

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE**  
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي  
**Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**  
جامعة أبي بكر بلقايد - تلمسان -  
Université Aboubakr Belkaïd – Tlemcen –  
Faculté de TECHNOLOGIE



## **MEMOIRE**

Présenté pour l'obtention du **diplôme de MASTER**

**En** : Automatique

**Spécialité** : Automatique et Informatique Industrielle

Réaliser par :

**ZIANI ABIR**

**BENHASSINE ABDELDJALIL**

### **Commande Hiérarchique d'un Drone Quad rotor**

Soutenu publiquement, le 13 / 06 / 2024, devant le jury composé de :

Mme. CHOUKCHOU-BRAHAM Amal	Professeur	U.A.B-Tlemcen	Encadrante
Mlle. HANDOUZI Wahida	Maître de Conférences	U.A.B-Tlemcen	Présidente
Mr. BENSALAH Choukri	Maître de Conférences	U.A.B-Tlemcen	Examineur

Année universitaire : 2023/2024

# Remerciements

اللَّهُمَّ لَكَ الْحَمْدُ حَمْدًا كَثِيرًا طَيِّبًا مُبَارَكًا فِيهِ

Louange à « Allah » le tout puissant pour nous avoir donné la force, la détermination, la patience et l'audace nécessaires pour surmonter toutes les difficultés et atteindre notre objectif.

Un remerciement très particulier va à notre enseignante avant qu'elle ne devienne notre encadrante **Mme. Amal CHOUKCHOU-BRAHAM** Pour sa clarté d'explications, ses précieux conseils, encouragements et à avoir foi en nous ainsi que pour la confiance qu'elle nous a témoignée.

Nous souhaitons tout d'abord lui exprimer notre gratitude sincère.

Nous tenons à exprimer notre profonde reconnaissance à chacun des membres du jury **Mlle.Wahida HANDOUZI** et **M.Choukri BENSALLAH** qui nous font l'honneur de juger ce travail.

Nos remerciement s'adressent à **Mme. Farah SAIDI** pour son soutien moral et ses encouragements.

Nous tenons à remercier tous nos enseignants du département GEE de l'Université Abou Bakr Belkaid à Tlemcen.

Nos sincères remerciements à nos parents, en espérant qu'ils seront toujours fiers de nous.

Nous n'oublions pas de remercier nos amis et tous ceux qui, d'une façon ou d'une autre, ont contribué à la réussite de ce travail.

# Dédicaces

*Je consacre ce travail modeste à moi-même.*

*Je dédie ce travail à la chère de mon cœur. Que Dieu te fasse miséricorde et t'accorde une place dans son vaste paradis.*

*Avec une immense fierté et un profond respect, je souhaite dédier ce travail humble à mes précieux parents. Ils ont éclairé mon parcours éducatif et m'ont soutenu et encouragé depuis mon enfance jusqu'à ma soutenance. Les efforts inlassables déployés pour mon éducation et mon bien-être sont inestimables. Vos prières et bénédictions ont été d'un soutien inestimable pour la réussite de mes études. Ce travail reflète les sacrifices que vous avez consentis pour moi, et que Dieu le Tout-Puissant vous protège toujours.*

*À ma merveilleuse grand-mère, Merci pour tes prières sincères et ton amour sans limites. Tu as toujours été et tu restes une source de soutien et d'inspiration pour moi, et tes mots chaleureux et sincères signifient beaucoup pour moi. Je remercie Dieu pour ta présence dans ma vie et je prie pour qu'Il te protège et te bénisse toujours.*

*À mon cher grand-père BOUDINAR Houari, mon voyage d'études a été exceptionnel grâce à votre soutien et à vos encouragements constants. Vous êtes la personne qui m'a inspiré et encouragé à atteindre cette réussite. Votre souvenir restera vivant dans mon cœur et votre esprit bienveillant continuera à me motiver à réaliser mes rêves. Que Dieu vous accorde sa miséricorde et vous élève au plus haut Paradis.*

*À mes frères Mouad, mon prince Moundir, mon petit chéri wizwi Aladin, et ma princesse Hadil.*

*À toute ma famille, à tous mes amis.*

*À Levi Je tiens à remercier pour son soutien et ses encouragements à mon égard.*

*À mon binôme Abdeldjalil, qui a partagé ce travail avec moi.*

*À tous ceux et celles qui me sont chers et que j'ai oublié de mentionner par inadvertance.*

*Merci*

*... ABIR*

# Dédicaces

*À ma chère famille,*

*Ce diplôme est le fruit de plusieurs années de travail acharné, de persévérance et de dévouement. Cependant, je n'aurais jamais pu y arriver sans votre soutien inconditionnel et votre amour sans faille.*

*Ma famille, votre encouragement constant m'a donné la force de continuer même dans les moments les plus difficiles.*

*C'est à vous que je dois cette réussite. Merci de m'avoir toujours soutenu et cru en moi. Ce diplôme est autant le vôtre que le mien.*

*Avec tout mon amour et ma gratitude.*

*À mon binôme ABIR, qui a partagé ce travail avec moi.*

*... Benhassine Abdeldjalil*

*" Drones overall will be more impactful than I think people recognize,  
in positive ways to help society. "*

*Bill Gates*

# Table des matières

Remerciments . . . . .	1
Dédicaces . . . . .	2
Liste des figures . . . . .	7
Liste des tableaux . . . . .	9
Glossaire . . . . .	10
Introduction Générale . . . . .	12
<b>I Drone : Présentation et Modélisation</b>	<b>14</b>
I.1 Introduction . . . . .	15
I.2 Définition d'un drone . . . . .	15
I.3 Drone agricole pour la précision en agriculture . . . . .	16
I.3.1 Le rôle des drones dans le domaine de l'agriculture de précision : . . . . .	16
I.3.2 Le mapping . . . . .	17
I.3.3 Spraying . . . . .	18
I.4 Classification des drones . . . . .	19
I.4.1 Classification selon la taille : . . . . .	19
I.4.2 Classification basée sur le système de propulsion : . . . . .	20
I.5 Quadri rotors : . . . . .	21
I.5.1 Le mode de fonctionnement d'un quadrirotor . . . . .	22
I.5.2 Les mouvements du quadrirotor : . . . . .	22
I.6 Les effets aérodynamiques agissants sur le quadrirotor : . . . . .	24
I.6.1 Les forces : . . . . .	24
I.6.2 Les moments : . . . . .	25
I.7 La modélisation dynamique du quadrirotor : . . . . .	27
I.7.1 Angles d'Euler . . . . .	27
I.7.2 Les vitesses Angulaires . . . . .	28
I.7.3 Les Vitesses linéaires : . . . . .	28
I.7.4 Élaboration du modèle mathématiques selon Newton-Euler : . . . . .	28
I.7.5 Équations de mouvement de translation . . . . .	29
I.7.6 Equation de mouvement de rotation . . . . .	30
I.7.7 La dynamique des rotors . . . . .	31
I.7.8 Représentation d'état du système . . . . .	32
I.8 Conclusion . . . . .	32
<b>II Commande par PID</b>	<b>33</b>
II.1 Introduction : . . . . .	34
II.2 Récapitulatif d'un contrôleur PID . . . . .	34
II.3 Liaisons non holonomes : . . . . .	36
II.4 Algorithme de contrôle : . . . . .	37
II.5 Simulation sous Matlab . . . . .	39
II.6 Résultats et interprétations ( <b>Step-source</b> :)	41

II.6.1	Résultats sans perturbation : . . . . .	41
II.6.2	Résultats avec perturbation : . . . . .	43
II.7	Résultats et interprétations ( <b>sinusoïdal-source</b> :) . . . . .	47
II.7.1	Résultats sans perturbation : . . . . .	47
II.7.2	Résultats avec perturbation : . . . . .	49
II.8	Conclusion . . . . .	53
<b>III</b>	<b>Commande non-linéaire par Backstepping</b>	<b>54</b>
III.1	Introduction . . . . .	55
III.2	La théorie non linéaire générale . . . . .	55
III.3	Théorie de Lyapunov . . . . .	55
III.3.1	Stabilité au sens de Lyapunov . . . . .	56
III.4	La commande hiérarchique . . . . .	57
III.5	Historique et domaines d'utilisation du backstepping . . . . .	57
III.6	La commande par Backstepping . . . . .	58
III.6.1	Le concept du backstepping . . . . .	58
III.6.2	Théorie du backstepping . . . . .	58
III.6.3	Algorithme de super-twisting . . . . .	62
III.6.4	Définitions, lemmes et hypothèses . . . . .	62
III.7	Application sur le modèle . . . . .	64
III.7.1	Application de la commande hiérarchique . . . . .	64
III.7.2	Application de la commande backstepping sur le quadri-rotor . . . . .	64
III.7.3	Les contrôleurs sans le terme de super-twisting : . . . . .	68
III.7.4	Les contrôleurs avec le terme de super-twisting : . . . . .	69
III.8	Simulation sous matlab : . . . . .	71
III.8.1	Résultats de la 1 <sup>ère</sup> simulation (sans terme de super-twisting) . . . . .	72
III.8.2	Résultats de la 2 <sup>ème</sup> simulation (Avec le terme de super-twisting) . . . . .	76
III.9	Conclusion . . . . .	80
	<b>Conclusion générale</b>	<b>81</b>
	<b>bibliographie</b>	<b>83</b>
	<b>Résumé</b>	<b>85</b>

# Table des figures

I.1	Drone . . . . .	15
I.2	Mapping . . . . .	17
I.3	Spraying . . . . .	18
I.4	Micros drones . . . . .	19
I.5	Minis drones . . . . .	19
I.6	drone MALE . . . . .	19
I.7	drone Hale . . . . .	19
I.8	Drone à voilure fixe . . . . .	20
I.9	Drones à ailes battantes . . . . .	20
I.10	Drones à voilure tournante . . . . .	21
I.11	Drone quadri-rotors . . . . .	21
I.12	Mouvement d'un quadrirotor . . . . .	22
I.13	Mouvement de roulis . . . . .	22
I.14	Mouvement de tangage . . . . .	23
I.15	Mouvement de lacet . . . . .	23
I.16	Mouvement vertical . . . . .	23
I.17	: Illustration des mouvements . . . . .	24
I.18	Illustration des principales forces. . . . .	25
I.19	L'effet gyroscopique . . . . .	26
I.20	Les angles d'Euler . . . . .	27
II.1	Structure du correcteur PID. . . . .	34
II.2	Algorithme de controle PID. . . . .	37
II.3	Simulink de la commande du quadrirotor par PID . . . . .	40
II.4	Les trajectoires des translations . . . . .	41
II.5	Les trajectoires des rotations . . . . .	41
II.6	Les Commande U . . . . .	42
II.7	Position absolue du quadrirotor sans perturbations. . . . .	42
II.8	Les trajectoires des translations avec variation de la masse . . . . .	43
II.9	Les trajectoires des rotations avec variation de la masse . . . . .	43
II.10	Les Commande U avec variation de la masse . . . . .	44
II.11	Position absolue du quadrirotor avec variation de la masse. . . . .	44
II.12	Les trajectoires des translations avec perturbation du vent . . . . .	45
II.13	Les trajectoires des rotations avec perturbation du vent . . . . .	45
II.14	Les Commande U avec perturbation du vent . . . . .	46
II.15	Position absolue du quadrirotor avec perturbations du vent . . . . .	46
II.16	Les trajectoires des translations . . . . .	47
II.17	Les trajectoires des rotations . . . . .	47
II.18	Les Commande U . . . . .	48
II.19	Les trajectoires des translations avec variation de la masse . . . . .	49

II.20	Les trajectoires des rotations avec variation de la masse . . . . .	49
II.21	Les commande U avec variation de la masse . . . . .	50
II.22	Les trajectoires des translations avec perturbation du vent . . . . .	51
II.23	Les trajectoires des rotations avec perturbation du vent . . . . .	51
II.24	Les Commande U avec perturbation du vent . . . . .	52
II.25	Position absolue du quadrirotor avec perturbations du vent . . . . .	52
III.1	Interprétation géométrique du théorème de Lyapunov . . . . .	56
III.2	Illustration de la commande hiérarchique. . . . .	57
III.3	Schéma global de la commande hiérarchique sous MATLAB/Simulink. . . . .	71
III.4	Les trajectoires des translations . . . . .	72
III.5	Les trajectoires des rotations . . . . .	72
III.6	Les trajectoires des commandes . . . . .	73
III.7	Position absolue du quadrirotor sans perturbations. . . . .	73
III.8	Les trajectoires des translations avec perturbations . . . . .	74
III.9	Les trajectoires des rotations avec perturbations . . . . .	74
III.10	Les trajectoires des commandes avec perturbations . . . . .	75
III.11	Position absolue du quadri-rotor avec perturbations. . . . .	75
III.12	Les trajectoires des translations . . . . .	76
III.13	Les trajectoires des rotations . . . . .	76
III.14	Les trajectoires des commandes . . . . .	77
III.15	Position absolue du quadrirotor Sans perturbations. . . . .	77
III.16	Les trajectoires des translations avec perturbations . . . . .	78
III.17	Les trajectoires des rotations avec perturbations . . . . .	78
III.18	Les commandes avec perturbations . . . . .	79
III.19	Position absolue du quadri-rotor avec perturbations. . . . .	79

# Liste des tableaux

II.1	Paramètres du modèle du quadrirotor utilisé . . . . .	39
II.2	les perturbation externes . . . . .	39
II.3	Tableau des paramètres des PID . . . . .	40
III.1	les paramètres du contrôleur backstepping sans l'algorithme de super-twisting . . . . .	71
III.2	les paramètres du contrôleur backstepping avec l'algorithme de super-twisting . . . . .	71

# Glossaire

## Acronymes

<b>Acronyme</b>	<b>Signification</b>
HALE	Haute Altitude Longue Endurance
MAV	Mini Air Vehicle
MALE	Moyenne Altitude Longue Endurance
PI	Proportionnel, Intégral
PID	Proportionnel, Intégral, Dérivé
PWM	Pulse-width Modulated
UAV	Unmanned Aerial vehicle
VAA	Véhicules Aériens Autonomes
VTOL	Vertical Take-off and Landing aircraft

# Symboles

Symbole	Signification
$\phi, \theta, \psi$	Angles d'Euler (roulis, tangage, lacet)
$m$	Masse totale
$g$	Accélération de pesanteur
$P$	Poids du drone
$F_i$	La somme des forces de poussée générées par chaque rotor
$b$	Coefficient aérodynamique de poussée
$\omega$	Vitesse angulaire des rotors
$T_h$	Traînée dans les hélices
$d$	Coefficient de traînée
$F_t$	Traînée selon les axes (x, y, z)
$V$	Vitesse linéaire
$M_x, M_y$	Moment dû aux forces de poussée
$M_z$	Moment dû aux forces de traînée
$M_a$	Moment résultant des frottements aérodynamiques
$l$	Distance entre le centre de masse du quadrirotor et l'axe de rotation du rotor
$\Omega$	Vitesse angulaire du quadrirotor
$M_g h$	Moment gyroscopique des hélices
$J_r$	Inertie des rotors
$M_g m$	Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor
$J$	Inertie du système
$R$	Matrice de rotation
$\xi$	Vecteur de position du quadrirotor
$J$	Matrice d'inertie symétrique de système
$Sk(\Omega)$	Tenseur antisymétrique associé à la vitesse angulaire
$F_f$	Force totale générée par les quatre rotors
$F_g$	Force de gravité
$\tau_i$	Couple d'entrée
$Q_i$	Couple résistant généré par le rotor i
$U$	Lois de commande
$x_d, y_d, z_d$	Trajectoires désirées de position $\xi$
$\phi_d, \theta_d, \psi_d$	Trajectoires désirées des angles $\phi, \theta$ et $\psi$

# Introduction Générale

Les avancées récentes dans le domaine de l'aéronautique, telles que l'automatisation et la robotisation, offrent de nouvelles perspectives en matière de sauvetage, d'observation, d'inspection et de maintenance. Ces progrès sont le fruit d'une recherche et d'un développement soutenus, motivés par les avancées technologiques, notamment dans le domaine de la miniaturisation des actionneurs et de l'électronique embarquée.

Au fil du temps, les avancées en matière de fabrication et les innovations dans les technologies des capteurs et des ordinateurs numériques, notamment celles favorisant la miniaturisation et la précision, ont permis de réduire les coûts et de simplifier la conception des petits robots volants. Parmi les nombreuses applications possibles, une nouvelle génération de quadricoptères a émergé. Ces appareils, conçus comme des véhicules aériens sans pilote (UAV) ou drones, nécessitent un modèle dynamique prenant en compte les effets gyroscopiques et aérodynamiques pour leur contrôle. Ces plateformes volantes, souvent appelées drones ou UAV, incluent des modèles à voilure fixe, tournante et battante.

Parmi les drones à voilure tournante, le quadricoptère, objet de cette étude, se démarque par son potentiel considérable grâce à la diversité de ses applications. Il peut être employé pour des missions de surveillance, d'observation, de prises de vue aériennes, de poursuite, d'espionnage, de contrôle d'édifices difficiles d'accès, ainsi que pour le transport de marchandises. Aussi, en raison de sa capacité à décoller et atterrir verticalement, à réaliser des vols quasi-stationnaires et à basse altitude avec une grande maniabilité. De plus, il bénéficie d'un modèle dynamique simple et d'une fabrication aisée. Ces avantages font du quadrirotor un sujet de recherche particulièrement intéressant.

Le quadrotor est un aéronef à voilure tournante doté de quatre rotors assurant sa sustentation, lui permettant de se déplacer avec six degrés de liberté. Il s'agit d'un système sous-actionné, complexe, non linéaire, et multivariable, présentant une instabilité notable et une dynamique fortement couplée. Pour obtenir le modèle mathématique d'un véhicule aérien autonome (VAA), plusieurs méthodes peuvent être utilisées, telles que les modèles de Lagrange et de Newton-Euler. Ce modèle doit être à la fois simple et suffisamment détaillé pour représenter avec précision les mouvements du drone.

Les drones multi-rotors offrent de nombreux avantages, mais leurs modèles dynamiques sont fortement couplés, ce qui complique la conception de lois de commande indépendantes pour stabiliser les systèmes. Les progrès réalisés dans ce domaine ont conduit à l'utilisation de la modélisation géométrique afin d'éviter les situations singulières et les ambiguïtés. Cependant, la nature non linéaire et le fort couplage de ces systèmes nécessitent un contrôle avancé. La méthode de commande par backstepping est l'une des approches avancées pour réguler les systèmes non linéaires, offrant des lois de commande robustes et indépendantes.

Dans le cadre de notre Projet de Fin d'Études (PFE), nous nous concentrons principalement sur la création de lois de commande efficaces pour guider et piloter le quadricoptère. Nous avons choisi d'explorer deux approches de commande différentes : Le PID et le backstepping corrigés. Le PID est une approche traditionnelle largement employée pour contrôler les systèmes dynamiques, tandis que le Backstepping corrigés représente une technique plus avancée, assurant une stabilité et une robustesse globales face aux paramètres de désadaptation.

Pour mener à bien ce projet, nous avons choisi le plan suivant :

Le **premier chapitre** : Nous exposons brièvement l'état de l'art et les concepts généraux concernant les drones et leurs différents rôles pour l'agriculture de précision. Ensuite, nous abordons la modélisation dynamique du quadrirotor en décrivant sa structure générale et ses principes de vol. Puis, nous soulignons l'importance de sa modélisation dynamique et, enfin, nous proposons un modèle d'état pour contrôler efficacement ce système.

**Le deuxième chapitre :** Ce chapitre se concentre sur la mise en place d'un contrôle par PID pour assurer la stabilité du vol du drone. Nous développons un modèle Simulink et effectuons des tests pour démontrer l'efficacité de cette commande dans des conditions de vol idéales. Nous concluons cette section en mettant en évidence les limitations du PID lorsqu'il est confronté à des erreurs de modélisation et à des perturbations externes.

**Le troisième chapitre :** Nous commençons par proposer une technique de commande hiérarchique robuste utilisant le backstepping corrigés pour le contrôle d'un quadrirotor. Cette section est consacrée aux bases théoriques et aux aspects fondamentaux de la technique de commande par backstepping corrigés. Ensuite, nous abordons la formulation des lois de commande et la validation de ces approches sur le modèle du quadrirotor. Puis, nous procédons à des simulations sans et avec perturbations, exposons les résultats obtenus et leurs interprétations.

**Le Conclusion générale :** Nous discutons du travail réalisé ainsi que des résultats obtenus, tout en abordant quelques perspectives.

# Chapitre I

## Drone : Présentation et Modélisation

### Sommaire

---

<b>I.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>15</b>
<b>I.2</b>	<b>Définition d'un drone</b>	<b>15</b>
<b>I.3</b>	<b>Drone agricole pour la précision en agriculture</b>	<b>16</b>
I.3.1	Le rôle des drones dans le domaine de l'agriculture de précision :	16
I.3.2	Le mapping	17
I.3.3	Spraying	18
<b>I.4</b>	<b>Classification des drones</b>	<b>19</b>
I.4.1	Classification selon la taille :	19
I.4.2	Classification basée sur le système de propulsion :	20
<b>I.5</b>	<b>Quadri rotors :</b>	<b>21</b>
I.5.1	Le mode de fonctionnement d'un quadrirotor	22
I.5.2	Les mouvements du quadrirotor :	22
<b>I.6</b>	<b>Les effets aérodynamiques agissants sur le quadrirotor :</b>	<b>24</b>
I.6.1	Les forces :	24
I.6.2	Les moments :	25
<b>I.7</b>	<b>La modélisation dynamique du quadrirotor :</b>	<b>27</b>
I.7.1	Angles d'Euler	27
I.7.2	Les vitesses Angulaires	28
I.7.3	Les Vitesses linéaires :	28
I.7.4	Élaboration du modèle mathématiques selon Newton-Euler :	28
I.7.5	Équations de mouvement de translation	29
I.7.6	Equation de mouvement de rotation	30
I.7.7	La dynamique des rotors	31
I.7.8	Représentation d'état du système	32
<b>I.8</b>	<b>Conclusion</b>	<b>32</b>

---

### Résumé

Dans ce chapitre initial, nous exposons succinctement l'état actuel des drones, les différentes catégories de drones, leur mécanisme de fonctionnement et leurs différentes manières de voler, tout en décrivant également comment notre système est modélisé en utilisant le formalisme de Newton-Euler.

## I.1 Introduction

UN système sous-actionné est caractérisé par un nombre de degrés de liberté supérieur au nombre d'actionneurs, évoluant dans un espace tridimensionnel (3D). Réduire le nombre d'actionneurs peut être bénéfique pour diminuer la masse du système et réduire les coûts de fabrication. Parmi les systèmes sous-actionnés, on trouve notamment les hélicoptères et les robots mobiles...[19].

Au cours des dix dernières années, les avancées technologiques ont rendu possible la conception et la fabrication de mini-avions ou mini-hélicoptères aux capacités de plus en plus avancées pour effectuer des vols autonomes. Ces appareils sont appelés drones. Le nombre d'industriels et d'universités intéressés par les drones ne cesse de croître en raison de leurs nombreuses applications, tant civiles que militaires.

Comment peut-on accroître la précision et la robustesse des systèmes de contrôle des drones afin d'optimiser leur performance dans des environnements divers et dynamiques, tout en garantissant la fiabilité des opérations ?

## I.2 Définition d'un drone

Un aéronef sans pilote, communément appelé drone ou véhicule aérien sans pilote (UAV), est un engin aérien conçu pour être piloté à distance ou de manière autonome [27]. Il est souvent équipé de capteurs, de caméras et d'autres équipements spécialisés pour accomplir des tâches spécifiques sans la nécessité d'un pilote à bord. Les drones peuvent être manipulés manuellement par un opérateur au sol ou programmés pour fonctionner de façon autonome en suivant des instructions préétablies ou en réagissant aux données en temps réel. Leur utilisation est répandue dans divers domaines tels que l'agriculture de précision, la surveillance, la cartographie, l'inspection industrielle, le sauvetage, la sécurité, entre autres. À l'heure actuelle, la recherche sur le développement des drones est un domaine très actif à travers le monde [20].



FIGURE I.1 – Drone

## I.3 Drone agricole pour la précision en agriculture

Les drones dédiés à l'agriculture de précision représentent une avancée technologique majeure dans la gestion des cultures pour les agriculteurs. Leur capacité à survoler les champs et à collecter des données de manière efficace permet d'obtenir des informations détaillées sur l'état des cultures telles que leur santé, leur vigueur et l'humidité du sol. Équipés de capteurs spécialisés et de caméras haute résolution, ces drones peuvent cartographier les champs, repérer les maladies des cultures, déterminer les zones nécessitant une irrigation ou une fertilisation supplémentaire, voire estimer les rendements prévus. En intégrant ces données dans des logiciels d'analyse, les agriculteurs peuvent prendre des décisions plus informées, optimiser leurs pratiques agricoles et ainsi améliorer la gestion des ressources, accroître les rendements et réduire les coûts. Les drones pour l'agriculture de précision représentent un outil essentiel pour une agriculture plus efficace, durable et rentable.

### I.3.1 Le rôle des drones dans le domaine de l'agriculture de précision :

- ✓ **Imagerie aérienne** : Les drones équipés de caméras multispectrales ou thermiques captent des images haute résolution des champs agricoles, permettant aux agriculteurs de détecter les problèmes tels que le stress hydrique, les maladies des plantes et les infestations de ravageurs, facilitant ainsi une gestion plus ciblée des cultures.
- ✓ **Cartographie et modélisation** : Les drones produisent des cartes topographiques détaillées des champs et des modèles 3D, fournissant aux agriculteurs des informations cruciales sur la topographie du terrain et la structure des cultures pour une planification agricole précise.
- ✓ **Surveillance des cultures** : En effectuant des survols réguliers, les drones permettent aux agriculteurs de suivre l'évolution des cultures au fil du temps, identifiant rapidement les problèmes émergents tels que les maladies ou les carences en éléments nutritifs.
- ✓ **Gestion de l'irrigation** : Les données collectées par les drones aident à optimiser l'irrigation en identifiant les zones présentant un stress hydrique ou une saturation excessive en eau, permettant ainsi une application plus précise de l'eau et une réduction des gaspillages.
- ✓ **Application de pesticides et d'engrais** : Certains drones sont équipés de systèmes de pulvérisation permettant une application précise et ciblée de pesticides, d'herbicides et d'engrais, réduisant ainsi la quantité de produits chimiques utilisés et minimisant les impacts sur l'environnement.

### I.3.2 Le mapping

Le mapping dans le domaine de l'agriculture de précision est une pratique cruciale pour optimiser la gestion des terres agricoles. Cette méthode implique la création de cartes détaillées qui présentent la variabilité spatiale des caractéristiques du sol et des cultures. Ces cartes sont générées à partir de données collectées par divers moyens technologiques, tels que des drones, des satellites, des systèmes d'information géographique (SIG) et des capteurs portables.

Une fois que les données sont recueillies, elles sont traitées pour produire des cartes qui illustrent des éléments essentiels tels que la composition du sol, l'humidité, la densité végétale et d'autres paramètres importants. Ces cartes offrent aux agriculteurs une vision approfondie de leurs champs, leur permettant de prendre des décisions plus éclairées en matière de gestion agricole.

Par exemple, les agriculteurs peuvent utiliser les cartes de variabilité de la teneur en nutriments du sol pour ajuster précisément l'application d'engrais, ou les cartes de densité de végétation pour optimiser l'application de pesticides.

En résumé, le mapping dans l'agriculture de précision est une étape essentielle qui permet aux agriculteurs de tirer le meilleur parti de leurs terres, en optimisant les intrants tout en réduisant les coûts et en minimisant l'impact environnemental.

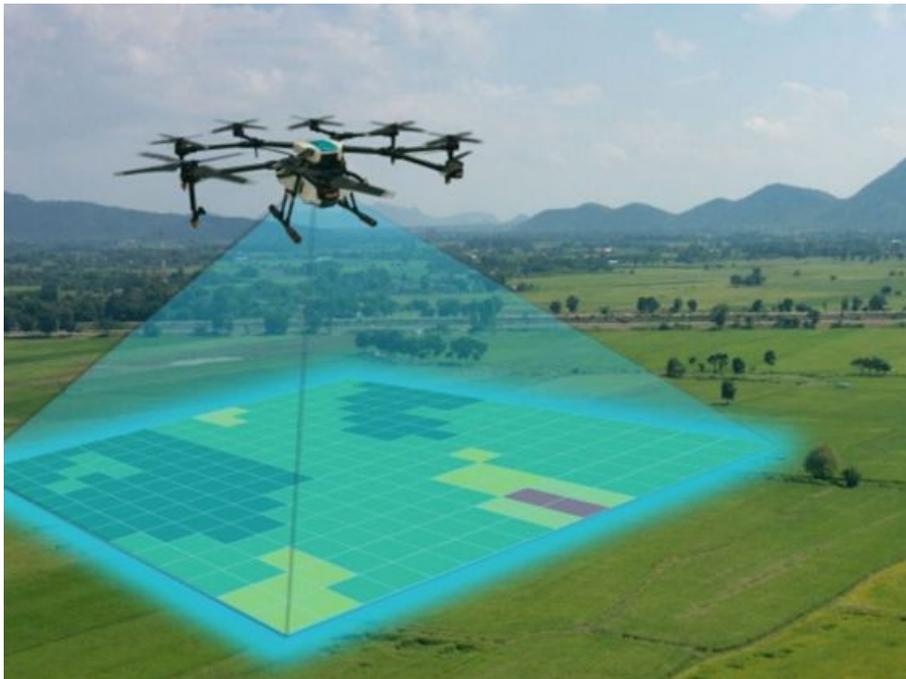


FIGURE I.2 – Mapping

### I.3.3 Spraying

Dans le domaine de l'agriculture de précision, le "spraying" est une étape cruciale pour optimiser la santé et le rendement des cultures. Traditionnellement, cette méthode implique l'utilisation de machines terrestres pour appliquer des produits agricoles sur les champs. Cependant, l'émergence de la technologie des drones a introduit une nouvelle approche appelée "drone spraying", qui révolutionne la façon dont les produits sont appliqués sur les cultures.

Le drone spraying utilise des drones équipés de réservoirs de pulvérisation et de systèmes de navigation avancés pour pulvériser de manière précise et ciblée des produits sur les cultures. Cette méthode offre plusieurs avantages par rapport à la pulvérisation traditionnelle, notamment une couverture plus uniforme des champs, une réduction de la quantité de produits utilisés et une diminution des impacts environnementaux.

En combinant la précision des données cartographiques générées par la technologie de l'agriculture de précision avec les capacités des drones, le drone spraying permet aux agriculteurs de maximiser les rendements tout en minimisant les coûts et les impacts sur l'environnement.



FIGURE I.3 – Spraying

En conclusion, les UAV sont des alliés indispensables pour les agriculteurs, fournissant des données précises en temps réel pour des décisions éclairées, permettant ainsi d'optimiser les rendements et de réduire l'impact environnemental de manière significative.

## I.4 Classification des drones

Divers types de drones sont disponibles, classés en fonction de plusieurs critères distincts :

### I.4.1 Classification selon la taille :

- **Micros drones** : Les micro-drones ne sont pas nécessairement de taille micrométrique, mais ils sont plutôt caractérisés par des dimensions allant de quelques centimètres à quelques dizaines de centimètres. Ces drones ont généralement une capacité de charge réduite et peuvent subir une dégradation des performances de vol en présence de vent.
- **Minis drones (MAV)** : Ce sont des drones de petite taille et légers, pesant quelques kilogrammes et ayant une envergure atteignant jusqu'à 1,2 mètre.



FIGURE I.4 – Micros drones



FIGURE I.5 – Minis drones

- **Les drones MALE** : sont des appareils volants qui opèrent à des altitudes moyennes et offrent une autonomie étendue. Ils ont la capacité de transporter des armes, ce qui les rend de taille similaire à celle des avions conventionnels.
- **Les drones Hale** : Il s'agit de drones volant à haute altitude, offrant une grande autonomie et envergure. Ces drones sont largement utilisés dans le domaine des communications.



