



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE  
MINISTRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



**UNIVERSITE ABOU-BEKR BELKAID - TLEMCEN**

# MEMOIRE

Présenté à :

FACULTE DES SCIENCES – DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

Pour l'obtention du diplôme de :

**MASTER EN PHYSIQUE**

Spécialité : Physique Computationnelle

Par :

**LASRI Najib Mohammed**

Sur le thème

---

## **Modélisation et Simulation des Effets Non linéaires dans les Cristaux Photoniques**

---

Soutenue publiquement le 27/06/2019 devant le jury composé de :

Mr Lotfi KARAOUZENE	MCB à l'Université de Tlemcen	Président
Mr Abdelhak CHIKHAOUI	MCA à l'Université de Tlemcen	Encadreur
Mr Abdelkhalq HADDAM	MCB à l'Université de Tlemcen	Examineur

*Laboratoire Automatique Tlemcen(LAT)  
Tlemcen - Algérie*

## **Dédicaces**

*Ce travail modeste est dédié :*

*A ma chère Maman*

*Celle qui m'a donnée la vie, qui m'a soutenue dans les joies et les peines*

*A mon cher papa qui est ma source d'inspiration*

*À Mes frères Ayoub, Ali, akram, abd razak ,khadidja, maghnia*

*À tous mes proches de la famille Lasri , Rehiel*

*À mes meilleurs amis : CHEDDAD Azzedine, KOTBI jihad ,*

*BEDDREDIN Imad, Miloud Abderrahmane, Chakroun Yousef, Boukhari*

*Baghdâdi, Fathi, À mes collègues : BOUKRI Mohammed, MILOUDI*

*amine, BOUCHIKHI ismail, Saidi Mohammed, Abderrahmane A.*

*À tous mes chers amis et mes collègues de l'Université de TLEMCEM.*

**LASRI Najib**

## Remerciements

*Nous remercions Dieu le tout puissant de nous avoir pourvu d'assez de volonté pour finir cette Mémoire.*

*Ce travail de mémoire a été réalisé au sein de l'équipe Approximation et Stabilité des Systèmes Non Linéaire du laboratoire d'Automatique de l'Université Abou-Bekr-Belkaid-Tlemcen sous la direction de Monsieur le professeur Tayeb BENOUAZ qui nous a quitté, que Dieu, le Tout Puissant lui accorde son infinie miséricorde et l'accueille dans son éternel et vastes paradis.*

*J'adresse mes profonds remerciements à mon encadreur Monsieur Abdelhak CHIKHAOUI, Maître de conférences classe « A » à l'université de Tlemcen qui a toujours montré de l'enthousiasme pour mon travail et je suis très reconnaissant pour la confiance qu'elle m'a accordée, ses conseils judicieux, sa disponibilité et le soutien constant qu'il a prodigué au cours de l'élaboration de ce travail.*

*Je tiens à mes sincères gratitudes Amel BENMANSOR pour leur conseil*

*Je suis reconnaissant à Monsieur le Docteur Lotfi Ibrahim KARAOUZENE Maître de conférences classe « B » à l'université de Tlemcen de m'avoir honoré de sa présence en étant président de jury, je le remercie très respectueusement d'avoir accepté de juger ce travail*

*Je remercie également Monsieur le Docteur Abdalkhalaq Chuayb HADDAM Maître de conférences classe « B » à l'université de Tlemcen pour le grand honneur d'avoir accepté d'examiner ce travail.*

*Enfin, je remercie à tous ceux qui m'ont aidé en particulière Mlle Fouzia BELARIBI.*

