

**REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR  
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE**



**UNIVERSITE ABOU BEKR BELKAID –TLEMCEEN-  
FACULTE DE SCIENCES  
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE**



**DIVISION ETUDE ET PREDICTION DES MATERIAUX  
UNITE DE RECHERCHE MATERIAUX ET ENERGIE RENOUVELABLES**

**MEMOIRE DE MASTER**

**EN  
PHYSIQUE DE LA MATIERE CONDENSEE**

**Présenté par :**

**M.elle .MOHAMMED CHAABANI SAMIRA**

**THEME**

**IDENTIFICATION DES LOIS UNIVERSELLES ET LEURS APPLICATIONS EN  
PHYSIQUE DE LA MATIERE CONDENSEE**

Soutenu le : //2020 devant le jury :

Mr.Toufik BOUCHAOUR	Professeur	Président	U.ABOU BEKR BELKAID Tlemcen
Mr.Ahmed HOUARI	Professeur	Encadreur	C.U.Maghnia Tlemcen
Mr.Mostafa Kerim BENABADJI	Maitre de conférences A	Examineur	ESGEE-CPST Oran

**ANNEE UNIVERSITAIRE 2019-2020**

## Remerciements

*Je tiens tout d'abord à remercier vivement le bon Dieu, de m'a avoir donné la force pour suivre ainsi que l'audace pour dépasser toutes les difficultés, grâce à Son aide que j'ai réalisée ce modeste travail.*

*Je présente mes premiers remerciements à mon promoteur professeur Ahmed HOUARI pour m'a avoir permis de réaliser ce travail de recherche, pour tout le temps qu'il m'a consacré et pour avoir assuré avec intérêt la direction et le suivi de ce travail.*

*Je tiens également à remercier très chaleureusement les membres du jury d'avoir accepté de juger ce travail.*

*Je tiens à exprimer ma très grande considération, et mon profond respect à Pr.Toufik Bouchaour qui m'a fait l'honneur de présider ce Jury. Vous trouvez ici mes expressions respectueuses et ma profonde gratitude.*

*Je remercie vivement Dr Mostafa karim Benabadji d'avoir eu l'amabilité de bien vouloir examiner ce travail. Je ne peux que sincèrement vous exprimer mon respect et ma profonde gratitude.*

*Je remercie encore mes enseignants de Master de la faculté des sciences*

*Merci également à toutes personnes partageant ses connaissances de loin ou de proche, tous ceux qui ont publié leurs résultats de recherche pour que tout le monde puisse les exploiter et les achever et que l'on puisse rendre leurs travaux plus utiles pour le développement de l'humanité.*

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

*Au nom d'Allah ,le Misericordieux, par essence et par excellence*

*Didicaces*

*Merci avant tout a Dieu.*

*Je didie ce mémoire*

*A mes tres chers parents*

*Je vous dois ce que je suis aujourd' hui grace a votre amoue, a votre patience et vos innombrables  
sacrifices*

*Que ce modeste travail soit pour vous une petite compensation ey reconnaissance envers ce que vous  
avez fait d' encroyable pour moi*

*Que Dieu le tout puissant vous preserve et vous procure santeet langue vie afain que je puisse a mon  
tour vous combler*

*A mes freres*

*A mes amies*

*et mes camarades*

*Sans oublier tout les professeurs que ce soit du primere, du moyen , du secondaire ou de  
l' enseignement superieur.*

*MOHAMMED CHABANI Samira*

# Sommaire

*Table de matière*

*Liste des figures*

*Liste des tableaux*

<i>Chapitre 1 : Introduction générale</i> .....	3
<i>I.1. Introduction</i> .....	3
<i>I.2. Définition de phénomènes physique universels</i> .....	3
<i>I.3. Exemples des lois physiques universelles</i> .....	3
<i>I.3.1. Loi des gaz parfaits</i> .....	3
<i>I.3.2. Loi de gravitation universelle</i> .....	4
<i>I.3.3. Loi de déplacement de Wien</i> .....	5
<i>I.3.4. Equations de Maxwell</i> .....	6
<i>I.3.5. Oscillateur harmonique</i> .....	7
<i>I.3.6. Transition de phases</i> .....	8
<i>I.4. Motivation et objectif du mémoire</i> .....	9
<i>I.5. Organisation du mémoire</i> .....	9
<i>Chapitre 2 : Présentation de quelques lois universelles classiques en physique de la matière condensée</i> .....	11
<i>II.1. Introduction</i> .....	11
<i>II.2. Loi de Wiedmann-Franz</i> .....	11
<i>II.2.1. Détermination de la loi de Wiedmann-Franz</i> .....	11
<i>II.2.2. Interprétation de la loi de Wiedmann-Franz</i> .....	13
<i>II.2.3. Application de la loi de Wiedmann-Franz</i> .....	13
<i>Mesure indirecte de la conductivité thermique électronique d'un métal</i> .....	13
<i>II.3. Déduction de la relation de Hall universelle pour les métaux</i> .....	14
<i>II.3.1. Modèle classique de Drude</i> .....	14
<i>II.3.2. Déduction du résultat de Drude pour la conductivité électrique</i> .....	15
<i>II.3.3. Déduction de la relation de Hall universelle</i> .....	16
<i>II.3.4. Application de la relation de Hall universelle</i> .....	18
<i>Fit pour des mesures de l'effet Hall dans les métaux simples</i> .....	18

<i>Détermination de la constante de Faraday F</i> .....	18
<i>II.4. Effet Hall quantique</i> .....	19
<i>II.4.1. Application de l'effet Hall quantique</i> .....	21
<i>Définition et mesure précise de la résistance électrique</i> .....	21
<i>Mesure précise de la structure fine <math>\alpha</math></i> .....	21
<i>II.5. Effet isotopique sur la température critique des supraconducteurs conventionnels</i> .....	22
<i>II.5.1. Propriétés d'un supraconducteur conventionnel</i> .....	22
<i>II.5.2. Effet isotopique</i> .....	24
<i>II.5.3. Application de l'effet isotopique</i> .....	24
<i>Chapitre 3 : Détermination de l'équation réduite universelle de Van der Waals</i> .....	27
<i>III.1. Introduction</i> .....	27
<i>III.2. Les interactions entre les molécules</i> .....	27
<i>III.3. Définition du facteur de compressibilité</i> .....	28
<i>III.4. Détermination de l'équation de van der waals</i> .....	29
<i>III.4.1. Point critique d'un gaz de van der waals</i> .....	31
<i>III.4.2. Propriétés du point critique</i> .....	32
<i>III.5. Détermination de l'équation réduite de van der waals</i> .....	33
<i>Chapitre 4 : Application de la loi des états correspondants de van der waals en physique de la matière condensée</i> .....	36
<i>IV.1. Introduction</i> .....	36
<i>IV.2. Capacité calorifique des solides</i> .....	36
<i>IV.2.1. Calcul de la capacité calorifique selon le modèle d'Einstein</i> .....	36
<i>IV.2.2. Calcul de la capacité calorifique selon le modèle de Debye</i> .....	38
<i>IV.3. Variation de l'aimantation d'un matériau ferromagnétique en fonction de sa température réduite</i> .....	40
<i>IV.3.1. Caractéristiques des matériaux ferromagnétiques</i> .....	41
<i>IV.3.2. Variation de l'aimantation saturée en fonction de la température</i> .41	
<i>IV.4. Variation du gap énergétique d'un supraconducteur conventionnel en fonction de sa température réduite</i> .....	43

<i>IV.4.1. Mécanisme de la supraconduction dans les matériaux supraconducteurs conventionnels</i> .....	43
<i>IV.4.2. Caractéristiques de l'état électronique fondamental d'un supraconducteur conventionnel</i> .....	44
<i>IV.5. Equation d'état de Murnaghan réduite</i> .....	45
<i>Équation de Murnaghan</i> .....	45
<i>1. Equation d'état Murnaghan réduite</i> .....	45
<i>2. Elaboration de l'équation de Murnaghan</i> .....	46
<i>Conclusion</i> .....	50
<i>Résumé</i> .....	51
<i>Bibliographie</i> .....	52

*Liste des tableaux*

*Tableau (2.1) : Valeurs expérimentales du nombre de Lorenz  $L$  à deux températures différentes pour différents métaux .....13*

*Tableau (3.1) : Valeurs de la pression de cohésion,  $a$ , et du covolume,  $b$ , pour quelques gaz. ....30*

## Liste des figures

<i>Figure 1.1 : loi des gaz parfaits valable à hautes températures et basses pressions</i> .....	4
<i>figure 1.2 : la courbe de la loi de Planck</i> .....	5
<i>figure 1.3 : loi de déplacement de Wien</i> .....	6
<i>figure 1.4 : modèle mécanique et électrique d'un oscillateur harmonique</i> .....	7
<i>figure 1.5 : le diagramme de phases de l'eau</i> .....	8
<i>figure 2.1 : trajectoire d'un électron de conduction diffuse par des impuretés dans un métal</i> .....	12
<i>figure 2.2 : conductivité thermique en fonction de la conductivité électrique</i> ..	14
<i>figure 2.3 : Géométrie de l'effet Hall classique</i> .....	16
<i>figure 2.4 : gaz électronique bidimensionnel à l'interface GaAlAs/GaAs</i> .....	20
<i>figure 2.5 : schéma simplifié montrant les résistances longitudinale et de Hall</i> .....	20
<i>figure 2.6 : variation de la résistance de Hall en fonction du champ magnétique</i> .....	21
<i>figure 2.7 : résistivité et température critique du mercure Hg</i> .....	23
<i>figure 2.8 : manifestation de l'effet Meissner dans un supraconducteur</i> .....	24
<i>figure 3.1 : énergie potentielle moléculaire en fonction de la distance entre les molécules</i> .....	28
<i>figure 3.2 : covolume-le volume d'exclusion d'un gaz de van der Waals et paramètre par le coefficient b</i> .....	29



<i>figure 3.3 : isothermes de van der Waals</i> .....	32
<i>figure 3.4 : valeurs comparées de la densité des phases liquide et gazeuse de l'anhydride sulfureux voisinage de son point critique</i> .....	33
<i>figure 4.1 : capacité calorifique molaire selon le modèle d'Einstein en fonction de la température réduite <math>T/\theta_E</math></i> .....	37
<i>figure 4.2 : valeurs expérimentales de la capacité calorifique molaire de quelques métaux coïncidant avec la courbe universelle d'Einstein en fonction de la température réduite <math>T/\theta_E</math></i> .....	38
<i>figure 4.3 : capacité calorifique molaire selon le modèle de Debye en fonction de la température réduite <math>T/\theta_D</math></i> .....	40
<i>figure 4.4 : valeurs expérimentales de la capacité calorifique molaire de quelques métaux coïncidant avec la courbe universelle de Debye en fonction de la température réduite <math>T/\theta_n</math></i> .....	40
<i>Figure 4.5 : solution de l'équation 4.11</i> .....	42
<i>Figure 4.6 : aimantation réduite <math>M_s(T)/M_s(0)</math> du Nickel en fonction de la température réduite <math>T/T_c</math> avec la courbe théorique issue de la théorie du champ moyen</i> .....	42
<i>Figure 4.7 : Valeurs expérimentales de l'aimantation réduite <math>M_s(T)/M_s(0)</math> de quelques éléments ferromagnétiques en fonction de la température réduite <math>T/T_c</math>. La courbe théorique constitue un fit universel pour les données expérimentales</i> .....	43
<i>Figure 4.8 : (a) bande de conduction dans l'état normal. (b) l'énergie de gap au niveau Fermi <math>\epsilon_F</math> dans l'état supraconducteur</i> .....	44
<i>figure 4.9 : Valeurs expérimentales de l'énergie de gap réduite <math>E_g(T)/E_g(0)</math> de quelques éléments supraconducteurs en fonction de la température réduite <math>T/T_c</math>. La courbe continue est le résultat théorique constituant un fit universel pour les données expérimentales</i> .....	45
<i>Figure 4.10 : Tracé de Eq.4.18 pour différentes valeurs du paramètre <math>B'_0</math></i> .....	47
<i>figure 4.11 : the composite reduced (ultrasonic <math>B_0</math> équation of state of LiF,NaF,NaCl,NaI at room temperature</i> .....	48

*figure 4.12 : Tracé du fit aux données de la figure(4.11 ).....48*

*Chapitre 1 : introduction  
générale*

## **I.1 Introduction**

Pour comprendre ce qu'est un *phénomène physique*, il faut d'abord analyser les deux termes qui composent l'expression. Un *phénomène* est une manifestation dans le monde physique qu'un individu peut percevoir dans sa conscience et le terme « physique », en revanche, est lié aux propriétés de l'énergie et de la matière dans le monde physique inerte. [1]

En général, un *phénomène physique* se produit lorsqu'une substance passe par un certain processus sans subir de changements dans ses propriétés ou caractéristiques chimiques.

## **I.2 Définition de phénomènes physiques universels**

Par l'expérimentation et l'observation ou par l'analyse théorique, le physicien essaie d'établir des relations entre les grandeurs physiques. Ces relations qui peuvent être mathématiques, sont appelés *lois ou principes physiques*.

Une loi physique décrit un ensemble de phénomènes et la façon dont ils dépendent les uns des autres. Elle peut rendre compte de la façon dont les choses évoluent ou bien restent inchangées. [2]

Le concept d'universalité en physique est généralement défini par l'observation d'un grand ensemble de systèmes macroscopiques qui se comportent d'une manière analogue bien que ces systèmes sont constitués d'entités microscopiques différentes. Les lois mathématiques décrivant les comportements de ces différents systèmes physiques sont dites *lois universelles*. [3]

## **I.3 Exemples de lois physiques universelles**

### **I.3.1 Loi de gaz parfaits**

Un gaz est dit parfait lorsque ses molécules n'interagissent pas entre elles en dehors des chocs survenant lorsqu'elles se rencontrent. Par ailleurs, la taille des molécules doit également être considérée comme négligeable par rapport à la distance intermoléculaire moyenne. En effet, tous les gaz peuvent se comporter comme parfaits à haute température et faible pression. [4]

La loi des gaz parfaits s'écrit le plus souvent sous la forme  $PV = nRT$  où  $P$  est la pression du gaz (en pascals),  $V$  le volume occupé par ce gaz (en  $m^3$ ),  $n$  la quantité de matière (en moles),  $R$  la constante universelle des gaz parfaits (8,3144621 J/(K·mol)) et  $T$  est la température du gaz (en kelvins). [5]

La relation entre la pression, le volume, la température et la quantité de la matière est indépendante de la nature chimique du gaz (que ce soit un gaz halogène, un gaz rare ou un gaz naturel). Dans ce sens, on peut donc dire que la loi des gaz parfaits est *une loi physique universelle*.

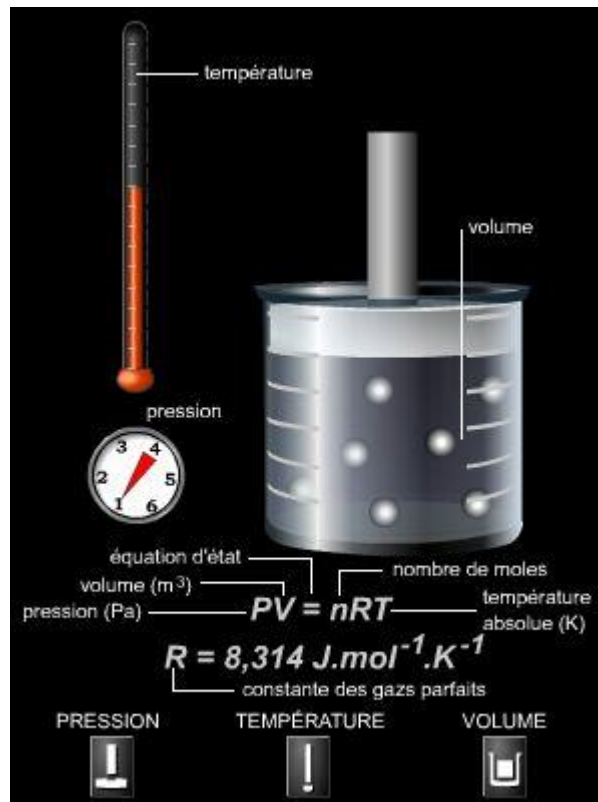


Figure 1.1 : loi des gaz parfaits valable à hautes températures et basses pressions.

