



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR

ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITE ABOU BAKR BELKAID - TLEMCEM

FACULTE DE TECHNOLOGIES

DEPARTEMENT DE GENIE ELECTRIQUE ET ELECTRONIQUE

LABORATOIRE DE TELECOMMUNICATIONS



MEMOIRE

Pour l'obtention du

DIPLOME DE MAGISTER

DE L'ECOLE DOCTORALE DES TECHNOLOGIES ET APPLICATIONS SPATIALES

Spécialité: Télécommunications et Informatique Spatiales

Thème

Soutenu en 2010 par :

**SECURISATION D'UN RESEAU PAR L'EMPLOI
DES TECHNIQUES CDMA A CODES CHAOTIQUES**

M^{elle} GHARBI.Hafsa

Devant le jury composé de

Président :	O. SEDDIKI	Professeur à l'Université de Tlemcen
Examineur :	F.T.BENDIMRAD	Professeur à l'Université de Tlemcen
Examineur :	N. BOUKLI HACENE	Maître de conférences à l'Univ de Tlemcen
Encadreur :	F.Z BENMANSOUR	Maître de conférences à l'Univ de Tlemcen

Année universitaire 2010-2011

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

والله نور السموات والأرض، مثل نوره كمشكاة فيها مصباح،

المصباح في زجاجة، الزجاج كاتنها كوكب حتى يوقد من

شجرة مباركة زيتونة لا شرقية ولا غربية، يكاد زيتها يضيء

ولو لم تمسه نار. نور على نور يهدي الله لنوره من يشاء، ويضرب

الله الأمثال للناس، والله بكل شيء عليم.

صدق الله العظيم



« Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir,

et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. (...).

Il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux,

Une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit. ».

La signature du chaos (H. Poincaré, 1908)

REMERCIEMENT

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Télécommunications (LTC), de la faculté de technologie à l'Université Abou Bekr Belkaid de Tlemcen, dirigée par Monsieur le Professeur *BENDIMERAD F.T* que je remercie énormément son humanité et sa compréhension.

Je remercie très chaleureusement ma directrice de thèse, Mme *BENMANSOUR F.Z*, Maître de conférences à l'Université Abou Baker Belkaid de Tlemcen, pour avoir dirigé mes travaux. Merci pour vos échanges scientifiques, vos conseils et votre rigueur. Merci pour votre soutien scientifique et humain. Je voudrais aussi vous remercier d'avoir cru en mes capacités et de m'avoir fourni d'excellentes conditions me permettant d'aboutir à la production de cette thèse. Cette thèse n'aurait vu le jour sans votre confiance et votre générosité.

J'exprime également mes remerciements aux membres du jury, qui ont accepté d'évaluer mon travail de thèse. Merci à Monsieur *SEDDIKI.O* d'avoir accepté d'être le président du jury de cette thèse, à Messieurs *BOUCLI HACENE N*, et Mr *BENDIMERAD F.T* pour avoir accepté d'examiner ce manuscrit et de faire partie de mon jury de thèse.

J'adresse mes vifs remerciements à tous mes amis, pour leurs sympathies et leurs encouragements, surtout dans les moments difficiles. Je n'oublie pas non plus, tous les membres du Laboratoire de Télécommunications.

Toute ma gratitude et mes chaleureux remerciements vont à ma famille.

Et surtout je remercie ALLAH le tout puissant de m'avoir donné le courage et la volonté de mener à ce terme ce présent travail.

Spécial remerciements pour mes les professeurs :MrDIB ,Mr BOUKLI ghouti pour l'apport mathématiques qu'ils ont contribué avec dans cette thèse.

A ma très chère famille (mon cher trésor mes parents)

A tous ceux qui comptent pour moi(hafida)

INTRODUCTION GENERALE

Depuis l'introduction des systèmes radiomobiles cellulaires analogiques dans les années 1960-1970, la demande en systèmes de communications sans fil n'a cessé de croître, autant pour les applications professionnelles que grand public. Les systèmes numériques de communications connaissent un essor considérable sous l'impulsion d'une demande de plus en plus pressante de mobilité, de diversité des services et d'intégration des applications multimédia les plus récentes. Pour répondre à cette demande, les opérateurs de télécommunications cherchent à combiner le concept des réseaux cellulaires et le meilleur de la technologie numérique dans les domaines aussi divers que la représentation numérique des signaux, les codes détecteurs et correcteurs d'erreur, la structure des réseaux, les protocoles de transmission, les modulations et les modes d'accès au canal, les techniques de synchronisation, de démodulation et le traitement numérique des signaux.

Les systèmes de télécommunications de deuxième génération, tels que le GSM (Global for Mobile communications), ont permis aux communications vocales de s'affranchir de la traditionnelle paire de cuivre et de gérer efficacement la mobilité de leurs utilisateurs.

À l'heure actuelle, le nombre de téléphones mobiles dans certains pays dépasse celui de lignes fixes et le taux de pénétration y excède parfois 70% de la population. Mais les capacités en transmission des données de ces systèmes de deuxième génération sont encore limitées. Les futurs systèmes de troisième génération devront être à même d'offrir des services hauts débit permettant de transmettre images et vidéos ainsi qu'une connexion haute débit à Internet. Ces systèmes de télécommunications de troisième génération sont regroupés, sous le terme de l'UMTS (Universal Mobile Telecommunication System). [UMTS]

Le spectre des fréquences-radio utilisables pour les transmissions s'élargit régulièrement grâce aux développements technologiques dans le domaine des hyperfréquences. Mais cette évolution est trop lente pour répondre à la demande et il faut donc absolument profiter des moindres ressources du spectre disponible actuellement.

Les techniques d'étalement de spectre ont des propriétés bien connues actuellement : immunité face aux distorsions apportées par les trajets multiples du canal, faible puissance d'émission, capacité d'accès multiples. La fonction d'étalement de spectre est réalisée par séquence directe (Direct Sequence Code Division Multiple Access ou DS-SS), un code

d'étalement étant attribué à chaque utilisateur. Les performances de ces systèmes dépendent des propriétés d'inter et d'autocorrélation des codes choisis, du nombre d'utilisateurs et donc du nombre de codes partageant la même bande de fréquence.

Les séquences pseudo aléatoires (PN) ont été intensivement employées dans des systèmes de communication de spectre étalé. Ces dernières de longueurs maximale obtenues par des registres à décalage (M-sequences) et les séquences de GOLD sont les séquences d'étalement les plus populaires dans des systèmes de spectre étalé.

Les signaux chaotiques, dont l'une des caractéristiques est parfois d'être à larges bandes, sont des candidats potentiels pour les applications d'étalement du spectre. De plus, l'emploi du chaos dans les systèmes de communication peut permettre de renforcer la sécurité de transmission de l'information et réduire la probabilité d'interception. Dans la littérature, de nombreuses études ont été réalisées concernant plusieurs systèmes de transmission. Ces études ont montré que le chaos apparaissait comme une solution prometteuse pour augmenter la performance des systèmes de transmission actuels.

Notre thèse analyse donc un nouveau type de séquences d'étalement afin de l'utiliser dans des systèmes de DS-SS appelées des séquences chaotiques. Ces séquences sont créées en utilisant des cartes chaotiques discrètes, Les séquences ainsi produites avec la suite logistique sont déterministes et ont des caractéristiques semblables à ceux pseudo aléatoire, quoique sensibles complètement aux conditions initiales. Ces suites peuvent produire un grand nombre de séquence pseudo aléatoire avec une faible intercorrélacion, et peuvent donc être employées dans des systèmes CDMA.

En effet notre étude concernant l'utilisation de ses séquences est découpée en quatre chapitres. Dans le premier chapitre on va faire un état de l'art des codes CDMA et quel type de séquence ils utilisent pour l'étalement de spectre. Le chapitre 2 propose une vue théorique sur le chaos, et dans le troisième chapitre on étudie la manière de générer des séquences pour l'utilisation du chaos dans la transmission numérique et les différents blocs d'une transmission numérique (modulations, filtre, ennemis de transmissions), enfin dans le dernier chapitre nous présentons notre générateur ainsi les résultats de simulation lors de son implémentation dans un système synchrone de CDMA en terme de BER.

CHAPITRE

1

ACCES MULTIPLE PAR REPARTITION DE CODE CDMA

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	6
<i>I.1</i> .EVOLUTION.....	7
<i>I.2</i> .DIFFERENTS TYPES DE MULTIPLEXAGE.....	9
<i>I.2.1</i> . MULTIPLEXAGE FREQUENTIEL: FDMA	10
<i>I.2.2</i> . MULTIPLEXAGE TEMPOREL : TDMA	11
<i>I.2.3</i> . MULTIPLEXAGE PAR CODES : CDMA	12
<i>I.3</i> .LE PRINCIPE DE L'ACCES MULTIPLE CDMA.....	13
<i>I.4</i> .LES TYPES DE CDMA	15
<i>I.5</i> . PRINCIPE DE TRANSMISSION.....	17
<i>I.5.1</i> .CODAGE SOURCE.....	18
<i>I.5.2</i> .CODAGE CANAL	18
<i>I.5.3</i> . BROUILLAGE	18
<i>I.5.4</i> . ETALEMENT.....	18
<i>I.6</i> .LES CODES UTILISES DANS LE CDMA.....	20
<i>I.6.1</i> .LES FONCTIONS DE CORRELATION	21
<i>I.6.2</i> .LES SEQUENCES A LONGUEUR MAXIMALE (M-SEQUENCES).	23
<i>I.6.3</i> .LES CODES DE GOLD	25
<i>I.6.4</i> .LES CODES DE KASAMI.....	27
<i>I.6.5</i> .LES CODES DE WALSH-HADAMARD	30
<i>I.7</i> .FONCTIONS D'ORTHOGONALITE.....	32
CONCLUSION	33
BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE I	34

SOMMAIRE DES FIGURES

Figure I.1: Evolution des systèmes radio mobiles.....	7
Figure I.2: Un système multiplexé	9
Figure I.3: (a) Schéma type d'un partage FDMA	
(b) Schéma d'un partage FDMA avec bande de garde.....	10
Figure I.4: (a) Schéma d'un partage TDMA	
(b) - Schéma d'un partage TDMA avec délai de garde	11
Figure I.5: La technique d'accès multiple CDMA (solution d'accès simultané de tous les utilisateurs à la même bande de fréquence)	13
Figure I.6: (a) Variation du spectre de l'étalement et le désétalement	
(b) Principe de cdma	14
Figure I.7: Types de CDMA	15
Figure I.8: Occupation temps / fréquence du signal FH	16
Figure I.9: Etalement par séquence directe	16
Figure I.10: Chaîne de transmission dans CDMA	17
Figure I.11: Registre à décalage de longueur R	19
Figure I.12: Représentation graphique de $RC(t)$	20
Figure I.13: L'intercorrélation de la séquence X de l'utilisateur de référence et la séquence Y de l'utilisateur en interférence ou une version retardée de X	21
Figure I.14: Un générateur général de séquence binaire.	
Polynôme primitif : $h(X) = X^n + h_1X^{n-1} + \dots + h_{n-1}X + 1$	23
Figure I.15: (a) L'autocorrélation périodique paire	
(b) l'intercorrélation périodiquepaire de m-séquences	
avec $N=31$. $h_1(X) = 1 + X^2 + X^5$ et $h_2(X) = 1 + X^2 + X^4 + X^5$	25
Figure I.16: Un générateur de la séquence de Gold avec les polynômes primitifs	
$h_1(X) = 1 + X^2 + X^5$ $h_2(X) = 1 + X^2 + X^2 + X^4 + X^5$	26
Figure I.17: (a) L'autocorrélation périodique paire	
(b) l'intercorrélation périodiquepaire de Gold avec $N=127$. Générateurs polynomiaux 211 et 277 (octal)	27
Figure I.18: (a) L'autocorrélation périodique paire	
(b) l'intercorrélation périodique paire de « small-set » de Kasami avec $N=255$ Générateurs polynomiaux 435 et 023 (Octal)	28

Figure I.19 : (a) L'autocorrélation périodique paire
(b) l'intercorrélation périodique paire de « large-set » de Kasami avec N=255.
 Générateurs polynomiaux 435, 023 et 675(octal) octal) 30

Figure I.20 : (a) L'autocorrélation périodique paire
 (b) l'intercorrélation périodique paire de Walsh avec N=16) 32

Figure I.21 : Orthogonalité des codes binaires..... 33

INTRODUCTION

Dans un réseau mobile, la bande de fréquences disponibles est divisée en canaux discrets affectés en groupes à des cellules couvrant une région géographique. Le spectre radio constitue une ressource tellement rare et précieuse, qu'on ne permet pas de garder une connexion permanente entre le terminal mobile et la station de base. Cela nous amène à penser à une stratégie de partager cette ressource entre les divers usagers, ce partage doit être optimisé en vue de maximiser la capacité des usagers supportés. Des techniques d'accès multiple sont alors mises en place pour permettre à plusieurs utilisateurs de partager efficacement la bande radio disponible.

Donc le canal radio est fondamentalement un moyen de diffusion où un signal transmis par un utilisateur peut potentiellement être reçu par tous les autres utilisateurs situés dans la zone couverte par l'émetteur. Bien que cette possibilité soit très intéressante pour certaines applications, comme la radiodiffusion ou la télédiffusion, elle requiert un contrôle des accès rigoureux en communications mobiles.

On distingue deux types de systèmes de communication multiutilisateurs.

Un premier type est un système d'accès multiple avec lequel un grand nombre d'utilisateurs partagent un canal de communication commun pour transmettre l'information à un récepteur. Un deuxième type de communication mobile est un réseau de diffusion dans lequel un émetteur simple envoie de l'information à de multiples récepteurs.

Les techniques d'accès multiples en système de radio-mobile sont basées sur l'isolation des différents signaux utilisés lors de diverses connections. Le support des transmissions parallèles en liaison montante ou descendante est appelé **Accès Multiple**.

Dans ce chapitre nous allons étudier ces techniques de CDMA, en premier lieu on donne une présentation générale de l'évolution des générations des réseaux mobiles; ensuite nous aborderons les aspects théoriques du CDMA. A savoir la chaîne de transmission, les codes utilisés et leurs propriétés.

I.1. EVOLUTION [1]

Le CDMA est une technologie mobile reconnue par l'UIT (*Unité Internationale de Télécommunication*). La Figure I.1 interprète l'évolution des générations des réseaux radio mobiles.

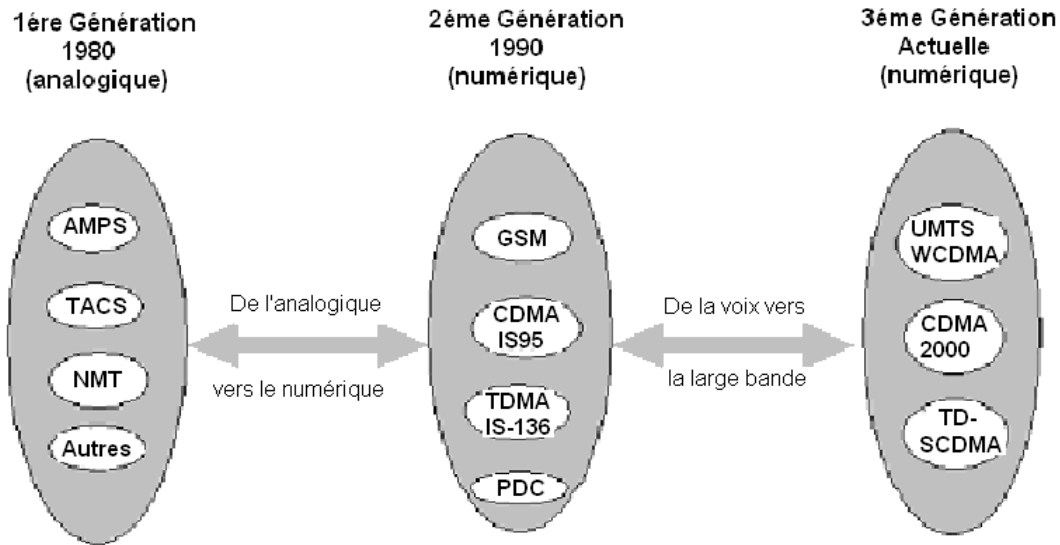


Figure I.1. Evolution des systèmes radio mobiles [1]

La première génération de téléphonie mobile (*notée 1G*) possédait un fonctionnement analogique et était constituée d'appareils relativement volumineux. Il s'agissait principalement des standards suivants :

- **AMPS** (*Advanced Mobile Phone System*), apparu en 1976 aux Etats-Unis, constitue le premier standard de réseau cellulaire. Ce réseau analogique de première génération possédait de faibles mécanismes de sécurité rendant possible le piratage de lignes téléphoniques.
- **TACS** (*Total Access Communication System*) est la version européenne du modèle AMPS, utilisant la bande de fréquence des 900 MHz.
- **ETACS** (*Extended Total Access Communication System*) est une version améliorée du standard TACS utilisant un nombre plus important de canaux de communication.

Les réseaux cellulaires de premières générations ont été rendus obsolètes avec l'apparition d'une seconde génération entièrement numérique.

La seconde génération de réseaux mobiles (*notée 2G*) a marqué une rupture avec la première génération de téléphones cellulaires grâce au passage de l'analogique vers le numérique.

Les principaux standards de téléphonie mobile 2G sont les suivants :

- **GSM** (*Global System for Mobile communications*), le standard le plus utilisé dans le monde actuellement. Ce standard utilise les bandes de fréquences 900 MHz, 1800 MHz et 1900 MHz.

Grâce aux réseaux 2G, il est possible de transmettre la voix ainsi que des données numériques de faible volume, par exemple des messages textes (**SMS**, pour *Short Message Service*) ou des messages multimédias (**MMS**, pour *Multimédia Message Service*). La norme GSM permet un débit réel de l'ordre de 9,6 kbps. Des extensions de la norme GSM ont été mises au point afin d'en améliorer le débit. C'est le cas notamment du standard GPRS qui permet d'obtenir des débits théoriques de l'ordre de 114 kbit/s.

- **GPRS** (*General Packet Radio Service*) représente une évolution majeure du GSM (2,5G) à travers l'utilisation de la commutation par paquet et spécialement de l'internet. Le service GPRS définit une architecture de réseaux à commutation par paquet avec gestion de la mobilité et accès par voie radio.

- **UMTS** (*Universal Mobile Communication Service*) :

Les spécifications IMT-2000 (*International Mobile Télécommunications for the year 2000*) de l'Union Internationale des Communications (*UIT*), définissent les caractéristiques de la **3G** (*troisième génération de téléphonie mobile*). Ces caractéristiques sont les suivantes:

- un haut débit de transmission :
 - 144 Kbit/s avec une couverture totale pour une utilisation mobile,
 - 384 Kbit/s avec une couverture moyenne pour une utilisation piétonne,
 - 2 Mbit/s avec une zone de couverture réduite pour une utilisation fixe.
- compatibilité mondiale,
- compatibilité des services mobiles de 3ème génération avec les réseaux de seconde génération,
- Une qualité de service élevée avec une totale sécurité et fiabilité.

La 3G propose d'atteindre des débits supérieurs à 144 kbit/s, ouvrant ainsi la porte à des usages multimédias tels que la transmission de vidéo, la visioconférence ou l'accès à Internet haut débit.

La principale norme 3G utilisée s'appelle UMTS (Universel Mobile Telecommunications System), utilisant un codage W-CDMA (Wideband Code Division Multiple Access). La technologie UMTS utilise une bande de fréquence de 5 MHz pour le transfert de la voix et de données avec des débits pouvant aller de 384 kbps à 2 Mbit/s.

I.2. DIFFERENTS TYPES DE MULTIPLEXAGE [2]

L'objectif du multiplexage est la transmission de plusieurs communications sur un même canal (Figure I.2). Il existe plusieurs méthodes de multiplexage telles que FDMA (*Frequency Division Multiple Access*), TDMA (*Time Division Multiple Access*), CDMA (*Coded Division Multiple Access*).

Nous avons choisi d'étudier plus particulièrement la technique CDMA (*Code Division Multiple Access*), qui est actuellement utilisée dans les réseaux WLL.

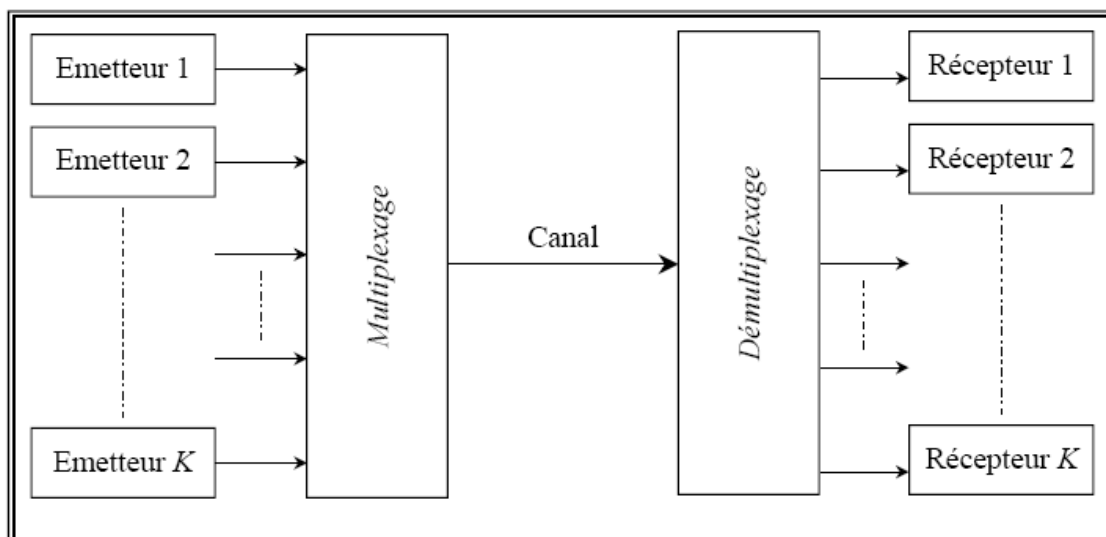


Figure I.2. Un système multiplexé [2]

I.2.1. MULTIPLEXAGE FREQUENTIEL (FDMA)

Il y a plusieurs méthodes pour partager une ressource radio entre N utilisateurs. Une solution simple consiste à diviser la bande de fréquence en N sous bandes disjointes et à allouer une sous bande à chaque utilisateur. Si on introduit la largeur totale de la bande de fréquence disponible: B , chaque utilisateur peut idéalement disposer d'une sous bande de largeur $W=B/N$.

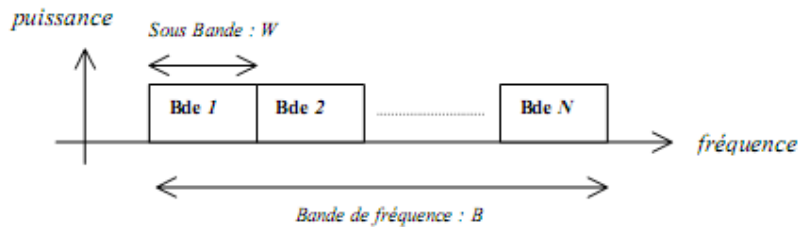


Figure I.3.a : Schéma type d'un partage FDMA

Cette méthode est appelée Frequency Division Multiple Access (*FDMA*). Elle est utilisée dans de nombreux systèmes de transmissions filaires elle a été la première méthode développée et utilisée dans les systèmes de téléphonie analogique. La difficulté majeure de mise en œuvre réside dans la séparation des différentes sous bandes de fréquence. En pratique ces dernières ne peuvent pas être jointives et sont séparées par un intervalle de garde ou bande de garde de largeur spectrale W_g

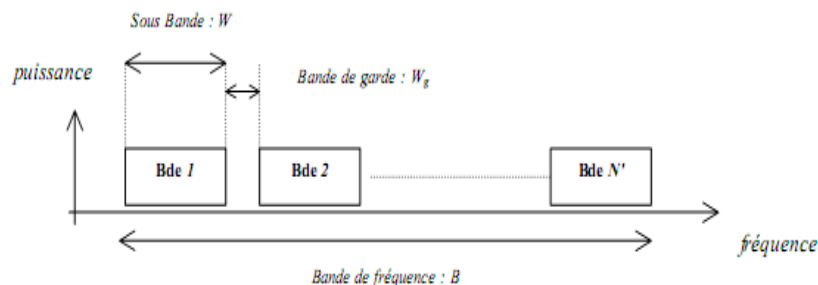


Figure I.3.b : Schéma d'un partage FDMA avec bande de garde [2]

Le nombre réels N' d'utilisateurs qui peuvent partager la bande B est alors inférieur au nombre idéal N et s'obtient au moyen de l'équation suivante:

$$B = N'W + (N'-1) W_g \quad (I.1)$$

Si l'on considère aussi les intervalles de garde aux extrémités de la bande de fréquence

l'équation précédente devient: $B = N'W + (N'+1) W_g \quad (I.2)$

L'ensemble de sous bandes est juxtaposé et transmis sur un même canal de transmission. En réception, un filtre sélectif accordé sur la bande de fréquence de l'utilisateur désiré permet de récupérer les données.

I.2.2. MULTIPLEXAGE TEMPOREL (TDMA)

Une autre méthode pour décomposer une ressource en sous canaux allouables à différents utilisateurs consiste à définir une durée de trame T_t et à décomposer cette dernière en N intervalles encore appelés times slots de durée $T_s = T_t/N$

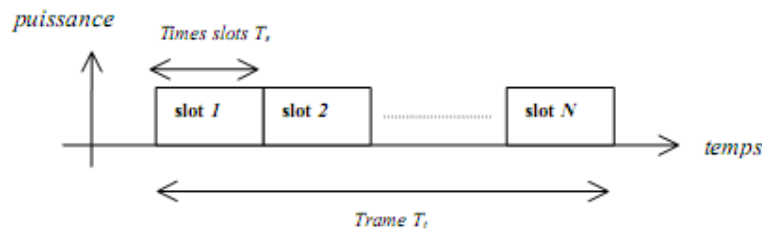


Figure I.4. a- Schéma d'un partage TDMA –

Chaque utilisateur qui souhaite transmettre des données se voit allouer un time slot particulier dans chaque trame. Ce système d'accès multiple est appelé Time Division Multiple Access (*TDMA*) basé sur la répartition des ressources en temps. Il est fréquemment utilisé pour les transmissions radio de voix et de données.

Dans les systèmes de radiocommunications avec les mobiles fonctionnant en *TDMA*, une des principales difficultés réside dans le fait qu'il faut synchroniser, sur la même horloge, l'ensemble des terminaux et qu'il faut éviter que les paquets de données (*burst*) émis par deux terminaux qui utilisent des times slots adjacents, ne se recouvrent, même partiellement, à l'arrivée à la station de base. Pour éviter ce type de problème, il faut prévoir un intervalle de garde, ce qui revient à avoir une durée du time slot supérieure à la durée du burst émis.

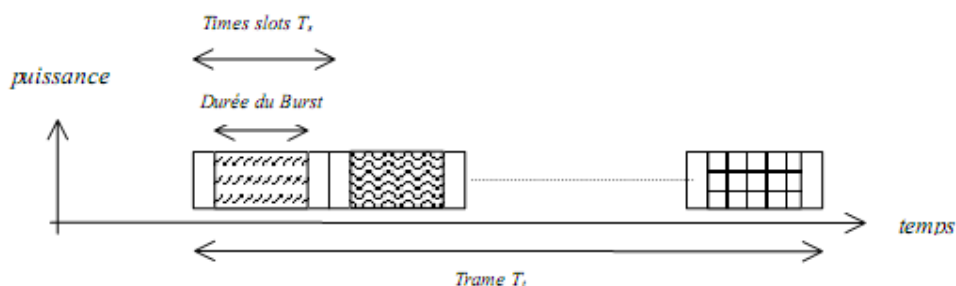


Figure I.4. b- Schéma d'un partage TDMA avec délai de garde-[2]

Donc les utilisateurs qui partagent la même bande passante et émettent les données dans les différents intervalles de temps ou slot qui leurs sont alloués leur récepteur effectue l'opération de démultiplexage pour récupérer les données.

1.2.3. MULTIPLEXAGE PAR CODES (CDMA) [3]

Pour les modes d'accès en *FDMA* ou en *TDMA* on constate que le canal est décomposé en sous canaux indépendants, chaque sous canal étant alloué à un utilisateur. On se retrouve ainsi dans une approche de transmission assez classique où la difficulté principale consiste à allouer les ressources libres (sous bandes ou times slots) aux utilisateurs.

Lorsque l'on est confronté à un système de communications avec de nombreux utilisateurs ayant un trafic sporadique d'envoi de paquets de données, les mécanismes d'allocation de ressources doivent être dynamiques. De tels mécanismes vont être prochainement mis en œuvre dans l'évolution GPRS du GSM.

Pour éviter d'avoir à allouer des ressources à des utilisateurs on peut imaginer un système dans lequel ces utilisateurs pourraient émettre simultanément sur une même bande de fréquence. Idéalement ces utilisateurs pourraient tirer aléatoirement des séquences au moyen desquelles ils encoderaient les bits qu'ils doivent transmettre. Le récepteur pourrait alors "essayer" toutes les séquences possibles pour "retrouver" les trains binaires des différents utilisateurs. Une telle méthode d'accès multiple est appelée Code Division Multiple Access (CDMA).

Pour simplifier l'exposé de cette méthode on va se placer dans un mode "alloué" dans lequel les différents utilisateurs se verraient allouées des séquences d'étalement.

Les séquences représentent donc en quelque sorte les signatures des utilisateurs et elles permettent d'étaler leur trafic sur toute la bande de fréquence. Les signaux des différents utilisateurs sont séparés au niveau du récepteur par corrélation du signal reçu avec les différentes séquences d'étalement.

Donc la méthode CDMA appartient à la classe des multiplexages dits à étalement de spectre, tous les utilisateurs ont accès simultanément à la totalité de la bande et ils sont distingués à la réception grâce à des codes associés à chacun d'entre eux. Cette technique permet de multiplexer des informations sur un seul support de manière synchrone ou asynchrone.

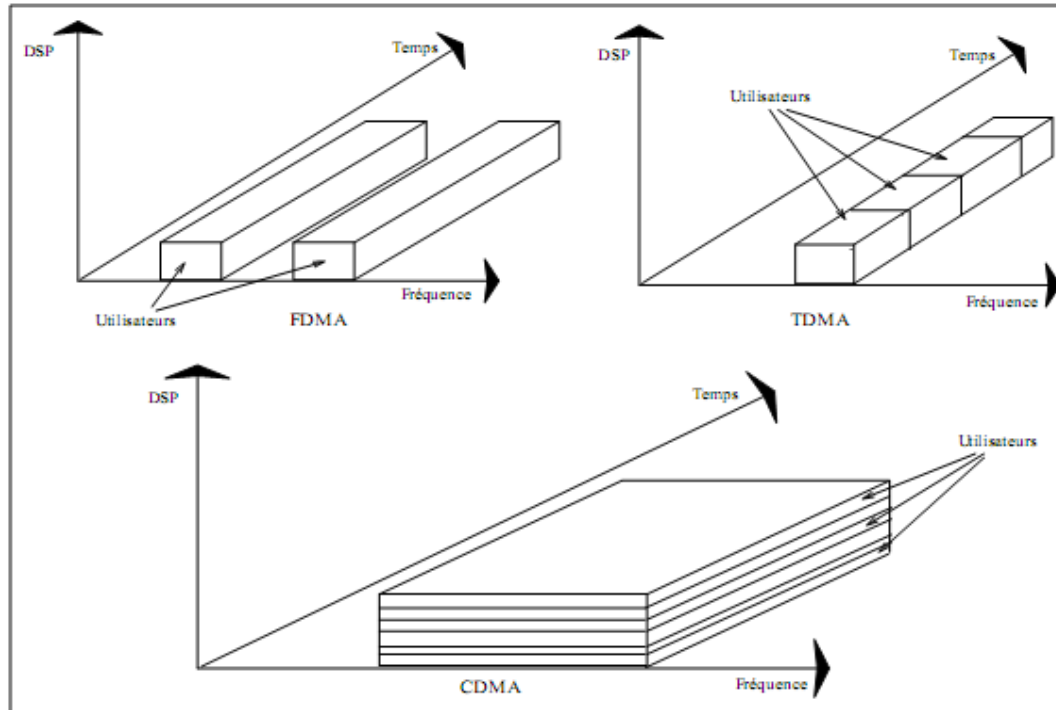


Figure I.5: La technique d'accès multiple CDMA (solution d'accès simultané de tous les utilisateurs à la même bande de fréquence). [4]

I.3. LE PRINCIPE DE L'ACCÈS MULTIPLE CDMA [5]

CDMA est une technologie à étalement de spectre (SST: Spread Spectrum Technology). Le principe de l'étalement consiste à « étaler » l'information sur une bande de fréquences beaucoup plus large que la bande nécessaire, dans le but de combattre les signaux interférents et les distorsions liées à la propagation. Le signal est codé au départ, un code est assigné à chacun des usagers afin de permettre le décodage à l'arrivée. L'étalement est assuré par un signal pseudo aléatoire appelé code d'étalement. A la réception le signal est perçu comme du bruit si le récepteur n'a pas le code. Le signal étant émis à un niveau plus faible que celui du bruit, le débit reste faible. L'étalement de spectre est ainsi optimisé pour lutter contre le bruit, dont il limite mieux les effets.