**LASRI Najib**

# SOMMAIRE

---

## SOMMAIRE

LISTES DES FIGURES.....	i
LISTE DES ABREVIATIONS .....	iv
INTRODUCTION GENERALE .....	2
1- NOTE HISTORIQUE.....	2
2- PROBLEMATIQUE .....	3
REFERENCE.....	4
CHAPITRE I.....	5
I. Introduction .....	6
II-Définition des cristaux photoniques.....	7
III- L'analogie Photon-Electron .....	7
IV- Rappel sur les effets non linéaires .....	8
IV-1 Effets non-linéaires du deuxième (second) ordre .....	8
IV-2 Effets non-linéaires d'ordre trois .....	9
a-Forme du terme d'ordre trois .....	9
b- Effet Kerr optique .....	9
c-L'effet Raman et l'effet Brillouin .....	10
V- Les équations de Maxwell et les équations de propagation Non Linéaire .....	11
VI- Les caractéristiques des cristaux photoniques.....	12
VII-Classe des cristaux photoniques.....	13
VII-1 .Les cristaux photoniques unidimensionnels 1D : Miroirs de Bragg.....	13
VII-2 Les cristaux photoniques bidimensionnels (2D) .....	13
VII-3 Les cristaux photoniques tridimensionnels (3D).....	14
VIII-Diagramme de bandes.....	14
VIII-1 Le réseau direct.....	15
VIII-2 La zone de Brillouin irréductible.....	15
VIII-2-1 Le Réseau carré.....	15
VIII-2-2 Le réseau hexagonal.....	16
VIII-3 Diagrammes de bandes des cristaux photoniques à 1D.....	16
VIII-4 Diagrammes de bandes des cristaux photoniques à 2D.....	17
IX vitesses de phase et vitesse de groupe, Indice de réfraction de phase et de groupe.....	18
a) La vitesse de phase.....	18
b) La vitesse de groupe.....	18
c) l'indice de réfraction de groupe et de phase.....	18

# SOMMAIRE

---

X - Matériaux BIP à défauts.....	
X-1 La nature des défauts.....	19
X-2 les Défauts ponctuels.....	19
X-3 Défauts linéaires (guide d'ondes).....	19
Conclusion.....	20
Référence.....	21
Chapitre II .....	22
Méthodes et outils numérique.....	25
II- Méthode numériques de calcul .....	26
II-1 méthode des réseaux de diffraction.....	27
II-2 La méthode de la matrice de Transfert TMM (Transfert Matrix Method) .....	27
II-3 La méthode des réseaux de diffraction .....	27
II-4 Méthode de propagation du faisceau (Beam propagation Method) (BPM).....	28
II-5 Méthode d'élément fini (FEM).....	28
II-6 Méthode des ondes planes (PWE).....	28
II-7 Modélisation de la différence finie dans le domaine temporelle (FDTD).....	29
II-7-1 Principe.....	31
II-7-2 Les équations de Maxwell dans l'espace cartésien.....	31
II-7-3 Réduction à deux dimensions.....	32
II-7-4 Algorithme de Yee.....	32
II-7-5 Conditions d'absorption aux limites.....	34
II-7-6 Conditions Bloch aux limites.....	38
Conclusion.....	39
REFERENCE.....	39
CHAPITRE III.....	40
I-Introduction .....	42
II-Simulation des Effets Non linéaires de Deuxième ordre dans un cristal photonique.....	43
II-1.Calcul de la Génération de la Deuxième (Second) Harmonique (SHG), CP 1D .....	44
II.1. 2.Cristal photonique 2D Sans Défauts .....	44
II.1. 2.1 Simulation Effet Non linéaire de Deuxième ordre .....	46
II.1. 2.1. 1Calcul de la Génération de la Deuxième (Second) Harmonique (SHG) .....	46
II-2. Cristal photonique 2D avec Défauts .....	46
II-2.1. Calcul de la Génération de la Deuxième (Second) Harmonique (SHG) .....	49
II.3. Simulation Effet Non linéaire de troisième ordre .....	49
II.3. 1.Simulation de l'effet de troisième ordre et effet Kerr .....	54
a) - Effet de troisième ordre.....	54
b) - Effet Kerr.....	54

# SOMMAIRE

---

Conclusion..... 54  
Conclusion Générale ..... 56  
Perspectives..... 58  
Référence ..... 60  
61  
61

### LISTE DES FIGURES

**Figure I-1** : Représentation schématique des cristaux photoniques 1D, 2D et 3D.

**Figure I.2.** Diagramme quantique de l'effet Kerr optique

**Figure I-3** :Schéma des transitions énergétiques à la base de la diffusion Raman

**Figure I-4** : Schéma d'un cristal photonique 1D

**Figure I-5** :Cristal photonique bidimensionnel 2D

**Figure I-6** : Cristaux photoniques 3D (Yablonovite).

**Figure I-7** : Cristal photonique unidimensionnel et zone de Brillouin correspondante.

**Figure I.8:** système réseau réciproque et réseau direct, zone de Brillouin pour le réseau carré

**Figure I.9** : Représentation (a) d'un réseau hexagonal, (b) de son réseau réciproque, (c) et de sa zone de Brillouin [21].