## 1.3.2 Loi de la gravitation universelle

C'est en 1687 qu'Isaac Newton révéla, dans un ouvrage intitulé *Principes mathématiques de la philosophie naturelle*, les résultats de ses recherches sur la gravitation, marquées par ses (supposées) comparaisons entre la chute d'une pomme et le mouvement de la lune autour de la terre. [6]

Alors qu'il observe la lune, il constate que la pomme, quand elle n'est plus retenue par une branche, tombe sur le sol. Selon lui, ces deux phénomènes sont liés au même principe physique : *la gravitation*.

Si un corps A et un corps B ponctuels possèdent respectivement une masse  $m_A$  et une masse  $m_B$  et sont séparés par une distance  $d$ , alors la valeur  $F$  de la force de gravitation qui s'exerce entre eux est :

$$F_{A/B} = F_{B/A} = G \times \frac{m_A \times m_B}{d^2} \quad (1.1)$$

Dans cette formule, on a les masses  $m_A$  et  $m_B$  exprimés en kg, la distance  $d$  exprimée en m,

la constante de gravitation  $G$  est une constante universelle, égale à  $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$ .

# Chapitre 1 : Introduction générale

Cette loi est universelle et s'exerce sur tous les objets, à partir du moment où ces derniers possèdent une masse.

## ***1.3.3 Loi de déplacement de Wien***

En physique, la loi du déplacement de Wien, ainsi nommée d'après son découvreur Wilhelm Wien, est une loi selon laquelle la longueur d'onde à laquelle un corps noir émet le plus de flux lumineux énergétique est inversement proportionnelle à sa température. La loi de Wien se déduit de la loi de Planck du rayonnement du corps noir.

La loi de Planck décrit la distribution de l'énergie  $W(\lambda)$  rayonnée en fonction de la température  $T$  du corps noir. Selon la loi de Planck, à une température  $T$  donnée, l'énergie  $W(\lambda)$  passe par un maximum  $W_{\max}$  pour une longueur d'onde  $\lambda_{\max}$ . [7]

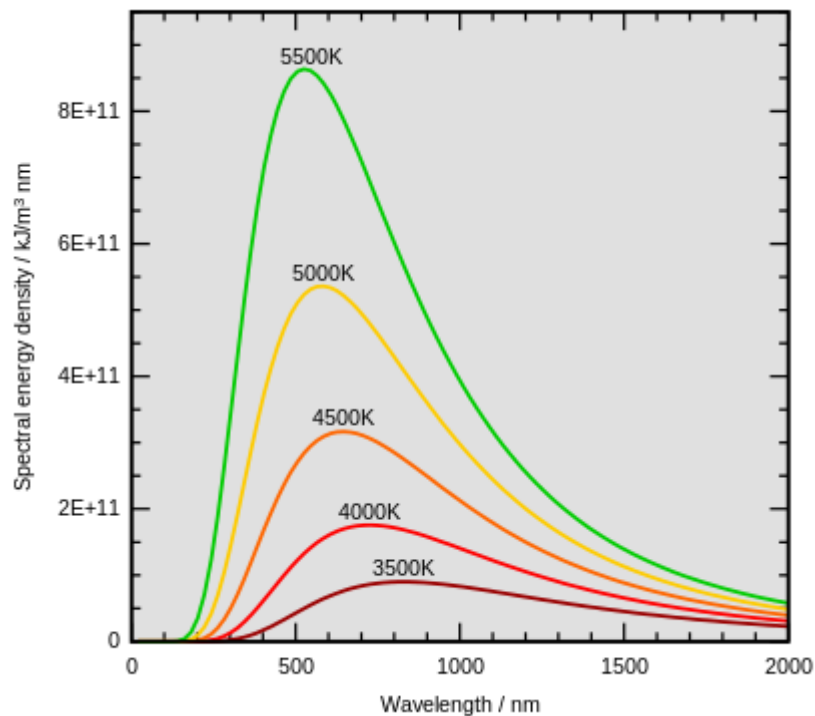


Figure 1.2 : la courbe de la loi de Planck

La représentation de la superposition de plusieurs spectres de corps noir permet de faire le lien entre la température du corps noir et la longueur d'onde où a lieu l'émission maximale. On peut vérifier que les maxima sont simplement alignés, dans un diagramme en échelle logarithmique.[8]

Si  $\lambda_{\max}$  est la longueur d'onde du maximum de luminance spectrale, il apparaît donc :

$$\lambda_{\max} T = \text{const} \quad (1.2)$$

# Chapitre 1 : Introduction générale

C'est la loi de Wien.

Le calcul de cette constante donne :

$$\lambda_{max} \times T = 2.89 \cdot 10^{-3} \text{ K m} \quad (1.3)$$

Cette relation fait le lien entre une température et une longueur d'onde et crée un lien entre une température et une couleur, ce qui permet de définir la température reliée à la couleur de l'objet.

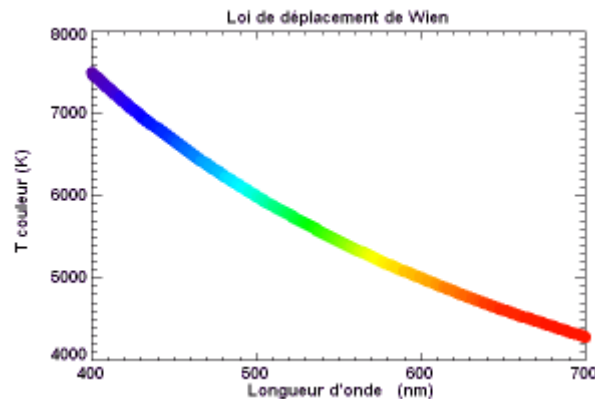


Figure 1.3 : loi de déplacement de Wien

## 1.3.4 Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell sont l'expression la plus générale des lois de l'électromagnétisme classique. Elles ont été établies par J.C. MAXWELL en 1876. Elles résument le couplage entre les phénomènes électrique et magnétique qui apparaissent en physique. Les équations de Maxwell sont des lois fondamentales de la physique et sont au nombre de quatre (Maxwell-Gauss, Maxwell-Faraday, Maxwell-Flux et Maxwell-Ampère). [9]

$$\text{div}(\vec{E}) = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{Maxwell - Gauss}) \quad (1.4)$$

$$\text{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{Maxwell - Faraday}) \quad (1.5)$$

$$\text{div}(\vec{B}) = 0 \quad (\text{Maxwell - Flux}) \quad (1.6)$$

$$\text{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{Maxwell - Ampère}) \quad (1.7)$$

# Chapitre 1 : Introduction générale

Ou  $\vec{E}$ ,  $\vec{B}$  sont respectivement les champs électrique et magnétique,  $\rho$  est la densité de charges électriques,  $C$  est la vitesse de la lumière dans le vide,  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$  sont la permittivité électrique et la permittivité magnétique du vide respectivement

## Les sources du champ électrique :

Un champ électrique est tout champ vectoriel créé par une distribution de particules électriquement chargées.[10]

## Les sources du champ magnétique :

Un aimant est un corps qui attire le fer. Des matériaux comme le fer, le cobalt, le nickel et les oxydes de fer constituent des aimants. De tels matériaux créent un champ magnétique dans leur environnement avoisinant. Aussi, un fil rectiligne ou un solénoïde parcouru par un courant électrique est une source de champ magnétique. Plus l'intensité du courant électrique est grande, plus le champ magnétique créé est intense. Ce qui est remarquable c'est que les équations de Maxwell régissant les variations des champs électrique et magnétiques dans le temps et l'espace sont indépendantes des sources des champs magnétique et électrique. Donc on peut considérer ces équations comme des *lois universelles*.[11]

### 1.3.5 Oscillateur harmonique

En physique, un oscillateur harmonique est un oscillateur idéal dont l'évolution au cours du temps est décrite par une fonction sinusoïdale dont la fréquence d'oscillation ne dépend que des caractéristiques du système et dont l'amplitude est constante. L'intérêt d'un tel modèle est qu'il décrit l'évolution de n'importe quel système physique au voisinage d'une position d'équilibre stable et où les forces dissipatives (frottement par exemple) sont négligées. Cela fait de ce modèle un modèle générique utilisé dans de nombreux domaines de la physique tels que la mécanique, l'électricité, l'électronique et l'optique [12]. L'équation mathématique régissant les oscillations de ce modèle est indépendante de la nature physique du système oscillant. Donc, on peut considérer que l'oscillateur harmonique est un *modèle physique universel*.

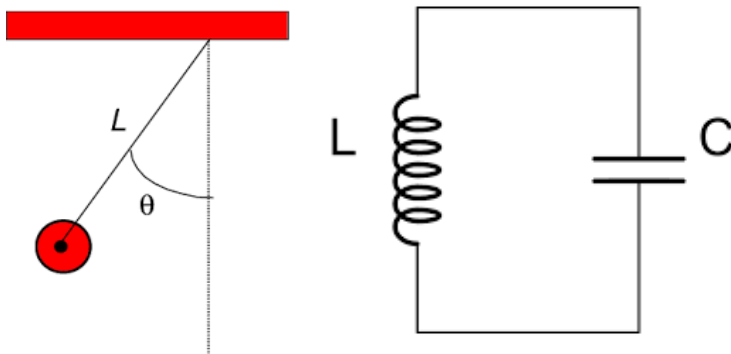


Figure 1.4 : Modèles mécanique et électrique de l'oscillateur harmonique.



## 1.3.6 Transition de phases

Le phénomène de transition de phases occupe une place importante en physique pour diverses raisons : sa fréquence et sa diversité, son caractère spectaculaire et l'intérêt des problèmes conceptuels qui s'y rattachent.

Commençons par prendre un exemple bien connu : l'eau et ses diverses phases: solide (glace), liquide, gaz (vapeur) qu'on peut distinguer dans l'expérience quotidienne. Les transitions d'une phase à l'autre qu'un changement de température permet d'observer, sont très familières à savoir : transition solide-liquide (fusion), transition liquide-gaz (ébullition), transition solide-gaz (sublimation). Ce qui caractérise ces transitions, c'est le changement qualitatif, la discontinuité des propriétés physiques. Une petite variation d'un paramètre (température, pression ...)[13] déclenche une modification qualitative spectaculaire.

La figure 1.5 montre le diagramme (pression, température) montrant les domaines d'existence des trois phases (solide, liquide, gaz). On note deux points particuliers : le point triple  $T_r$ , à la jonction des trois domaines : le point critique, point d'arrêt à la frontière entre les domaines liquide et gazeux. En tournant autour du point critique, on peut passer continûment de la phase liquide à la phase gazeuse sans transition discontinue.[14]

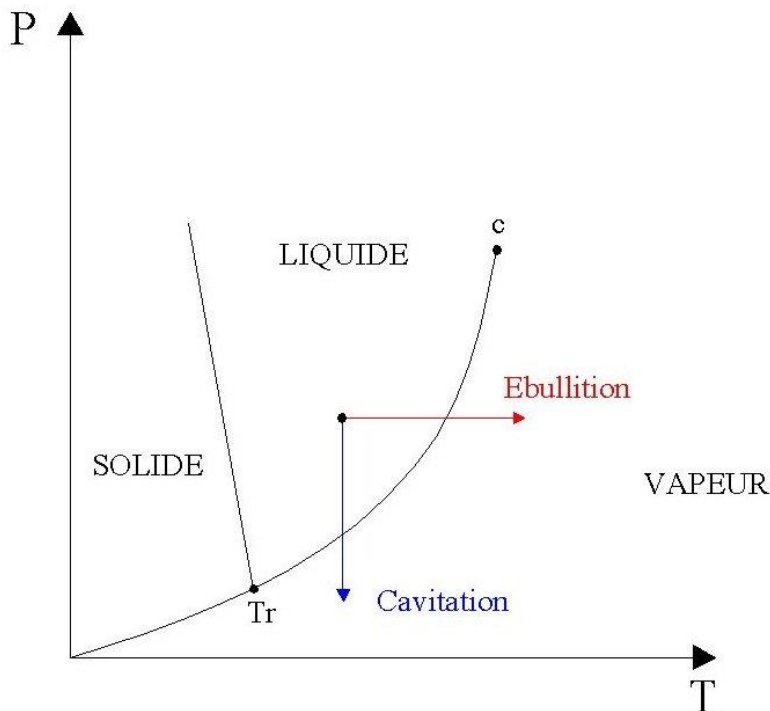


Figure 1.5: le diagramme de phase de l'eau, avec ses trois phases stables : solide, liquide, gaz, dans le plan (pression-température). La ligne de transition liquide - gaz présente un

# Chapitre 1 : Introduction générale

---

*point d'arrêt. La pente de la ligne de transition liquide-solide est négative car le volume molaire du solide est supérieur à celui du liquide contrairement au cas usuel.*

## **I.4 Motivation et objectif du mémoire**

Une loi universelle en physique ou en d'autres sciences est un but recherché en lui-même. Ce but se justifie par le fait que les lois physiques universelles ont toujours un caractère fondamental en physique et surtout permettent une classification des systèmes physiques très différents en des classes d'universalité selon leurs comportements mathématiques similaires.

Dans ce mémoire, mon objectif principal est d'identifier quelques lois universelles en physique de la matière condensée en faisant une recherche minutieuse dans les livres spécialisés, les articles de synthèse et dans différentes sources. Ma démarche consiste en premier lieu à mettre en évidence le caractère universel de ces lois identifiées. En cas où le caractère universel d'une loi physique n'est pas apparent, en se basant sur *la loi des états correspondants* et grâce à une série de changement d'échelles, je transforme la loi physique originelle en une loi physique universelle dont je teste l'universalité. Enfin, j'analyse les conséquences qu'on peut tirer de ces lois physiques

Aussi, d'un côté pratique important, je propose une démarche aux physiciens expérimentateurs leur permettant de profiter de ces lois universelles afin de tester la validité de leurs données expérimentales mesurées.

Donc, mon travail est purement théorique basé sur une synthèse d'une recherche bibliographique de différentes sources : livres, articles scientifiques et articles de revue.

## **I.5 Organisation du mémoire**

Le premier chapitre définit les différentes notions relatives au thème du mémoire et présente quelques exemples typiques illustrant les concepts utilisés dans la réalisation de notre travail.

Le deuxième chapitre est consacré à l'identification et la présentation de quelques lois universelles apparentes en physique de la matière condensée et la discussion de leurs utilités théorique et pratiques.

Le troisième chapitre est réservé à la formulation de la *loi des états correspondants de van der Waals* qui nous servira de modèle d'une loi universelle en physique.

Le quatrième chapitre est notre travail proprement dit qui consiste à l'application de la *loi des états correspondants de van der Waals* pour identifier d'autres lois universelles en différents domaines de la physique de la matière condensée et pour en discuter leurs applications.

*Chapitre 2 : présentation de quelques  
lois universelles classiques en physique  
de la matière condensée*

### **II.1 Introduction**

Afin de donner un avant-goût de notre travail proprement dit qui sera développé en chapitre 4, il est utile d'illustrer la démarche que nous allons suivre en identifiant et présentant dans ce chapitre quelques lois universelles classiques en physique de la matière condensée et en discutant leurs applications théorique et pratique.

### **II.2 Loi de Wiedmann-Franz**

Les propriétés de conduction thermique et électrique des métaux résultent de la présence des électrons libres dans ces matériaux. La loi de Wiedemann-Franz montre qu'il existe une relation entre la conductivité thermique  $\lambda_e$  d'un métal et sa conductivité électrique  $\sigma$ . Cette loi n'est valable que si le transport thermique dans un métal est assuré par les électrons de conduction.

#### **II.2.1 Détermination de la loi de Wiedmann-Franz**

Selon le modèle des électrons libres, le résultat de Drude pour la conductivité électrique  $\sigma$  d'un métal est donné par [15]:

$$\sigma = \frac{n e^2 \tau}{m} \quad (2.1)$$

où  $n$  est la densité électronique du métal,  $\tau$  est le temps moyen entre deux collisions successives des électrons avec les impuretés dans le métal,  $e$  est la charge électronique et  $m$  est la masse de l'électron.

