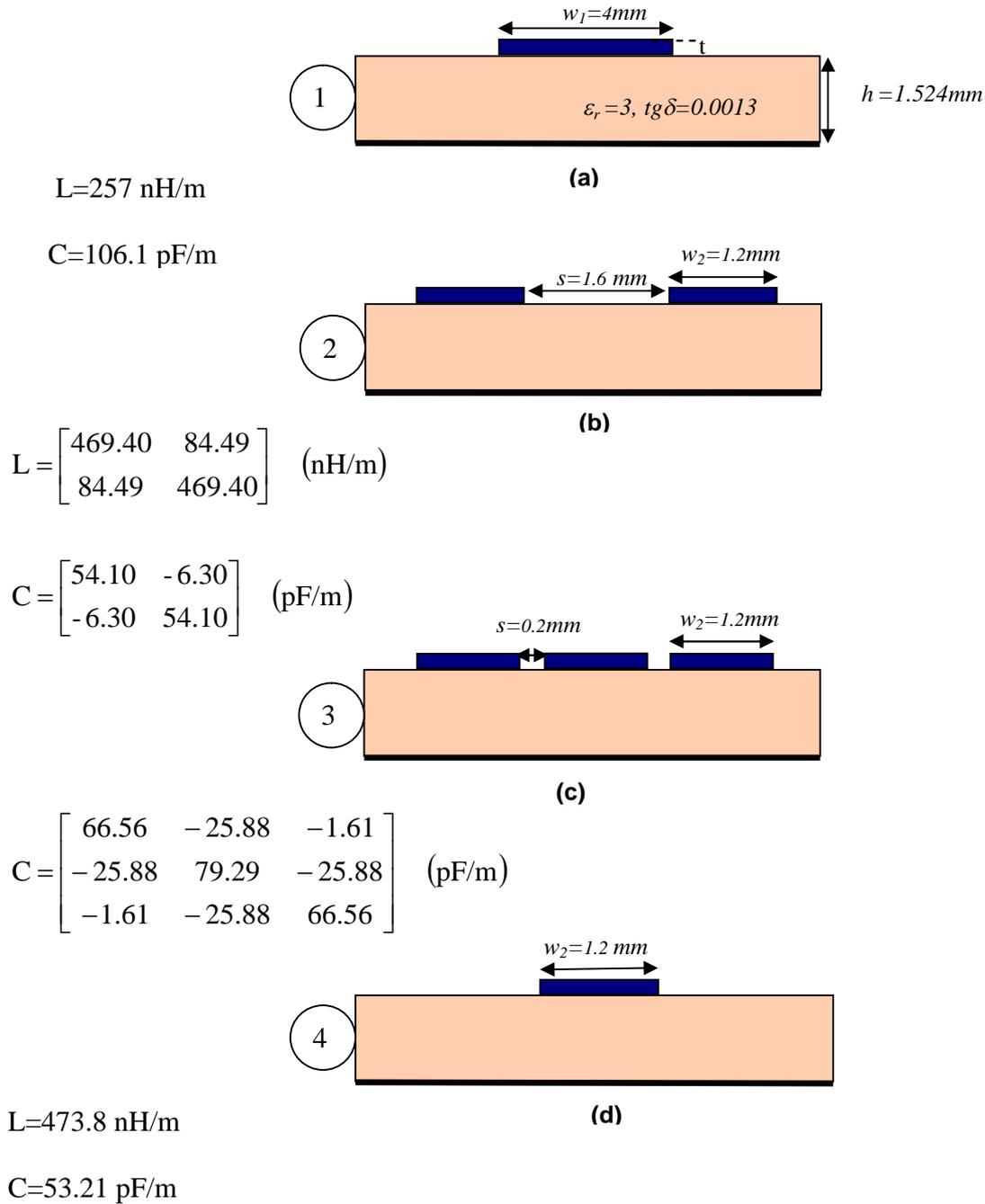


Figure V.2: Sections transversales des tronçons de lignes microrubans, simple en (a, d et e) et couplé en (b, c) avec paramètres EM que nous avons obtenus par la MoM.

Les caractéristiques du tronçon de ligne (e) sont identiques à celles du tronçon de ligne (a).

La figure V.3 fournit dans la plage de fréquences [1, 25] GHz les résultats des réponses fréquentielles (S_{11}) et (S_{21}) des lignes couplées interdigitales de la figure V.1 que nous avons conçu pour $w_2=1.2\text{mm}$.

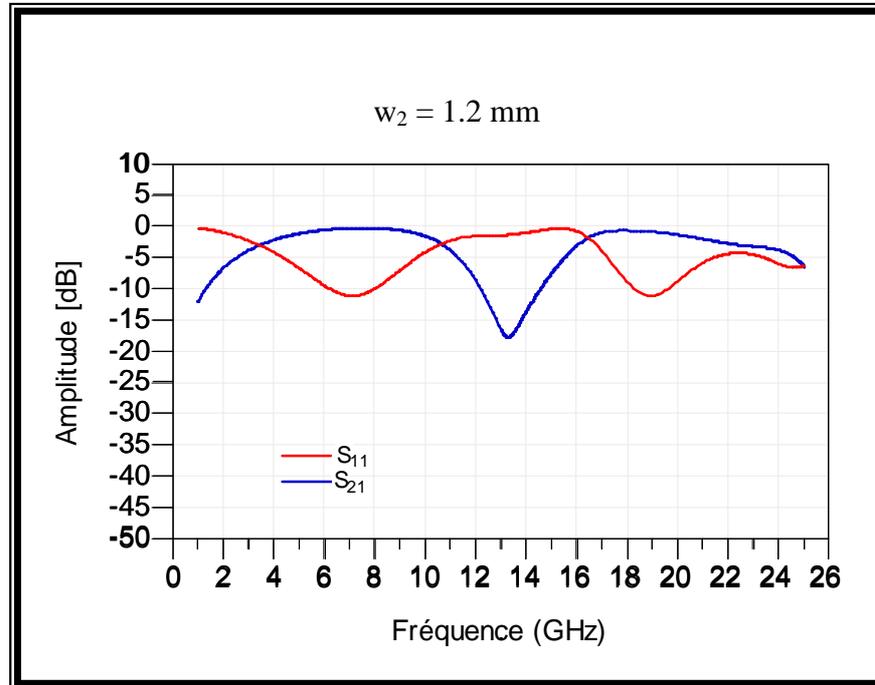


Figure V.3 : Réponses des lignes interdigitales couplées conventionnelles avec $w_2 = 1.2 \text{ mm}$

Sur la figure V.3, nous remarquons que la fréquence centrale du filtre est autour de 6.85 GHz, la largeur de bande est comprise entre 3.5 et 11 GHz, les pertes de transmission (S_{21}) sont faibles et celles de réflexion (S_{11}) sont trouvées égales à 11 dB à la fréquence centrale ($f_0=6.85 \text{ GHz}$). Nous remarquons aussi l'existence d'une deuxième bande passante pour le filtre et qui s'étale de 16.5 à 21.5 GHz centrée sur une fréquence de résonance de $f_0=19 \text{ GHz}$.

La figure V.4(a) montre le layout des lignes de transmissions couplées Interdigitales optimisées. Dans la figure V.4 (b) nous avons divisé la ligne en cinq tronçons pour les analyser chacun à part et pour calculer leurs paramètres linéiques EM (inductance [L] et capacité[C]).

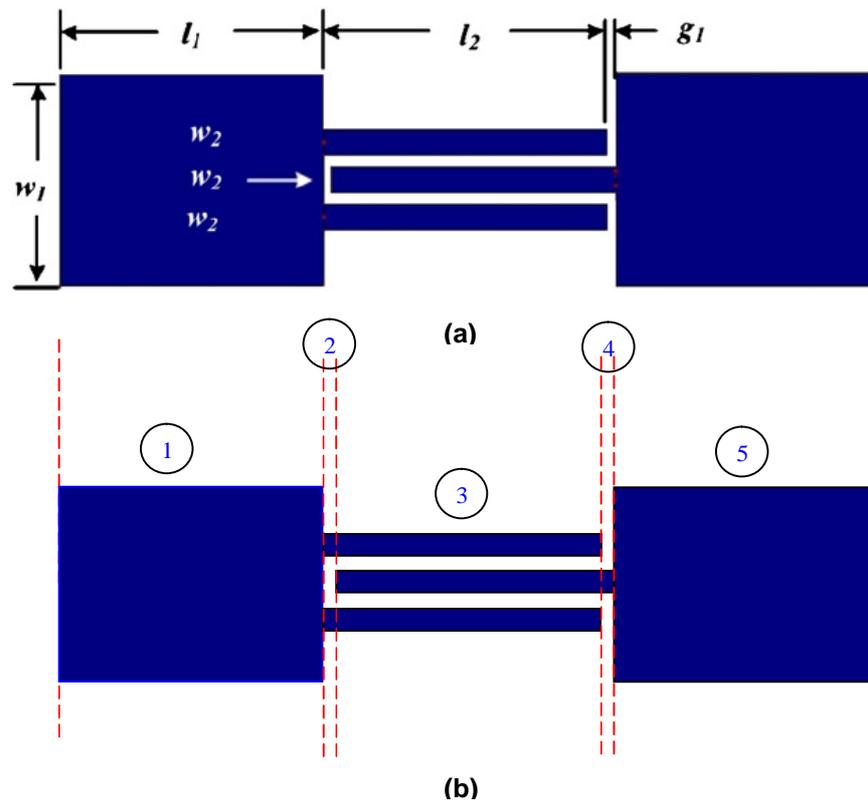
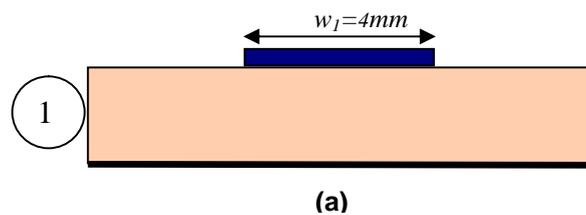


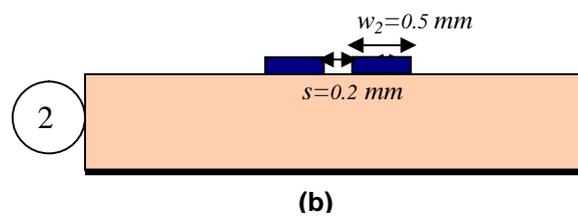
Figure V.4 : Layout d'une Ligne couplée interdigitale optimisée en (a) divisée en tronçon de lignes en (b). Les dimensions sont : $l_1 = 6.0\text{mm}$, $l_2 = 6.45\text{mm}$, $g_1 = 0.2\text{mm}$, $w_1 = 4.0\text{mm}$ et $w_2 = 0.5\text{mm}$.

Dans ce cas, nous avons suivi les mêmes étapes d'analyse des lignes couplées précédentes en changeant seulement la valeur du paramètre w_2 ($w_2=0.5\text{mm}$).



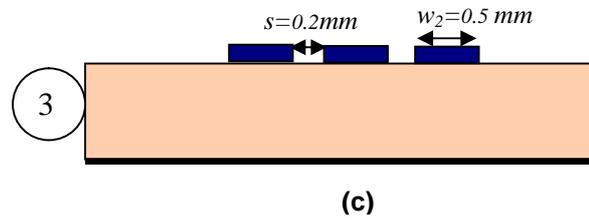
$$L=257 \text{ nH/m}$$

$$C=106.1 \text{ pF/m}$$



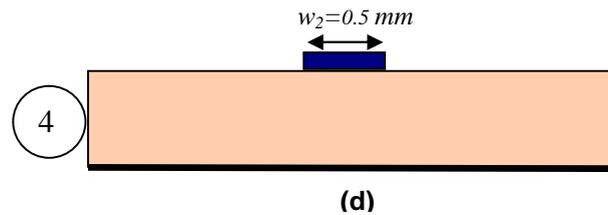
$$L = \begin{bmatrix} 638.54 & 178.41 \\ 178.41 & 638.54 \end{bmatrix} \text{ (nH/m)}$$

$$C = \begin{bmatrix} 40.04 & -8.94 \\ -8.94 & 40.04 \end{bmatrix} \text{ (pF/m)}$$



$$L = \begin{bmatrix} 622.41 & 309.27 & 193.27 \\ 309.27 & 611.52 & 309.27 \\ 193.27 & 309.27 & 622.41 \end{bmatrix} \text{ (nH/m)}$$

$$C = \begin{bmatrix} 49.57 & -21.48 & -2.96 \\ -21.48 & 59.66 & -21.48 \\ -2.96 & -21.48 & 49.57 \end{bmatrix} \text{ (pF/m)}$$



$$L=640.84 \text{ nH/m}$$

$$C=37.92 \text{ pF/m}$$

Figure V.5: Sections transversales de tronçons de lignes microrubans, simple en (a, d et e) et couplé en (b, c) avec nos paramètres EM obtenus par la MoM.