**Figure I -10** : Diagrammes de bandes des cristaux photoniques 1D.

**Figure I-11** : Représentation des polarisations TE et TM dans un BIP 2D.

**Figure I-12** : Diagrammes de bandes du réseau carré de tiges diélectrique ( $\epsilon=9$ ) dans l'air ( $n=1$ ) le rayon de tiges est  $r=0,2a$ .

**Figure I-13** :*Défaut de dimension du motif élémentaire*

**Figure I-14:** Défaut de distance entre motifs élémentaire.

**Figure I-15** : Défaut par vacuité.

**Figure I-16:** Défauts ponctuels : (a) Défaut lacunaire, (b) et (c) Défauts de substitutions

**Figure I-17** : a) Guide réfractif : modèles de rayons en zig-zag avec réflexions totales et Ondes évanescentes, b) guidage par bande interdite photonique Défauts linéaires (Guide d'onde)

**Figure II.1** Cartesian spatial discretization applied in TMM

**Figure II-2:** Maille bidimensionnelle FDTD pour le cas de polarisation magnétique transversale montrant l'échelonnement des champs  $H_y E_x E_z$ .

**Figure II-3:** Espace de l'algorithme de Yee pour un exemple de propagation d'onde unidimensionnelle, les conditions initiales pour les champs électriques et magnétiques sont nulles partout dans la grille.

**Figure II-4:** Une maille représente une discrétisation spéciale de F

## Liste des figures

---

**Figure III.1:** Configuration et structure d'un Un Cristal Photonique unidimensionnel 1D en Géométrie de guide d'onde

**Figure III.2:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considéré représentation de l'Evolution le  $E_y$  dans un cristal photonique en fonction de la direction X (sans défauts) de polarisation TE calculée par FDTD

**Figure III.3:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considéré représentation de l'Evolution le  $E_x$  dans un cristal photonique en fonction de la direction X (sans défauts) de polarisation TM calculée par FDTD.

**Figure III-4:** (a) Spectre de transmission du SH généré dans la structure considérée, les flèches marquent les positions des pics de SH généré (b) Zoom du graphe (a) entre 0.2 - 0.8

**Figure III-5:** Configuration et Structure d'un Un Cristal Photonique unidimensionnel 2D sans défauts.

**Figure III-6:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considéré représentation de l'Evolution le  $E_y$  dans un cristal photonique en fonction de la direction X (sans défauts) de polarisation TE calculée par FDTD.

**Figure III-7:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considéré représentation de l'Evolution le  $E_x$  dans un cristal photonique en fonction de la direction X (sans défauts) de polarisation TM calculée par FDTD

**Figure III-8:** (a) Spectre de transmission du SH généré dans la structure considérée, les flèches marquent les positions des pics de SH généré (b) Zoom du graphe (a) entre 0.3 - 0.8

**Figure III-9:** Structure de bandes du réseau triangulaire de trous dont les paramètres sont  $a=800\text{nm}$  et  $r=264\text{nm}$  (a) dans la polarisation TE, (b) dans la polarisation TM.

**Figure III-10:** Configuration et Structure d'un Un Cristal Photonique unidimensionnel 2D défauts de forme de guide d'onde linéaire de type W1W.

**Figure III-11:** (a) Spectre de transmission du SH généré dans la structure considérée, les flèches marquent les positions des pics de SH généré (b) Zoom du graphe (a) 0 entre 0.8 (c) zoom (a) entre  $0-0.4\mu\text{m}$ ,  $\omega_1=1.55\mu\text{m}$ ,  $\omega_1=2(\omega_2=0.775\mu\text{m})$ ,  $\omega_2=2(\omega_4=0.3875\mu\text{m})$ ,  $\omega_3=2(\omega_6=0.250\mu\text{m})=0.500\mu\text{m}$

**Figure III-12:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considéré représentation de l'Evolution le  $E_y$  dans un cristal photonique en fonction de la direction X (avec défauts) de polarisation TE calculée par FDTD.