Le paramètre  $\tau$  est relié à une longueur caractéristique  $l_e$  du métal appelée le libre parcours moyen des électrons, montré dans la figure (2.1), est donné par  $l_e = v_F \tau$  où  $v_F$  est la vitesse de Fermi des électrons dans le métal. D'où l'Eq. (2.1) peut s'écrire :

$$\sigma = \frac{n e^2 l_e}{m v_F} \quad (2.2)$$

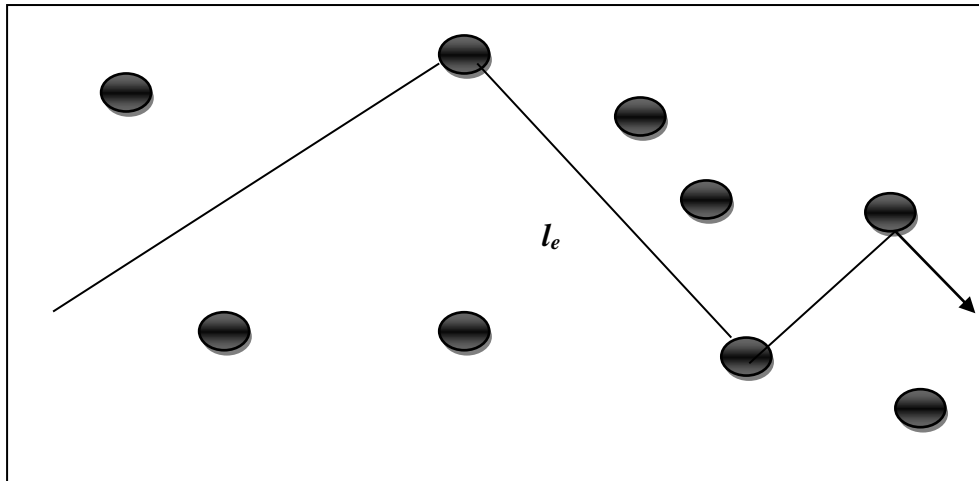


Figure (2.1): Trajectoire d'un électron de conduction diffusé par des impuretés dans un métal. La distance entre des atomes impuretés est le libre parcours moyen d'un électron.

Maintenant, en considérant le résultat de la conductivité thermique  $\lambda_e$  des métaux donnée par [16]:

$$\lambda_e = \frac{\pi^2}{3} \frac{nk_B^2 T}{mv_F^2} v_F l_e \quad (2.3)$$

où  $T$  est la température du métal et  $k_B$  est la constante de Boltzmann.

En utilisant les équations (2.2) et (2.3), le rapport de la conductivité thermique  $\lambda_e$  à la conductivité électrique  $\sigma$  se simplifie comme:

$$\frac{\lambda_e}{\sigma T} = L \quad (2.4)$$

où  $L$  est une constante universelle appelée, nombre de Lorenz, définie comme:

$$L = \frac{\pi^2}{3} \left( \frac{k_B}{e} \right)^2 = 2.45 \times 10^{-8} \text{W} - \Omega/\text{K}^2 \quad (2.5)$$

L'expression donnée par l'Eq.(2.4) s'appelle la loi de Wiedemann-Franz. Ce résultat est remarquable du fait qu'il ne dépend pas des caractéristiques du métal. Il constitue une *loi universelle* pour les métaux. Quelques valeurs expérimentales de  $L$  mesurées à deux températures différentes montrées dans le tableau (2.1) sont en bon accord avec la valeur théorique de  $L$ .

## Chapitre 2 : Présentation de quelques lois universelles classiques en physique de la matière condensée

$L \times 10^5$ watt-ohm/deg <sup>2</sup>			$L \times 10^5$ watt-ohm/deg <sup>2</sup>		
Métal	0° C	100° C	Métal	0° C	100° C
<b>Ag</b>	2.31	2.37	Pb	2.47	2.56
<b>Au</b>	2.35	2.40	Pt	2.51	2.60
<b>Cd</b>	2.42	2.43	Su	2.52	2.49
<b>Cu</b>	2.23	2.33	W	3.04	3.20
<b>Mo</b>	2.61	2.79	Zn	2.31	2.33

*Tableau (2.1): Valeurs expérimentales du nombre de Lorenz  $L$  à deux températures différentes pour différents métaux.*

### **II.2.2 Interprétation de la loi de Wiedmann-Franz :**

L'origine physique évidente de la loi Wiedemann-Franz réside dans le fait que dans les métaux, la conduction électrique et la conduction de la chaleur ont la même origine, à savoir le déplacement du gaz électronique formé par les électrons libres dans les métaux.

### **II.2.3 Application de la loi de Wiedmann-Franz :**

#### **Mesure indirecte de la conductivité thermique électronique d'un métal**

A partir d'une mesure de la conductivité électrique  $\sigma(T)$  [17] d'un métal en fonction de la température  $T$ , en exploitant la loi de Wiedemann-Franz,  $\frac{\lambda_e}{\sigma(T)} = L T$ , on peut accéder à une mesure de la conductivité thermique électronique du métal  $\lambda_e$  à travers une courbe expérimentale linéaire  $\lambda_e = L T \sigma(T)$  comme c'est indiqué dans la figure (2.2)

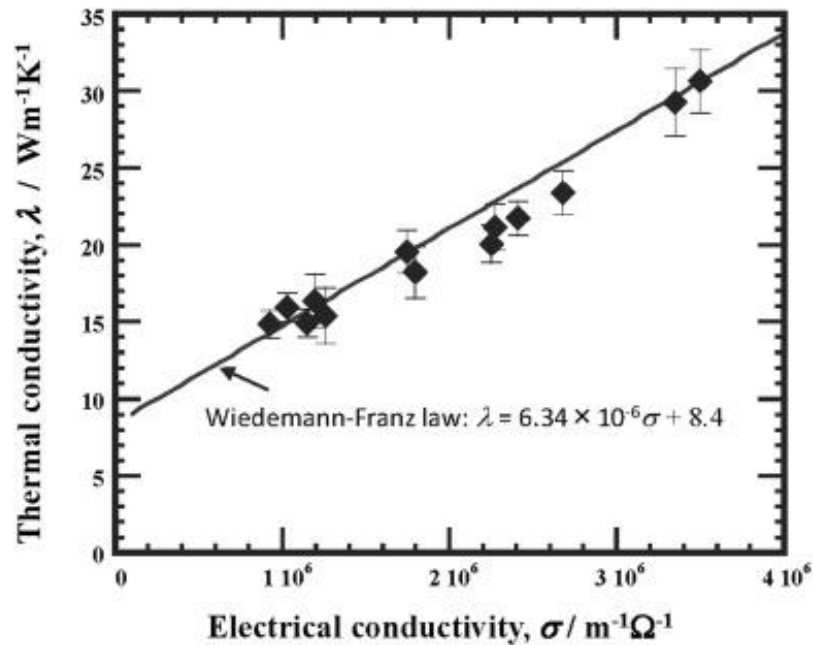


Figure (2.2) : conductivité thermique en fonction la conductivité électrique

### **II.3 Déduction de la relation de Hall universelle pour les métaux :**

#### **II.3.1 Modèle classique de Drude :**

Le modèle des électrons libres explique un grand nombre d'importantes propriétés électroniques des métaux particulièrement les métaux simples (lithium, sodium, potassium). Dans ce modèle, les électrons les moins liés aux atomes du métal, dits électrons de valence deviennent libres et sont responsables de la conduction de l'électricité dans les métaux. Ces électrons de valence sont appelés électrons de conduction. Dans le modèle classique de Drude, les électrons de conduction dans le métal sont supposés libres. De plus, on néglige les interactions entre ces électrons entre eux et les ions du métal sont supposés immobiles.[18]

Tous les calculs suivants sont réalisés dans le cadre de l'hypothèse où les électrons de conduction sont libres de se déplacer n'importe où dans l'échantillon.

### II.3.2 Déduction du résultat de Drude pour la conductivité électrique :

Drude utilisa ce modèle simple en 1900 pour montrer que la conductivité électrique, qui est l'inverse de la résistivité électrique, d'un gaz d'électrons libres est donnée par :[19]

$$\sigma = \frac{1}{\rho} = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (2.6)$$

où  $m$  est la masse de l'électron,  $e$  sa charge électrique,  $n$  est la densité des électrons libres et  $\tau$  le temps de relaxation.

Le temps de relaxation ou le temps moyen entre deux collision successives est égal à

$$\tau = \frac{l_e}{v} \quad (2.7)$$

où  $l_e$  est le libre parcours moyen et  $v$  est la vitesse de l'électron.

Le principe fondamental de la dynamique pour une particule chargée de vitesse moyenne de dérive  $\vec{v}_d$  dans les champs  $\vec{B}$  ( $\vec{B} = B \hat{e}_z$ ) magnétique et  $\vec{E}$  électrique qui est soumise à une force de frottement  $\vec{f} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}_d$  de la forme donne l'équation suivante :

$$m \frac{d\vec{v}_d}{dt} = -e(\vec{E} + \vec{v}_d \times \vec{B}) - \frac{m \vec{v}_d}{\tau} \quad (2.8)$$

La recherche de la solution permanente ( $\frac{d\vec{v}_d}{dt} = \vec{0}$ ) entraine la relation :

$$\vec{v}_d = \left(\frac{e\tau}{m}\right) \vec{E} + \frac{e\tau B}{m} (\vec{v}_d \times \hat{e}_z) \quad (2.9)$$

L'équation (2.9) s'écrit sous la forme :

$$\vec{v}_d = \mu \vec{E} + \omega_c \tau (\vec{v}_d \times \hat{e}_z) \quad (2.10)$$

où  $\mu = \frac{e\tau}{m}$  est par définition la mobilité électrique des électrons et  $\omega_c = \frac{eB}{m}$  est la fréquence cyclotron pour les électrons libres.

Etant donné que la densité de courant électrique dans le métal est donnée par :

$$\begin{aligned} \vec{j} &= ne\vec{v}_d \\ \vec{j} &= ne\mu \vec{E} + \omega_c \tau (\vec{j} \times \hat{e}_z) \end{aligned} \quad (2.11)$$



Cette densité peut s'écrire sous la forme matricielle suivante:

$$\begin{pmatrix} j_x \\ j_y \\ j_z \end{pmatrix} = \frac{\sigma_0}{1+(\omega_c\tau)} \begin{pmatrix} 1 & -\omega_c\tau & 0 \\ \omega_c\tau & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 + (\omega_c\tau)^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

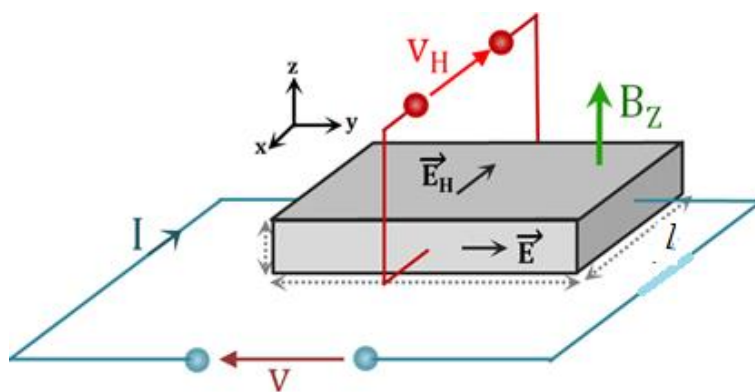
En absence du champ magnétique  $B$ , la conductivité électrique se réduit à

$$\sigma_0 = \frac{ne^2\tau}{m} \quad (2.13)$$

Ce résultat est connu sous la formule de Drude pour la conductivité électrique des métaux.

### II.3.3 Dédution de la relation de Hall universelle

En 1879 [20], E. H. Hall, grâce aux travaux de Maxwell [21], a découvert qu'en présence d'un champ magnétique, le courant électrique circulait dans une direction perpendiculaire au champ électrique [22]. Inversement, le passage du courant induit une tension perpendiculaire à la direction du courant. Cet effet est désormais appelé l'effet Hall classique. Découvert avant l'électron, il fut la première preuve que le courant électrique dans les métaux est généralement la conséquence du mouvement de particules de charge négative. L'effet Hall classique a aussi permis de montrer que, dans certains matériaux, il était plus pertinent de considérer que le courant électrique était dû au déplacement de "trous" de charge positive plutôt que celui des électrons.



**Figure (2.3) :** Géométrie de l'effet Hall classique

L'effet Hall classique peut être compris de manière purement classique. En prenant un gaz de porteurs de charge  $e$  et de masse  $m$ , supposé bidimensionnel, comme est montré dans la

## Chapitre 2 : Présentation de quelques lois universelles classiques en physique de la matière condensée

---

figure (2.3). En présence d'un champ magnétique  $\vec{B}$ , perpendiculaire au plan (xy), les porteurs injectés dans la direction x subissent la force de Lorentz. Ceci fait courber leurs trajectoires, ce qui conduit à une accumulation de charges sur les bords de l'échantillon. Ces charges induisent un champ électrique  $E_y$  [23].

Le courant électrique est dans la direction x donc on a  $j_y = 0$

Alors, d'après le champ électrique transversal qui compense la force de Lorentz :

$$E_y = -\omega_c \tau E_x = -\frac{eB\tau}{m} E_x \quad (2.14)$$

$E_y$  s'appelle le champ de Hall.

La mesure d'un voltage à travers la direction latérale de l'échantillon  $V_H$  est le voltage de Hall et il est exprimé par  $V_H = E_H \cdot l$  ou  $l$  est la largeur du barreau.

Nous pouvons définir la constante de Hall  $R_H$  par la relation suivante :

$$R_H = \frac{E_y}{j_x B} \quad (2.15)$$

Cette constante relie le champs de Hall  $E_y$ , la densité du courant  $j_x = \frac{I}{S} = \frac{I}{l \varepsilon}$  et le champ magnétique  $\vec{B}$  où on peut exprimer  $R_H$  par la relation de cette forme:

$$R_H = \frac{V_H \varepsilon}{I B} \quad (2.16)$$

où  $\varepsilon$  est l'épaisseur du barreau le long de l'axe z et  $I$  est le courant électrique dans la direction x.

Pour évaluer l'équation dans le modèle des électrons libres, on substitue dans l'Eq.(2.12)  $J_y=0$  ce qui donne:

$$R_H = R_H^0 = -\frac{e\tau B E_x / m}{n e^2 \tau E_x B / m} = -\frac{1}{n e} \quad (2.17)$$

$$R_H = \frac{1}{n e} \quad (2.18)$$

où  $R_H$  est le coefficient de Hall,  $n$  la densité des électrons dans le métal considéré et  $e$  la charge électronique.

## Chapitre 2 : Présentation de quelques lois universelles classiques en physique de la matière condensée

---

En Réécrivant l'éq. (2.18) sous la forme suivante :

$$n R_H = \frac{1}{e} \quad (2.19)$$

on remarque que l'Eq. (2.19) est valable pour tous les métaux c'est-à-dire qu'elle est indépendante de la nature chimique du métal. Donc on peut nommer l'Eq.(2.19) par relation de Hall universelle dans le modèle de Drude appliqué aux métaux simples.

### **II.3.4 Applications de la relation de Hall universelle :**

#### **Fit pour des mesures de l'effet Hall dans les métaux simples :**

Une application évidente de l'Equ. (2.19) est qu'elle offre un test de validité des mesures de l'effet Hall dans les métaux simples. Pour cela, supposons qu'en utilisant des métaux simples connus c'est-à-dire dont les densités électroniques  $n$  sont connues, soit à travers un calcul soit par le biais d'une mesure à travers une méthode autre que celle de l'effet Hall [24] alors l'Equ. (2.19) constitue un fit sous forme d'une droite dont l'équation est  $y=1/e$  pour les valeurs  $n R_H$  des métaux simples utilisés.

#### **Détermination de la constante de Faraday F :**

En utilisant un échantillon métallique dont les caractéristiques suivantes:  $\rho_m$  sa masse volumique,  $A$  sa masse atomique et son nombre d'électrons de valence  $z$  par atome alors on peut facilement évaluer sa densité électronique  $n$  comme suit :[25]

Etant donné que chaque atome dans l'échantillon contribue  $z$  électrons de valence alors le nombre d'électrons par unité de volume est donnée par :

$$n = \frac{z N_{at}}{V_s} \quad (2.20)$$

où  $N_{at}$  est le nombre d'atomes dans l'échantillon ayant un volume  $V_s$ .