FIGURE I.6 – drone MALE



FIGURE I.7 – drone Hale

## I.4.2 Classification basée sur le système de propulsion :

### – Voilures fixes :

Ce type de drone se compose d'une paire d'ailes et d'un fuselage et d'un empennage et d'un ensemble d'hélices. Ces configurations confèrent au véhicule une autonomie accrue. Cependant, l'inconvénient est qu'il nécessite des pistes pour le décollage et l'atterrissage, ce qui exclut la possibilité de vol stationnaire.



FIGURE I.8 – Drone à voilure fixe

### – Drones à ailes battantes ou ornithoptères :

Les mouvements des ailes garantissent la direction et le contrôle de ce modèle de drone. Sa manière de tracer les trajectoires ressemble à celle observée chez les insectes ou les colibris. Ces battements aident à maintenir le vol stationnaire et facilitent l'exécution de missions en environnements intérieurs ou restreints.

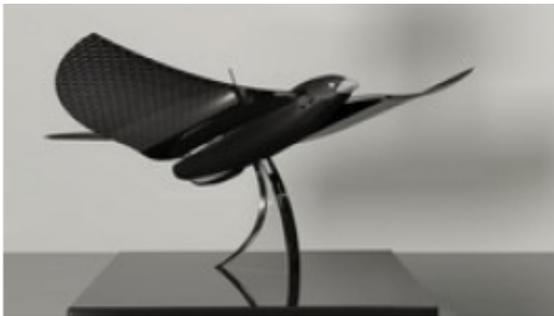


FIGURE I.9 – Drones à ailes battantes

### – Drone à voilure tournante ou VTOL :

Les drones de ce type sont conçus pour des opérations sans nécessité de piste, car ils sont capables de décoller, voler et atterrir verticalement. Leur fonctionnement repose sur des ailes rotatives qui leur permettent de maintenir une position stationnaire en vol. De manière générale, ces engins sont idéaux pour des missions qui ne peuvent pas être exécutées par des aéronefs à voilure fixe, telles que la surveillance.

Les drones à voilure tournante peuvent être classés en fonction du nombre de rotors[10]

- **Le mono rotor** : est constitué d'un rotor principal accompagné d'une barre stabilisatrice, assurant à la fois la portance et la propulsion.
- **Les birotors** : sont constitués de deux rotors tournant en sens opposés à une vitesse identique, assurant à la fois la portance et la translation.
- **Tri-rotor** : Les drones à trois rotors sont composés principalement de deux rotors placés aux extrémités de l'axe qui tournent dans des sens opposés, et d'un rotor de queue placé à l'arrière avec une orientation réglable [10].



FIGURE I.10 – Drones à voilure tournante

## I.5 Quadri rotors :

Le quadri-rotor est un drone miniature avec six degrés de liberté, trois degrés pour la translation et le reste pour la rotation. Il possède quatre moteurs généralement placés aux extrémités d'une croix, et des capteurs inertiels, ces derniers se situent au centre de masse du véhicule[15]. Pour éviter que l'appareil ne pivote sur lui-même, il est essentiel que chaque paire de moteurs adjacents tourne dans des directions opposées. De plus, pour déplacer le drone, il est nécessaire de varier les couples de moteurs en fonction du mouvement désiré.



FIGURE I.11 – Drone quadri-rotors

### I.5.1 Le mode de fonctionnement d'un quadrirotor

Un quadrirotor se compose de quatre rotors à pas fixe disposés aux extrémités d'une structure rigide, prenant différentes formes telles que la croix, le plus et le H. L'étude de cet engin est simplifiée et offre des avantages supérieurs par rapport à d'autres configurations, grâce à la symétrie de ses bras et des pales de dimensions uniformes. De plus, les pales peuvent être enveloppées dans une carène, assurant ainsi une utilisation plus sûre dans des espaces restreints par rapport aux hélicoptères standard dont les pales non protégées peuvent représenter un risque. La portance, qui est la somme des poussées générées par les quatre rotors, permet la sustentation (vol) du véhicule. Les deux rotors situés l'un en face de l'autre tournent dans un sens opposé à celui des deux autres rotors [15].

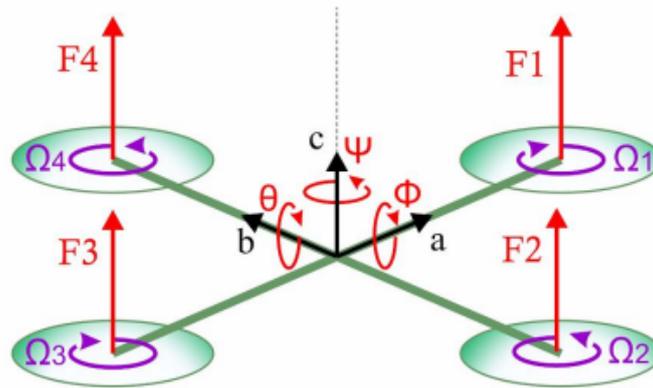


FIGURE I.12 – Mouvement d'un quadrirotor

### I.5.2 Les mouvements du quadrirotor :

Le quadri-rotor se compose de 4 rotors, les rotors droit et gauche (1 et 3) tournent dans le sens des aiguilles d'une montre, tandis que les autres rotors avant et arrière (2 et 4) tournent dans le sens inverse. Cette configuration permet de neutraliser le mouvement du drone[5]

#### I.5.2.1 Mouvements de rotation :

La définition de notre repère (X, Y, Z) permet de définir nos trois mouvements :

- **Mouvement de roulis** : En générant un couple autour de l'axe X, ce qui implique une disparité de poussée entre deux rotors tournant dans la même direction. Ce mouvement est couplé avec un déplacement de translation selon l'axe Y.

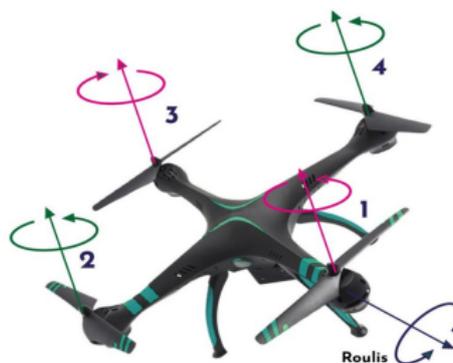


FIGURE I.13 – Mouvement de roulis

- **Mouvement de tangage** : On génère un couple autour de l'axe Y, ce qui implique une variation de poussée entre les deux autres rotors tournant dans le sens opposé à celui des moteurs responsables du roulis. Ce mouvement est lié à un déplacement de translation selon l'axe X.



FIGURE I.14 – Mouvement de tangage

- **Mouvement de lacet** : Pour effectuer une rotation vers la droite ou la gauche, il est nécessaire de créer un couple autour de l'axe Z. Cela implique d'augmenter la vitesse de rotation des moteurs tournant dans le même sens et de diminuer la vitesse de rotation des autres moteurs (tournant dans le sens opposé), tout en ajustant la vitesse réduite avec celle augmentée afin de maintenir la force de portance constante.



FIGURE I.15 – Mouvement de lacet

### I.5.2.2 Mouvement vertical :

Le mouvement vertical : il est dicté par la portance qui s'oppose à la gravité, le long du même axe Z, et est assuré lorsque les vitesses des quatre rotors sont égales. Si la vitesse d'un rotor diffère des autres, le véhicule risque de se renverser. Ainsi, le mouvement ascendant ou descendant est obtenu en modifiant la vitesse de rotation des moteurs : lorsque la force de portance dépasse le poids du quadrirotor, le mouvement est ascendant, tandis que s'il est inférieur, le mouvement est descendant.



FIGURE I.16 – Mouvement vertical

**I.5.2.3 Mouvement de translation :**

Ce mouvement est également connu sous le nom de mouvement longitudinal ou latéral. Une force est appliquée le long des axes x ou y par une rotation du corps (soit en tangage, soit en roulis), en augmentant toute poussée générée pour garantir que la portance soit supérieure ou égale à la force de gravité.

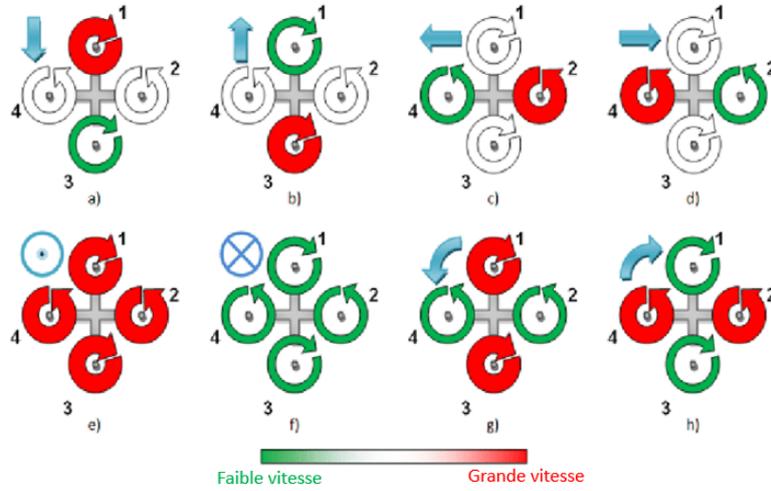


FIGURE I.17 – : Illustration des mouvements

**I.6 Les effets aérodynamiques agissants sur le quadricopteur :**

Une fois que le drone est en mouvement, sa dynamique est influencée par des forces et des moments spécifiques :

**I.6.1 Les forces :**

Les forces qui influent sur le Quadricopteur sont :

**a. La force de le Poids :**

Cette force découle de la masse de l’objet et agit perpendiculairement à la surface terrestre. Elle est donnée par cette relation :

$$P = m \cdot g \tag{I.1}$$

avec : m représente la masse totale du véhicule et g est la constante d’accélération due à la pesanteur.

**b. La force de poussée :**

Ces forces découlent de la rotation des moteurs, elles sont perpendiculaires ou orthogonales au plan de l’hélice, et leur magnitude est proportionnelle au carré de la vitesse de rotation du moteur.

$$F_i = b \cdot \omega_i^2 \tag{I.2}$$

avec i = 1,4 et b est le coefficient aerodynamique dépend à la fois de la forme des pales et des conditions environnementales dans lesquelles se trouve le véhicule.

**c. La force de traînée :**

La traînée représente la résistance qui s’oppose au déplacement du drone, alignée avec les courants d’air du vent. Cette résistance génère un couple de traînée. Dans ce système, nous avons deux forces de traînée :

1. **La traînée dans les hélices** : Elle influe sur les pales selon la relation suivante :

$$T_h = d \cdot w_i^2 \quad (I.3)$$

avec  $d$  : le coefficient de drag, il dépend de la conception de l'hélice.

2. **La traînée selon les axes (x,y,z)** : Elle résulte du mouvement du corps du quadrirotor

$$F_t = K_{ft}V \quad (I.4)$$

avec :  $K_{ft}$  représentant le coefficient de la force de traînée en translation et  $V$  la vitesse linéaire.

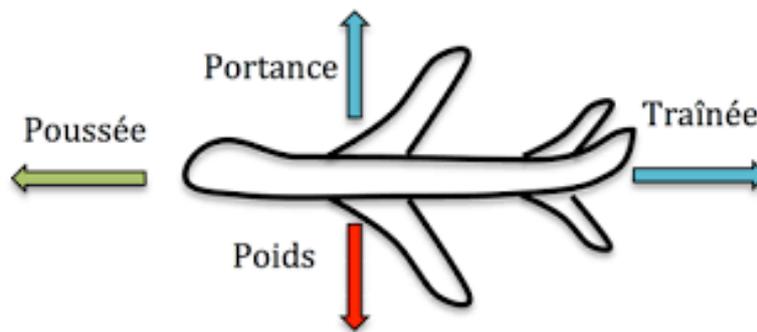


FIGURE I.18 – Illustration des principales forces.

## I.6.2 Les moments :

Les moments appliqués au quadrirotor sont causés par des forces de poussée, de traînée et des effets gyroscopiques.

### a. Moments dus aux forces de poussée :

**Lors d'une rotation autour de l'axe x** : il est attribué au moment généré par la disparité entre les forces de poussée des rotors tournant dans le sens antihoraire. Ce moment est exprimé par la relation suivante :

$$M_x = l(F_4 - F_2) = lb(w_4^2 - w_2^2) \quad (I.5)$$

avec :  $l$  représente la distance entre le centre de masse du quadrirotor et l'axe de rotation du rotor.

**Lors d'une rotation autour de l'axe y** : il est attribué au moment généré par la disparité entre les forces de poussée des rotors tournant dans le sens horaire. Ce moment est exprimé par la relation suivante :

$$M_y = l(F_3 - F_1) = lb(w_3^2 - w_1^2) \quad (I.6)$$

avec :  $l$  représente la distance entre le centre de masse du quadrirotor et l'axe de rotation du rotor.

### b. Moments dus aux forces de traînée :

**Lors d'une rotation autour de l'axe z** : Cela est causé par les couples de traînée engendrés par chaque hélice. Ce moment est exprimé par la relation suivante :

$$M_z = d(-w_1^2 + w_2^2 - w_3^2 + w_4^2) \quad (I.7)$$

**Moment résultant des frottements aérodynamiques :** Il s'agit du moment résultant des forces de frottement aérodynamique, déterminé par :

$$M_a = K_{fa}\Omega^2 \quad (\text{I.8})$$

avec :  $K_{fa}$  : représente le coefficient des frottements aérodynamiques et  $\Omega$  : la vitesse angulaire.

c. **Moments dus aux effets gyroscopiques :**

bMoment gyroscopique des hélices : donné par cette relation

$$M_{gh} = \sum_{i=1}^4 \Omega \wedge J_r [ 0 \quad 0 \quad (-1)^{i+1}w_i ]^T \quad (\text{I.9})$$

avec :  $J_r$  l'inertie des rotors.

**Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor :** donné par cette relation

$$M_{gm} = \Omega \wedge J \quad (\text{I.10})$$



FIGURE I.19 – L'effet gyroscopique

## I.7 La modélisation dynamique du quadrirotor :

Pour s’assurer que les simulations du comportement du véhicule sont les plus proches que possible de la réalité lorsque la commande est appliquée, on doit comprendre profondément les mouvements de l’avion, sa dynamique et par conséquent ses équations dynamiques [8].

La dynamique du quadri-rotor se subdivise en deux aspects distincts : la dynamique du corps rigide et la dynamique des hélices et des moteurs. La dynamique du corps rigide est caractérisée par les équations d’Euler, décrivant la rotation d’un corps rigide autour de ses axes principaux d’inertie. Ces équations intègrent les forces et les moments qui agissent sur le corps rigide, incluant la gravité, les forces aérodynamiques et celles générées par les moteurs.

La dynamique des hélices et des moteurs est expliquée à l’aide des équations de la mécanique des fluides et des équations électromécaniques. Ces équations considèrent les caractéristiques aérodynamiques des hélices, les pertes de charge dans les conduites d’air, ainsi que la réaction électromécanique des moteurs.

En fusionnant ces deux modèles, une représentation dynamique exhaustive du quadri-rotor peut être élaborée. Cette représentation permet de anticiper le mouvement du quadri-rotor en réaction aux commandes de contrôle, telles que la vitesse de rotation des hélices. De plus, elle facilite la conception d’algorithmes de contrôle pour le quadri-rotor, tels que les algorithmes PID, qui ajustent les commandes de contrôle en fonction de la réponse du système.

### I.7.1 Angles d’Euler

Initialement, le repère mobile est aligné avec le repère fixe. ensuite, le repère mobile effectue une rotation autour de l’axe X appelée roulis  $\varphi$ , d’un angle compris entre  $(-\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2})$

Ceci est suivi d’une rotation autour de l’axe Y, appelée tangage  $\theta$ , d’un angle compris entre  $(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2})$ .

Enfin, il y a une rotation autour de l’axe Z, appelée lacet  $\psi$ , d’un angle compris entre  $(-\pi < \psi < \pi)$ .

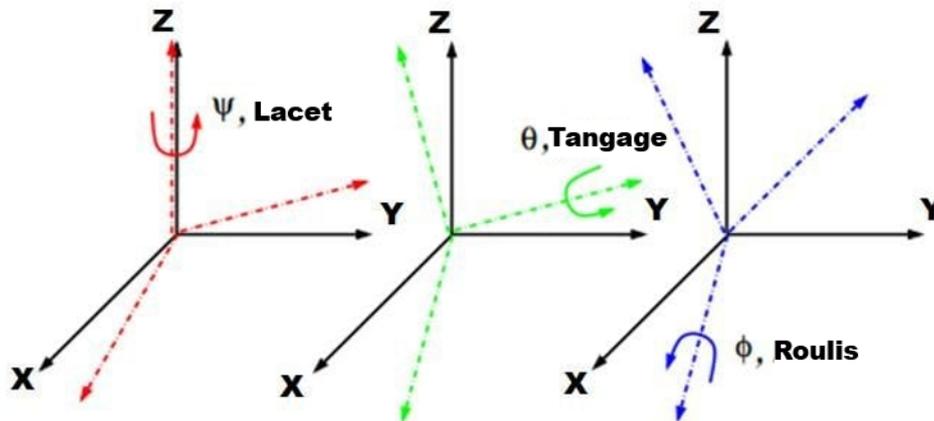


FIGURE I.20 – Les angles d’Euler

$$R = \text{Rot}_z \psi \times \text{Rot}_y \theta \times \text{Rot}_x \phi = \begin{bmatrix} c\psi & -s\psi & 0 \\ s\psi & c\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} c\theta & 0 & s\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s\theta & 0 & c\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & s\phi & c\phi \end{bmatrix} \quad (\text{I.11})$$

$$R = \begin{bmatrix} c\psi c\theta & s\psi c\theta c\phi - s\psi s\phi & c\psi s\theta c\phi + s\psi s\phi \\ s\psi c\theta & s\psi s\theta c\phi + c\psi c\theta & s\psi s\theta s\phi - c\psi s\phi \\ -s\theta & s\phi c\theta & c\phi c\theta \end{bmatrix} \quad (\text{I.12})$$

Avec :  $c = \cos$ , et  $s = \sin$

### I.7.2 Les vitesses Angulaires

Les vitesses de rotation  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$  dans le repère fixe sont exprimées en termes des vitesses de rotation  $\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$  dans le repère mobile, comme suit :

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \text{Rot}_x(\phi)^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} \\ 0 \end{bmatrix} + (\text{Rot}_y(\theta) \text{Rot}_x(\phi))^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \quad (\text{I.13})$$

la rotation en roulis se produit lorsque les repères sont alignés. Pour le tangage, le vecteur de rotation doit être exprimé dans le repère fixe en le multipliant par l'inverse de la matrice de rotation  $\text{Rot}_x(\phi)^{-1}$ . De même, le vecteur de rotation en lacet doit être exprimé dans le repère fixe, qui a déjà subi deux rotations. Cette approche permet d'obtenir

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta} c\phi \\ -\dot{\theta} s\phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\dot{\psi} s\theta \\ \dot{\psi} s\phi c\theta \\ \dot{\psi} c\phi c\theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{\phi} - \dot{\psi} s\theta \\ \dot{\theta} c\phi + \dot{\psi} s\phi c\theta \\ \dot{\psi} c\phi c\theta - \dot{\theta} s\phi \end{bmatrix}$$

$$\Omega = \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -s\theta \\ 0 & c\phi & s\phi c\theta \\ 0 & -s\phi & c\phi c\theta \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix}$$

Donc :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & s\phi \tan \theta & c\phi \tan \theta \\ 0 & c\phi & -s\phi \\ 0 & \frac{s\phi}{c\theta} & \frac{c\phi}{c\theta} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{bmatrix} \quad (\text{I.14})$$

Lorsque le quadrirotor effectue de petites rotations, les approximations suivantes peuvent être utilisées :

$$c\phi = c\theta = c\psi = 1, \quad s\phi = s\theta = s\psi = 0, \quad \tan \phi = \tan \theta = \tan \psi = 0$$

Ainsi, la vitesse angulaire sera :

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} = [ \Omega_x \quad \Omega_y \quad \Omega_z ]^T$$

### I.7.3 Les Vitesses linéaires :

Les vitesses linéaires  $V_x^b, V_y^b, V_z^b$  dans le repère fixe en fonction des vitesses linéaires  $V_x^m, V_y^m, V_z^m$  dans le repère mobile sont exprimées par :

$$V = \begin{bmatrix} V_x^b \\ V_y^b \\ V_z^b \end{bmatrix} = R \times \begin{bmatrix} V_x^m \\ V_y^m \\ V_z^m \end{bmatrix}$$

### I.7.4 Élaboration du modèle mathématiques selon Newton-Euler :

Après avoir détaillé toutes les forces et les différents moments agissant sur le système, nous sommes maintenant en mesure de développer les équations dynamiques du système en utilisant le formalisme de Newton-Euler, Le système peut être représenté sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{\xi} = V \\ m\ddot{\xi} = F_f + F_g \\ \dot{R} = RS(\Omega) \\ J\dot{\Omega} = -\Omega \wedge J\Omega + M_f - M_{gh} \end{cases}$$

avec :

$\xi$  : Il s'agit du vecteur de position du quadrirotor

$m$  : La somme totale des masses du quadrirotor.

$\Omega$  : La vitesse angulaire exprimée dans le repère fixe.

$R$  : La matrice de rotation

$\wedge$  : Le produit vectoriel

$J$  : la matrice d'inertie de dimension (3x3) supposée diagonale et symétrique

$$\begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix}$$

$S(\Omega)$  : est la matrice antisymétrique pour un vecteur de vitesse angulaire elle est définie comme suit :

$$Sk(\Omega) = \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$F_f$  : La force totale générée par les quatre rotors est exprimée comme suit :

$$F_f = R \times \left[ 0 \quad 0 \quad \sum_{i=1}^4 F_i \right]^T$$

$$F_i = b\omega_i^2$$

$F_g$  : la force de gravité est exprimée comme suit :

$$F_g = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{bmatrix}$$

$M_f$  : Le moment induit par les forces de poussée et de traînée. .

$$M_f = \begin{bmatrix} l(F_4 - F_2) \\ l(F_3 - F_1) \\ d(-\omega_1^2 + \omega_2^2 - \omega_3^2 + \omega_4^2) \end{bmatrix} \quad (\text{I.15})$$

## I.7.5 Équations de mouvement de translation

En utilisant le formalisme de Newton, nous obtenons :

$$m\ddot{\xi} = F_f + F_g + F_t \quad (\text{I.16})$$

En substituant chaque force par sa formule respective, nous obtenons :

$$m \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi \\ c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi \\ c\phi c\theta \end{bmatrix} \sum_{i=1}^4 F_i - \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{ftx}\dot{x} \\ K_{fity}\dot{y} \\ K_{ftz}\dot{z} \end{bmatrix} \quad (\text{I.17})$$

On obtient les équations différentielles du mouvement de translation :

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{K_{ftx}}{m}\dot{x} + \frac{1}{m}(c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi)U_1 \\ \ddot{y} = -\frac{K_{fity}}{m}\dot{y} + \frac{1}{m}(c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi)U_1 \\ \ddot{z} = -g - \frac{K_{ftz}}{m}\dot{z} + \frac{1}{m}(c\phi c\theta)U_1 \end{cases} \quad (\text{I.18})$$

Avec :  $U_1 = b(\omega_1^2 + \omega_2^2 + \omega_3^2 + \omega_4^2)$

### I.7.6 Equation de mouvement de rotation

On a :

$$J\dot{\Omega} = -M_{gm} - M_{gh} + M_f - M_a$$

En substituant chaque moment par sa formule respective, nous obtenons :

$$\begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \wedge \left( \begin{bmatrix} J_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & J_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & J_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} \right) - \begin{bmatrix} J_r g(u) \dot{\theta} \\ -J_r g(u) \dot{\phi} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{fax} \dot{\phi}^2 \\ K_{fay} \dot{\theta}^2 \\ K_{faz} \dot{\psi}^2 \end{bmatrix}$$

Les équations différentielles pour le mouvement de rotation sont dérivées de la manière suivante :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r g(u)}{J_{xx}} \dot{\theta} + \frac{U_2}{J_{xx}} - \frac{K_{fax}}{J_{xx}} \dot{\phi}^2 \\ \ddot{\theta} = \frac{J_{xx} - J_{zz}}{J_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{J_r g(u)}{J_{yy}} \dot{\phi} + \frac{U_3}{J_{yy}} - \frac{K_{fay}}{J_{yy}} \dot{\theta}^2 \\ \ddot{\psi} = \frac{J_{xx} - J_{yy}}{J_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} + \frac{U_4}{J_{zz}} - \frac{K_{faz}}{J_{zz}} \dot{\psi}^2 \end{cases} \quad (I.19)$$

Avec :

$$\begin{aligned} g(u) &= \omega_1 - \omega_2 + \omega_3 - \omega_4 \\ U_2 &= lb(\omega_4^2 - \omega_2^2) \\ U_3 &= lb(\omega_3^2 - \omega_1^2) \\ U_4 &= d(\omega_1^2 - \omega_2^2 + \omega_3^2 - \omega_4^2) \end{aligned}$$

Ainsi, le modèle dynamique complet régissant le quadricoptère est le suivant :

$$\begin{cases} \ddot{\phi} = \frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \dot{\theta} \dot{\psi} - \frac{J_r g(u)}{J_{xx}} \dot{\theta} - \frac{K_{fax}}{J_{xx}} \dot{\phi}^2 + \frac{U_2}{J_{xx}} \\ \ddot{\theta} = \frac{J_{xx} - J_{zz}}{J_{yy}} \dot{\phi} \dot{\psi} + \frac{J_r g(u)}{J_{yy}} \dot{\phi} - \frac{K_{fay}}{J_{yy}} \dot{\theta}^2 + \frac{U_3}{J_{yy}} \\ \ddot{\psi} = \frac{J_{xx} - J_{yy}}{J_{zz}} \dot{\phi} \dot{\theta} - \frac{K_{faz}}{J_{zz}} \dot{\psi}^2 + \frac{U_4}{J_{zz}} \\ \ddot{x} = -\frac{K_{ftx}}{m} \dot{x} + \frac{1}{m} U_x U_1 \\ \ddot{y} = -\frac{K_{fty}}{m} \dot{y} + \frac{1}{m} U_y U_1 \\ \ddot{z} = -\frac{K_{ftz}}{m} \dot{z} - g + \frac{c\phi c\theta}{m} U_1 \end{cases} \quad (I.20)$$

Avec :

$$\begin{cases} U_x = (c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi) \\ U_y = (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \end{cases} \quad (I.21)$$

Notons que  $U_1$   $U_2$   $U_3$   $U_4$  sont les entrées de commande de translation selon les axes  $x$ ,  $y$ ,  $z$  et la rotation selon le lacet du système et qui s'écrivent en fonction des vitesses angulaires des quatre rotors comme suit [26] :

$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \\ U_3 \\ U_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \omega_1^2 \\ \omega_2^2 \\ \omega_3^2 \\ \omega_4^2 \end{bmatrix}$$

### I.7.7 La dynamique des rotors

En général, les moteurs à courant continu sont les plus couramment utilisés dans les quadrirotors, bénéficiant d'un modèle bien établi. Le rotor peut être défini comme un ensemble d'éléments composé d'un moteur à courant continu qui entraîne une hélice via un réducteur.

Le rotor a une dynamique approximée à celle d'un moteur à courant continu, cette dynamique est définie par l'équation différentielle suivante [30] :

$$J_r \dot{w}_i = \tau_i - Q_i \quad i \in \{1, 2, 3, 4\} \quad (\text{I.22})$$

Avec :

$\tau_i$  le couple d'entrée et  $Q_i = dw_i^2$  le couple résistant généré par le rotor  $i$ .

Pour le contrôle du quadri-rotor, une boucle de régulation de vitesse est souvent requise. Il est nécessaire tout d'abord de déterminer les vitesses désirées de chaque rotor  $w_{d,i}$  correspondant aux valeurs de commande fournies par le contrôleur, qui sont en réalité les couples de rotor. On peut calculer ces vitesses de la manière suivante :

$$\varpi_d = M^{-1}U \quad (\text{I.23})$$

Avec :

$\varpi_d = (w_{d,1}^2, w_{d,2}^2, w_{d,3}^2, w_{d,4}^2)$ ,  $U = (U_1, U_2, U_3, U_4)$  et  $M$  est une matrice non singulière

$$M = \begin{pmatrix} b & b & b & b \\ 0 & -lb & 0 & lb \\ -lb & 0 & lb & 0 \\ d & -d & d & -d \end{pmatrix} \quad (\text{I.24})$$

$$\begin{aligned} \omega_{1d} &= \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} - \frac{U_3}{2lb} - \frac{U_4}{4d} \right|} \\ \omega_{2d} &= \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} - \frac{U_2}{2lb} + \frac{U_4}{4d} \right|} \\ \omega_{3d} &= \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} + \frac{U_3}{2lb} - \frac{U_4}{4d} \right|} \\ \omega_{4d} &= \sqrt{\left| \frac{U_1}{4b} + \frac{U_2}{2lb} + \frac{U_4}{4d} \right|} \end{aligned} \quad (\text{I.25})$$

### I.7.8 Représentation d'état du système

Pour un même système physique, nous pouvons avoir une multitude de représentations d'état, dans notre étude nous choisissons le vecteur d'état suivant [18] :

$$\begin{aligned} X &= [\phi \ \dot{\phi} \ \theta \ \dot{\theta} \ \psi \ \dot{\psi} \ x \ \dot{x} \ y \ \dot{y} \ z \ \dot{z}]^T \\ &= [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12}]^T \end{aligned}$$

Cela nécessite la représentation d'état suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_1(x) + g_1(x)U_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = f_2(x) + g_2(x)U_3 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = f_3(x) + g_3(x)U_4 \\ \dot{x}_7 = x_8 \\ \dot{x}_8 = f_4(x) + g_4(x)U_x U_1 \\ \dot{x}_9 = x_{10} \\ \dot{x}_{10} = f_5(x) + g_5(x)U_y U_1 \\ \dot{x}_{11} = x_{12} \\ \dot{x}_{12} = f_6(x) + g_6(x)U_1 \end{array} \right.$$

avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} f_1(x) = \frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} x_4 x_6 - \frac{J_r g(u)}{J_{xx}} x_4 - \frac{K_{f_{ax}}}{J_{xx}} x_2^2 \\ g_1(x) = \frac{1}{J_{xx}} \\ f_2(x) = \frac{J_{zz} - J_{xx}}{J_{yy}} x_2 x_6 + \frac{J_r g(u)}{J_{yy}} x_2 - \frac{K_{f_{ay}}}{J_{yy}} x_4^2 \\ g_2(x) = \frac{1}{J_{yy}} \\ f_3(x) = \frac{J_{xx} - J_{yy}}{J_{zz}} x_2 x_4 - \frac{K_{f_{az}}}{J_{zz}} x_6^2 \\ g_3(x) = \frac{1}{J_{zz}} \\ f_4(x) = -\frac{K_{f_{tx}}}{m} x_8 \\ g_4(x) = \frac{1}{m} \\ f_5(x) = -\frac{K_{f_{ty}}}{m} x_{10} \\ g_5(x) = \frac{1}{m} \\ f_6(x) = -\frac{K_{f_{tz}}}{m} x_{12} - g \\ g_6(x) = \frac{\cos \phi \cos \theta}{m} \end{array} \right.$$

## I.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons réalisé une revue de l'état actuel des aéronefs et des quadrirotors. Nous avons également réalisé un bilan des mouvements d'un quadrirotor, ainsi que des forces et des moments qui influent sur l'engin, et élaboré le modèle dynamique et sa représentation d'état en utilisant la formalisation de Newton-Euler. Selon notre conclusion, le quadri-rotor est un système non linéaire sous-actionné, ce qui signifie que nous n'avons que quatre commandes et six degrés de liberté. Cela nécessite des techniques de commande qui seront détaillées dans le chapitre suivant.