## Liste des figures

---

**Figure III-13:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considéré représentation de l'évolution de  $H_y$  dans un cristal photonique en fonction de la direction X (avec défauts) de polarisation TM calculée par FDTD.

**Figure III-14.** Structure de bandes du réseau Hexagonal de trous d'air a) dans la polarisation TE et b) dans la polarisation TM montrant l'existence d'une bande interdite photonique.

**Figure III.15 :** Configuration et Structure hexagonale d'un Cristal Photonique 2D avec défauts de forme de guide d'onde linéaire de type W1W, ligne rouge définit l'excitation, les points verts définissent les points d'observation.

**Figure III.16:** (a) Spectre de transmission sont encadrées les GSH et Troisième harmonique GTH généré dans la structure considérée (b) Zoom du graphe (a) entre 0.1 - 0.8 (c) Zoom du graphe (a) entre 0.1-0.3.

**Figure III.17:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considéré représentation de l'évolution de  $E_y$  dans un cristal photonique en fonction de la direction X (avec défauts) de polarisation TE calculée par FDTD pour une amplitude  $10^9$  V/m.

**Figure III.18:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considéré représentation de l'évolution de  $E_y$  dans un cristal photonique en fonction de la direction X (avec défauts) de polarisation TE calculée par FDTD (a) pour une amplitude  $10^9$  V/m (b)  $10^{10}$  V/m, (c)  $10^{20}$  V/m.

# Liste des abréviations

---

## LISTE DES ABRIVIATIONS

CP : Cristaux Photoniques.

BIP : Bande Interdite Photonique.

EM : Électromagnétique.

1D : Unidimensionnel.

2D : Bidimensionnel.

3D : Tridimensionnel.

$\vec{E}$ : Champ électrique.

$\vec{H}$ : Champ magnétique.

$\vec{K}$ : Vecteur d'onde.

w: Pulsation.

$\mu_0$ : Perméabilité magnétique dans le vide.

$\mu(\vec{r})$ : Perméabilité relative.

$\varepsilon(\vec{r})$ : Permittivité relative.

$\varepsilon_0$ : Permittivité diélectrique du vide.

n : L'indice de réfraction.

c : Célérité dans le vide.

V(r) : Le potentiel électrique.

h : La constante de Planck.

m : La masse de l'électron.

E : L'énergie de l'électron.

$\Psi$ : Fonction d'onde d'un électron dans un potentiel.

H : Hamiltonien.

BZ : Zone de Brillouin.

IBZ : Zone de Brillouin Irréductible.

TE : Transversal Electrique, TM : Transversal Magnétique.

FDTD : Finite Differences Time Domain Method (Méthode de Différence Finie dans le Domaine Temporelle).