Par contre le principe de désétalement est similaire à celui de l'étalement. Pour récupérer le signal en bande, il suffit de multiplier le signal reçu par le code qui a été précédemment utilisé pour l'étalement; Ce qui est schématisé sur la Figure I.6

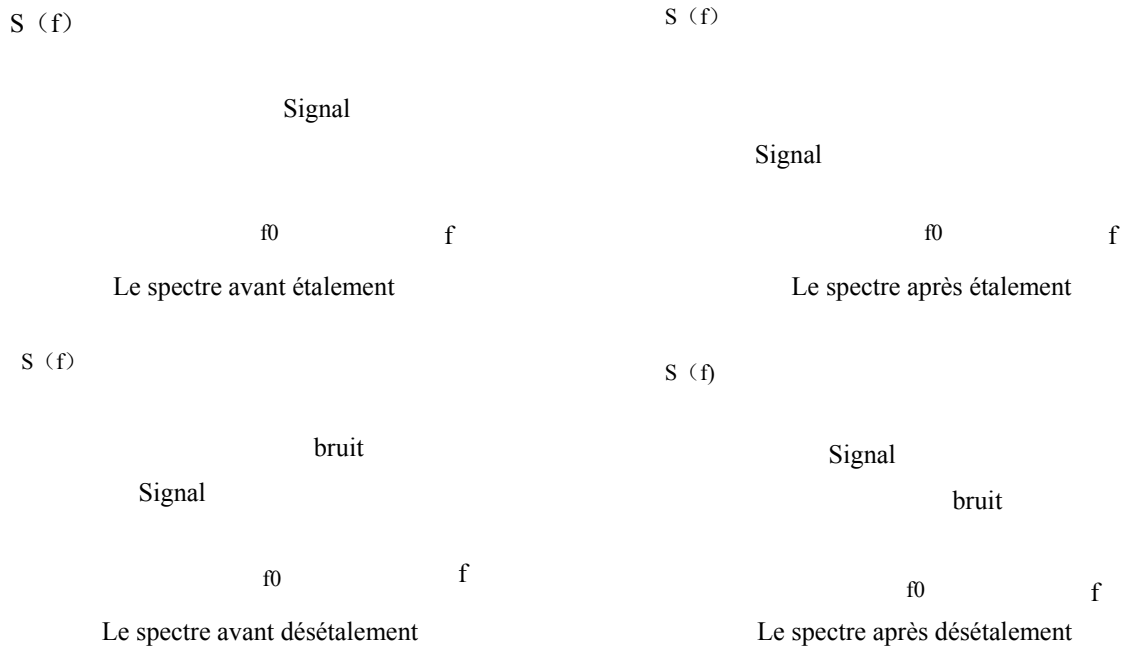


Figure I.6.a : Variation du spectre de l'étalement et le désétalement

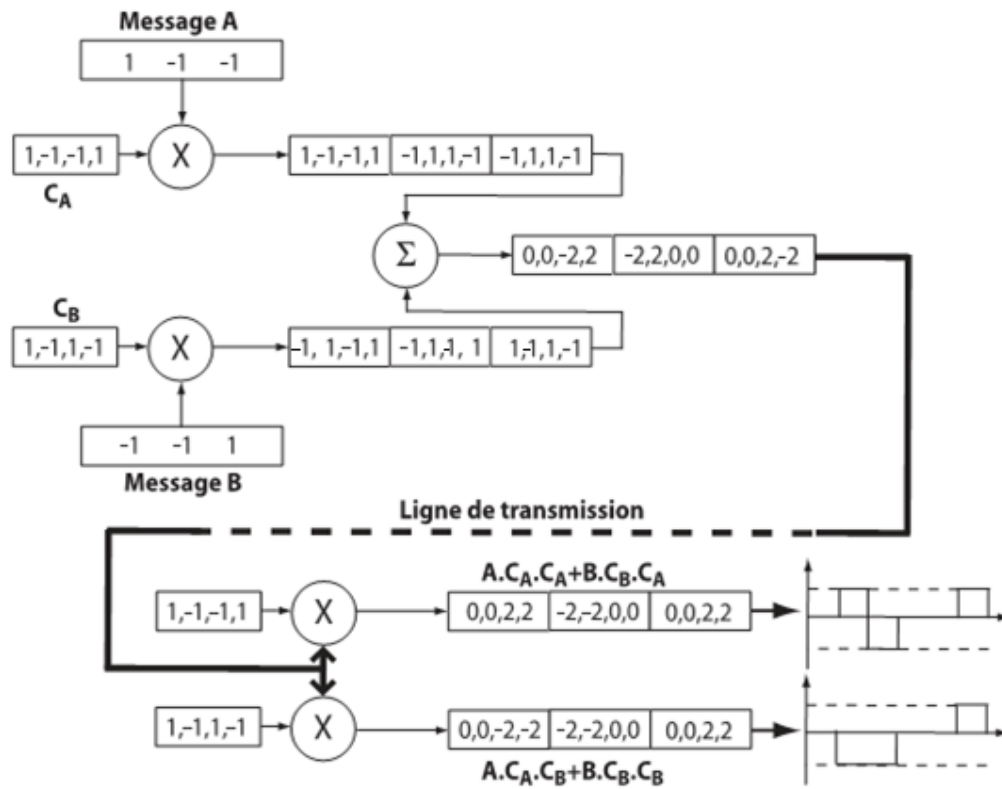


Figure I.6.b : Principe de CDMA [6]

I.4. LES TYPES DE CDMA

Des signaux peuvent être étalés avec CDMA en utilisant un certain nombre de méthodes différentes. Les trois méthodes CDMA le plus généralement utilisées sont les suivantes: TH-CDMA, FH-CDMA, DS-CDMA (Figure I.7.)

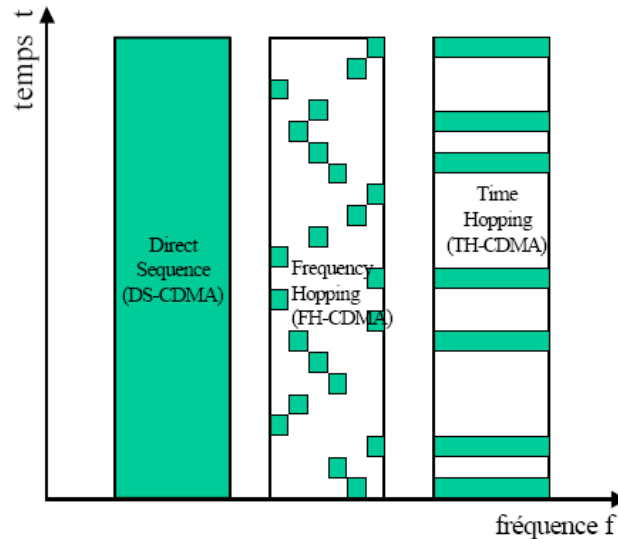


Figure I.7 : Types de CDMA [14]

❖ La méthode du saut de temps (TH-CDMA)

En utilisant le multiplexage en temps, le signal d'information n'est pas transmis sans interruption dans la technique TH-CDMA (*Time Hopping CDMA*). D'où l'information est transmise par flashes. TH-CDMA a été développée à la fin des années 1940 comme première méthode de CDMA, et a été utilisée à des fins militaires.

❖ La méthode du saut de fréquence CDMA (FH-CDMA) [7]

Dans FH-CDMA (*Frequency Hopping CDMA*), la fréquence porteuse du signal d'information modulé n'est pas constante et change périodiquement selon une période T (Figure I.8.). Le schéma de sauts est régi par un code.

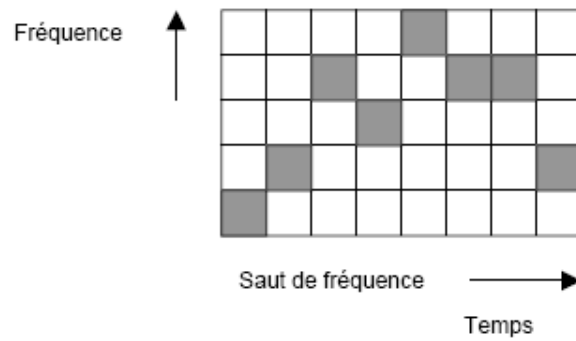


Figure I.8 : Occupation temps / fréquence du signal FH [14]

❖ Mode direct CDMA (DS-CDMA) :

Dans l'étalement de spectre par séquence directe, une séquence d'étalement pseudo-aléatoire haut débit module le signal transmis de telle façon que le signal résultant offre le même débit que celui de la séquence d'étalement (Figure I.9).

Les signaux CDMA sont clairement superposés en temps et en fréquence, mais ils sont séparables par les formes de leur séquence d'étalement.

L'occupation fréquentielle d'un système à étalement de spectre par saut de fréquence diffère considérablement d'un système d'étalement de spectre par séquence directe parce que ce dernier occupe la totalité de la bande lors de la transmission, alors qu'un système FH n'en utilise qu'une petite partie, mais la localisation de cette partie diffère lors de la transmission.

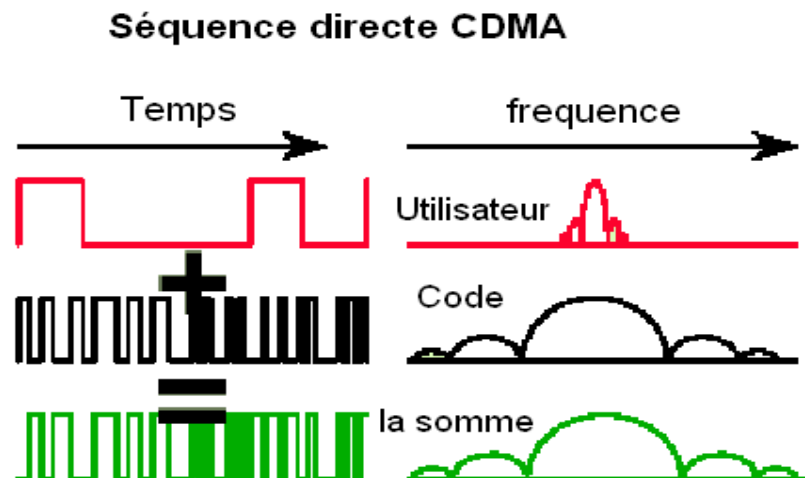


Figure I.9 : Étalement par séquence directe [13]

I.5. PRINCIPE DE TRANSMISSION

Les systèmes de transmissions pour les communications numériques sont en constante expansion et leur utilisation s'est généralisé dans l'ensemble des domaines d'applications que ce soit dans les communications radio-mobiles (*Cellulaires*) où dans les réseaux métropolitains sans fils.

La chaîne de transmission de la station mobile (*MS*) vers la station de base (*BTS*) (*sens montant*) se déroule en passant par le codage source, codage canal, brouillage, l'étalement et enfin la modulation pour avoir une émission RF ; tandis que le signal de la chaîne inverse qui est de la *BTS* vers la *MS* (*sens descendant*) passe par les mêmes étapes précédentes mais en sens contraire ; c'est-à-dire de la réception RF vers le décodage source (Figure I.10.).[8]

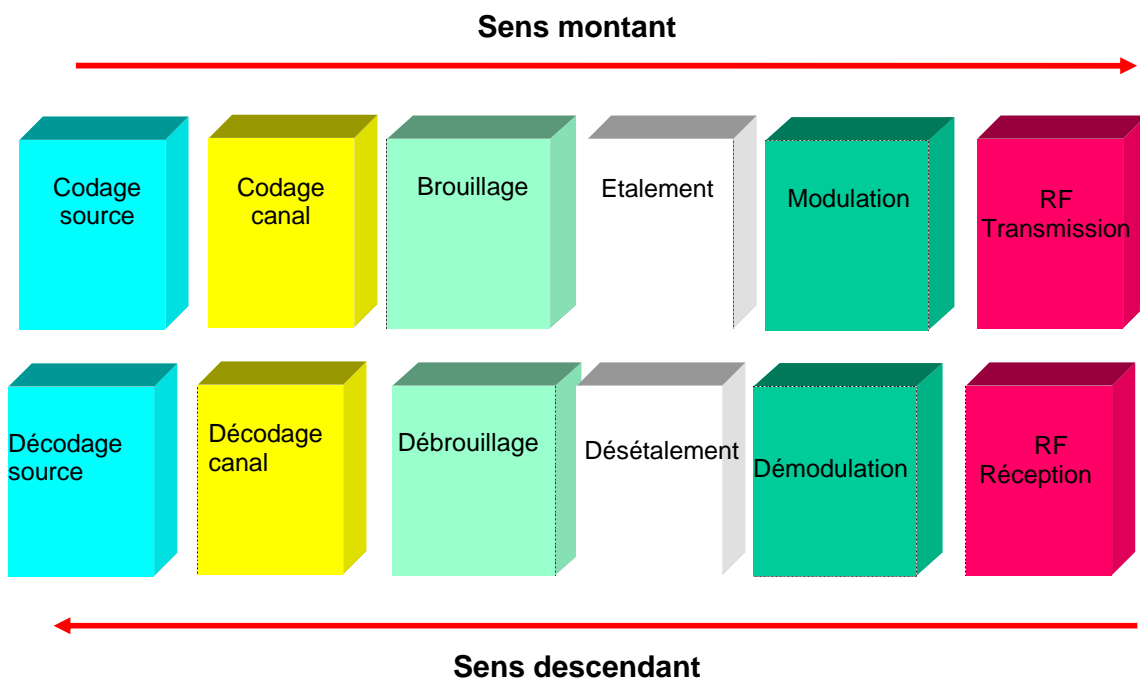


Figure I.10 : Chaîne de transmission dans CDMA [11]

Aujourd'hui les chaînes de transmissions numériques font appel à des techniques de codage de source et de codage canal de plus en plus performantes, destinées à améliorer le débit et à combattre les erreurs de transmission.

1.5.1. CODAGE SOURCE

Le codage source sert à transformer le signal analogique en signal numérique (en Bits). Cette opération a pour but, d'une part d'éliminer au maximum les redondances présentes dans les informations pour diminuer au maximum la quantité de données à transmettre et du même coup augmenter le débit de la transmission, d'autre part de protéger l'information contre toute tentative de récupération par une personne non autorisée.

1.5.2. CODAGE CANAL

Le principe de base du codage canal consiste à remplacer le message à transmettre par un message plus long qui contient de la redondance. Sans redondance, chaque donnée du message est indispensable à la compréhension du message entier. Toute erreur dans une partie du message est donc susceptible de changer la signification du message. L'objectif de la redondance est de faire en sorte que les erreurs ne compromettent pas la compréhension globale du message. Les données générées par le codeur sont appelées des symboles.

Lorsque l'on affronte des milieux très bruités comme dans le cas des liaisons satellites ou terrestres, il convient de renforcer encore les mesures de protection des données à transmettre. Le code de convolution et l'entrelacement constituent les techniques principales du codage canal.

1.5.3. BROUILLAGE

Le brouillage ou « scrambling », réalisé par l'émetteur, permet de séparer les différents signaux d'une même station de base ou d'un même terminal sans modifier ni le débit, ni la bande passante. Il consiste à multiplier élément par élément les données binaires par une séquence pseudo aléatoire donnée de très grande taille afin de brouiller le train binaire initial et rendre plus difficile l'interception du signal.

Le processus d'embrouillage permet d'assurer un degré de sécurité raisonnable au niveau du caractère privé des données et également de générer un train binaire le plus aléatoire possible avec de bonnes propriétés spectrales.

1.5.4. ETALEMENT

L'étalement de spectre consiste à étendre la bande de fréquence du signal à transmettre; la densité spectrale de puissance du signal utile est diminuée. Ce signal est perçu comme un bruit pour un utilisateur non concerné par la transmission.

Cela est réalisé grâce à un codage de l'information à transmettre par une séquence pseudo-aléatoire (Pseudo Noise – code, PN code) connue seulement par des utilisateurs.

L'étalement de spectre par séquence directe consiste à multiplier la donnée aléatoire par un code binaire appelé PN-code (Pseudo-Noise code)[8][9]

Ces séquences pseudo-aléatoires ont des propriétés particulières :

- Elles sont faiblement auto-corrélées

$$R_c(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} c(u) \cdot c(u - \tau) \cdot du, \forall \tau \neq 0 \quad (I.3)$$

Où $R_c(\tau)$ est la fonction d'auto-corrélation de $c(t)$, code pseudo-aléatoire

Cela permet de ne pas modifier les propriétés statistiques du signal émis.

- Elles sont faiblement intercorrélées entre elles

$$R_{c_i c_j}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} c_i(u) \cdot c_j(u - \tau) \cdot du = 0, \forall \tau \quad (I.4)$$

où $R_{c_i c_j}(\tau)$ est la fonction d'intercorrélacion de deux PN-codes différents $c_i(t)$ et $c_j(t)$

Cela assure la sécurité des données transmises et évite le brouillage des sources entre elles.

- Elles possèdent un pic d'auto-corrélation étroit

$$R_c(0) = \int_{-\infty}^{+\infty} c(u) \cdot c(u - 0) \cdot du = 1 \quad (I.5)$$

Cela permet la synchronisation entre le code local et le code reçu.

Les familles de codes les plus populaires sont les séquences pseudo aléatoires à longueur maximale (MLLFSR: Maximum Length Linear Shift Register) ou "m-séquences" qui sont facilement produites électroniquement à l'aide d'un registre à décalage binaire comportant m bascules en série, complété par un circuit de contre-réaction réinjectant dans la première bascule la somme modulo-2 (ou XOR) des états de certaines bascules (Figure I.11.).

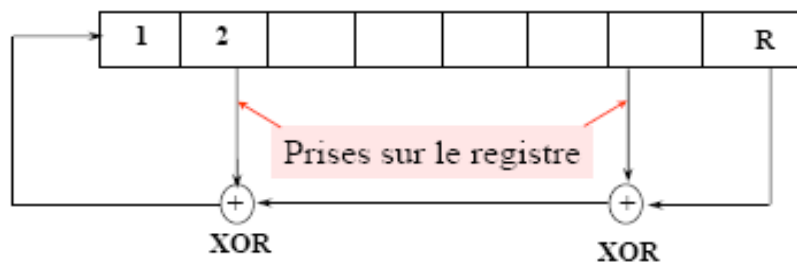


Figure I.11. Registre à décalage de longueur R [8]

Elles ont les propriétés suivantes :

- Dans une ML (Maximum Length) le registre à décalage va passer par toutes les combinaisons possibles de "0" et de "1" sauf la combinaison [0 0 0 ...0] qui est interdite car c'est une combinaison de blocage.
- Dans une ML le nombre de prises doit être pair. En effet, si le nombre de prises est impair la combinaison [1 1 1... 1] est interdite car c'est une combinaison de blocage.
- Une ML séquence est périodique de période $L=2^R - 1$.
- Dans une ML il y a $(L-1)/2$ fois "0" et $(L+1)/2$ fois "1", c'est à dire qu'il y a un "1" de plus par rapport aux "0".
- Le XOR d'une ML séquence avec une version décalée de celle ci ($0 < \text{décalage} < L$) donne une autre version de cette même ML séquence
- L'auto -corrélation (Figure I.12) d'une séquence ML ("0" représenté par le niveau $+1$ et "1" représenté par le niveau -1) a la forme suivante:

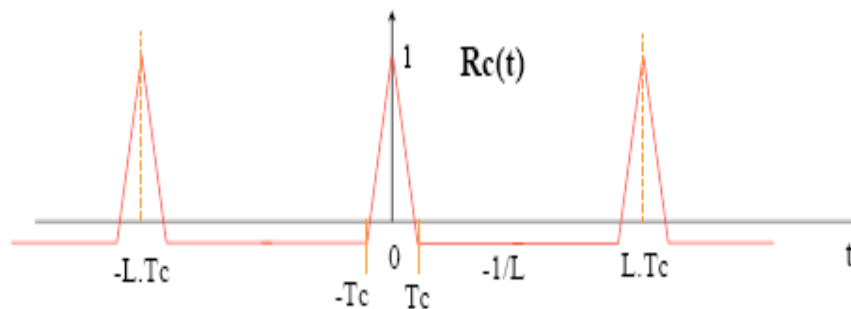


Figure I.12. Représentation graphique de $R_c(t)$ [8]

I.6. LES CODES UTILISES DANS LE CDMA [10]

Le choix des types de code pour des systèmes CDMA est important pour la résistance à l'interférence de multi-trajets et à l'interférence d'accès multiple.

Il y a deux propriétés très importantes pour réduire l'effet de ces types d'interférences :

- chaque séquence dans une famille doit être distinguable d'une version décalée dans le temps d'elle-même
- chaque séquence dans une famille doit être distinguable des autres séquences (et des autres versions décalées dans le temps de ces séquences).

La première propriété est importante pour résister contre l'interférence de multi-trajets et la seconde joue un rôle important pour résister à l'interférence de l'accès multiple.

1.6.1. LES FONCTIONS DE CORRELATION

Les séquences d'étalement utilisées pour les systèmes de communications CDMA sont périodiques.

Si T est la période d'une séquence d'étalement définie comme :

$$X(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a_x^i \psi(t - iT_c) \tag{I.6}$$

Alors la périodicité implique que $X(t) = X(t + T)$ La distinction entre deux séquences d'étalement X et Y s'effectue grâce à la fonction de corrélation définie par :

$$\Gamma_{X,Y}(\tau) = \int_0^T X(t)Y(t + \tau)dt \tag{I.7}$$

Si

$X \neq Y, \Gamma_{X,Y}$ S'appelle la fonction d'intercorrélacion.

$X = Y, \Gamma_{X,Y}$ S'appelle la fonction d'autocorrélacion.

Si le retard τ est pris comme multiple de la durée de chip ($\tau = mT_c$) alors $\Gamma_{X,Y}(m) = \lambda \sum_{i=0}^{N-1} a_x^i a_y^{i+m}$ avec $\lambda = \int_0^{T_c} \psi^2(t)dt, \lambda = T_c$ si $\psi(t)$ est une pulsation rectangulaire.

Dans un système DS-CDMA, chaque bit d'information est multiplié par une séquence d'étalement d'utilisateur spécifique.

Pour le bit d'information courant et le bit d'information précédent de la séquence d'étalement Y, nous employons la notation b_y^0 et b_y^{-1} , respectivement. On considère maintenant la situation dans un environnement radio à multi-trajets où X est la séquence d'étalement de l'utilisateur de référence, Y est la séquence d'un utilisateur en interférence (ou d'une version retardée de la séquence d'étalement X) et N est la longueur de la séquence d'étalement.

Dans le récepteur de l'utilisateur de référence on utilise la corrélation partielle, cette situation est montrée dans la Figure I.13.

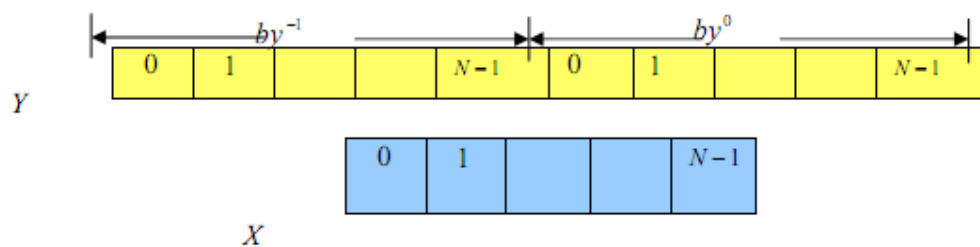


Figure I.13 : L'intercorrélacion de la séquence X de l'utilisateur de référence et la séquence Y de l'utilisateur en interférence ou une version retardée de X.[10]

Maintenant on définit les deux fonctions de corrélation partielle suivantes :

$$\Gamma_{XY}(\tau) = \int_0^\tau X(t)Y(t-\tau)dt \quad (I.8)$$

$$\widehat{\Gamma}_{XY}(\tau) = \int_\tau^{NT_c} X(t)Y(t-\tau)dt, \quad \text{ou } N = T/T_c \quad (I.9)$$

Si le retard τ est pris comme multiple de la durée de chip ($\tau = mT_c$) alors $\Gamma_{X,Y}(m) = \lambda \sum_{i=0}^{m-1} a_x^i a_y^{i+m}$ et

$$\widehat{\Gamma}_{XY}(m) = \lambda \sum_{i=m}^{N-1} a_x^i a_y^{i-m} \quad (I.10)$$

La corrélation périodique paire est obtenue lorsque le code est répété périodiquement sans changement de signe (c-à-d $b_y^0 = b_y^{-1}$). Elle est définie par $\theta_{x,y}(m) = \Gamma_{xy}(m) -$

$$\widehat{\Gamma}_{xy}(m) = \sum_{i=0}^{m-1} a_x^m a_y^{i+m} - \sum_{i=m}^{N-1} a_x^i a_y^{i-m} \quad (I.11)$$

, avec $\widehat{\theta}_{x,y}(N-m) = -\widehat{\theta}_{y,x}(m)$

La corrélation périodique impaire est obtenue lorsque le code est répété périodiquement avec un changement de signe alterné à chaque chip du code d'étalement (c-à-d $b_y^0 \neq b_y^{-1}$)

Elle est définie par

$$\widehat{\theta}_{x,y}(m) = \Gamma_{xy}(m) - \widehat{\Gamma}_{xy}(m) = \sum_{i=0}^{m-1} a_x^m a_y^{i+m} - \sum_{i=m}^{N-1} a_x^i a_y^{i-m} \quad (I.12)$$

, avec $\widehat{\theta}_{x,y}(N-m) = -\widehat{\theta}_{y,x}(m)$

Selon le contexte de la communication, les propriétés idéales des fonctions de corrélation sont différentes.

Par exemple, pour un système DS-CDMA (Direct Sequence Code Division Multiple Access), les caractéristiques idéales dans le cas d'une liaison synchrone sont beaucoup moins contraignantes que pour une communication asynchrone.

Finalement, pour une communication DS-CDMA synchrone, on se soucie seulement des valeurs des fonctions de corrélation pour $m = 0$.

Les propriétés idéales impliquent donc que les codes utilisés soient orthogonaux :

$$\begin{cases} \theta_x(0) = N \\ \widehat{\theta}_x(0) = N \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} \theta_{x,y}(0) = 0 \\ \widehat{\theta}_{x,y}(0) = 0 \end{cases}$$

I.6.2. LES SEQUENCES A LONGUEUR MAXIMALE (M-SEQUENCES)

Toutes les séquences pseudo-aléatoires sont habituellement générées par un registre à décalage avec rétro-action linéaire (linear feedback shift register) LFSR.

Fondamentalement les valeurs des séquences peuvent être différentes de 0 et 1, mais nous nous concentrerons sur des séquences binaires. Le registre à décalage en rétroaction linéaire peut être décrit par un polynôme $h(X)$ et la structure linéaire produit toujours des séquences périodiques. Les m-séquences sont, par définition, les grands codes de plus grande longueur qui peuvent être générés par un registre à décalage donné.

Quand la séquence de longueur maximale est générée par un registre à décalage, nous disons que le polynôme définissant le registre à décalage est primitif. Pour construire une séquence à longueur maximale de longueur

$N=2^n - 1$ on a

besoin d'un polynôme primitif $h(X)$ de degré n . Ce polynôme représente un registre à décalage comme celui de la Figure I.14, où les coefficients h_i sont égaux à 0 ou 1 ($h_0 = h_n = 1 =$ toujours).

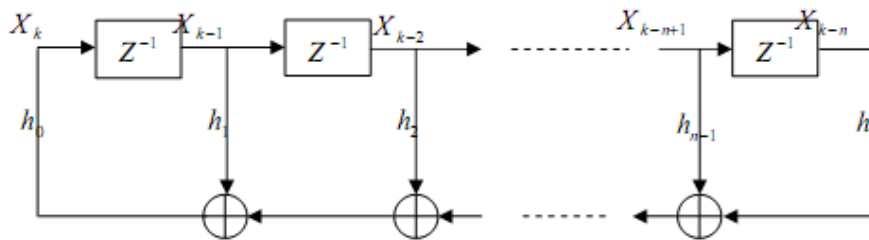


Figure I.14 : Un générateur général de séquence binaire. Polynôme primitif :

$$h(X) = X^n + h_1X^{n-1} + \dots + h_{n-1}X + 1[10]$$

La séquence de longueur maximale est composée de $(N-1)/2$ bits à « -1 » (état -1) et $(1 + N)/2$ bit à « 1 » (état 1). Ainsi, si N est suffisamment grand, les symboles deviennent pratiquement équiprobables.

Les séquences de longueur maximale possèdent une propriété de corrélation intéressante.

En effet, leur fonction d'autocorrélation périodique paire ne prend que 2 valeurs N et -1 :

$$\theta_x(m) = \begin{cases} N & \text{pour } m = 0 \\ -1 & \forall m \neq 0 \end{cases} \quad (\text{I.13})$$

En revanche, L. R. Welsch a démontré que le maximum de la fonction

d'intercorrélation périodique paire de 2 séquences binaires de longueur N , choisies parmi un sous-ensemble de N_{seq} séquences possédait une borne inférieure donnée par :

$$\theta_{x,y} \geq N \sqrt{\frac{N_{seq}-1}{N_{seq}L_c-1}} \equiv \sqrt{N} \quad (\text{I.14})$$

Le nombre total N_{seq} de séquences de longueur maximale obtenues à partir d'un registre à n étages est donné par :

$$N_{seq} = \frac{\phi(N)}{n}$$

Où $\phi(N)$ est le nombre d'entiers inférieurs à N et premiers avec N , ou plus exactement la fonction indicatrice d'Euler encore appelée en anglais « Euler totient function ».

Par ailleurs, les études ont montré que pour $0 \neq n \pmod{4}$, il existe parmi toutes les séquences de longueur maximale des séquences dites préférées.

Les fonctions d'intercorrélation périodiques paires de ces séquences préférées ne prennent que 3 valeurs $\{-1, -t(n), t(n)-2\}$ où :

$$t(n) = \begin{cases} 1 + 2^{\frac{n+2}{2}} & \text{pour } n \text{ pair} \\ 1 + 2^{\frac{n+1}{2}} & \text{pour } n \text{ impair} \end{cases} \quad (\text{I.15})$$

Comme montré dans la Figure I.15, les m -séquences possèdent une excellente propriété d'autocorrélation (autocorrélation très voisine de celle d'un bruit blanc).

Cependant l'intercorrélation de deux m -séquences n'est pas toujours petite.

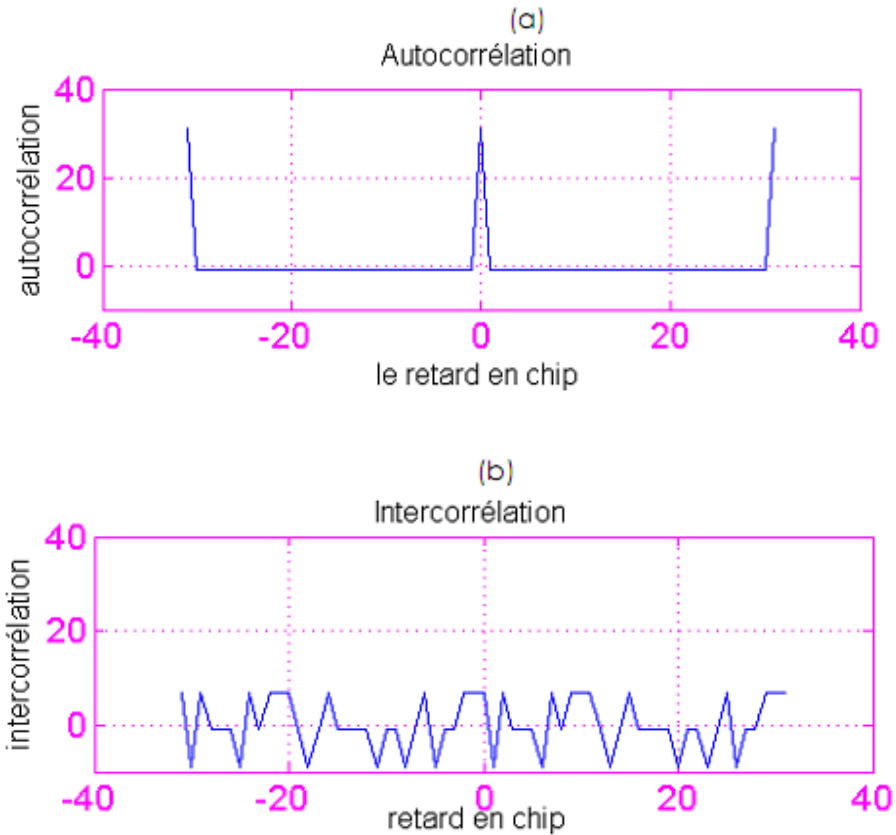


Figure I.15 : (a) L'autocorrélation périodique paire et (b) l'intercorrélation périodique paire de m-séquences avec $N=31$, $h_1(X) = 1 + X^2 + X^5$ Et $h_2(X) = 1 + X^2 + X^4 + X^5$ [10]

I.6.3. LES CODES DE GOLD

Les séquences de Gold sont utiles en raison de grand nombre de codes disponibles, leur principale qualité est liée au fait que la fonction d'intercorrélation entre deux codes est uniforme et bornée, ceci les rend utiles pour les techniques d'accès multiples.