Les caractéristiques du tronçon de ligne (e) sont identiques à celles du tronçon de la ligne (a).

La figure V.6 fournit dans la plage de fréquences [1, 25] GHz les résultats des réponses fréquentielles (S_{11}) et (S_{21}) des lignes couplées interdigitales optimisée de la figure V.4 que nous avons conçu pour $w_2=0.5\text{mm}$.

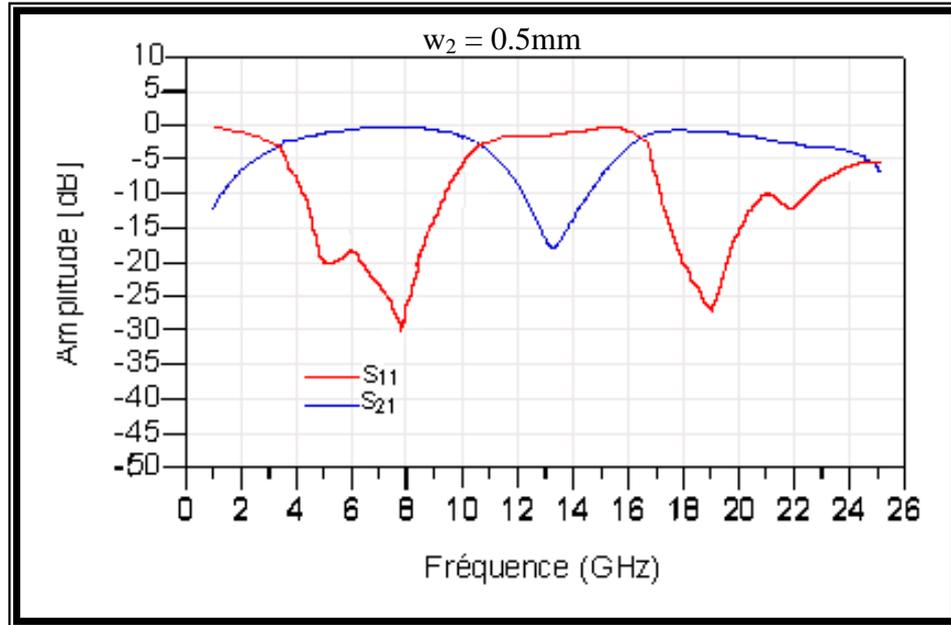


Figure V.6: Réponses des lignes interdigitales couplées optimisées avec $w_2 = 0.5\text{mm}$

A partir de la comparaison des réponses fréquentielles des deux figures V.3 et V.6, nous constatons bien qu'ils ont presque la même fréquence de résonance de 6.85 gigahertz. Néanmoins, les nouvelles lignes optimisées ont des performances supérieures avec un meilleur (S_{11}) et (S_{21}) dans la bande passante de [3.6-11] GHz avec une perte de réflexion de 30 dB obtenue à la fréquence de résonance. Ceci signifie que les lignes interdigitales couplées optimisées sont mieux adaptées pour la conception de filtre ULB. Nous remarquons aussi l'existence toujours d'une deuxième bande passante ([16- 25] GHz) centrée sur $f_0=19$ GHz.

Dans ce qui suit cette dernière structure de lignes interdigitales couplées sera utilisée pour former des filtres ULB présentant des fentes ou non dans le but d'améliorer d'avantage les performances de ce dernier.

V.3. Analyse et conception de filtres passe-bande de type ULB utilisant des tronçons de lignes microrubans

V.3.1. Filtre basse bande ULB à résonateur à saut d'impédance : One-SIR

Sur La figure V.7 (a) nous montrons le layout du filtre passe bande ULB étudié. Il est constitué d'un résonateur placé au milieu entre trois tronçons de coupleurs microrubans situés aux deux extrémités du filtre (figure V.7 (b)).

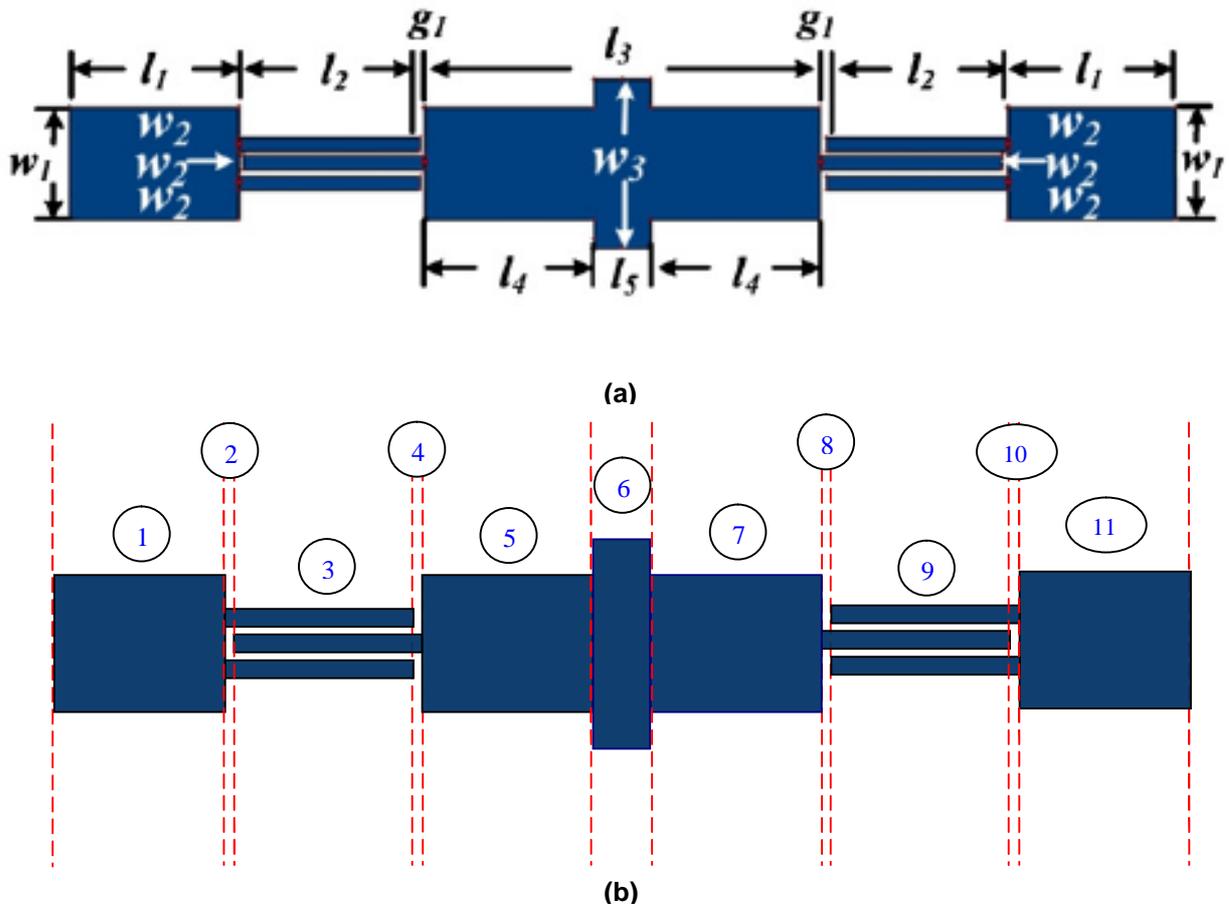


Figure V.7: Layout d'un filtre passe bande à simple résonateur conventionnel SIR en (a) divisée en tronçon de lignes en (b), avec $l_1 = 6.0\text{mm}$, $l_2 = 6.45\text{mm}$, $l_3 = 14\text{ mm}$ $g_1 = 0.2\text{mm}$, $w_1 = 4.0\text{mm}$ et $w_2 = 0.5\text{mm}$

Nous avons appliqué notre outil numérique basé sur la méthode des moments MoM à l'analyse et à la conception de filtre passe bande utilisant des tronçons de lignes microrubans. L'approche MoM permet de décider si les contraintes permettent la réalisation du filtre ou non.

Assumant des lignes d'alimentation de 50Ω . Dans le but d'assurer au coupleur un coefficient de couplage inférieur à 5 dB, nous avons calculé les paramètres électriques pour les caractéristiques suivantes : $\text{tg } \delta = 0.0013$, $t = 1.524\text{mm}$ et $\epsilon_r = 3$.

Toutes les valeurs des paramètres linéiques [L] et [C] pour chaque tronçon, que nous avons obtenus pour ce filtre sont fournis dans le tableau V.2.

Numéro du tronçon de ligne	Inductance L (nH/m)	Capacité C (pF/m)
1	257	106.1
2	$\begin{bmatrix} 824.6 & 276.46 \\ 276.46 & 824.6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 31.56 & -9.19 \\ -9.19 & 31.56 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 817.69 & 413.99 & 284.91 \\ 413.99 & 812.76 & 413.99 \\ 284.91 & 413.99 & 817.69 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 37.97 & -16.16 & -3.94 \\ -16.16 & 44.69 & -16.16 \\ -3.94 & -16.16 & 37.97 \end{bmatrix}$
4	825.94	28.83
5	257	106.1
6	195.55	142.93
7	257	106.1
8	825.94	28.83
9	$\begin{bmatrix} 817.69 & 413.99 & 284.91 \\ 413.99 & 812.76 & 413.99 \\ 284.91 & 413.99 & 817.69 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 37.97 & -16.16 & -3.94 \\ -16.16 & 44.69 & -16.16 \\ -3.94 & -16.16 & 37.97 \end{bmatrix}$
10	$\begin{bmatrix} 824.6 & 276.46 \\ 276.46 & 824.6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 31.56 & -9.19 \\ -9.19 & 31.56 \end{bmatrix}$
11	257	106.1

Tableau V.2 : Paramètres linéiques matriciels [L] et [C] des tronçons de ligne de transmission d'un filtre passe bande ultra large bande à simple résonateur à saut d'impédance.

La figure V.8 fournit dans la plage de fréquences [1-25] GHz les résultats de la réponse fréquentielle (S_{11}) et (S_{21}) de filtre passe bande ultra large bande ULB à simple résonateur à saut d'impédance (one-SIR) de la figure V.7 que nous avons conçu.

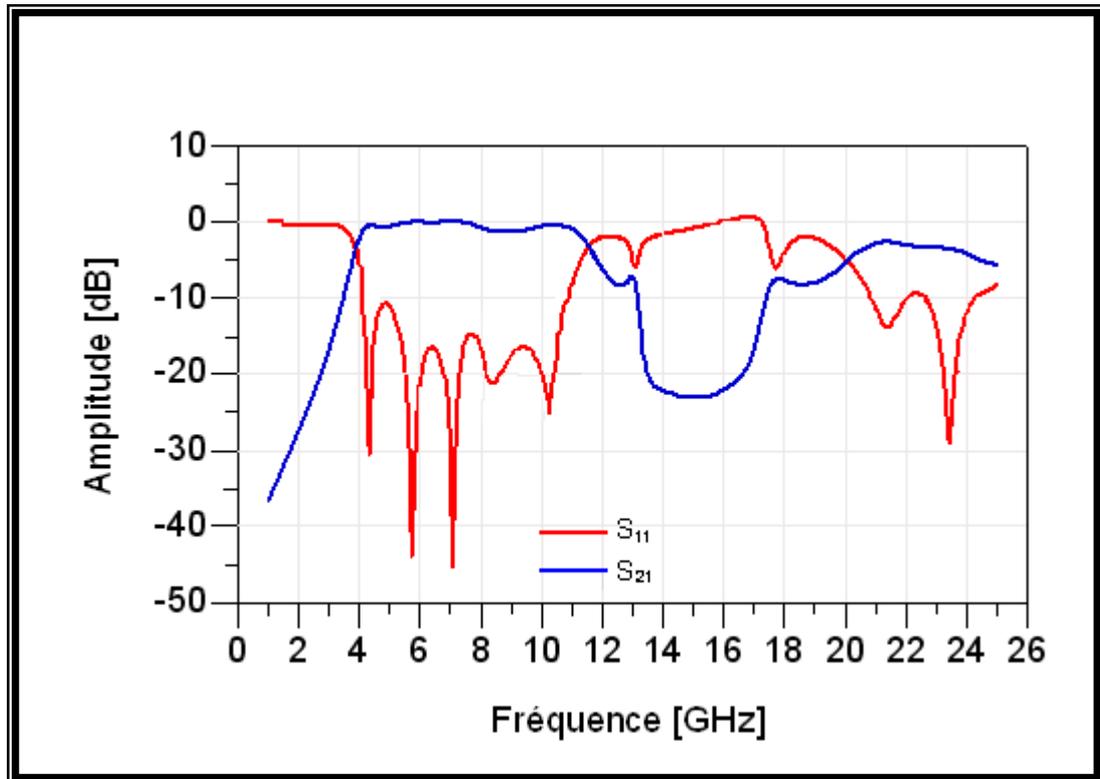


Figure V.8: Réponses du filtre PB ULB à simple résonateur conventionnel SIR.