FEM : Méthode des Eléments Fini

# **Introduction général**

# INTRODUCTION GENERALE

### 1- Note historique

Le contrôle des propriétés électriques et magnétiques des matériaux a été et est toujours un des grands domaines de recherche de notre époque. Les études menées sur la physique des semiconducteurs ont ainsi initié, il y a 50 ans, la révolution du transistor en électronique. Parallèlement, les développements des procédés de technologies sur les semiconducteurs tels que la croissance des matériaux, ont rendu possible la fabrication d'objets permettant de contrôler la propagation des électrons et ont mené à l'explosion du domaine de la microélectronique dont on connaît le panel d'applications. Cependant, la miniaturisation de ces objets semble atteindre ces limites compte tenu du fait qu'elle s'accompagne de l'augmentation des résistances internes des circuits et donc des problèmes liés à la dissipation de la chaleur. Depuis quelques années, la communauté scientifique a commencé à chercher une alternative aux circuits électroniques et a proposé l'utilisation de *circuits optiques*. Ces circuits optiques, en utilisant la lumière à la place des électrons comme porteuse d'information, donnent en effet la possibilité de transmettre des données à plus grand débit tout en supprimant les problèmes de dissipation de la chaleur et en permettant une miniaturisation à l'échelle micrométrique. Pour concevoir de tels objets, il faut être capable de fabriquer des matériaux dans lesquels la propagation de la lumière est contrôlée: ces matériaux doivent offrir la possibilité d'empêcher ou de permettre, dans certaines plages de fréquences, la propagation de la lumière dans une ou plusieurs directions, la localisation de la lumière à d'autres fréquences. Dans ce contexte, l'utilisation de *structures périodiques*, c'est-à-dire de structures ayant une constante diélectrique périodique dans une ou plusieurs directions de l'espace, a été proposée très tôt pour contrôler la propagation des ondes électromagnétiques. Par analogie avec les cristaux solides, ces structures périodiques sont appelées *cristaux photoniques (CPs)* peuvent être unidimensionnels (1D), bidimensionnels (2D) et tridimensionnels (3D) [1]

On considère souvent que le domaine des cristaux photoniques démarre en 1987, quand E. Yablonovitch et S. John ont introduit séparément et dans des contextes différents, le concept de matériaux à bandes interdites photoniques. Dès les premiers pas de l'optique non linéaire, des propositions visant à utiliser des microstructures possédant une modulation de l'indice de réfraction ont vu le jour [2].

# INTRODUCTION Générale

---

Ainsi, vu que ces matériaux CPs présentent un grand intérêt est l'optiques non linéaire. Ces matériaux peuvent être aussi exploités pour étudier les effets non linéaires du deuxième et troisième ordre. Dont le *couplage* entre les *effets non linéaires* et les *cristaux photoniques* désormais indispensable pour l'explication de plusieurs phénomènes issus des différents chaps d'applications technologiques.

## 2- Problématique :

Le travail présenter dans ce mémoire s'appui sur la modélisation et la simulation des effets non linéaire de deux polarisations TE et TM dans un cristal photonique à deux dimensions de structure hexagonal. Nous allons étudier le model des équations de Maxwell non linéaire la résolution de ces équations se réduit à deux équations appelées équations de propagation déduites à partir des deux équations (Maxwell Ampère et Maxwell Faraday) qui sont :

$$\begin{cases} \nabla \cdot \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) = 0 \\ \nabla \cdot \nabla \cdot \vec{H}(\vec{r}) - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

La résolution analytique de ces équations n'est pas évidente. Il devient donc nécessaire de passer aux méthodes numériques. Parmi ces méthodes nous utiliserons FDTD pour obtenir les solutions de temps et d'espace des équations différentielles de Maxwell, cette méthode reproduit numériquement.

Ce mémoire s'organise en trois chapitres : Après une introduction générale

Le premier chapitre : est consacré à des définitions et des concepts généraux sur les cristaux photoniques, Nous présenterons une analogie qui existe entre le photon et l'électron, ainsi nous verrons les caractéristiques principales des cristaux photoniques, ensuite on a l'effet non linéaire ensuite les différents types des cristaux photoniques (1D, 2D, et 3D) puis les diagrammes de bandes 1D et 2D.

Le deuxième chapitre : en s'intéressant à un cristal photonique bidimensionnel, nous rappelons les différentes méthodes numériques parmi ces méthodes nous détaillerons l'outil numérique qui est le plus utilisé dans notre étude c'est la méthode (FDTD) et la méthode des ondes planes (PWM).

## INTRODUCTION Générale

---

Le troisième chapitre : présente les simulations et les interprétations des résultats des effets non linéaires de deux polarisations TE et TM dans un cristal photonique à deux dimensions de structure hexagonale. On termine notre travail par une conclusion générale.

## RÉFÉRENCES

[2] BALAMURUGAN Rathinam et LIU Jui-Hsiang. A review of the fabrication of photonic band gap materials based on cholesteric liquid crystals. *Reactive and Functional Polymers*, vol. 105, p. 9-34, (2016).