Cette famille de codes est construite à partir de deux séquences de longueur maximale préférées de longueur $N=2^n-1$ avec $0 \neq n \pmod{4}$ et additionnées modulo 2.

Comme les codes de Gold sont générés à partir de deux séquences à longueur maximale préférées, leurs fonctions d'intercorrélation paire ne prennent que 3 valeurs $\{-1, -t(n), t(n) - 2\}$ on obtient ainsi :

$$\left\{ \left\{ -1, -\left[2^{\frac{n+2}{2}} + 1 \right], 2^{\frac{n+2}{2}} - 1 \right\} \right. \quad (I.16)$$

$$\left. \left\{ -1, -\left[2^{\frac{n+2}{2}} + 1 \right], 2^{\frac{n+2}{2}} - 1 \right\} \right.$$

Un exemple de générateur de séquence de Gold est montré dans la Figure I.16.

La Figure I.17 trace l'autocorrélation périodique (a) et l'intercorrélation périodique (b) d'une famille de séquences de Gold, avec un gain d'étalement N=127 et les générateurs polynomiaux 211 et 277 (octal).

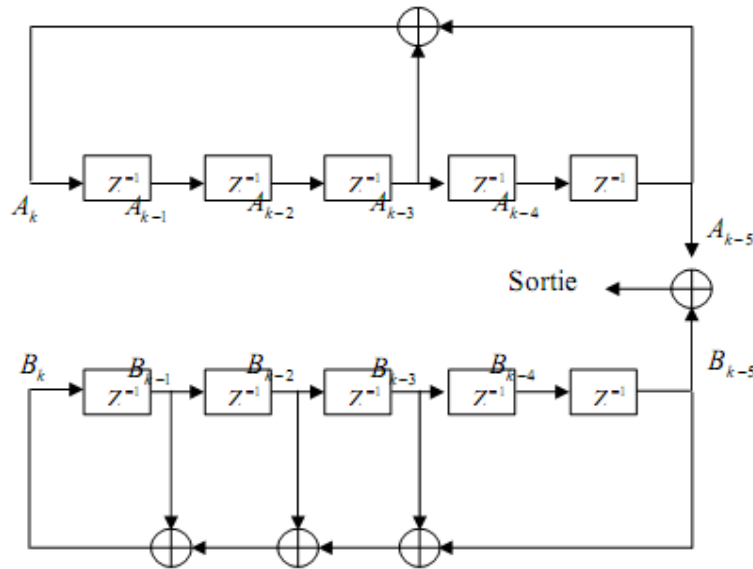


Figure I. 16 : Un générateur de la séquence de Gold avec les polynômes primitifs

$$h_1(X) = 1 + X^2 + X^5 \quad h_2(X) = 1 + X^2 + X^2 + X^4 + X^5 [10]$$

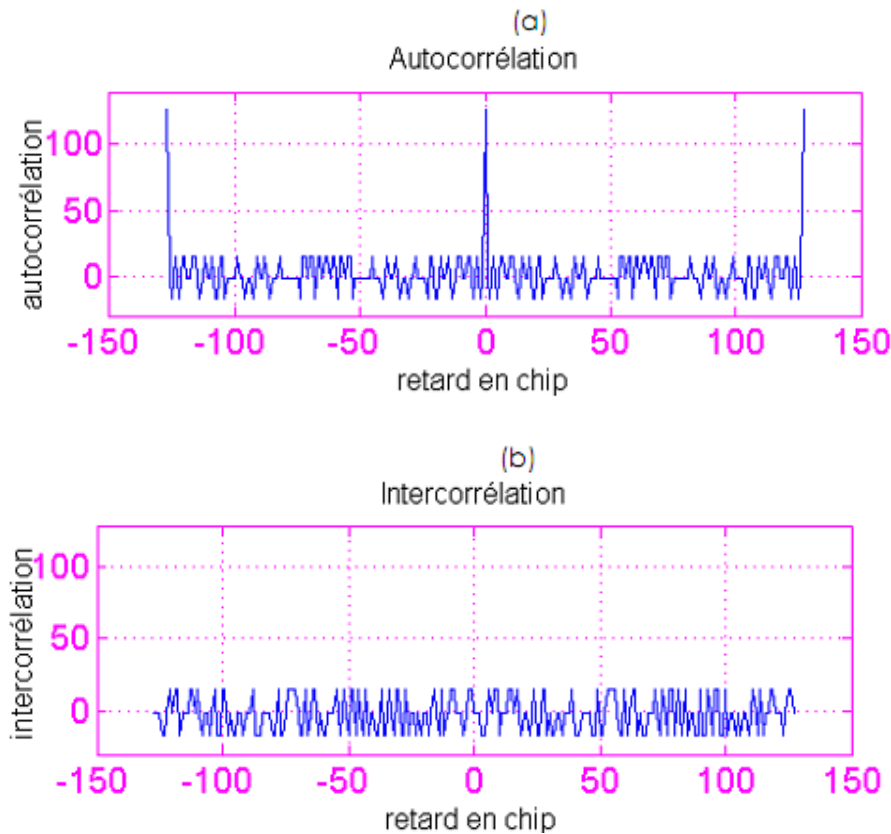


Figure I.17 : (a) L'autocorrélation périodique paire et (b) l'intercorrélation périodique paire de Gold avec N=127. Générateurs polynomiaux 211 et 277 (octal)[10]

I.6.4. LES CODES DE KASAMI

Les codes de Kasami sont principalement générés à partir d'une séquence de longueur maximale telle que $N_c=2^n-1$ ou n est un nombre pair. Deux classes de codes de Kasami sont distinguées : le « small-set » et le « large-set ». Leurs différences résident d'une part dans la façon de les générer, et d'autre part dans le nombre N_{seq} de séquences obtenues.

- Les séquences dites du « small-set » Soit Y une séquence de longueur $2^{n/2}-1$ formée par une décimation de période $2^{n/2}-1$ de la séquence de longueur maximale X. Le « small-set » des séquences de Kasami $K_s(.)$ est alors obtenu en additionnant modulo 2 les deux séquences X et un

décalage de Y : $K_s(X) = \{X, Z_0, Z_1, \dots, Z_{2^{n/2}-1}\}$, avec $Z_k = X \oplus T^k Y$.

La famille $K_s(\cdot)$ des séquences du « small-set » de Kasami comprend donc la séquence X ainsi que les $2^{n/2}-1$ séquences Z_k . Par conséquent, cette famille de codes contient au total $2^{\frac{n}{2}}$ séquences. Tout comme les codes de Gold, les fonctions de corrélation périodique paire des

codes du « small-set » de Kasami ne peuvent prendre que trois

valeurs $\{-1, -s(n), s(n) - 2\}$ avec $s(n) = 2^{\frac{n}{2}} + 1$, comme montré dans la Figure I.18.

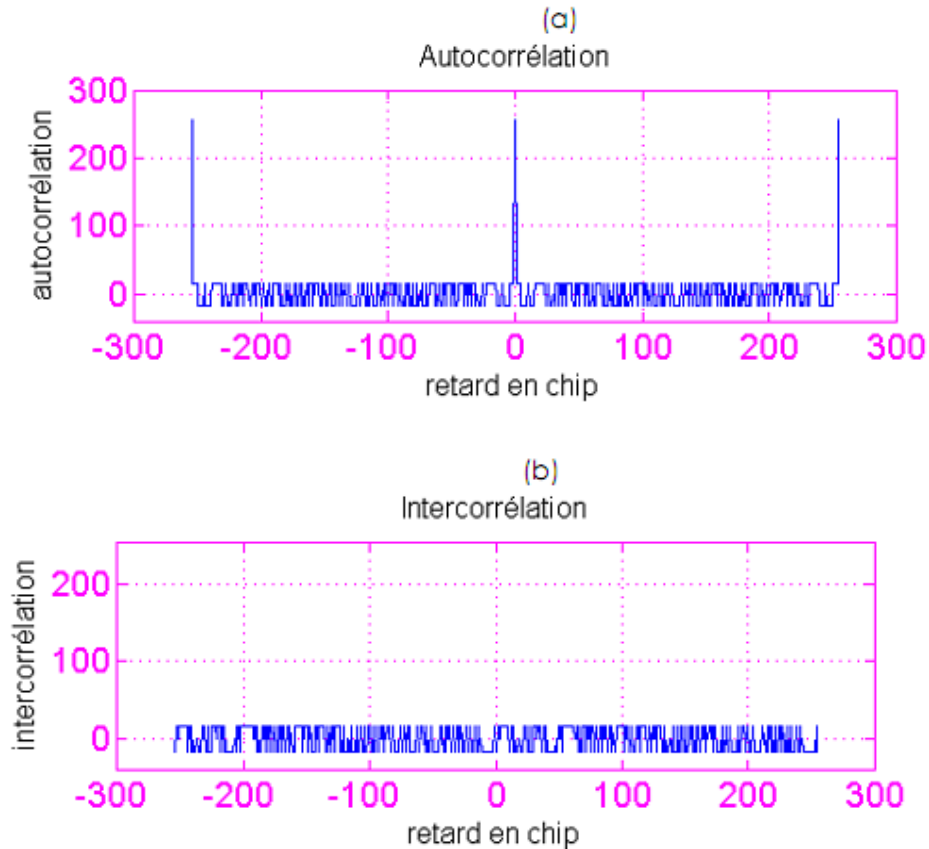


Figure I.18 : (a) L'autocorrélation périodique paire et (b) l'intercorrélation périodique paire de « small-set » de Kasami avec $N=255$. Générateurs polynomiaux 435 et 023(octal). [10]

- Les séquences dites du « large-set »

Suivant la valeur de n , il existe deux manières pour définir les séquences dites du « large-set » de Kasami notée $K_t(\cdot)$

Si $n \bmod 4 = 2$, on a:

$$K_t(\hat{X}) = \left\{ G(\hat{X}, \hat{Y}), Z \oplus G(\hat{X}, \hat{Y}), \dots, Z \oplus G(\hat{X}, \hat{Y}), \dots, T^{2^{\frac{n}{2}-2}} Z \oplus G(\hat{X}, \hat{Y}) \right\} \text{ où } \hat{X} \text{ et } \hat{Y}$$

Sont deux séquences de longueur maximale préférée avec Z est une séquence formée par une décimation de période $2^{\frac{n}{2}} - 1$ de la séquence \hat{X}

$T^k Z$ correspond à une permutation circulaire de k éléments de la séquence Z .

Si $n \bmod 4 = 0$, on a:

$$K_t(X) = \left\{ R(X, W), SC_t \oplus R(X, W), \dots, TZ \oplus R(X, W), \dots, T^{2^{\frac{n}{2}-2}} Z \oplus R(X, W) \right\} \quad \text{Avec}$$

$$R(X, W) = \{X, X \oplus W^{(0)}, X \oplus TW^{(0)}, X \oplus T^2W^{(0)}, \dots,$$

$$\dots, X \oplus T^{(L_c/3)-1}W^{(0)}$$

$$X \oplus W^{(1)}, X \oplus TW^{(1)}, X \oplus T^2W^{(1)}, \dots,$$

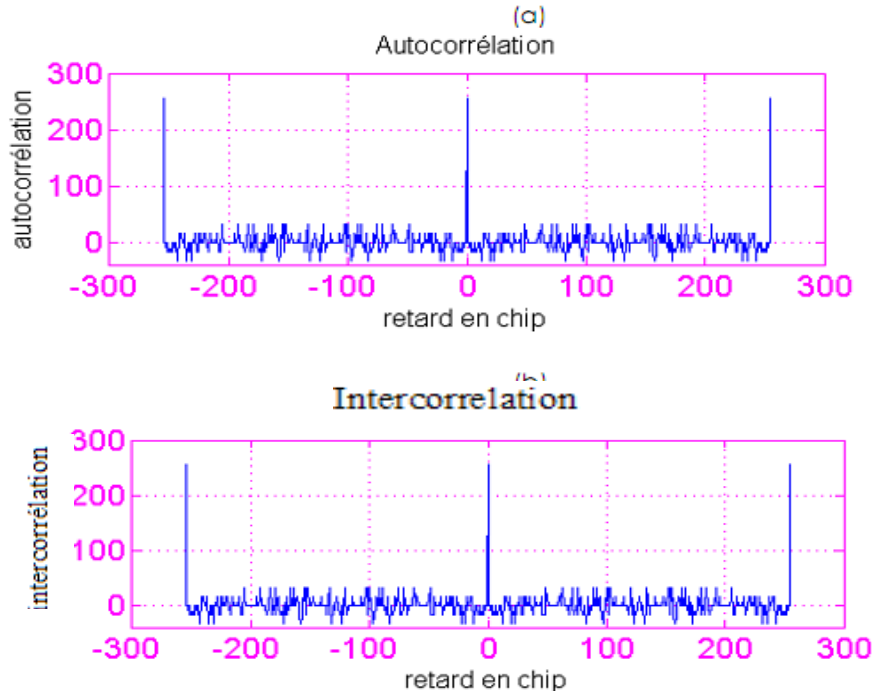
$$\dots, X \oplus T^{(L_c/3)-1}W^{(1)}$$

$$X \oplus W^{(2)}, X \oplus TW^{(2)}, LM_i \oplus T^2M^{(2)}, \dots,$$

$$\dots, X \oplus T^{(L_c/3)-1}W^{(2)} \} \quad (\text{I.17})$$

Où $W^{(m)}$ est constituée des bits de X suite à une décimation à l'ordre m . Dans le cas où $n \bmod 4 = 2$, la famille des séquences du « large-set » de Kasami $K_t(\cdot)$ contient $2^{\frac{n}{2}}(2^n + 1)$ séquences, alors que, pour $n \bmod 4 = 0$, $K_t(\cdot)$ contient $2^{\frac{n}{2}}(2^n + 1) - 1$ séquences.

En raison du nombre élevé de séquences, ces derniers ont été retenus comme codes de «scrambling» courts pour la liaison montante des systèmes de radiocommunications mobiles de troisième génération dénommés UMTS. Les fonctions de corrélation périodique paire des codes du « large-set » de Kasami ont l'avantage de ne prendre que 5 valeurs $\{-1, -t(n), t(n) - 2, -s(n), s(n) - 2\}$ comme montré dans la Figure I.19.



FigureI. 19. (a) L'autocorrélation périodique paire et (b) l'Intercorrélation périodique paire de « large-set » de Kasami avec $N=255$. Générateurs polynomiaux 435, 023 et 675 (octal) [10]

I.6.5. LES CODES DE WALSH-HADAMARD

Si nous présentons tous les codes dans une matrice C de code, où chaque ligne est une séquence de code, on peut expliquer le principe d'orthogonalité comme :

$CC^T = NI$ Où I est une matrice identité $N \times N$ et N est la longueur de la séquence de code.

Les fonctions orthogonales sont utilisées pour améliorer l'efficacité spectrale des systèmes à spectre étalé.

Les codes de Walsh-Hadamard sont utilisés dans les systèmes IS-95 et DS-WCDMA.

Les codes de Walsh sont générés en utilisant la matrice de transformation de Sylvester Hadamard. La matrice de transformation de Sylvester-Hadamard de taille $2^n \times 2^n$ satisfait la condition suivante:

$$H_m H_m^T = m I_m$$

Où H_m^T est la matrice transposée de la matrice de Sylvester-Hadamard de taille $m \times m$ et I_m est la matrice identité de taille $m \times m$. Ainsi, d'après cette définition, les lignes ou les colonnes sont mutuellement orthogonales. Le fait d'inter-changer les lignes ou les colonnes n'affecte donc en rien les propriétés d'une telle matrice.

La matrice de transformation de Sylvester-Hadamard de taille $L_c \times L_c$ peut-être construite récursivement de la manière suivante :

$$H_1 = [1], H_{L_c} = \begin{bmatrix} H_{L_c/2} & H_{L_c/2} \\ H_{L_c/2} & -H_{L_c/2} \end{bmatrix} \quad (I.18)$$

Chaque ligne représente un code de Walsh. Ces codes ont une intercorrélacion nulle quand ils sont synchrones, mais s'ils sont asynchrones, leur intercorrélacion dépend particulièrement de la paire des codes utilisés : certains ont une

intercorrélacion nulle, tandis que d'autres ont une corrélation très élevée comme montré dans la figure I. 20 (b).

En outre, ces codes représentent quelques inconvénients :

- Les codes n'ont pas un pic d'autocorrélacion simple et étroit. En fait le pic dépend du code utilisé, comme montré dans la Figure.I.20 (a).
- L'opération d'étalement n'est pas effectuée sur toute la bande passante, mais sur un certain nombre de fréquences discrètes.

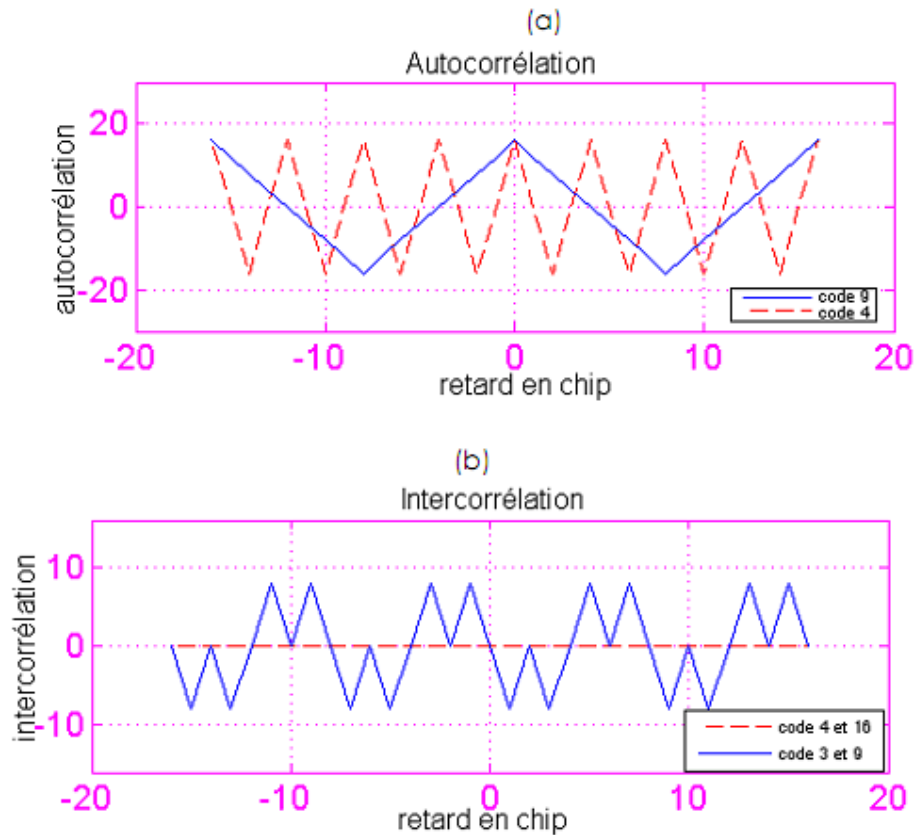


Figure I. 20 : (a) L'autocorrélation périodique paire et (b) l'intercorrélation périodique paire de Walsh avec N=16.[10]

I.7.FONCTIONS D'ORTHOGONALITE :

Les fonctions orthogonales ont une corrélation égale à zéro. Deux séquences binaires sont orthogonales si le résultat de leur « XOR » contient un nombre de 1 qui est égale au nombre de zéro.

Si deux séquences binaires s_1 et s_2 sont définies dans intervalle temporel D , leur produit scalaire est défini par l'intégrale suivante:

$$\langle S_1, S_2 \rangle = \int_D S_1(t) S_2(t) dt \quad (I.19)$$

Par exemple les deux séquences s_1 et s_2 de 4 zones représentées sur la Figure I.21 sont orthogonales, alors que s_1 et s_3 ne le sont pas. .

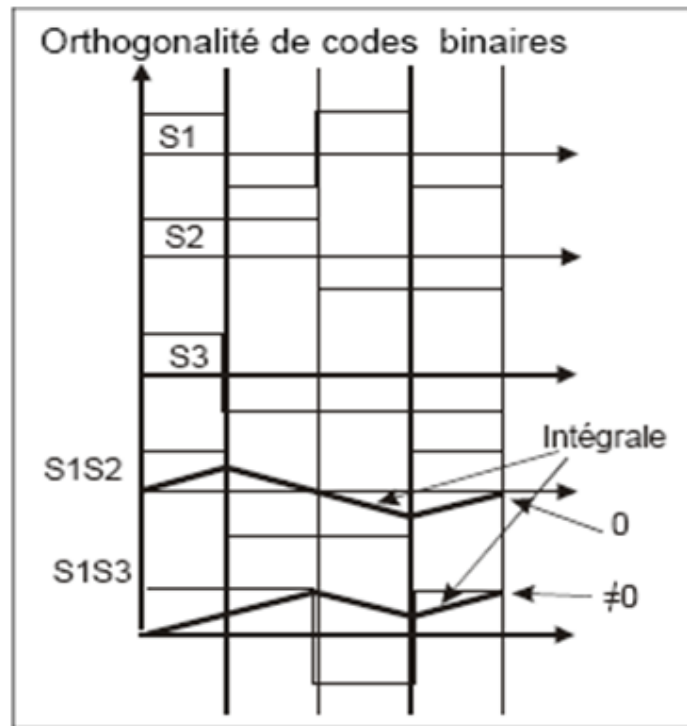


Figure I.21 : Orthogonalité des codes binaires [12]

CONCLUSION

Nous avons présenté dans ce chapitre les méthodes d'accès multiples telles que le FDMA et le TDMA nécessaires pour une utilisation optimale des ressources radio dans les réseaux de deuxième génération. L'accent a été mis sur la technique d'accès CDMA pour les réseaux de troisième génération, candidat sérieux pour une meilleure utilisation des ressources spectrales. Mais on attend beaucoup de la modulation à spectre étalé qui propose une alternative digne d'intérêt aux modes traditionnels de répartition en fréquence ou au cours du temps. L'étalement spectral est déjà largement utilisé pour l'établissement de réseaux locaux sans fils. Cette inspiration provient de la facilité avec laquelle il peut transmettre des informations dans les conditions difficiles de propagation. Ensuite nous avons donné une représentation des codes utilisés dans les systèmes DS-CDMA.

Pour avoir plus de performances on a tendance à engager un autre types de codes **les codes chaotiques** dans ce but on entame dans le chapitre suivant des généralités sur la théorie du chaos.

BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE I

- [1]. A. MORAD, « **On the system level performance of MC-CDMA systems in the dowlink** », these de docteur a l'école national superieure des telecommunication de Bretagne.
- [2].Michel TERRE « **radio communications**» version5.0
- [3].PURSLEY, M.B. et ROEFS, H.F.A., « **Numerical Evaluation of Correlation Parameters for Optimal Phases of Binary Shift-Register Sequences** ».IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-27, NO. 10, pp. 1597-1604, Octobre1979
- [4].Crépin Nsiala Nzéza« **récepteurs adaptatif multi-standards pour les signaux à étalement de spectre en contexte non coopératif**»université de bretgne occidentale juillet2006
- [5].Buracchini E., Muratore F., Palestini V. et Sinibalidi M., « **Performance analysis of a mobile system based on combined SDMA/ CDMA access technique** », Proceedings of The International Symposium on Spread Spectrum, Hanover (Germany), September 1996, p; 370-
- [6]. « **accès multiple à répartition par code (CDMA)**»CDMA_cours YM10/02/03
- [7].D. Roviras, « **CDMA accès multiple par codage**», Master RTSA 2006-2007.
- [8]. E. HAMELIN, « **Etude des performances d'un système CDMA a taux multiple** ».
- [9].SARWATE, D.V. et PURSLEY, M.B., « **Crosscorrelation Properties of Pseudorandom and Related Sequences** ». Proceedings of the IEEE, pp. 598-619, Mai 1980 .
- [10].M.MOUSSAOUI « **les codes d'étalement**» Ecole National des Sciences Appliqués ,TANGER
- [11].Madame C. GUILLEMINOT, « **Etude et intégration numérique d'un système multiplicateurs AMRC de télécommunication basé sur prototype virtuel utilisant le langage de haut niveau VHDL-AMS** », these de doctorat de l'université de toulouse II.
- [12]. F.BENATEK« **Détection Multiutilisateurs à Annulation Parallele (PIC) ou Série (SIC) d'Interférences pour un Système CDMA Synchrone ou Asynchrone**» université de TLEMCCEN,janvier2009
- [13].PH.GODLEWSKI,« **une introduction à l'étalement de spectre et au CDMA capacité(du sens montant**»ENTS,département InfRes
- [14].R.BEKHAKHECHA « **detection adaptative pour les systèmes de communication DS-CDMA**»université de Constantine juin200

[15].A.AISSAOUI « synchronisation adaptative du code PN dans les systèmes de communication DS/SS»université MENTOURI Constantine.juin2008

CHAPITRE

2

LA THEORIE DU CHAOS

SOMMAIRE

INTRODUCTION	38
<i>II.1.</i> SYSTEMES DYNAMIQUES	39
<i>II.1.1.</i> DEFINITION	39
<i>II.1.2.</i> TEMPS CONTINU	39
<i>II.1.3.</i> TEMPS DISCRET	40
<i>II.1.4.</i> COMPORTEMENT DES SYSTEMES DYNAMIQUES	41
<i>II.1.5.</i> EVALUATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE.....	45
<i>II.2.</i> SYSTEMES CHAOTIQUES	47
<i>II.2.1.</i> DEFINITION	47
<i>II.2.2.</i> CARACTERISATION GLOBALE DU CHAOS	49
<i>II.2.3.</i> ATTRACTEUR CHAOTIQUE	52
<i>II.2.4.</i> APPLICATION LOGISTIQUE CHAOTIQUES	56
<i>II.2.5.</i> EXEMPLES DE SYSTEMES CHAOTIQUES CHAOTIQUES ...	60
<i>II.2.5.1.</i> SYSTEMES A TEMPS CONTINU CHAOTIQUES	61
<i>II.2.5.1.1.</i> SYSTEME DE LORENZ	61
<i>II.2.5.1.2.</i> SYSTEME DE RÖSSLER	61
<i>II.2.5.1.3.</i> SYSTEME DE CHUA	62
<i>II.2.5.2.</i> SYSTEME A TEMPS DISCRET	64
<i>II.2.5.2.1.</i> SYSTEME DE HENON	64
CONCLUSION	64
BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE II	65

SOMMAIRE DES FIGURES

Figure II.1: Exemple de trajectoire du le système Lorenz.....	40
Figure II.1: Étude du comportement dynamique pour la fonction logistique (eq. II.8)	44
Figure II.2: Sensibilité aux CI - système de Loren	45
Figure II.4: La sensibilité aux conditions initiales illustrée par les trajectoires des boules de billard	49
Figure II.5: Evolution dans le temps pour deux conditions initiales très proches	50
Figure II.6: Evolution dans le temps d'un système chaotique, comparé à une sinusoïde	51
Figure II.7: Attracteur chaotique de Rössler.....	53
Figure II.8: Intersections de la trajectoire de l'attracteur de Rössler avec un plan φ d'équation $y = 0$ ($x: 0$)	54
Figure II.9: La suite $(-x_n)_{n \in \mathbb{N}}$	55
Figure II.10: La suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ des maximums de la grandeur $y(t)$ du système de Rössler.....	56
Figure II.11: Exemple de suite à comportement chaotique : $u_{n+1} = 3.82u_n(1 - u_n)$	58
Figure II.12: Allure de l'attracteur de Rössler pour deux valeurs différentes du paramètre c).....	59
Figure II.13: Diagramme de bifurcation de la suite logistique.....	60
Figure II.14: Système chaotique de Lorenz	61
Figure II.15: Système chaotique Rössler	62
Figure II.16: Le circuit électrique de Chua	62
Figure II.17: L'attracteur chaotique de Chua	63
Figure II.18: L'attracteur chaotique de Henon.....	64

SOMMAIRE DES TABLEAUX

Tableau II.1: Classification des régimes permanents en fonction du spectre Lyapunov	47
---	----

INTRODUCTION

L'univers de la physique classique est un univers dans lequel la connaissance de l'état présent (conditions initiales) permet de prédire l'état future (la trajectoire), les découvertes du début du 20^{ème} siècle montrent que la flèche du temps est irréversible et que l'imprédictibilité liée à cette direction du temps est structurelle on peut dire que c'est le système lui-même qui effectue le choix de sa trajectoire. d'autre part le problème classique entre le libre arbitre du système et le déterministe des modèles du monde est évoqué à de nombreuses reprises dans la littérature scientifique contemporaine on peut différencier trois sortes de systèmes dynamiques :

1-les systèmes aléatoires ou stochastiques qui évoluent comme leur nom l'indique au hasard dans tout l'espace sans qu'aucune équation ne les régit et sans qu'aucune prévision ne soit possible dans le temps.

2-les systèmes déterministes qui sont des systèmes régis par des lois mathématiques bien connues, on peut donc prévoir exactement l'évolution de ces systèmes dans le temps.

3-les systèmes chaotiques, quant à eux, ont un comportement infiniment plus complexes. ils sont irrésistiblement attirés par une figure géométrique de structure infiniment complexe.

Les attracteurs qui caractérisent ces systèmes semblent inclure à la fois des lois déterministes et des lois aléatoires ce qui rend toute prévision à long terme impossible.

Le chaos n'est pas aussi "chaotique" que sa dénomination le laisse entendre, son désordre n'est qu'apparent.

Un système chaotique est imprévisible, mais il est parfaitement décrit par des équations simples et déterministes. Le lien entre ces deux notions paradoxales, déterminisme et imprévisibilité, se manifeste par la sensibilité aux conditions initiales : deux conditions initiales quasiment semblables peuvent conduire à des états très différents du système. Cette impossibilité pratique à prévoir à long terme l'évolution de systèmes déterministes est la principale caractéristique des systèmes chaotiques.

A la fin du 19^{ème} siècle Henri Poincaré publia le fameux mémoire intitulé : "sur le problème des trois corps et les équations de la dynamique" qui lui vaudra le prix du roi Oscar, roi de Norvège et de Suède.

En imprimant ce mémoire, le jeune mathématicien Phragmén détecte une erreur. cette erreur obligera Poincaré à procéder à de profonds remaniements dans son mémoire, mais elle fut féconde Poincaré en effectuant ses corrections découvrit le chaos caché dans les

équations de la dynamique et à travers différents forts moments cette théorie est développée et donne naissance à une nouvelle révolution scientifique.[1]

Notre étude va se focaliser sur l'usage du chaos pour transmettre de l'information.

II.1. SYSTEMES DYNAMIQUES

Du point de vue mathématique la notion générale de système dynamique est définie à son tour à partir d'un ensemble de variables qui forment le vecteur d'état $x = \{x_i \rightarrow R\}, i = 1..n$ où n représente la dimension du vecteur.

Ce jeu de variables a la propriété de caractériser complètement l'état instantané du système dynamique générique. En associant en plus un système de coordonnées on obtient l'espace d'état qui est appelé également l'espace de phase. Conjointement avec l'espace d'état, un système dynamique est défini aussi par une loi d'évolution, généralement désignée par dynamique, qui caractérise l'évolution de l'état du système dans le temps. La notion de déterminisme provient du fait que le système considéré est complètement caractérisé par son état initial et sa dynamique [2].

II.1.1.DEFINITION

Un système dynamique en temps continu est décrit par un système d'équations différentielles, alors qu'en temps discret on parle d'un système d'équations aux différences finies:

II.1.2.TEMPS CONTINU

$$\dot{x}(t) = F(x(t), t) \quad (\text{II.1})$$

Où $F: R^n \times R^+ \rightarrow R^n$ désigne la dynamique du système.