Par définition  $\rho_m = \frac{M}{V_s}$  avec  $M$  étant la masse de l'échantillon, donc l'Eq.(2.20) devient:

$$n = z \frac{N_{at}}{M} \rho_m \quad (2.21)$$

Sachant que  $\frac{M}{N_{at}}$  est juste la masse d'un seul atome dans l'échantillon qui est par définition égal à  $\frac{A}{N_A}$  où  $N_A$  est le nombre d'Avogadro. Finalement, la densité électronique  $n$  s'écrit :

$$n = N_A \frac{Z \rho_m}{A} \quad (2.22)$$

En substituant  $n$  de l'Eq.(2.22) et  $R_H$  de l'Eq. (2.18) dans l'Eq.(2.19), on obtient l'équation suivante:

$$N_A \frac{z \rho_m}{A} \frac{V_H d}{I B_z} = \frac{1}{e} \quad (2.23)$$

Rappelons que la constante de Faraday est une constante fondamentale en physique définie comme  $F = N_A e$ . En réécrivant l'Eq.(2.23), cela permet de déterminer la constante de Faraday  $F$  comme suit:

$$F = \frac{A}{z \rho_m} \frac{I B_z}{V_H d} \quad (2.24)$$

Notons ici que la méthode de Hall, étant une technique purement électrique, est par sa simplicité beaucoup plus intéressante que la méthode électrolytique dans la détermination de la constante de Faraday  $F$ .

### **II.4 Effet Hall quantique**

En 1980, Klaus von Klitzing alors à Grenoble, découvrit dans le cas de semi-conducteurs à très basse température plongés dans un champ magnétique intense que la résistance de Hall  $R_H$  variait par paliers, appelés plateaux de Hall, en liaison avec un multiple entier de  $h/e^2$ , où  $e$  est la charge électrique élémentaire et  $h$  la constante de Planck. [26]

## Chapitre 2 : Présentation de quelques lois universelles classiques en physique de la matière condensée

Cet effet Hall quantique est l'une des plus remarquables manifestations macroscopiques de la mécanique quantique en physique de la matière condensée après la supraconductivité et la superfluidité. Il a généré beaucoup de travaux en physique théorique avancée.

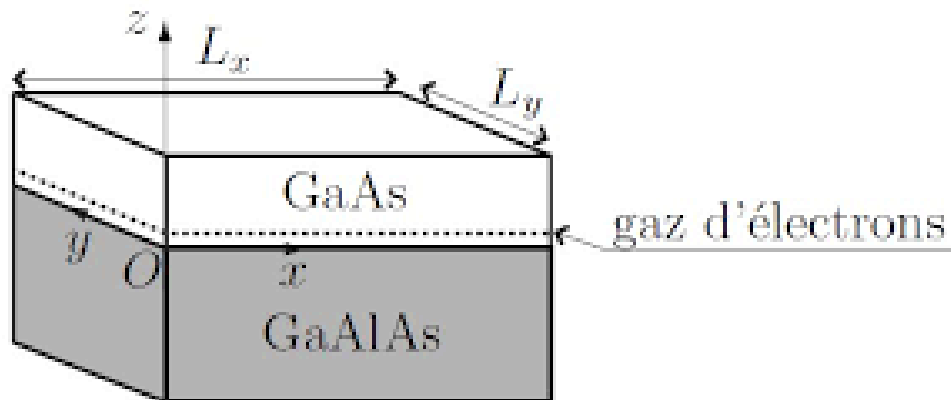


Figure (2.4): Gaz électronique bidimensionnel à l'interface GaAlAs/GaAs

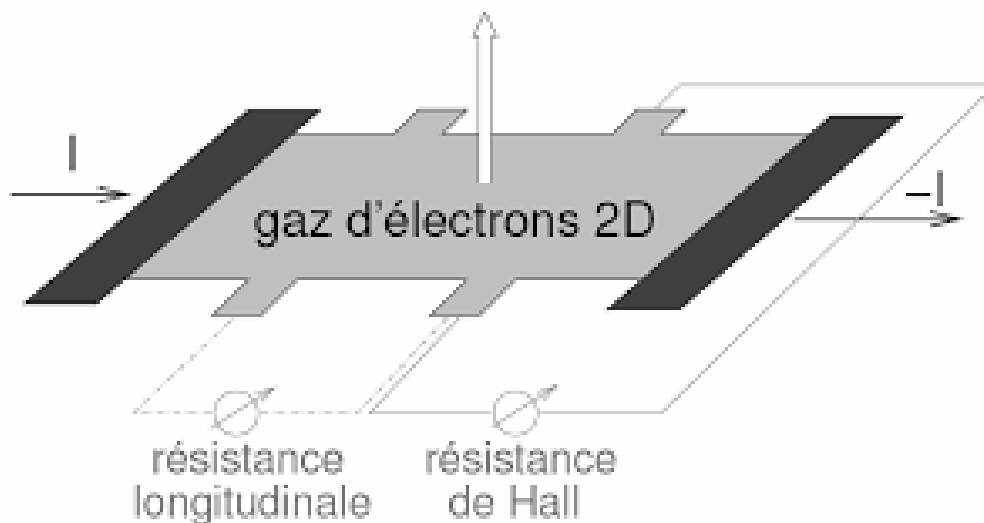


Figure (2.5): schéma simplifié montrant les résistances longitudinale et de Hall

Une transition de plateau dans l'effet Hall quantique a été observée dans différents systèmes expérimentaux, des MOSFET en silicium, des hétéro-structures semi-conductrices et plus récemment du graphène. Donc, l'effet Hall quantique est universel dans le sens qu'il se produit dans tous les systèmes électroniques à deux dimensions dans un champ magnétique élevé perpendiculaire.[27]

## Chapitre 2 : Présentation de quelques lois universelles classiques en physique de la matière condensée

Dans l'effet Hall quantique, la résistance de Hall (définie par  $R_H = V_H/I_x$ ) n'augmente pas linéairement avec  $B_z$ , mais présente des paliers lorsque  $B_z$  augmente (Voir figure (2.6)).

La magnitude de la résistance de Hall aux différents paliers est  $(h/e^2)/i$ , où  $i$  est un nombre entier. La conductance de Hall, définie comme l'inverse de la résistance de Hall, augmente par pas entiers et la quantité  $e^2/h$  définit désormais l'unité de base de la conductance électrique.

En 1985, Klaus von Klitzing a reçu le prix Nobel pour la découverte de l'effet Hall quantique entier.

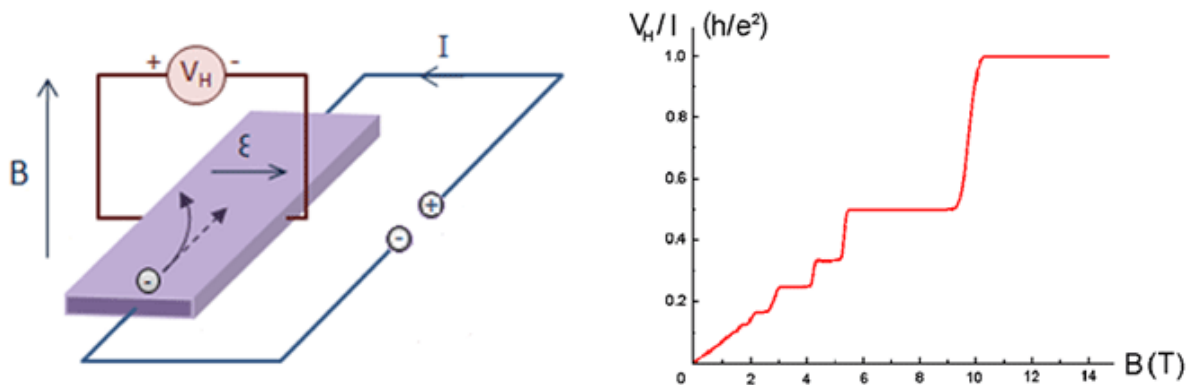


Figure (2.6): Variation de la résistance de Hall en fonction du champ magnétique

### II.4.1 Applications de l'effet Hall quantique:

#### Définition et mesure précise de la résistance électrique :

Etant donné que  $R_{Hall}$  est quantifiée suivant la formule suivante :

$$R_{Hall} = \frac{1}{n} \frac{h}{e^2}, n \text{ entier} \quad (2.25)$$

avec une mesure très précise de  $h/e^2$  en Ohms égale à :

$$R_{Hall} = \frac{h}{e^2} = 25812.807 \, \Omega \quad (2.26)$$

alors l'effet Hall quantique offre une définition idéale d'une résistance électrique standard.

#### Mesure précise de la structure fine $\alpha$ :

## Chapitre 2 : Présentation de quelques lois universelles classiques en physique de la matière condensée

---

La constante de structure fine  $\alpha$  peut être mesurée avec une très grande précision via l'effet Hall quantique en utilisant la formule suivante :

$$\alpha = \frac{1}{2 \varepsilon_0 c} \frac{e^2}{h} = \frac{1}{2 \varepsilon_0 c} / R_{Hall} \quad (2.27)$$

### **II.5 Effet isotopique sur la température critique des supraconducteurs conventionnels :**

#### **II.5.1 Propriétés d'un supraconducteur conventionnel :**

Historiquement c'est à Leiden , en 1911[28] que K. Onnes a pour la première fois , mis en évidence expérimentalement que la résistivité électrique du mercure descendait à zéro au dessous d'une température de 4.2 K (trois ans après que l'on ait su liquéfier l'hélium ) ( Voir figure (2.7) ). On sait maintenant que qu'un courant électrique peut persister dans un anneau supraconducteur pendant plus de 100000 ans ! La température à laquelle la résistivité électrique chute brutalement s'appelle température critique  $T_c$  qui est une caractéristique du supraconducteur.

## Chapitre 2 : Présentation de quelques lois universelles classiques en physique de la matière condensée

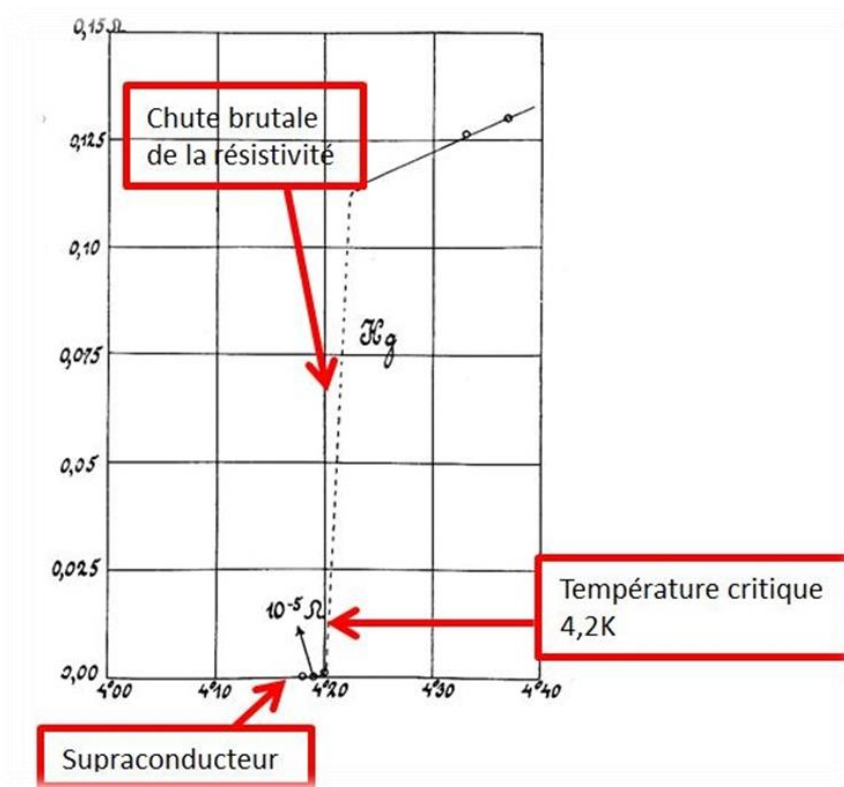


Figure (2.7): Résistivité et température critique du mercure Hg

Les propriétés magnétiques des systèmes dans l'état supraconducteur sont aussi très différentes de celles dans l'état dit normal. On observe que quand un échantillon placé dans un champ magnétique refroidi à une température inférieure à  $T_c$  le flux magnétique présent dans l'échantillon est éjecté de celui-ci. C'est l'effet Meissner. Tout se passe comme si aucun champ magnétique ne peut pénétrer dans un supraconducteur. C'est d'ailleurs devenu un test aussi important que celui de la mesure de la résistivité électrique pour confirmer l'état supraconducteur d'un échantillon donné. (voir Figure (2.8)).



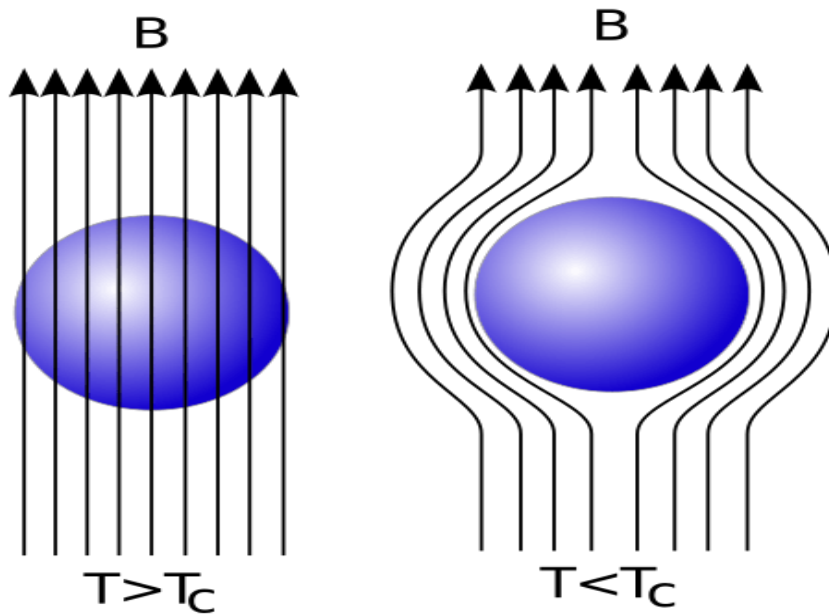


Figure (2.8): Manifestation de l'effet Meissner dans un supraconducteur.

### II.5.2 Effet isotopique

Parmi d'autres manifestations expérimentales de la supraconductivité, mentionnons ici l'effet isotopique[29]. Ce dernier traduit l'observation la température critique  $T_c$  qui varie avec la masse isotopique du supraconducteur. Pour le mercure,  $T_c$  varie de 4.185 K à 4.146 K quand la masse isotopique moyenne  $m$  varie de 119.5 à 203.4 g/mol . De plus , la température de transition varie lentement lorsque l'on mélange des isotopes différents du même élément supraconducteur. Les résultats expérimentaux, pour chaque série d'isotopes, peuvent être représentés par une relation de la forme :

$$m^\alpha \cdot T_c = \text{const} \quad (2.28)$$

où l'exposant  $\alpha \approx 0.5$ . D'où cette relation paraît *universelle* pour les supraconducteurs conventionnels.

### II.5.3 Application de l'effet isotopique

La relation entre  $T_c$  et la masse isotopique suggère que les vibrations du réseau interviennent dans la théorie de la supraconductivité. On sait en effet que les fréquences propres de vibration varient avec la (masse)<sup>-1/2</sup> des atomes des noyaux essentiellement. Le premier

## Chapitre 2 : Présentation de quelques lois universelles classiques en physique de la matière condensée

---

modèle simple de la théorie de la supraconductivité BCS (Bardeen-Cooper-Schrieffer, 1957) prédisait en effet que  $T_c$  devait être proportionnel à  $\Theta_D$  (température de Debye) qui est elle  $\sim m^{-1/2}$  d'où  $\alpha=1/2$ .