# Chapitre II

## Commande par PID

### Sommaire

---

<b>II.1 Introduction :</b> . . . . .	<b>34</b>
<b>II.2 Récapitulatif d'un contrôleur PID</b> . . . . .	<b>34</b>
<b>II.3 Liaisons non holonomes :</b> . . . . .	<b>36</b>
<b>II.4 Algorithme de contrôle :</b> . . . . .	<b>37</b>
<b>II.5 Simulation sous Matlab</b> . . . . .	<b>39</b>
<b>II.6 Résultats et interprétations (Step-source :)</b> . . . . .	<b>41</b>
II.6.1 Résultats sans perturbation : . . . . .	41
II.6.2 Résultats avec perturbation : . . . . .	43
<b>II.7 Résultats et interprétations (sinusoïdal-source :)</b> . . . . .	<b>47</b>
II.7.1 Résultats sans perturbation : . . . . .	47
II.7.2 Résultats avec perturbation : . . . . .	49
<b>II.8 Conclusion</b> . . . . .	<b>53</b>

---

### Résumé

La synthèse des commandes pour réguler le drone est présentée dans ce chapitre. D'abord, nous exposons le rôle de la commande par PID, l'impact de chaque action, puis nous examinons l'application sur le système et l'interprétation des résultats obtenus.

## II.1 Introduction :

La régulation du contrôleur PID opère trois actions principales, l'action proportionnelle, l'action intégrale et l'action dérivée. Ces actions ont chacune leurs avantages et leurs inconvénients et leur action combinée permet d'avoir une certaine compensation des inconvénients tout en conservant les avantages et ainsi conduire à des performances intéressantes [4].

## II.2 Récapitulatif d'un contrôleur PID

L'algorithme de contrôle PID (proportionnel, intégral, dérivé) est employé dans de nombreux systèmes automatisés afin de contrôler une variable de sortie en réponse à une variable d'entrée. Effectivement, le contrôleur PID repose sur la rectification de l'erreur du système en boucle. L'erreur est définie comme la distinction entre la consigne (la valeur désirée) et la valeur réelle du système :

$$e = vald - valr$$

Selon le cahier des charges, les paramètres du correcteur doivent être choisis. Ce correcteur a trois actions en fonction de l'erreur :

- L'action proportionnelle : l'écart est amplifié par un facteur de gain K, ce qui favorise l'accélération de la réactivité du système.
- L'action intégrale : évolue en fonction de l'intégrale de l'erreur. Elle garantit la précision en éliminant l'erreur statique, bien qu'elle puisse entraîner un dépassement et un temps de réponse accrus.
- L'action dérivée : dépend de la dérivée de l'erreur. Elle favorise la stabilité tout en réduisant le dépassement et le temps de réponse.

En combinant ces trois éléments, le contrôleur PID peut ajuster la variable de sortie pour atteindre la référence tout en prévenant les oscillations et les instabilités.

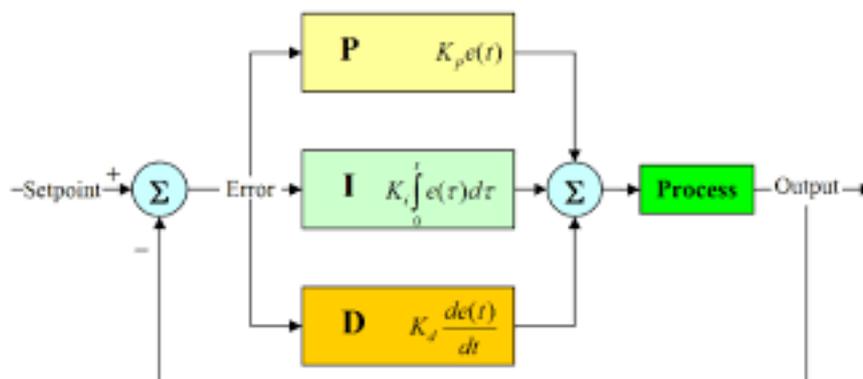


FIGURE II.1 – Structure du correcteur PID.

De la figure précédente, l'expression générale de ce correcteur peut être écrite de la manière suivante :

$$U(t) = K_p e(t) + K_I \int_0^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (\text{II.1})$$

Le quadrirotor est un système doté de six degrés de liberté (représentés par  $(\phi, \theta$  et  $\psi$  pour la rotation, et  $X, Y$  et  $Z$  pour la translation) avec quatre entrées pour contrôler ces sorties. Étant donné que le nombre d'entrées est inférieur au nombre de sorties, le quadrirotor est donc considéré comme un système sous-actionné.

Pour contrôler les six degrés de liberté (DDL), nous devons prendre en compte le couplage entre les entrées et les DDL, ainsi que entre les DDL eux-mêmes.

Ainsi, pour que le drone se déplace, il nécessite d'effectuer une légère rotation et de se diriger vers la position souhaitée. Généralement, le système est organisé en cascade de deux boucles :

La boucle interne : elle gère la régulation des angles de rotation.

La boucle externe : elle concerne la régulation des positions.

La boucle interne opère à une vitesse supérieure à celle de la boucle externe, ce qui rend plus facile et plus rapide pour un quadrirotor d'effectuer d'abord une rotation avant de se déplacer.

Alors, nous fournirons des valeurs définies pour les positions  $X, Y$  et  $Z$  ainsi que l'angle de lacet  $\psi$  comme entrées pour une trajectoire souhaitée. En utilisant ces données, nous devons déterminer les angles de roulis  $\phi$  et de tangage  $\theta$  désirés à travers le biais des liaisons non holonomes.

### II.3 Liaisons non holonomes :

Les liaisons non holonomes appelées aussi contraintes de sous actionnement sont des relations liants les deux angles  $\phi$  et  $\theta$  avec  $\psi$  et les composantes du vecteur d'accélération. Ces relations sont obtenues en manipulant les trois relations de translation du modèle dynamique [34]

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{1}{m}(c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi)U_1 \\ \ddot{y} = \frac{1}{m}(c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi)U_1 \\ \ddot{z} = \frac{1}{m}(c\phi c\theta)U_1 - g \end{cases} \quad (\text{II.2})$$

D'après les équations de  $\ddot{x}$  et  $\ddot{y}$  on a :

$$\begin{cases} \ddot{x}c\psi + \ddot{y}s\psi \implies c\phi s\theta = \frac{m}{U_1}(\ddot{x}c\psi + \ddot{y}s\psi) \\ \ddot{x}s\psi - \ddot{y}c\psi \implies s\phi = \frac{m}{U_1}(\ddot{x}s\psi - \ddot{y}c\psi) \end{cases} \quad (\text{II.3})$$

Or :

$$\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + (\ddot{z} + g)^2 = \frac{U_1^2}{m^2} \implies \frac{U_1}{m} = \frac{1}{\sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + (\ddot{z} + g)^2}} \quad (\text{II.4})$$

En remplaçant l'équation (II.4) dans (II.3) on obtient :

$$s\phi = \frac{m}{U_1}(\ddot{x}s\psi - \ddot{y}c\psi) \quad (\text{II.5})$$

On obtient :

$$\phi = \text{asin} \left( \frac{\ddot{x} \sin \psi - \ddot{y} \cos \psi}{\sqrt{\ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + (\ddot{z} + g)^2}} \right) \quad (\text{II.6})$$

Maintenant, à partir de l'équation de  $\ddot{z}$  on a :

$$\begin{aligned} \ddot{z} = \frac{1}{m}c\phi c\theta U_1 - g &\implies c\phi c\theta = \frac{m}{U_1}\ddot{z} + g \\ \frac{c\phi s\theta}{c\phi c\theta} = \frac{\frac{m}{U_1}(\ddot{x}c\psi + \ddot{y}s\psi)}{\frac{m}{U_1}\ddot{z} + g} \end{aligned}$$

On obtient :

$$\theta = \text{atan} \left( \frac{\ddot{x} \cos \psi + \ddot{y} \sin \psi}{\ddot{z} + g} \right) \quad (\text{II.7})$$

## II.4 Algorithme de contrôle :

L'algorithme de contrôle prend en entrée les références des trois positions  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  ainsi que l'angle  $\psi$ , ainsi que les données réelles fournies par les capteurs. Pour calculer la commande, il fait usage de diverses variables et constantes qui détaillent le comportement dynamique du quadrirotor. Le code de sortie de l'algorithme est responsable de calculer la tension requise, et donc le signal PWM, pour les quatre moteurs.

Le schéma ci-dessous illustre l'algorithme de contrôle :

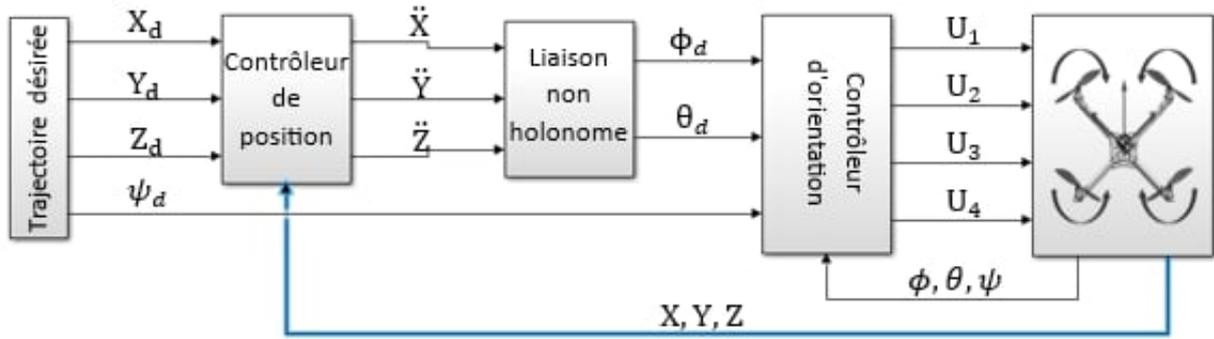


FIGURE II.2 – Algorithme de controle PID.

On compare les consignes établies aux valeurs réelles obtenues à partir des capteurs. Nos erreurs ont été identifiées de la manière suivante :

$$\begin{cases} e_x = x_d - x \\ e_y = y_d - y \\ e_z = z_d - z \\ e_\phi = \phi_d - \phi \\ e_\theta = \theta_d - \theta \\ e_\psi = \psi_d - \psi \end{cases} \quad (\text{II.8})$$

L'entrée des régulateurs PID est représentée par ces erreurs. Le système est configuré en cascade avec une boucle externe pour réguler les positions selon l'équation (II.9), où trois régulateurs PID sont déployés pour contrôler les axes X, Y et Z. En parallèle, une boucle interne plus rapide est établie pour réguler les angles de rotation, où trois autres régulateurs PID sont également utilisés pour  $\phi$ ,  $\theta$  et  $\psi$ .

$$\begin{cases} U_i = K_p e_i(t) + K_I \int_0^t e_i(\tau) d\tau + K_D \frac{de_i(t)}{dt} \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

La régulation des positions ainsi que de l'angle de lacet  $\psi_d$  permettra de déduire les valeurs de  $\phi_d$  et  $\theta_d$  à partir des contraintes non holonomes, afin de contrôler les angles de rotation et de déterminer les accélérations angulaires grâce à ces relations.

$$\begin{cases} U_\phi = K_p e_\phi(t) + K_I \int_0^t e_\phi(\tau) d\tau + K_D \frac{de_\phi(t)}{dt} \\ U_\theta = K_p e_\theta(t) + K_I \int_0^t e_\theta(\tau) d\tau + K_D \frac{de_\theta(t)}{dt} \\ U_\psi = K_p e_\psi(t) + K_I \int_0^t e_\psi(\tau) d\tau + K_D \frac{de_\psi(t)}{dt} \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

Selon les équations dynamiques de rotation du modèle, nous pouvons négliger les effets gyroscopiques, car leur impact dans notre contexte est moins significatif que celui du moteur, Cette simplification va faciliter l'expression du modèle. Pour obtenir les relations de la commande  $U_2$ ,  $U_3$  et  $U_4$ , nous multiplions les sorties du PID ( $\ddot{\phi}$ ,  $\ddot{\theta}$  et  $\ddot{\psi}$ ) par la matrice d'inertie [8]. Ces relations sont illustrées de la manière suivante :

$$\begin{cases} U_2 = \ddot{\phi} \times I_{xx} \\ U_3 = \ddot{\theta} \times I_{yy} \\ U_4 = \ddot{\psi} \times I_{zz} \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

Après avoir ajusté les positions pour obtenir  $\phi_d$  et  $\theta_d$ , ceux-ci sont régulés et combinés avec Z régulé pour calculer la commande  $U_1$  selon la formule suivante :

$$U_1 = \frac{m(\ddot{z} + g)}{\cos \phi + \cos \theta} \quad (\text{II.12})$$

Après avoir calculé les vitesses angulaires désirées pour les quatre moteurs, il est nécessaire d'effectuer une régulation de la vitesse des moteurs à l'aide d'un régulateur PI. Ce sous-système compare la vitesse angulaire désirée avec la vitesse angulaire réelle, puis utilise l'erreur résultante comme entrée pour le régulateur PI [12].

La fonction de transfert de premier ordre du moteur simplifié est représentée par :

$$H(s) = \frac{1}{1 + 0.025s} \quad (\text{II.13})$$

Une fois que les vitesses des quatre moteurs ont été ajustées par la régulation, elles seront utilisées pour générer les commandes  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  et  $U_4$ . Ces commandes auront un impact direct sur le modèle du quadrirotor.

## II.5 Simulation sous Matlab

Après avoir modélisé et défini les paramètres de notre système, nous avons effectué une simulation à l'aide du logiciel MATLAB Simulink. Voici le tableau des paramètres de ce système :

Nom	Paramètre	Valeur	Unité
masse totale du quadrirotor	m	0.486	kg
longueur du segment	l	0.25	m
gravité	g	9.806	$m \cdot s^{-2}$
inertie dans l'axe X	$I_{xx}$	$3.8278 \times 10^{-3}$	$kg \cdot m^2$
inertie dans l'axe Y	$I_{yy}$	$3.8288 \times 10^{-3}$	$kg \cdot m^2$
inertie dans l'axe Z	$I_{zz}$	$7.6566 \times 10^{-3}$	$kg \cdot m^2$
inertie du moteur	$J_r$	$2.8385 \times 10^{-5}$	$kg \cdot m^2$
constante du moteur	Tau	0.25	ms
coefficient de portance	b	$2.9842 \times 10^{-5}$	$N \cdot s^2$
coefficient de drag	d	$2.08 \times 10^{-5}$	$N \cdot m \cdot s^2$

TABLE II.1 – Paramètres du modèle du quadrirotor utilisé

Paramètre	La fonction	Amplitude	Fréquence	Biais
$k_{fax}$	sinus	$3 \times 10^{-4}$	1/20	$3 \times 10^{-4}$
$k_{fay}$	sinus	$3 \times 10^{-4}$	1/20	$3 \times 10^{-4}$
$k_{faz}$	sinus	$3.5 \times 10^{-4}$	1/20	$3.5 \times 10^{-4}$
$k_{ftx}$	sinus	$3 \times 10^{-4}$	1/20	$3 \times 10^{-4}$
$k_{fty}$	sinus	$3 \times 10^{-4}$	1/20	$3 \times 10^{-4}$
$k_{ftz}$	sinus	$3 \times 10^{-4}$	1/20	$3 \times 10^{-4}$

TABLE II.2 – les perturbation externes

Les deux tableaux que nous avons conçus se révèlent extrêmement utiles pour appréhender le fonctionnement de notre système. Le premier tableau expose les paramètres de notre système, ce qui facilite l'identification des variables clés susceptibles d'influencer nos résultats. Le deuxième tableau expose les éventuelles perturbations pouvant impacter notre système, ce qui permet d'anticiper et de résoudre les problèmes éventuels. En fusionnant ces deux tableaux, nous serons en mesure d'obtenir une vision globale de notre système et de prendre des décisions éclairées afin de l'améliorer.

La figure suivante illustre le schéma global de la simulation :

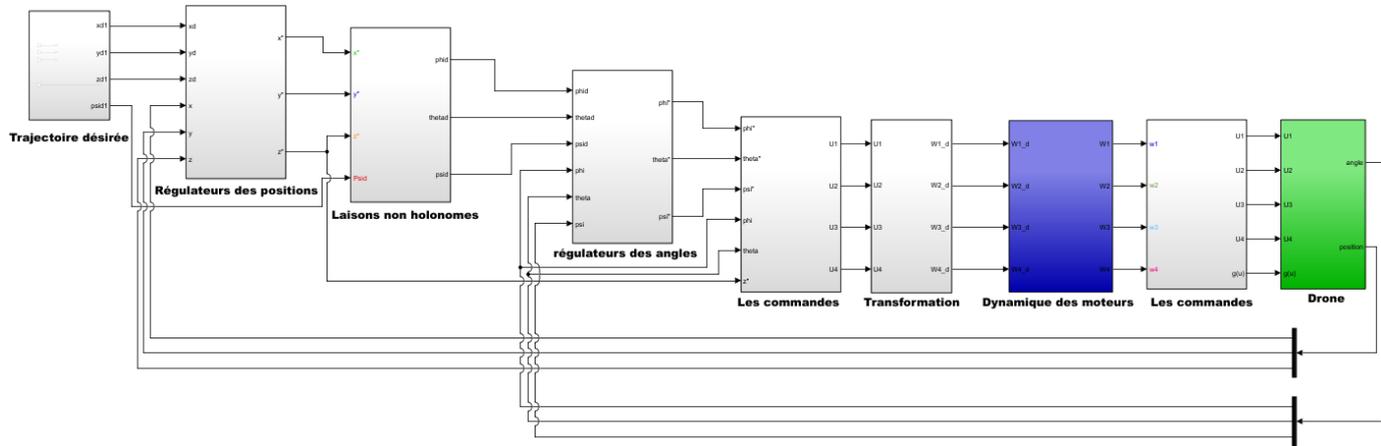


FIGURE II.3 – Simulink de la commande du quadrirotor par PID

Le premier bloc dans Simulink est dédié à la génération de trajectoire souhaitée, où nous spécifions les consignes pour les trois positions X, Y et Z, ainsi que l’angle de lacet  $\psi$ .

Le deuxième bloc est composé de trois régulateurs PID qui permettent de contrôler les trois positions X, Y et Z.

Dans le bloc suivant, on retrouve les deux relations des liaisons non holonomes définies par les équations (II.6) et (II.7) afin de déterminer  $\phi$  et  $\theta$  désirées.

Une fois que nous avons obtenu nos trois angles désirés, ces derniers seront contrôlés par trois PID basés sur l’équation (II.10), située dans le quatrième bloc.

On utilise la sortie de ce bloc (accélérations angulaires) afin de calculer les commandes  $U_1, U_2, U_3$  et  $U_4$  correspondant aux équations (II.11) et (II.12).

Les commandes calculées nous permettront d’effectuer une transformation à l’aide des équations (I.25) pour déterminer les vitesses angulaires désirées, afin de prendre en compte la dynamique des moteurs.

La septième étape du schéma Simulink assure la régulation du moteur en ajustant la vitesse déduite du bloc précédent à l’aide d’un régulateur PI.

La vitesse générée est utilisée pour reconstituer les commandes  $U_1, U_2, U_3$  et  $U_4$ , qui vont influencer le système (dans le dernier bloc).

Après des essais approfondis, les paramètres finaux des régulateurs PID et PI sont répertoriés dans le tableau ci-dessous :

Gains	X	Y	Z	$\phi$	$\theta$	$\psi$	moteur
$K_P$	40	55	120	25	25	10	1
$K_i$	2	1	55	1	3	0	10
$K_d$	41	51	120	45	40	20	0

TABLE II.3 – Tableau des paramètres des PID

## II.6 Résultats et interprétations (Step-source :)

### II.6.1 Résultats sans perturbation :

✈ Les translations :

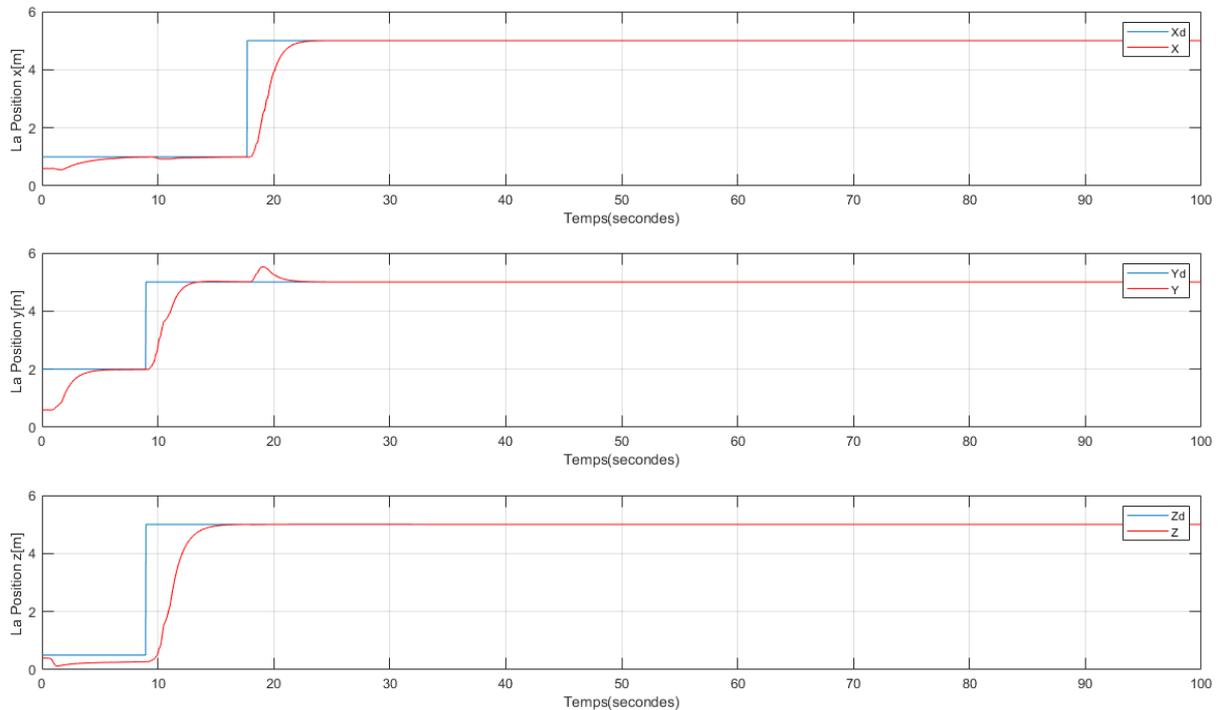


FIGURE II.4 – Les trajectoires des translations

✈ Les rotations :

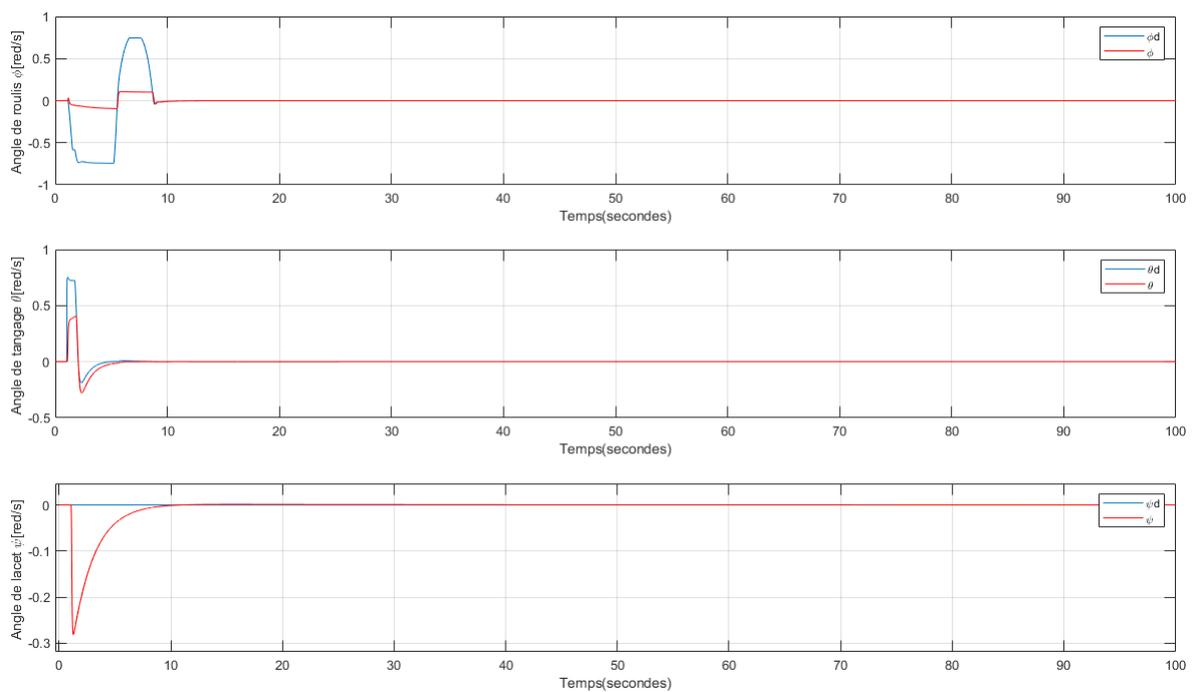


FIGURE II.5 – Les trajectoires des rotations

✈ Les commandes :

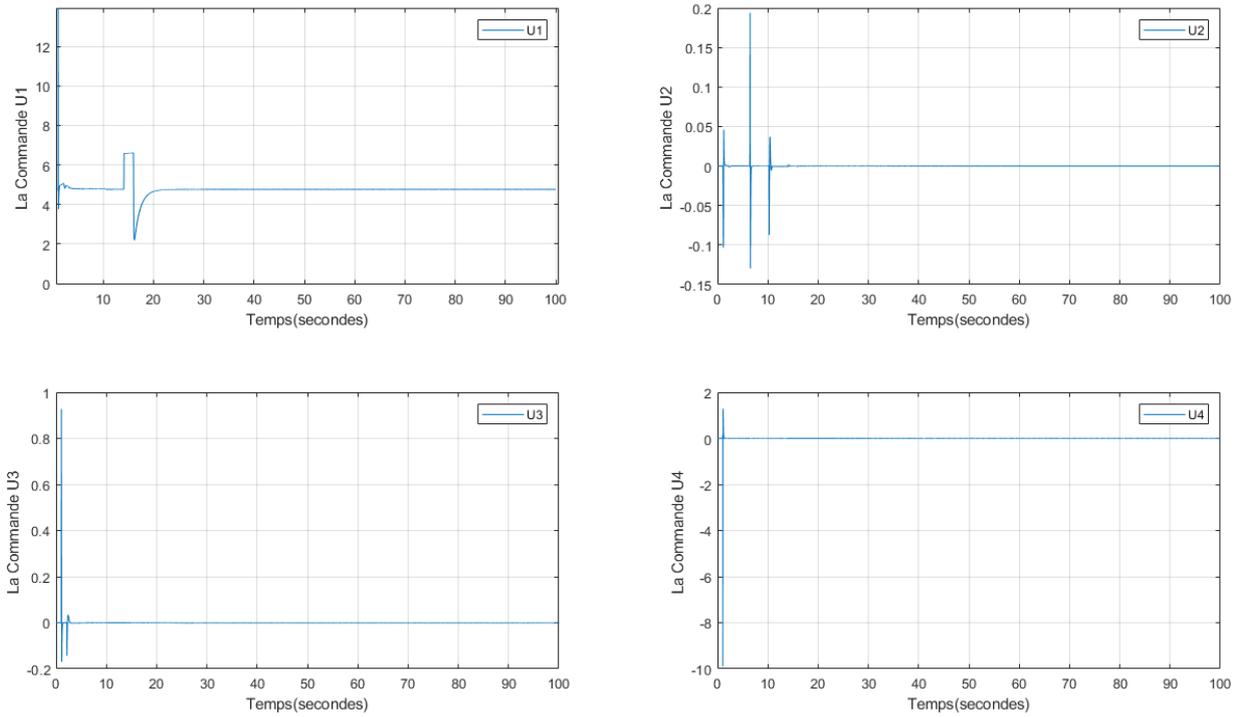


FIGURE II.6 – Les Commande U

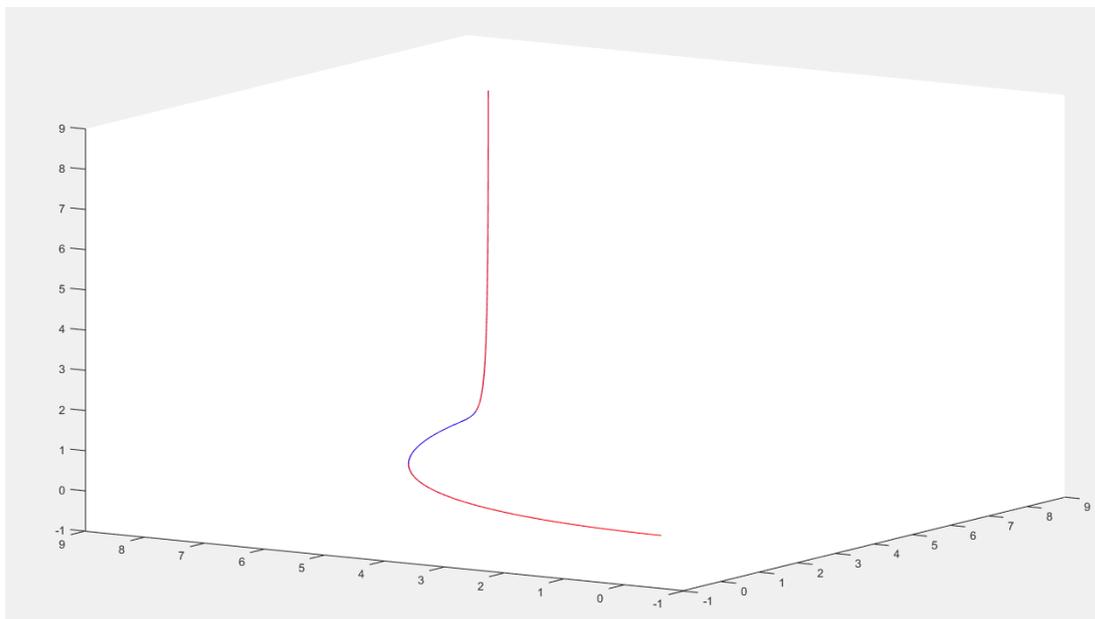


FIGURE II.7 – Position absolue du quadrirotor sans perturbations.