Si on associe à cette dynamique un état initial, $x_0 = x(t_0)$ pour chaque couple choisi (x_0, t_0) on peut identifier une solution unique $\Phi(\cdot; x_0, t_0): R^+ \rightarrow R^n$ telle que :

$$\Phi_F(t_0; x_0, t_0) = x_0 \text{ et } \dot{\Phi}_F(t; x_0, t_0) = F(\Phi_F(t; x_0, t_0), t) \quad (\text{II.2})$$

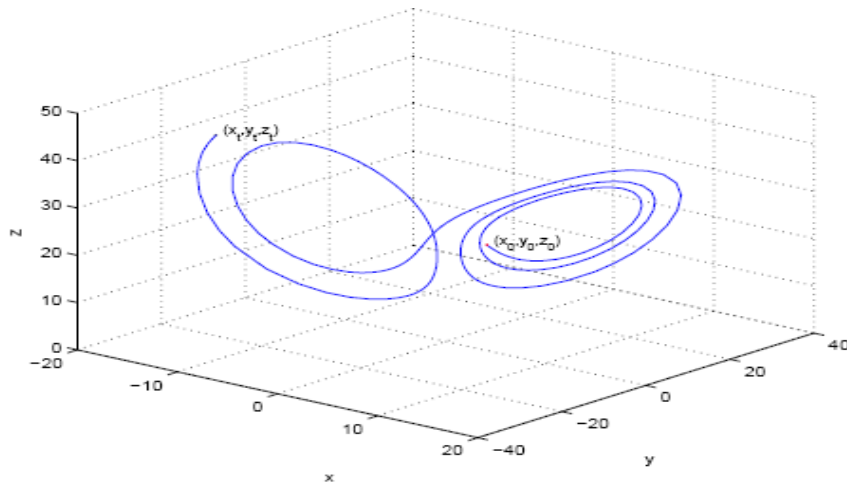
Cette solution unique déterminée à l'aide des équations (II.2), et qui fournit l'ensemble d'états successifs occupés par le système à chaque instant t , s'appelle généralement la trajectoire du système dynamique [2].

On considère l'exemple du célèbre système de Lorenz donné par les équations suivantes :

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \sigma(y - x) \\ \frac{dy}{dt} &= x(\rho - z) - y \\ \frac{dz}{dt} &= xy - bz\end{aligned}\quad (\text{II.3})$$

Les paramètres pour l'exemple de trajectoire donné dans la figure (II.1) ont été choisis de la manière suivante : $\sigma = 10$, $\rho = 28$, $b = 8/3$ avec la condition initiale $(x_0, y_0, z_0) = (2, 5, 20)$.

On observe que la dynamique du système de Lorenz donnée par les équations (II.3) est indépendante de l'instant t considéré. Généralement ce type de système est qualifié d'autonome. La dynamique, dans ce cas particulier a la forme suivante :



FigureII.1: Exemple de trajectoire du le système Lorenz [2]

II.1.3. TEMPS DISCRET

$$\dot{x}(t) = F(x(t)) \quad (\text{II.4})$$

Comme il a été déjà précisé, le système dynamique est, dans ce cas, représenté par des équations aux différences finies, avec le modèle général suivant :

$$x(k + 1) = G(x(k), k) \quad (\text{II.5})$$

où $G : \mathbb{R}^n \times \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{R}^n$ désigne la dynamique du système en temps discret.

De même qu'en temps continu, si on associe à cette dynamique un état initial $x_0 = x(k_0)$, pour chaque couple choisi (x_0, k_0) on peut identifier une solution unique $\Phi_G(\cdot; x_0, k_0): Z^+ \rightarrow R^n$ telle que :

$$\Phi_G(k_0; x_0, k_0) = x_0 \text{ et } \Phi_G(k+1; x_0, k_0) = G(\Phi_G(k; x_0, k_0), k) \quad (\text{II.6})$$

En temps discret on définit aussi le système autonome comme une dynamique qui ne dépend pas de l'instant k .

$$x(k+1) = G(x(k)) \quad (\text{II.7})$$

II.1.4. COMPORTEMENT DES SYSTEMES DYNAMIQUES

A partir d'un état initial x_0 et après un régime transitoire, la trajectoire d'un système dynamique atteint une région limitée de l'espace des phases. Ce comportement asymptotique, obtenu quand t et k tendent vers l'infini, est une des caractéristiques les plus importantes à étudier pour tout système dynamique. Dans le cas d'un système linéaire, si la solution asymptotique est indépendante de la condition initiale et unique, en présence de non-linéarités, il existe donc une plus grande variété de régimes permanents, parmi lesquelles on trouve, par ordre de complexité: points d'équilibre, solutions périodiques, solutions quasi-périodiques et chaos, respectivement. Il faut préciser que cette fois, le comportement développé par un système dynamique particulier est fortement dépendant de la condition initiale choisie.

Pour la suite, on va définir et illustrer les comportements évoqués ci-dessus, en utilisant une dynamique très connue dans la théorie des systèmes non-linéaires. Il s'agit de l'équation logistique définie par l'expression suivante:

$$x_{k+1} = f(x_k) = rx_k(1 - x_k) \quad (\text{II.8})$$

Dans les Figures II.2 on montre la dynamique propre à l'équation logistique ainsi que certains modes asymptotiques particuliers. Le mécanisme de construction d'une séquence est tout d'abord montré sous la forme d'un diagramme en toile.

Cette méthode permet la génération de la séquence choisie, graphiquement en utilisant la projection des états successifs par rapport à la diagonale principale (Figure.II.2 a) ; $r = 3.9$).

Dans la partie b) est présenté le diagramme de bifurcation qui montre la distribution des états limites pour différents choix du paramètre r . On appelle cette représentation diagramme de bifurcation parce que le comportement asymptotique subit, pour des valeurs du paramètre r bien déterminées, une bifurcation de l'ensemble des états limites. Dans le cas continu la bifurcation se manifeste comme une multiplication des trajectoires possibles. Pour cette représentation on a choisi pour chaque valeur $r \in [1, 4]$ une séquence de 500 échantillons avec une période de transition de 50 échantillons.

Par la suite pour chaque type de régime permanent on a :

➤ **Point d'équilibre**

Dans ce cas, la solution asymptotique est représentée par un point, sa valeur étant déterminée en fonction de la condition initiale choisie. Ainsi, pour des conditions initiales différentes on peut retrouver plusieurs points d'équilibres. De même ces points peuvent être stables ou instables suivant que les trajectoires voisines convergent ou divergent entre elles. Dans le cas de la dynamique logistique, on observe que pour toute valeur $r \in [1, 3]$, le régime permanent est formé par un point limite stable, sa valeur étant dépendante du choix de paramètre r . La Figure II.2 c) nous donne un aperçu d'une telle trajectoire pour $r = 2$. Ainsi on observe qu'après une période de transition relativement courte, la séquence se stabilise autour du point fixe qui cette fois est $x_{\infty} = 0.5$.

➤ **Régime périodique**

Le régime permanent périodique correspond à une trajectoire dont les répliques d'une portion élémentaire sont espacées à des intervalles nT , $n \in \mathbb{N}^+$, T désignant la période. Pour la fonction logistique, on a choisi deux exemples pour le paramètre $r = 3.2$ puis $r = 3.55$. Pour le premier cas, ce choix nous garantit que l'ensemble des états limites est formé par deux points, et la période correspond à deux échantillons (Figure II.2 d).

La deuxième solution nous permet d'augmenter la dimension de l'ensemble des états limites et la période de répétition à 8 (Figure II.2 e)

➤ **Régime quasi-périodique**

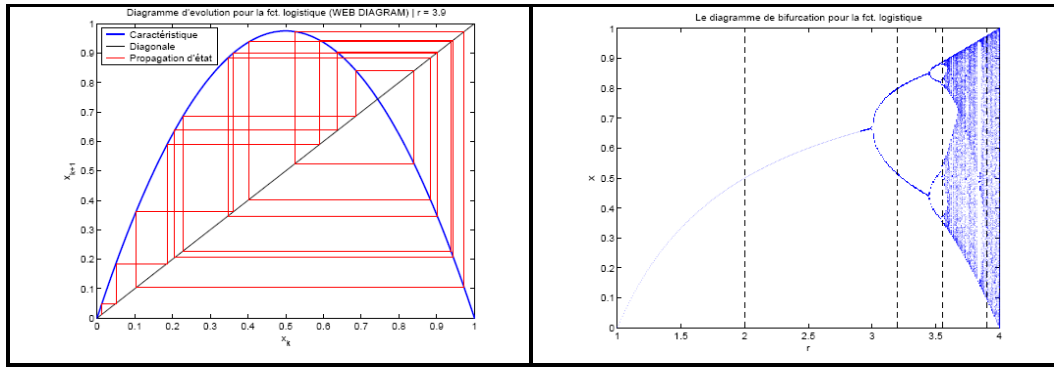
Il correspond à une somme de solutions périodiques, dont le rapport des périodes est un nombre irrationnel. Un régime quasi-périodique peut être représenté dans l'espace d'état par un tore.

➤ **Régime chaotique**

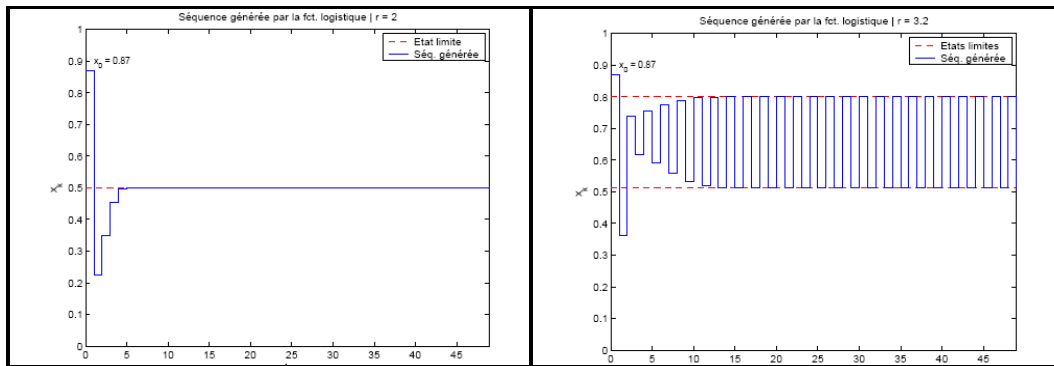
Le régime chaotique est par définition, tout régime permanent qui n'appartient à aucune des classes présentées antérieurement. Une telle solution a une trajectoire asymptotique bornée avec une extrême sensibilité aux conditions initiales. Ainsi deux trajectoires générées à partir de CI (conditions initiales) très proches, vont diverger très vite l'une par rapport à l'autre. Cette sensibilité par rapport aux CI traduit aussi le comportement, en apparence stochastique, des générateurs chaotiques, de telle sorte qu'une prévision à long terme du comportement du système est impossible.

Dans la Figure II.2 f, un exemple est donné pour deux CI espacées par une valeur de 10^{-4} . On peut observer que juste après quelques itérations les deux trajectoires divergent et deviennent non corrélées.

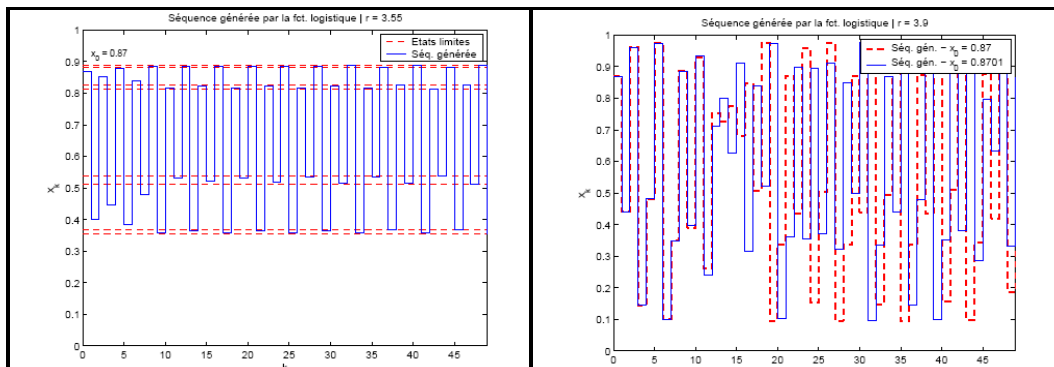
Généralement, l'ensemble des solutions asymptotiques stables décrites ci-dessus est qualifié d'attracteur. Il représente la région de l'espace d'état au voisinage de laquelle les trajectoires restent confinées lorsque t et k tendent vers l'infini. En parallèle, avec la définition de l'attracteur apparaît la notion de bassin d'attraction qui est défini comme la région de l'espace d'état formée par l'ensemble des CI à partir desquelles l'attracteur sera atteint.



(a) Génération de la séquence réursive (web diagram) (b) Diagramme de bifurcation



(c) Séquence générée et états limites pour $r = 2$ (d) Séquence générée et états limites pour $r = 3.2$



(e) Séquence générée et états limites pour $r = 3.55$ (f) séquences générées et sensibilité aux CI pour $r = 3.9$ (comportement chaotique)

Figure II.3: Étude du comportement dynamique pour la fonction logistique (eq. II.8)

[2]. .

II.1.5. EVALUATION DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE

La présence d'un comportement chaotique pour un système dynamique quelconque, peut être déterminée par élimination de comportements introduits auparavant : si son comportement asymptotique n'est pas un point fixe, périodique ou quasi-périodique on conclut qu'il est chaotique. Mais dans le cas où la dynamique employée pour générer la séquence observée n'est pas connue et si en plus un bruit affecte les observations une telle méthode n'est pas envisageable. Par conséquent, la communauté scientifique a proposé des solutions avec une approche statistique du problème comme le calcul de la dimension de corrélation ou les exposants de Lyapunov.

La dimension de corrélation est un outil qui offre la possibilité de déterminer la dimension de l'attracteur reconstruit à partir d'une série temporelle observée, tandis que les exposants de Lyapunov sont employés pour l'évaluation de l'instabilité propre au phénomène chaotique. Dans la pratique ces exposants se sont imposés comme des outils performants, même dans le cas de séries temporelles courtes, avec un coût de calcul relativement réduit par rapport à la dimension de corrélation.

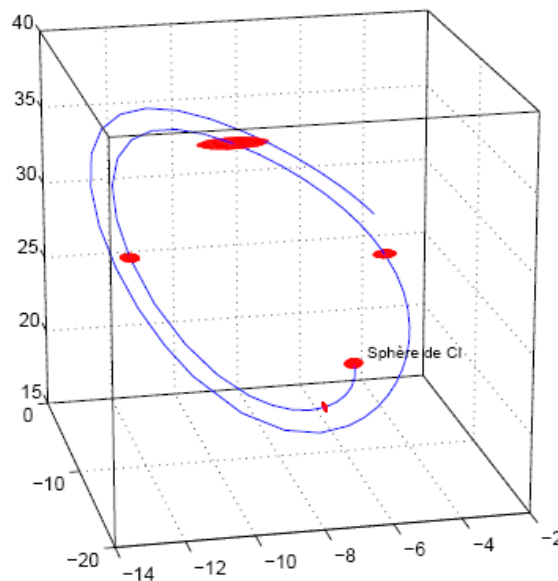


Figure II.4: Sensibilité aux CI - système de Lorenz [2]

Les exposants de Lyapunov se définissent comme une mesure invariante propre à un système dynamique qui caractérise la séparation exponentielle en temps

de deux trajectoires proches. Cette propriété est aussi qualifiée de sensibilité aux CI, mais elle se réfère généralement à la divergence de trajectoires à n'importe quel instant temporel. Ainsi dans le cas d'un attracteur chaotique, deux trajectoires initialement voisines vont diverger à une vitesse exponentielle quantifiée par l'exposant de Lyapunov. Géométriquement, cela se traduit par le fait que si on choisit un ensemble de CI situées dans une sphère infiniment petite (de diamètre $\delta(0)$) dans le bassin d'attraction du système dynamique de dimension n ; Sous l'effet de la dynamique cette sphère va se déformer pour se transformer en ellipsoïde.

L' $i^{\text{ème}}$ exposant de Lyapunov se définit alors en fonction de la déformation subie sur la $i^{\text{ème}}$ direction comme :

$$\lambda_i = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{t} \ln \frac{\delta_i(t)}{\delta_i(0)}, i = 1..n \quad (\text{II.9})$$

L'ensemble $\{\lambda_i\}_{i=1..n}$ constitue le spectre de Lyapunov. D'habitude les exposants sont classés par ordre décroissant: $\lambda_i \geq \lambda_{i+1}, i=1..n-1$

Dans la figure II.3 on montre l'exemple d'un ensemble de CI choisies dans le voisinage d'une valeur située dans le bassin d'attraction pour le système de Lorenz.

On observe par la suite les déformations de cette sphère initiale à des instants différents. De cette façon on remarque que les déformations ne sont pas uniformes dans toute la région qui définit l'attracteur. Pour caractériser ce comportement, Abarbanel a défini le spectre de Lyapunov associé localement à un point dans l'attracteur.

Il faut noter que l'existence d'un attracteur nécessite que la dynamique de ce système soit globalement dissipative. Cela signifie que le système doit être caractérisé par une stabilité globale qui correspond à la condition suivante sur le spectre de Lyapunov :

$$\sum_{i=1}^n \lambda_i < 0 \quad \sum_{i=1}^n \lambda_i < 0 \quad (\text{II.10})$$

Si le spectre de Lyapunov reste une des plus robustes méthodes pour évaluer le comportement dynamique d'un système quelconque, le spectre de fréquence peut donner aussi des indices sur le régime permanent.

Les divers critères permettant de caractériser la dynamique d'un système quelconque sont regroupés dans le tableau II.1.

Régime permanent	Attracteur	Spectre	Exposants Lyapunov
Point d'équilibre	Point	Composante continue	$0 > \lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_n$
périodique	Courbe fermée	Fréquence Fondamentale + harmoniques entières	$\lambda_{1=0}$ $0 > \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$
Quasi-périodique	tore	Composantes fréquentielles en rapport irrationnel	$\lambda_1 = \dots = \lambda_i = 0$ $0 > \lambda_{i+1} \geq \dots \geq \lambda_n$
chaotique	fractale	Spectre large	$\lambda_1 > 0$ $0 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$

Tableau II.2: Classification des régimes permanents en fonction du spectre Lyapunov

II.2. SYSTEMES CHAOTIQUES

II.2.1. DEFINITION

A nos jours, dans le langage commun « Chaos » décrit un état de désordre et d'irrégularité

Dans le milieu scientifique le « chaos » a émergé dans la seconde partie des années 1970 en tant que science des phénomènes non linéaires complexes montrant certaines caractéristiques communes. Le terme a été imposé par les physiciens chez lesquels :

« L'idée dominante a été que le chaos constituait une grande révolution scientifique (la troisième du siècle, disait-on, après la relativité et la mécanique quantique) ou du moins l'avènement d'un paradigme gouvernant un ensemble de disciplines en train de former une nouvelle science ».

Alors que chez les mathématiciens le terme imposé est « systèmes dynamiques » pour souligner l'ancienneté des théories et la continuité des méthodes.

Un juste milieu serait de considérer le chaos :

« Un vaste processus de convergence socio -disciplinaire qui s'inscrit sur la longue durée et se cristallise à un moment précis, la décennie 1975-85 »

Il faut noter que la non linéarité est une condition nécessaire mais pas suffisante pour générer le chaos. Il faut aussi noter que le comportement chaotique observé dans le temps n'est dû, ni à une source extérieure de bruit, ni à un degré infini de liberté, ni à un caractère stochastique, i.e. c'est intrinsèque.

Le concept moderne du chaos déterministe est de plus en plus utilisé dans des contextes scientifiques variant des mathématiques et physiques des systèmes dynamique et jusqu'aux variations temporels complexes de tous types (ex. dans la chimie, biologie, physiologie, économie, sociologie et même la psychologie).

D'où le chaos est défini généralement comme un comportement particulier d'un système dynamique déterministe non-linéaire.

On peut considérer aussi les systèmes chaotiques comme un sous ensemble des systèmes complexes, définis comme suit : [5], [6]

Définition 1. Un système complexe est une entité qui est cohérente dans une façon reconnaissable mais dont les éléments, interactions et dynamiques génèrent des structures admettant surprises et innovations ne pouvant pas être définis à priori.

Un mot clé dans la définition du chaos est le « déterminisme » d'où l'importance de la définition suivante :

Définition 2. un système déterministe est un système dont l'état présent est complètement déterminé par les conditions initiales, en contradiction avec un système stochastique pour lequel l'état présent reflète les conditions initiales, en plus d'une réalisation particulière d'un paramètre aléatoire (bruit ou variable interne).

Un terme souvent associé avec le chaos dans la littérature est « turbulence ».

Définition 3. Le terme "turbulence" décrit un comportement irrégulier d'un système dynamique à dimension infinie (ex. un récipient d'eau bouillante). En pratique le terme est utilisé jusqu'au moment où une meilleure compréhension du phénomène est établit ou d'autres termes sont utilisés (ex. « route vers le chaos », « chaos spatiotemporelle », etc.)

Définition 4. Une fonction récursive $f : S \rightarrow S$, où $S \subset \mathbb{R}$ est chaotique sur S si :

-f montre une sensibilité aux conditions initiales, i.e. il existe $\delta > 0$ tel que pour n'importe quel $x \in S$ et n'importe quel voisinage U de x ; il existe $y \in S$ et $n \geq 0$ tel que

$$|f^n(x) - f^n(y)| > \delta.$$

- f est topologiquement transitive, i.e. pour n'importe quelle paire d'intervalle ouvert $V, W \subset S$ il existe $k > 0$ tel que $f^k(V) \cap W \neq \emptyset$

Rem. : $f^2(x) = f(f(x))$

-Des points périodiques sont denses dans S .

Rem. : x_1 est un point périodique de $f \implies \exists n \in \mathbb{N}$ tel que $f^n(x_1) = x_1$

Pour mieux comprendre la sensibilité aux conditions initiales prenons l'exemple des trajectoires de deux boules de billard qui commencent très proches l'une de l'autre. Les deux boules se séparent exponentiellement avec le temps et dans un nombre de rebondissement finie (et souvent très petit) leur séparation $\delta x(t)$ atteint l'amplitude maximale L qui caractérise le système globale (table de billard).

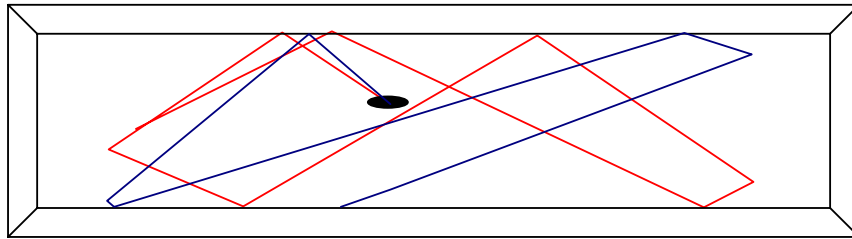


Figure II.4 : La sensibilité aux conditions initiales illustrée par les trajectoires des boules de billard [8]

II.2.2. CARACTERISATION GLOBALE DU CHAOS

Quelques systèmes physiques se comportent de manière chaotique. Parmi ces systèmes, on peut citer l'atmosphère, un robinet qui goutte, un pendule excité dans un champ magnétique... Ces quelques systèmes se démarquent par leurs dimensions et l'origine de leurs mouvements. Il existe plusieurs définitions possibles du chaos. Ces définitions ne sont pas toutes équivalentes, mais elles convergent vers certains points communs caractérisant ainsi le chaos. [9] [10].

Par la suite, on va présenter quelques caractéristiques qui permettent de comprendre qualitativement les points marquants d'un système chaotique [3].

❖ Sensibilité aux conditions initiales (SCI)

Tout d'abord, les systèmes chaotiques sont extrêmement sensibles aux perturbations. On peut illustrer ce fait par *l'effet papillon*, popularisé par le météorologue *Edward Lorenz*. L'évolution d'un système dynamique chaotique est imprédictible dans le sens qu'elle est sensible aux conditions initiales. Ainsi, deux

trajectoires de phases initialement voisines s'écartent toujours l'une de l'autre, et ceci quelle que soit leur proximité initiale. Il est clair que la moindre erreur ou simple imprécision sur la condition initiale empêche de décider à tout temps qu'elle sera la trajectoire effectivement suivie et, par conséquence, de faire une prédiction autre que statistique sur le devenir à long terme du système. Ainsi, bien que l'on traite de systèmes déterministes, il est impossible de prévoir à long terme leurs comportements. La seule manière est d'opérer effectivement l'évolution du système. Si cette simulation se fait informatiquement, un problème de précision sur les conditions initiales se pose alors : de petites erreurs d'arrondissement dues à la précision du type de la variable codant ces conditions initiales peuvent exponentiellement s'amplifier de telle sorte que la trajectoire de phases obtenue n'est pas représentative de la réalité.

Illustrons ce phénomène de SCI par une simulation numérique. On affecte à un système chaotique deux conditions initiales très proches. Dans un premier temps, les deux systèmes évoluent de la même manière; mais, très vite, leur comportement devient différent. Ceci est illustré dans la figure suivante :

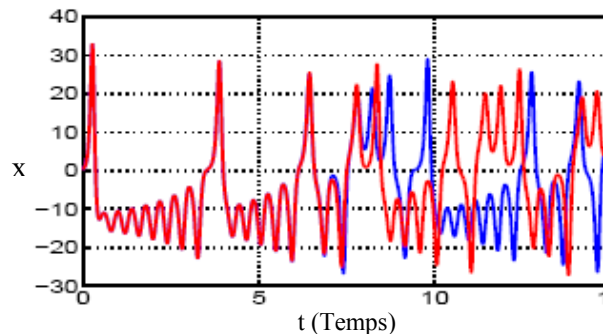


Figure II.5: Evolution dans le temps pour deux conditions initiales très proches [3].

❖ Aspect aléatoire

Les courbes précédentes (Figure. II.5) illustrent la sensibilité aux conditions initiales. Cependant, une autre caractéristique des systèmes chaotiques peut être observée sur les courbes précédentes. En effet, un système chaotique évolue d'une manière qui semble aléatoire. La courbe suivante permet de comparer une évolution simple, périodique et donc prédictible d'un système classique avec l'évolution plus complexe, non périodique et non prédictible d'un système chaotique.

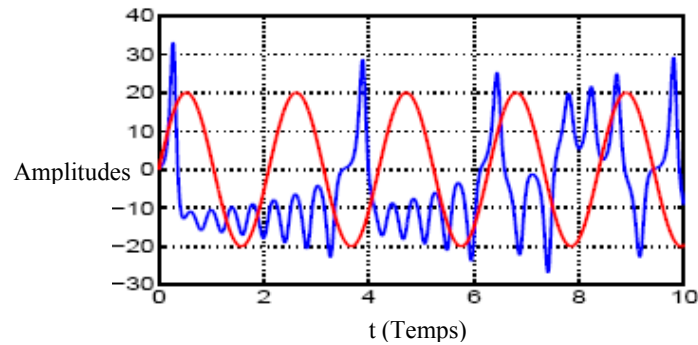


Figure II.6: Evolution dans le temps d'un système chaotique, comparé à une sinusoïde [4]

Ainsi, les systèmes chaotiques semblent évoluer de manière aléatoire. En tout cas, on ne peut pas prévoir facilement quelle sera leur évolution dans le temps.

Notons que les systèmes chaotiques obéissent tout de même aux lois de la physique. Si on se place dans l'approximation de la physique classique, on peut affirmer que le système est totalement déterministe. Il ne faut donc pas se laisser abuser par le caractère a priori aléatoire qui ne dénote qu'une complexité du système [3].

❖ Espace de phase

La sensibilité aux conditions initiales est le problème majeur du chaos, elle empêche toute prédiction sur l'évolution du système au delà d'un certain temps.

Une erreur $\varepsilon_0 > 0$ sur la condition initiale va évoluer exponentiellement. L'erreur à un instant t , aura l'expression suivante: $|\varepsilon(t)| = \varepsilon e^{\lambda t}$. On peut calculer la valeur de λ , appelé *exposant de Lyapunov*, grâce aux méthodes développées par Alexandre Lyapunov.

Une façon de contourner ce problème est d'éliminer le temps entre les équations. C'est le rôle de *l'espace des phases* (ou l'espace des états), il s'agit d'un espace de dimension 2 ou 3 dans lequel chaque coordonnée est une variable d'état du système considéré.

II.2.3. ATTRACTEUR CHAOTIQUE [4]

D'une manière générale un Attracteur est un ensemble compact de volume nul dans l'espace des phases mais possédant un "bassin" d'attraction de volume fini vers lequel va tendre le processus si ce dernier est dissipatif. Les attracteurs les plus simples sont:

- le point: il est l'attracteur d'un processus indépendant du temps (la série est de périodicité 1) ;
- le cycle limite : quelle que soit la valeur d'origine du processus, ce dernier va converger vers une solution périodique. Dès qu'il y a cycle limite une observation quelconque X , reflète toujours une dépendance du temps de forme sinusoïdale et la prévision en est facilement réalisable;
- le tore (P) : c'est l'attracteur d'un processus quasi-périodique, c'est à dire présentant des périodicités multiples. BERGE, POMEAU et VIDAL (1988) donnent l'exemple de la position astronomique d'un point quelconque de la surface de la terre. Cette position est fonction des trois paramètres : la rotation de la terre autour du soleil (période de 365,24 jours), la rotation de la terre sur elle-même (période de 24 h) et le mouvement de précession de l'axe de rotation de la terre (période de 25800 ans). L'attracteur d'un tel processus sera un tore d'ordre 3 (T^3).

Afin de bien rendre compte de ce qui peut être observé dans un espace des phases à trois dimensions, voici la représentation de l'attracteur de Rössler. Il s'agit d'un attracteur chaotique (ou attracteur étrange), c'est-à-dire que cette figure géométrique est la représentation dans l'espace des phases d'un système chaotique.

Attracteur de Rössler

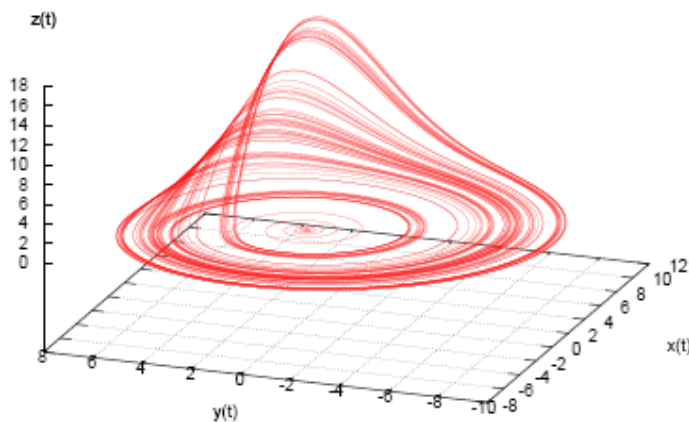


Figure II.7: Attracteur chaotique de Rössler. [4].

Les équations du système de Rössler sont données par le système différentiel suivant (avec pour la figure II.7 : $a = b = 0.2$ et $c = 5$) :

$$\begin{cases} \dot{x} = -(y + z) \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b - cz + xz \end{cases}$$

L'objet géométrique observé (Figure.II.7) est relativement complexe et dégage la richesse d'informations que contient le système de Rössler. Un attracteur chaotique possède notamment la propriété remarquable suivante : la trajectoire ne repasse jamais par un même état. Ce qui signifie, entre autres, que cette trajectoire passe par une infinité d'états.

- **Section de Poincaré**

Henri Poincaré a apporté une contribution très utile pour l'étude des systèmes chaotiques. Parmi ces contributions on trouve les *sections de Poincaré*. Faire une section de Poincaré revient à couper la trajectoire dans l'espace des phases, afin d'étudier les intersections de cette trajectoire (en dimension trois, par exemple), avec un plan. On passe alors d'un système dynamique à temps continu à un système dynamique à temps discret. Les mathématiciens ont bien sûr démontré que les propriétés du système sont conservées après la réalisation d'une section de Poincaré

judicieusement choisie. Dans un premier temps nous allons voir quelles sont les différentes sections de Poincaré utilisées en général.

Exemples de sections de Poincaré

La section de Poincaré la plus naïve est de couper la trajectoire dans l'espace des phases par un plan (en dimension trois) ou par une droite (en dimension deux).