Sur la figure V.8, nous remarquons bien que le filtre a une bande passante de [3.8, 11.5] GHz et qui est centrée sur la fréquence 6.8 GHz. Pour cette structure de filtre, les pertes de transmission (S_{21}) s'élèvent à environ 0.5 dB et celles de réflexion (S_{11}) sont trouvées égales d'une part à 46 dB à la fréquence centrale et d'autre part supérieures à 10 dB à l'intérieur de la bande passante avec l'existence toujours d'une deuxième bande passante qui s'étale de 20 à 25 GHz et ayant une fréquence de résonance (f_0) de 23 GHz.

V.3.2 Filtre passe bande ULB à résonateur à saut d'impédance avec fente (One-SSIR)

A ce stade, nous avons adopté les mêmes procédures d'analyse mais cette fois le filtre avec une fente au centre du tronçon de la ligne comme la montre la figure V.9.

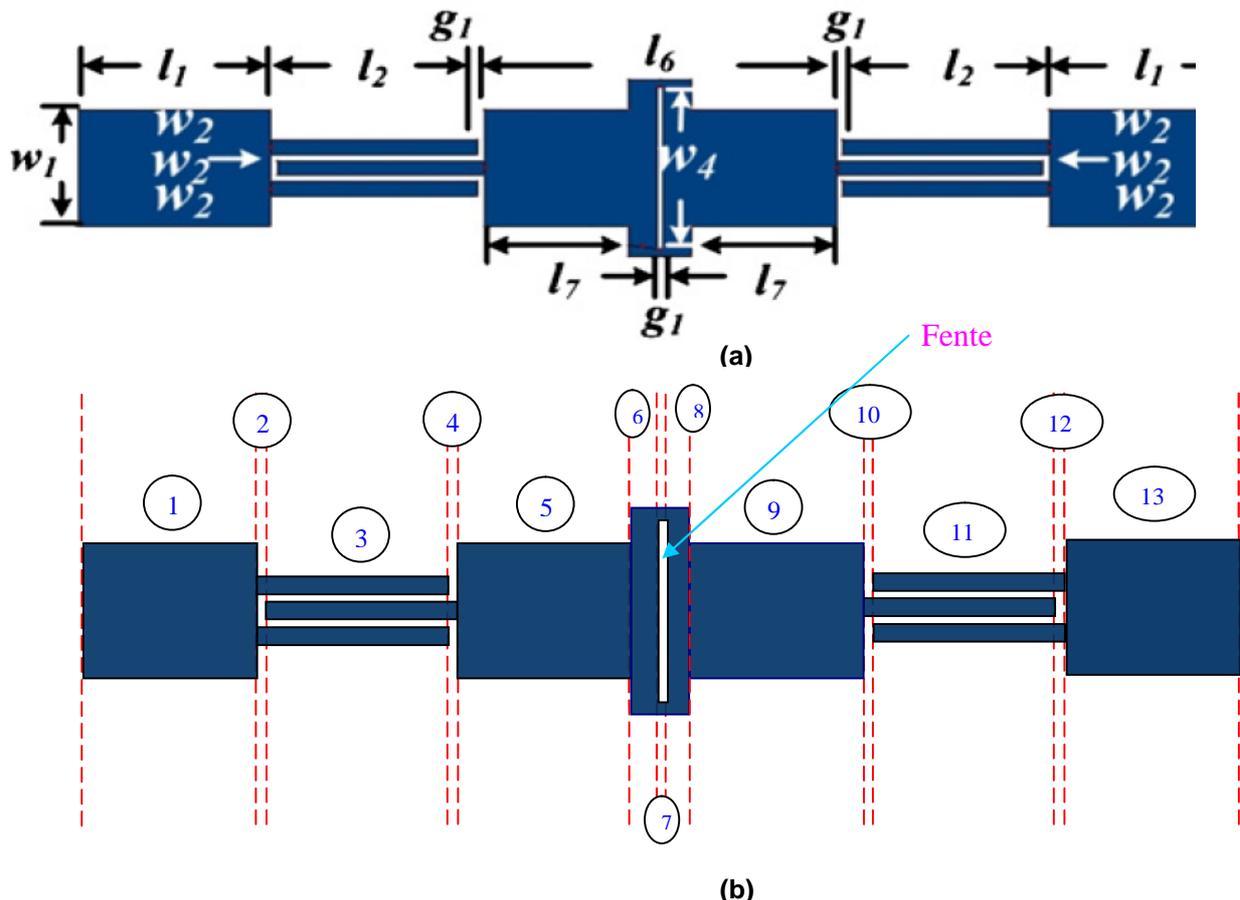


Figure V.9 : Layout d'un filtre passe bande ULB à simple résonateur le SSIR optimisée en (a) divisée en tronçon de lignes en (b). Les dimensions sont comme suit : $l_1 = 6.0\text{mm}$, $l_2 = 6.45\text{mm}$, $l_6 = 11.0\text{mm}$, $l_7 = 4.5\text{mm}$, $g_1 = 0.2\text{mm}$, $w_1 = 4.0\text{mm}$ et $w_2 = 0.5\text{mm}$

Toutes les valeurs des paramètres linéiques [L] et [C] que nous avons obtenues pour chaque tronçon de ligne constitutif de cette nouvelle structure de filtre PB ULB sont fournis dans le tableau V.3.

Numéro de tronçons de ligne	Inductance L (nH/m)	Capacité C (pF/m)
1	257	106.1
2	$\begin{bmatrix} 824.6 & 276.46 \\ 276.46 & 824.6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 31.56 & -9.19 \\ -9.19 & 31.56 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 817.69 & 413.99 & 284.91 \\ 413.99 & 812.76 & 413.99 \\ 284.91 & 413.99 & 817.69 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 37.97 & -16.16 & -3.94 \\ -16.16 & 44.69 & -16.16 \\ -3.94 & -16.16 & 37.97 \end{bmatrix}$
4	825.94	28.83
5	257	106.1
6	195.55	142.93
7	$\begin{bmatrix} 778.98 & 24.79 \\ 24.79 & 778.98 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 30.70 & -0.35 \\ -0.35 & 30.70 \end{bmatrix}$
8	195.55	142.93
9	257	106.1
10	825.94	28.83
11	$\begin{bmatrix} 817.69 & 413.99 & 284.91 \\ 413.99 & 812.76 & 413.99 \\ 284.91 & 413.99 & 817.69 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 37.97 & -16.16 & -3.94 \\ -16.16 & 44.69 & -16.16 \\ -3.94 & -16.16 & 37.97 \end{bmatrix}$
12	$\begin{bmatrix} 824.6 & 276.46 \\ 276.46 & 824.6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 31.56 & -9.19 \\ -9.19 & 31.56 \end{bmatrix}$
13	257	106.1

Tableau V.3: Paramètres linéiques matriciels [L] et [C] des tronçons de lignes de transmission du filtre passe bande ULB à simple résonateur à saut d'impédance avec fente.

La figure V.10 fournit dans la plage de fréquences [1-25] GHz les résultats de la réponse fréquentielle (S_{11}) et (S_{21}) du filtre PB ULB à simple résonateur à saut d'impédance avec une fente (one-SSIR) de la figure V.9 que nous avons conçu.

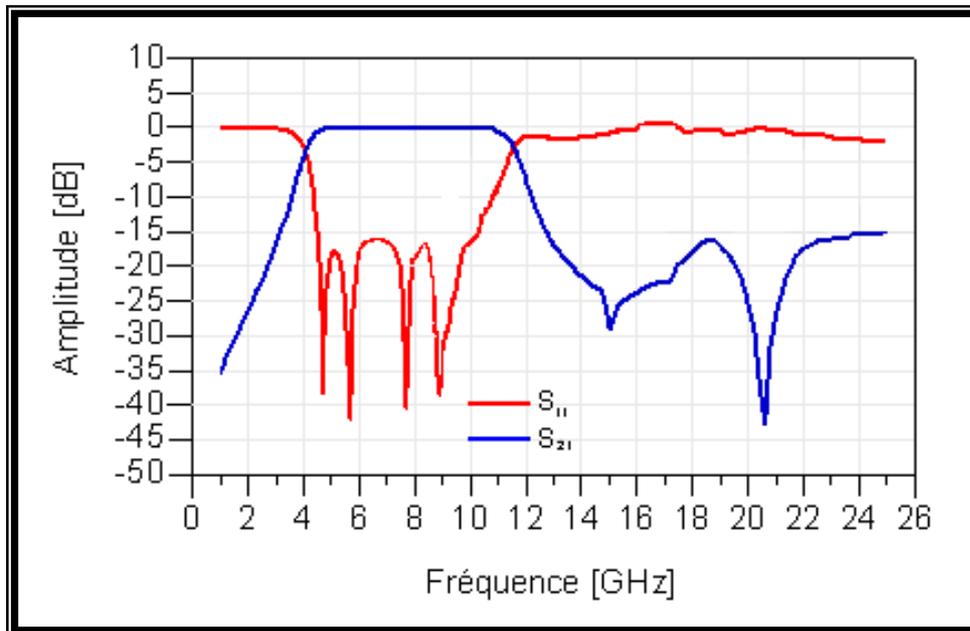


Figure V.10: Réponses du filtre passe bande à simple résonateur SSIR optimisé.

Dans la figure V.10, nous avons trouvé que le filtre a une bande passante de [4, 11.5] GHz, les pertes de transmission (S_{21}) s'élèvent à environ 0.2 dB et celles de réflexion (S_{11}) sont égales à 43 dB à la fréquence centrale et sont supérieures à 17 dB à l'intérieur de la bande passante. Ces pertes sont supérieures à 15 dB dans la bande de réjection, résultat obtenu par l'introduction de la fente au niveau du résonateur.

Sur la figure V.11 nous avons tracé les réponses fréquentielles (S_{11}) et (S_{21}) pour les deux filtres passe bande ultra large bande à simple résonateur sans fente (**SIR**) et à simple résonateur avec fente (**SSIR**).

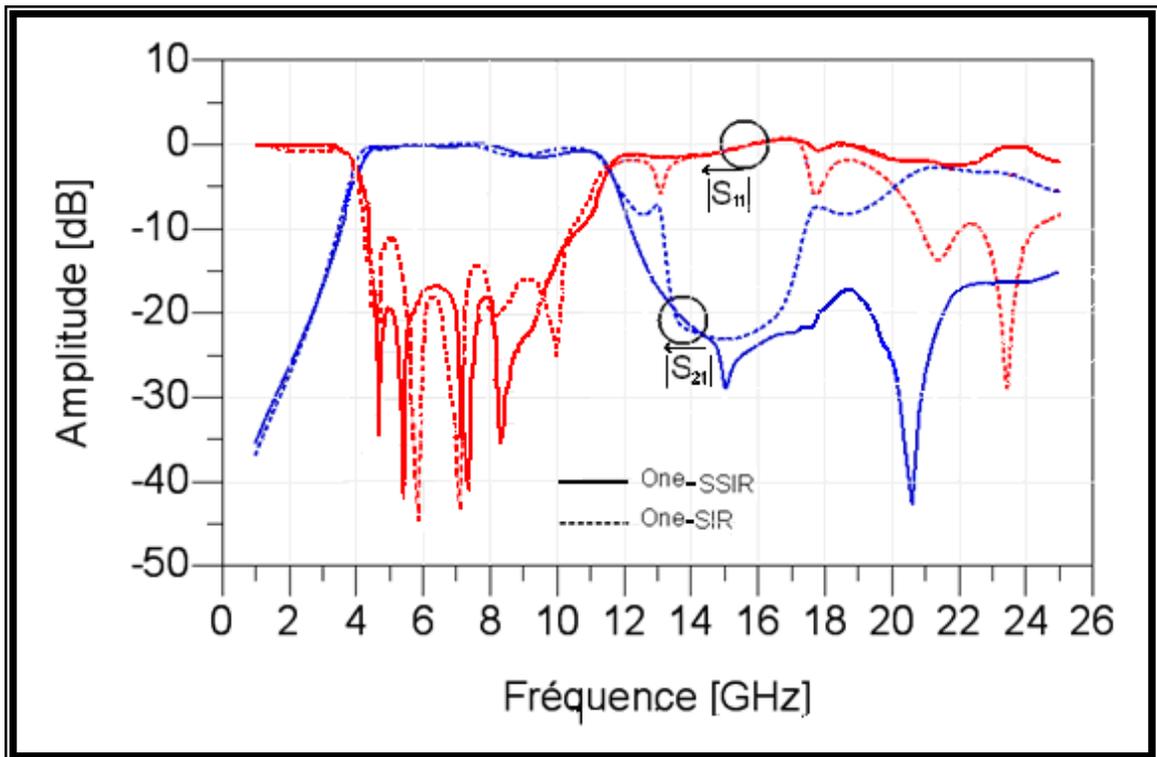


Figure V.11: Comparaison des réponses fréquentielles (S_{21}) d'un filtre passe bande à simple résonateur SIR et SSIR.