*Chapitre 3 : Détermination de  
l'équation réduite universelle de van  
der Waals*

### ***III.1 Introduction :***

Le modèle de gaz idéal ou parfait s'applique aux gaz raréfiés où la distance entre les molécules est très grande. Dans ce gaz, les molécules se déplacent indépendamment les unes des autres. Les forces d'attraction à l'intérieur du système sont négligeables. Cependant, dans la réalité, les molécules interagissent entre elles et cette interaction devient importante quand les molécules sont proches les unes des autres. Le modèle de gaz parfait ne peut pas expliquer complètement le comportement de tous les gaz indépendamment de leurs états thermodynamiques.

### ***III.2 Les interactions entre les molécules :***

Il y a deux contributions à l'interaction entre les molécules dans un gaz réel. À des distances de l'ordre de quelques diamètres, les molécules subissent des forces d'attraction. Cette attraction est responsable de la condensation d'un gaz en liquide à des basses températures. À des températures assez basses, l'énergie cinétique des molécules ne permet pas à celles-ci d'échapper aux forces d'attraction et elles s'unissent[30].

Une deuxième contribution à l'interaction entre les molécules se manifeste comme une force répulsive à des distances petites par rapport au centre de masse des molécules. Cette répulsion est responsable du fait que les liquides et les solides ont un volume fini.

L'interaction entre les molécules (forces d'attraction et de répulsion) crée une énergie potentielle qui contribue à l'énergie interne du gaz. L'attraction correspond à une diminution de l'énergie interne (énergie potentielle négative) et la répulsion à son augmentation (énergie potentielle positive).

La figure (3.1) illustre, d'une forme sommaire, la variation de l'énergie potentielle avec la distance entre les molécules. À des grandes distances l'énergie potentielle tend vers zéro et elle devient négative (forces d'attraction) au fur et à mesure que la distance diminue. À des distances inférieures à  $d$  (voir figure (3.1)), les forces de répulsion prédominent et l'énergie potentielle est positive.

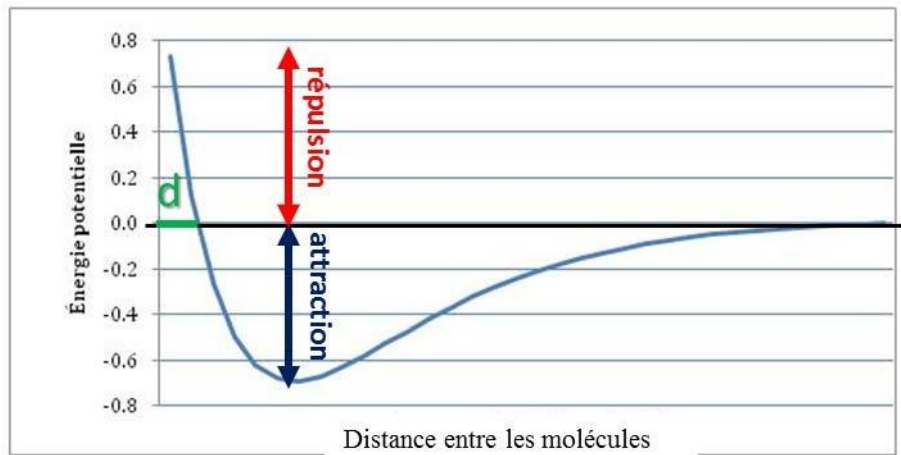


Figure (3.1) : *Énergie potentielle moléculaire en fonction de la distance entre les molécules. À la distance  $d$ , l'énergie potentielle est minimum. À des grandes distances l'énergie potentielle tend vers 0.*

### **III.3 Définition du facteur de compressibilité :**

Le facteur de compressibilité est une quantité sans dimensions utilisée dans la description d'un gaz réel qui tient compte de la déviation de son comportement par rapport à celui d'un gaz parfait.

Le facteur de compressibilité est le rapport entre le volume molaire d'un gaz et le volume molaire d'un gaz parfait aux mêmes conditions de pression et de température. Soit  $V_m$  le volume molaire d'un gaz réel et  $V_{m,GP}$  le volume molaire d'un gaz parfait. Le facteur de compression est défini comme :

$$Z = \frac{V_m}{V_{m,GP}} \quad (3.1)$$

Le volume molaire d'un gaz parfait est par définition est donné par  $V_{m,GP} = RT/P$  donc  $Z$  s'écrit comme :

$$Z = \frac{V_m P}{RT} \quad (3.2)$$

Pour un gaz parfait  $Z = 1$ . La différence  $Z - 1$  représente la déviation du comportement du gaz réel en considération par rapport au comportement idéal.

### III.4 Détermination de l'équation de van der Waals :

*Johannes Diderik van der Waals* (1837-1923) physicien néerlandais, lauréat du prix Nobel de physique en 1910 pour ses travaux sur l'équation d'état des gaz et des liquides. Il commence comme instituteur, puis devient professeur de collège à 25 ans. Tout en continuant ses études à l'université de Leyde, il enseigne alors la physique, et poursuit bénévolement des travaux de recherche. Il soutient une thèse en 1873[31] sur la continuité des états liquides et gazeux dans laquelle il expose son équation d'état qui permet une meilleure approche du comportement des gaz réels surtout au voisinage de la zone de liquéfaction.

L'équation d'état de van der Waals s'applique aux fluides et tient compte, dans une certaine mesure, des forces d'interaction entre les particules qui les constituent.

Les forces répulsives entre deux molécules déterminent une distance minimale d'approche entre deux molécules. Alors, au contraire de ce qui est prévu par le modèle de gaz parfait, le volume disponible au déplacement des molécules est inférieur au volume  $V$  du système (Voir figure 3.2)).

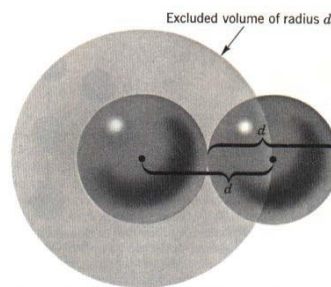


Figure (3.2) : Covolume - le volume d'exclusion d'un gaz de van der Waals est paramétré par le coefficient  $b$ .

L'équation d'état de van der Waals pour  $n$  moles d'un gaz réel s'écrit en général sous la forme suivante:

$$\left(p + \frac{n^2 a}{v^2}\right)(V - nb) = nRT \quad (3.3)$$

## Chapitre 3: Détermination de l'équation réduite universelle de van der Waals

où  $a$  et  $b$  sont paramètres physiques caractéristiques du gaz réel. Le tableau (3.1) montre quelques valeurs de  $a$  et  $b$  pour différents gaz.

<b>Gaz</b>	$a$ en (kPa·dm <sup>6</sup> )/mol <sup>2</sup>	$b$ en dm <sup>3</sup> /mol
<b>Hélium (He)</b>	3,45	<b>0,0237</b>
<b>Néon (Ne)</b>	21,3	<b>0,0171</b>
<b>Argon (Ar)</b>	136,3	<b>0,0322</b>
<b>Dihydrogène (H<sub>2</sub>)</b>	24,7	<b>0,0266</b>
<b>Diazote (N<sub>2</sub>)</b>	140,8	<b>0,0391</b>
<b>Dioxygène (O<sub>2</sub>)</b>	137,8	<b>0,0318</b>
<b>Air (80 % N<sub>2</sub>, 20 % O<sub>2</sub>)</b>	135,8	<b>0,0364</b>
<b>Dioxyde de carbone (CO<sub>2</sub>)</b>	363,7	<b>0,0427</b>
<b>Eau (H<sub>2</sub>O)</b>	557,29	<b>0,031</b>
<b>Di-chlore (Cl<sub>2</sub>)</b>	657,4	<b>0,0562</b>
<b>Ammoniac (NH<sub>3</sub>)</b>	422,4	<b>0,0371</b>
<b>Méthane (CH<sub>4</sub>)</b>	225	<b>0,0428</b>
<b>Données expérimentales sujettes à d'importantes variations.</b>		

Tableau (3.1) : Valeurs de la pression de cohésion,  $a$ , et du covolume,  $b$ , pour quelques gaz. La réduction du volume disponible au déplacement des particules est proportionnelle au nombre de particules et à leur volume d'exclusion que l'on note  $b$ . On peut alors modéliser l'effet des forces répulsives en changeant dans l'équation des gaz parfaits le volume  $V$  par le volume  $V - nb$ , où  $b$  est la constante de proportionnalité entre la réduction du volume et le nombre de molécules (ou moles) présent dans le volume. Avec cette modification, on obtient alors :

## Chapitre 3: Détermination de l'équation réduite universelle de van der Waals

---

$$P = \frac{nRT}{V-nb} \quad (3.4)$$

Cette équation, qui n'est pas encore l'équation de van der Waals, décrit le comportement d'un gaz quand les forces répulsives ne sont pas négligeables.[32]

L'effet des forces d'attraction entre les molécules est de réduire la pression exercée par les gaz. On peut modéliser leur effet en supposant que l'attraction entre les molécules est proportionnelle à leur concentration  $n/V$ . Parce que les forces d'attraction ralentissent les molécules, celles-ci frappent les parois moins souvent et avec un impact moins fort. On peut alors s'attendre à ce que la diminution de la pression soit proportionnelle au carré de la concentration de moles: un facteur  $n/V$  qui représente la réduction de la fréquence des collisions et un autre facteur  $n/V$  pour tenir compte de la réduction de l'impact de la collision. Si  $a$  est la constante de proportionnalité, la réduction de pression est égale à  $a(n/V)^2$  et l'Eq. (3.4) est corrigée comme suit :

$$p = \frac{nRT}{V-nb} - a \left( \frac{n}{V} \right)^2 \quad (3.5)$$

L'Eq.(3.5) est l'équation de van der Waals pour  $n$  moles d'un gaz réel qui apparaît en littérature souvent sous la forme suivante :

$$\left( p + a \left( \frac{n}{V} \right)^2 \right) (V - nb) = nRT \quad (3.6)$$

La constante de proportionnalité  $a$  est nommée pression de cohésion : on s'attend qu'elle soit plus élevée dans le cas des gaz formés par des molécules qui s'attirent fortement. La constante  $b$ , est nommée le covolume qui est proportionnel à la taille des molécules.

### **III.4.1. Point critique d'un gaz de van der Waals :**

Les coordonnées du point d'inflexion de la courbe verte (voir figure (3.3)) correspondent aux coordonnées du point critique :  $p_c$ ,  $V_c$  et  $T_c$ . On remarque que quelles que soient les conditions expérimentales, pourvu que la température soit supérieure à la valeur de la température critique  $T_c$ , il est impossible de liquéfier le gaz. Par contre si  $T < T_c$ , on observe la liquéfaction.



## Chapitre 3: Détermination de l'équation réduite universelle de van der Waals

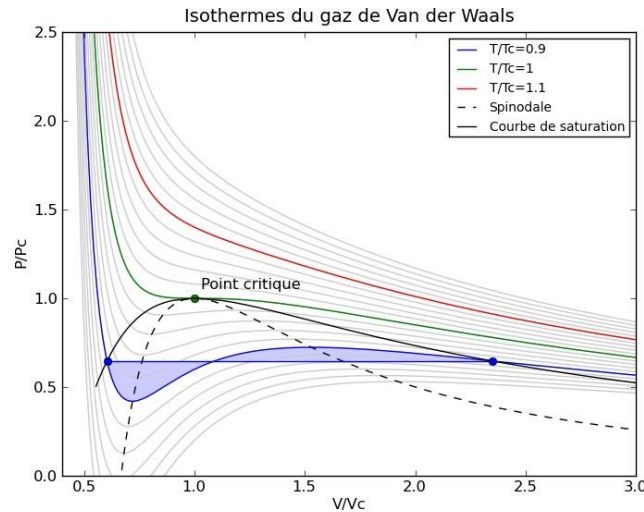


Figure (3.3) : Isothermes de van der Waals. La ligne noire continue délimite la région où les états homogènes sont métastables. La ligne en tirets délimite la région où les états homogènes sont instables. Ces deux lignes (en tirets et continue) se touchent au point critique.

Pour obtenir les coordonnées du point critique qui est le point d'inflexion observé à la température  $T_c$ , il suffit d'écrire qu'en ce point, non seulement la dérivée première, mais également la dérivée seconde de la fonction  $p = f(V)$ , sont égales à zéro. Faisons ces calculs avec l'équation d'état correspondant à une mole ( $n=1$ ), on obtient les valeurs critiques suivantes :

$$\left. \frac{\partial p}{\partial v_m} \right|_{(T_c, p_c, v_{m,c})} = 0 \text{ et } \left. \frac{\partial^2 p}{\partial v_m^2} \right|_{(T_c, p_c, v_{m,c})} = 0 \quad (3.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \left. \begin{aligned} \left. \frac{\partial p}{\partial v_m} \right|_{(T_c, p_c, v_{m,c})} &= \frac{RT_c}{(v_{c,m}-b)^2} - \frac{2a}{v_{c,m}^3} = 0 \\ \left. \frac{\partial p}{\partial v_m} \right|_{(T_c, p_c, v_{c,m})} &= \frac{-2RT_c}{(v_{c,m}-b)^3} - \frac{6a}{v_{c,m}^4} = 0 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} v_{m,c} &= 3b \\ RT_c &= 8a/(27b) \rightarrow Z_c = \frac{p_c v_{c,m}}{RT_c} = \frac{8}{3} \\ p_c &= a/(27b^2) \end{aligned} \end{aligned} \right\} \quad (3.8)$$

$$p_c - \frac{RT_c}{(v_{c,m}-b)} + \frac{a}{v_{c,m}^2} = 0$$

### III.4.2. Propriétés du point critique:

On a déjà mentionné qu'au-delà de sa température critique, on ne peut plus liquéfier le gaz. Sur le diagramme pression – température, la courbe de liquéfaction délimitant la région des phases gazeuse et liquide se termine abruptement à la température critique (Voir figure (3.4)).

Cette brutale coupure dans la courbe de liquéfaction doit se retrouver dans les propriétés comparées des deux phases. Par exemple, si l'on examine la densité des deux phases, à

## Chapitre 3: Détermination de l'équation réduite universelle de van der Waals

pression constante, on se rend compte que la densité du liquide et la densité du gaz se rapprochent l'une de l'autre lorsque la température du système se rapproche de la température critique. À cette température, les deux densités sont égales. Ainsi, les propriétés physiques des deux phases se confondent à la température critique de telle sorte que l'observateur extérieur ne peut plus différencier une phase de l'autre (figure 3.4).[33]

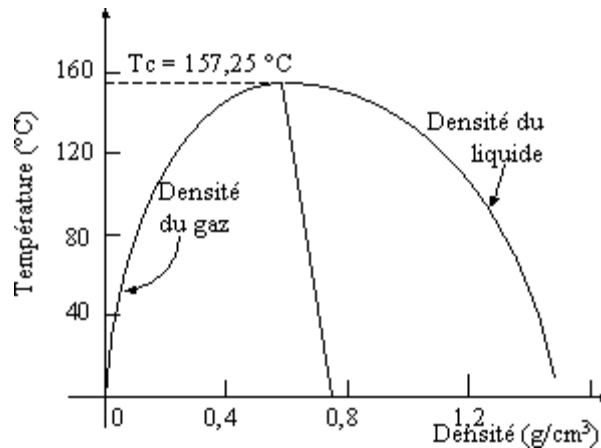


Figure (3.4) : valeurs comparées de la densité des phases liquide et gazeuse de l'anhydride sulfureux au voisinage de son point critique.