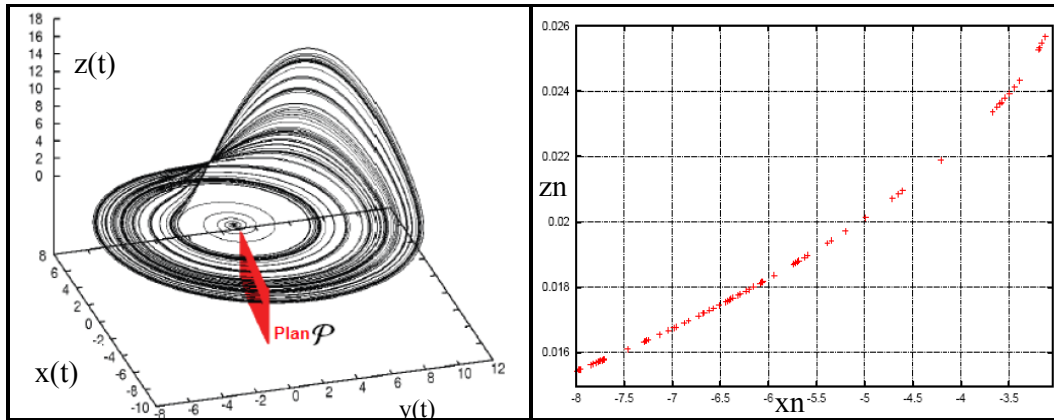
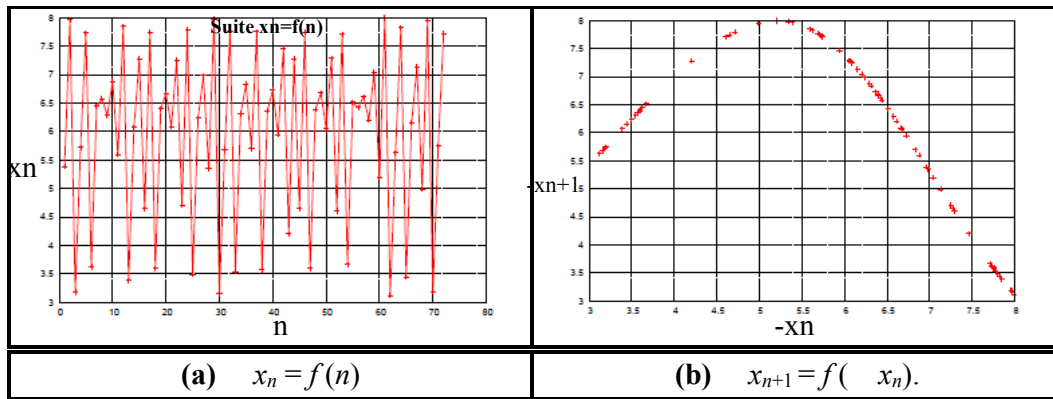


Figure II.8: Intersections de la trajectoire de l'attracteur de Rössler avec un plan φ d'équation $y = 0$ ($x \leq 0$) [4]

Sur la Figure II.8, on voit clairement que si on observe l'intersection de la trajectoire du système Rössler avec le plan φ il faut alors étudier les deux suites $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ et $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

On peut se restreindre à l'étude de la suite $(-x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ l'opposée de la suite $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ car toutes les valeurs de $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont négatives.

La Figure II.9 montre que l'évolution de la suite $(-x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est clairement chaotique. Pourtant, on observe que la caractéristique $(-x_{n+1})_{n \in \mathbb{N}} = f(-x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ semble dégager une certaine régularité, on dirait en effet que cette caractéristique est assimilable à une parabole. Ou du moins, la fonction qui a x_n associe x_{n+1} semble pouvoir être approximée par une fonction polynomiale, ce qui peut quand même paraître étonnant étant donné le comportement de la suite $(-x_n)_{n \in \mathbb{N}}$. Nous voyons que cette section de Poincaré conserve les propriétés du système d'origine :

Figure II.9: La suite $(-x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ [4]

La suite $(-x_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est effectivement chaotique.

Une autre façon de réaliser une section de Poincaré, toute aussi intéressante, consiste à regarder la suite des maximums de l'une des grandeurs du système (surface d'équation $\dot{x} = 0$).

Prenons par exemple la grandeur $y(t)$ du système de Rössler, et observons la suite des maximums successifs correspondantes, notée U_n . La Figure II.10 montre la caractéristique $U_{n+1} = f(U_n)$, celle-ci a les mêmes propriétés que la caractéristique donnée en Figure II.9 (à droite).

Cependant, la courbe n'est pas exactement la même, il faut chercher leurs similitudes au delà de leurs apparences, le calcul de leur pente moyenne (moyenne géométrique), nous montrerait que ces deux fonctions ont la même pente moyenne. C'est parce que la valeur de la pente moyenne de ces fonctions est liée à l'exposant de Lyapunov de la grandeur $y(t)$.

Suite (U_n) des maximums de $y(t)$: $U_{n+1}=f(U_n)$

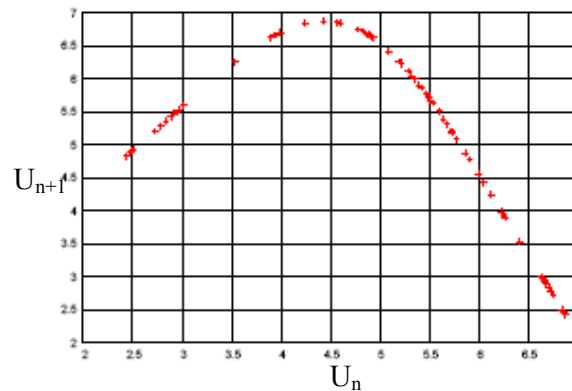


Figure II.10: La suite $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ des maximums de la grandeur $y(t)$ du système de Rössler [4]

Cette figure montre la caractéristique $U_{n+1} = f(U_n)$. Pour l'instant, l'intérêt des sections de Poincaré n'est pas évident, cependant il est énorme. On va donc, à travers un exemple, étudier l'une des utilisations des sections de Poincaré.

II.2.4. APPLICATION LOGISTIQUE

La fonction logistique, n'est rien d'autre qu'une suite dont la récurrence n'est pas linéaire. Souvent citée comme exemple de la complexité pouvant surgir de simple relation non linéaire, cette suite fut popularisée par le biologiste Robert May en 1976.

Sa relation de récurrence est $x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n)$

Elle conduit, suivant les valeurs de μ , à une suite convergente, une suite soumise à oscillations ou une suite chaotique.

Elle est la solution en temps discret du modèle de Verhulst. Le terme « logistique » provient de l'ouvrage de Pierre François Verhulst qui appelle courbe logistique la solution en temps continu de son modèle. Il écrit en 1845 dans son ouvrage consacré à ce phénomène : « Nous donnerons le terme de logistique à cette courbe ». L'auteur n'explique pas son choix mais « logistique » a même racine que logarithme et logistikos signifie « calcul » en grec. On peut définir aussi la fonction logistique comme étant une application du segment $[0, 1]$ dans lui-même qui sert de récurrence à la suite : $x_{n+1} = \mu x_n (1 - x_n)$ Où $n = 0, 1, \dots$ dénote le temps discret, x l'unique variable dynamique et $0 \leq \mu \leq 4$ un

paramètre. D'où un comportement selon μ :

La dynamique de cette application présente un comportement très différent selon la valeur du paramètre μ :

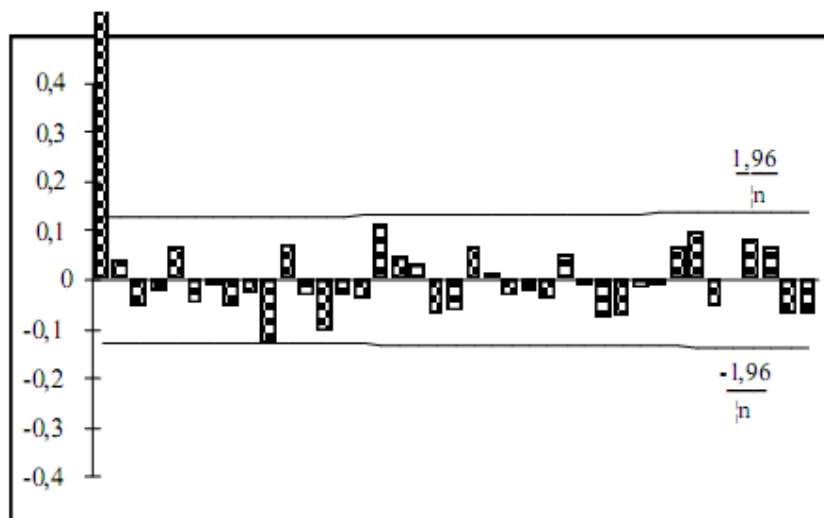
-Pour $0 \leq \mu < 3$, le système possède un point fixe attractif, qui devient instable lorsque $\mu =$

3. -Pour $3 \leq \mu < 3.57$, l'application possède un attracteur qui est une orbite périodique, de période $2n$ où n est un entier qui tend vers l'infini lorsque μ tend vers 3,57 ...

-Lorsque $\mu = 3,57\dots$, l'application possède un attracteur de Feigenbaum fractal (mais non étrange) découvert par May (1976).

-Le cas $\mu = 4$ avait été étudié dès 1947 par Ulam et von Neumann. On peut dans ce cas précis établir l'expression exacte de la mesure invariante ergodique .

On obtient donc une succession de bifurcations de la régularité vers le chaos lorsque le paramètre augmente, comme le montre la Figure II.13.



Graphique II.1 : Corrélogramme de la fonction logistique [7]

La conclusion issue de ce graphique est que l'évolution de la série présentant un tel corrélogramme est aléatoire. Et pourtant la variable X est générée de manière complètement déterministe. Simplement elle présente une entropie positive, donc une apparence désordonnée que ne décèle pas l'analyse de la série en termes d'autocorrélation.

Cette application est un des moyens les plus frappants et les plus couramment utilisés pour présenter les processus déterministes chaotiques. L'absence complète de corrélation fait que cette notion du chaos semble rejoindre celle donnée par Hésiode au

VIII ème siècle avant Jésus-Christ dans la "Théogonie" lorsqu'il parle de la création de l'univers. Il associe au chaos les idées de confusion et de ténèbres. C'est un peu à ce niveau que se situait l'étude déterministe des processus aperiodiques en mathématiques jusqu'en 1971. Cette année là, RUELLE et TAKENS précisent la notion de chaos= déterministe et permettent, par l'analyse topologique, une étude des processus présentant un caractère aléatoire mais étant déterministes.

La Figure II.11 montre que la suite logistique u_{n+1} admet un comportement chaotique.

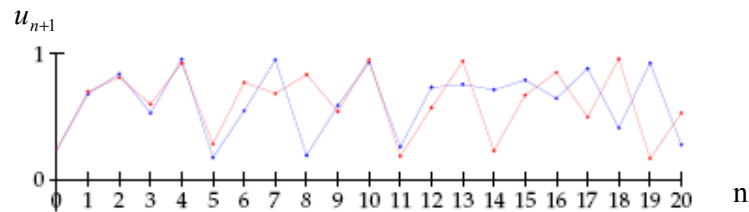


Figure II.11: Exemple de suite à comportement chaotique : $u_{n+1} = 3.82u_n(1 - u_n)$ [4]

Pour deux conditions initiales différentes de 10^{-2} , l'erreur augmente de façon exponentielle durant les huit premières itérations.

La suite définie par $x_{n+1} = 3.82x_n(1 - x_n)$ admet un comportement chaotique et pourtant la suite définie par $x_{n+1} = 3.82x_n(1 - x_n)$ est clairement convergente car minorée par 0 et décroissante (car $x_{n+1} - x_n = -x_n^2 \leq 0$). Cette conséquence nous amène à définir l'application logistique de la manière suivante :

$$f_r: \begin{cases} [0; 1] \rightarrow [0; 1] \\ x_{k+1} = f(x_k) = rx_k(1 - x_k) \end{cases} \quad (\text{II.16})$$

On peut parfaitement imaginer que l'application logistique soit le résultat d'une section de Poincaré faite sur un attracteur chaotique comme celui de Rössler, il suffit de constater que les deux courbes s'apparentent effectivement à des paraboles. On peut même concevoir que les paramètres c (ou a ou b) du système de Rössler et le paramètre r de l'application logistique sont liés.

Observons l'effet que peut avoir la modification du paramètre c du système de Rössler sur la structure de son attracteur. La Figure II.12 montre bien que pour certaines valeurs de c le système de Rössler n'a pas un comportement chaotique.

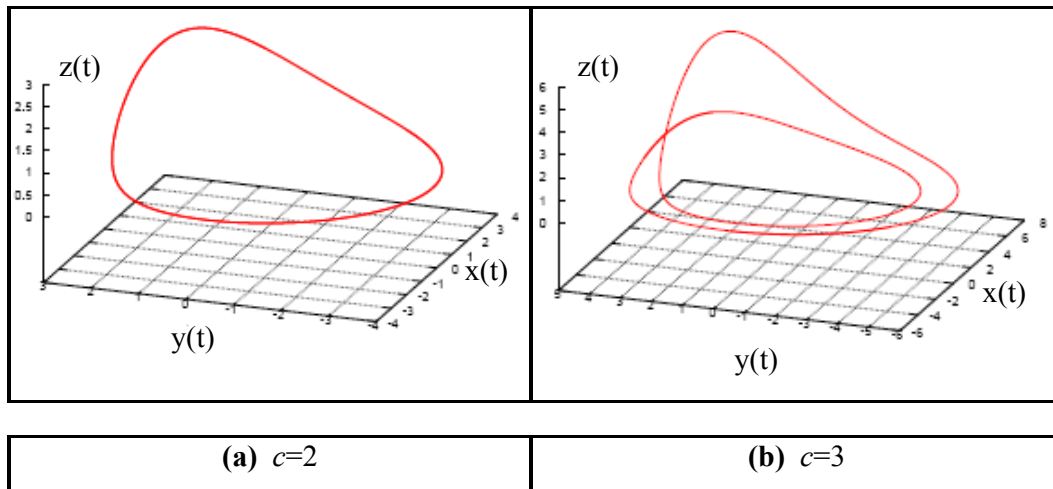


Figure II.12 : Allure de l'attracteur de Rössler pour deux valeurs différentes du paramètre c
[4]

Dans le cas où $c = 2$, la trajectoire est une courbe fermée, ce qui signifie que les grandeurs de sortie du système de Rössler sont périodiques. On dit alors que l'on se trouve sur une orbite périodique. Pour le second cas, il s'agit toujours d'une orbite périodique, seulement, la période est deux fois plus long, il y a eu un doublement de période. Pour la suite logistique le comportement est similaire, pour $r = 3.2$ la suite est périodique ($x_{n+2} = x_n$) et pour $r = 3.5$ la période a doublé ($x_{n+4} = x_n$).

Afin de déterminer avec précision les différents comportements possibles de la suite logistique en fonction du paramètre r , on construit un diagramme de bifurcation. Après un certain nombre d'itérations de la suite pour une certaine valeur de r , on place les points correspondants aux p itérations suivantes en abscisses, l'opération est renouvelée pour plusieurs valeurs de r allant de 2.5 à 4. On obtient le diagramme de bifurcation, qui est aussi appelé diagramme de Feigenbaum (Figure. II.13).

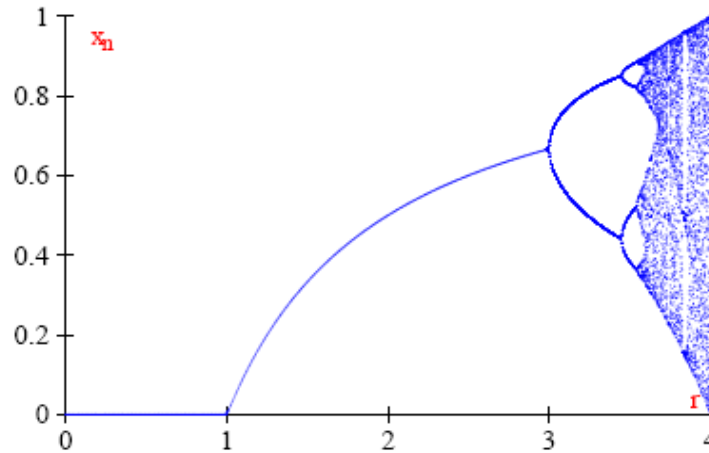


Figure II.13: Diagramme de bifurcation de la suite logistique [4]

Ce diagramme permet de connaître tous les comportements de la suite logistique en fonction de r .

En particulier, pour $r = 3$ on observe un doublement de période appelé ici bifurcation. Avant de basculer dans le chaos il y a une cascade de doublements de période. Après un doublement de période l'orbite périodique précédente est toujours présente mais instable, ce qui explique qu'elle n'est pas visible sur le diagramme de bifurcation, un système chaotique a donc une infinité d'orbites périodiques.

II.2.5.EXEMPLES DE SYSTEMES CHAOTIQUES :

En 1963, Lorenz a donné le premier système dynamique chaotique autonome de dimension trois. Plusieurs modèles sont issus à partir du modèle de Lorenz; parmi ces derniers, on distingue une classe des systèmes chaotiques qu'on appelle les systèmes généralisés, ceux-ci englobent plusieurs modèles : les systèmes de Chen, Chua, Lorenz, Lü.

Ci-dessous, quelques exemples de systèmes chaotiques vont être exposés :

II.2.5.1.SYSTEMES A TEMPS CONTINU

Les exemples considérés sont: le système de Lorenz, le système de Rössler et le système de Chua.

II.2.5.1.1.SYSTEME DE LORENZ

Le système de Lorenz est un exemple célèbre de système différentiel au comportement chaotique, pour certaines valeurs de paramètres. Ce système est défini par les équations suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = -rx - y - xz \\ \dot{z} = -bz + xy \end{cases} \quad (\text{II.17})$$

Ci-dessous l'attracteur de *Lorenz* (l'espace des phases) et la coordonnée x obtenus à partir des valeurs numériques $b = 28$ et $\sigma = 10, r = 8/3$

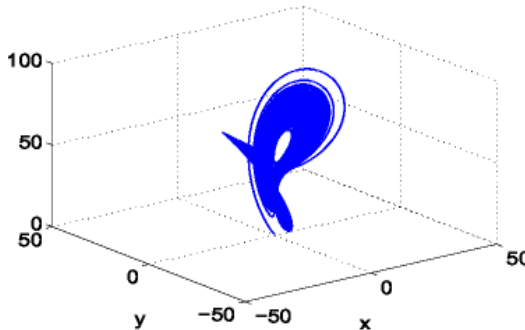


Figure II.14: Système chaotique de *Lorenz* [3]

II.2.5.1.2.SYSTEME DE RÖSSLER

Les équations de ce système sont les suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x} = -(y + z) \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b - cz + xz \end{cases} \quad (\text{II.18})$$

Avec a, b et c des constantes.

Ce système, qui a été proposé par l'Allemand *Otto Rössler*, est lié à l'étude de l'écoulement des fluides; il découle des équations de *Navier-Stokes*. Les équations de ce système ont été découvertes à la suite de travaux en cinétique chimique. Pour une simulation numérique, nous prenons $a = 0.398$, $b = 2$ et $c = 4$. Nous obtenons l'évolution dans le temps de la coordonnée z et l'attracteur de Rössler dans la figure ci-dessous :

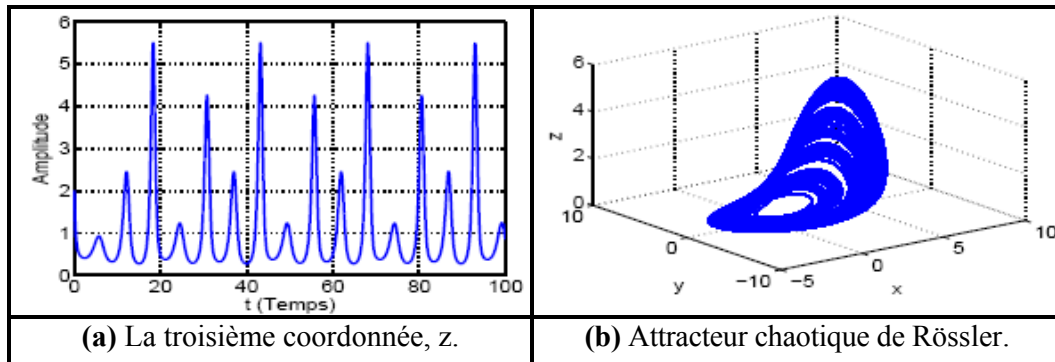


Figure II.15: Système chaotique Rössler[3]

II.2.5.1.3.SYSEME DE CHUA

Le système de *Chua* est à la base un circuit électrique dont le schéma est donné dans la figure II.16

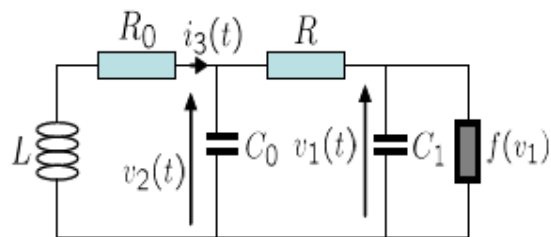


Figure II.16: Le circuit électrique de Chua [3]

Ce circuit est composé d'éléments passifs (L , C_0 , C_1 , R_0 , R) et d'un élément actif non-linéaire (une diode). Ce simple circuit électrique, développé par *Leon Chua*, possède une dynamique chaotique [12].

La dynamique de ce circuit peut être décrite par les équations d'états suivantes :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{C_0 R}(x_1 - x_2) + \frac{1}{C_0} f(x_1) \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{C_1 R}(x_1 - x_2) + \frac{1}{C_1} x_3 \\ \dot{x}_3 = \frac{1}{L} x_2 + \frac{R_0}{L} x_3 \end{cases} \quad (\text{II.19})$$

$$\text{Avec } f(x_1) = g_b x_1 + \frac{1}{2}(G_a - G_b)(|x_1 + E| - |x_1 - E|)$$

et

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} v_1 \\ v_2 \\ i_3 \end{bmatrix}$$

Le portrait de phases de ce système est donné sur la Figure II.17:

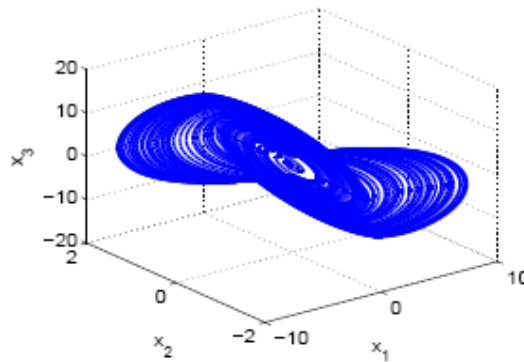


Figure II.17: L'attracteur chaotique de Chua [3]

Après quelques transformations simples, ce système peut s'écrire sous une autre forme, appelée *forme sans dimension* du circuit de Chua:

$$\begin{cases} \dot{x} = \alpha(y - x - f(x)) \\ \dot{y} = x - y + z \\ \dot{z} = -\beta y - \gamma z \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Où α , β et γ sont des constantes et f représente la fonction caractéristique de la diode de Chua, qui est donnée par : $f(x) = bx + \frac{1}{2}(a - b)(|x + 1| - |x - 1|)$

Avec $a < b < 0$, des constantes.

II.2.5.2. SYSTEME A TEMPS DISCRET

II.2.5.2.1. SYSTEME DE HENON

Le système de Hénon est un modèle proposé en 1976 par le mathématicien Michel Hénon. Il s'agit d'un système qui introduit des itérations dans le plan. Ces itérations sont définies par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= a - x_k^2 + by_k \\ y_{k+1} &= x_k \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

Avec k , le nombre d'itérations.

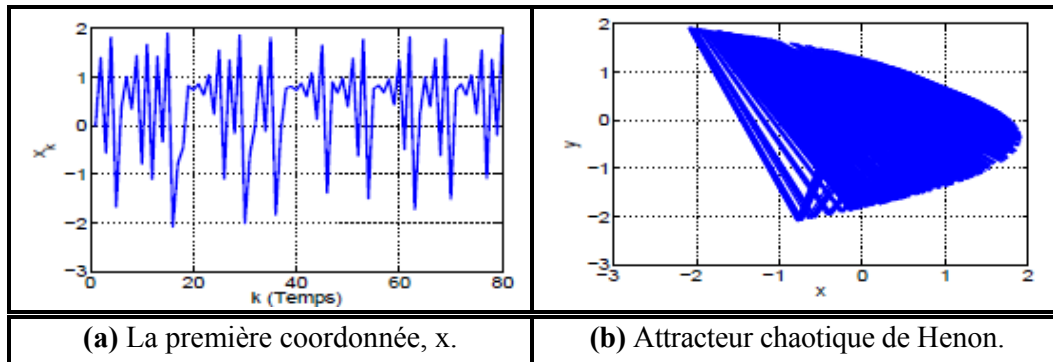


Figure II.18: Système chaotique de Henon [3]

Il existe d'autres systèmes chaotiques discrets. Nous citons le système de Lozi qui consiste en le système de Henon pour lequel la non-linéarité x_k^2 est remplacée par $|x_k^2|$.

CONCLUSION

Ce chapitre avait comme objectif, l'introduction de quelques notions élémentaires des systèmes dynamiques chaotiques. Dans la première section les définitions des systèmes dynamiques non-linéaires en temps continu et discret, ainsi que certaines particularités des systèmes chaotiques ont été données. Et pour une meilleure compréhension du chaos

déterministe, on a présenté les attracteurs de Rössler ainsi que la section de Poincaré. Ensuite, les exemples les plus célèbres des systèmes chaotiques à temps continus et discrets ont été exposés.

Dans le chapitre suivant, on étudiera le chaos dans le domaine des télécommunications.

BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE II

- [1]. M^{me} Derrar fatima zohra « **Sur le chaos des systèmes dynamiques** » université de Tlemcen, juin 2008
- [2]. Mihai Bogdan Luca. « **Apports du chaos et des estimateurs d'états pour la transmission sécurisée de l'information** », Université de Bretagne Occidentale. Thèse doctorat 2006.
- [3]. A. ZEMOUCHE. « **Sur l'observation de l'état des systèmes dynamiques non linéaires** ». Thèse doctorat 2007.
- [4]. J. ODEN. « **Le chaos dans les systèmes dynamiques** ». 2007
- [5]. « **Performance of Differential Chaos Shift Keying Communication over Multipath Fading Channels** » IEICE TRANS. , VOL.E85-A, NO.1 JANUARY 2002 (paper)
- [6]. « **Performance Analysis of a Chaos-Based Multi-User Communication System Implemented in DSP Technology** »
- [7]. Lun-Shin Yao, « **Is a Direct Numerical Simulation of Chaos or Turbulence Possible: A Study of a Model Non-Linearity** » ,Arizona State University, Tempe ,Arizona 85287
- [8]. Yasuo Yonezawa, Yoichi Kasahara, « **The properties of Complex Evolution in Chaos generation process** » University of IDAHO, IEEE april 19, 2010
- [9]. Madhekar Suneel « **Chaotic Sequences for Secure CDMA** » National conference on nonlinear systems & dynamics, NCNSD-2006
- [10]. Mourad Khanfouci « **Séquences de canalisation chaotiques pour les systèmes CDMA Multicodes** » 91192.gif sur Yvette CEDEX (France)
- [11]. A. LAYEC. « **Développement de modèles de CAO pour la simulation système des systèmes de communication. Application aux communications chaotiques** ». Thèse doctorat 2006

CHAPITRE

3

LE CHAOS DANS LES TELECOMMUNICATIONS

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	68
<i>III.1.</i> SYSTEMES CHAOTIQUES	68
<i>III.2.</i> SEQUENCES CHAOTIQUES	69
<i>III.3.</i> GENERATION DES SEQUENCES CHAOTIQUES	69
<i>III.4.</i> SYSTEMES CHAOTIQUES DE DS/SS	71
<i>III.5.</i> MODULATION.....	71
<i>III.5.1.</i> DEFINITION DE LA MODULATION QPSK.....	75
<i>III.5.2.</i> PRINCIPE	77
<i>III.6.</i> FILTRAGES DES CANAUX.....	78
<i>III.6.1.</i> FILTRAGES GAUSSIENS.....	78
<i>III.6.2.</i> FILTRAGES DE NYQUIST.....	78
<i>III.7.</i> PRINCIPAUX PROBLEMES DE TRANSMISSION.....	80
<i>III.7.1.</i> AFFAIBLISSEMENT DE RAYLEIGHT.....	80
<i>III.7.2.</i> MULTITRAJETS (MULTIPATH)	81
<i>III.7.3.</i> L'EFFET D'OPPLER	81
<i>III.8.</i> TAUX D'ERREURS SUR LES BITS (TEB).....	82
<i>III.8.1.</i> DEFINITION DE L'EFFICACITE EN PUISSANCE	82
<i>III.8.2.</i> CANAL	82
CONCLUSION	84
BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE III.....	84

SOMMAIRE DES FIGURES

Figure III.1: Génération des séquences chaotiques binaires	70
Figure III.5: Diagramme IQ.....	72
Figure III.3: Représentation I et Q.....	72
Figure III.4: Représentation graphique de l'enveloppe complexe.....	74
Figure III.5: Diagramme de constellation de la modulation QPSK.....	75
Figure III.6: Diagramme de constellation bruité.....	76
Figure III.7: Principe de la modulation QPSK	77
Figure III.8: Effet spectral de la modulation QPSK	77
Figure III.9: Réponse en fréquence du filtre de Nyquist.....	79
Figure III.10: Réponse impulsion elle du filtre de Nyquist.....	79
Figure III.11: Erreurs de modulations IQ.....	80
Figure III.12: Affaiblissement de Rayleigh.....	80
Figure III.13: Modèle du canal AWGN.....	83
Figure III.14: Représentation d'une distribution Gaussienne.	84

SOMMAIRE DES TABLEAUX

Tableau III.1: Etat des bits selon la phase.....	76
---	----

INTRODUCTION

Notre travail analyse un type différent des séquences d'étalement afin de les utiliser dans des systèmes de DS-SS appelées des séquences chaotiques. Ces séquences sont créées en utilisant des suites chaotiques discrètes [1]

La génération des codes chaotiques s'effectue par différentes méthodes on va citer par la suite quelques unes, et avec laquelle on peut générer nos propres séquences chaotiques, tout en donnant la définition d'un système DS-CDMA chaotique.

Pour avoir une meilleure transmission il faut bien choisir la modulation avec laquelle on module nos informations, ainsi le filtre d'élimination de bruits, Bien sûr il faut bien savoir avec quel genre de perturbateur de signal on travaille.

III.1. SYSTEMES CHAOTIQUES [2]

Un système dynamique chaotique est un système imprévisible, déterministe et non-corrélatif qui exhibe le bruit comme un comportement à partir de sa dépendance sensible à ses conditions initiales, qui génère des séquences semblables aux séquences PN. La dynamique chaotique a été utilisée avec succès dans diverses applications de technologie telles que le contrôle automatique, le traitement des signaux et dans les applications biomédicales. Puisque les signaux produits des systèmes dynamiques chaotiques sont comme un bruit, extrêmement sensibles aux conditions initiales et peuvent étaler le spectre fréquentiel, il est avantageux d'envoyer des messages avec ce genre de signal qui est large bande et qui a une sécurité très élevée pour les communications.

Pour cette raison de nombreuses applications technologiques de la sécurité de communication avec le chaos ont été développées.

III.2. SEQUENCES CHAOTIQUES

Une séquence chaotique est non-convergente et non périodique qui exhibe le bruit comme un comportement à partir de sa dépendance sensible à son état initial. Les systèmes chaotiques sont très sensibles aux conditions initiales. Un grand nombre de signaux non-corrélatif, aléatoire déterministes et reproductibles peuvent être générés en changeant la valeur initiale. Ces séquences ainsi produites par des systèmes chaotiques s'appellent des séquences chaotiques.

Les séquences chaotiques sont des séquences à valeurs réelles. Puisque la séquence d'étalement dans un spectre d'étalement chaotique (SS) n'est plus binaire, l'application des séquences chaotiques dans DS-SS est ainsi limitée. Une autre tentative de transformer des valeurs continues en valeurs binaires en employant une technique numérique de codage, est utilisée comme pour utiliser ces séquences dans DS-SS en exécutant différents critères. [2]

III.3. GENERATION DES SEQUENCES CHAOTIQUES

Un des systèmes dynamiques non linéaires les plus simples et le plus largement étudiés capables d'exhiber le chaos est la suite logistique

$$F(x, r) = rx(1 - x) \quad (\text{III.1})$$

Écrite sous sa forme récursive

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n), 0 \leq x \leq 1, 0 \leq r \leq 4 \quad (\text{III.2})$$

r s'appelle le paramètre de bifurcation. Selon la valeur de r , la dynamique du système peut changer d'une façon visible, donnant la périodicité ou le chaos. Une différence principale entre les séquences chaotiques et les séquences PN est que les séquences chaotiques ne sont pas binaires ce qui demande de les transformer en séquences binaires. Il y a de diverses méthodes de générer des séquences binaires à partir des séquences chaotiques réelles. De divers types de fonctions binaires sont définis pour obtenir des séquences binaires basés sur une orbite à valeurs réelles chaotique générées par les cartes ergodiques.