Les résultats des réponses fréquentielles montrent que les deux filtres passe bande à simple résonateur SIR et SSIR ont presque la même bande passante [4, 11.3] GHz centrée sur 6.85 GHz. Néanmoins, le filtre SSIR a des performances supérieures avec un meilleur (S_{21}) < 0.2 dB et des pertes de réflexion supérieures à 15 dB dans la même bande passante. Ceci signifie que les lignes interdigitales couplées optimisées (i.e présentant une fente) sont mieux adaptées pour la réalisation de filtre ULB.

Nous constatons aussi que le filtre SSIR a une meilleure performance dans la bande de réjection (ici > 15 dB) dans une large gamme de fréquence ([12.5, 25] GHz) par rapport à celle du filtre SIR.

Dans le but d'augmenter d'avantage les performances du filtre ULB que nous voulons concevoir, nous avons vu utile de mettre en cascade les deux types de filtres SIR et SSIR que nous avons déjà étudié.

V.3.3 Filtre passe bande ULB à deux résonateurs à saut d'impédance (two-SIR)

Sur la figure V.12 (a) nous montrons le layout du filtre passe bande ULB étudié. Il est constitué de deux résonateurs placés au milieu entre deux tronçons de coupleurs à trois lignes interdigitales situés aux deux extrémités du filtre et séparés par un tronçon de coupleur de forme de deux lignes microrubans.

Dans ce qui suit nous présentons sur la figure V.12 (b) la subdivision du filtre en dix sept (17) tronçons de lignes microrubans.

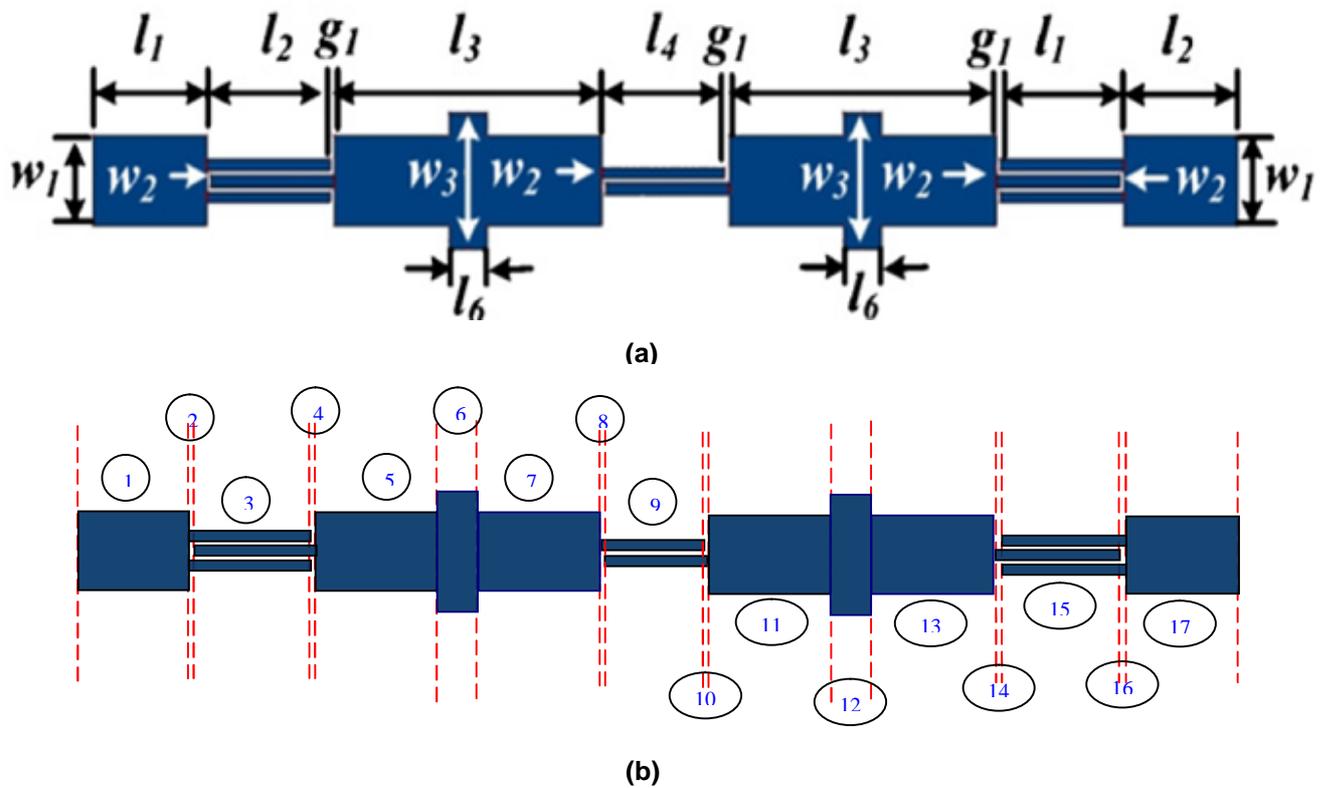


Figure V.12: Layout d'un filtre PB à deux résonateurs conventionnels SIR en (a) divisée en tronçon de lignes (b). Les dimensions sont données comme suit : $l_1 = 6.0\text{mm}$, $l_2 = 6.45\text{mm}$, $l_3 = 14\text{mm}$, $l_4 = 6.5\text{mm}$, $l_6 = 2\text{mm}$, $w_1 = 4.0\text{mm}$, $w_2 = 0.5\text{mm}$ et $w_3 = 6\text{mm}$, $g_1 = 0.2\text{mm}$.

Nous avons appliqué les mêmes procédures d'analyse en mettant en cascade la structure du filtre passe bande ULB (SIR). Nous avons calculé les paramètres linéiques de chaque tronçon de ligne comme le montre les résultats du tableau V.4.

Numéro du tronçon de ligne	Inductance L (nH/m)	Capacité C (pF/m)
1	257	106.1
2	$\begin{bmatrix} 638.54 & 178.41 \\ 178.41 & 638.54 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 40.04 & -8.94 \\ -8.94 & 40.04 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 622.41 & 309.27 & 193.27 \\ 309.27 & 611.52 & 309.27 \\ 193.27 & 309.27 & 622.41 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 49.57 & -21.48 & -2.96 \\ -21.48 & 59.66 & -21.48 \\ -2.96 & -21.48 & 49.57 \end{bmatrix}$
4	825.94	28.83
5	257	106.1
6	195.55	142.93
7	257	106.1
8	825.94	28.83
9	$\begin{bmatrix} 816.88 & 414.85 \\ 414.85 & 816.88 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 40.04 & -8.94 \\ -8.94 & 40.04 \end{bmatrix}$
10	825.94	28.83
11	257	106.1
12	195.55	142.93
13	257	106.1
14	825.94	28.83
15	$\begin{bmatrix} 622.41 & 309.27 & 193.27 \\ 309.27 & 611.52 & 309.27 \\ 193.27 & 309.27 & 622.41 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 49.57 & -21.48 & -2.96 \\ -21.48 & 59.66 & -21.48 \\ -2.96 & -21.48 & 49.57 \end{bmatrix}$
16	$\begin{bmatrix} 638.54 & 178.41 \\ 178.41 & 638.54 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 40.04 & -8.94 \\ -8.94 & 40.04 \end{bmatrix}$
17	257	106.1

Tableau V.4: Paramètres linéiques matriciels [L] et [C] des tronçons de ligne de transmission du filtre passe bande ULB à deux résonateurs à saut d'impédance.

Sur la figure V.13 nous avons tracé les réponses fréquentielles (S_{11}) et (S_{21}) du filtres PB ULB à deux résonateur ne présentant pas de fente.

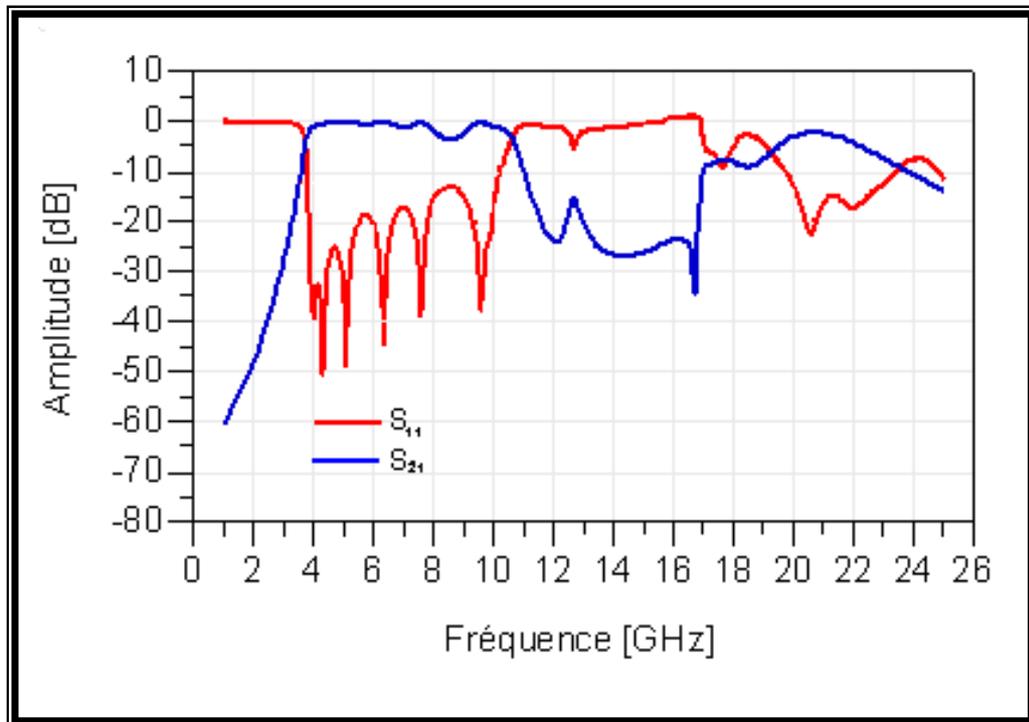


Figure V.13: Réponses filtre passe bande à deux résonateurs conventionnel SIR.

Pour le filtre passe-bande ULB à deux résonateurs SIR simulé, la fréquence centrale du filtre est obtenue autour de 7 GHz, la largeur de bande est comprise entre 3.6 et 10.3 GHz, les pertes de transmission s'élèvent à environ 3 dB et celles de réflexion nous les avons trouvées supérieures environ à 15 dB dans une large gamme de fréquences (3.8-11 GHz).

V.3.4 Filtre passe bande ULB à deux résonateurs à saut d'impédance avec fente (two-SSIR)

Pour voir l'influence de la fente sur la réponse fréquentielle du filtre passe bande ultra large bande à deux résonateurs, nous avons adopté les mêmes procédures d'analyse que précédemment. Cette dernière structure de filtre PB ULB présente une fente au centre des deux résonateurs constitutifs de ce dernier comme la montre la figure V.14.