**Commentaire :** Nous avons donné une consigne de 5m pour  $X_{des}$ ,  $Y_{des}$  et  $Z_{des}$  et nous avons remarqué que les réponses du système ont parfaitement suivi ces consignes,

## II.6.2 Résultats avec perturbation :

— avec variation de la masse

✈ Les translations :

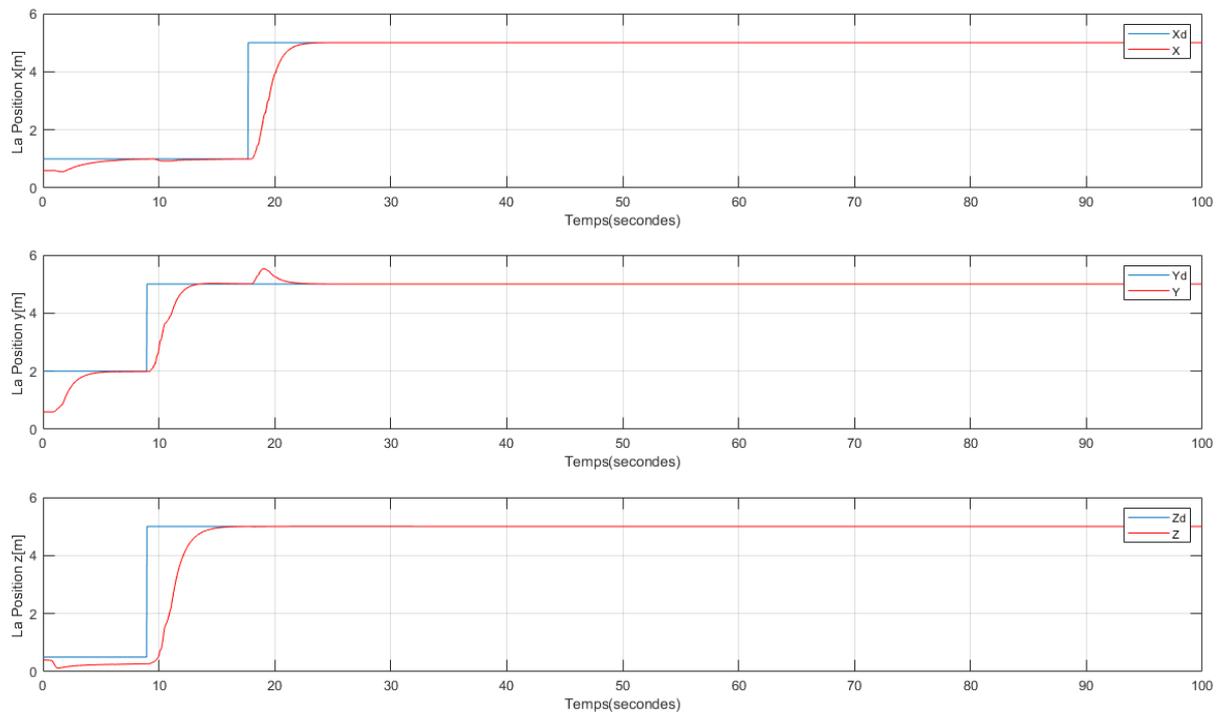


FIGURE II.8 – Les trajectoires des translations avec variation de la masse

✈ Les rotations :

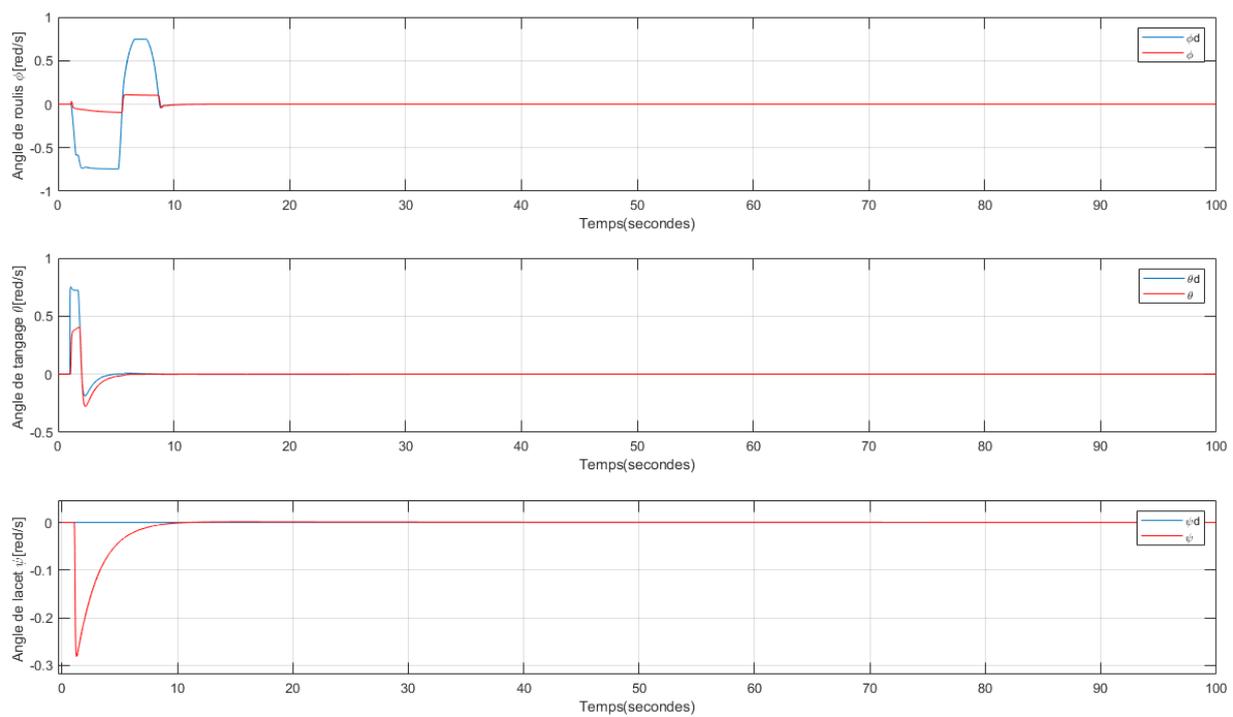


FIGURE II.9 – Les trajectoires des rotations avec variation de la masse

✈ Les commandes :

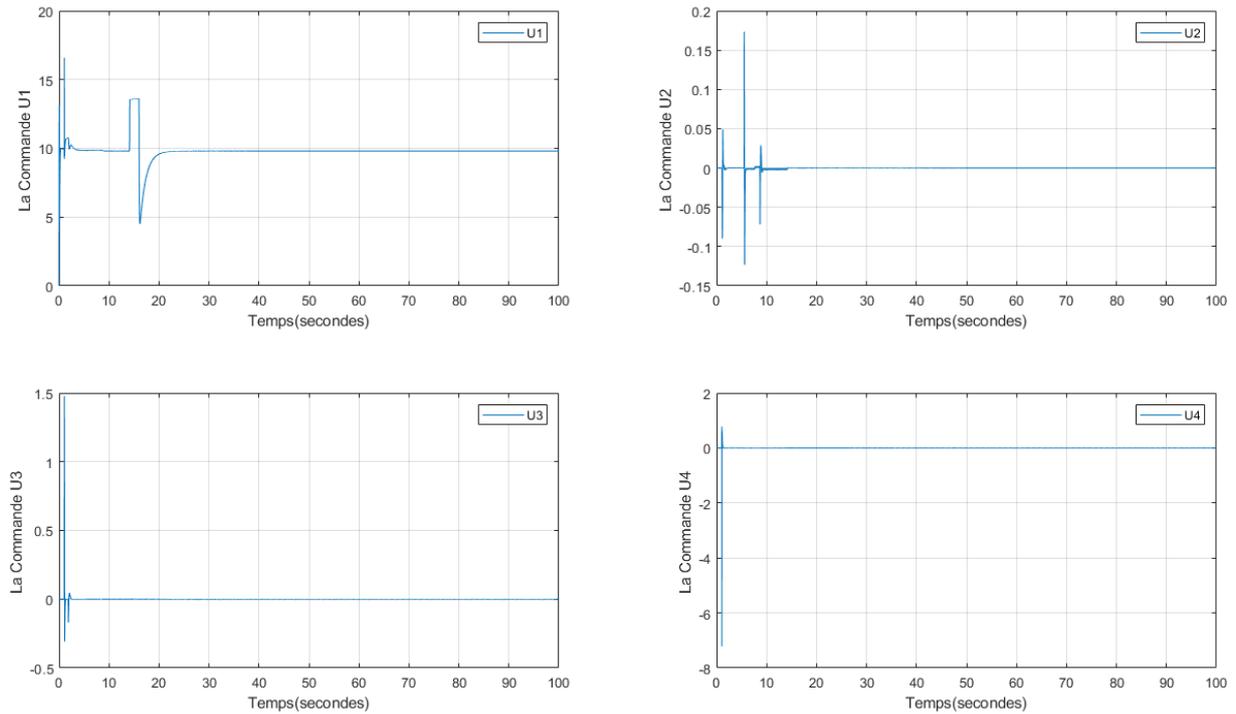


FIGURE II.10 – Les Commande U avec variation de la masse

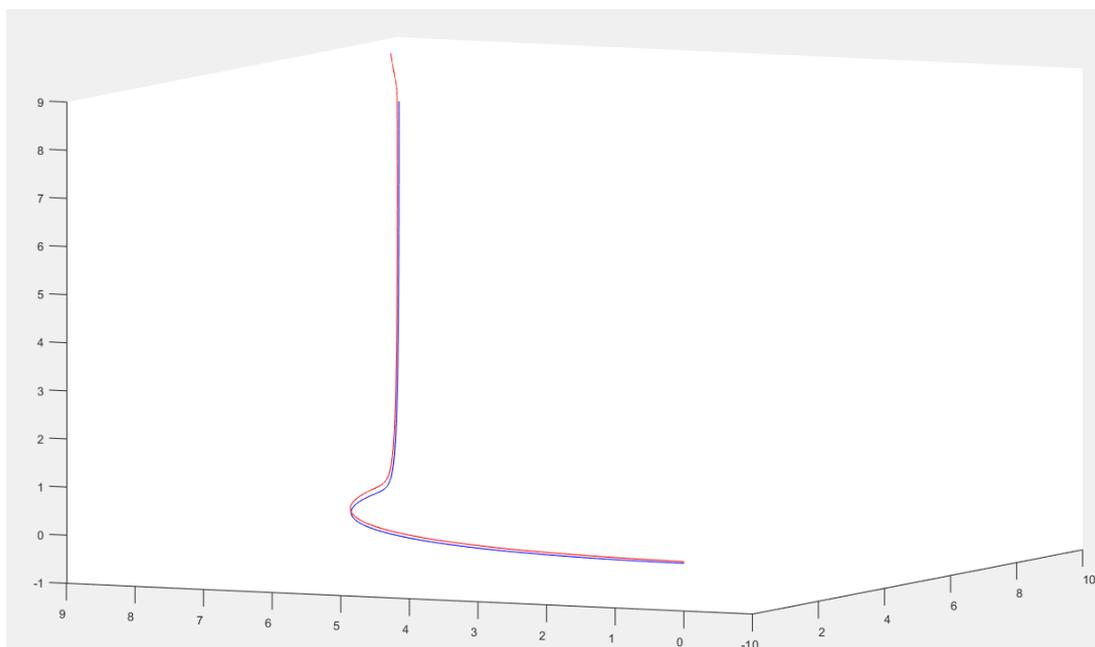


FIGURE II.11 – Position absolue du quadrirotor avec variation de la masse.

**commentaire :** nous avons remarqué que le pid a réussi a composer ces perturbation.

— Avec perturbation du vent

✈ Les translations :

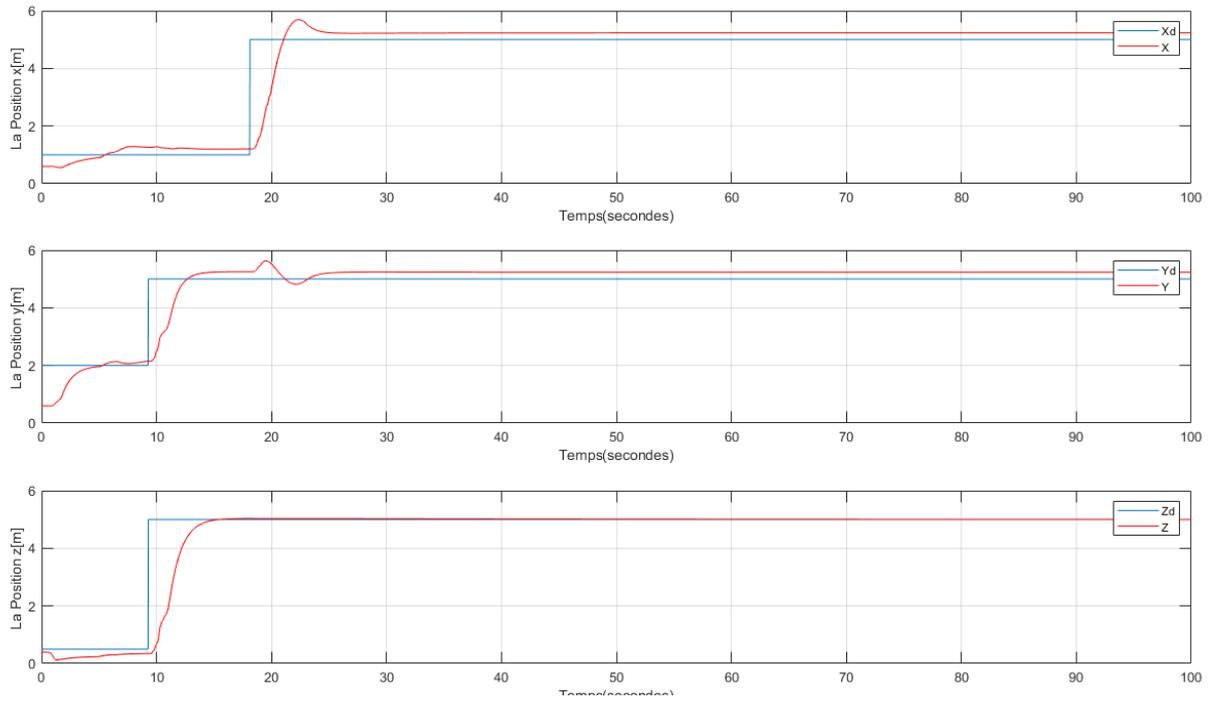


FIGURE II.12 – Les trajectoires des translations avec perturbation du vent

✈ Les rotations :

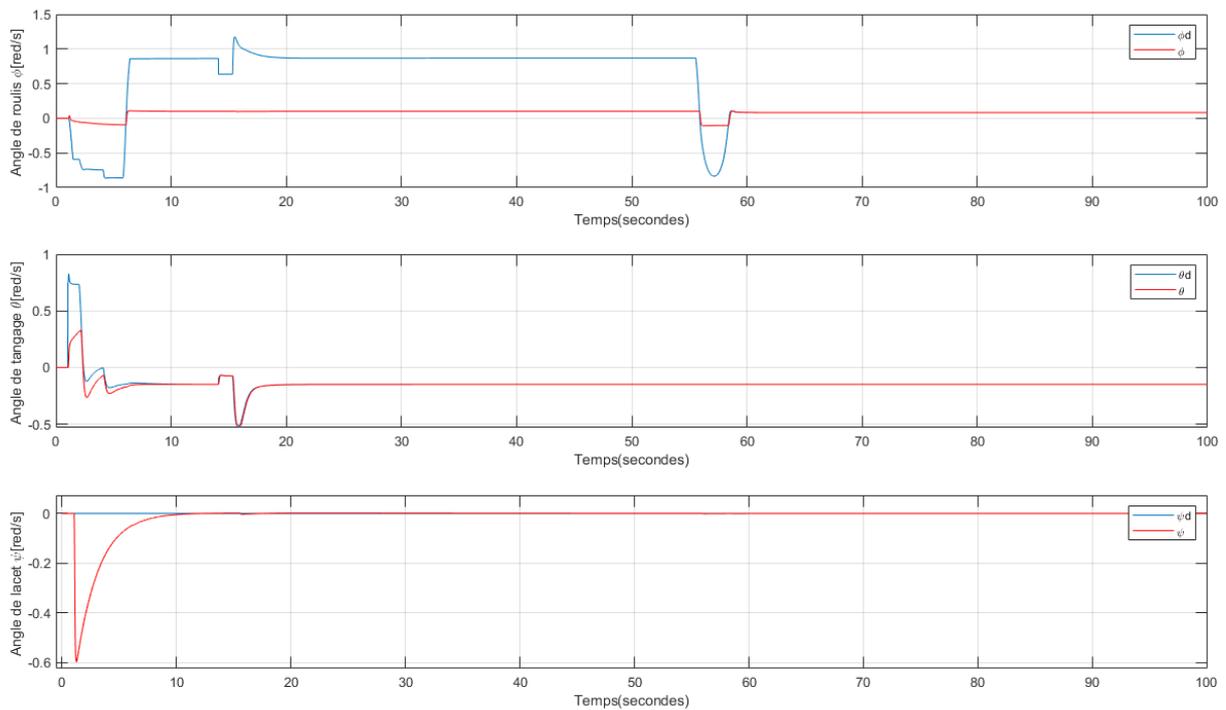


FIGURE II.13 – Les trajectoires des rotations avec perturbation du vent

✈ Les commandes :

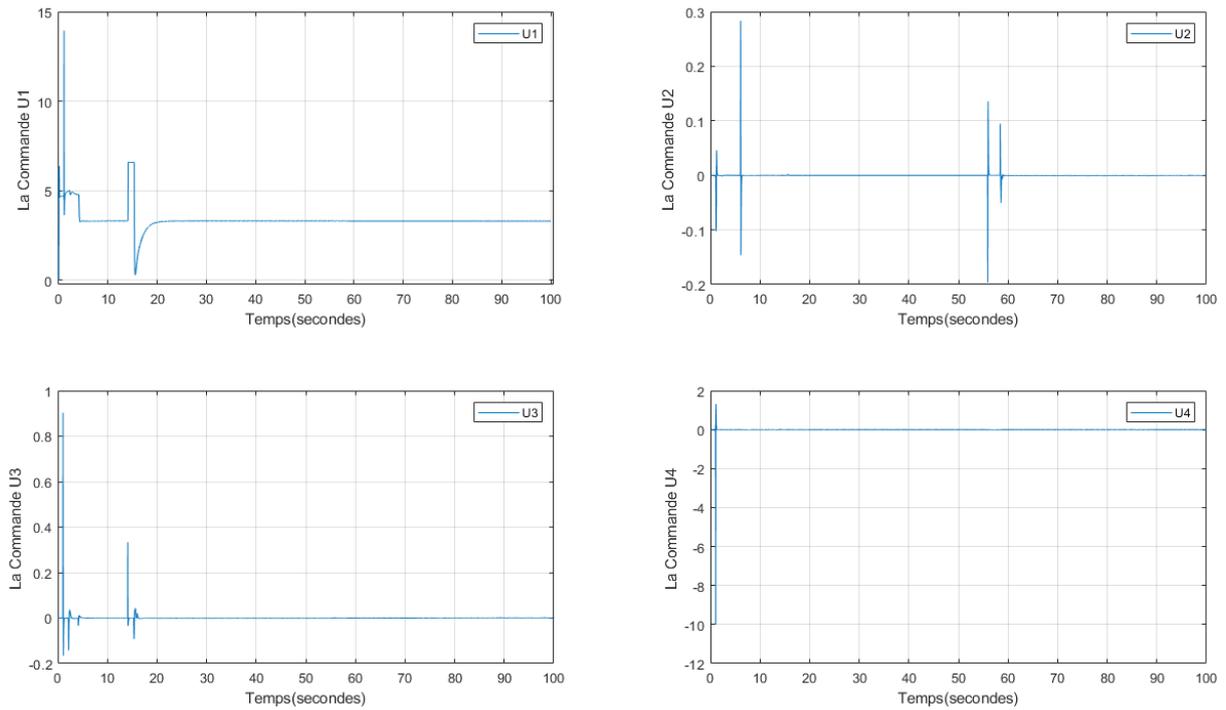


FIGURE II.14 – Les Commande U avec perturbation du vent

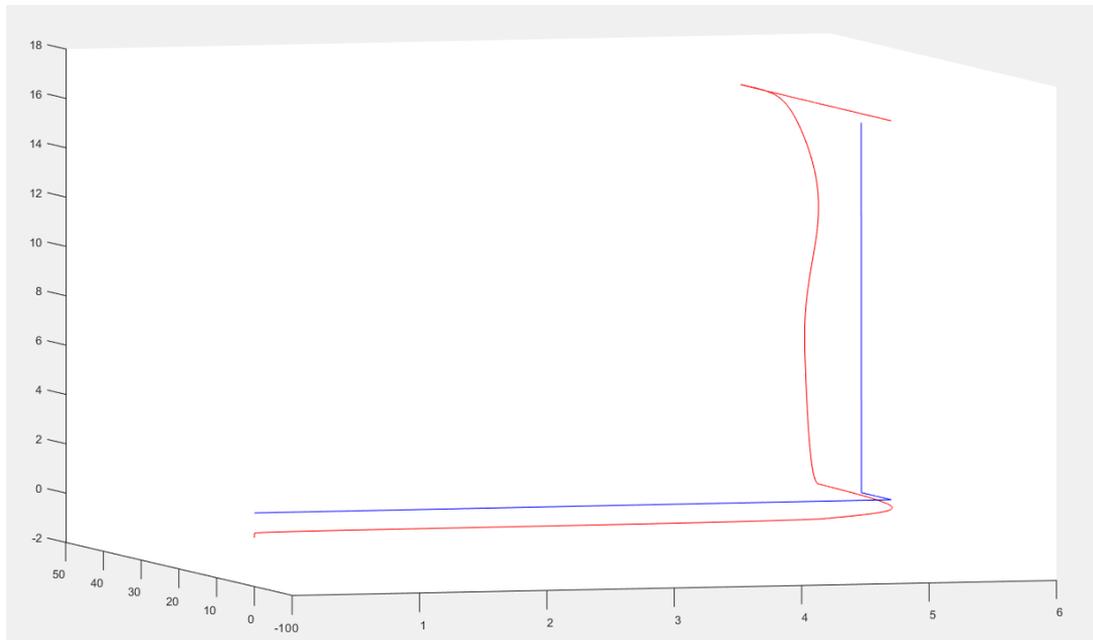


FIGURE II.15 – Position absolue du quadrirotor avec perturbations du vent

**commentaire :** nous avons remarqué que le drone ne suite plus correctement les consigne .

## II.7 Résultats et interprétations (sinusoïdal-source :)

### II.7.1 Résultats sans perturbation :

#### ✈ Les translations :

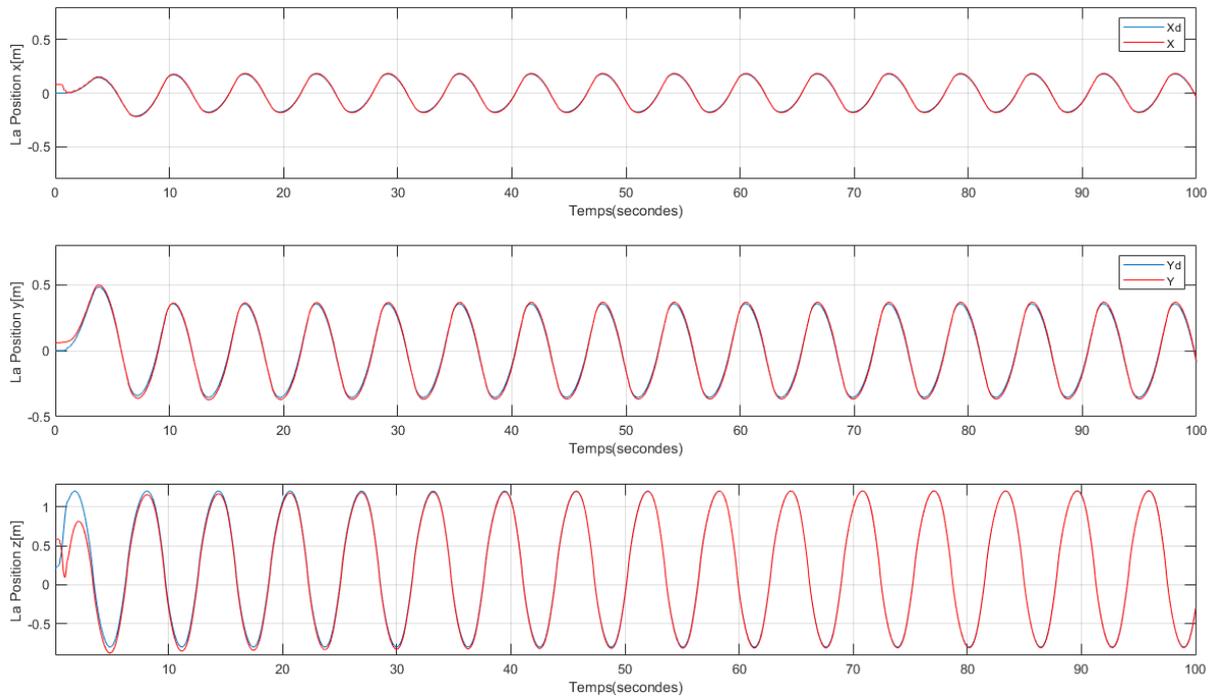


FIGURE II.16 – Les trajectoires des translations

#### ✈ Les rotations :

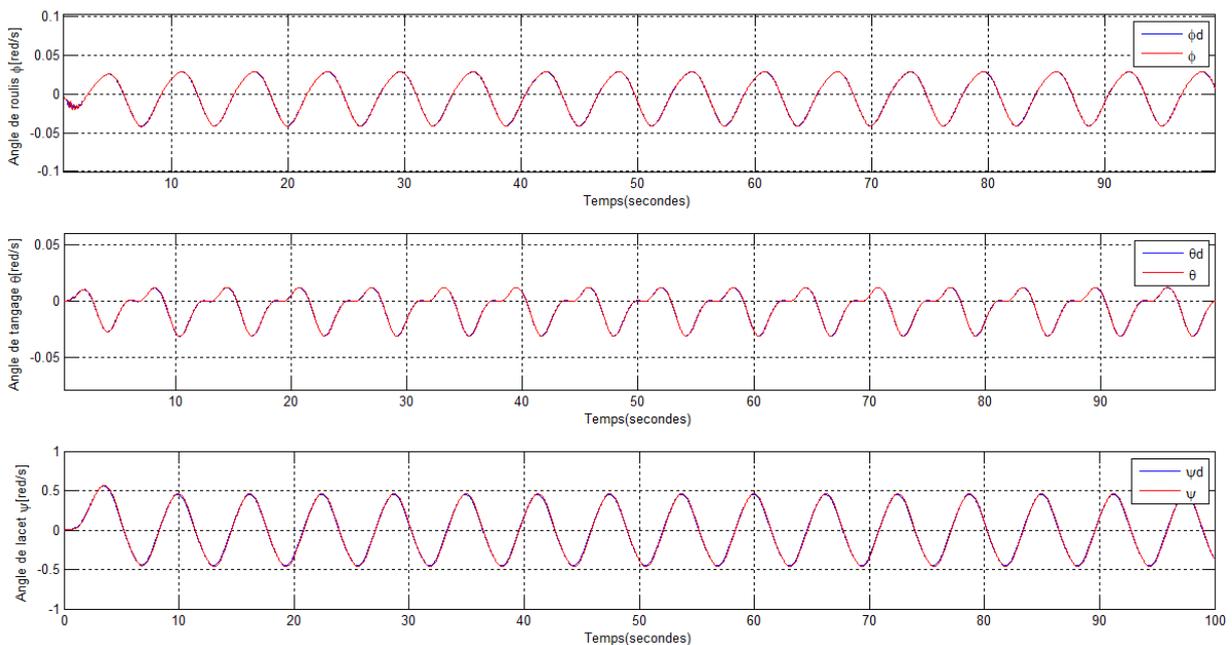


FIGURE II.17 – Les trajectoires des rotations

## ✈ Les commandes :

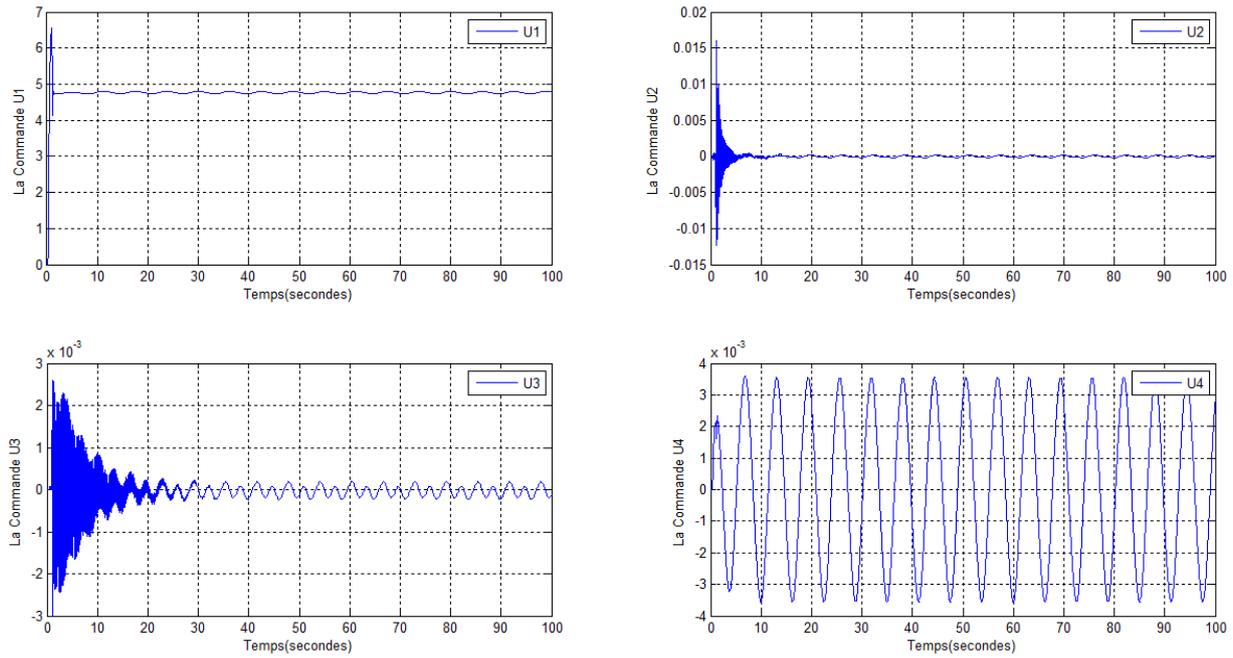


FIGURE II.18 – Les Commande U

**commentaire :** Nous avons d'abord appliqué une instruction sinusoïdale et observé que les réponses du système suivaient ces consignes rapidement.