### III.5 Détermination de l'équation réduite de van der Waals :

L'équation d'état de van der Waals, Eq.(3.6), change avec chaque gaz. En remplaçant les constantes a et b par les valeurs obtenues en fonction des conditions critiques (Eq.(3.8)), L'équation d'état de van der Waals devient :

$$\left(p + \frac{a}{v_m^2}\right)(v_m - b) = RT \rightarrow \left(p + \frac{27p_c v_{c,m}^2}{9v_m^2}\right)\left(v_m - \frac{v_{c,m}}{3}\right) = RT \quad (3.9)$$

Divisons chaque membre de cette équation par  $p_c$  et  $v_{c,m}$  (en fait la première parenthèse  $p_c$  par et la seconde par  $v_{c,m}$ ), on obtient :

$$\left(\frac{p}{p_c} + \frac{27v_{c,m}^2}{9v_m^2}\right)\left(\frac{v_m}{v_{c,m}} - \frac{1}{3}\right) = \frac{RT}{p_c v_{c,m}} \quad (3.10)$$

### Chapitre 3: Détermination de l'équation réduite universelle de van der Waals

---

$$\left(\frac{p}{p_c} + \frac{3v_{c,m}^2}{v_m^2}\right) \left(\frac{3v_m}{v_{c,m}} - 1\right) = \frac{3RT}{p_c v_{c,m}} \quad (3.11)$$

En utilisant la relation  $p_c v_{c,m} = (3/8)RT_c$ , on obtient :

$$\left(\frac{p}{p_c} + \frac{3v_{c,m}^2}{v_m^2}\right) \left(\frac{3v_m}{v_{c,m}} - 1\right) = 8 \frac{T}{T_c} \quad (3.12)$$

En définissant les valeurs réduites suivantes sans dimension :  $p_r = p/p_c$ ,  $v_r = v_m/v_{c,m}$  et  $T_r = T/T_c$  ; alors en fonction de  $p_r, v_r$  et  $T_r$  l'Eq.(3.12) prend la forme suivante :

$$\left(p_r + \frac{3}{v_r^2}\right) (3v_r - 1) = 8T_r \quad (3.13)$$

Deux fluides sont dits dans des états correspondants si leurs variables réduites sont les mêmes. Donc, l'Eq.(3.13) s'appelle la loi des états correspondants (ou principe des états correspondants), formulée par Johannes van der Waals. Elle énonce que tous les corps purs à l'état fluide, aux mêmes température réduite (température thermodynamique divisée par la température critique du corps) et pression réduite (pression divisée par la pression critique du corps), présentent exactement le même facteur de compressibilité. L'équation réduite est la même pour tous les gaz. L'Eq. (3.13) est une équation d'état *universelle* indépendante des paramètres physiques d'un gaz donné donc valable pour tous les gaz réels. Cette équation fondamentale va nous servir de base pour découvrir quelques lois universelles en physique de la matière condensée dans le chapitre 4 suivant.

*Chapitre 4 : Application de la loi des états correspondants de van der waals en physique de la matière condensée*

### **IV.1 Introduction:**

Ce chapitre constitue notre contribution proprement dite dans ce mémoire. Notre but ici consiste à formuler de nouvelles lois universelles dans différents domaines de la physique de la matière condensée selon le modèle de la *loi des états correspondants de van der Waals* que nous avons établie dans le chapitre 3 précédent. Ensuite, pour chaque loi universelle établie dans un domaine précis, nous discutons les conséquences et les applications de cette loi universelle dans ce domaine.

### **IV.2 Capacité calorifique des solides:**

#### **IV.2.1 Calcul de la capacité calorifique selon le modèle d'Einstein:**

En 1907[34], Einstein introduit un modèle simple pour les modes vibrationnels dans un cristal. De cela, nous pouvons calculer la chaleur spécifique d'un solide qui est l'une des propriétés physiques caractéristiques des solides. En effet, le modèle d'Einstein est un modèle permettant de décrire la contribution des vibrations du réseau à la capacité calorifique d'un solide cristallin. Il est basé sur les hypothèses simplistes suivantes :

- chaque atome de la structure cristalline est un oscillateur harmonique quantique 3D
- les atomes vibrent à la même fréquence.

Dans son modèle, Einstein a assimilé un cristal constitué de  $N$  atomes ou ions à un système de  $3N$  oscillateurs harmoniques identiques ayant la même fréquence  $\vartheta_E$ . A la fréquence de vibration  $\vartheta_E$ , nous associons une température de vibration correspondante définie comme  $h\vartheta_E = k\theta_E$  avec  $k$  étant la constante de Boltzmann,  $h$  la constante de Planck et  $\theta_E$  est appelée température d'Einstein qui est une caractéristique du cristal. Alors, [35] la fonction de partition microscopique canonique est donnée par :

$$Q = (q_{vib})^{3N} = e^{-\frac{3N\theta_E}{2T}} \left(1 - e^{-\frac{\theta_E}{T}}\right)^{-3N} \quad \text{avec } \theta_E = \frac{h\vartheta_E}{k} \quad (4.1)$$

A partir de  $Q$ , on peut accéder à des fonctions thermodynamiques et particulièrement ici l'énergie interne (molaire) du cristal selon la formule suivante:

$$\left. \begin{aligned} U &= K T^2 \frac{\partial \ln Q}{\partial T} = 3N K \theta_E \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\frac{\theta_E}{T}} - 1} \right) \\ U_m &= 3 R \theta_E \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{e^{\frac{\theta_E}{T}} - 1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4.2)$$

Par définition, l'expression de la capacité calorifique (molaire) à volume constant est :

$$\left. \begin{aligned} C_V &= \frac{\partial U}{\partial T} = 3N k \left( \frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\frac{\theta_E}{T}}}{\left( e^{\frac{\theta_E}{T}} - 1 \right)^2} \\ C_{V,m} &= 3R \left( \frac{\theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\frac{\theta_E}{T}}}{\left( e^{\frac{\theta_E}{T}} - 1 \right)^2} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

La figure (4.1) représente l'équation (4.3) dans sa forme  $C_{V,m}/3R$  en fonction de la température réduite  $T/\theta_E$ . Notons que l'intérêt de cette fonction réside dans le fait qu'elle ne dépend pas des caractéristiques d'un cristal particulier. Elle est valable pour différents solides cristallins. En cela, elle en procure une loi universelle de la chaleur spécifique des solides cristallins. Par conséquent, les résultats expérimentaux de la chaleur spécifique des solides cristallins devraient tous coïncider avec cette courbe. La figure (4.2) illustre le fait que la courbe d'Einstein constitue un *fit universel* pour les mesures expérimentales de la capacité calorifique des différents solides cristallins.

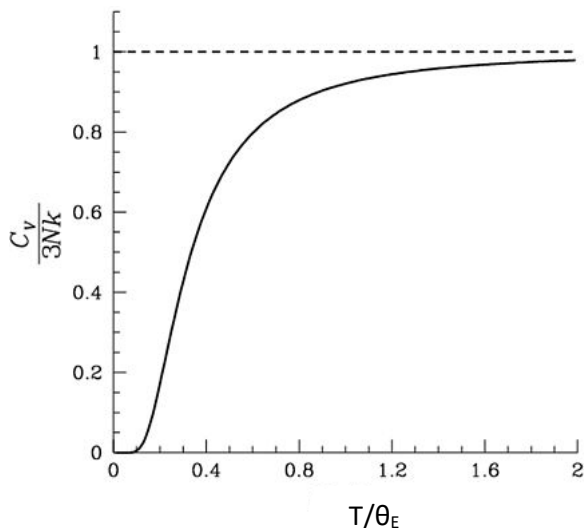


Figure (4.1) : capacité calorifique molaire selon le modèle d'Einstein en fonction de la température réduite  $T/\theta_E$

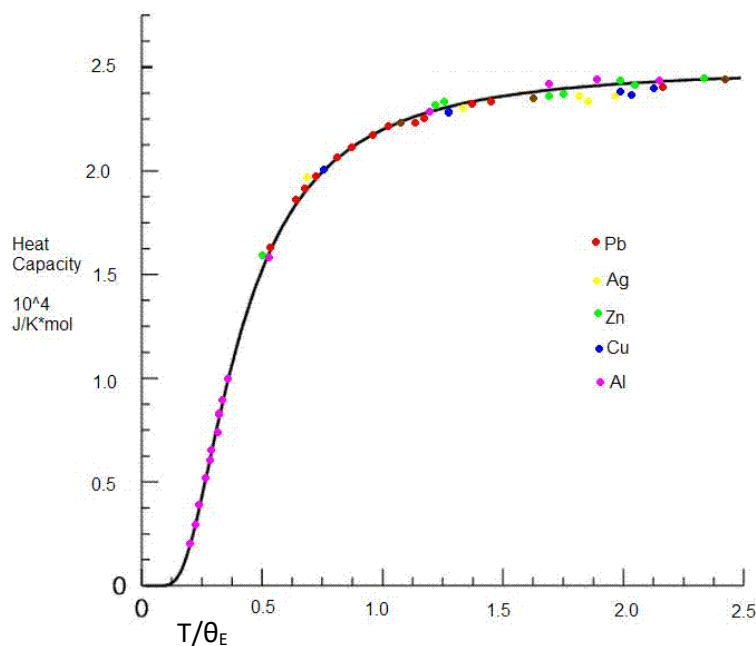


Figure (4.2) : Valeurs expérimentales de la capacité calorifique molaire de quelques métaux coïncidant avec la courbe universelle d'Einstein en fonction de la température réduite  $T/\theta_E$

#### IV.2.2 Calcul de la capacité calorifique selon le modèle de Debye:

Une très nette amélioration dans la description des résultats expérimentaux a été apportée par Debye. Pour cela, il a supposé que les  $3N$  oscillateurs modélisant les vibrations des  $N$  atomes ou ions du solide n'ont pas tous la même fréquence de vibration.[36]

La fonction de partition  $Q$  et son logarithme sont donnés pour un tel système par :

$$Q = \prod_{i=1}^{3N} \frac{e^{-\frac{h\nu_i}{2kT}}}{1 - e^{-\frac{h\nu_i}{kT}}} \rightarrow \ln Q = -\frac{\sum_{i=1}^{3N} h\nu_i}{2kT} - \sum_{i=1}^{3N} \ln\left(1 - e^{-\frac{h\nu_i}{kT}}\right) \quad (4.4)$$

Debye a supposé que les fréquences propres des oscillateurs sont suffisamment proches les unes des autres pour que la distribution des fréquences puisse être considérée comme une fonction continue. De plus, il a supposé que cette distribution des fréquences est de la même forme que la distribution des fréquences des vibrations élastiques dans un solide. Les fréquences permises varient de 0 à une fréquence de coupure maximum notée  $\nu_D$ , dite fréquence de Debye, à laquelle correspond une température caractéristique de Debye  $\theta_D$ , définie comme  $h\nu_D = k\theta_D$ . Avec ces hypothèses, les sommes dans l'Eq.(4.4) peuvent être remplacées par des intégrales. Donc on a :

## Chapitre 4 : Applications de la loi des états correspondants de van der Waals en physique de la matière condensée

---

$$\ln Q = -\frac{1}{2KT} \int_0^{v_D} h v g(v) dv - \int_0^{v_D} \ln\left(1 - e^{-\frac{h v}{KT}}\right) g(v) dv \quad (4.5)$$

Avec les relations et les conditions de normalisation suivantes :

$$\left. \begin{aligned} g(v) &= 9 N v_D^{-3} v^2 \\ \text{pour } 0 \leq v \leq v_D \end{aligned} \right\} \theta_D = \frac{h v_D}{K} \quad \left. \begin{aligned} \int_0^{v_D} g(v) dv &= 3 N \\ -\frac{1}{2KT} \int_0^{v_D} h v g(v) dv &= -\frac{9 N \theta_D}{8 T} \end{aligned} \right\} (4.6)$$

A l'aide de la thermodynamique statistique, l'expression de l'énergie interne de ce système est donnée par :

$$\left. \begin{aligned} \langle U \rangle &= K T^2 \frac{\partial \ln Q}{\partial T} = \frac{9 N K \theta_D}{8} + \int_0^{v_D} \frac{h v g(v)}{\left(e^{\frac{h v}{KT}} - 1\right)} dv \\ &= \frac{9 N K \theta_D}{8} + \frac{9 N K T^4}{\theta_D^3} \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{x^3}{e^x - 1} dx \end{aligned} \right\} \text{ou } x = \frac{h v}{K T} \quad (4.7)$$

Calculons maintenant la capacité calorifique à volume constant du cristal qui est égale à :

$$\left. \begin{aligned} \langle C_V \rangle &= \frac{\partial \langle U \rangle}{\partial T} = 9 N K \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{e^x x^4}{(e^x - 1)^2} dx \\ C_{V,m} &= 9 R \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \int_0^{\frac{\theta_D}{T}} \frac{e^x x^4}{(e^x - 1)^2} dx \end{aligned} \right\} (4.8)$$

On évalue l'intégrale dans l'Eq.(4.8) en prenant comme limite supérieure  $+\infty$  qui est valable pour les très basses températures, on obtient alors pour  $C_{V,m}$  le résultat suivant :

$$C_{V,m} = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3 \quad (4.9)$$

Similairement au modèle d'Einstein, nous avons représenté graphiquement le résultat de l'Eq.(4.9) dans sa forme  $C_{V,m}/3R$  dans la figure (4.3) en fonction de la température réduite  $T/\theta_D$ . Rappelons d'abord ici que le résultat de Debye est nettement différent de celui obtenu par Einstein. Particulièrement, le modèle de Debye donne une description des résultats expérimentaux bien meilleure que celle d'Einstein surtout aux basses températures.[37]

Répetons aussi ici que l'intérêt de la courbe de Debye tracée dans la figure (4.3) réside dans le fait qu'elle ne dépend pas des caractéristiques d'un solide particulier. Elle est valable pour différents solides cristallins. En cela, elle en fournit une loi universelle de la chaleur spécifique des solides cristallins. Donc, on s'attend à que les résultats expérimentaux de la chaleur spécifique des solides cristallins devraient tous coïncider avec cette courbe. La figure (4.4) illustre le fait que la courbe



## Chapitre 4 : Applications de la loi des états correspondants de van der Waals en physique de la matière condensée

---

de Debye constitue un *fit universel* pour les mesures expérimentales de la capacité calorifique des différents solides cristallins.

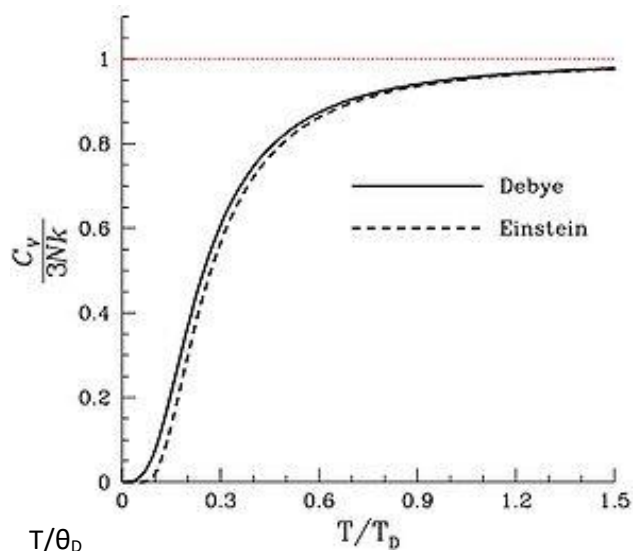


Figure (4.3) : *capacité calorifique molaire selon le modèle de Debye en fonction de la température réduite  $T/\theta_D$*

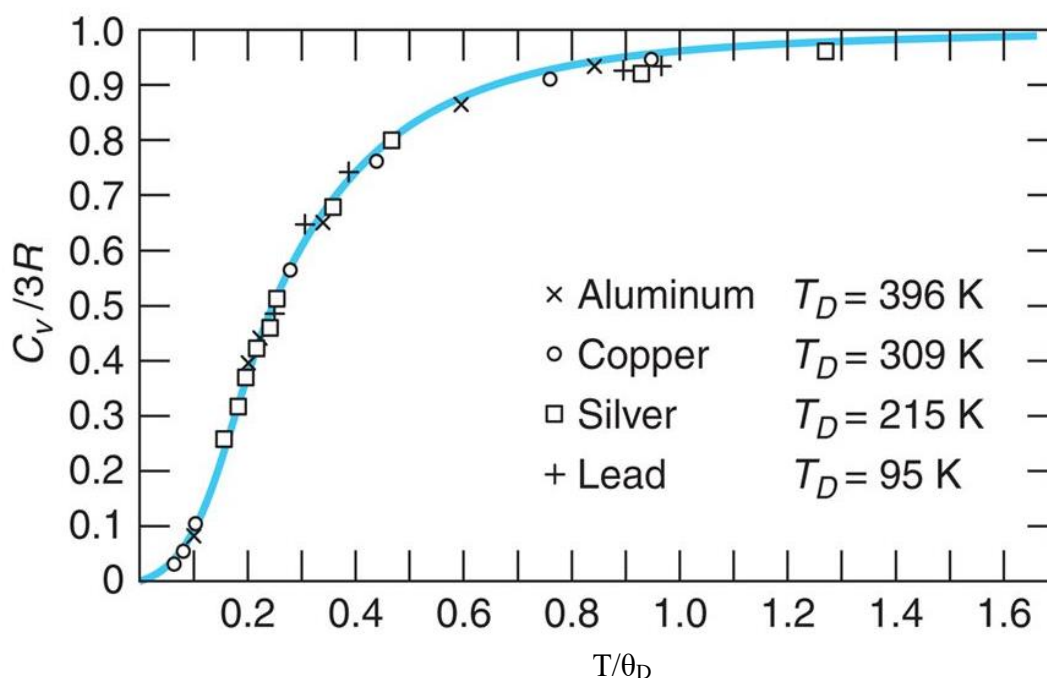


Figure (4.4) : *Valeurs expérimentales de la capacité calorifique molaire de quelques métaux coïncidant avec la courbe universelle de Debye en fonction de la température réduite  $T/\theta_D$*

### **IV.3 Variation de l'aimantation d'un matériau ferromagnétique en fonction de sa température réduite :**

#### **IV.3.1 Caractéristiques des matériaux ferromagnétiques:**

Les matériaux ferromagnétiques possèdent la propriété de devenir magnétiques, c'est-à-dire de s'aimanter, lorsqu'ils sont placés dans un champ magnétique et de conserver une partie de ce magnétisme lorsque le champ est supprimé. Les matériaux ferromagnétiques sont constitués d'éléments métalliques tels que le fer (surtout), le nickel et le cobalt qui leur permettent de prendre une forte aimantation.[38]

Les matériaux ferromagnétiques se partagent en petits domaines à l'intérieur desquels tous les atomes ont une aimantation parallèle. Ces domaines tendent à s'aligner dans la direction d'un champ magnétique extérieur, ce qui confère au matériau une forte aimantation.