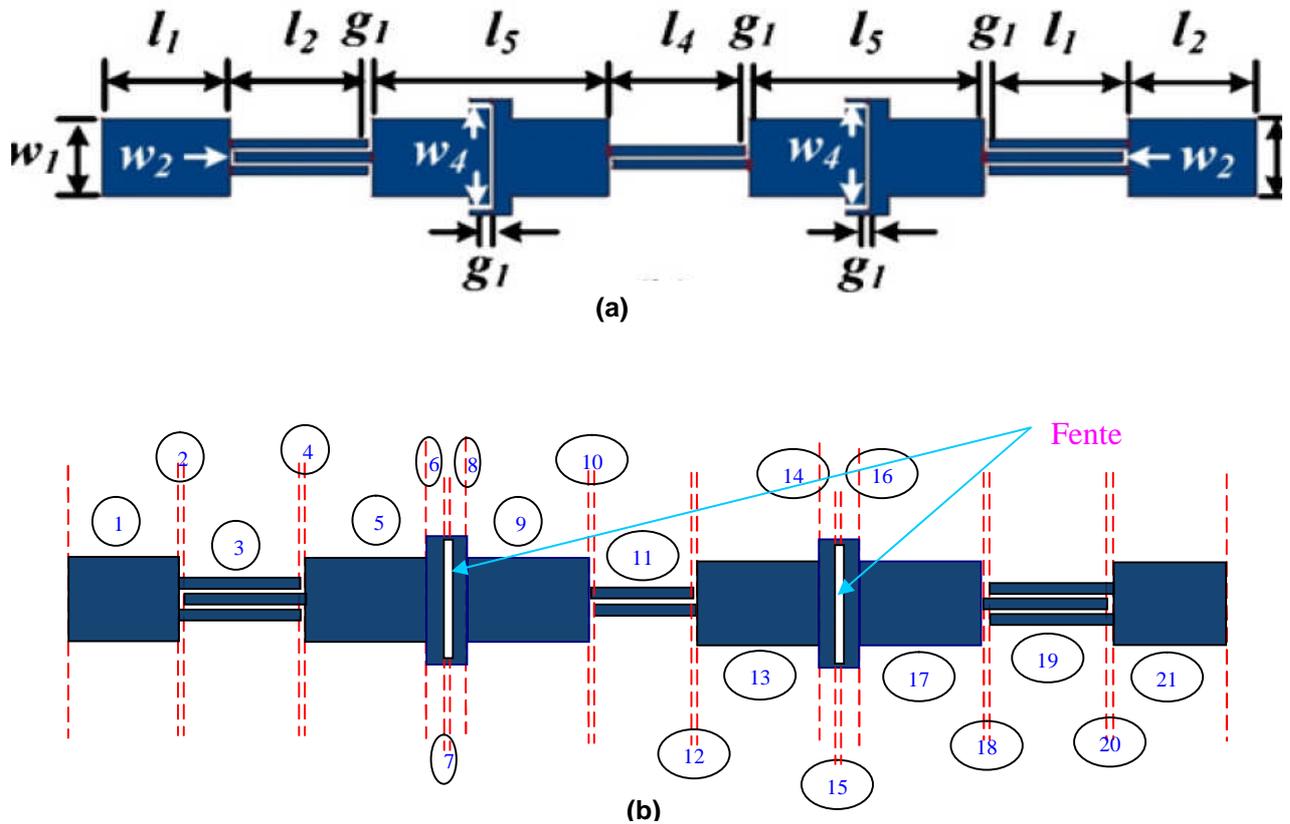


Figure V.14 : Layout du filtre passe bande à deux résonateurs SSIR optimisée en (a) et divisée en tronçon de lignes en (b). Les dimensions sont comme suit : $l_1 = 6.0\text{mm}$, $l_2 = 6.45\text{mm}$, $l_4=6.5\text{mm}$, $l_5 = 11.0\text{mm}$, $w_1 = 4.0\text{mm}$ $w_2 = 0.5\text{mm}$ et $w_4 = 5.5\text{mm}$, $g_1 = 0.2\text{mm}$

Pour ce filtre PB ULB ayant deux résonateurs présentant chacun une fente, toutes les valeurs des paramètres linéiques [L] et [C] pour chaque tronçon de ligne, que nous avons obtenues par le biais de nos programmes réalisés sous FORTRAN et utilisant la MoM, sont fournis dans le tableau V.5.

Numéro du tronçon de ligne	Inductance L (nH/m)	Capacité C (pF/m)
1	257	106.1
2	$\begin{bmatrix} 824.6 & 276.46 \\ 276.46 & 824.6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 31.56 & -9.19 \\ -9.19 & 31.56 \end{bmatrix}$
3	$\begin{bmatrix} 817.69 & 413.99 & 284.91 \\ 413.99 & 812.76 & 413.99 \\ 284.91 & 413.99 & 817.69 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 37.97 & -16.16 & -3.94 \\ -16.16 & 44.69 & -16.16 \\ -3.94 & -16.16 & 37.97 \end{bmatrix}$
4	825.94	28.83
5	257	106.1
6	195.55	142.93
7	$\begin{bmatrix} 778.98 & 24.79 \\ 24.79 & 778.98 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 30.70 & -0.35 \\ -0.35 & 30.70 \end{bmatrix}$
8	195.55	142.93
9	257	106.1
10	825.94	28.83
11	$\begin{bmatrix} 816.88 & 414.85 \\ 414.85 & 816.88 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 40.04 & -8.94 \\ -8.94 & 40.04 \end{bmatrix}$
12	825.94	28.83
13	257	106.1
14	195.55	142.93
15	$\begin{bmatrix} 778.98 & 24.79 \\ 24.79 & 778.98 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 30.70 & -0.35 \\ -0.35 & 30.70 \end{bmatrix}$
16	195.55	142.93
17	257	106.1
18	825.94	28.83
19	$\begin{bmatrix} 817.69 & 413.99 & 284.91 \\ 413.99 & 812.76 & 413.99 \\ 284.91 & 413.99 & 817.69 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 37.97 & -16.16 & -3.94 \\ -16.16 & 44.69 & -16.16 \\ -3.94 & -16.16 & 37.97 \end{bmatrix}$
20	$\begin{bmatrix} 824.6 & 276.46 \\ 276.46 & 824.6 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 31.56 & -9.19 \\ -9.19 & 31.56 \end{bmatrix}$
21	257	106.1

Tableau V.5 : Paramètres linéiques matriciels [L] et [C] des tronçons de lignes de transmission du filtre PB ULB à deux résonateurs à saut d'impédance présentant des fentes.

Pour ce filtre PB ULB ayant deux résonateurs présentant chacun une fente, toutes les valeurs des paramètres linéiques [L] et [C] pour chaque tronçon de ligne, que nous avons obtenues par le biais de nos programmes réalisés sous FORTRAN et utilisant la MoM, sont fournis dans le tableau V.5. Nous avons tracé les réponses fréquentielles (S_{11}) et (S_{21}) de cette dernière structure de filtres (SSIR) sur la figure V.11.

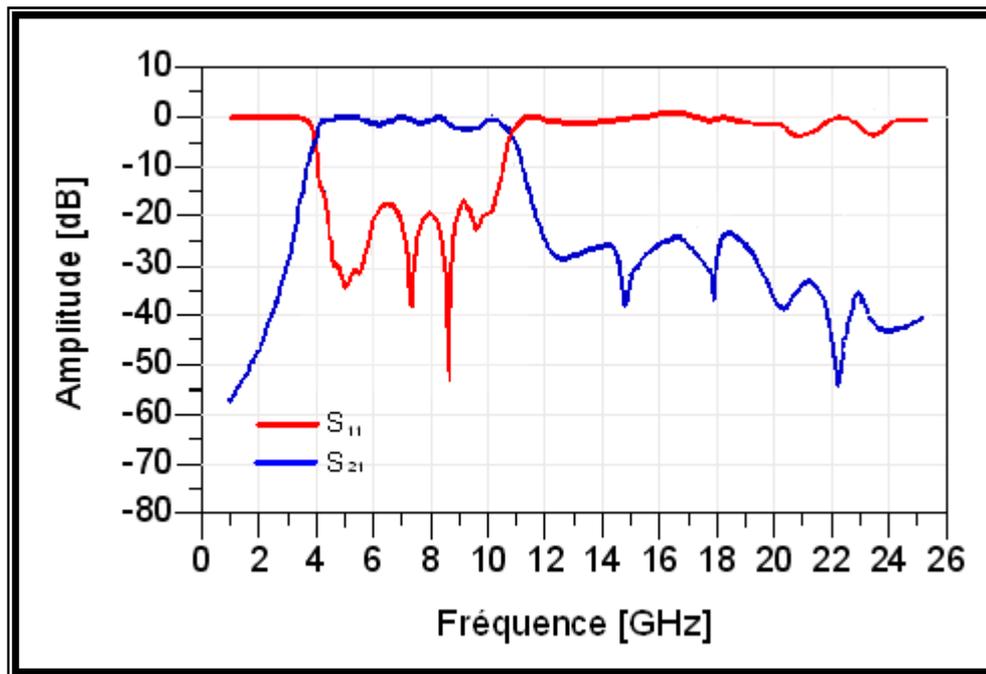


Figure V.15: Réponses fréquentielles du filtre PB ULB à deux résonateurs SSIR avec fentes.

Pour voir l'influence de la fente sur les caractéristiques fréquentielles du filtre, nous avons présenté sur la figure V.16 les réponses fréquentielles (S_{11} , S_{21}) du filtre PB à un seul résonateur SSIR et celles du filtre à deux résonateurs SSIR.

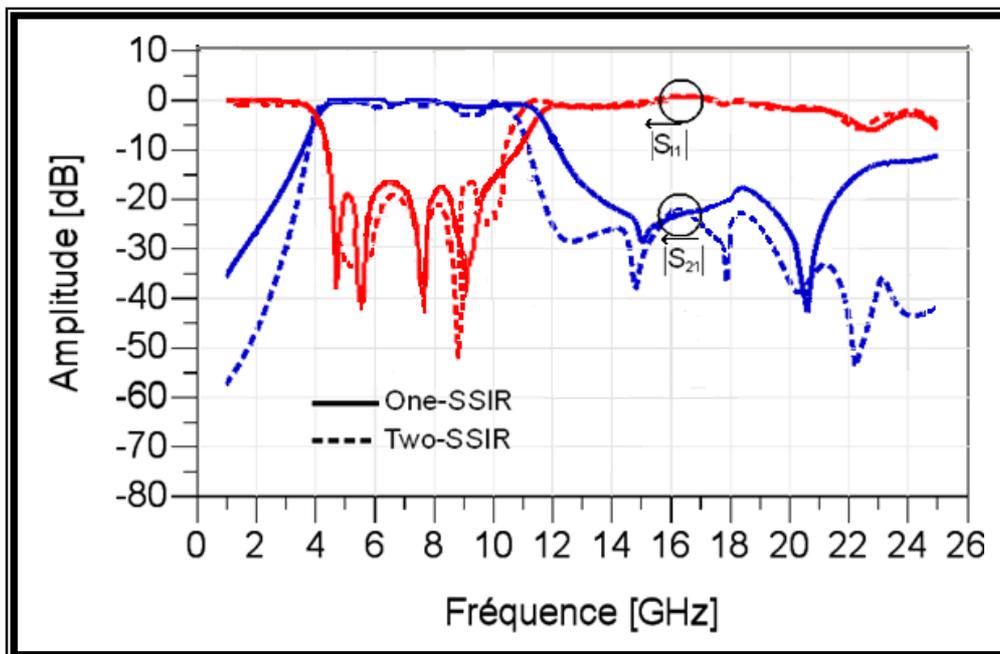


Figure V.16: Comparaison entre les réponses fréquentielles (S_{11} , S_{21}) du filtre passe bande à un seul résonateur SSIR et celles du filtre à deux résonateurs SSIR.

A partir de cette figure, nous constatons clairement que les performances du paramètre de transmission (S_{21}) s'améliorent de façon remarquable quand le nombre de résonateur à saut d'impédance augmente. En plus, nous remarquons que l'ajout de la fente au milieu du résonateur rend le filtre plus sélectif et améliore les performances de la bande de réjection supérieure tout en éliminant la deuxième bande rencontrée dans les premières structures de filtre PB ULB. Les pertes d'insertion sont supérieures à 23 dB dans la bande de fréquences [12, 25] GHz et sont égales environ à 53 dB à la fréquence de 22 GHz. Les pertes de transmission sont très faibles (< 0.2 dB). Aussi les pertes par réflexion sont améliorées en remplaçant les résonateurs SIR par des résonateurs SSIR, et sont trouvées supérieures à 15 dB dans la bande passante [3.8, 11.6] GHz.

V.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons conçu et analysé des structures de filtres ULB à résonateurs SIR et SSIR de formes très complexes trouvant leurs applications dans le domaine des télécommunications faibles puissances. Ces structures de formes très complexes sont devenues faciles à concevoir, à analyser et à réaliser par le biais de nos programmes utilisant la méthode des moments sans l'utilisation de logiciels professionnels (CST, IE3D, ...). Aussi, nous avons montré que l'utilisation des filtres ULB dits two-SIR et two-SSIR introduit des améliorations considérables dans la bande passante et aussi dans la bande réjection de ces derniers.