## II.7.2 Résultats avec perturbation :

— avec variation de la masse

✈ Les translations :

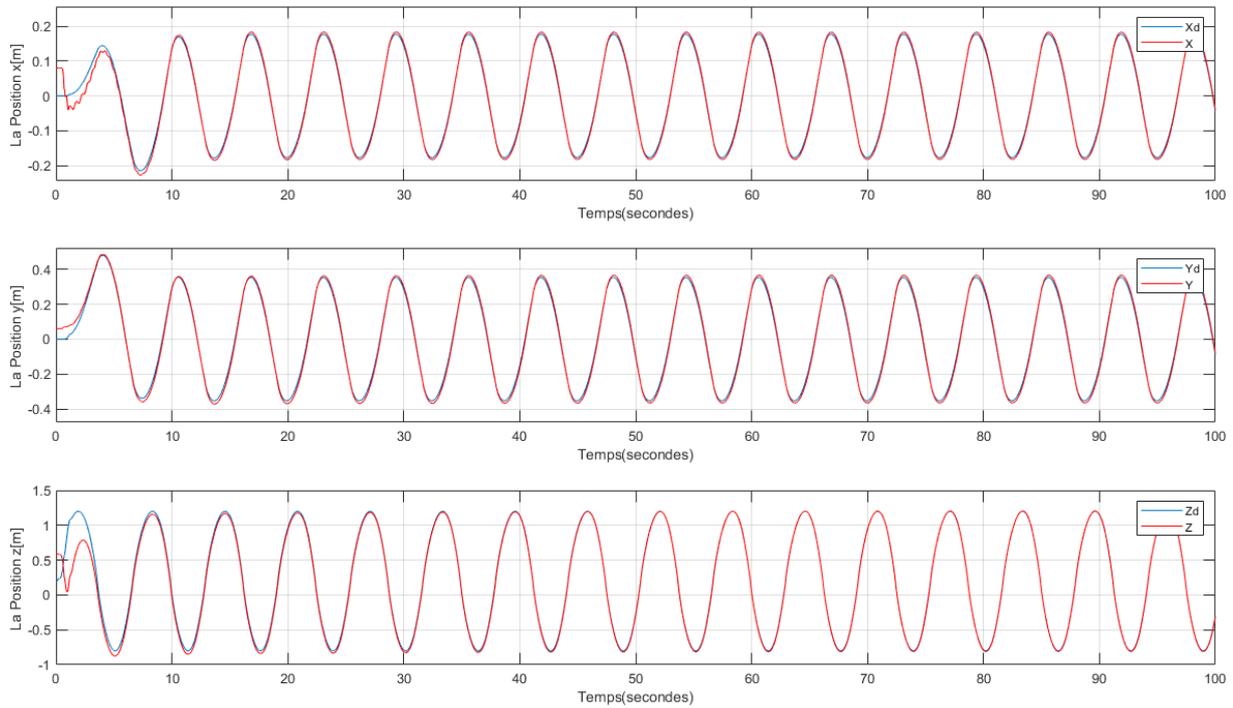


FIGURE II.19 – Les trajectoires des translations avec variation de la masse

✈ Les rotations :

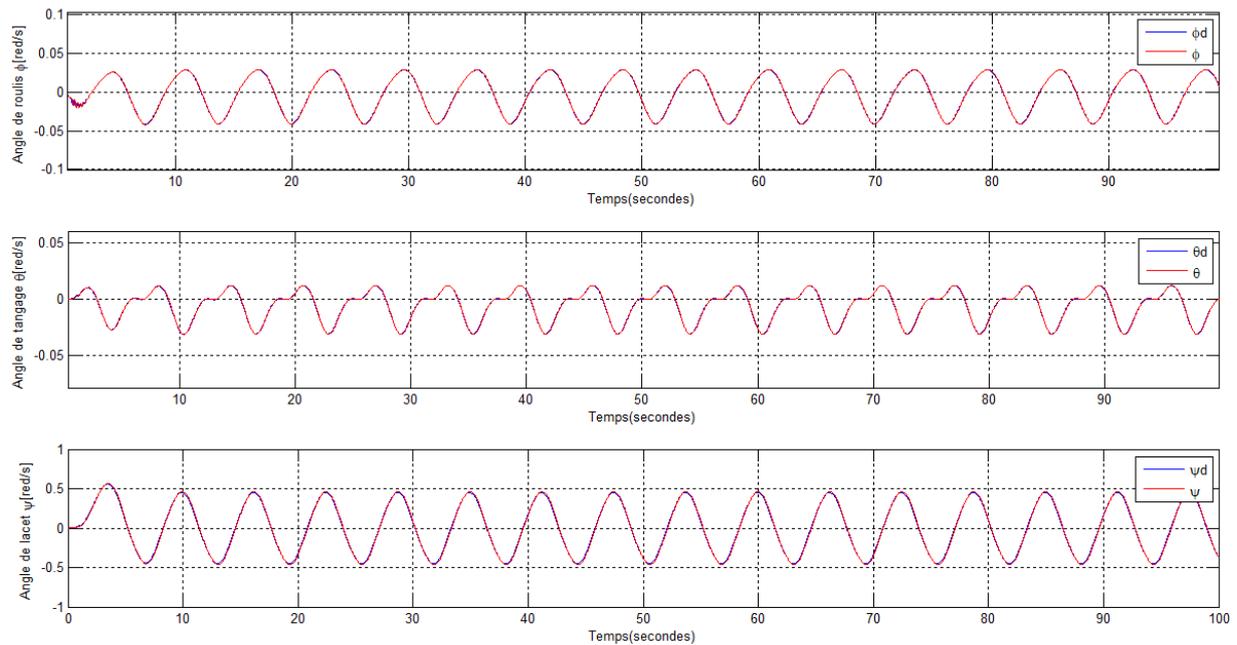


FIGURE II.20 – Les trajectoires des rotations avec variation de la masse

➔ Les commandes :

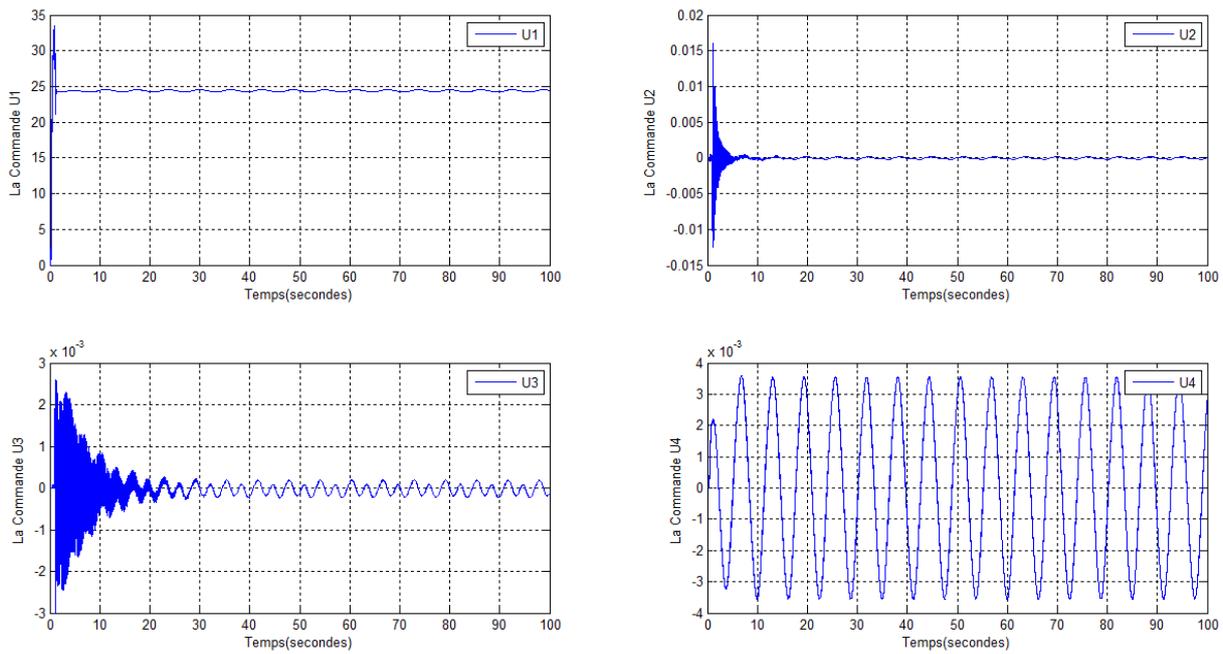


FIGURE II.21 – Les commande U avec variation de la masse

**commentaire :** Pour évaluer les performances et les limites du régulateur PID, nous avons introduit des erreurs de modélisation, comme une augmentation de la masse. Le PID a réussi à compenser ces perturbations.

— Avec perturbation du vent

➤ Les translations :

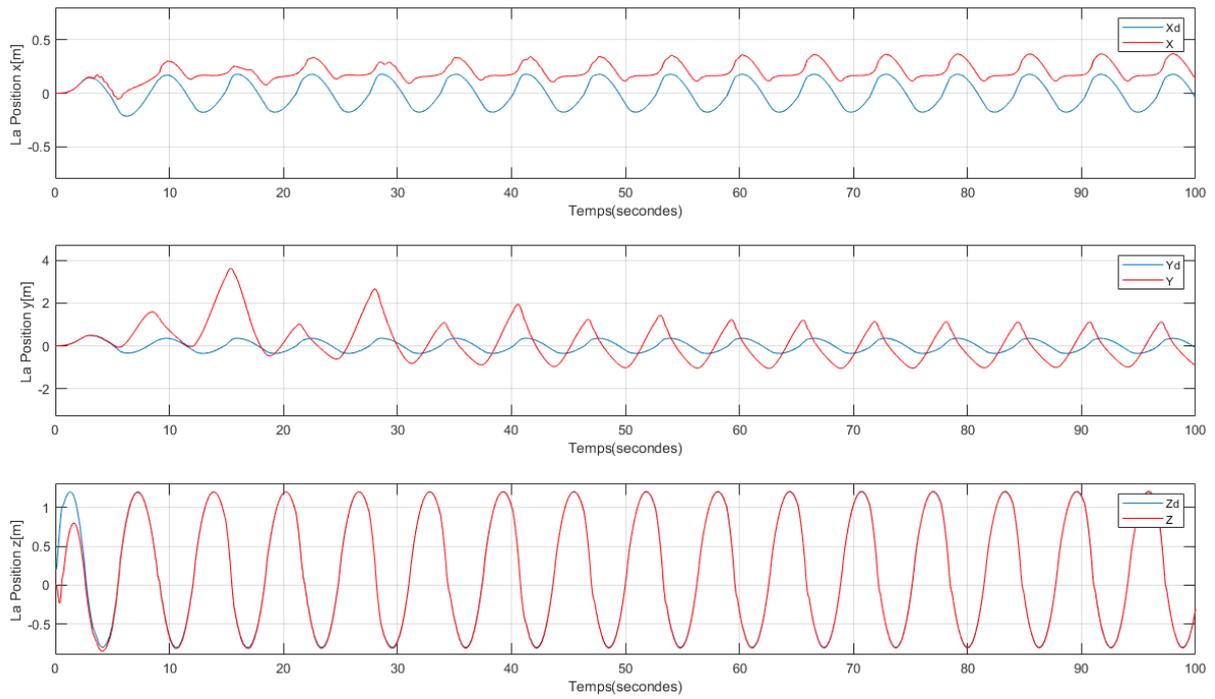


FIGURE II.22 – Les trajectoires des translations avec perturbation du vent

➤ Les rotations :

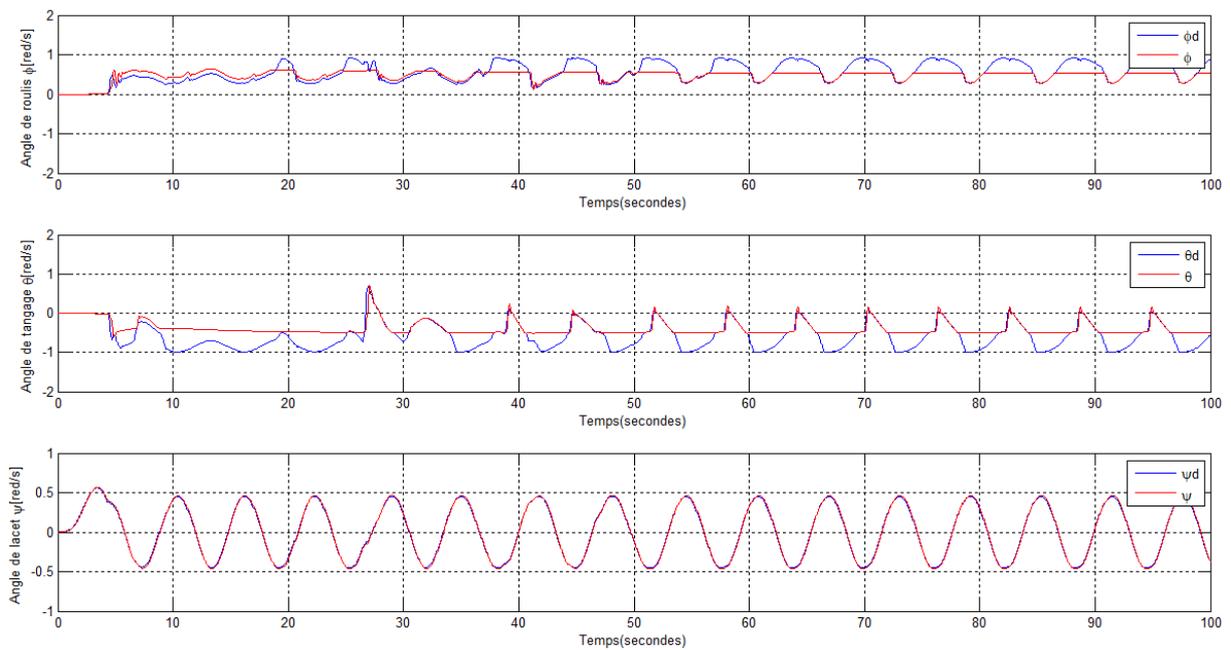


FIGURE II.23 – Les trajectoires des rotations avec perturbation du vent

➔ Les commandes :

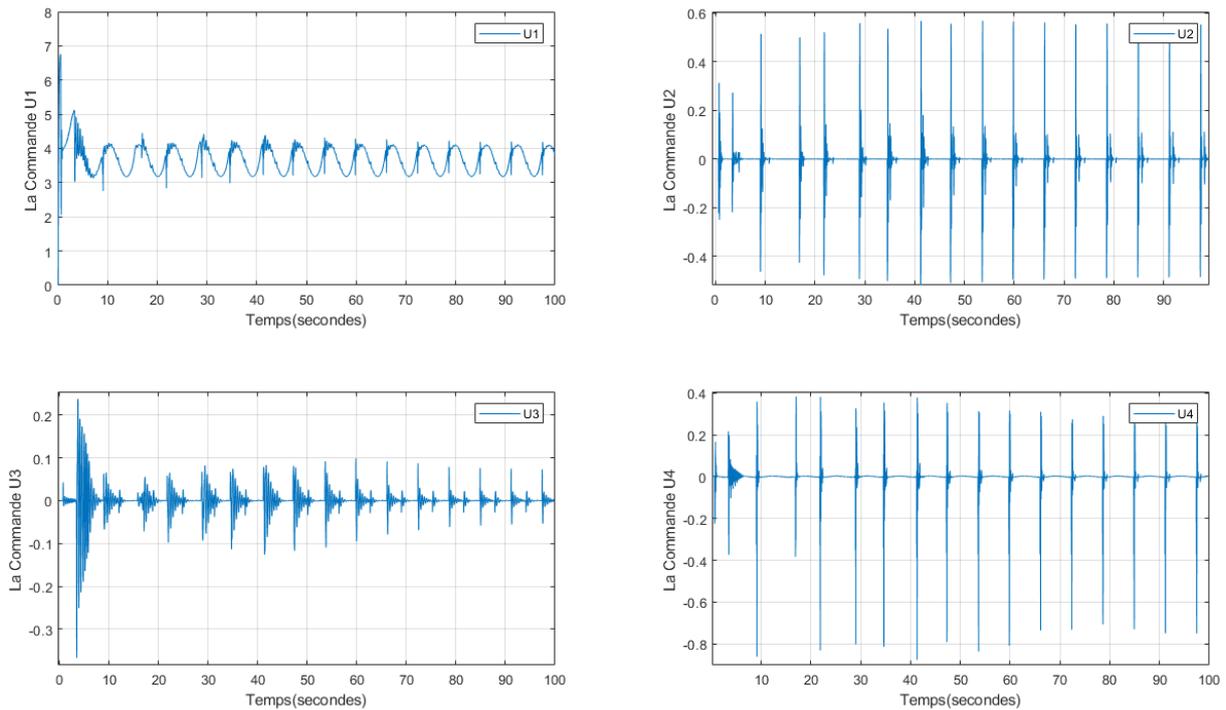


FIGURE II.24 – Les Commande U avec perturbation du vent

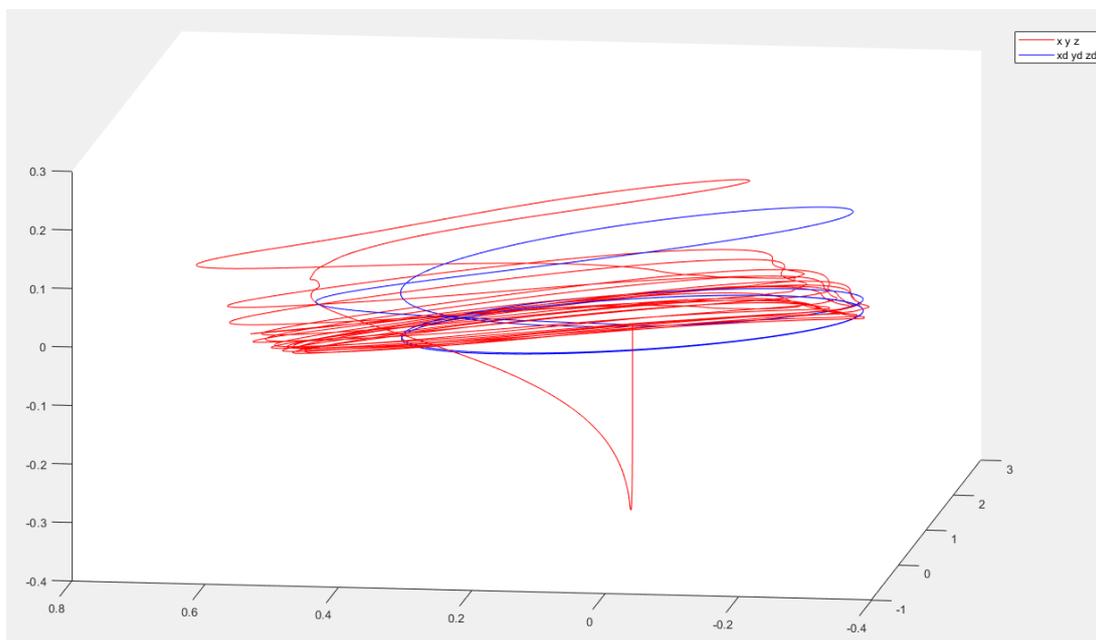


FIGURE II.25 – Position absolue du quadrirotor avec perturbations du vent

**commentaire :** lorsqu'un vent constant a été introduit sous forme d'un échelon appliqué aux axes  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ , le drone n'a plus suivi correctement les consignes. Les translations  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  divergeaient complètement par rapport aux attentes. Nous en avons conclu que le PID ne suffit pas à contrer l'effet du vent.

## II.8 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons conçu une commande PID pour notre système, qui intègre trois actions (proportionnelle, intégrale et dérivée). Ces actions nous offrent la possibilité de régler la stabilité, la précision et la rapidité du système. Le système est structuré en cascade, comportant une boucle externe pour le contrôle des positions et une boucle interne pour le contrôle des orientations. Les dynamiques des moteurs sont prises en considération lors du calcul des commandes effectives appliquées à ces derniers. Les résultats de simulation obtenus démontrent la stabilité et la réactivité du système, cependant, sa performance diminue en présence de fortes perturbations. Dans le chapitre suivant, nous explorerons une autre approche de commande, reconnue pour sa robustesse, qui va éliminer ce problème de perturbation.

# Chapitre III

## Commande non-lineaire par Backstepping

### Sommaire

---

<b>III.1 Introduction</b> . . . . .	<b>55</b>
<b>III.2 La théorie non linéaire générale</b> . . . . .	<b>55</b>
<b>III.3 Théorie de Lyapunov</b> . . . . .	<b>55</b>
III.3.1 Stabilité au sens de Lyapunov . . . . .	56
<b>III.4 La commande hiérarchique</b> . . . . .	<b>57</b>
<b>III.5 Historique et domaines d'utilisation du backstepping</b> . . . . .	<b>57</b>
<b>III.6 La commande par Backstepping</b> . . . . .	<b>58</b>
III.6.1 Le concept du backstepping . . . . .	58
III.6.2 Théorie du backstepping . . . . .	58
III.6.3 Algorithme de super-twisting . . . . .	62
III.6.4 Définitions, lemmes et hypothèses . . . . .	62
<b>III.7 Application sur le modèle</b> . . . . .	<b>64</b>
III.7.1 Application de la commande hiérarchique . . . . .	64
III.7.2 Application de la commande backstepping sur le quadri-rotor . . . . .	64
III.7.3 Les contrôleurs sans le terme de super-twisting : . . . . .	68
III.7.4 Les contrôleurs avec le terme de super-twisting : . . . . .	69
<b>III.8 Simulation sous matlab :</b> . . . . .	<b>71</b>
III.8.1 Résultats de la 1 <sup>ère</sup> simulation (sans terme de super-twisting) . . . . .	72
III.8.2 Résultats de la 2 <sup>ème</sup> simulation (Avec le terme de super-twisting) . . . . .	76
<b>III.9 Conclusion</b> . . . . .	<b>80</b>

---

### Résumé

Ce chapitre présente un résumé des principes fondamentaux de la commande non linéaire, Ces notions nous facilitent la conception du contrôleur. La théorie ainsi que la stabilité selon Lyapunov seront également abordées. Ensuite, nous traitons des principes fondamentaux et des aspects théoriques de la techniques de commande backstepping qui sera validée à l'aide de simulations sur le modèle du quadri-rotor.

## III.1 Introduction

Les algorithmes de contrôle visent à amener le véhicule à sa position cible tout en assurant un confort optimal et une performance spécifique. Actuellement, les recherches se concentrent sur le développement de commandes non linéaires robustes capables de fournir des performances satisfaisantes dans une gamme étendue de conditions de fonctionnement. Parmi les approches utilisées, on retrouve la méthode de commande par backstepping corrigés. Ce chapitre abordera la synthèse de contrôle par backstepping corrigés, une méthode relativement récente pour les systèmes non linéaires. Cette approche permet de déterminer progressivement et de manière systématique la loi de commande du système en sélectionnant une fonction de Lyapunov. Son principe consiste à établir de manière constructive la loi de commande du système non linéaire en considérant certaines variables d'état comme des commandes virtuelles et en les concevant comme des lois de commande intermédiaires.

## III.2 La théorie non linéaire générale

En considérant la représentation typique d'un système dynamique non linéaire :

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{III.1}$$

Un système est en équilibre ou à un point d'équilibre lorsque toutes ses variables d'état restent constantes. Un élément essentiel des systèmes non linéaires réside dans la détermination de ces points d'équilibre, sachant qu'un système peut comporter plusieurs points d'équilibre différents. De manière générale, un système est considéré comme globalement asymptotiquement stable s'il reste stable pour toutes les conditions initiales. C'est une caractéristique très souhaitable dans les systèmes de commande. Lorsqu'un point d'équilibre global est globalement asymptotiquement stable, cela signifie que toutes les solutions, peu importe leur point de départ, finissent par converger vers ce point. Cette propriété est définie comme la stabilité de Lyapunov [2]. L'approche de Lyapunov est la méthode privilégiée pour étudier ce problème. Deux méthodes de Lyapunov sont reconnues pour analyser la stabilité : la méthode de linéarisation et la méthode directe.

## III.3 Théorie de Lyapunov

Pour déterminer le type de stabilité associé à un point d'équilibre spécifique, il est nécessaire de résoudre l'équation (III.1) afin d'obtenir  $x(t)$ . Cependant, cette résolution analytique peut souvent être ardue. Cette méthode se fonde sur la fonction de Lyapunov  $V(x)$  pour déduire les propriétés de stabilité à partir des propriétés de  $f(x(t))$ . La fonction de Lyapunov peut être comprise comme une sorte de mesure de la distance entre le système et l'équilibre. Lorsque cette mesure diminue, le système tend à se rapprocher du point d'équilibre [2]. Pour synthétiser cela théoriquement, définissons quelques principes.

Une fonction  $V(x)$  est dite :

- Définie positive : si  $V(0) = 0$  et  $V(x) > 0$ , pour tout  $x \neq 0$ .
- Semi-défini positif : si  $V(0) = 0$  et  $V(x) \geq 0$ , pour tout  $x \neq 0$ .
- Négatif (semi-)défini : si  $-V(x)$  est positif.
- Radialement illimité : si  $V(x) \rightarrow \infty$  lorsque  $x \rightarrow \infty$ .

### III.3.1 Stabilité au sens de Lyapunov

De façon générale, la stabilité se réfère à la capacité d'un système à rester en équilibre malgré les variations temporelles. Si un système est stable, il conserve cet état même lorsque le temps évolue. L'analyse de la stabilité selon Lyapunov consiste à étudier les trajectoires du système lorsque son état initial est proche de l'équilibre [33].

Bien que l'approche directe de Lyapunov soit initialement conçue pour l'analyse de la stabilité, elle peut également être appliquée à d'autres problèmes de contrôle non linéaire. Une utilisation importante réside dans la conception de contrôleurs non linéaires. L'idée consiste à formuler d'une manière ou d'une autre une fonction scalaire positive des états du système, puis à choisir une loi de contrôle pour réduire cette fonction [29]. Un tel système de contrôle non linéaire conçu de cette manière est assuré d'être stable. Cette approche de conception a été largement utilisée pour résoudre de nombreux problèmes de conception complexes, notamment en robotique et en contrôle adaptatif. La méthode directe peut également être employée pour évaluer les performances d'un système de contrôle et étudier sa robustesse.

**theoreme III.3.1 (Stabilité au sens de Lyapunov [1])**

énonce que si  $x^* = 0$  est un point d'équilibre du système et que  $D \in \mathbb{R}^n$  contient  $x^* = 0$ , alors s'il existe une fonction  $V$  de classe  $C^1$  telle que :

$$V(0) = 0 \text{ et } V(x) > 0 \text{ dans } D \setminus \{0\}$$

$$\dot{V}(x) \leq 0 \text{ dans } D$$

De plus, si

$$\dot{V}(x) < 0 \text{ dans } D \setminus \{0\}$$

alors  $x^* = 0$  est asymptotiquement stable.

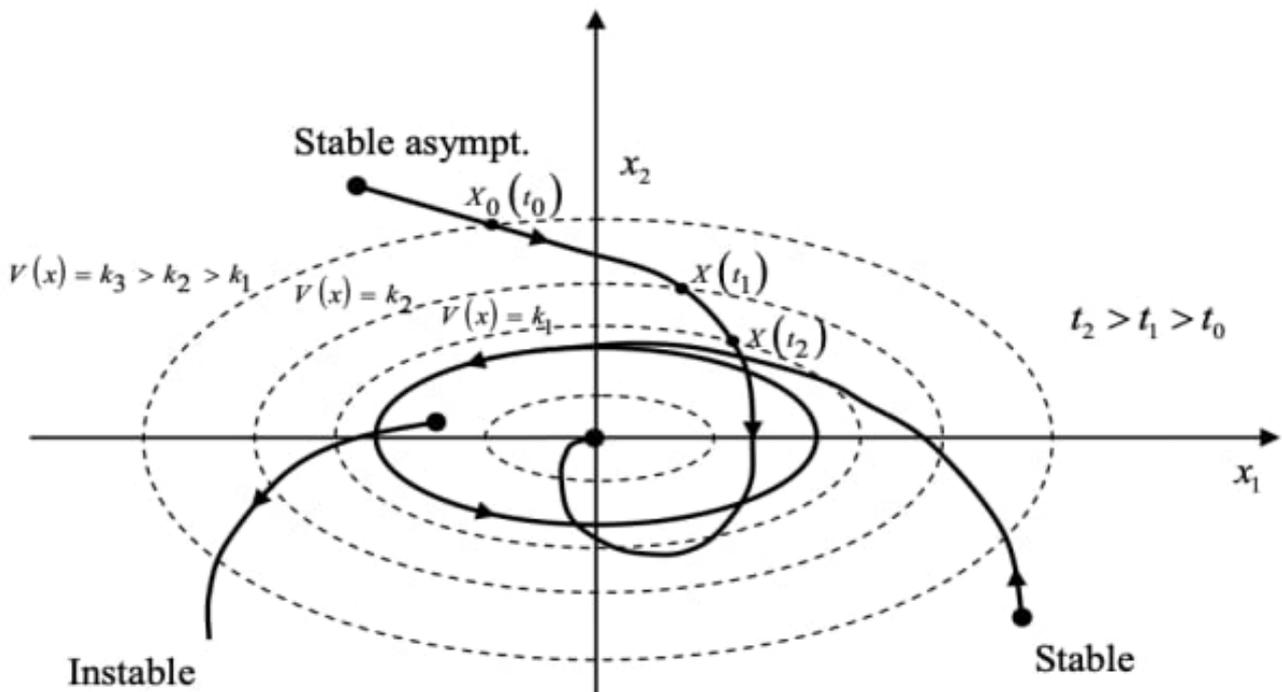


FIGURE III.1 – Interprétation géométrique du théorème de Lyapunov

### III.4 La commande hiérarchique

La commande hiérarchique, également connue en aéronautique sous le nom de commande de guidage et de pilotage. Le système est structuré en deux sous-systèmes en cascade : Un pour gérer la translation, qui correspond à des mouvements plus lents, connu sous le nom de niveau haut, et l'autre pour la rotation, qui correspond à des mouvements plus rapides, appelé le niveau bas. Le niveau haut supervise l'évolution autonome du véhicule (la boucle de guidage), tandis que le niveau bas permet à l'engin de progresser pour atteindre les instructions reçues du niveau supérieur (la boucle de pilotage). Pour garantir que la boucle de pilotage opère plus rapidement que la boucle de guidage, il est nécessaire d'appliquer des gains élevés au niveau bas [28].

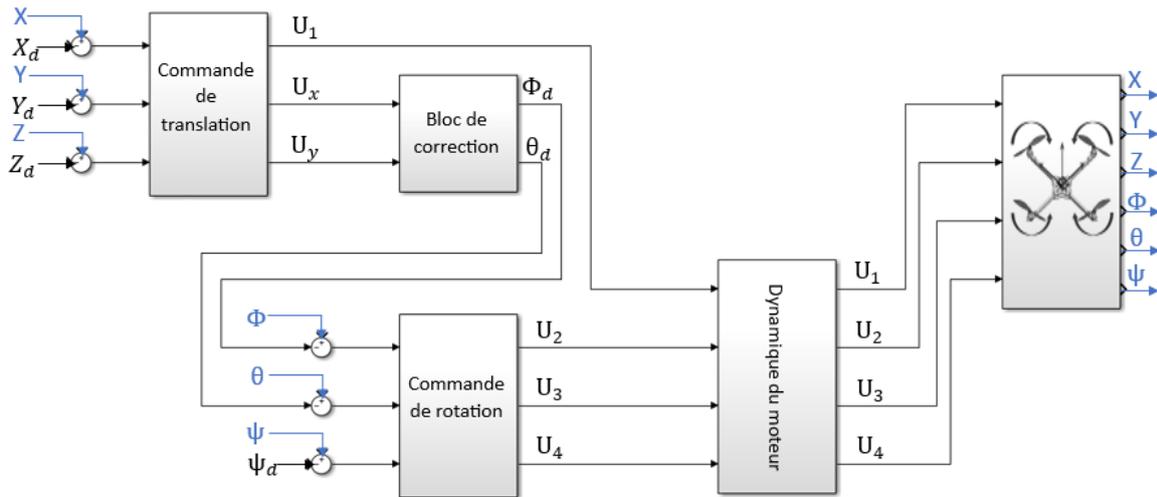


FIGURE III.2 – Illustration de la commande hiérarchique.

### III.5 Historique et domaines d'utilisation du backstepping

Le backstepping a été conçu par Kanellakopoulos [16], s'inspirant des recherches menées par Feurre et Morse d'une part [13], et par Tsinias [31], ainsi que Kokotovic et Sussmann d'autre part [22]. Le principe fondamental de cette approche est de permettre à certains états du système d'agir comme des entrées virtuelles. Le backstepping utilise une forme de système à chaîne d'intégrateurs, après une transformation des coordonnées d'un système triangulaire, en se basant sur la méthode directe de Lyapunov. Cette méthode consiste à diviser le système en un ensemble de sous-systèmes imbriqués de manière décroissante. À partir de là, On peut concevoir de manière systématique et récursive des contrôleurs et des fonctions de Lyapunov correspondantes.

Malgré sa relative nouveauté, le backstepping offre de nombreuses applications pratiques. Voici un bref aperçu des applications courantes.

Grâce aux travaux de Kokotovic [21], un cadre mathématique a été établi pour concevoir la loi de contrôle pour divers systèmes non linéaires en utilisant cette méthode. Cette approche a été appliquée dans divers domaines, notamment le contrôle automobile [24]. Des applications ont également été explorées dans le domaine de l'aéronautique, tel que le contrôle d'un hélicoptère miniature. Par exemple, Chriette [9] a proposé une loi de commande adaptative basée sur une technique de commande récursive. Dans une autre étude, cette approche récursive a été utilisée pour stabiliser un drone à quatre hélices.

## III.6 La commande par Backstepping

Le backstepping est une méthode développée pour créer des commandes de stabilisation pour une certaine classe de systèmes dynamiques non linéaires. Désormais bien connue, cette technique repose principalement sur l'application systématique de la fonction de Lyapunov pour analyser la stabilité [17]. Elle est particulièrement adaptée aux systèmes sous-actionnés [32].