#### **IV.3.2 Variation de l'aimantation saturée en fonction de la température:**

En utilisant l'approximation du champ moyen, nous pouvons calculer l'aimantation du matériau ferromagnétique en fonction de la température [ 39]. Si nous considérons que chaque atome du matériau porte un spin 1/2, l'expression de l'aimantation M est donnée en fonction de la température T par :

$$M = N\mu \tanh\left(\frac{\mu B}{k_B T}\right) \quad (4.9)$$

où N est le nombre d'atomes dans le matériau,  $\mu$  est le magnéton de Bohr,  $K_B$  est la constante de Boltzmann et B est le champ magnétique appliqué.

Si nous omettons le champ magnétique appliqué B et en tenant compte uniquement du champ moléculaire local  $B_E = \lambda M$  où  $\lambda$  est une caractéristique microscopique du matériau alors l'Eq. (4.9) devient :

$$M = N\mu \tanh\left(\frac{\mu \lambda M}{k_B T}\right) \quad (4.10)$$

En définissant l'aimantation réduite comme  $m = M/N\mu$  et la température réduite comme

$t = k_B T/N \mu^2 \lambda$ , l'Eq.(4.10) devient:

$$m = \tanh\left(\frac{m}{t}\right) \quad (4.11)$$

Etant donné que l'Eq.(4.11) n'a pas de solution analytique, on ne peut la résoudre que numériquement ou graphiquement.

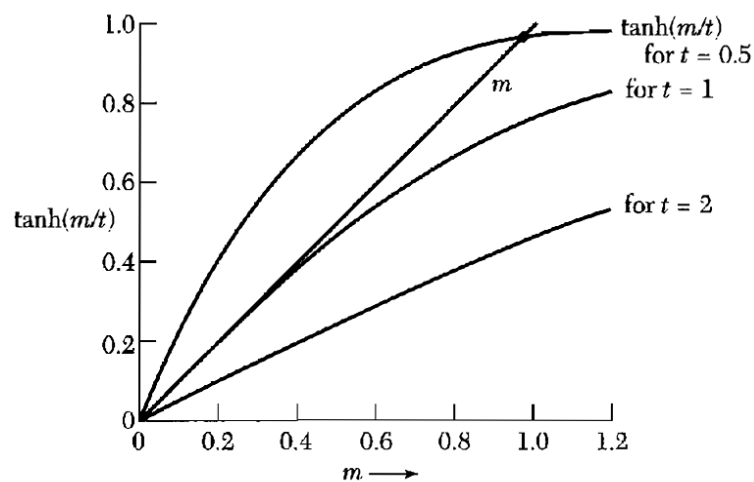


Figure (4.5) : solution graphique de l'Eq.(4.11) pour l'aimantation réduite  $m$  comme fonction de la température réduite  $t$ . Le membre de droite de l'Eq.(4.11)  $\tanh(m/t)$  est tracé pour trois différentes valeurs de la température réduite  $t = K_B T / N \mu^2 \lambda = T/T_c$  où  $T_c = N \mu^2 \lambda / K_B$ . Les trois courbes correspondent aux températures  $2T_c$ ,  $T_c$  et  $0.5 T_c$ . La droite  $m$  ne coupe la courbe  $\tanh(m/t)$  que dans l'intervalle de  $t$  compris entre 0. et 1. qui correspond au domaine ferromagnétique.

La solution graphique de l'aimantation réduite  $m$  en fonction de la température réduite  $t$  est représentée par la figure (4.6)

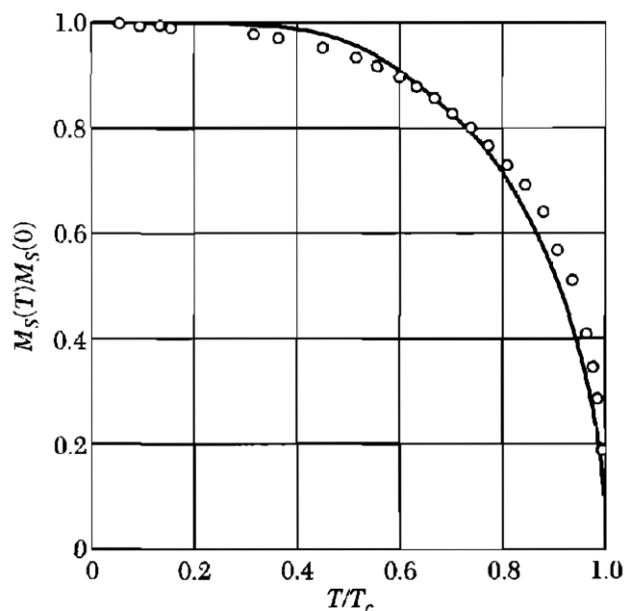


Figure (4.6) : Aimantation réduite  $M_S(T)/M_S(0)$  du Nickel en fonction de la température réduite  $T/T_c$  avec la courbe théorique issue de la théorie du champ moyen.

La courbe de la figure (4.6) représente la loi des états correspondants pour les matériaux ferromagnétiques. C'est une courbe universelle qui devrait être valable pour différents matériaux ferromagnétiques. La figure (4.7) illustre l'universalité de la loi  $m = \tanh\left(\frac{m}{t}\right)$ .

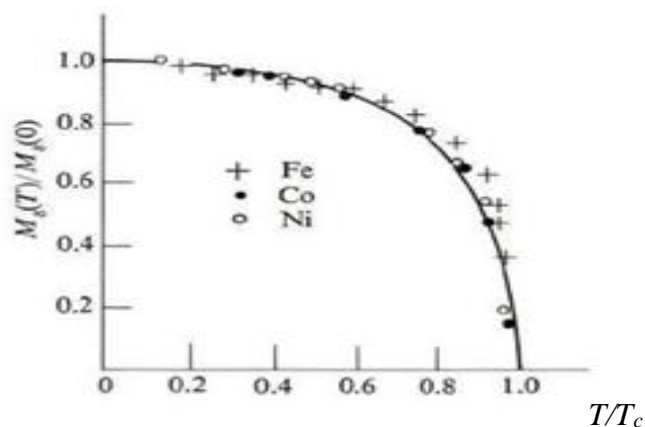


Figure (4.7) : Valeurs expérimentales de l'aimantation réduite  $M_S(T)/M_S(0)$  de quelques éléments ferromagnétiques en fonction de la température réduite  $t = T/T_c$ . La courbe théorique constitue un fit universel pour les données expérimentales.

### IV.4 Variation du gap énergétique d'un supraconducteur conventionnel en fonction de sa température réduite:

#### IV.4.1 Mécanisme de la supraconduction dans des matériaux supraconducteurs conventionnels:

Les supraconducteurs sont des matériaux qui exhibent le phénomène de la supraconductivité (ou supraconduction), c'est-à-dire l'absence de résistance électrique, en dessous d'une certaine température critique  $T_c$ . L'état supraconducteur ne peut pas être expliqué par la physique classique ni même par la théorie quantique élémentaire de l'état solide qui traite séparément le comportement des électrons et des ions du réseau cristallin. C'est seulement en 1957 [40] que trois chercheurs américains - John Bardeen, Leon Cooper et John Schrieffer - établissent la théorie microscopique de la supraconductivité. D'après cette théorie nommée BCS, les électrons se regroupent par deux, par interaction avec les vibrations du réseau (les « phonons »), formant ainsi des « paires de Cooper » qui peuvent se déplacer sans frottement au sein du solide. De façon imagée, le matériau est constitué d'un réseau d'ions positifs baigné dans un gaz d'électrons. Au passage d'un électron, les ions se déplacent légèrement attirés par la charge négative de l'électron. Ce déplacement génère une zone électriquement positive qui attire à son tour un autre électron. L'interaction entre les électrons est faible et ne résiste pas à l'agitation thermique, c'est pourquoi

## Chapitre 4 : Applications de la loi des états correspondants de van der Waals en physique de la matière condensée

de très basses températures sont nécessaires à la supraconductivité. Cependant la théorie BCS ne permet pas d'expliquer l'existence de supraconducteurs à « haute température » autour des 80 K (soit  $-193^{\circ}\text{C}$ ) et au-delà, pour lesquels d'autres mécanismes de couplage entre électrons doivent être invoqués.

### IV.4.2 Caractéristique de l'état électronique fondamental d'un supraconducteur conventionnel:

La théorie du BCS dans sa forme la plus simple prédit une différence fondamentale entre la structure électronique d'un matériau dans son état normal et son état supraconducteur. Cette différence consiste en l'apparition d'une énergie de gap  $E_g$  aux alentours de l'énergie de Fermi  $\epsilon_F$  dans la structure énergétique du supraconducteur. La figure (4.8) illustre cette différence.[41]

Notons ici que l'énergie de gap des supraconducteurs possède une origine complètement différente de l'énergie de gap des matériaux isolants. Dans un isolant, l'énergie de gap est causée par l'interaction électron-réseau dans l'isolant. Cette interaction est responsable de la liaison des électrons au réseau. Par contre, dans un supraconducteur, l'interaction importante est l'interaction électron-électron qui ordonne les électrons dans l'espace des  $K$  par rapport au gaz électronique de Fermi.

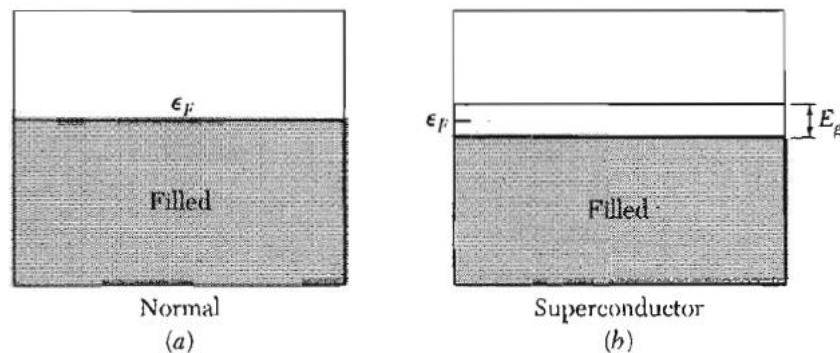


Figure (4.8) : (a) bande de conduction dans l'état normal. (b) l'énergie de gap au niveau Fermi  $\epsilon_F$  dans l'état supraconducteur.

De plus, la théorie élémentaire de la supraconductivité prédit au voisinage de la température  $T_c$  en absence du champ magnétique, l'énergie de gap  $E_g(T)$  d'un supraconducteur conventionnel varie selon une loi universelle ayant la forme suivante :

$$\frac{E_g(T)}{E_g(0)} = 1.74 \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.11)$$

La courbe de la figure (4.8) représente la loi des états correspondants pour les supraconducteurs conventionnels. Etant une courbe universelle, elle devrait être valable pour différents supraconducteurs conventionnels. La figure (4.9) illustre l'universalité de la loi donnée par l'Eq.(4.11).

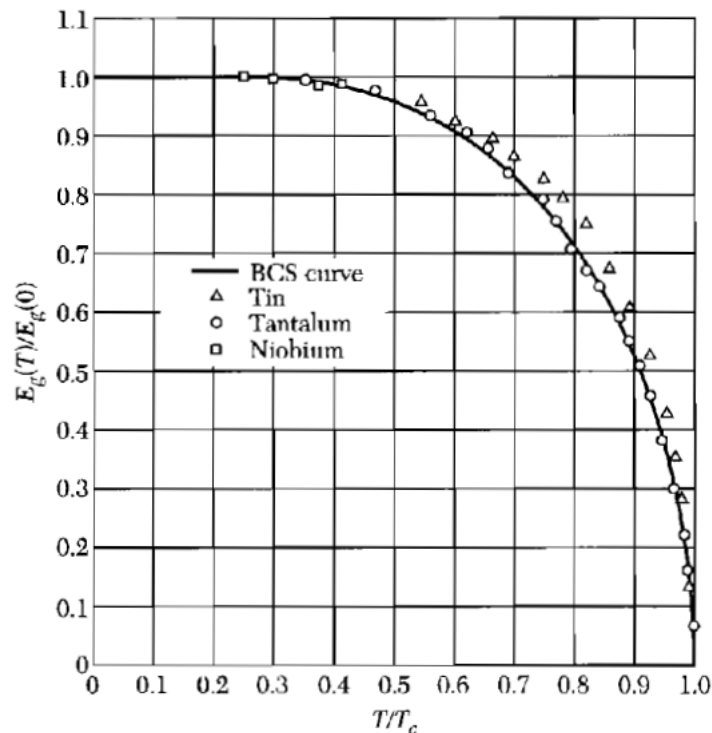


Figure (4.9) : Valeurs expérimentales de l'énergie de gap réduite  $E_g(T)/E_g(0)$  de quelques éléments supraconducteurs en fonction de la température réduite  $T/T_c$ . La courbe continue est le résultat théorique constituant un fit universel pour les données expérimentales.

#### **IV.5 Equation d'état de Murnaghan réduite :**

##### **Equation de Murnaghan :**

L'équation d'état de Murnaghan est une relation qui lie le volume d'un corps et la pression à laquelle il est soumis. C'est une des nombreuses équations d'état qui ont été utilisées en sciences de la Terre pour modéliser le comportement de la matière dans les conditions de hautes pressions qui règnent à l'intérieur du globe terrestre.

Elle doit son nom à Francis Dominic Murnaghan qui l'a proposée en 1944[42] afin de rendre compte sur une gamme de pressions aussi large que possible d'un fait expérimentalement établi : plus on comprime un solide, plus il devient difficile à le comprimer.

##### **1. Equation d'état de Murnaghan réduite**

## Chapitre 4 : Applications de la loi des états correspondants de van der Waals en physique de la matière condensée

---

Dans les études des propriétés structurales des matériaux, l'équation d'état de Murnaghan est omniprésente. Elle lie le volume du matériau et la pression à laquelle il est soumis.[43]

### **2. Elaboration de l'équation d'état de Murnaghan :**

Par définition, le bulk modulus est une mesure à la résistance du matériau à la compression à laquelle il est soumis. A température constante, le bulk modulus noté B est défini par :

$$B = -V \left( \frac{\partial P}{\partial V} \right)_T \quad (4.12)$$

Empiriquement, Murnaghan a supposé que le bulk modulus B est une fonction linéaire de la pression P [44] c'est-à-dire :

$$B = B_0 + B'_0 P \quad (4.13)$$

où  $B_0$  et  $B'_0$  sont le bulk modulus et la dérivée du bulk modulus par rapport à la pression à l'équilibre ( $P=0$ ).