*Conclusion générale
&
Perspectives*

Conclusion Générale

L'étude menée dans ce travail se caractérise par l'utilisation de la méthode des moments en deux dimensions pour la détermination des grandeurs électromagnétiques ([L], [C] et [G]) de lignes multifilaires planaires. Les tronçons de ces lignes sont disposés d'une certaine manière connue dans la littérature scientifique pour constituer une structure de filtre passe bande ultra large bande destinée à des applications faibles puissances en télécommunications.

Dans un premier temps, nous avons donné un bref rappel sur la théorie des lignes de transmission multifilaires et les propriétés des paramètres matriciels linéiques [L], [C] et [G].

Dans une seconde étape, nous nous sommes orientés vers l'étude des lignes multifilaires en utilisant la méthode des moments pour résoudre l'équation de Laplace afin d'obtenir les paramètres linéiques : d'inductances [L], de capacités [C] et de conductances [G] de la ligne multifilaire étudiée

Le troisième chapitre a été consacré à résoudre les équations MTL (Multiconducteur Transmission Lignes) dans le domaine fréquentiel pour $(n+1)$ lignes conductrices.

Dans le quatrième chapitre, nous avons présenté les différents types des technologies planaire en s'intéressant essentiellement à la topologie microruban et en passant par quelques notions de filtres et de fonction de filtrage. Nous avons également décrit une grande variété de topologies planaires de filtres passe-bande et plus particulièrement les filtres (FPB) ULB réalisés à base de résonateurs à saut d'impédances.

Enfin dans le dernier chapitre, nous avons présenté les résultats de conception et de simulation de nouvelles structures de filtres planaires (FPB) ULB à résonateurs SIR et SSIR de formes très complexes trouvant leurs applications dans le domaine des télécommunications faibles puissances. Certains de nos résultats obtenus par la méthode des moments (MoM) ont été validés par nos résultats obtenus par la méthode des éléments finis (MEF) et écrits sous l'environnement FeeFEM.

Ces structures de filtres de formes très complexes sont devenues faciles à concevoir, à analyser et à réaliser grâce à l'emploi de nos programmes écrits en FORTRAN et utilisant la méthode des moments sans avoir recours à l'utilisation de logiciels professionnels coûteux tels que : CST, IE3D,

Aussi, nous avons montré que l'utilisation des filtres ULB dits two-SIR et two-SSIR introduit des améliorations considérables dans la bande passante et aussi dans la bande de réjection de ces derniers.

Les perspectives de notre travail sont par conséquent très ambitieuses. En effet, nous envisageons de poursuivre ce travail en développant les points suivants :

- ✓ étudier autres structures plus complexes des filtres passe bande avec d'autre technologie pour utilisation dans le domaine de filtrage et particulièrement en télécommunication spatiale,
- ✓ développer un l'outil numérique avec d'autres méthodes de calcul,
- ✓ analyser des lignes de transmissions multifilaires à sections circulaires avec la méthode des moments ou d'autres méthodes numériques,

ANNEXE

ANNEXE A

La figure A.1 montre le layout du filtre ULB étudié. Il est constitué d'un tronçon de ligne microruban simple placé au milieu entre deux tronçons de coupleurs microrubans situés aux deux extrémités du filtre [79]. Pour concevoir un tel filtre passe-bande ULB, les trois tronçons de ce filtre sont arrangés avec des longueurs d'environ $\lambda/4$, $\lambda/2$ et $\lambda/4$, comme indiqué sur le schéma de la figure A.1.

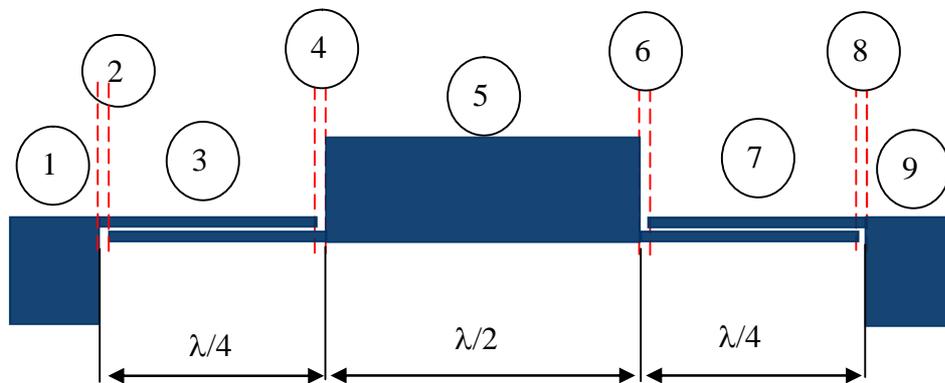


Figure A.1 : Layout du filtre ULB passe-bande utilisant des tronçons de lignes microrubans.

Nous avons appliqué notre outil numérique basé sur la méthode des moments (MoM) à l'analyse des paramètres électromagnétiques de cette simple structure de filtre ULB.

Aussi, nous avons réalisé des programmes sous l'environnement FreeFEM [80] utilisant la méthode des éléments finis (MEF) pour pouvoir comparer entre les résultats de nos programmes obtenus par les deux méthodes. Ces deux approches (MoM et MEF) aident à décider si les contraintes permettent la réalisation du filtre ou non.

Assumant des lignes d'alimentation externes de 50Ω . Dans le but d'assurer au coupleur un coefficient de couplage inférieur à 5dB, nous avons varié la valeur de la distance de séparation (s) entre les deux rubans couplés pour les caractéristiques suivantes : $w/h=0.08$, $t/h=0.0136$ et $\epsilon_r=10.8$.

Une impédance caractéristique basse de valeur 54Ω environ a été choisie pour la ligne placée au centre du filtre ULB proposé. Tous les paramètres électromagnétiques, que nous avons obtenus pour ces lignes sont fournis dans le tableau A.1.

Numéro du tronçon de ligne	Inductance L (nH/m)		Capacité C (pF/m)	
	MoM	MEF	MoM	MEF
1	440.2	437.24	180.6	181.82
2	925.64	919.74	77.57	77.15
3	$\begin{bmatrix} 912.1 & 579.8 \\ 579.8 & 912.1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 847.1 & 560.6 \\ 560.6 & 847.1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 123.5 & -74.2 \\ -74.2 & 123.5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 127.64 & -78.04 \\ -78.04 & 127.64 \end{bmatrix}$
4	925.64	919.74	77.57	77.15
5	441.1	448.2	174.1	173.14
6	925.64	919.74	77.57	77.15
7	$\begin{bmatrix} 912.1 & 579.8 \\ 579.8 & 912.1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 916.2 & 572.1 \\ 572.1 & 916.2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 123.5 & -74.2 \\ -74.2 & 123.5 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 125.33 & -72.4 \\ -72.4 & 125.33 \end{bmatrix}$
8	925.64	919.74	77.57	77.15
9	440.2	437.24	180.6	181.82

Tableau A.1 : Paramètres linéiques matriciels [L] et [C] des tronçons de ligne de transmission d'un filtre passe bande à bande large à saut d'impédance fonctionnant dans la bande [1, 13] GHz.

Dans le but de vérifier les caractéristiques électriques du circuit présenté dans la figure A.1, le filtre passe bande ULB étudié et utilisant des tronçons de lignes microruban a été simulé au moyen du logiciel MATPAR [78].

Les figures A.2 et A.3 fournissent dans la plage de fréquences [1, 13] GHz les résultats des réponses fréquentielles du filtre passe bande ULB de la figure que nous avons conçus par les deux méthodes MoM et MEF successivement.

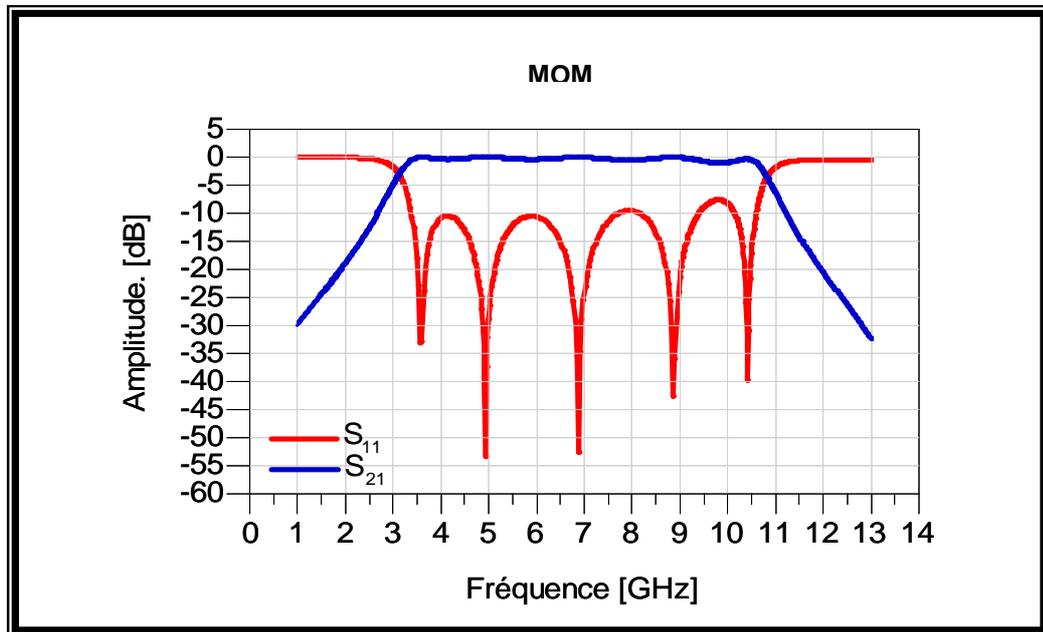


Figure A.2 : Réponses du filtre passe-bande ULB de la figure A.1 trouvés au moyen de ses paramètres EM obtenus par nos programmes utilisant la MoM.

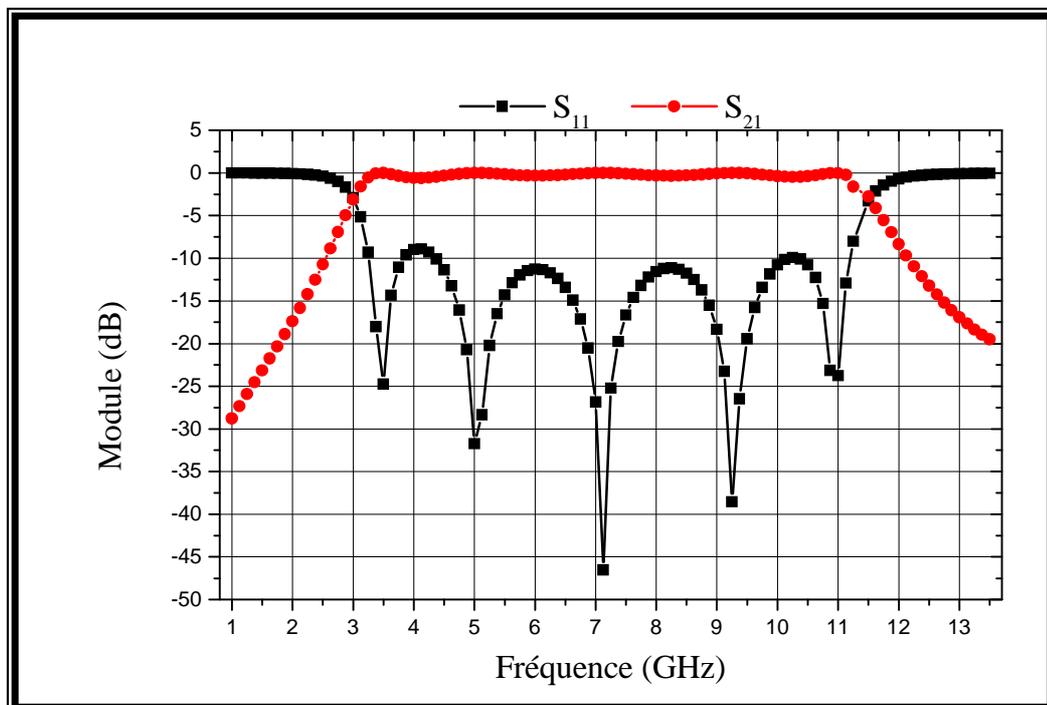


Figure A.3 : Réponses du filtre passe-bande ULB de la figure A.1 trouvés au moyen de ses paramètres EM obtenus par nos programmes utilisant la MEF.