Le contrôle par backstepping se base sur la décomposition du système en une série de sous-systèmes imbriqués, organisés de manière décroissante et stables selon le critère de Lyapunov. Concrètement, il s'agit d'une approche récursive pour la synthèse de lois de commande non linéaires. Certaines composantes du vecteur d'état sont traitées comme des commandes virtuelles, et des lois de commande intermédiaires ont été développées. À chaque étape, la convergence du système vers son point d'équilibre est assurée par le calcul des commandes virtuelles. Ce processus s'appuie sur les fonctions de Lyapunov, garantissant une stabilisation progressive et étape par étape de chaque phase de la synthèse [14].

### III.6.1 Le concept du backstepping

Le principe du backstepping repose sur la division du système en une série de sous-systèmes en cascade. Pour chaque sous-système, des lois de commande sont élaborées de manière décroissante, jusqu'à l'obtention d'une loi de commande globale pour l'ensemble du système [3].

L'idée principale de cette stratégie de commande non linéaire repose sur l'application répétée de la fonction de Lyapunov, permettant de stabiliser progressivement chaque niveau du système. La première étape consiste à calculer une loi de commande virtuelle qui assure la stabilité en choisissant une fonction de Lyapunov négative. À la fin de chaque étape, la fonction de Lyapunov corrige cet écart pour garantir la convergence vers zéro. La commande obtenue est vue comme la valeur souhaitée pour la deuxième étape ce qui nécessite l'utilisation d'une fonction de Lyapunov augmentée. La nature négative de cette dernière incite à élaborer une deuxième loi de contrôle virtuelle. En suivant cette même logique, la commande finale est ajustée en se basant sur les lois de commande virtuelles précédemment calculées. Ce processus assure la stabilité globale et les performances du système [17].

### III.6.2 Théorie du backstepping

La technique de commande par backstepping tire parti des relations successives pour transformer le système en boucle fermée en une série de sous-systèmes d'ordre 1 en cascade, stables selon la définition de Lyapunov. Cela permet de développer une loi de commande ainsi qu'une fonction de Lyapunov stabilisante. On considère le cas des systèmes non linéaires de la forme suivant :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \dot{x}_1 = f(x_1) + g(x_1)x_2 & \text{Sous-système 1} \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)x_3 & \\ \vdots & \\ \dot{x}_n = f(x_1, \dots, x_n) + g(x_1, \dots, x_n)U & \text{Sous-système n} \end{array} \right. \quad (\text{III.2})$$

Avec :  $x = [x_1, \dots, x_n]^T \in \mathbb{R}^n$ ,  $U \in \mathbb{R}$ .

L'objectif est de développer une loi de commande pour le système (III.2) qui garantit sa stabilité, guide le système vers son point d'équilibre, tout en permettant de suivre une référence  $y_d$ . Étant donné que le système est d'ordre  $n$ , ce processus de conception se déroule en  $n$  étapes distinctes [23] [25].

### Première étape

Dans la première équation du système (III.2), avec  $x_2$  jouant le rôle d'une commande virtuelle intermédiaire, nous établissons la première référence souhaitée pour le sous-système  $x_2$ , qui doit suivre la référence définie  $y_{ref}$  comme suit :

$$(x_1)_d = y_{ref} = \alpha_0 \quad (\text{III.3})$$

où  $(x_1)_d$  représente l'état désiré.

Nous définissons l'erreur de suivi comme suit :

$$e_1 = x_1 - \alpha_0 \quad (\text{III.4})$$

$$\dot{e}_1 = f(x_1) + g(x_1)x_2 - \dot{\alpha}_0 \quad (\text{III.5})$$

On sélectionne une fonction de Lyapunov définie positive sur  $\mathbb{R}$  pour le sous-système 1 de la manière suivante :

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 \quad (\text{III.6})$$

Sa dérivée temporelle est exprimé par :

$$\dot{V}_1 = e_1\dot{e}_1 \quad (\text{III.7})$$

$$\dot{V}_1 = e_1[f(x_1) + g(x_1)x_2 - \dot{\alpha}_0] \quad (\text{III.8})$$

Pour garantir la stabilité du sous-système 1 selon Lyapunov, il est nécessaire que  $\dot{V}_1$  (semi-définie négative sur  $\mathbb{R}$ ).

Pour cela, on choisit  $\dot{V}_1$  selon le format suivant :

$$\dot{V}_1 = -K_1e_1^2 \leq 0 \quad (\text{III.9})$$

où  $K_1$  est un paramètre constant et positif

En remplaçant l'équation (III.9) dans l'équation (III.8), on obtient :

$$\dot{V}_1 = e_1[f(x_1) + g(x_1)x_2 - \dot{\alpha}_0] = -K_1e_1^2 \leq 0 \quad (\text{III.10})$$

Cela conduit à la commande fictive suivante

$$x_2 = \frac{1}{g(x_1)}[-K_1e_1 + \dot{\alpha}_0 - f(x_1)] \quad (\text{III.11})$$

Ainsi, la stabilité asymptotique à l'origine est établie. Cela deviendra la nouvelle référence désirée  $(x_2)_{ref}$  pour le sous-système suivant.

## Deuxième étape

Les deux premières équations du système sont prises en considération

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = f(x_1) + g(x_1)x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)x_3 \end{cases} \quad (\text{III.12})$$

Dans ce cadre, la nouvelle référence désirée  $\alpha_1$  sera utilisée comme variable de commande pour le sous-système précédent, identifié par  $(x_2)_{ref}$ , selon la relation suivante :

$$(y_2)_{ref} = \alpha_1 \quad (\text{III.13})$$

et la nouvelle erreur variable :

$$e_2 = x_2 - \alpha_1 \quad (\text{III.14})$$

Pour garantir la stabilité du sous-système (III.12), nous définissons également la fonction de Lyapunov de la même manière :

$$x_2 = f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)x_3 \quad (\text{III.15})$$

Ces fonctions sont nécessairement dépendantes des états antérieurs du sous-système, exprimé par :

$$\begin{aligned} V_2 &= V_1 + \frac{1}{2}e_2^2 \\ V_2 &= \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2) \end{aligned} \quad (\text{III.16})$$

La dérivée de cette expression est :

$$\dot{V}_2 = \dot{V}_1 + e_2\dot{e}_2$$

$$\dot{V}_2 = -K_1e_1^2 + e_2[f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)x_3 - \dot{\alpha}_1] \quad (\text{III.17})$$

Ainsi, pour garantir la stabilité du sous-système, il est nécessaire de choisir  $V_2$  négative. Pour ce faire, on prend  $V_2$  sous la forme suivant :

$$\dot{V}_2 = -K_1e_1^2 - K_2e_2^2 \leq 0 \quad (\text{III.18})$$

où  $K_2$  est un paramètre constant et positif

En remplaçant l'équation (III.18) dans l'équation (III.17), nous obtenons :

$$\dot{V}_2 = -K_1e_1^2 + e_2[f(x_1, x_2) + g(x_1, x_2)x_3 - \dot{\alpha}_1] = -K_1e_1^2 - K_2e_2^2 \quad (\text{III.19})$$

Cela conduit à la commande virtuelle ( $x_3$ ).

$$x_3 = \frac{1}{g(x_1, x_2)}[-K_2e_2 - f(x_1, x_2) + \dot{\alpha}_1] \quad (\text{III.20})$$

avec

$$\dot{\alpha}_1 = \frac{\partial \alpha_1}{\partial x_1} = \frac{g(x_1)[-K_1\dot{e}_1 + \ddot{\alpha}_0 - \dot{f}_1(x_1)] - [-K_1e_1 + \dot{\alpha}_0 - \dot{f}(x_1)]\dot{g}(x_1)}{g^2(x_1)} \quad (\text{III.21})$$

Ceci deviendra alors la nouvelle référence désirée  $(x_3)_{ref}$  pour le sous-système suivant. Nous fixons  $(x_3)_{ref}$  à  $\alpha_2$  et progressons jusqu'à l'obtention de la dernière expression du sous-système (III.2), où nous effectuerons le calcul de la loi de commande réelle.

**n<sup>ème</sup> étape**

De la même manière, pour cette étape, la référence à suivre est :

$$(x_n)_d = \alpha_{n-1} \quad (\text{III.22})$$

Alors l'erreur de régulation :

$$e_n = x_n - \alpha_{n-1} \quad (\text{III.23})$$

Sa dérivée sera :

$$e_n = f(x_1) + g(x_1)x_2 - \dot{\alpha}_{n-1} \quad (\text{III.24})$$

$$e_n = f(x_1, \dots, x_n) + g(x_1, \dots, x_n)U - \dot{\alpha}_{n-1} \quad (\text{III.25})$$

En utilisant la fonction de Lyapunov augmentée :

$$V_n = V_1 + \dots + \frac{1}{2}e_n^2$$

$$V_n = \frac{1}{2}(e_1^2 + \dots + e_n^2) \quad (\text{III.26})$$

La dérivée devient

$$\dot{V}_n = \dot{V}_1 + \dots + e_n \dot{e}_n$$

$$\dot{V}_n = -K_1 e_1^2 + \dots + e_n [f(x_1, \dots, x_n) + g(x_1, \dots, x_n)U - \dot{\alpha}_{n-1}] \quad (\text{III.27})$$

Nous avons atteint cette étape finale où nous déduirons la loi de commande effective  $U$ , essentielle pour atteindre les objectifs de conception du système global. Contrairement aux lois  $x_i$ , qui restent des abstractions virtuelles, le choix approprié de celle-ci doit répondre aux critères suivants :

$$f(x_1, \dots, x_n) + g(x_1, \dots, x_n)U - \dot{\alpha}_{n-1} = -K_n e_n \quad (\text{III.28})$$

où  $K_n$  est un paramètre de conception qui est strictement positif

Ainsi, la commande pour l'ensemble du système sera formulée comme suit :

$$U = \frac{1}{g(x_1, \dots, x_n)} [-K_n e_n + \dot{\alpha}_{n-1} - f(x_1, \dots, x_n)] \quad (\text{III.29})$$

Ceci assure que la dérivée de la fonction de Lyapunov augmentée reste négative.

$$\dot{V}_n = -K_1 e_1^2 - \dots - K_n e_n^2 \leq 0 \quad (\text{III.30})$$

Nous avons détaillé le concept de commande par backstepping de manière générale. Pour notre application subséquente, nous adopterons toujours ce principe, mais en utilisant une méthode alternative pour déterminer la commande virtuelle, tout en garantissant des résultats similaires. Nous avons implémenté la commande backstepping avec un terme de correction basé sur l'algorithme du **super-twisting** pour renforcer sa robustesse.

### III.6.3 Algorithme de super-twisting

L'algorithme de Super-Twisting est une technique de commande robuste utilisée pour stabiliser des systèmes dynamiques non linéaires. Son objectif est d'assurer une convergence rapide et sans oscillations vers un état d'équilibre souhaité, même en présence de perturbations ou d'incertitudes dans le système.

L'algorithme de Super-Twisting est parmi les algorithmes de commande à mode glissant de second ordre les plus répandus. Il est particulièrement conçu pour les systèmes ayant un degré relatif de 1 par rapport à la variable de glissement. Son principal avantage réside dans sa capacité à atténuer les phénomènes de réticence, aussi connus sous le nom de "chattering", en assurant la continuité du signal de commande.

Il est développé de manière à préserver les principaux atouts des modes glissants de premier ordre, tels que (la robustesse aussi la convergence en temps fini,...Etc). Cet algorithme est conçu pour produire une fonction de contrôle continue qui guide la variable de glissement et sa dérivée à l'origine vers une convergence en temps fini, même en présence de perturbations externes supposées Lipschitz. De plus, il ne nécessite aucune connaissance préalable de la valeur de la dérivée de la variable de glissement  $\dot{s}$  (ce qui le rend particulièrement pertinent en pratique), tout en préservant de bonnes propriétés de robustesse [28].

Dans cette perspective, cet algorithme peut être interprété comme une généralisation non linéaire d'un régulateur proportionnel-intégral (PI). Lorsque le système physique n'a pas un degré relatif de un et que la surface de glissement dépend de la dérivée de la sortie, cela conduit à une généralisation non linéaire du PI. Autrement dit, cette extension non linéaire du PI est valide lorsque le terme de convergence est smooth (c'est-à-dire que la trajectoire du terme de convergence est lisse).

La stratégie de commande du super-twisting est constituée de deux éléments distincts. La première, notée  $u_1$ , correspond à un terme de convergence, tandis que la seconde  $u_2$ , représente un terme d'estimation de perturbation [11]. Elle est formulée de la manière suivante :

$$u(t) = u_1(t) + u_2(t)$$

Avec

$$u_1(t) = -K_1 |s|^{\frac{1}{2}} \text{sign}(s) \quad \text{et} \quad \dot{u}_2 = -K_2 \text{sign}(s)$$

### III.6.4 Définitions, lemmes et hypothèses

Les définitions, lemmes et hypothèses présentés par la suite seront exploités afin d'analyser la stabilité des algorithmes abordés dans la section de synthèse de la commande.

#### Definition III.6.1 (convergence en temps fini [7],[6])

Considérons un système non linéaire décrit par :

$$\dot{x} = f(x), \quad x \in \mathbb{R}^n \tag{III.31}$$

Où  $f(\cdot) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$  est une fonction continue. Supposons que  $f(0) = 0$ . L'origine de ce système (III.31) est un point d'équilibre stable en temps fini si une fonction  $T : V \setminus \{0\} \rightarrow [0, +\infty)$  appelée temps d'établissement du système, tel que les propriétés suivantes soient satisfaites :

- Stabilité selon Lyapunov : Pour tout voisinage ouvert  $O \subseteq \mathbb{R}^n$  de l'origine, il existe un voisinage ouvert  $U \subseteq \mathbb{R}^n$  de l'origine tel que pour tout  $x_0 \in U \setminus \{0\}$  et pour toute solution  $\phi(t, x_0)$  de (III.31)  $\dot{x} = f(x)$  telle que  $\phi(0, x_0) = x_0$  on a  $\phi(t, x_0) \in O$  pour tout  $t \in [0, T(x_0))$ .
- Pour tout  $x_0 \in V \setminus \{0\}$ , et pour toute solution  $\phi(t, x_0)$  de (III.31)  $\dot{x} = f(x)$  avec  $\phi(0, x_0) = x_0$ ,  $\phi(t, x_0)$  la solution est définie sur  $[0, T(x_0))$  et  $\lim_{t \rightarrow T(x_0)} \phi(t, x_0) = 0$ .

L'origine du système (III.31) est globalement stable en temps fini si elle est stable en temps fini avec  $V = \mathbb{R}^n$ .

### **Lemme III.6.1 ( [7],[6] )**

Pour le système décrit par (III.31), supposons qu'il existe une fonction continue définie positive  $V : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$ , un réel  $\gamma > 0$ ,  $0 < \alpha < 1$  ainsi qu'un ouvert  $U \subseteq \mathbb{R}^n$  dans un voisinage de l'origine tel que les inégalités suivantes soient satisfaites :

$$\dot{V}(x) + \gamma V^\alpha(x) \leq 0, \quad x \in V \setminus \{0\}. \quad (\text{III.32})$$

Alors, l'origine du système (III.31) constitue un équilibre stable en temps fini. Si  $V = \mathbb{R}^n$ , alors l'origine est un équilibre globalement stable en temps fini. De plus, le temps d'établissement est donné par :

$$t_R \leq \frac{1}{\gamma(1-\alpha)} V^{1-\alpha}$$

Considérons un système non linéaire incertain

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)U$$

avec  $x \in \chi \subset \mathbb{R}^n$  représente l'état du système et  $U \in \mathbb{R}$  sa commande, où  $f(x, t)$  et  $g(x, t)$  sont des champs de vecteurs suffisamment différentiables.

Pour formuler les lois de commande, il est essentiel de poser les hypothèses suivantes :

### **Hypothèse III.6.1 ( [28] )**

Il est supposé que le terme de perturbation  $\delta$  est borné, tels que :

$$|\dot{\delta}| < h_{\max}$$

avec  $h_{\max}$  étant une constante strictement positive présumée connue.

### **Hypothèse III.6.2 ( [28] )**

Nous partons du principe que la convergence de la dynamique de rotation est considérablement plus rapide que celle de la dynamique de translation, ce qui exclut le terme d'interconnexion entre les deux dynamiques. Le choix des gains de chaque commande, avec des gains faibles pour le contrôle en translation et des gains élevés pour le contrôle en rotation, permet de respecter cette hypothèse.

## III.7 Application sur le modèle

### III.7.1 Application de la commande hiérarchique

Le quadri-rotor est un système sous-actionné, notamment au niveau de son sous-système de translation. Il dispose de trois degrés de liberté et d'une commande  $U_1$  qui correspond à la somme des forces de poussée des quatre rotors. Il est donc plus judicieux de consacrer la commande  $U_1$  au contrôle de l'attitude, et de réguler les composantes de translation  $x$  et  $y$  de manière indirecte en ajustant les angles de roulis et de tangage via les commandes virtuelles  $U_x$  et  $U_y$ . Cela est également connue sous le nom de contrôle hiérarchique ou de commande en cascade. Considérons maintenant la dynamique de translation :

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{K_{ftx}}{m}\dot{x} + \frac{1}{m}U_xU_1 \\ \ddot{y} = -\frac{K_{fty}}{m}\dot{y} + \frac{1}{m}U_yU_1 \\ \ddot{z} = -\frac{K_{ftz}}{m}\dot{z} - g + \frac{c\phi\theta}{m}U_1 \end{cases} \quad (\text{III.33})$$

avec

$$\begin{cases} U_x = (c\phi s\theta c\psi + s\phi s\psi) \\ U_y = (c\phi s\theta s\psi - s\phi c\psi) \end{cases} \quad (\text{III.34})$$

A partir de l'équation (III.34), on trouve

$$\begin{cases} \phi_d = \sin^{-1}(s\psi_d U_x - c\psi_d U_y) \\ \theta_d = \sin^{-1}\left(\frac{c\psi_d U_x + s\psi_d U_y}{c\phi_d}\right) \end{cases} \quad (\text{III.35})$$

### III.7.2 Application de la commande backstepping sur le quadri-rotor

Considérons le système ci-dessous :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f(x) + g(x)U \end{cases} \quad (\text{III.36})$$

$f$  est exprimé sous la forme :

$$f(x) = f_0 + \delta$$

où

$f_0$  : désign les termes connus de  $f(x)$ .

$\delta$  : désign les termes inconnus de  $f(x)$ .

#### étape 1

Introduisons l'écart  $e_1$  :

$$e_1 = x_1 - x_{1d} \quad (\text{III.37})$$

La fonction candidate de Lyapunov initiale  $V_1$  est définie en corrélation avec  $e_1$  :

$$V_1 = \frac{1}{2}e_1^2 \quad (\text{III.38})$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov est exprimée comme suit :

$$\dot{V}_1 = e_1 \dot{e}_1 = e_1(\dot{x}_1 - \dot{x}_{1d}) = e_1(\dot{x}_1 - v_1) + e_1(v_1 - \dot{x}_{1d}) \quad (\text{III.39})$$

La variable  $(\dot{x}_{1d})$  indique la référence de vitesse, tandis que  $v_1$  correspond à la commande stabilisatrice de  $e_1$

$$v_1 = \dot{x}_{1d} - k_1 e_1 \quad (\text{III.40})$$

avec :  $k_1 > 0$

En substituant (III.40) dans (III.39), nous obtenons :

$$\dot{V}_1 = -k_1 e_1^2 + e_1(\dot{x}_1 - v_1) \quad (\text{III.41})$$

### étape 2

Nous définissons l'erreur  $e_2$  comme la différence entre la vitesse réelle et la commande virtuelle de la vitesse. Lorsque  $e_2$  converge, cela entraînera naturellement la convergence de  $e_1$  car la vitesse se rapprochera de la vitesse virtuelle et la dérivée de  $V_1$  sera strictement négative.

Introduisons l'écart  $e_2$  :

$$e_2 = \dot{x}_1 - v_1 \quad (\text{III.42})$$

La seconde fonction candidate de Lyapunov  $V_2$ , est définie en relation avec  $e_2$

$$V_2 = \frac{1}{2} e_2^2 \quad (\text{III.43})$$

La dérivée de la fonction de Lyapunov s'exprime comme suit :

$$\dot{V}_2 = e_2 \dot{e}_2 = e_2(f(x) + g(x)U - \dot{v}_1) \quad (\text{III.44})$$

Nous définissons la commande réelle :

$$U = \frac{1}{g(x)}(-f_0(x) + \dot{v}_1 + v_2) \quad (\text{III.45})$$

En substituant (III.45) dans (III.44), nous trouvons

$$\dot{V}_2 = e_2(\delta + v_2) \quad (\text{III.46})$$

avec :

$v_2$  représente le terme de correction [6].

$$v_2 = -\lambda_1 |e_2|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e_2) - \lambda_2 \int \text{sgn}(e_2(z)) dt \quad (\text{III.47})$$

En substituant l'équation (III.47) dans l'équation (III.46) nous obtenons [28] :

$$\dot{V}_2 = e_2 \left( -\lambda_1 |e_2|^{\frac{1}{2}} \text{sgn}(e_2) - \lambda_2 \int \text{sgn}(e_2(z)) dz + \delta \right) \quad (\text{III.48})$$

Considérons le changement de variable suivant :

$$z = [z_1 \quad z_2]^T \quad (\text{III.49})$$

$$\begin{cases} z_1 = e_2 \\ z_2 = -\lambda_2 \int \operatorname{sgn}(e_2(z)) dz + \delta \end{cases} \quad (\text{III.50})$$

Ce qui implique :

$$\begin{cases} \dot{z}_1 = -\lambda_1 |z_1|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(z_1) + z_2 \\ \dot{z}_2 = -\lambda_2 \operatorname{sgn}(z_1) + \dot{\delta} \end{cases} \quad (\text{III.51})$$

Si  $z_1$  et  $z_2$  convergent vers zéro, alors  $e_2$  et  $\dot{e}_2$  convergent également vers zéro.

Nous sélectionnons désormais la fonction de Lyapunov suivante pour analyser la stabilité du système (III.36) [7].

$$V(z) = v^T P v \quad (\text{III.52})$$

Le vecteur  $v$  et la matrice symétrique  $P$ , tous deux appartenant à l'espace  $\mathbb{R}^{2 \times 2}$  sont spécifiés par :

$$V = (|z_1|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(z_1) z_2) \quad \text{et} \quad P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 4\lambda_2 + \lambda_1 & -\lambda_1 \\ -\lambda_1 & 2 \end{bmatrix}$$

Cette fonction est positive définie lorsque  $\lambda_2$  est strictement supérieur à zéro.

$$\sigma_{\min}(P) \|v\|^2 \leq V(z) \leq \sigma_{\max}(P) \|v\|^2 \quad (\text{III.53})$$

où  $\|v\|$  représente la norme euclidienne de  $v$ , définie comme :

$$\|v\|^2 = |z_1| + z_2^2 \quad (\text{III.54})$$

$\sigma_{\min}(P)$  et  $\sigma_{\max}(P)$  sont respectivement les plus petites et les plus grandes valeurs propres de  $P$ .

La dérivée de la fonction de Lyapunov III.52 est alors donnée par [7] :

$$\dot{V} = -\frac{1}{|z_1|^{\frac{1}{2}}} v^T Q v + \dot{\delta} \xi^T v \quad (\text{III.55})$$

où :

$$Q = \frac{\lambda_1}{2} \begin{bmatrix} 2\lambda_2 + \lambda_1^2 & -\lambda_1 \\ -\lambda_1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \xi = [-\lambda_1 \quad 2] \quad (\text{III.56})$$

Étant donné que  $|\dot{\delta}| \leq h_{\max}$ , nous obtenons

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{|z_1|^{\frac{1}{2}}} \sigma_{\min}(Q) \|v\|^2 + h_{\max} \|\xi\| \|v\| \quad (\text{III.57})$$

En utilisant l'équation (III.54), on peut déduire que :

$$\frac{1}{|z_1|^{\frac{1}{2}}} \geq \frac{1}{\|v\|} \quad (\text{III.58})$$

On obtient :

$$\dot{V} \leq (-\sigma_{\min}(Q) + h_{\max} \|\xi\|) \|v\| \quad (\text{III.59})$$

En utilisant l'équation (III.53), on remarque que :

$$\frac{V}{\sigma_{\max}(P)} \leq \|v\|^2 \leq \frac{V}{\sigma_{\min}(P)} \quad (\text{III.60})$$

On trouve :

$$\dot{V} \leq -(\sigma_{\min}(Q) - h_{\max}\|\xi\|) \frac{V}{\sqrt{\sigma_{\max}(P)}} \quad (\text{III.61})$$

Pour déduire la négativité de  $\dot{V}(z)$ , il est nécessaire que :

$$\sigma_{\min}(Q) \geq h_{\max}\|\xi\| \quad (\text{III.62})$$

La matrice Q sera définie positive lorsque sa plus petite valeur propre sera supérieure ou égale à  $\sigma_{\min}(Q) \geq h_{\max}\|\xi\|$ , et  $\lambda_1 \geq 0$  et  $h_{\max} > 0$

D'où :

$$\lambda_2 \geq \frac{2h_{\max}^2\|\xi\|^2}{\lambda_1^2} \quad (\text{III.63})$$

Par conséquent, on obtient :

$$\dot{V} \leq -\gamma V^{\frac{1}{2}} \quad (\text{III.64})$$

Avec :

$$\gamma = \frac{\sigma_{\min}(Q) - h_{\max}\|\xi\|}{\sqrt{\sigma_{\max}(P)}}$$

La solution est donc :

$$\int \frac{dV}{V^{\frac{1}{2}}} \leq -\gamma \int dt \Rightarrow T = \frac{2V^{\frac{1}{2}}z(0)}{\gamma} \quad (\text{III.65})$$

Nous avons ainsi établi la stabilité en temps fini, ce qui signifie que  $z_1$  et  $z_2$  convergent vers zéro en un temps fini

$$z_2 = 0 \Rightarrow \delta = \lambda_2 \int \text{sgn}(z_1(z)) dz \quad (\text{III.66})$$

Ainsi, le terme  $\lambda_2 \int \text{sgn}(z_1(z)) dz$  représente le terme d'estimation de la perturbation.

Lorsque  $z_1 = z_2 = 0$ , conformément à l'équation (III.66)

Donc :

$$\begin{aligned} \Rightarrow \dot{V}_2 &= e_2(-\lambda_1|e_2|^{\frac{1}{2}}\text{sgn}(e_2)) \\ \Rightarrow \dot{V}_2 &= -\lambda_1|e_2|^{\frac{3}{2}} \\ \Rightarrow \dot{V}_2 &= -2\lambda_1\left(\frac{1}{2}e_2^2\right)^{\frac{3}{4}} \\ \Rightarrow \dot{V}_2 &= -2\lambda_1V^{\frac{3}{4}} \end{aligned} \quad (\text{III.67})$$

D'après le lemme de stabilité en temps fini (III.51),  $V_2$  est stable, ce qui signifie que l'erreur  $e_2$  s'annule. Cela implique que :

$$\dot{V}_1 = -k_1e_1^2$$

entraînant également l'annulation de l'erreur  $e_1$

### III.7.3 Les contrôleurs sans le terme de super-twisting :

#### III.7.3.1 Le contrôle de l'altitude ( $z$ )

$$\begin{cases} e_{11} = z - z_d \\ v_{11} = \dot{z}_d - k_1 e_{11} \end{cases}$$

$$\boxed{U_1 = \frac{1}{g_6(x)} (-f_{06}(x) + \dot{v}_{11})} \quad (\text{III.68})$$

#### III.7.3.2 La commande virtuelle

##### Le contrôle de ( $x$ )

$$\begin{cases} e_{1x} = x - x_d \\ v_{1x} = \dot{x}_d - k_x e_{1x} \end{cases}$$

$$\boxed{U_x = \frac{m}{U_1} (\dot{v}_{1x})} \quad (\text{III.69})$$

##### Le contrôle de ( $y$ )

$$\begin{cases} e_{1y} = y - y_d \\ v_{1y} = \dot{y}_d - k_y e_{1y} \end{cases}$$

$$\boxed{U_y = \frac{m}{U_1} (\dot{v}_{1y})} \quad (\text{III.70})$$

#### III.7.3.3 Le contrôle de roulis ( $\varphi$ )

$$\begin{cases} e_{12} = \varphi - \varphi_d \\ v_{12} = \dot{\varphi}_d - k_2 e_{12} \end{cases}$$

$$\boxed{U_2 = \frac{1}{g_1(x)} (-f_{01}(x) + \dot{v}_{12})} \quad (\text{III.71})$$

#### III.7.3.4 Le contrôle de tangage ( $\theta$ )

$$\begin{cases} e_{13} = \theta - \theta_d \\ v_{13} = \dot{\theta}_d - k_3 e_{13} \end{cases}$$

(III.72)

$$\boxed{U_3 = \frac{1}{g_2(x)} (-f_{02}(x) + \dot{v}_{13})} \quad (\text{III.73})$$

#### III.7.3.5 Le contrôle de lacet ( $\psi$ )

$$\begin{cases} e_{14} = \psi - \psi_d \\ v_{14} = \dot{\psi}_d - k_4 e_{14} \end{cases}$$

$$\boxed{U_4 = \frac{1}{g_3(x)} (-f_{03}(x) + \dot{v}_{14})} \quad (\text{III.74})$$

### III.7.4 Les contrôleurs avec le terme de super-twisting :

#### III.7.4.1 Le contrôle de l'altitude (z)

$$\begin{cases} e_{11} = z - z_d \\ e_{21} = \dot{z} - v_{11} \\ v_{11} = \dot{z}_d - k_1 e_{11} \\ v_{21} = -\lambda_{11} |e_{21}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(e_{21}) - \lambda_{21} \int \operatorname{sgn}(e_{21}(z)) dz \end{cases}$$

$$\boxed{U_1 = \frac{1}{g_6(x)} (-f_{06}(x) + \dot{v}_{11} + v_{21})} \quad (\text{III.75})$$

#### III.7.4.2 La commande virtuelle

##### Le contrôle de (x)

$$\begin{cases} e_{1x} = x - x_d \\ e_{2x} = \dot{x} - v_{1x} \\ v_{1x} = \dot{x}_d - k_x e_{1x} \\ v_{2x} = -\lambda_{1x} |e_{2x}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(e_{2x}) - \lambda_{2x} \int \operatorname{sgn}(e_{2x}(z)) dz \end{cases}$$

$$\boxed{U_x = \frac{m}{U_1} (\dot{v}_{1x} + v_{2x})} \quad (\text{III.76})$$

##### Le contrôle de (y)

$$\begin{cases} e_{1y} = y - y_d \\ e_{2y} = \dot{y} - v_{1y} \\ v_{1y} = \dot{y}_d - k_y e_{1y} \\ v_{2y} = -\lambda_{1y} |e_{2y}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(e_{2y}) - \lambda_{2y} \int \operatorname{sgn}(e_{2y}(z)) dz \end{cases}$$

$$\boxed{U_y = \frac{m}{U_1} (\dot{v}_{1y} + v_{2y})} \quad (\text{III.77})$$

#### III.7.4.3 Le contrôle de roulis ( $\varphi$ )

$$\begin{cases} e_{12} = \varphi - \varphi_d \\ e_{22} = \dot{\varphi} - v_{12} \\ v_{12} = \dot{\varphi}_d - k_2 e_{12} \\ v_{22} = -\lambda_{12} |e_{22}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(e_{22}) - \lambda_{22} \int \operatorname{sgn}(e_{22}(z)) dz \end{cases}$$

$$\boxed{U_2 = \frac{1}{g_1(x)} (-f_{01}(x) + \dot{v}_{12} + v_{22})} \quad (\text{III.78})$$

#### III.7.4.4 Le contrôle de tangage ( $\theta$ )

$$\begin{cases} e_{13} = \theta - \theta_d \\ e_{23} = \dot{\theta} - v_{13} \\ v_{13} = \dot{\theta}_d - k_3 e_{13} \\ v_{23} = -\lambda_{13} |e_{23}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(e_{23}) - \lambda_{23} \int \operatorname{sgn}(e_{23}(z)) dz \end{cases} \quad (\text{III.79})$$

$$\boxed{U_3 = \frac{1}{g_2(x)} (-f_{02}(x) + \dot{v}_{13} + v_{23})} \quad (\text{III.80})$$

#### III.7.4.5 Le contrôle de lacet ( $\psi$ )

$$\begin{cases} e_{14} = \psi - \psi_d \\ e_{24} = \dot{\psi} - v_{14} \\ v_{14} = \dot{\psi}_d - k_4 e_{14} \\ v_{24} = -\lambda_{14} |e_{24}|^{\frac{1}{2}} \operatorname{sgn}(e_{24}) - \lambda_{24} \int \operatorname{sgn}(e_{24}(z)) dz \end{cases}$$

$$\boxed{U_4 = \frac{1}{g_3(x)} (-f_{03}(x) + \dot{v}_{14} + v_{24})} \quad (\text{III.81})$$

### III.8 Simulation sous matlab :

Dans cette partie, nous présentons une série de simulations résultant de l'application de la commande par backstepping sans et avec l'algorithme de Super-Twisting sur le quadrirotor afin d'évaluer l'efficacité et la robustesse obtenues pour le problème de suivi. Nous avons réalisé les simulations sous MATLAB/Simulink en utilisant les paramètres présentés dans le tableaux (II.5). Divers tests de vol ont été réalisés pour évaluer les performances de la commande suggérée. Tout d'abord, une application sans perturbations externes a été testée. Ensuite, une application prenant en compte les perturbations externes, telles que décrites dans le tableau (II.5), a été effectuée.