➤ **Méthode 1 :**

La génération des séquences binaires chaotiques est montrée dans la fig3.1 Les séquences chaotiques sont transmises dans le bloc de quantification et de codage. La quantification exécute un égal intervalle de quantification du signal d'entrée de virgule flottante variante de -1 à +1. Le signal de sortie est quantifié dans des unités entières, la taille d'unité est déterminée par le nombre de bit utilisé dans la représentation binaire. Le bloc de codage convertit le signal quantifié en chaîne de bits. Les séquences obtenues de cette façon s'appelle séquence chaotique binaire.

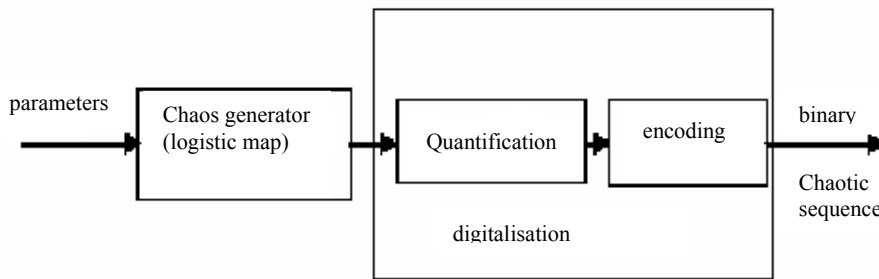


Figure III.1 : Génération des séquences chaotiques binaires [2]

➤ **Méthode 2 :**

Prenons w la valeur réelle de séquence chaotique, pour transformer cette séquence à valeur réelle à une séquence binaire, nous définissons une fonction de seuil $\theta_t(t)$ comme

$$\theta_t(t) = \begin{cases} 0, & w < t \\ 1, & w \geq t \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Où t est la valeur de seuil

En utilisant ces fonctions, nous pouvons obtenir une séquence binaire désignée sous le nom d'une séquence chaotique de seuil.

➤ **Méthode 3 :**

Les séquences binaires (c_k) [3] peuvent être obtenues à partir d'un signal chaotique continu $x(t)$

Selon l'équation

$$c_k = g\{x(t) - E_t(x(t))\}|_{t=kTd} \quad (\text{III.4})$$

Où

$$\begin{cases} g(x) = 1 \text{ pour } x \geq 0 \\ g(x) = -1 \text{ pour } x < 0 \end{cases}$$

$E(x(t))$ est la fonction moyenne au cours du temps continu et Td est la période de base de $x(t)$.

En appliquant (III.4) à la suite logistique en (III.2) dans un régime chaotique, il est possible d'obtenir un régime différent en changeant des conditions initiales ou les valeurs des paramètres du système. On s'attend à ce que les séquences produites de cette façon aient une faible intercorrélacion. [4]

III.4. SYSTEME CHAOTIQUE DE DS/SS

Dans le système chaotique de DS/SS [5], à chaque utilisateur est attribuée une valeur initiale différente x_n , où n est le nième utilisateur. Chaque utilisateur commençant par sa valeur initiale unique, continu à réitérer la suite chaotique et aboutit aux autres séquences chaotique à valeurs réelles. Ces séquences chaotique sont codés en binaire (± 1) pour leurs usage dans DS/SS. Par contre Dans le cas de suite de tente, on attribut à chaque utilisateur un paramètre de bifurcation différent

Pour pouvoir concevoir un système DS-CDMA il faut d'abord choisir la modulation qui a les meilleurs propriétés et le filtre idéal pour résister face aux différent perturbateurs de transmission. Nous allons parler dans ce qui suit de la modulation, le filtre de Nyquist, des différents bruits afin d'avoir des conditions convenables pour une meilleur transmission.

III.5. Modulation [6]

Les modulations classiques utilisent soit une modulation de l'amplitude du signal (généralement RF) ou de la phase, mais ne permettent pas une modulation simultanée de ces deux grandeurs.

Une modulation vectorielle permet à un seul modulateur de contrôler à la fois la phase et l'amplitude d'un signal. Le résultat de la modulation est généralement dessiné sous forme d'un

diagramme IQ (Figure III.2). La modulation est décrite en traçant l'amplitude et la phase de la porteuse modulée, comparée à la porteuse en absence de modulation. Le point obtenu est l'extrémité d'un vecteur dont la longueur est proportionnelle à l'amplitude de la porteuse tandis que l'angle par rapport à l'axe horizontal est proportionnel à la phase. Les initiales I et Q se réfèrent aux composantes "In phase" et "Quadrature" du signal.

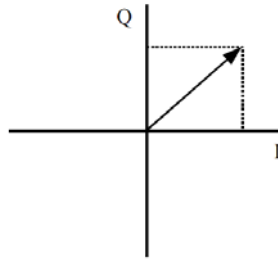


Figure III.2 : Diagramme IQ

Une modulation AM en représentation I et Q se traduit par une direction angulaire fixe et une modification de la longueur du vecteur, alors qu'une modulation FM se traduit par un vecteur d'amplitude constante mais en constante rotation dans le sens horaire ou anti-horaire (Figure III.3).

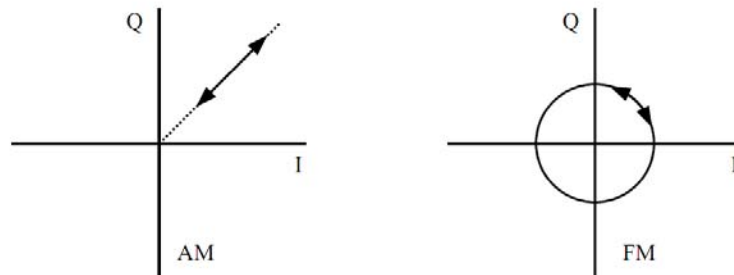


Figure III.3 : Représentation I et Q[7]

Les premiers systèmes de communication ont utilisé les modulations analogiques. Les modulations numériques sont le choix des systèmes actuels, spécialement lorsque les services de données comme les multimédia sans fil doivent être offerts. La modulation numérique peut aussi améliorer l'efficacité spectrale, parce que les signaux numériques sont plus robustes contre les altérations des canaux.

Pour pouvoir être transmis, un signal doit être conforme aux caractéristiques du canal. Les messages numériques sont à temps discret et à valeurs discrètes finies. Les canaux de

transmission utilisés étant de type à temps continu et à valeurs continues, donc la modulation numérique est une opération qui consiste à associer une suite numérique binaire appelée signal modulant à un signal analogique appelé porteuse.

Ce signal analogique, bien adapté au canal, portera donc l'information relative aux suites numériques.

Les modulations numériques peuvent être interprétées de la manière suivante :

Tout signal sinusoïdal peut être décrit par l'équation suivante :

$$S(t) = A_{RF} \cos(2 \pi f_0 t + \varphi_0) \quad (\text{III. 4})$$

Ce signal est entièrement défini par ses caractéristiques physiques, c'est-à-dire son amplitude A_{RF} , sa fréquence f_0 ($f_0 = \omega_0/2\pi$) et sa phase φ_0 . Il apparaît donc judicieux de faire varier l'amplitude, la phase ou la fréquence de ce signal au rythme du signal numérique utile noté $d(t)$, le signal représenté par l'équation (III.4) devient donc :

$$S_{mod} = A(t) \cos(2 \pi f_0 t + \varphi(t)) \quad (\text{III. 5})$$

Le terme $A(t)$ représente la modulation d'amplitude du signal sinusoïdal $s(t)$. $A(t)$ est proportionnelle au signal numérique:

$$A(t) = A_{RF} \cdot k \cdot d(t) \quad (\text{III. 6})$$

Le terme $\varphi(t)$ représente la modulation de phase ou la modulation de fréquence suivant les conditions suivantes :

$$\text{Modulation de phase :} \quad \varphi(t) = k \cdot d(t) \quad (\text{III. 7})$$

$$\text{Modulation de fréquence :} \quad \varphi(t) = k \cdot \int d(t) \quad (\text{III. 8})$$

Il faut préciser que la modulation de fréquence génère une variation de la fréquence du signal $s(t)$ autour de f_0 . Dans tous les cas, nous obtenons un signal modulé haute fréquence centré autour de f_0 contenant l'information utile $d(t)$, qui peut être facilement transmis.

Le signal $s(t)$ est désigné comme étant « le signal porteur » ou « porteuse » car il transporte l'information; le signal $d(t)$ est désigné comme étant le « modulant », car il module la porteuse.

Ainsi, tout signal radio-fréquence modulé sera représenté par l'expression:

$$S_{mod}(t) = A_{RF} \cdot a(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)) \quad (\text{III. 9})$$

Où le modulant apparaît dans l'amplitude et la phase de la porteuse.

En développant l'équation (III.9), nous aboutissons à la représentation équivalente suivante

$$S_{mod}(t) = A_{RF} (I(t) \cos(2\pi f_0 t) - Q(t) \sin(2\pi f_0 t)) \quad (\text{III. 10})$$

Avec : $I(t) = a(t) \cos(\varphi(t))$ et $Q(t) = a(t) \sin(\varphi(t))$

L'équation nous montre que tout signal radio-fréquence modulé peut être représenté comme une double modulation en quadrature faisant intervenir le signal en phase $I(t)$ et le signal en Quadrature $Q(t)$.

En notation complexe, l'expression du signal radio-fréquence modulé est la suivante:

$$S_{mod}(t) = A_{RF} (I(t) + j Q(t)) \exp(j 2\pi f_0 t) \quad (\text{III. 11})$$

Il est facile de vérifier que la partie réelle de $\underline{s}_{mod}(t)$ est $s_{mod}(t)$. L'expression de $\underline{s}_{mod}(t)$ fait apparaître l'enveloppe complexe notée $env(t)$:

$$env(t) = I(t) + j Q(t) \quad (\text{III. 12})$$

Nous voyons que les signaux $I(t)$ et $Q(t)$ sont respectivement les parties réelle et imaginaire de l'enveloppe complexe, et que les signaux $a(t)$ et $\varphi(t)$ sont respectivement le module et la phase de l'enveloppe complexe.

Ceci est représenté dans le plan complexe de la figure III.4

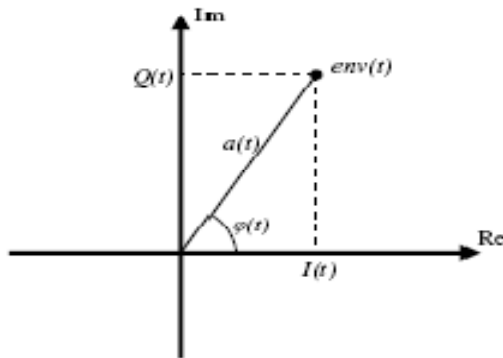


Figure III.4 : Représentation graphique de l'enveloppe complexe [7]

Ce graphe représentant le signal $Q(t)$ en fonction du signal $I(t)$ est très utilisé en télécommunications. Il permet de représenter les variations d'amplitude et de phase de la porteuse, et se nomme le diagramme de constellation de phase.

III.5.1. DEFINITION DE LA QPSK

La modulation QPSK est une technique de modulation de phase, utilisée dans la téléphonie mobile incluant l'accès multiple par code CDMA. Elle est très efficace sur le plan de la limitation du bruit (*perturbation du signal*). Elle est aussi économe en puissance, lorsqu'elle est à petits nombres d'états, et utilisée sur de longues distances.

la transmission satellite demande une modulation qui soit la moins sensible possible aux distortions de phase et d'amplitude. la modulation QPSK répond à ces critères. elle consiste en une combinaison de deux modulations d'amplitude à porteuse supprimée

La phase du signal transite entre 45° , 135° , -45° ou -135° . Ces points sont choisis de manière à être facilement implémentés en utilisant un modulateur en quadrature. Puisque cette modulation est à 4 états, deux bits respectivement répartis sur la voie I et la voie Q forment un symbole. La figure III.5 présente le diagramme de constellation de phase d'une modulation QPSK.

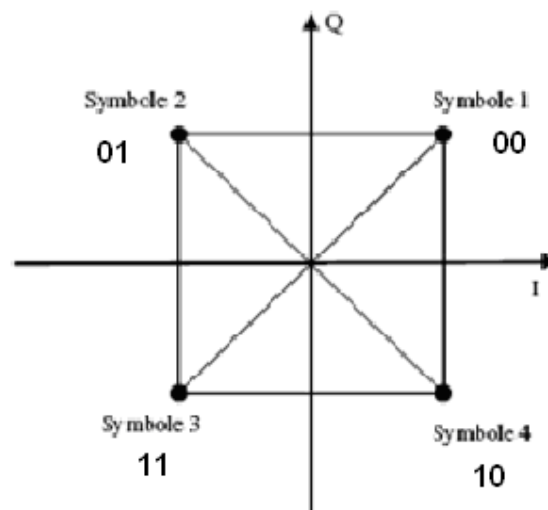


Figure III.5 : Diagramme de constellation de la modulation QPSK [7]

En utilisant la modulation QPSK le décodage à la réception va se borner à détecter dans quel quadrant se situe le point. Cette représentation de constellation d'une netteté quasi parfaite, n'est pas conservée dans la pratique à cause des perturbations apportées par le bruit.

Dans la pratique, le point va se situer quelque part dans un nuage (figure III.6), décalé de sa position théorique par le bruit. La surface du nuage sera d'autant plus grande que le

rapport signal/bruit est faible, autrement dit, que le bruit est important par rapport au signal.

La modulation QPSK permet de reconstruire l'information, même en présence d'un bruit important.

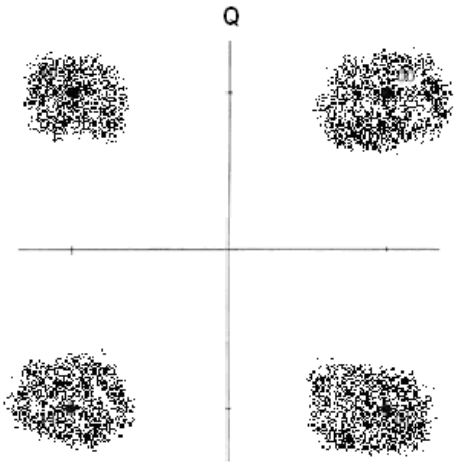


Figure III.6 : Diagramme de constellation bruité

A chaque symbole transmis correspond un état de phase choisi parmi quatre. Un symbole représente donc deux bits, avec une correspondance tel qu'il est représenté sur le tableau III.1.

Bit pair	Bit impair	Symbole	φ
0	0	00	$\pi/4$
1	0	01	$3\pi/4$
1	1	11	$5\pi/4$
0	1	10	$7\pi/4$

Tableau III.1 : Etat des bits selon la phase [7]

III.5.2. PRINCIPE

Le principe de la modulation QPSK est celui d'une modulation « d'amplitude » sur deux porteuses de même fréquence mais déphasées de 90° : un $\cos(\omega_0 t)$ et un $\sin(\omega_0 t)$. La première porteuse est appelée porteuse en phase ; la seconde est en quadrature.

La figure III.7 représente le signal modulé QPSK. On peut observer ainsi que chaque fois que la phase est modifiée par le modulateur, une discontinuité apparaît dans le signal modulé.

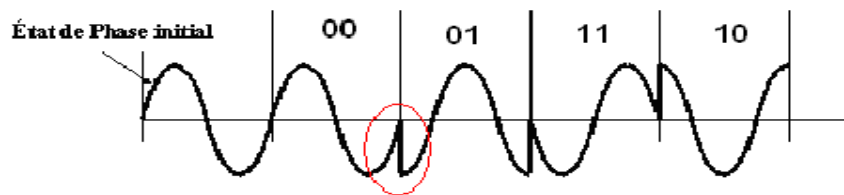


Figure III.7 : Principe de la modulation QPSK [7]

Le spectre du signal $S(t)$ (figure III.8) est alors la somme complexe des spectres de $Q(t)$ et $I(t)$, eux-mêmes obtenus par modulation AM de $Q'(t)$ et $I'(t)$ sur des porteuses en quadrature.

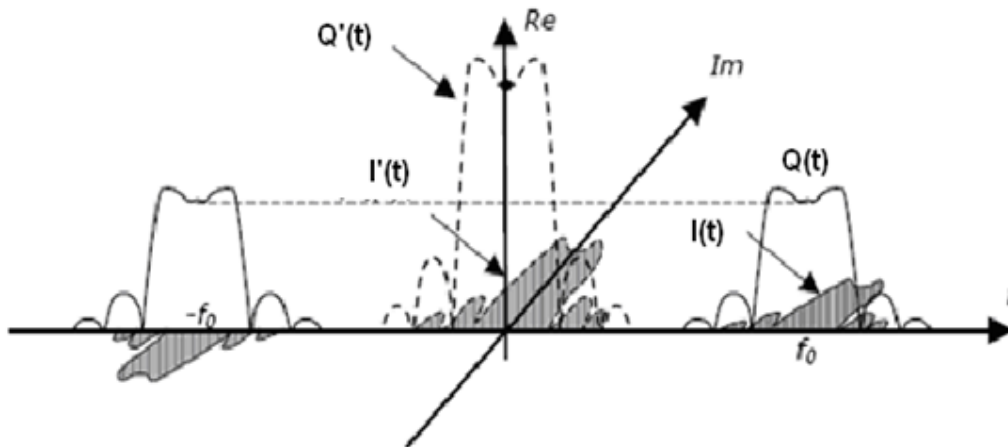


Figure III.8 : Effet spectral de la modulation QPSK[7]

III.6. FILTRAGE DES CANAUX [7]

Lorsqu'une modulation est réalisée par un modulateur IQ, on peut montrer qu'un filtrage réalisé sur les entrées I et Q a les mêmes effets qu'un filtrage RF du canal. Ces filtres sont ainsi implantés de manière numérique dans les voies I et Q. Pour la plupart des systèmes, l'un des deux types suivants de filtres est généralement utilisé.

III.6.1. FILTRES GAUSSIENS

Les filtres Gaussiens donnent une réponse en fréquence «lissée », ce qui se traduit par l'absence de sur-oscillation (overshoot) lorsqu'une impulsion est appliquée au filtre. Ceci permet de limiter les pics de puissance requise pour le signal modulé. Les filtres Gaussiens sont généralement définis par leur fréquence de coupure à -3 dB. Ils peuvent être réalisés en cascade de filtres passe bande centrés autour d'une même fréquence, mais dont les éléments qui les composent ne sont pas mutuellement couplés. Le filtre de canal équivalent mesuré à -3 dB aura une largeur de bande passante double de celle définie pour les passe-bas placés dans les voies I et Q.

III.6.2. FILTRES DE NYQUIST

Le second type de filtre est un filtre de Nyquist ou filtre en cosinus relevé. Ce filtre très particulier ne peut être implanté que de manière numérique. Il a la particularité d'avoir une réponse à un signal carré (bit) qui s'étend sur plusieurs périodes (binaires). Cette réponse passe cependant régulièrement par zéro à des intervalles de temps identiques à la durée d'un symbole. Le signal résultant d'une trame binaire est ainsi faussé partout, sauf aux instants d'échantillonnage correspondant aux instants d'interférence entre symboles nuls. Le gain en encombrement spectral réalisé par l'utilisation de filtres de Nyquist est alors tel que cela les rend particulièrement populaires en transmission numérique. La réponse fréquentielle du filtre est linéaire jusqu'à une fréquence particulière et se comporte ensuite de manière cosinusoidale. La fréquence de coupure à -6 dB est toujours égale à la moitié de la fréquence de répétition du débit binaire. La bande passante est déterminée par le coefficient ct . Pour $ct = 1$ (valeur maximale) la forme en cosinus démarre du continu et vaut 0 pour une fréquence identique au débit binaire. Pour $ct = 0$, la réponse est plate jusqu'à une fréquence égale à la moitié du débit binaire et nulle ensuite. Pour obtenir un maximum de performance, la plupart des systèmes de transmission utilisent deux

filtres, l'un à l'émission, l'autre à la réception. Chacun d'eux est alors en racine carrée de cosinus relevé (Root Raised Cosine). La multiplication d'un tel filtre par lui-même donne alors un filtre de Nyquist

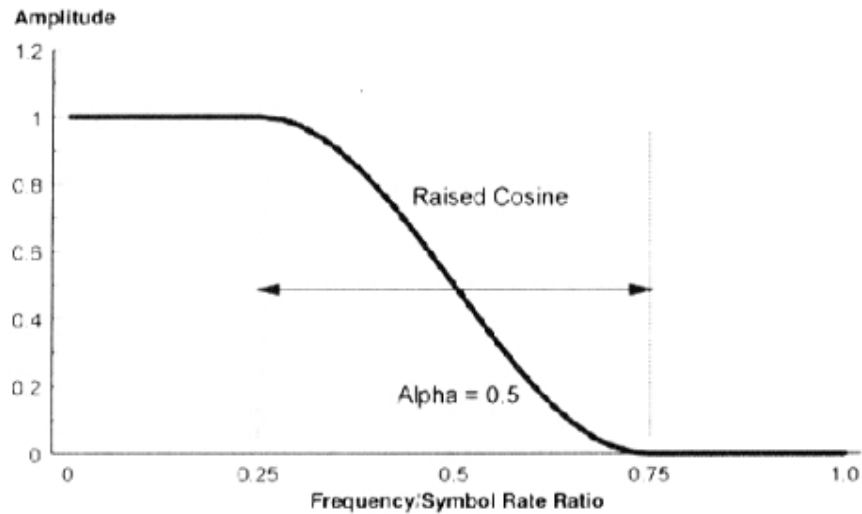


Figure III.9 : Réponse en fréquence de filtre de Nyquist [7]

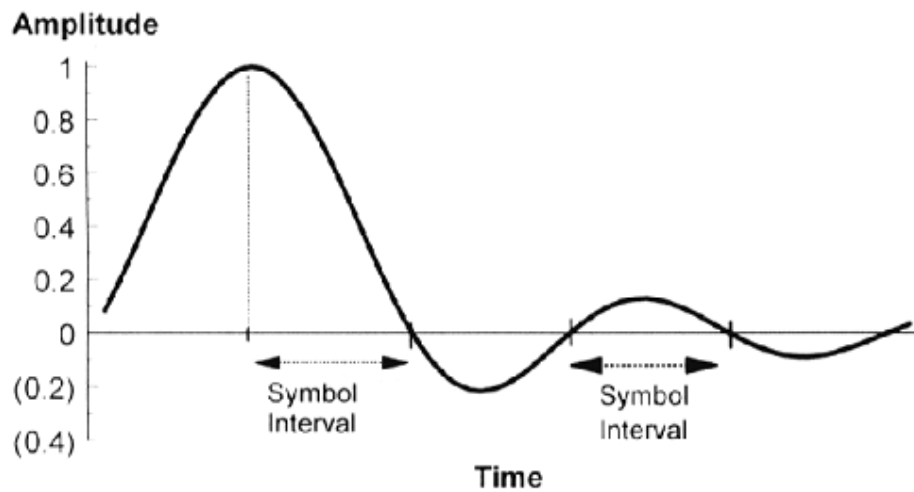


Figure III.10 : Réponse impulsionnelle de filtre de Nyquist [7]

Les filtres de Nyquist possèdent la propriété de détruire l'interférence intersymbole en transmission numérique.

III.7. PRINCIPAUX PROBLEMES DE TRANSMISSION

III.7.1. AFFAIBLISSEMENT DE RAYLEIGH (RAYLEIGH FADING)

L'évanouissement du signal du type Rayleigh intervient lorsque le récepteur ne capte qu'une très faible partie du signal, obtenue après multiples réflexions (interférences constructives ou destructives) entre les divers trajets. Ce type d'affaiblissement se produit surtout pour des récepteurs

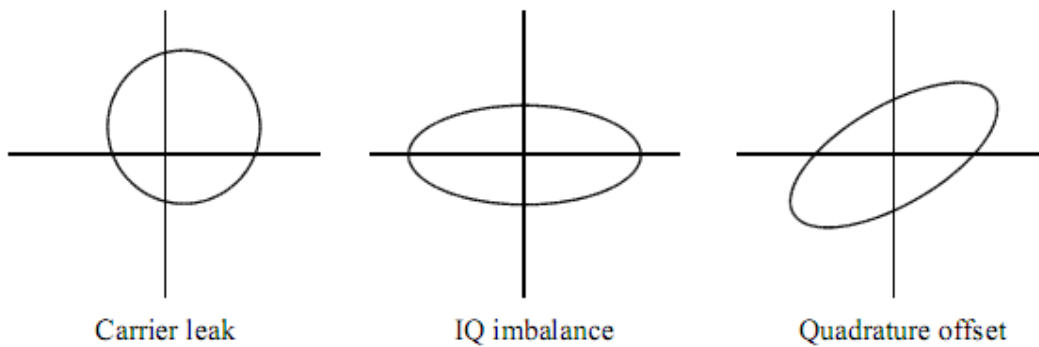


Figure III.11 : Erreurs de modulations IQ [7]

mobiles opérant en ville ou les obstacles sont nombreux. Les phases des signaux parvenant des trajets différents vont changer en fonction de la vitesse du mobile de façon pratiquement aléatoire, ce qui pose un véritable défi à la partie traitement du signal en réception pour reconstituer le message.

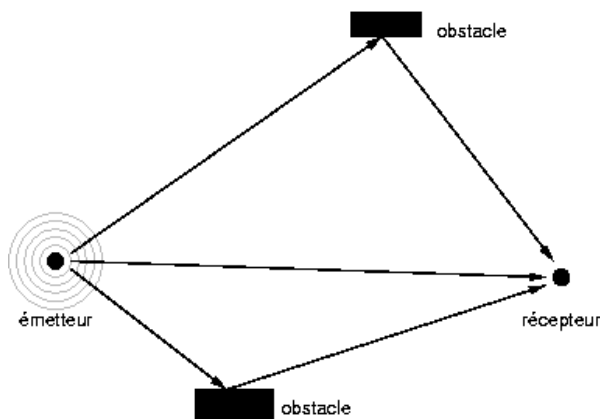


Figure III.12.b



Figure III.12.a

Figure III.12 (a,b) : Affaiblissement de Rayleigh [7]

Le modèle général est le canal multitrajets. Dans un canal radio, et particulièrement en milieu urbain, ou dans un environnement intérieur, les ondes peuvent être réfléchies par les obstacles environnants, et le signal reçu est une somme de différents échos atténués et retardés, qui ont chacun suivi un chemin différent.

III.7.2. LE MULTITRAJET (MULTIPATH)

L'affaiblissement précédent est une forme de multitrajet mais jusqu'à présent, on a considéré que la longueur du trajet d'un signal indirect était à peu près du même ordre de grandeur que le trajet direct. Quand on parle véritablement de trajets multiples, on sous entend que la distance supplémentaire parcourue n'est plus négligeable, c'est-à-dire lorsqu'une séquence binaire reçue par réflexion arrive bien après la fin de la même séquence reçue directement. Plus le débit binaire est élevé, plus le problème s'aggrave. Ce type d'inconvénient se pose pour le GSM. Des circuits spécialisés, appelés égaliseurs, repérant des séquences particulières sont chargés de rectifier d'éventuelles erreurs (Training séquence en GSM).

III.7.3. L'EFFET D'OPPLER

L'effet Doppler s'applique à tout signal transmis ou reçu par un mobile en déplacement. Si F est la fréquence de l'onde transmise, l'effet Doppler déplace cette fréquence lors de la réception d'une quantité:

$$f_d = F \frac{v}{c} \cos \alpha_i \quad (\text{III. 13})$$

- α_i est l'angle formé par la direction du vecteur vitesse du mobile avec celle du vecteur de propagation de l'onde transmise (angle d'incidence de l'onde)

- v est la vitesse du mobile

- c est la vitesse de propagation de l'onde.

Ainsi une raie spectrale F est transformée en une répartition d'énergie sur un intervalle de fréquence.

L'effet Doppler affecte les transmissions avec un mobile aéronautique ou maritime. Il se traduit par un décalage de la fréquence dans le cas de ces mobiles particulièrement bien dégagés en ce qui concerne les obstacles dans le milieu de propagation. En revanche, pour un véhicule terrestre soumis à des réflexions multiples et aléatoires, l'onde reçue est la superposition de N ondes incidentes sous des angles quelconques.

Le signal en trajet direct peut même parfois être totalement absent.

L'effet Doppler est donc souvent associé à un phénomène d'affaiblissement de Rice ou de Raleigh.

III.8. TAUX D'ERREUR SUR LES BITS (TEB) [8]

Les modulations numériques sont évaluées grâce au taux d'erreur par bit (TEB). Il permet de chiffrer l'influence du bruit (grâce au rapport signal sur bruit ou à l'efficacité de puissance) pour chaque modulation et en fonction du nombre d'états de la modulation. Il se définit de la manière suivante :

$$TEB = \frac{\text{Nombre d'éléments binaire faux}}{\text{Nombre d'éléments binaire émis}} \quad (\text{III. 14})$$

III.8.1. DEFINITION DE L'EFFICACITE EN PUISSANCE E_b/N_0

L'efficacité en puissance se définit par le rapport entre l'énergie moyenne E_b par bit d'information et la densité spectrale d'un bruit blanc $N_0/2$.

Nous allons maintenant exprimer la relation entre l'efficacité en puissance et le rapport signal sur bruit (SNR (*Signal Noise Ratio*)). Tout d'abord, définissons le rapport existant entre l'énergie totale E et l'énergie moyenne E_b par bit dans un système à M états.

$$E_b = \frac{E}{\log_2 M} \quad (\text{III. 15})$$

La puissance S est définie comme le rapport entre l'énergie totale E et la durée d'un bit T_b , nous obtenons la relation suivante pour le rapport signal sur bruit :

$$\frac{S}{N} = \frac{E/T_b}{N_0 B} = \frac{E}{T_b N_0 B} \quad (\text{III. 16})$$

III.8.2. CANAL

Les canaux les plus utilisés pour le milieu clos sont le canal AWGN (*Additif White Gaussian Noise*) et le canal multi-trajets. Ces deux canaux seront modélisés pour évaluer les performances du système communicant. Le premier est utilisé afin de reproduire le bruit alors que le deuxième sera utilisé pour évaluer les performances par la présence de multi-trajets.

Le modèle du canal AWGN est composé selon le principe de la figure (III.13) d'un bruit blanc Gaussien ajouté dans le médium à l'onde modulée $s(t)$ [9].

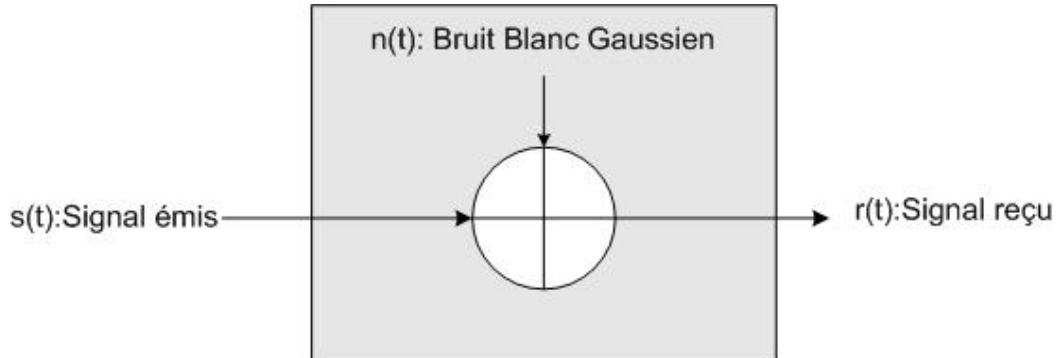


Figure III.13 : Modèle du canal AWGN [8]

Un bruit blanc Gaussien est un processus aléatoire stationnaire puisqu'il est indépendant du signal transmis. La spécificité d'un bruit blanc réside dans l'uniformité de sa densité spectrale de puissance qui vaut N_0 sur toute la bande de fréquences. Du fait de sa largeur de bande théoriquement infinie, il est difficile d'exprimer le bruit blanc.

Le bruit blanc peut être rendu Gaussien par une distribution gaussienne. Ainsi, le bruit doit suivre la loi normale, ou loi de Gauss, régie par la densité spectrale suivante :

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{III. 17})$$

avec σ^2 qui représente la variance et m la valeur moyenne de la variable aléatoire x . La figure suivante représente $p(x)$ la densité spectrale d'un bruit blanc gaussien.