A partir de l'équation (4.12), à température constante T, l'approximation (4.13) peut être transformée comme :

$$\frac{dV}{V} = - \frac{dP}{B_0 + B'_0 P} \quad (4.14)$$

En intégrant l'équation différentielle (4.14), on obtient la solution suivante :

$$\ln \left( \frac{V}{V_0} \right) = - \frac{1}{B'_0} \ln(B_0 + B'_0 P) \quad (4.15)$$

En manipulant Eq.(4.15), on obtient :

$$K = K_0 + P K'_0 \quad \left\{ \displaystyle K = K_{\{0\}} + P K'_{\{0\}} \right\}$$

$$\ln \left( \frac{V_0}{V} \right)^{B'_0} = \ln \left( \frac{B_0 + B'_0 P}{B_0} \right) \quad (4.16)$$

d'où l'équation d'état de Murnaghan exprimant le volume V du matériau en fonction de la pression P

$$V = V_0 \left( 1 + \frac{B'_0}{B_0} P \right)^{-\frac{1}{B'_0}} \quad (4.17)$$

## Chapitre 4 : Applications de la loi des états correspondants de van der Waals en physique de la matière condensée

où  $V_0$  est le volume du matériau à l'équilibre.

Si on considère le paramètre  $B'_0$  comme un paramètre mesurable et ajustable, on obtient l'équation d'état de Murnaghan réduite suivante :

$$\frac{V}{V_0} = \left(1 + B'_0 \frac{P}{B_0}\right)^{-\frac{1}{B'_0}} \quad (4.18)$$

où  $V/V_0$  est le volume réduit et  $P/B_0$  est la pression réduite.

Etant donné que Eq.(4.18) est une équation paramétrée en  $B'_0$  alors l'équation d'état de Murnaghan réduite devient universelle pour toute série de matériaux ayant des paramètres  $B'_0$  égaux ou très proches. Par conséquent, on s'attend donc que les données de la compression relative du volume  $V/V_0$  pour toute cette série de matériaux considérés coïncident avec la courbe de Eq.(7) en variant la pression réduite  $P/B_0$ .

A titre d'illustration, une famille de courbes de l'équation paramétrée Eq.(4.18) est montrée dans la figure(4.10)

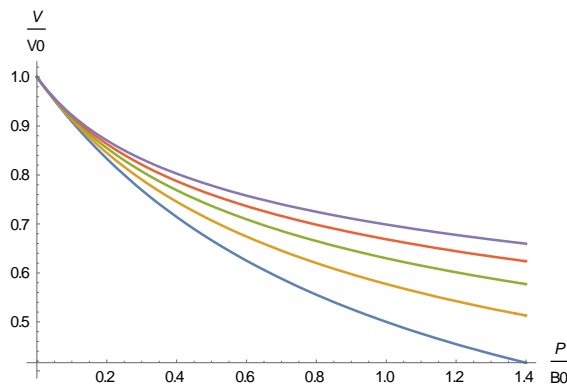


Figure (4.10) : Tracé de Eq.4.18 pour différentes valeurs du paramètre  $B'_0$

Afin de tester la validité du fit de l'équation d'état de Murnaghan réduite, on a emprunté une courbe expérimentale [44] mesurant la compression  $V/V_0$  en fonction de la pression réduite  $P/B_0$  pour une série de quatre matériaux (LiF, NaF, NaCl, NaI) ayant leurs paramètres  $B'_0$  très proches. Les valeurs de  $B'_0$  des différents matériaux sont tirées de la littérature [45] à savoir  $B'_0 = 5.30, 5.25, 5.38, 5.58$  respectivement pour les matériaux cités dans l'ordre mentionné ci-dessus.



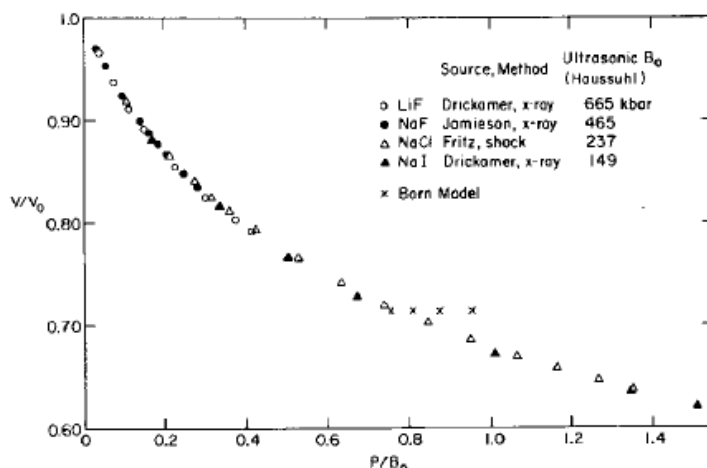


Fig. 1. The composite reduced (ultrasonic  $B_0$ ) equation of state of LiF, NaF, NaCl, NaI at room temperature.

Figure (4.11) : the composite reduced (ultrasonic  $B_0$ ) equation of state of LiF, NaF, NaCl, NaI at room temperature .

Pour tracer un fit commun aux données de la figure(4.11), il faut un paramètre  $B'_0$  commun qui est naturellement dans le cas de ces quatre matériaux est le paramètre  $B'_0$  commun qui vaut ici :  $\overline{B'_0} = 5.4 \pm 0.15$

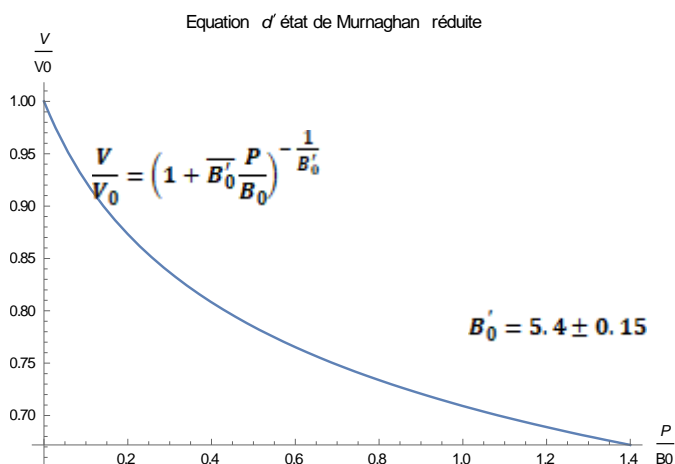


Figure (4.12) : Tracé du fit aux données de la figure(4.11)

## Chapitre 4 : Applications de la loi des états correspondants de van der Waals en physique de la matière condensée

---

# *Conclusion*

# Conclusion

---

Conclusion :

Après une introduction, on a rappelé la définitions d'un phénomène universelles et quelques différents lois qui sont des lois universelle dans des différents domaines de la physique comme la lois des gaz parfaits ,la lois de gravitation universelles ,la lois déplacement de wien ,les équations de maxwell et enfin les oscillateur harmonique tous ces phénomènes ont une lois universelles qui leur convient quelque soit les différents

Nous avons aussi rappelé des lois universelles mais qui sont considérée seulement pour la physique de la matière condensée comme la lois de wiedmenn et franz , la relation de hall universelle, effet quantique de hall , effet isotopique en leur démontrons la lois et donnees quelque exemple de leur application en physique de la matière condensée .

Dans le chapitre trois on a essaye de déterminée l'équation réduite universelles de van der waals Cette équation fondamentale va nous servir de base pour découvrir quelques lois universelles en physique de la matière condensée.

Enfin on a découvrir quelque lois universelles en physique de la matière condensée qui peut servir a un physicien de comprendre quelque phénomènes.

On peut conclure que dans ce travail on a fait in pas très important dans le domaine de la physique théorique et même la physique expérimentale puisque un loi qu'on la connais déjà mais on ne sait pas c'est une lois universelle ou une lois qui dépens seulement de ce système

Un physicien dans le domaine de la physique theorique peut aller plus loi et trouver plusieurs loi universelle qui peut nous aider a comprendre d'autre phénomène et pour un physicien dans le domaine expérimentale peut trouver la solution de quelque problème pour lui maintenant c'est très facile a vérifier ces resulta avec une loi universelle que sans elle .

# *Références*

## Référence

---

### **Référence :**

[1] : *physique Hecht* traduction de la 1<sup>e</sup> édition par T.Becherrawy Revison par Joel Martin page 2.3.4

[2] : *introduction a la pensee scientifique moderne* Pierre Sagaut

[3] : Thomas Kuhn, *La Structure des révolutions scientifiques*, Flammarion, p. 141-142 (première édition en 1962)

[4] : Joseph F. Castka, H. Clark Metcalfe, Raymond E. Davis et John E. Williams, *Modern Chemistry*, Austin, Texas, Holt, Rinehart and Winston, 2002

[5] : Ian Guch, *The Complete Idiot's Guide to Chemistry*, Indianapolis, Alpha, Penguin Group Inc., coll. « Complete idiot's guide », 2003, 369 p

[6] : Prosper Schroeder, *La genèse de la loi de la gravitation universelle et le tentative de sa démonstration à travers le problème des trois corps et la théorie de la Lune de Newton à Euler et Laplace*, University of Bamberg, 2006

[7] : « Isolation thermique, Transfert de chaleur par rayonnement, Grandeurs physiques et définitions. »

[8] : LE CORPS NOIR (basé sur Astrophysique sur Mesure / Observatoire de Paris : <http://media4.obspm.fr/public/FSU/temperature/rayonnement/>)

[9] : ohn David Jackson (trad. Christian Jeanmougin), *Électrodynamique classique : cours et exercices d'électromagnétisme* [« Classical electrodynamics 3rd edition »], Paris, Dunod, coll. « Sciences sup », 2001, 851 p. Traduction française de la 3<sup>e</sup> édition du grand classique américain.

[10] : Landau, L. et Lifchitz, E. (trad. du russe), *Physique théorique - Théorie des champs* [« Тэорэтitcheskiä fizika v 10 tomakh Tom II Тэория polia »], t. II, Moscou, Paris, Mir - Ellipses, coll. « Physique théorique », 1994, 5<sup>e</sup> éd. (1<sup>re</sup> éd. 1964), 528 p

[11] : Étienne du Trémolet de Lacheisserie, *Magnétisme*

[12] : Lev Landau et Evgueni Lifchits, *Physique théorique*, t. 1 : Mécanique

[13] : Pierre Papon, *Physique des transitions de phases*, Dunod, 2002

[14] : M. Lagües et A. Lesne, *Invariances d'échelle. Des changements d'états à la turbulence*, Belin Échelles, 2002

[15] : Johnpierre Paglione, M.A.Tanatar , D.G.Hawthorn , R.W.Hill, F.Ronning, M.Sutherland, Louis Taillefer, C.Petrovic, et P.C.Canfield. *Heat transport as*

## Référence

---

*a probe of electron scattering by spin fluctuations :The case of antiferromagnetic CeRhIn<sub>5</sub>*, *Physical Review Letters* 2005

[16] : A.B.Kaiser. *Localized spin fluctuations in nearly-magnetic dilute alloys : Thermal resistivity and lorenz numbrer* .*Physical Review* 1971

[17] : J.T.Schriempf,A.I.Schindler,et D.L .Mills, *Effect of electron-electron scattering on the low-temperature lorenz numbers of dilute Pb-Ni* .*Physical Review* 1969

[18] : F. Ossart et Courty, *LP322 : Electromagnétisme dans la matière : Notes de cours, UPMC, 2007*

[19] : P. Drude, *Annalen der Physik* 1, 566 et 3, 369 (1900)

[20] : *Quantum size effects for extraordinary Hall effect in thin magnetic films* A. Cr'épieux, C. Lacroix, N. Ryzhanova et A. Vedyayev *Phys. Lett. A* 229, 401 (1997)

[21] : Kittel C. *Introduction to Solid state physics*. John Wiley & Sons, 1986.

[22] : Smith R.A. *Semiconductors*. Cambridge University Press, 1959.

[23] : A. Ducrocq. *Rôle des instabilités électroniques de d'érive dans le transport électronique du propulseur à effet Hall*. PhD thesis, Ecole polytechnique, 2006

[24] : G. V. Gordeev. *JEPT (USSR)*, 6 :660, 1952

[25] : S. Tsikata. *Small-scale electron density fluctuations in the Hall thruster, investigated by collective light scattering*. PhD thesis, Ecole Polytechnique, 2009

[26] : Tsuneya Ando, « *Theory of Hall Effect in a Two-Dimensional Electron System* », *J. Phys. Soc. Jpn.*, vol. 39, 1975, p. 279–288

[27] : *Quantum Hall Effect Observed at Room Temperature*, Magnet Lab Press Release

[28] : L.M. FALICOV, « *Superconductivity: A Brief Introduction to its Phenomenology and Theories*», *IEEE Journal of Quantum Electronics*. Vol. 25. No II. November 1989.

[29] : W.H. Keesom, *conférence du 10 avril 1934 devant la Société Française de Physique*, *J. Phys. Radium* 5, 7 (1934) 37

[30] : T. H. Dunning, *Gaussian basis sets for use in correlated molecular calculations. I. The atoms boron through neon and hydrogen*, *The Journal of Chemical Physics*, vol.90, issue.2, p.1007, 1989.

[31] : Jean-Pierre Corriou, « *Thermodynamique chimique - Diagrammes thermodynamiques* », *Techniques de l'ingénieur*, base documentaire :

## Référence

---

*Thermodynamique et cinétique chimique, pack : Opérations unitaires. Génie de la réaction chimique, univers : Procédés chimie - bio - agro, J 1026, pp. 1-30, 1985*

[32] : *Christophe Coquelet et Dominique Richon, « Propriétés thermodynamiques - Détermination pour les fluides purs », Techniques de l'ingénieur, base documentaire : Thermodynamique et énergétique, pack : Physique énergétique, univers : Énergies, BE 8030, pp. 1-8, 2007*

[33] : *Jean Vidal, Thermodynamique : application au génie chimique et à l'industrie pétrolière, Paris, Editions Technip, coll. " Publications de l'Institut français du pétrole. "1997*

[34] : *Charles Kittel (trad. Nathalie Bardou, Évelyne Kolb), Physique de l'état solide [« Solid state physics »], 1998*

[35] : *Albert Einstein, « Die Plancksche Theorie der Strahlung und die Theorie der spezifischen Wärme », Annalen der Physik, vol. 22, 1907, p 180*

[36] : Augustus Matthiessen and Carol Vogt. On the influence of temperature on the electric conductive-power of alloys. *Philosophical transactions of the Royal Society of London*, 154 :167–200, 1864.

[37] : Peter Debye. The theory of specific heat. *Annalen der Physik*, 39 :789–839, 1912.

[38] : Max Brousseau, *Physique du solide. Propriétés électroniques*, Paris, Masson, 1992

[39] : José-Philippe Pérez, Robert Carles et Robert Fleckinger, *Électromagnétisme Vide et milieux matériels*, Paris, Masson, 1990

[40] : P. G. de Gennes, *Superconductivity of metals and alloys*, (Benjamin), (1966)

[41] : Hulm and Matthias in Foner and Schwartz, *Superconductor Material Science*, (1980)

[42] : F.D. Murnaghan, « The Compressibility of Media under Extreme Pressures », *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 30, 1944, p. 244-247

[43] : F.D. Murnaghan 1944 "The Compressibility of Media under Extreme Pressures", *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, vol. 30, p. 244-247

[44] : C.S. Smith and K.O. McLean 1973 ' 'Common Equation of State?  $LiF, NaF, NaCl, NaI$ ' ' *J. Phys. Chem. Solids* Vol.34, pp.1143-1145

[45] : U.Köhler et al 1997 "Equation of State for CsCl-type alkali halides" *J. Phys. Cond. 9*, pp.5581-5592