Dès figures A.2 et A.3 donnant les résultats de simulations du filtre PB ULB ainsi analysé par la MoM et par la MEF, nous constatons clairement un très bon accord entre les deux méthodes.

Pour le filtre passe-bande ULB simulé, la fréquence centrale du filtre est obtenue autour de 7 GHz, la largeur de bande est comprise entre 3 et 11.5 GHz, les pertes de transmission s'élèvent à environ 0.6 dB et celles de réflexion nous les avons trouvées supérieures environ à 10 dB dans une large gamme de fréquences (3.5-11 GHz).

Pour la fréquence centrale choisie et sur un substrat diélectrique de permittivité relative de 10.8, notre filtre ULB que nous avons conçu a seulement $1.27 \times 6.16 \times 16.1$ mm de taille.

Les différents tests appliqués à nos programmes que nous avons écrits en FORTRAN et utilisant la MoM sont concluants, il nous appartient donc de faire état des différentes simulations pour étudier l'influence des paramètres géométriques de n'importe quel circuit planaire microruban, sur ses paramètres électromagnétiques.

ANNEXE B

Inductance et capacité linéiques pour des lignes de transmission de type PCB :

Il existe très peu d'équations de forme approchée pour calculer l'inductance et la capacité linéique pour des lignes de transmission constituées de conducteurs parallèles qui ont des sections rectangulaires. Les relations les plus approximatives sont de référence [81]:

Ces structures sont caractérisées par leur impédance caractéristique :

$$Z_C = \sqrt{\frac{l}{c}} \quad (\text{B.1})$$

Et leur vitesse de propagation :

$$\begin{aligned} v &= \frac{1}{\sqrt{lc}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r' \epsilon_0 \mu_0}} = \frac{v_0}{\sqrt{\epsilon_r'}} \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

Où ϵ_r' est la permittivité effective relative du milieu (qui peut être inhomogène). Alors,

l'inductance et la capacité

linéiques sont données par :

$$l = \frac{Z_C}{v} \quad (\text{B.3})$$

$$c = \frac{1}{Z_C v} \quad (\text{B.4})$$

1- La ligne STRIP

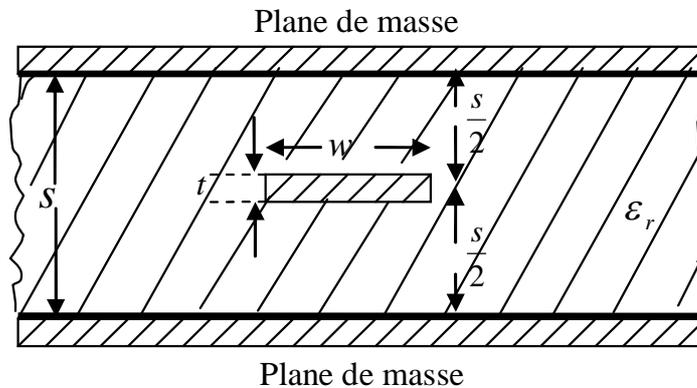


Figure B.1 : Ligne de transmission strip avec des conducteurs ont des sections dimensionnelles rectangulaires.

La figure B.1 montre une ligne strip qui se compose d'un conducteur ruban parfait d'une section rectangulaire, de largeur w et d'épaisseur t , situé au milieu entre deux plans infinis et de conductivité parfaite et séparés avec une distance s . Le milieu diélectrique entre les deux plans est homogène et se caractérise par $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$ et $\mu = \mu_0$.

Supposant un ruban d'épaisseur nul ($t=0$), alors, l'inductance linéique est donnée par :

$$l = \frac{30\pi}{v_0} \frac{1}{\left[\frac{w_e}{s} + 0.441 \right]} \quad (\text{B.5})$$

où

$$\frac{w_e}{s} = \begin{cases} \frac{w}{s}, & \frac{w}{s} \geq 0.35 \\ \frac{w}{s} - \left(0.35 - \frac{w}{s}\right)^2, & \frac{w}{s} \leq 0.35 \end{cases} \quad (\text{B.6})$$

La capacité linéique est:

$$c = \frac{\epsilon_r}{30\pi v_0} \left[\frac{w_e}{s} + 0.441 \right] \quad (\text{B.7})$$

2- La ligne MICROSTRIP

La ligne microstrip montrée dans la figure B.2 est une ligne strip avec un seul plan. Le ruban de largeur w est placé sur un substrat d'épaisseur h qui a un plan de conductivité parfaite dans le côté opposé. Le substrat a une permittivité relative ϵ_r .

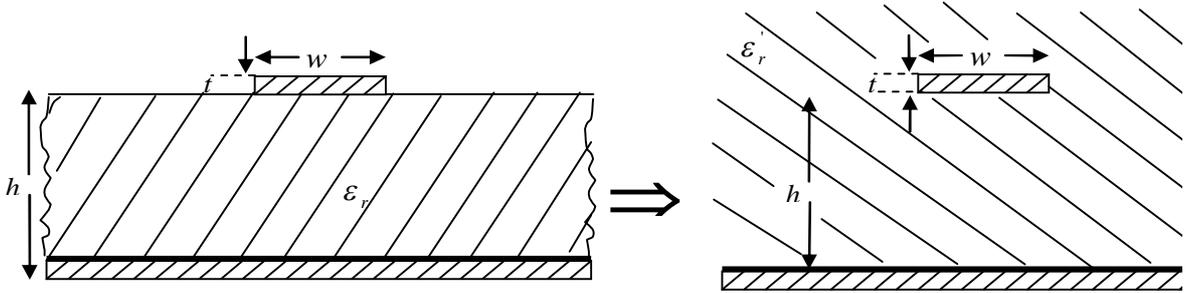


Figure B.2 : Ligne de transmission microstrip avec des conducteurs ont des sections dimensionnelles rectangulaires.

Supposant un ruban d'épaisseur nul ($t=0$). alors, l'inductance linéique est donnée par :

$$l = \begin{cases} \frac{60}{v_0} \ln\left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h}\right), & \frac{w}{h} \leq 1 \\ \frac{120\pi}{v_0} \left[\frac{w}{h} + 1.393 + 0.667 \ln\left(\frac{w}{h} + 1.444\right) \right]^{-1}, & \frac{w}{h} \geq 1 \end{cases} \quad (\text{B.8})$$

La permittivité relative effective est :

$$\epsilon_r' = \frac{\epsilon_r + 1}{2} + \frac{\epsilon_r - 1}{2} \frac{1}{\sqrt{1 + 12 \frac{h}{w}}} \quad (\text{B.9})$$

La capacité linéique est:

$$c = \begin{cases} \frac{\epsilon_r'}{60v_0} \ln\left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h}\right), & \frac{w}{h} \leq 1 \\ \frac{\epsilon_r'}{120\pi v_0} \left[\frac{w}{h} + 1.393 + 0.667 \ln\left(\frac{w}{h} + 1.444\right) \right], & \frac{w}{h} \geq 1 \end{cases} \quad (\text{B.10})$$

3- La ligne PCB

La ligne PCB montrée dans la figure B.3 est une ligne de deux rubans de largeur w placés au-dessus d'un substrat et séparés entre eux avec une distance s . Le substrat a une épaisseur h et une permittivité relative ϵ_r .

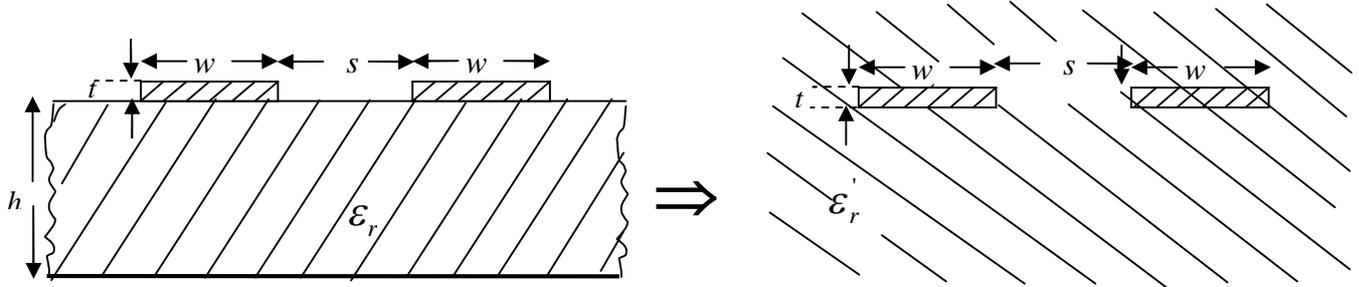


Figure B.3 : Ligne de transmission PCB (Printed Circuit Board) avec des conducteurs ont des sections dimensionnelles rectangulaires.

Supposant un ruban d'épaisseur nul ($t=0$), alors, l'inductance linéique est donnée par :

$$l = \begin{cases} \frac{120}{v_0} \ln \left(2 \frac{1+\sqrt{k}}{1-\sqrt{k}} \right), & \frac{1}{\sqrt{2}} \leq k \leq 1 \\ \frac{377\pi}{v_0 \ln \left(2 \frac{1+\sqrt{k'}}{1-\sqrt{k'}} \right)}, & 0 \leq k \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (\text{B.11})$$

avec
$$k = \frac{s}{s + 2w} \quad (\text{B.12})$$

et
$$k' = \sqrt{1 - k^2}$$

La permittivité effective relative est :

$$\epsilon_r' = \frac{\epsilon_r + 1}{2} \left\{ \tanh \left[0.775 \ln \left(\frac{h}{w} \right) + 1.75 \right] + \frac{kw}{h} [0.04 - 0.7k + 0.01(1 - 0.1\epsilon_r)(0.25 - k)] \right\} \quad (\text{B.13})$$

La capacité linéique est :

$$c = \begin{cases} \frac{\epsilon_r'}{120v_0 \ln \left(2 \frac{1+\sqrt{k}}{1-\sqrt{k}} \right)}, & \frac{1}{\sqrt{2}} \leq k \leq 1 \\ \frac{\epsilon_r' \ln \left(2 \frac{1+\sqrt{k'}}{1-\sqrt{k'}} \right)}{377\pi v_0}, & 0 \leq k \leq \frac{1}{\sqrt{2}} \end{cases} \quad (\text{B.14})$$

References bibliographiques

- [1] R.Plonsey and R.E. Collin, « **Principles and Applications of Electromagnetic Fields** », 2nd edition, McGraw-Hill, New York, 1982.
- [2] M. Javid and P.M. Brown, « **Field Analysis and Electromagnetics** », *McGraw-Hill, New York, 1963.*
- [3] F.E. Hohn, « **Elementary Matrix Algebra** », 2nd edition, *Macmillan, New York, 1964.*
- [4] S.A. Nasar, « **Introduction to Electromagnetic Fields** », 2nd edition, McGraw-Hill, New York, 1987.
- [5] McGraw-Hill « **Analysis of Linear Circuits** », **New York, 1989.**
- [6] « **Application of Multiconductor Transmission Line theory to the prediction of cable coupling—Vol. I— multiconductor transmission lines** », Technical Report.Rome Air Development Center Griffiss AFB, **New York, 1976.**
- [7] J.C. Clements. « **Computation of the capacitance matrix for dielectric-coated wires** », Technical report. Rome Air Development Center Griffiss AFB, **New York, 1974 .**
- [8] A.E. Feather, « **Computation of the transmission line inductance and capacitance matrices from the generalized capacitance matrix** », *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*,197.
- [9] « **Reference potential terms in static capacitance calculations via the method of moments** », *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 1978.
- [10] J.C. Clements and A.T. Adams, « **Two dimensional systems of dielectric-coated** », *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, 1975
- [11] R.F. Harrington, « **Field Computation by Moment Methodes** », *Macmillan, New York, 1968.*
- [12] R.E. Collin, « **Field Theory of Guided Waves, 2nd edition** », *IEEE Press, New York 1991.*
- [13] M .N. O. Sadiku, « **Numerical techniques in Electromagnetics** », *CRC press, Boca Raton, FL, 1992.*
- [14] W.R. Smythe, « **Static and Dynamic Electricity** », 3rd edition, *McGraw-Hill, New York, 1968.*

- [15] W.T. Weekes, « **Calculation of coefficients of capacitance of multiconductor transmission lines in the presence of the dielectric interface** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques 18(1), 35-43, 1970
- [16] H.B. Dwight, « **Tables of Integrals and Other Mathematical Data** », 4th edition, Macmillan, New York 196
- [17] S.A. Nasar, « **Essential Engineering Equations** », CRC Press, Boston, MA, 1991.
- [18] Paul, Clayton R, « **Decoupling the Multiconductor Transmission Line equations** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 1-12, 1996.
- [19] Paul, Clayton R, « **On uniform multimode transmission lines** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 556-558, 1973.
- [20] Paul, Clayton R, « **Applications of Multiconductor Transmission Line theory to the prediction of cable coupling—Vol. VII – Digital computer programs for the analysis of multiconductor transmission lines** », Technical Report Rome Air Development Center Griffiss AFB, New York, 1977.
- [21] Paul, Clayton R, « **Useful matrix chain parameter identities for the analysis of multiconductor transmission lines** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, 756-760, 1975.
- [22] Paul, Clayton R, « **Application of Multiconductor Transmission Line theory to the prediction of cable coupling -Vol. I- multiconductor transmission line theory**», Technical Report. Rome Air Development Center Griffiss AFB, New York, 1976.
- [23] B.A. Bowles, « **Symbolic solution of the multiconductor transmission line equations for lines containing shielded wires**», IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 1991.
- [24] Zuritch, Switzerland, « **Printed circuit board EMC** », 1985 International Symposium and Technical Exhibition on Electromagnetic Compatibility, March 1985.
- [25] John Wiley & Sons, « **Electromagnetics for Engineers : with Applications to Digital Systems and Electromagnetic Interference** », New York, 2004.
- [26] Encyclopidia of RF and Micowave Engineering, John Wiley, Interscience, Hoboken, NY, 2005, « **Electromagnetic Compatibility** » pp 1137-1151, « **Coupled transmission lines** » pp 863-882.
- [27] J.-S. Hong and M. Lancaster, « **End coupled microstrip slow wave resonator filter** », IEE Electronic letters, vol. 32, no. 16, pp. 1494–1496, August 1996.