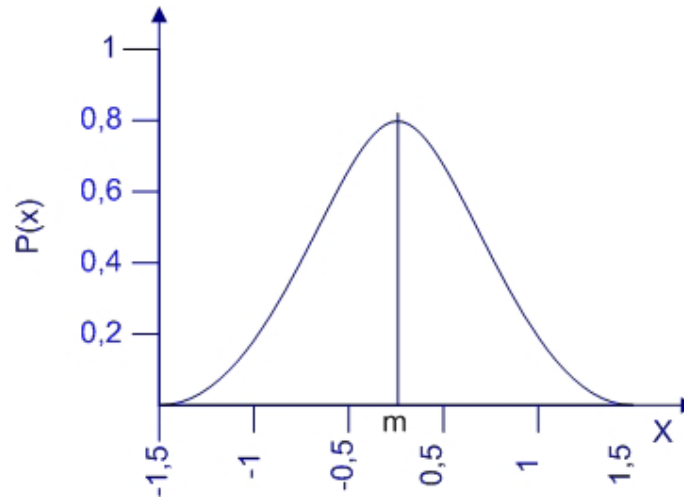


Figure III.14 : Représentation d'une distribution Gaussienne [8]

Dans la mesure où la valeur moyenne du bruit est nulle, sa distribution s'écrit :

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x)^2}{2\sigma^2}} \quad (\text{III. 18})$$

CONCLUSION

Dans ce chapitre, après une introduction explicite sur la génération des séquences chaotiques, une classification des différents blocs essentiels dans une transmission numérique(modulation,filtrage,l'effet de bruit) qui a été effectuée .Pour arriver en dernier dans le chapitre suivant à la transmission à partir des séquences chaotiques toute en donnant les séquences d'étalement directes utilisées dans un système DS-CDMA synchrone et les résultat de la simulation par logiciel MATLAB.

BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE III

- [1] Mario Martelli, « **Introduction to Discrete Dynamical systems and chaos,** » Wiley, Inter-science, 1999
- [2] G. Venkat Reddy, Bibhudendra Acharya , Sarat Kumar Patra « **Performance Evaluation of Different DS-CDMA Receivers Using Chaotic Sequences** » international

conference on RF and signal processing systems, Department of ECE,

[3] Leon, W.D., Balkir, S., Hoffman, M., and Perez, L.C.: « **Fully programmable, scalable chaos based PN sequence generation** », *Electron. Lett.*, 2000, 36, (16), pp. 1371- 1372

[4] Karim Kemih, Malek Benslama, *Member IEEE* « **Amélioration de la sécurité des transmissions dans les systèmes DS-CDMA chaotique** » SETIT 2005

3rd International Conference: Sciences of Electronic, Technologies of Information and Telecommunications March 27-31,2005 - TUNIS IA

[5] S. Mandal and S. Banerjee, « **A chaos-based spread spectrum communication system**, » *Nat. Conf. Nonlinear Sys. Dynamics*, Indian Institute of Technology, Kharagpur, Dec 28-30, 2003.

[6] HIROSHI HARADA « **Simulation and Software Radio for Mobile Communications** » universal personal communications

[7] J. G. Proakis, « **Digital Communications** », 4th ed. McGraw-Hill International Edition, 1995, no. ISBN 0-07-113814-5, ch. 2,pp. 61-62.

[8] L. Brunel, « **Algorithmes de Décodage de Canal pour l'Accès Multiple à Etalement de Spectre**, »Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris, Décembre 1999

[9] R. Pickholtz, D. Schilling, and L. Milstein, « **Theory of spread spectrum communications-A Tutorial**, » *IEEE Trans. on Communications*, vol. 30, no. 5, pp. 855-884, May 1982.

CHAPITRE

4

APPLICATION DU CHAOS DANS
UN SYSTEME CDMA SYNCHRONE

SOMMAIRE

INTRODUCTION.....	88
<i>IV.1. PRESENTATION DE GENERATEUR CHAOTIQUE</i>	88
<i>IV.1.1. LA METHODE D'ITERATION COBWEB</i>	89
<i>IV.2. SIMULATION DE SYSTEME DS-CDMA SYNCHRONE A CODES CHAOTIQUES.....</i>	94
<i>IV. 2.1. ETALEMENT DE SPECTRE PAR SEQUENCE DIRECTE</i>	94
<i>IV.2.2. PERFORMANCE DU SYSTEME DS-CDMA EN TERMES DE BER DANS UN ENVIRONNEMENT AWGN</i>	99
<i>IV.2.3. RESULTATS ET COMMENTAIRES</i>	103
CONCLUSION	103
BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE IV	104

SOMMAIRE DES FIGURES

Figure IV.1: La méthode itérative cobweb	90
Figure IV.2: Diagramme d'itération pour x01	91
Figure IV.3: Diagramme d'itération pour x02	91
Figure IV.4: Diagramme d'itération pour x03	92
Figure IV.5: Diagramme d'itération pour x04	92
Figure IV.6: Diagramme d'itération pour x05	93
Figure IV.7: Diagramme d'itération pour x06	93
Figure IV.8: Diagramme d'itération pour x07	94
Figure IV.9: Principe de l'étalement de spectre par séquence directe	95
Figure IV.10: Configuration d'un système DS-CDMA.....	100
Figure IV.11: Performances de DS- CDMA en terme du BER en milieu AWGN pour un utilisateur	101
Figure IV.12: Performances de DS- CDMA en terme de BER en milieu AWGN pour 4 utilisateurs	102
Figure IV.13: Performances de DS- CDMA en terme de BER en milieu AWGN pour 7 utilisateurs	102

INTRODUCTION :

Après avoir étudié les notions de base sur la théorie du chaos dans le chapitre deux et la possibilité d'avoir des séquences chaotiques qui permettent de transmettre un signal informatif de meilleure qualité ce chapitre sera consacré à l'étude des performances de cette théorie dans le domaine des transmissions numériques par simulation à l'aide du logiciel MATLAB.

On entamera en premier lieu la présentation de notre générateur de séquences chaotiques, en donnant la méthode utilisée pour l'avoir, et on développe notre étude par l'implémentation de ce générateur dans un système de DS-CDMA et d'évaluer ce système en terme de taux d'erreurs binaire, on termine le chapitre par une conclusion.

IV.1.PRESENTATION DE GENERATEUR CHAOTIQUE : [1]

Le système dynamique étudié est celui régi par une suite logistique, écrite sous sa forme récursive

$$x_{n+1} = rx_n(1 - x_n), 0 \leq x \leq 1, 0 \leq r \leq 4$$

(IV.1)

Nous nous sommes inspirés d'un générateur de séquences de GOLD[2], ce générateur peut donner jusqu'à huit séquences à huit bits, pour arriver à avoir un générateur chaotique pareil on donne huit conditions initiales pour huit séquences, comme nous parlons d'un système dynamique qui a l'air d'avoir une grande sensibilité aux conditions initiales la détection de ces conditions sera difficile voire impossible

la suite logistique nous a généré des séquences chaotiques pour un paramètre de contrôle $r=3.99$ et nous pouvons multiplexer l'information pour sept utilisateurs parce que la longueur de la séquence doit être supérieure au nombre d'utilisateurs.

à chaque itération la séquence d'étalement doit avoir une valeur initiale pour avoir les séquences générées ci-dessous :

$$\begin{aligned}
 & [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1] ; \\
 & [-1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad -1] ; \\
 & [-1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad -1] ; \\
 & [-1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad -1] ; \\
 & [1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1] ; \\
 & [-1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1 \quad 1 \quad -1] ; \\
 & [1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad -1] ; \\
 & [1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad -1 \quad -1] ;
 \end{aligned}$$

Pour ces itérations on utilise une des meilleures méthodes d'itération celle appelée cobweb.

IV.1.1.LA METHODE D'ITERATION COBWEB : [3]

Les diagrammes de cobweb étaient le moyen d'obtenir les résultats de l'itération successive des fonctions et d'éviter des calculs fastidieux et très mal; même avec des calculatrices et des ordinateurs.

Il y a quelques notions mathématiques qu'on peut employer pour prévoir le comportement résultant, mais à la fin la meilleure méthode de voir ce qui se produit est de créer un diagramme de cobweb.

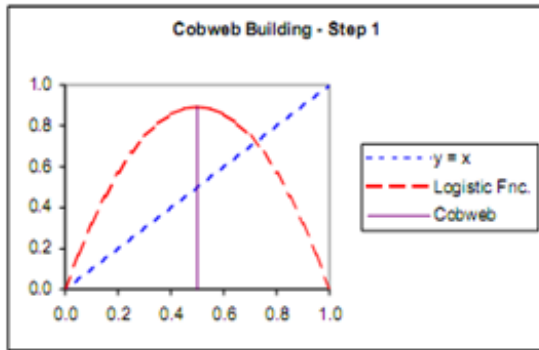
On commence par un graphe de notre fonction d'itération et de la ligne $y = x$, et l'intervalle des valeurs initiales sur l'axe des abscisses (Figure IV.1.a). La projection de la valeur initiale sur le graphe de fonction nous permet de prélever la valeur de la première itération qui est l'ordonnée du point d'intersection. C'est la première itération.

Puis on trace une ligne horizontale du point d'intersection du graphe de fonction jusqu'à la ligne $y = x$ (Figure IV.1.b) Ceci a l'effet de convertir la première valeur de fonction en notre nouvelle valeur x .

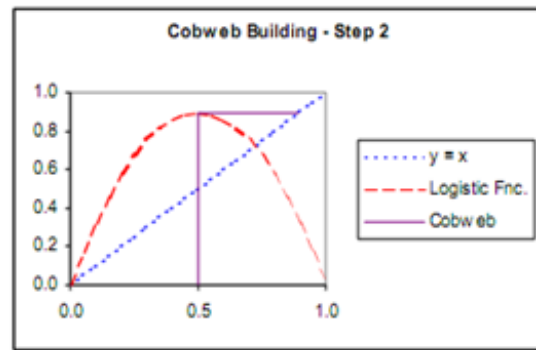
Maintenant on trace une verticale de l'intersection du horizontale et du $y = x$ au graphe de la fonction encore, et on a notre deuxième fonction (Figure IV.1.c)Alors on le fait encore.Tirant une horizontale du graphe de la fonction à la ligne $y = x$ et puis dessiner une verticale au graphe de la fonction pour obtenir notre prochaine valeur de fonction (voir les Figures IV.1.d et IV.1.e).Continuant à répéter jusqu'à ce qu'on voit que un modèle plein de segments remplissent notre diagramme

Parfois ces chemins finissent vers un point de convergence, parfois ils commencent à faire un cycle par une série de points fixes, parfois ils prennent des trajectoires infinies dans une seule direction, et d'autres fois ils ont un embrouillement imprévisible.

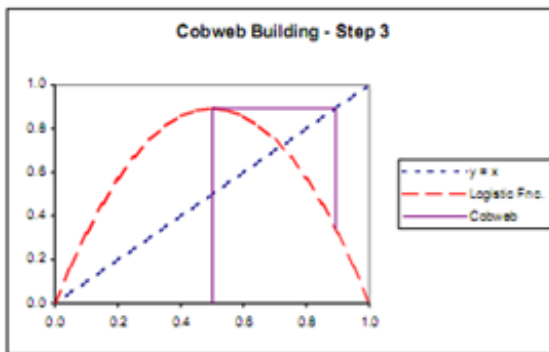
De toute façon, le résultat s'appelle un diagramme de cobweb



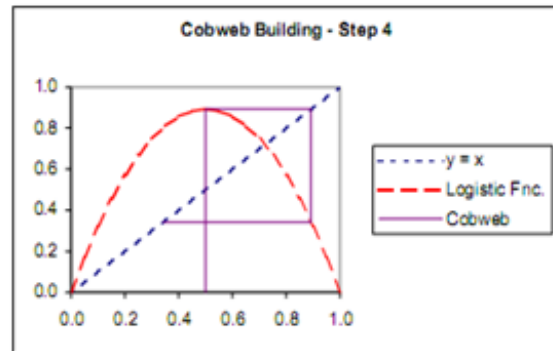
-Figure IV.1.a-



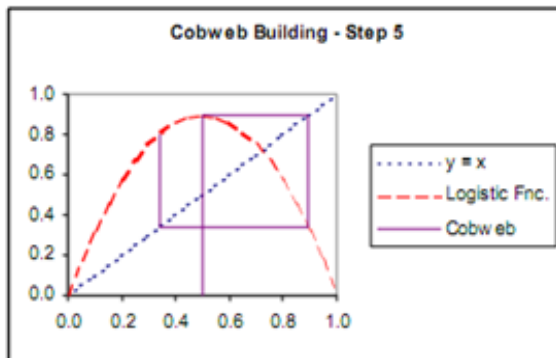
-Figure IV.1.b-



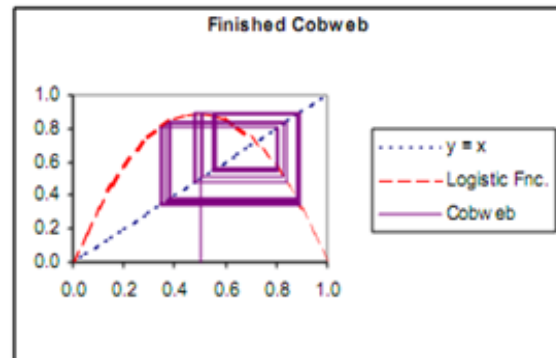
-Figure IV.1.c-



- Figure IV.1.d-



-Figure IV.1.e-

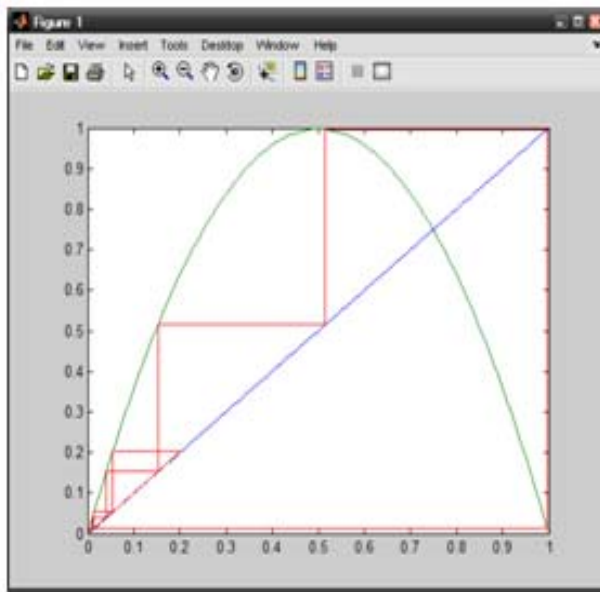


- Figure IV.1.f-

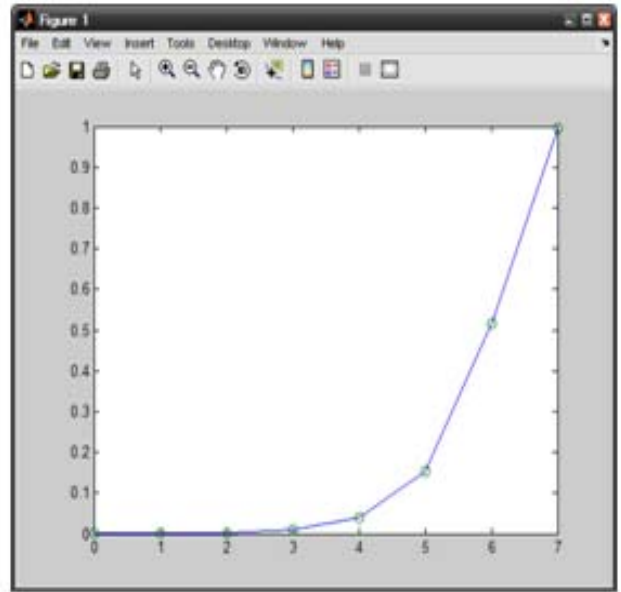
Figure IV.1 : la méthode itérative cobweb [3]

Le diagramme d'itérations pour un nombre d'itérations=8 pour chaque condition initiale pour nos séquences données par notre générateur grâce à la méthode cobweb est le suivant :

Première séquence :



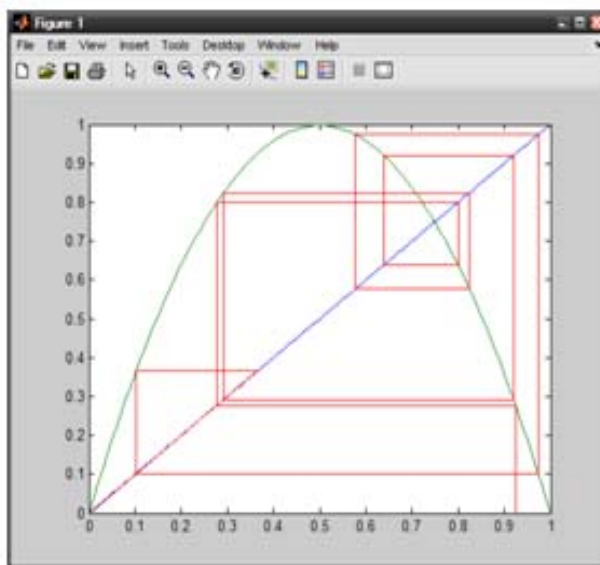
-a-



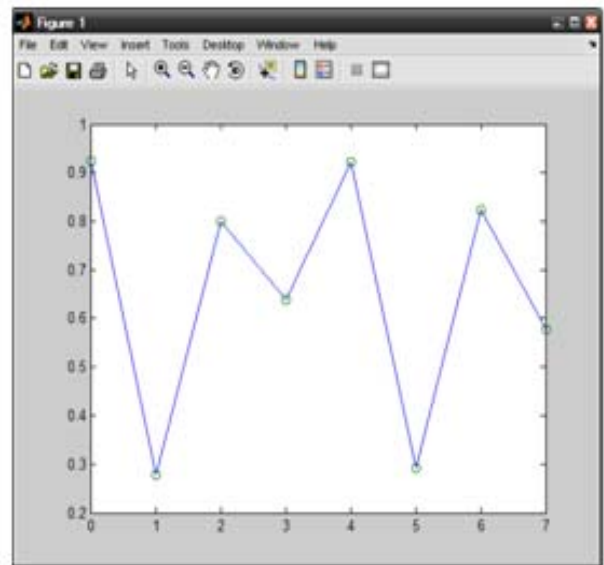
-b-

Figure IV.2 (a,b) : diagramme d'itération pour x₀₁

Deuxième séquence :



-a-



-b-

Figure IV.3 (a,b) : Diagramme d'itération pour x₀₂

Troisième séquence :

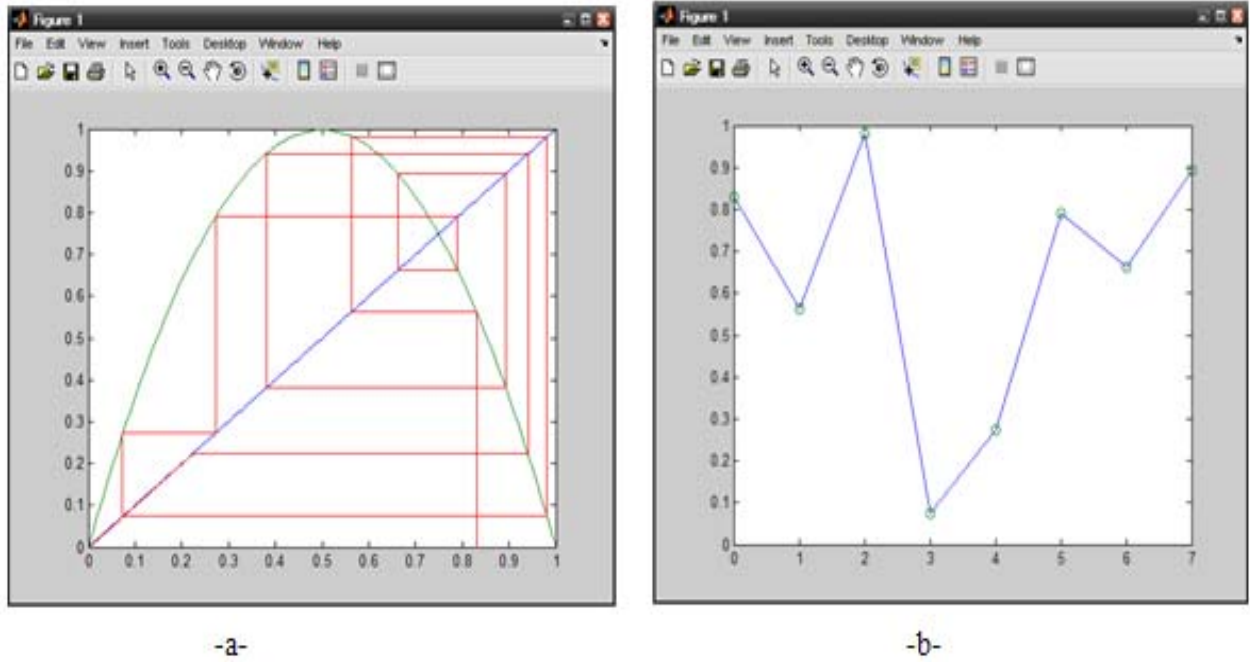


Figure IV.4 (a,b) : Diagramme d'itération pour x_{03}

Quatrième séquence :

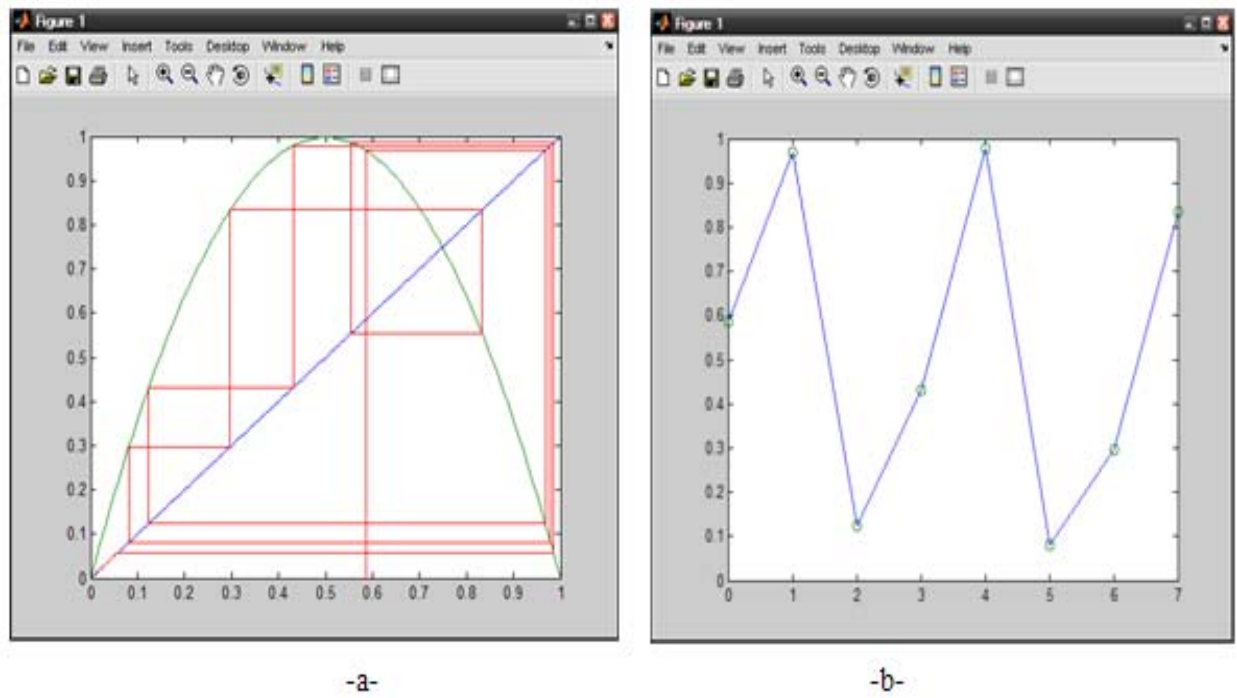


Figure IV.5 (a,b) : Diagramme d'itération pour x_{04}

Cinquième séquence :

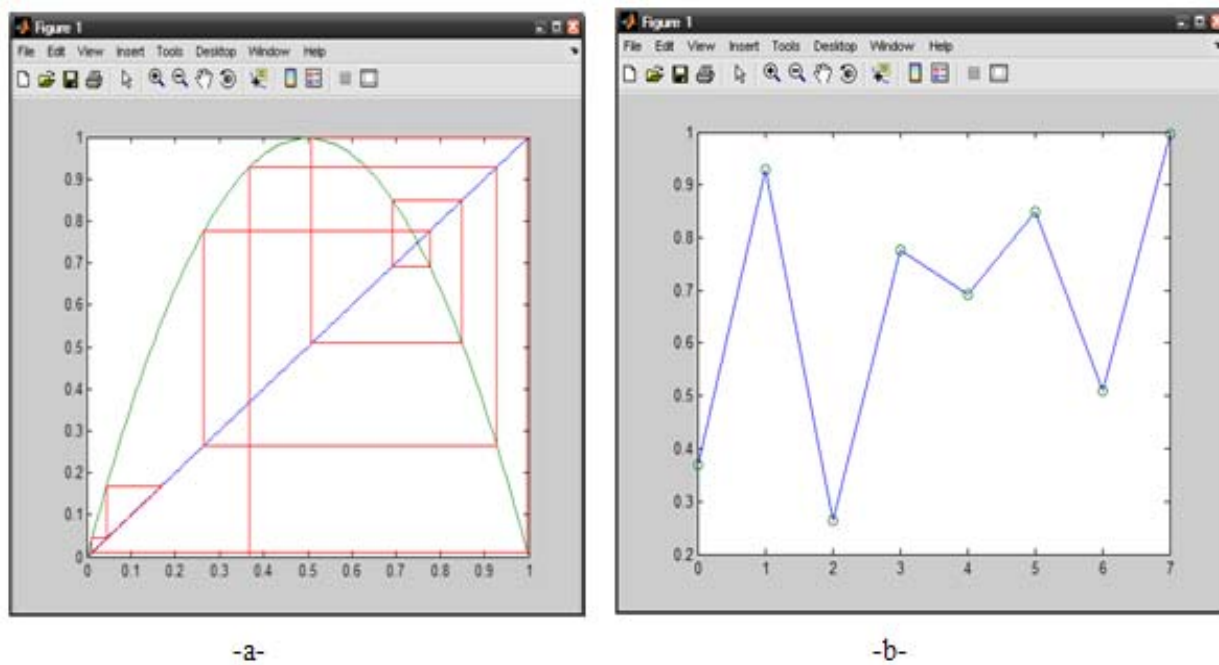


Figure IV.6.(a,b) : Diagramme d'itération pour x_{05}

Sixième séquence :

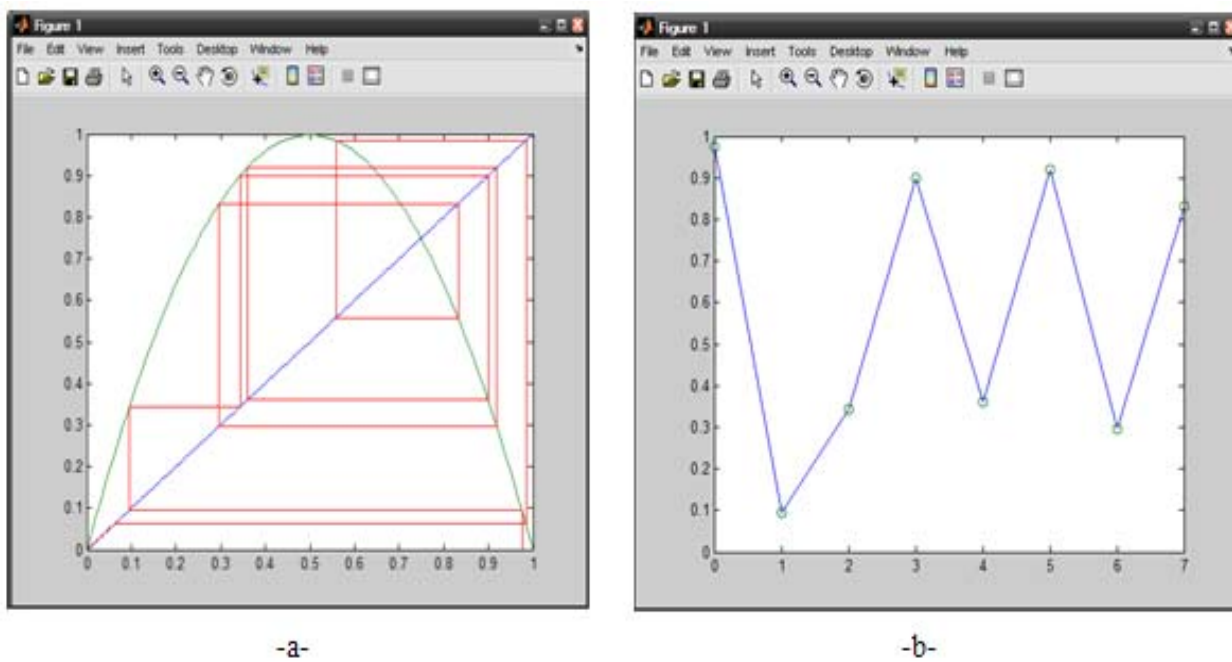


Figure IV.7(a,b) : Diagramme d'itération pour x_{06}

Septième séquence :

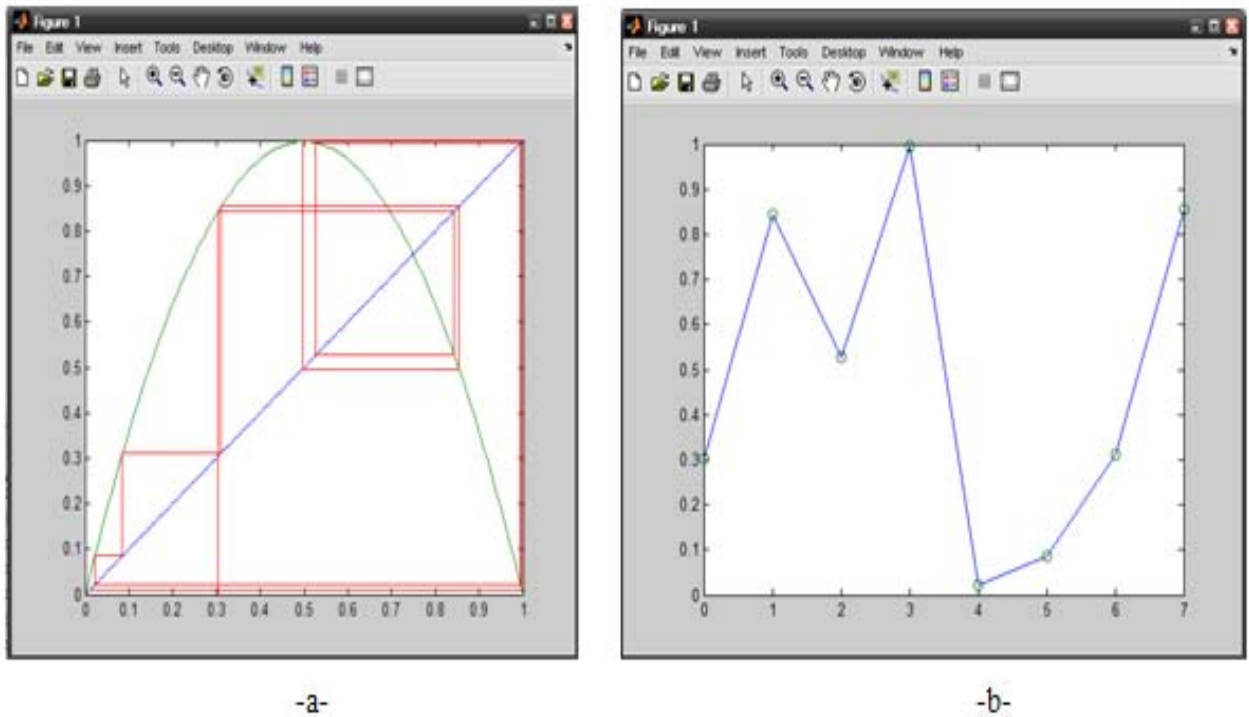


Figure IV.8 (a,b) : Diagramme d'itération pour x_{07}

Après avoir étudié tous les aspects d'un simple système dynamique régi par la suite logistique et le générateur développé par différentes itérations on va l'implémenter dans un système de transmissions à accès multiples à séquences directe DS-CDMA.