Les paramètres du contrôleur sont les suivants :

Paramètre	Valeur
$k_1, k_x, k_y$	1.1
$k_2$	3.2
$k_3, k_4$	0.2

TABLE III.1 – les paramètres du contrôleur backstepping sans l'algorithme de super-twisting

Paramètre	Valeur
$k_1, k_x, k_y$	1.1
$k_2$	3.2
$k_3, k_4$	0.2
$\lambda_{11}, \lambda_{12}, \lambda_{13}, \lambda_{14}, \lambda_{1x}, \lambda_{1y}$	1
$\lambda_{21}, \lambda_{24}$	0.6
$\lambda_{2x}, \lambda_{2y}$	0.4
$\lambda_{22}, \lambda_{23}$	0.004

TABLE III.2 – les paramètres du contrôleur backstepping avec l'algorithme de super-twisting

La représentation globale du schéma de simulation est illustrée dans la figure ci-dessous :

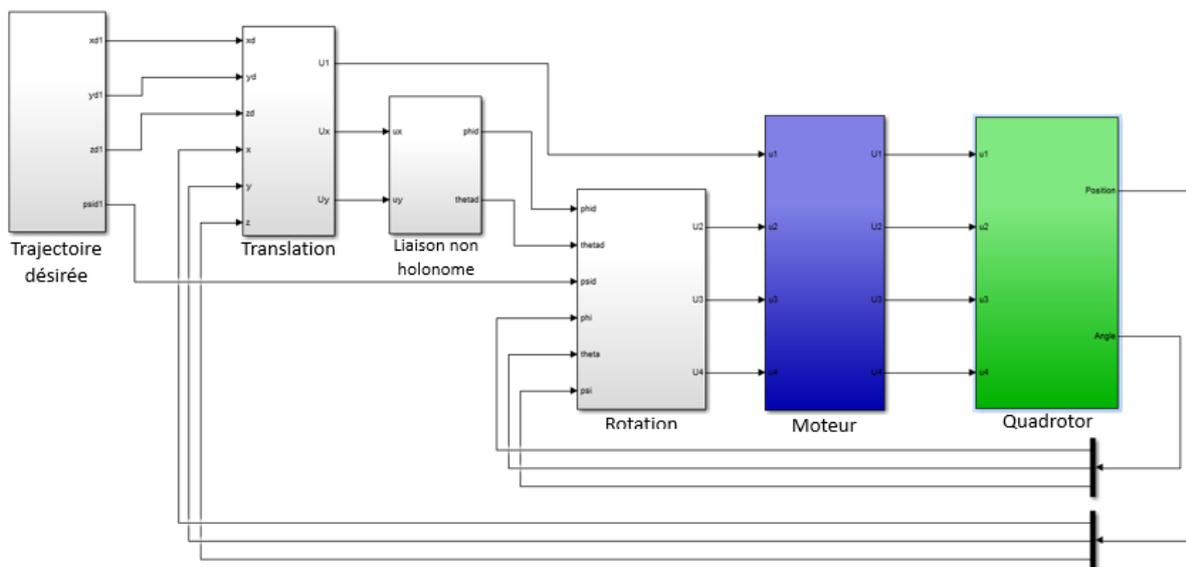


FIGURE III.3 – Schéma global de la commande hiérarchique sous MATLAB/Simulink.

### III.8.1 Résultats de la 1<sup>ère</sup> simulation (sans terme de super-twisting)

#### III.8.1.1 sans perturbations

Dans ce cas, nous ignorons les perturbations externes, c'est-à-dire que  $F_{ext} = 0$ .

#### ✈ Les translations :

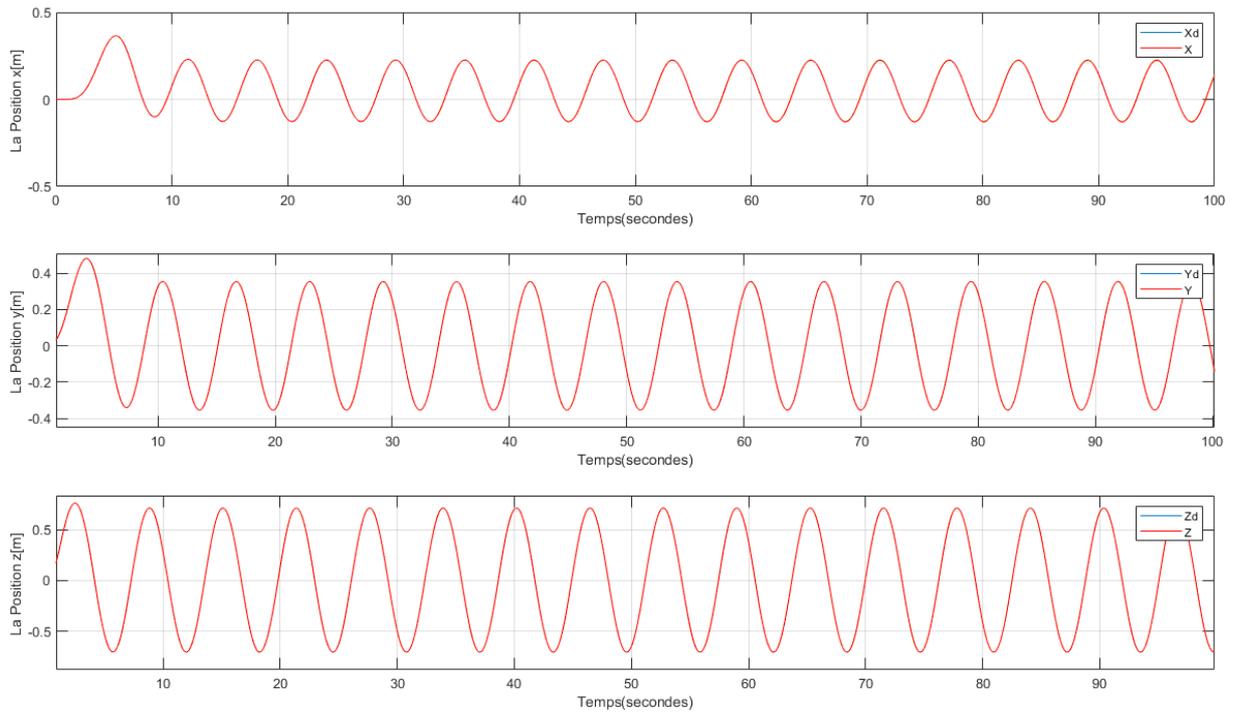


FIGURE III.4 – Les trajectoires des translations

#### ✈ Les rotations :

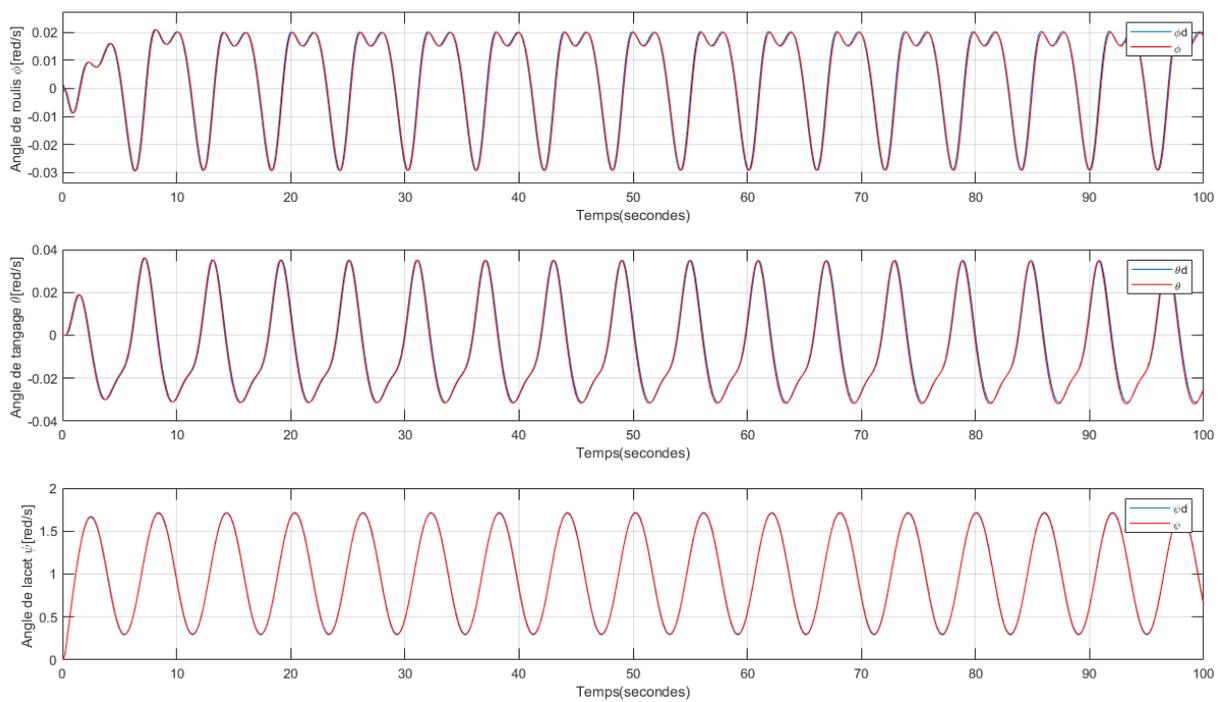


FIGURE III.5 – Les trajectoires des rotations

✈ Les commandes :

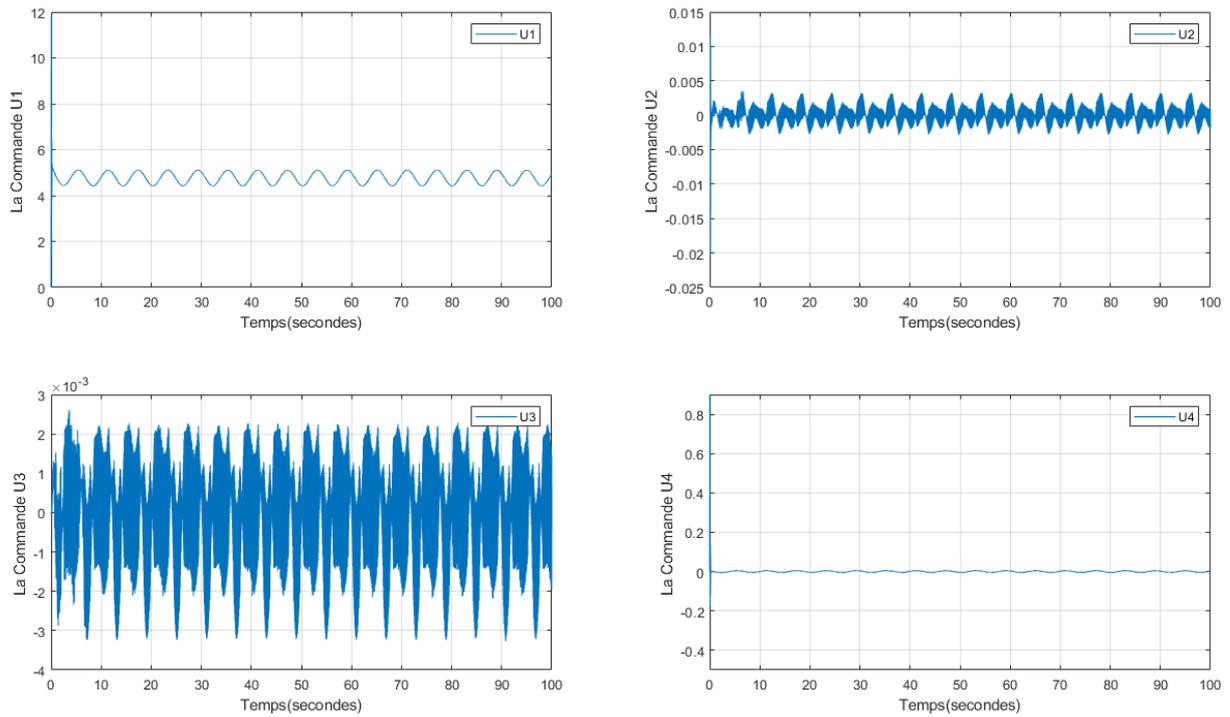


FIGURE III.6 – Les trajectoires des commandes

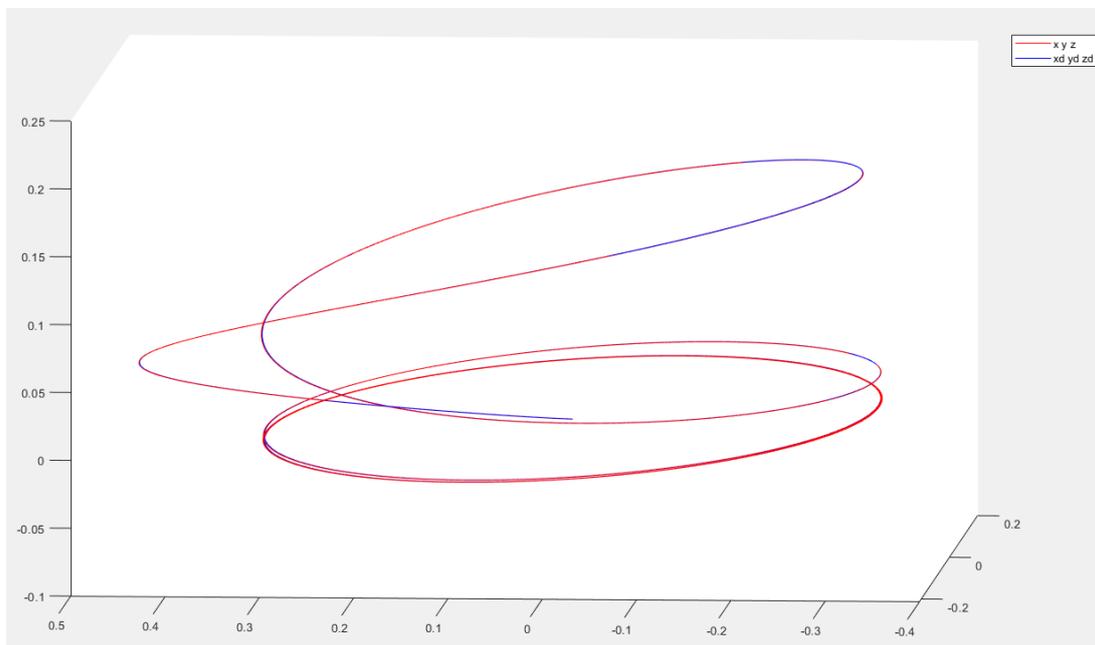


FIGURE III.7 – Position absolue du quadrirotor sans perturbations.

### III.8.1.2 avec perturbations

Dans ce cas, les perturbations externes sont intégrées au modèle dynamique du quadrirotor

#### ✈ Les translations :

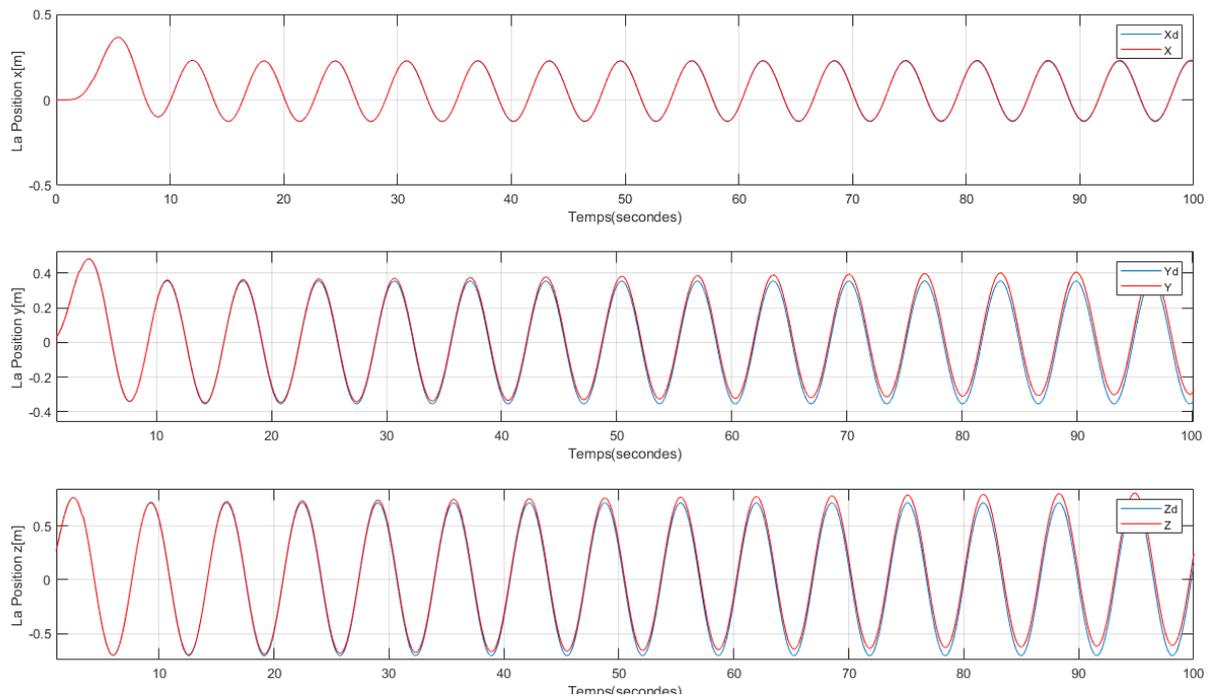


FIGURE III.8 – Les trajectoires des translations avec perturbations

#### ✈ Les rotations :

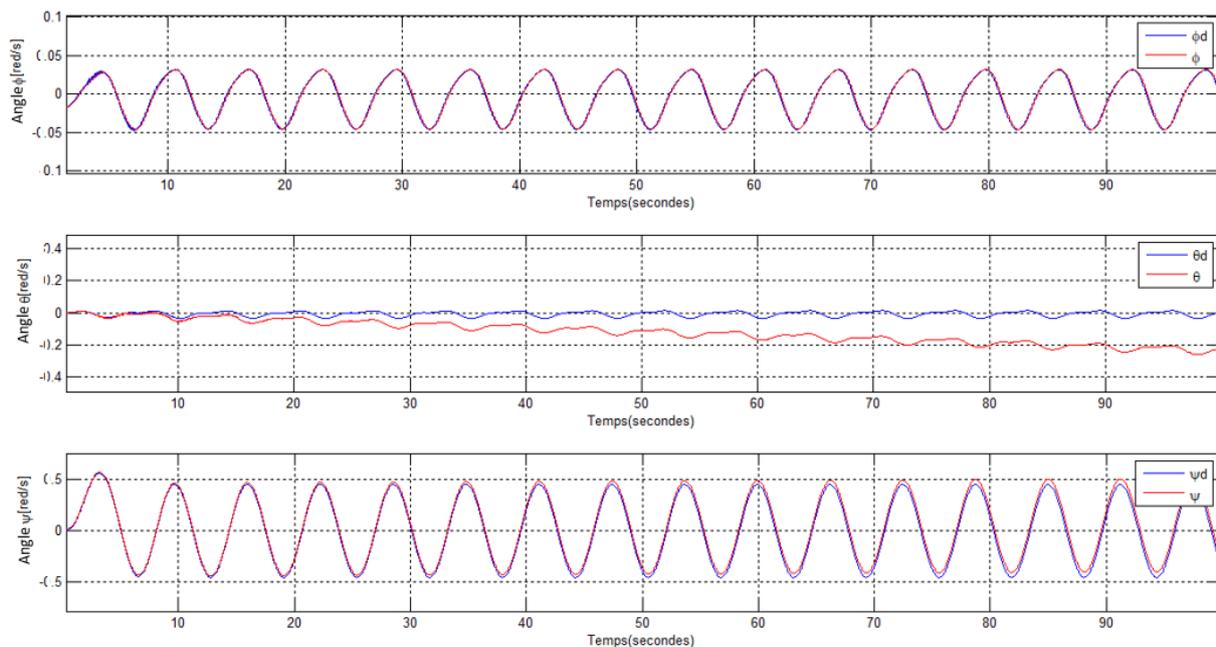


FIGURE III.9 – Les trajectoires des rotations avec perturbations

### ✈ Les commandes :

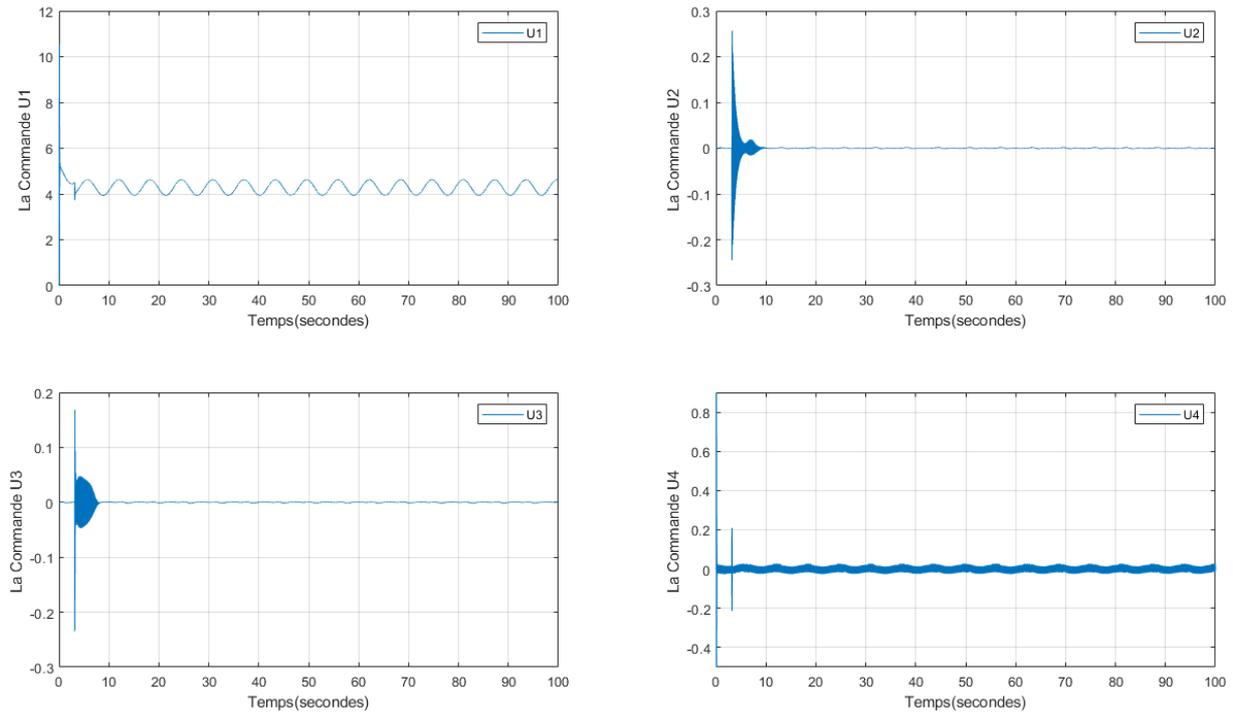


FIGURE III.10 – Les trajectoires des commandes avec perturbations

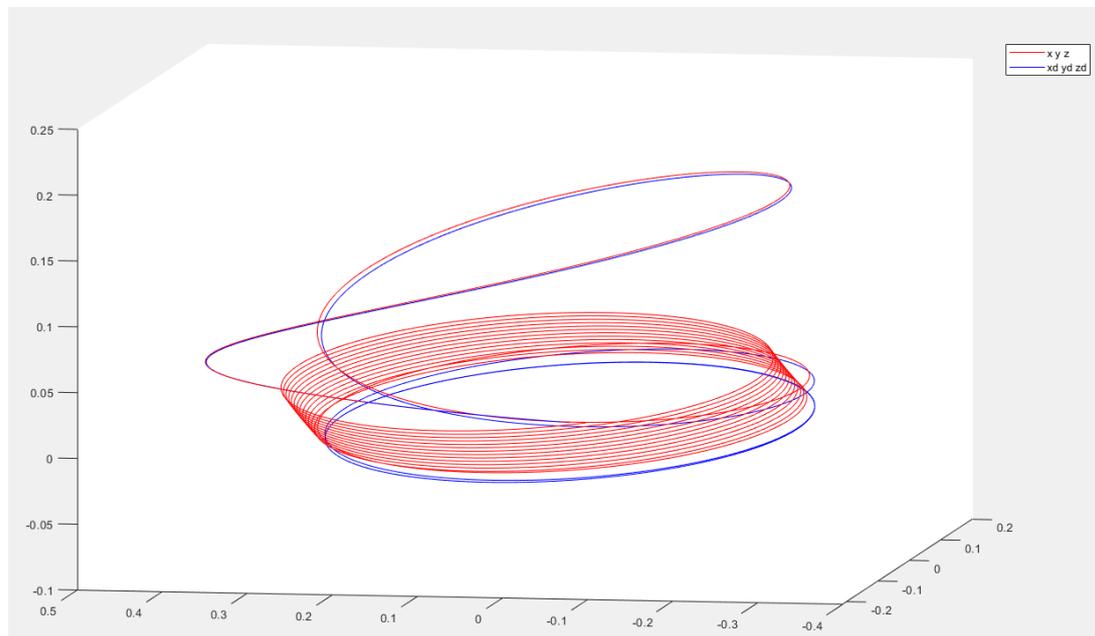


FIGURE III.11 – Position absolue du quadri-rotor avec perturbations.

### Interprétation

Bon suivi de la trajectoire souhaitée en l'absence de perturbations. Cependant, lorsque des perturbations sont introduites, les réponses ne suivent pas parfaitement cette trajectoire et présentent une légère erreur statique. Pour remédier à cela, nous avons intégré un terme de correction super twisting dans la simulation suivante, ce qui va robustifier la commande.