- [28] K. Gupta, R. Gang, and J. Bahl, « **Microstrip Lines and Slotlines** », Artech House, 1996.
- [29] R. Goyal, Ed., « **Monolithic Microwave Integrated Circuits: Technology & Design** », Artech House, 1989.
- [30] T. Mandviwala, B. Lail, and G. Boreman, « **Infrared-Frequency Coplanar Striplines: Design, Fabrication, and Measurements** », Microwave and Optical Technology Letters, vol. 47, no. 1, pp. 17-20, Jan. 2005.
- [31] G. Bindu, A. Lonappan, V. Thomas, J. Yohannan, V. Hamsakutty, C.K. Aanandan, and K.T. Mathew, « **Coplanar Strip Line Fed Bowtie Antenna for Ground Penetrating Radar** », in Proceedings of the 28th Union Radio-Scientifique Internationale (URSI), New Delhi, Oct. 2005.
- [32] B. A. Kopp and A. S. Francomacaro, « **Miniaturized Stripline Circuitry Utilizing Low Temperature Cofired Ceramic (LTCC) Technology** », in IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, pp. 1513–1516, Albuquerque, NM, USA, June 1992.
- [33] T. Ishizaki, M. Fujita, H. Kagata, T. Uwano, and H. Miyake, « **A Very Small Dielectric Planar Filter For Portable Telephones** », IEEE Trans. Microwave Theory Tech.,
- [34] A. Sutono, J. Laskar, W.R. Smith, « **Development of Integrated Three Dimensional** ».
- [35] J. Uher and W. J. R. Hofer, « **Tunable microwave and millimeter-wave band-pass filters** », Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, vol. 39, pp. 643-653, 1991.
- [36] L. Young and D. B. Weller « **A 500-to-1000 MHz Magnetically Tunable Bandpass Filter Using Two YIG-Disk Resonators** », Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on, vol. 15, pp. 72-86, 1967.
- [37] Rizzi, **Microwave Engineering Passive Circuits**. Prentice Hall, 1988.
- [38] F. Martin, F. Falcone, J. Bonache, T. Lopetgi, M. A. Laso, M. Coderch, and M. Sorolla, « **New periodic-loaded electromagnetic bandgap coplanar waveguides with complete spurious passband supression** », IEEE Microwave and Wireless Component letters, vol. 12, no. 11, pp. 435–437, November 2002.
- [39] L. Zhu, « **Guided-wave characteristics of periodic coplanar waveguides with inductive loading-unit-length transmission parameters** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 51, no. 10, pp. 2133–2138, October 2003.

- [40] G. Matthiae, L. Young, and E. M. T. Jones, « **Microwave Filters Impedance-Matching Network and Coupling Structures** », . New York : McGraw-Hill, 1964.
- [41] J.-S. Hong and M. Lancaster, « **End coupled microstrip slow wave resonator filter** », IEE Electronic letters, vol. 32, no. 16, pp. 1494–1496, August 1996.
- [42] L. Zhu and K. Wu, « **Accurate circuit model of interdigital capacitor and its application to design of new quasi-lumped miniaturized filters with suppression of harmonic resonance** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 48, no. 3, pp. 1593–1598, March 2000.
- [43] J.-H. Hong and M. J. Lancaster, « **Microwave filters for RF –Microwave applications** », K. Chang, Ed. John Wiley and Sons, Inc., 2001.
- [44] D. Pozar, **Microwave Engineering**, 3rd ed. Willey New york, 2005.
- [45] T. Lopetegi, M. A. L. J. Hernandez, M. Bocaicao, D. Benito, M. J. Garde, M. Sorolla, and M. Guglielmi, « **New microstrip wiggly-line filters with spurious passband supression** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 49, no. 9, pp. 1593–1598, September 2001.
- [46] B.-S. Kim, J. Leer, and M.-S. Song, « **An implementation of harmonic suppression microstrip filters with periodic grooves** », IEEE Microwave and Wireless Component Letters, vol. 14, no. 9, pp. 413–415, September 2004.
- [47] J. Garcia-Garcia, F. Martin, F. Falcone, J. Bonache, I. Gil, T. Lopetgi, M. A.Laso, M. Sorolla, and R. Marqués, « **Spurious passband supression in microstrip coupled line band pass filters by means of split ring resonators** », IEEE Microwave and Wireless components Letters, vol. 14, no. 9, pp. 416–418, September 2004.
- [48] E.Cristal and S. Frankel, « **Hairpin-line and hybrid hairpin line/ half wave parallel coupled-line filters** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 20, pp. 719–728, November 1972.
- [49] K. Sagawa and M. Makimoto, « **Miniaturized hairpin resonator filters and their application to receiver front end MIC's** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 37, no. 12, pp. 1991–1997, December 1989.
- [50] J. Zhu and Z. Feng, « **Microstrip interdigital hairpin resonator with an optimal physical length** », IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 2, no. 16, pp. 672–674, December 2006.
- [51] M. Makimoto and S. Yamashita, « **Bandpass filters using parallel couples stripline stepped impedance resonators** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-28, no. 12, pp. 1413–1417, December 1980.

- [52] A. Atia and A. Williams, «**Narrow-bandpass waveguide filters** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 20, no. 4, pp. 258–265, April 1972.
- [53] J.-S. Hong and, M. Lancaster, « **Canonical microstrip filter using square open-loop resonators** », IEE Electronic letters, vol. 31, no. 23, pp. 2020–2022, November 1995.
- [54] J.-S. Hong and M. Lancaster «**Couplings of microstrip square open-loop resonators for cross-coupled planar microwave filters,**” IEEE Transactions on Microwave theory and techniques, vol. 44, no. 11, pp. 2099–2109, Novembre 1996.
- [55] J.-S. Hong and M. Lancaster, “**Cross-coupled microstrip hairpin-resonator filters,**” **IEEE Transactions on Microwave theory and techniques**, vol. 46, no. 1, pp. 118–122, December 1998.
- [56] J.-S. Hong and M. Lancaster, « **Compact microwave elliptic function filter using novel microstrip meander open-loop resonators** », IEE Electronic letters, vol. 32, no. 6, pp. 563–564, March 1996.
- [57] G. L. Matthaei, N. O. Fenzi, R. Forse, and S. Rohlfiing, « **Narrow-band hairpin comb filters for hts and other applications** », in IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, June 1996, pp. 457–460.
- [58] M. Makimoto and S. Yamashita, «**Bandpass filters using parallel coupled stripline stepped impedance resonators** », Proceedings to IEEE, vol. 67, pp. 16–19, January 1979.
- [59] C. Quendo, E. Rius, and C. Person, « **Narrow bandpass filters using dual-behavior resonators** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 51, no. 3, pp. 734–743, March 2003.
- [60] C. Quendo, E. Rius, and C. Person, « **Narrow bandpass filters using dual-behavior resonators based on stepped impedance stubs and different-length stubs** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 52, no. 3, pp. 1034–1044, March 2004.
- [61] A. Manchec, C. Quendo, E. Rius, C. Person, and J.-F. Favennec, « **Narrow bandpass filters using dual-behavior resonators based on stepped-impedance stubs and different-length stubs** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 16, no. 1, pp. 4–6, January 2006.

- [63] J. Curtis and S. Fiedziuski, « **Miniature dual mode microstrip filters** », in IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, 1991, pp. 443–446.
- [64] J. S. Hong and M. Lancaster, « **Bandpass characteristics of new dual-mode microstrip square loop resonators** », IEE Electronic letters, vol. 31, no. 11, May 1995.
- [65] J.-S. Hong and S.-Z. Li, « **Theory and experiment of dual-mode microstrip triangular patch resonators and filters** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 52, no. 4, pp. 1237–1243, April 2004.
- [66] W. Hu, Z. Ma, D. Xu, Y. Kobayashi, T. Anada, and G. Hagiwara, « **Microstrip bandpass filters using degenerate dual modes of slotted equilateral triangular patch resonators** », in Asia Pacific Microwave Conference, 2005.
- [67] R.-B. Wu and S. Amari, « **New triangular microstrip loop resonators for bandpass dual-mode filter application** », IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest, pp. 941–944, 2005.
- [68] R.-J. Mao and X.-H. Tang, « **Novel dual-mode bandpass filters using hexagonal loop resonators** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 54, no. 9 September 2006.
- [69] S.-W. Fokand, P. Cheong, K.-W. Tam, and R. P. Martins, « **A novel microstrip square-loop dual-mode bandpass filter with simultaneous size reduction and spurious response suppression** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 54, no. 5, pp. 2175–2178, May 2006.
- [70] E. Yablonovitch, « **Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics** », Physical Review Letters, vol. 58, pp. 2059–2062, May 1987.
- [71] G. L. Matthaei, D. C. Park, Y. M. Kim, and D. L. Johnson, « **A study of the filter properties of single and parallel-coupled dielectric-waveguide gratings** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 31, no. 10, pp. 825–835, October 1983.
- [72] X. Rao, L. Chen, C. Tan, J. Lu, and C. Ong, « **Design of one dimensional microstrip bandstop filters with continuous patterns based on fourier transform** », Electronics Letters, vol. 39, no. 1, pp. 64–65, January 2003
- [73] J. Sor, Y. Qian, and T. Itoh, « **Miniature low-loss CPW periodic structures for filter applications** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 49, pp. 2336–2341, December 2001.

- [74] Y.-S. Lin, W.-C. Ku, C.-H. Wang, and C. Chen, « **Wideband coplanar-waveguide bandpass filters with good stopband rejection** », IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 14, no. 9, pp. 422–424, September 2004.
- [75] P. Cai, Z. MA, X. Guan, X. Yang, Y. Kobayashi, T. Anada, and G. Hagiwara, « **A compact UWB bandpass filter using two-section open-circuited stubs to realize transmission zeros** », in Asia Pacific Microwave Conference, 2005.
- [76] M. Sagawa and S. Yamashita, « **Geometrical structures and fundamental characteristics of microwave stepped-impedance resonators** », Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 37, no. 12, pp. 1991–1997, December 1997.
- [77] M. Lei and H. Wang, « **An analysis of miniaturized dual- mode bandpass filter structure using shunt capacitance perturbation** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 53, no. 3, pp. 861–867, March 2005.
- [78] A.R. Djordjevic, M. Bazdar, G. Vitosevic, T. sarkar and R.F. harrington, « **Scattering parameters of microwave networks with multiconductor transmission lines** », Artech Housse, 1990.
- [78] W. Menzel, L. Zhu, K. Wu and F. Bogelsack, « **On the design of novel compact broadband planar filters** », IEEE Trans Microwave Theory Tech, Vol. 51, No. 2, 2003, pp. 364-370.
- [80] M. Al akhras, « **analyse et conception par la méthode des élément finis de filtre compact à ligne microruban pour des applications ULB** » mémoire 2010.
- [81] A.H. Wheeler, « **Transmission line properties of parallel strips separated by a dielectric sheet** », IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, p 172-185, 1965.