IV.2. SIMULATION DE SYSTEME DS-CDMA SYNCHRONE A CODES CHAOTIQUES :

IV.2.1. ETALEMENT DE SPECTRE PAR SEQUENCE DIRECTE [6]

Grâce aux propriétés des séquences pseudo-aléatoire utilisées (chaotiques dans notre étude), l'étalement de spectre par séquence directe est plus souvent utilisé, et est de plus en plus étendu à des domaines divers et variés. La Figure IV.9 donne le principe de l'étalement par séquence directe. Cela consiste à multiplier chaque symbole informatif de période

symbole T_s , par une séquence pseudo-aléatoire entière, dont les éléments ou chips ont une période T_c (période chip) beaucoup plus faible que T_s . La longueur L de la séquence d'étalement et la période chip T_c sont deux caractéristiques importantes des transmissions à étalement de spectre par séquence directe.

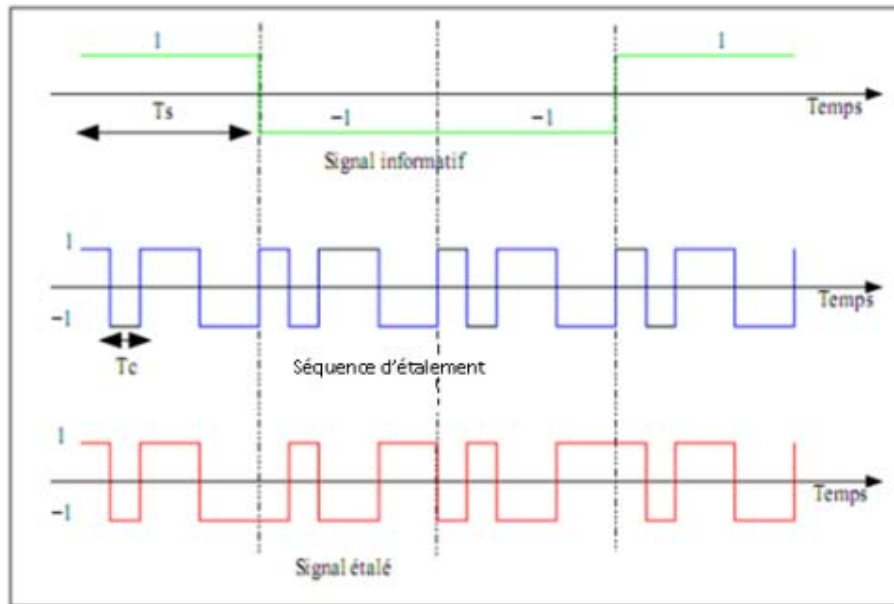


Figure IV.9 : Principe de l'étalement de spectre par séquence directe [6]

Dans certains cas, la durée de la séquence est égale à la période symbole. Cependant, il existe des systèmes de transmission où la durée totale de la séquence d'étalement est plus grande que la période symbole [7]. Toutefois, nous nous limitons aux cas où la durée de la séquence est égale à la période symbole. Dans le cas où les symboles et les séquences sont bipolaires ($\in \{-1, +1\}$), étaler le signal informatif par séquence directe revient à remplacer chaque symbole par la séquence ou son opposé selon le signe du symbole à transmettre.

Pour pallier aux interférences entre les différents utilisateurs, les séquences sont choisies orthogonales entre elles, et avec une faible intercorrélacion, et ce suivant le sens de la communication. Par exemple en système classique en liaison descendante, les séquences d'HADAMARD, qui sont orthogonales entre elles, peuvent être utilisées. Par contre, en liaison montante, ces séquences ne sont plus utilisées, car elles perdent leurs propriétés d'orthogonalité quand elles sont décalées les unes par rapport aux autres. Les codes employés sont alors des séquences de GOLD qui sont faiblement corrélées entre elles [8]. Par contre

dans notre cas le générateur chaotique délivre des séquences dont l'orthogonalité n'est pas altérée par les différentes itérations et ne subissent pas de décalage d'où la possibilité de les utiliser aussi bien dans la liaison montante que descendante

La construction et les propriétés des séquences utilisées dans le DS-CDMA ont largement été traitées dans la littérature [9, 10, 11, 12, 13], lui conférant ainsi de nombreux avantages, dont la possibilité de

Transmettre plusieurs signaux dans la même bande de fréquence, tout en minimisant l'interférence entre les utilisateurs (bruit). L'utilisation des séquences chaotiques obtenues à partir de notre générateur et vérifiant les conditions d'orthogonalité, dans le DS-CDMA nous donne de meilleures performances avec une plus grande résistance aux échos.

➤ CDMA EMISSION [14]

Comme toujours en communication, on commence par la transmission du signal. On se place dans la situation suivante: K utilisateurs souhaitent transmettre des informations via un même support. Chaque information est modélisée par une suite de bits ± 1 : $b_k = [b_k(1), \dots, b_k(N)]$. On désigne par k le k ième utilisateur

Le principe du CDMA consiste en l'utilisation de codes. Chacun utilise un code propre:

Exemple : $\{a_k\} = \{1, -1, 1, 1, -1, 1, -1, -1\}$

$$g_k(t) = \sum_{n=0}^{L-1} a_k(n)p(t - nT_c) \quad 0 \leq t \leq T \quad (\text{IV.1})$$

$\{a_k\}$ est un «pseudo-noise (PN) code (codes chaotiques dans notre cas)», chaque a_k vaut ± 1 .

$p(t)$ est une pulsation de durée T_c . On a donc $T = LT_c$.

On peut donc considérer les g_k comme des vecteurs de $\{-1, 1\}^L$

On considère pour la suite (afin d'alléger les notations) que l'on normalise les g_k

$$\int_0^T g_k^2(t) dt = 1 \quad (\text{IV.2})$$

On définit la fonction ρ qui permet de déterminer une corrélation entre les codes g_k

$$\rho_{ij}(\tau) = \int_0^T g_i(t)g_j(t - \tau) dt, \quad i \leq j \quad (\text{IV.3})$$

$$\rho_{ij}(\tau) = \int_0^T g_i(t)g_j(t + T - \tau) dt, \quad i \leq j \quad (\text{IV.4})$$

$\rho_{ij}(0) = \delta_{ij}$ dans le cas de codes orthogonaux.

En faisant un multiplexage des informations par le 'vecteur' g_k . Ainsi, le paquet de bits de longueur N : $b_k = [b_k(1), \dots, b_k(N)]^t$ devient:

$S_k(t) = \sqrt{\xi_k} \sum_{i=1}^N b_k(i) g_k(t - iT)$ ξ_k représente l'énergie du signal par octet

On couple alors tous les utilisateurs et le signal émis devient:

$$S(t) = \sum_{k=1}^K S_k(t - \tau_k) \quad (\text{IV.5})$$

$$= \sum_{k=1}^K \sqrt{\xi_k} \sum_{i=1}^N b_k(i) g_k(t - iT - \tau_k) \quad (\text{IV.6})$$

avec $0 \leq \tau_k \leq T$ pour $1 \leq k \leq K$

τ_k représente le délai de transmission pour l'utilisateur k .

➤ CDMA: RECEPTION [14]

On va essayer maintenant de voir la façon de traiter le signal reçu afin de séparer l'information du code utilisé c'est-à-dire faire un désétalement. On étudie deux cas : le cas d'une transmission parfaite puis celle d'une transmission bruitée.

• TRANSMISSION IDEALE

On suppose que la transmission s'est effectuée sans ajout de bruit, donc le signal reçu est de la forme:

$$r(t) = S(t) = \sum_{k=1}^K \sqrt{\xi_k} \sum_{i=1}^N b_k(i) g_k(t - iT - \tau_k) \quad (\text{IV.7})$$

On suppose également que les codes choisis sont orthogonaux.

Dans ce cas, si les signaux sont synchrones, il suffit de faire K produits scalaires pour obtenir les K informations de départ

$$\langle r(t), g_n(t - iT) \rangle = \int_{iT}^{(i+1)T} \left(\sum_{k=1}^K \sqrt{\xi_k} \sum_{j=1}^N b_k(j) g_k(t - jT) \right) \cdot g_n(t - iT) dt \quad (\text{IV.8})$$

or, on ne regarde que le bit i alors:

$$\begin{aligned} \langle r(t), g_n(t - iT) \rangle &= \int_{iT}^{(i+1)T} \left(\sum_{k=1}^K \sqrt{\xi_k} b_k(i) g_k(t - iT) \right) \cdot g_n(t - iT) dt = \\ &= \sum_{k=1}^K \left(\sqrt{\xi_k} b_k(i) \int_0^T g_k(t) \cdot g_n(t) dt \right) \end{aligned} \quad (\text{IV.9})$$

les codes étant orthogonaux :

$$\langle r(t), g_n(t - iT) \rangle = \sqrt{\xi_n} b_n(i) \quad (\text{IV.10})$$

On peut donc ainsi récupérer les informations de chaque utilisateur séparément.

Si maintenant les signaux ne sont pas synchrones, il faut transmettre à un moment les $\{\tau_k\}$ (déphasage entre les utilisateurs). Ensuite, on détermine

$$\langle r(t), g_n(t - iT - \tau_k) \rangle = \sqrt{\xi_n} b_n(i) \quad (\text{IV.11})$$

- RECEPTEUR OPTIMAL

Le signal reçu est susceptible d'être bruité. On modélise ce bruit par du AWGN (Additional White Gaussian Noise), noté $n(t)$. On a maintenant $r(t) = s(t) + n(t)$. D'une manière générale, en présence de bruit ou quand les codes ne sont pas orthogonaux, on aborde le problème de la manière suivante. On définit la fonction :

$$\Lambda(b) = \int_0^T \left[r(t) \sum_{k=1}^K \sqrt{\xi_k} b_k(1) g_k(t - iT) \right]^2 dt \quad (\text{IV.12})$$

On cherche alors la suite $\{b_k(1), 1 \leq k \leq K\}$ qui minimise $\Lambda(b)$. Si on développe son expression, on obtient

$$\begin{aligned} \Lambda(b) = & \int_0^T r^2(t) dt - 2 \sum_{k=1}^K \sqrt{\xi_k} b_k(1) \int_0^T r(t) g_k(t) dt + \\ & \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K \sqrt{\xi_j \xi_k} b_j(1) b_k(1) \int_0^T g_j(t) g_k(t) dt \quad (\text{IV.13}) \end{aligned}$$

Le premier terme, étant indépendant de b , ne joue pas de rôle dans la minimisation de Λ : on peut donc le négliger. Si on pose alors $r_k = \int_0^T r(t) g_k(t) dt$ et $\rho_{jk}(0) = \int_0^T g_j(t) g_k(t) dt$ on obtient une nouvelle fonction à minimiser :

$$C(r_k, b_k) = 2 \sum_{k=1}^K \sqrt{\xi_k} b_k(1) r_k - \sum_{j=1}^K \sum_{k=1}^K \sqrt{\xi_j \xi_k} b_j(1) b_k(1) \rho_{jk}(0) \quad (\text{IV.14})$$

ou, sous une autre forme

$$C(r_k, b_k) = 2b_k^t r_k - b_k^t b_k R_s$$

avec $r_k = [r_1, r_2, \dots, r_k]^t$, $b_k = [\sqrt{\xi_1} b_1(1), \dots, \sqrt{\xi_k} b_k(1)]^t$ et $(R_s)_{ij} = \rho_{jk}(0)$.

Il apparaît donc, que pour pouvoir déterminer la bonne suite b_k , il faut transmettre au récepteur la valeur des énergies des signaux émis par chaque utilisateur. Ensuite, le récepteur recherche parmi les 2^K séquences possibles, celle qui correspond le mieux au signal, c'est-à-dire, celle qui minimise $C(r_k, b_k)$. K étant le nombre total d'utilisateurs, on comprend qu'il soit impossible d'utiliser ce type de récepteur pour un réseau de taille normal.

De plus, on montre que lorsque la transmission est asynchrone, le récepteur optimal doit réaliser 2^{KN} tests de corrélation (N est la longueur des codes). Il est donc indispensable d'utiliser des récepteurs non-optimaux mais bien plus rapides.

IV.2.2. PERFORMANCE DU SYSTEME DS-CDMA EN TERMES DE BER DANS UN ENVIRONNEMENT AWGN :

La configuration de système DS-CDMA synchrone est montrée sur le schéma (IV.10). Dans le système DS-CDMA synchrone, les utilisateurs emploient leurs propres séquences pour étaler le signal de l'information. Les données d'information de chaque utilisateur sont modulées par le premier arrangement de modulation, (QPSK dans notre système). Puis, les premiers bits des données modulées sont étalés par les séquences d'étalement, (séquences chaotiques dans notre cas). Les données étalées des utilisateurs sont transmises à la station de base en même temps. La station de base détecte les données de l'information de chaque utilisateur en corrélant le signal reçu avec un code assigné à chaque utilisateur.

Dans la simulation, les paramètres utilisés sont définis comme suit [2]:

- taux de symboles : $sr=256000.0$;
- débit binaire : $br=sr*m1$;
- nombre de niveaux de modulations : $m1=2$;
- nombre de symboles : $nd=100$;
- le rapport d'efficacité en puissance: $ebn0 = Eb / N0 \in [1,10]$;
- nombre de coefficients de filtre : $irfn=21$;
- nombre d'échantillons pour chaque bit : $IPOINT=8$;
- facteur Roll-off : $alfs=0.5$;

Avec $E_b = spow/br$ ($w.T/bit$) est l'énergie par bit et $spow$ est la puissance du signal par symbole.

$N_0 = npow/sr$ (w/Hz) est la densité de puissance de bruit et $npow$ est la puissance de bruit par symbole

Dans notre système le nombre de séquences d'étalement est similaire au nombre d'utilisateurs, encore la longueur du code doit être supérieure au nombre d'utilisateurs. Notre code d'étalement est une matrice de taille $N \times M$ (tel que N c'est le nombre de ligne égale au nombre d'utilisateurs et M est nombre de colonnes égale au nombre de bits dans la séquence d'étalement)

Les données transmises dans le canal in-phase et dans le canal de quadrature de phase modulées par QPSK sont multipliées par la séquence d'étalement.

Les données d'information étalées sont alors échantillonnées et filtrées par le roll-off du filtre et transmises à un canal de communication.

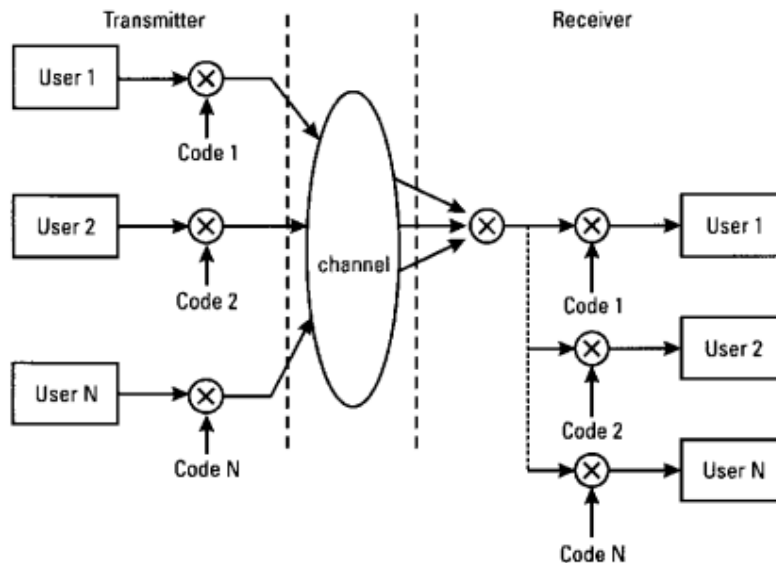


Figure IV.10 : Configuration d'un système DS-CDMA[2]

Au récepteur, AWGN est ajouté aux données reçues, le signal bruité est filtré par la racine de roll-off de filtre, les données échantillonnées sont maintenant les données synthétisées de tous les utilisateurs. Par une corrélation des données synthétisées avec la séquence d'étalement utilisée à l'émission, les données transmises de tous les utilisateurs sont détectées.

L'exécution dans un environnement d'AWGN d'un système DS-CDMA synchrone montre que la corrélation non nulle devient interférence entre utilisateurs. En conséquence, à mesure que le nombre d'utilisateurs augmente, le BER se dégrade. En revanche, avec les séquences orthogonales, la valeur d'inter corrélation entre les utilisateurs est nulle. Ceci signifie qu'à mesure que le nombre d'utilisateurs augmente, la valeur de BER approche de la valeur

théorique.[15]

La valeur théorique de BER est donnée par la relation

$$BER = \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left(\sqrt{\frac{Eb}{N0}} \right) \quad (\text{IV.15})$$

On a comme valeurs de référence :

$$\begin{cases} (Eb/N0) = 6dB \Rightarrow BER = 2.10^{-3} \\ (Eb/N0) = 8dB6d \Rightarrow BER = 2.10^{-4} \end{cases}$$

Quelques résultats de simulation sont maintenant présentés en vue d'évaluer les performances de système en fonction des valeurs de référence

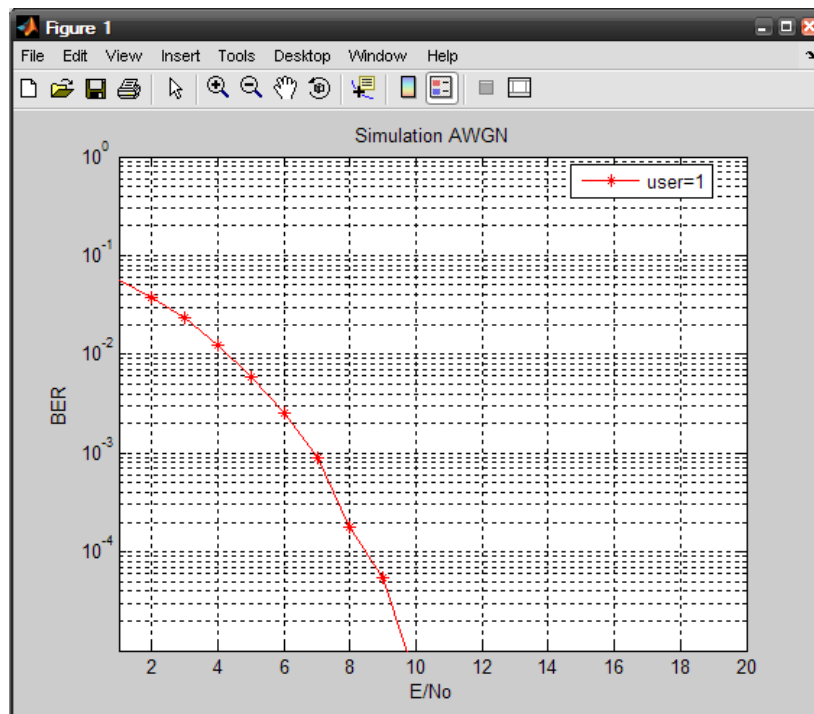


Figure. IV.11 : Performances de DS- CDMA en termes de BER en milieu AWGN pour un utilisateur

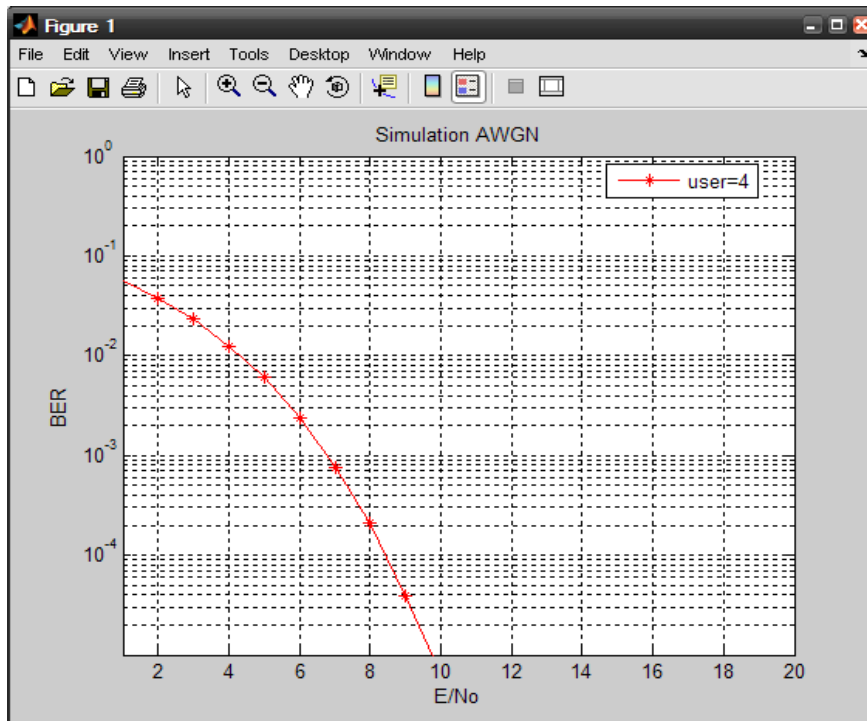


Figure. IV.12 : Performances de DS- CDMA en termes de BER en milieu AWGN pour 4 utilisateurs

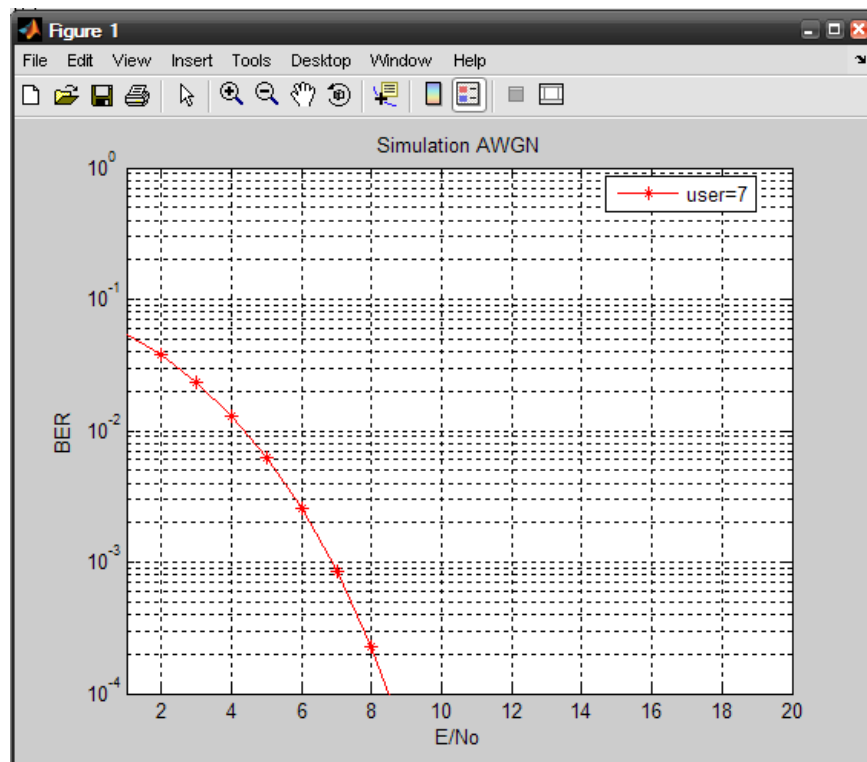


Figure IV.13 : Performances de DS- CDMA en termes de BER en milieu AWGN pour 7 utilisateurs

IV.2.3. RESULTATS ET COMMENTAIRES :

Les résultats de simulations effectuées sur une ligne de transmission par DS-CDMA utilisant des séquences chaotiques, montrent bien que l'étalement par des séquences chaotiques permet d'améliorer les performances en terme de taux d'erreurs binaire.

Les séquences d'étalement données par notre générateur sont bien orthogonales entre elles ce qui élimine les interférences entre les différents utilisateurs.

- ❖ On voit à partir des graphes qu'à mesure que le nombre d'utilisateurs augmente, la valeur de BER approche de la valeur théorique.
- ❖ Les différentes conditions initiales garantissent une meilleure sécurité pour le système.
- ❖ Puisque les séquences sont faites par des itérations alors le temps d'exécution est rapide que celui par des séquences à partir des registres de décalage.
- ❖ Nous avons obtenu des résultats de simulation performants si on les compare à celles trouvées par des codes GOLD dans la littérature scientifique.

CONCLUSION :

Nous venons dans ce chapitre de simuler un système DS-CDMA synchrone en utilisant notre propre générateur de codes chaotiques.

Nous nous sommes livrés en premier lieu, à présenter les séquences chaotiques obtenues à partir de différentes itérations de la suite logistique. En suite, nous avons effectué l'étalement de spectre par séquences directes chaotiques.

La simulation de système DS-CDMA à codes chaotiques donne une valeur de BER qui s'approche de la valeur théorique, en vue de la comparaison aux résultats obtenus à partir des simulations classiques notre simulation à codes chaotiques présente une amélioration dans les performances des systèmes DS-CDMA.

BIBLIOGRAPHIE DU CHAPITRE IV

- [1] G. Venkat Reddy, Bibhudendra Acharya , Sarat Kumar Patra « **Performance Evaluation of Different DS-CDMA Receivers Using Chaotic Sequences** » International Conference on RF and Signal Processing Systems Department of ECE, KLCE
- [2]HIROSHI HARADA « **Simulation and Software Radio for Mobile Communications** » universal personal communications.
- [3] David Gurney « **Cobweb Diagrams With Excel** » Southeastern Louisiana University ,October 27,2004
- [4] Mme derrar fatima zohra « **Sur le chaos des systèmes dynamiques** »université de tlemcen, juin2008
- [5]SAMUEL.D.STEARNS « **Digital Signal Processing With Examples In Matlab** »
- [6] Crépin Nsiala Nzéza« **récepteurs adaptatif multi-standards pour les signaux à étalement de spectre en contexte non coopératif**»these de doctorat,université de Bretagne Occidentale juillet2006
- [7]] J. G. Proakis, « **Digital Communications** », 4th ed. McGraw-Hill International Edition, 1995, no. ISBN 0-07-113814-5, ch. 2,pp. 61-62.
- [8] L. Brunel, « **Algorithmes de Décodage de Canal pour l'Accès Multiple à Etalement de Spectre,** »Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Paris, Décembre 1999
- [9] R. Pickholtz, D. Schilling, and L. Milstein, « **Theory of spread spectrum communications-A Tutorial,** » *IEEE Trans. on Communications*, vol. 30, no. 5, pp. 855-884, May 1982.
- [10]] R. Gold, « **Optimal Binary Sequences for Spread Spectrum Multiplexing**», *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. 13, pp. 619-621, October 1967.
- [11]] D. V. Sarwate and M. B. Pursley, « **Crosscorrelation Properties of Pseudorandom and Related Sequences,** » in *Proceedings of the IEEE*, vol. 68, no. 5, May 1980, pp. 593-698.
- [12]D. A. Shedd and D. V. Sarwate, « **Construction of Sequences with Good Correlation Properties,** » *IEEE Trans. on Information Theory*, vol. IT-25, no. 1, pp. 94-97, January 1979
- [13] G. Angelopoulos, « **Etude d'un Récepteur à Etalement de Spectre à Faible Débit,** » Thèse de Doc. 3ème cycle, Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications, Décembre 1983,
- [14] Jeremy LAINE & Philippe VIGNERON « **Télécommunications**

numériques le CDMA » Année 2000-2001 ,MODEX

[15] Ph. Godlewski P. Martins M.Coupechoux « **Une introduction à l'étalement de spectre et au CDMA, capacité cellulaire** » UE RMOB. Janvier 2006

CONCLUSION GENERALE

Dans un système DS-CDMA standard, les données à transmettre sont multipliées par une séquence pseudo aléatoire (PN), généralement produite par un registre à décalage à contre réaction linéaire (séquence de Gold, séquence à longueur maximale). Le signal résultant est d'une grande largeur de bande. Le signal transmis est démodulé par le récepteur: le signal reçu est corrélé avec une copie de la séquence discrète (périodique) utilisée par l'émetteur, d'une manière synchrone. Mais les récents articles (Pecora & al. 1990) et (Hasler, 1998) ont démontré qu'une transmission CDMA n'est pas sécurisée, due à la nature périodique des séquences d'étalement. Soit, tous les récepteurs dans le canal de transmission sont capables de déterminer le signal envoyé. Alors, la démodulation devient possible si le processus de construction du code d'étalement est bien connu et synchrone avec celui de l'émetteur

D'où l'objectif de notre travail d'essayer de générer des séquences chaotiques pour les appliquer aux transmissions DS-CDMA tout en respectant les conditions de périodicité et d'orthogonalité. Ceci fait la simulation de l'implémentation de notre générateur dans une chaîne de transmission par DS-CDMA par le logiciel MATLAB, elle nous a donné des résultats très performants en terme du BER en comparaison avec la théorie et ceux obtenus par les séquences de GOLD et une plus grande sécurité aux différents essais d'intrusion

Cependant nous avons comme perspectives essayer d'augmenter le nombre d'utilisateurs par canal et ceci en augmentant le nombre de séquences ou le nombre de conditions initiales ainsi on essaiera de remédier au de saturation de débit et aussi comme autre perspective essayer d'implémenter ce générateur dans une chaîne tout optique .

ABREVIATION

- AWGN:** Additif White Gaussian Noise.
- CDMA:** Code Division Multiple Access.
- DS-CDMA:** Direct Sequence Code Division Multiple Access.
- RF :** radio frequency
- DSSS:** Direct Sequence Spread Spectrum.
- FDMA:** Frequency Division Multiple Access.
- FH-SS:** Frequency Hopping Spread Spectrum.
- IAM:** Interférence d'Accès Multiple.
- LMS:** Lest Mean Square.
- SIR:** Signal to Interferer Ratio.
- SNIR:** Signal to Interferer and Noise Ratio.
- SNR:** Signal to Noise Ratio.
- TDMA:** Time Division Multiple Access.
- TH-SS:** Time Hopping – Spread Spectrum.
- UMTS:** Universal Mobile Telecommunication System
- WDMA:** Wavelength Division Multiple Access.
- W-CDMA:** Wideband Code Division Multiple Access.
- TH-CDMA:** Time Hopping *CDMA*
- FH-CDMA :** Frequency Hopping *CDMA*
- MLLSFR:** Maximum Length Linear Shift Register
- PN:** Pseudo-Noise
- ML:** Maximum Length
- LFSR:** Linear feedback shift register
- SS:** Spread Spectrum
- CI:** Initial Condition
- TEB:** Taux d'Erreurs Binaires
- B ER:** Bit Error Rate
- BTS:** Base Transmitter Station
- MS:** Mobile Station
- GSM:** Global System for Mobile Communication

Résumé

L'utilisation de séquences chaotiques comme séquences d'étalement de spectre dans un système de communication à accès multiple à répartition par les codes (Direct Sequence Code Division Multiple Access) est présentée dans ce travail. La simulation du système de transmission est réalisée avec le logiciel MATLAB. Les séquences d'étalement chaotiques sont générées par une équation non-linéaire récursive. Le taux d'erreur par élément binaire du système proposé est comparé à celui obtenu sur ce même système utilisant des séquences binaires de Gold. Les résultats montrent qu'il existe des séquences chaotiques permettant d'améliorer les performances du système en terme de nombre d'utilisateurs.

Mots clés:

Accès multiple code, Spectre étalé séquence directe, Taux erreur, Chaos. Signal multi niveau, Equation logistique, Simulation numérique, Transmission synchrone

Abstract

The use of chaotic sequences as spectral spreading sequences in a Direct Sequence-Code Division Multiple Access is proposed in this work. The simulation of the system is performed with the simulator MATLAB. The chaotic spreading sequences are generated from a non-linear recursive equation. The Bit Error Rate of this system is compared with the BER of the same system using binary Gold sequences. The results show that chaotic sequences can improve performances in terms of allowable number of users.

Key words:

Code Division Multiple Access, Direct sequence spread spectrum, Error rate, Chaos, Multilevel signal, logisticmap. Numerical simulation, synchronous transmission

ملخص

اقترحنا في هذا العمل استعمال الشفرات الفوضوية لتوسيع الطيف المعلوماتي في نظام الاتصالات المعتمدة على تقاسم نفس الشفرات من خلال استخدامنا التكرار المستمر الناتج عن تطبيق معادلة غير خطية. من خلال محاكاتها لبرنامج ماطلاب قمنا بتجريب هذه الشفرات و مقارنة نسبة الخطأ الناتجة عن استخدامها بمثلتها في نظام يستعمل شفرات كلاسيكية جولد.

النتائج أظهرت أن الشفرات الفوضوية أثبتت فعاليتها بالنسبة لزيادة عدد المستعملين.

الكلمات المفتاح

تقاسم الشفرات لنهايات متعددة. شفرات توسيع الطيف المباشرة. نسبة الخطأ. الفوضى. اشارة متعددة المستويات. المعادلات اللوجستية. المحاكاة الرقمية. الارسال المتزامن