## III.8.2 Résultats de la 2<sup>ème</sup> simulation (Avec le terme de super-twisting)

### III.8.2.1 sans perturbations

✈ Les translations :

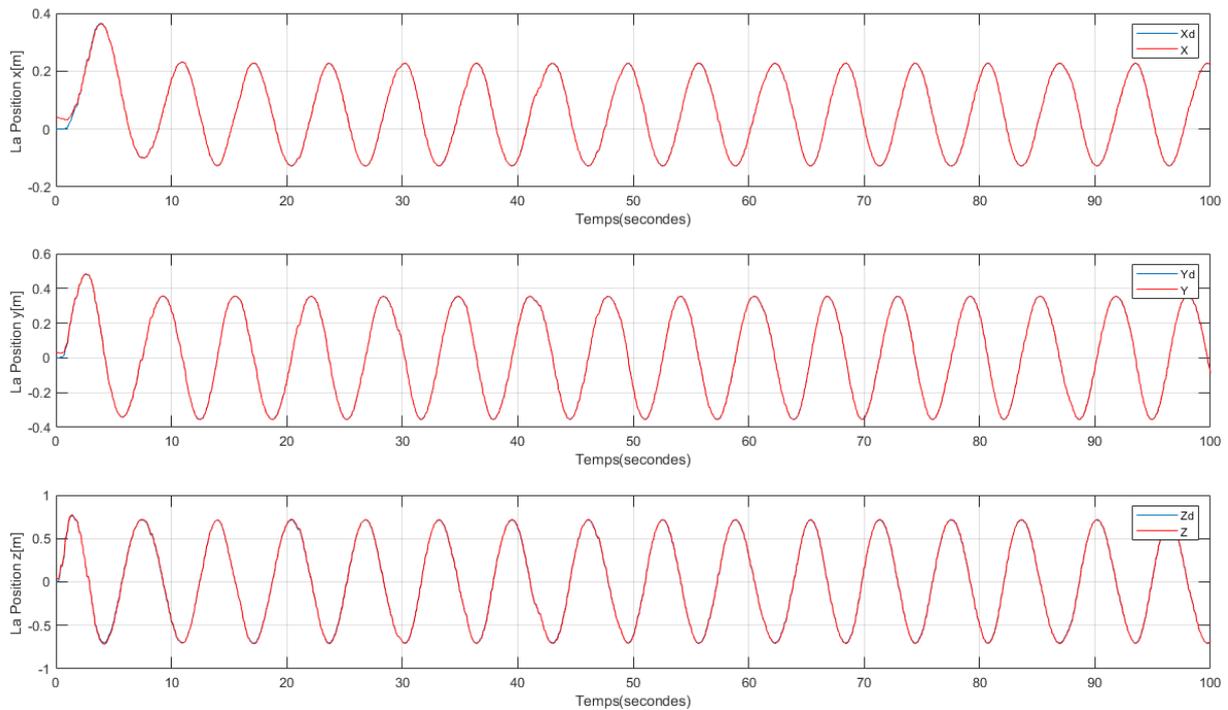


FIGURE III.12 – Les trajectoires des translations

✈ Les rotations :

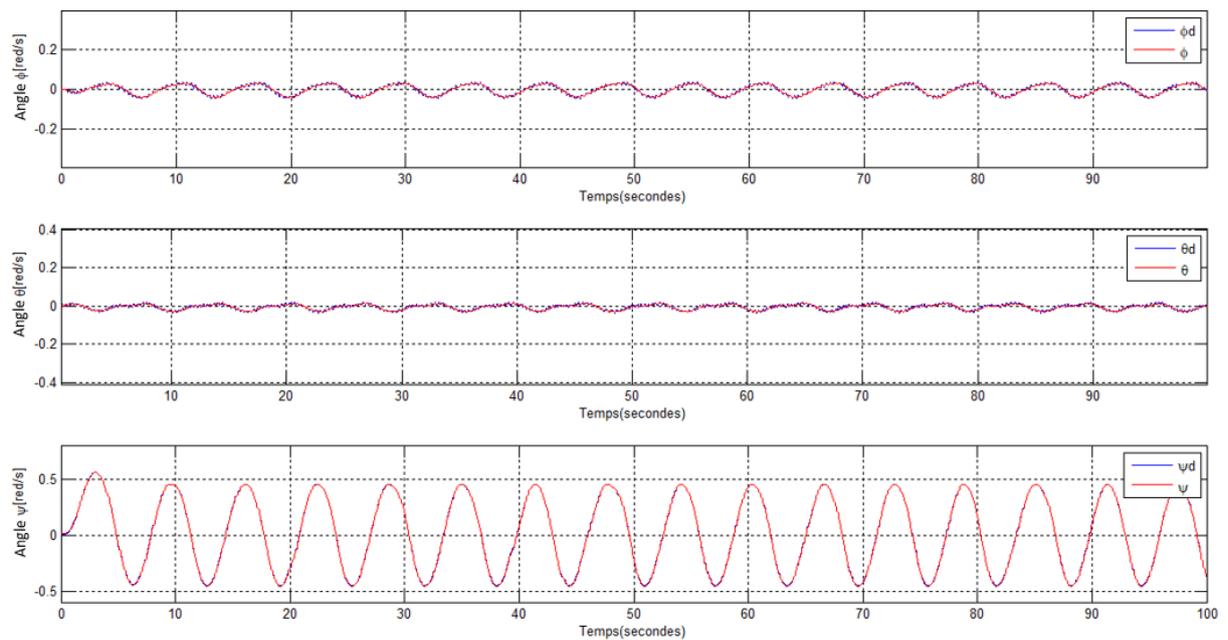


FIGURE III.13 – Les trajectoires des rotations

➤ Les commandes :

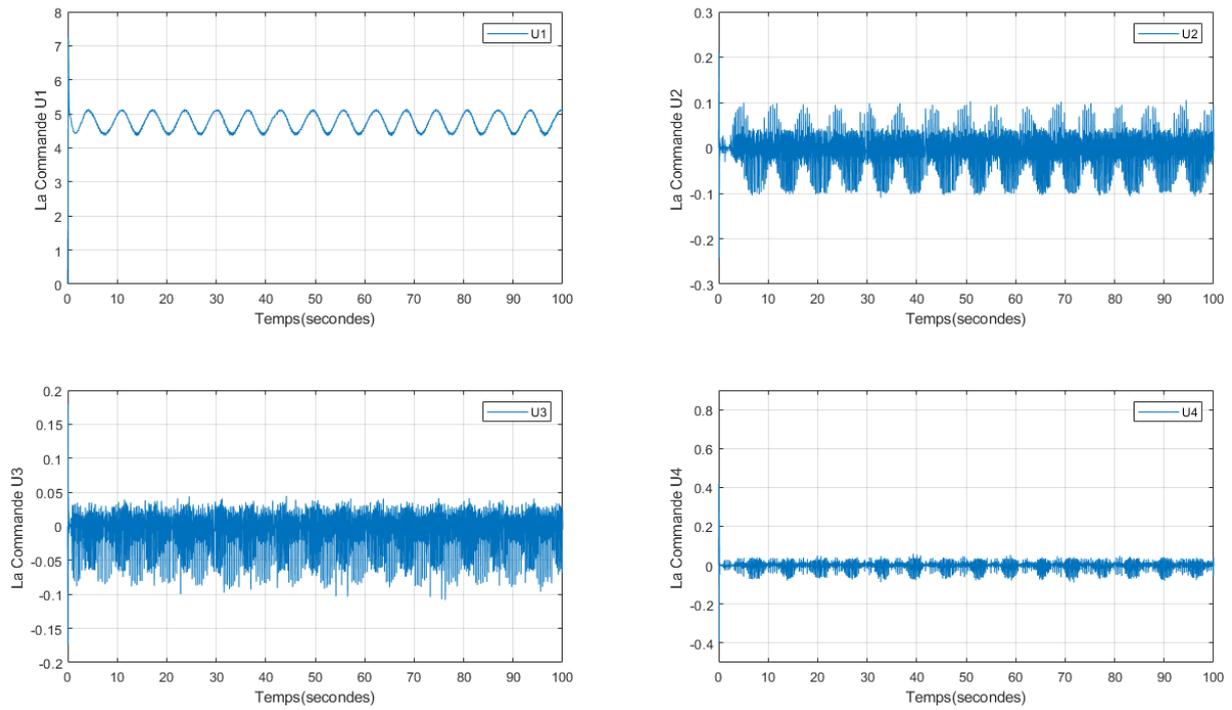


FIGURE III.14 – Les trajectoires des commandes

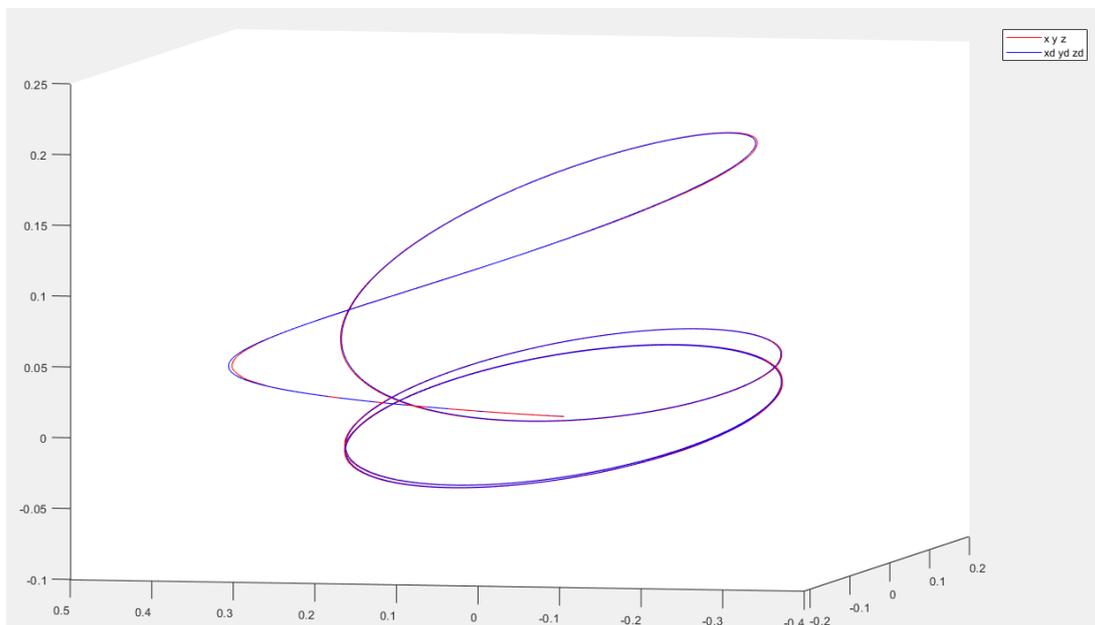


FIGURE III.15 – Position absolue du quadrirotor Sans perturbations.

### III.8.2.2 avec perturbations

#### ✈ Les translations :

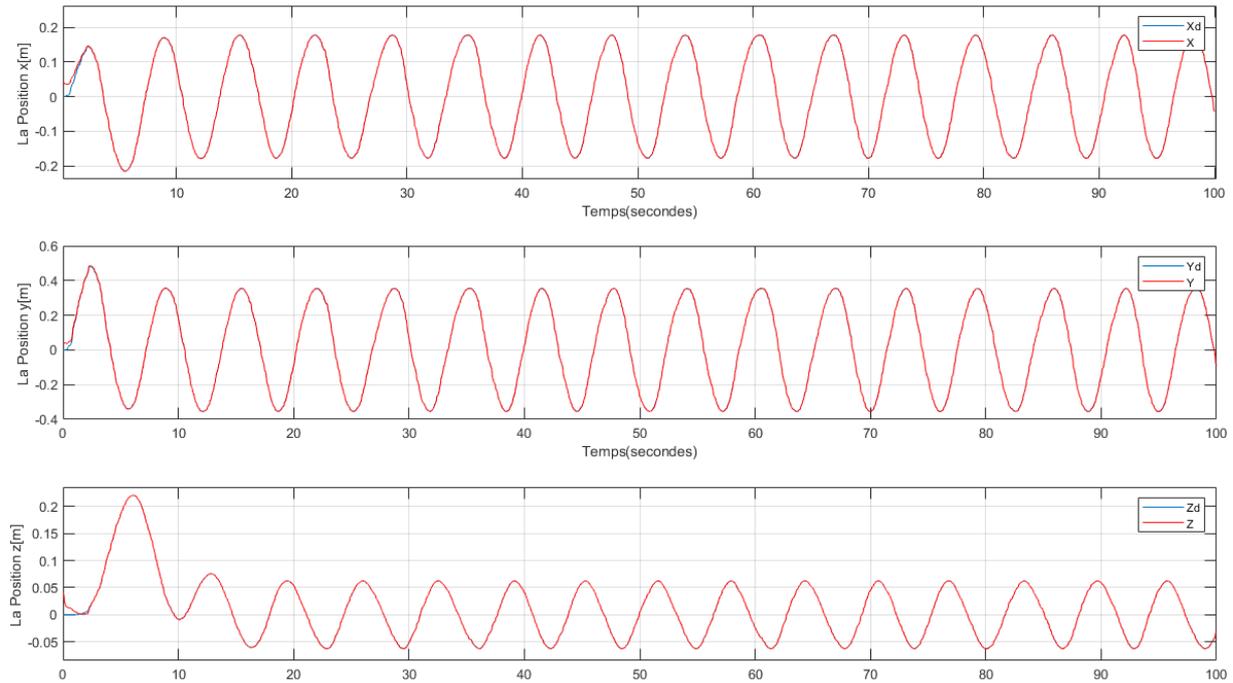


FIGURE III.16 – Les trajectoires des translations avec perturbations

#### ✈ Les rotations :

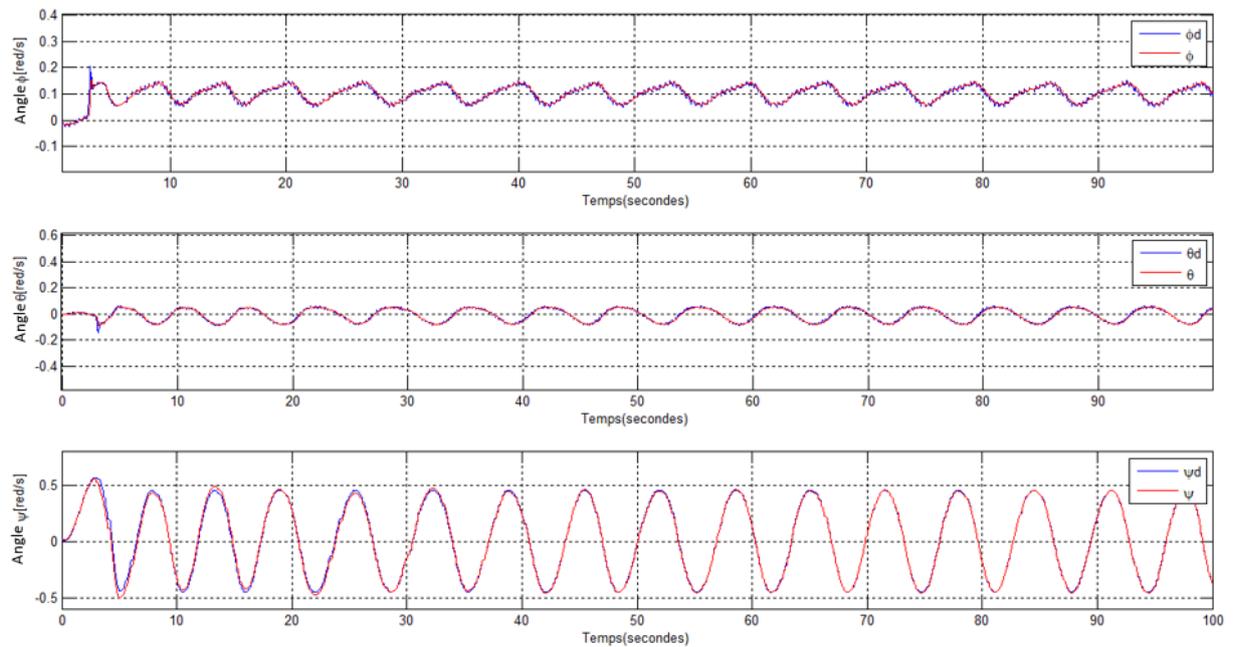


FIGURE III.17 – Les trajectoires des rotations avec perturbations

✈ Les commandes :

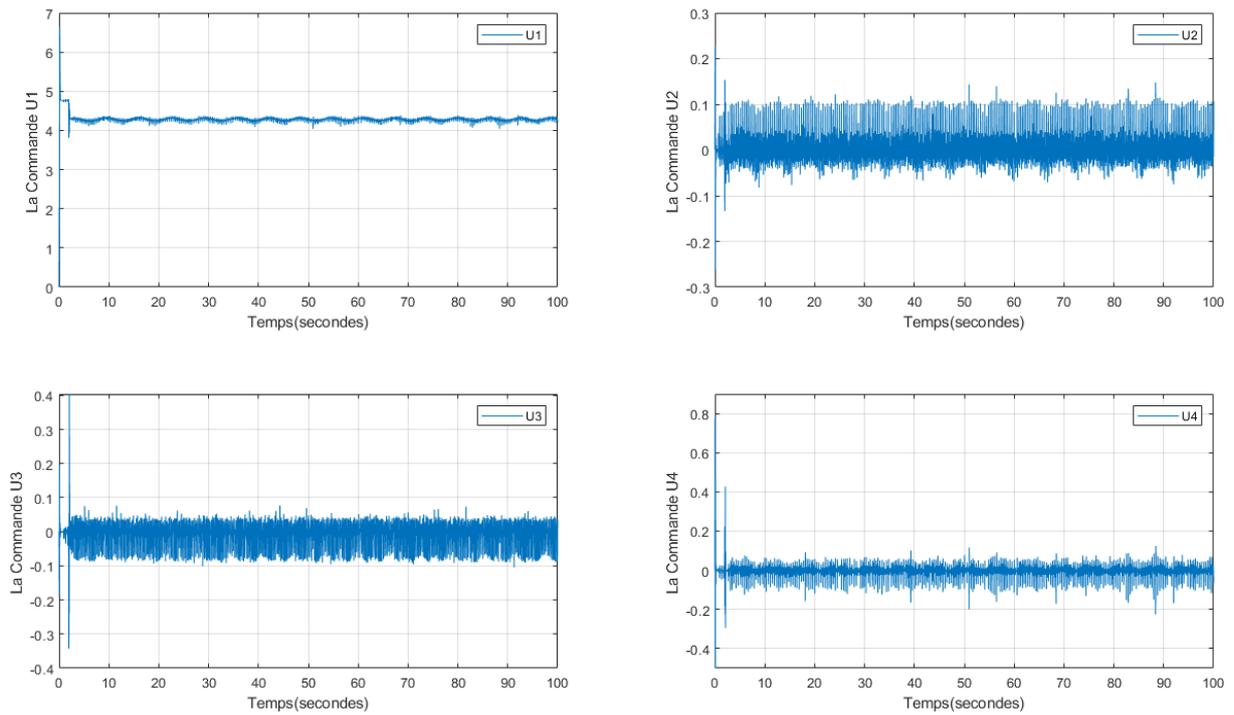


FIGURE III.18 – Les commandes avec perturbations

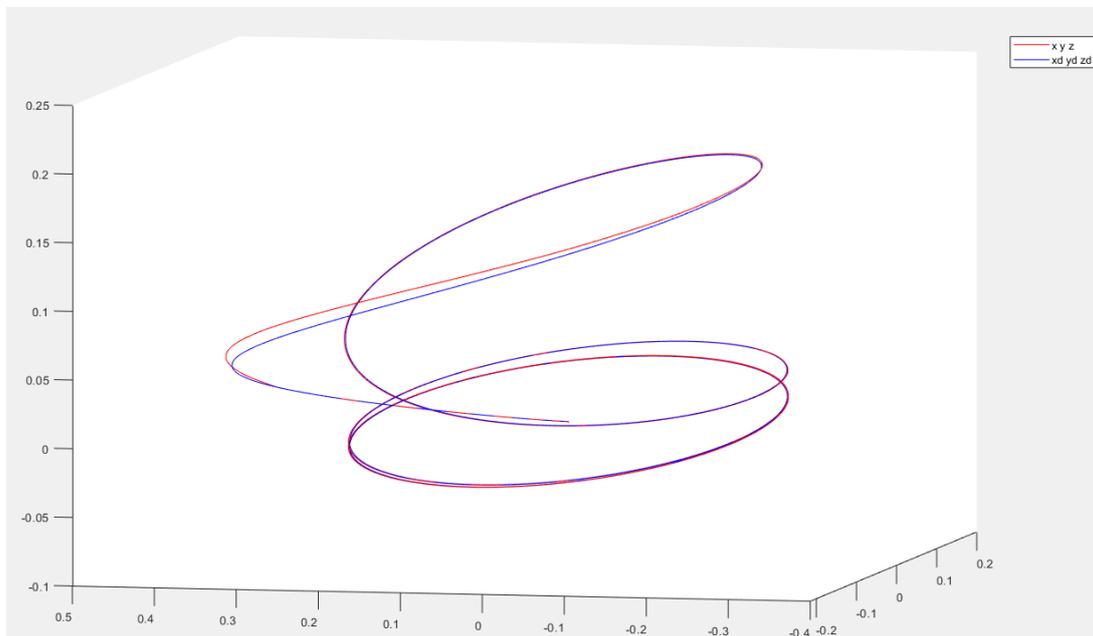


FIGURE III.19 – Position absolue du quadri-rotor avec perturbations.

## **Interprétation**

En se basant sur les résultats des simulations, nous avons remarqué que l'introduction du terme de correction permet aux réponses de suivre de manière précise les trajectoires, qu'il y ait ou non des perturbations. Ces observations ont mis en évidence l'efficacité et la résilience de cette approche de commande pour atteindre la trajectoire souhaitée.

## **III.9 Conclusion**

Dans ce chapitre, nous avons présenté une loi de commande basée sur la théorie de Lyapunov. Nous avons étudié l'application de la commande hiérarchique pour surmonter le défi du sous-actionnement du système.

Nous avons développé un contrôleur en utilisant la méthode du backstepping, que nous avons amélioré en ajoutant un terme de super-twisting pour augmenter la robustesse de la commande.

Cependant, ce terme, dû au mode glissant, introduit un phénomène de chattering. Pour contrer ce problème, nous avons ajouté un terme intégral pour lisser ce chattering.

Nous avons également validé cette commande par des simulations sur le modèle, démontrant ainsi l'efficacité et la robustesse du contrôleur backstepping corrigé, avec et sans perturbations.

# Conclusion générale

Au fil des dernières années, les systèmes robotiques autonomes sont devenus un domaine d'intérêt dynamique, évoluant à un rythme soutenu. Ce qui était autrefois une recherche limitée à quelques institutions s'est transformé en une tendance mondiale, alimentée en permanence par les avancées réalisées à l'échelle internationale.

Un domaine naissant dans le secteur des robots autonomes est celui des drones à décollage et atterrissage vertical. Les UAV sont souvent utilisés dans le cadre de missions de coopération ou de surveillance afin de suivre des cibles au sol. Souvent, ces cibles sont dynamiques et peuvent effectuer des mouvements imprévisibles, ce qui nécessite une prise en compte par les algorithmes de navigation des drones pour suivre et manœuvrer avec précision.

Le Quadrirotor représente un système non linéaire, complexe et multi-variables, présentant une instabilité notable et une dynamique fortement interconnectée. Dans cette recherche, nous avons étudié le suivi de trajectoire de vol d'un quadrirotor en présence de perturbations limitées. Nous avons pu identifier une variété de défis liés au contrôle des véhicules à voilure tournante, tels que leur instabilité naturelle, leur caractère fortement non linéaire et le couplage entre la dynamique de rotation et de translation, ainsi que les difficultés associées à leur nature sous-actionnée.

Tout d'abord, nous avons abordé quelques notions générales sur les véhicules aériens autonomes, en décrivant leur rôle dans l'agriculture de précision, et leur classification. Ensuite, nous avons établi le modèle mathématique du quadrirotor, une étape cruciale pour garantir des simulations aussi proches que possible au comportement réel du système. Puis, nous avons abordé la commande du quadrirotor en commençant par une commande PID, une approche classique en matière de commande. Bien que les lois de commande de type PID soient très efficaces pour les systèmes linéaires à paramètres constants ou légèrement perturbés, elles peuvent s'avérer insuffisantes pour les systèmes non linéaires présentant d'importantes variations paramétriques et soumis à des perturbations significatives.

Par la suite, nous avons introduit et appliqué la technique de commande par backstepping et backstepping modifié au modèle du quadrirotor. Cette loi de commande est robuste, non linéaire et repose sur le théorème de stabilité de Lyapunov. La commande par backstepping modifié garantit la stabilité à temps fini et élimine l'impact des perturbations en utilisant un terme de correction super-twisting. Le contrôleur de cette boucle peut acquérir les angles de roulis et de tangage souhaités, suivre la trajectoire de vol désirée, et produire les forces et les couples requis pour atteindre l'objectif assigné. Ce contrôleur proposé offre un suivi rapide et précis de la trajectoire du quadrirotor. Les résultats de la simulation ont indiqué que le contrôleur proposé peut améliorer les performances de contrôle du quadrirotor face à des perturbations externes.

Avec cette commande, on peut accroître la précision et la robustesse des systèmes de contrôle des drones afin d'optimiser leur performance dans des environnements divers et dynamiques, tout en garantissant la fiabilité des opérations.

## Perspectives

Comme tout projet nécessitant des améliorations et des enrichissements, le nôtre ne fait pas exception. Nous pouvons envisager les perspectives d'évolution suivantes :

- ✈ L'application expérimentale de cette méthode de commande sur un prototype réel, dans le but d'observer le comportement authentique du système et de valider les résultats obtenus par simulation.
- ✈ Mise en œuvre sur un prototype réel et intégration du système de pulvérisation pour le traitement des végétations malades, ainsi que le contrôle du dispositif de spray.
- ✈ Dans le futur, nous envisageons de développer un observateur non linéaire ainsi que d'autres méthodes de commande telles que la commande floue-glissante et la commande PIFSMC-GA. Cela nous permettra d'approfondir nos connaissances dans ce domaine très intéressant.
- ✈ Intégrer un capteur IoT (internet of things) pour transmettre en temps réel l'état des drones, améliorant ainsi leur contrôlabilité.
- ✈ Améliorer les systèmes de contrôle pour accroître la capacité de charge et la diversité des outils pouvant être équipés, répondant ainsi aux besoins des industries 4.0.
- ✈ Également, l'intégration de l'intelligence artificielle vise à améliorer le contrôle des drones autonomes par le biais de commandes vocales et visuelles.

# Bibliographie

- [1] Nonlinear systems. *Prentice-Hall, New Jersey*, 1996.
- [2] Bouchaib Ali. Contribution à la technique géométrique pour la commande d'un quadrotor (contribution to the geometrique technique for control of a quadrotor). *Pour l'obtention du diplôme de Doctorat en Science*, 26/05/2022.
- [3] Ali Saibi. Razika Boushaki. Hadjira Belaidi. Backstepping control of drone. (*This article belongs to the Proceedings of The 1st International Conference on Computational Engineering and Intelligent Systems*) *Published : 24 January 2022*.
- [4] Deladji Hocine Benmouhohb Ihab. Etude de stabilité d'un drone quadrirotor. *Université 8Mai 1945-Guelma*, 2021.
- [5] L. Besnard. Control of a quadrotor vehicle using sliding mode disturbance observer. *Université d'Alabama*, 2006.
- [6] Sanjay P Bhat and Dennis S Bernstein. Continuous finite-time stabilization of the translational and rotational double integrators. *IEEE Transactions on Automatic control*, 1998.
- [7] Sanjay P Bhat and Dennis S Bernstein. Finite-time stability of continuous autonomous systems. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 2000.
- [8] Samir BOUABDALLAH. Design and control of quadrotors with application to autonomous flying. *Ecole polytechnique fédérale LAUSANNE*, 2007.
- [9] A. Chriette. *Contribution à la commande et à la modélisation des hélicoptères : Asser-vissement visuel et commande adaptative*. PhD thesis, l'université d'Evry Val d'Essonne, Evry, Décembre 2001.
- [10] Rouhani Dhia Eddine. Modélisation et commande d'un drone quadrirotor par les réseaux neuro-flous et pid. *Université Larbi Ben M'hidi -Oum El Bouaghi*, 2019.
- [11] BELMOUHOUB Amina et BENMOUSSA Meriem. Commande robuste d'un drone miniature à voilures tournantes. *Université Aboubakr Belkaïd - Tlemcen* -, septembre 2020.
- [12] ISMAT MESLOULI et RIAD MERWANE MESLI. Réalisation et pilotage d'un drone à quatre rotors. *Université Aboubakr Belkaïd - Tlemcen* -, 22 Juin 2017.
- [13] A. Feurrel and A.S.Morse. Adaptive control of single-input, single-output linear systems. *IEEE.Transaction on automatic control*, 23(4) :557–569, juillet 2000.
- [14] Boussadia Halima. Application de la technique backstepping adaptatif pour la commande d'attitude des satellites. *Master's thesis, Université des Sciences et de la Technologie Mohamed Boudiaf - Oran*, 2015/2016.
- [15] Khebbache Hicham. Tolérance aux défauts via la méthode du backstepping pour les systèmes non linéaires : Application au système uav de type quadrirotor. *Universit 'e Ferhat Abbas - Setif*, 06 Juin 2012.
- [16] I.Kanellakopoulos. systematic design of adaptiv controllers for feedback linearisable systems. *IEEE.Transaction on automatic control*, 36(11) :1241–1253, juillet 2000.
- [17] BEHIIH Khalissa. Contribution à la commande des systèmes non linéaires incertains et perturbés. *doctorat en sciences, université ferhat abbas - setif1*, 2020.

- [18] Hicham Khebbache, Belkacem Sait, Naâmane Bounar, and Fouad Yacef. Robust stabilization of a quadrotor uav in presence of actuator and sensor faults. *International Journal of Instrumentation and Control Systems*, 2(2) :53–67, 2012.
- [19] K.M.Zemalache. "Commande d'un système sous-actionné : Application à un drone à Quatre Hélices ". PhD thesis, Université d'Evry Val d'Essonne, France.
- [20] Arnaud Koeh. *Modélisation, Observation et Commande d'un Drone Miniature 'a Birotor Coaxial*. PhD thesis, Université Henri Poincaré, 2012.
- [21] P. kokotovic. the joy of feedback : Nonlinear and adaptive. *IEEE control systems maga-zine*, vol.12 :pp.7u–17, juin 1992.
- [22] P.V kokotovic and H.J Sussman. A positive real condition for global stabilization of nonlinear systems. *systems and control letters*, 13 :125–133, juillet 2000.
- [23] Fihakir Amine Mahdi. *Modélisation, Stabilisation et Commande d'un Heliplane*. PhD thesis, Université des Science et de la Technologie Mohamed Boudiaf- Oran, 09 juin 2012.
- [24] A. Chaibet. L Nouveliere. S Mammam and M.Netto. backstepping control synthesis for automated low speed vehicle. "ACC'05,portland, 2005.
- [25] Loucif Mourad. *Synthèse de lois de commande non linéaires pour le contrôle d'une machine asynchrone à double alimentation dédiée à un système aéro-générateur*. PhD thesis, Université Aboubakr Belkaïd - Tlemcen -, 12 Mai 2016.
- [26] Kenzo Nonami, Farid Kendoul, Satoshi Suzuki, Wei Wang, and Daisuke Nakazawa. *Autonomous flying robots : unmanned aerial vehicles and micro aerial vehicles*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [27] C.A. Patel. «building a test bed for mini quadrotor unmanned aerial vehicle with protective shroud ». *a thesis submitted to the department of Mechanical Engineering and the faculty of the Graduate School of Wichita State University in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of science*, July 2006.
- [28] Mokhtari Mohammed Rida. *Observation et Commande de Drones Miniatures a Voilures Tournantes*. PhD thesis, Université Aboubekr Belkaid - Tlemcen, 22 Octobre 2015.
- [29] Mohammed Saf. *Stabilité de Lyapunov de Systèmes Couplés Impliquant une Equation de Transport*. PhD thesis, Université de Toulouse, 31 octobre 2018.
- [30] Abdelhamid Tayebi and Stephen McGilvray. Attitude stabilization of a vtol quadrotor aircraft. *IEEE Transactions on control systems technology*, 14(3) :562–571, 2006.
- [31] J. Tisinias. sufficient lyapunov-like conditions for stabilization. *Math. Control.Signal. systems2*, pages 343–357, juillet 2000.
- [32] AFAP ZITI. Conception et analyse de la stabilité robuste d'une commande non linéaire d'un quadrotor. *Mémoire présenté en vue de l'obtention du diplôme de Maîtriseés sciences appliquées Génie électrique, POLYTECHNIQUE MONTRÉAL*, Avril 2019.
- [33] Naim Zoghliami. *Stabilité et Stabilisation en Temps Fini des Systèmes Dynamiques Interconnectés et Problème de Consensus en Temps Fini*. PhD thesis, préparée aux Laboratoires, IBISC, Université d'Evry Val d'Essonne et LIM, Ecole Polytechnique de Tunisie, 26 Mai 2014.
- [34] Zongyu Zuo. Trajectory tracking control design with command-filtered compensation for a quadrotor. *IET control theory & applications*, 4(11) :2343–2355, 2010.

تلخيص :

الهدف الرئيسي لدراستنا هو نمذجة طائرة رباعية المحركات وتطوير قانون تحكم قوي، الأمر الأساسي لضمان السيطرة الدقيقة على موقع واتجاه مركبة جوية ذاتية القيادة، مما يضمن متابعة دقيقة للمسارات المطلوبة. نبدأ بتقديم نظرة شاملة عن تصنيف الطائرات بدون طيار وأهميتها في مجال الزراعة الدقيقة. ثم، نصف بالتفصيل نموذج الطائرة بدون طيار والقوى والعزوم التي يتعرض لها. في النهاية، نستكشف نهجين للتحكم، وهما المنظم النسبي التكاملي التفاضلي والتحكم بالمتابعة الخلفية، للتصدي بشكل أفضل للاضطرابات التي تؤثر على تشغيل الطائرة.

من أجل تقييم كفاءة هذه الاستراتيجيات المختلفة للتحكم، قمنا بإجراء محاكاة لكل قانون تحكم على برنامج ماتلاب سيمولينك.

**الكلمات المفتاحية :** طائرة بدون طيار، رباعي المحرك، تحكم قوي، هرمي، التحكم النسبي التكاملي التفاضلي، عتبة خلفية.

## Résumé

L'objectif principal de notre étude est de modéliser un quadrirotor et de développer une loi de commande solide, essentielle pour maintenir un contrôle précis de la position et de l'orientation d'un véhicule aérien autonome, garantissant ainsi un suivi précis des trajectoires souhaitées. Nous commençons par fournir un aperçu détaillé de la classification des drones et de leur importance dans le domaine de l'agriculture de précision. Ensuite, nous décrivons en détail le modèle du drone ainsi que les forces et les moments qui lui sont appliqués. Enfin, nous explorons deux approches de commande, le régulateur PID et la commande Backstepping, pour mieux contrer les perturbations affectant le fonctionnement du drone. Afin d'évaluer l'efficacité de ces différentes stratégies de commande, nous avons réalisé des simulations de chaque loi de commande sur "MATLAB/Simulink".

**Mots-Clés :** drone, quadrotor, robust control, hierarchical, PID, backstepping.

## Abstract

The main objective of our study is to model a quadrotor and develop a robust control law, crucial for ensuring precise control of the position and orientation of an autonomous aerial vehicle, thereby enabling accurate trajectory tracking. We start by providing a comprehensive overview of drone classification and their significance in precision agriculture. Then, we detail the drone model along with the forces and moments acting upon it. Finally, we examine two control approaches, PID regulation and Backstepping control, to better handle the disturbances affecting the drone's operation. To assess the effectiveness of these various control strategies, we conducted simulations for each control law using MATLAB/Simulink".

**key-words :** drone, quadrotor, robust control, hierarchical, pid, backstepping.