## RÉFÉRENCES WEB

[1] [http://phyexpdoc.script.univ-paris-diderot.fr/projets\\_/sites\\_03\\_04\\_1/photoniq/index.htm](http://phyexpdoc.script.univ-paris-diderot.fr/projets_/sites_03_04_1/photoniq/index.htm)  
(2014)

# CHAPITRE I

Généralités sur les cristaux  
photonique est les effets non  
lineaires

# CHAPITRE I

## GENERALITES SUR LES CRISTAUX PHOTONIQUES

### I. Introduction :

La notion de cristaux photoniques a été utilisée au cours des 30 dernières années [1], les cristaux photoniques (CP) sont des matériaux synthétiques ayant une constante diélectrique périodique dans une, deux ou trois directions de l'espace. Ces objets ont été un domaine de recherche qui a généré beaucoup d'intérêt car ils autorisent un contrôle étendu de la propagation de la lumière [2]. Nous allons présenter dans ce chapitre des généralités sur les cristaux photoniques et les effets non linéaires, nous introduisons la notion de bandes photoniques interdites et l'analogie entre photon et électron qui diffère les similitudes entre l'équation de Maxwell et celle de Schrödinger.

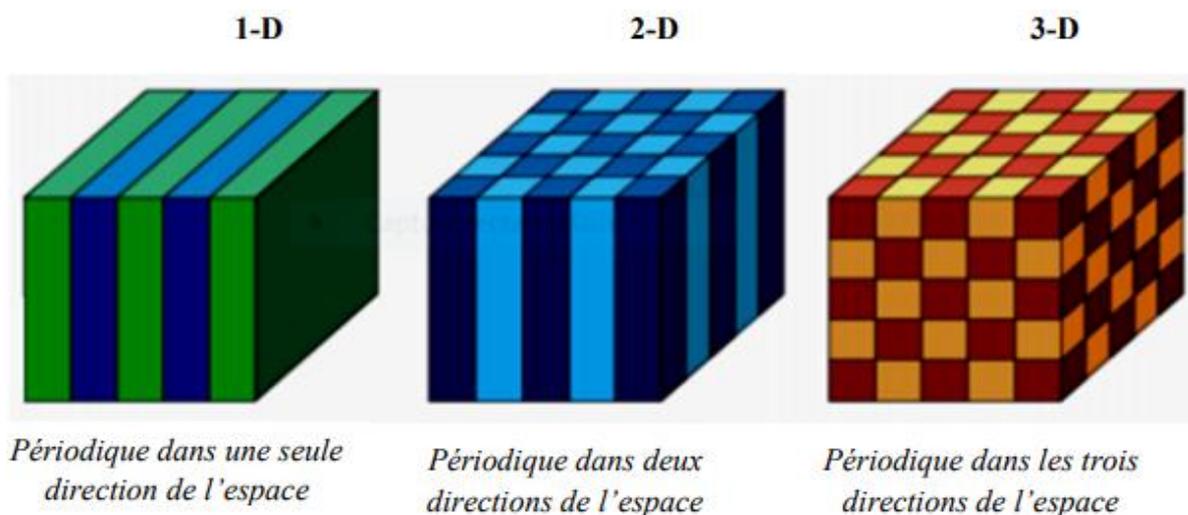


Figure I-1 : Représentation schématique des cristaux photoniques 1D, 2D, 3D.

## II-Définition des cristaux photoniques

La première structure périodique qui est connue est le matériau de bande interdite photonique (B.I.P), plus communément appelé "matériau de bande interdite électromagnétique" dans les micro-ondes. En général, ils sont habituellement appelés "cristaux photoniques" en raison de leur structure similaire à la structure cristalline et de leur action sur les photons. Les chercheurs s'intéressent beaucoup aux cristaux photoniques, surtout depuis la fin des années 1990 [3].

John en 1987 a démontré que ces matériaux sont des structures artificielles dont la permittivité diélectrique varie périodiquement à une échelle de longueur d'onde sur une, deux ou trois directions de l'espace, cette évolution périodique selon les trois directions peut donner naissance à des gammes de fréquence pour toutes les directions, sans propagation de la lumière [4], parce qu'il existe par analogie aux bandes d'énergie interdites pour les électrons, des bandes interdites photoniques (BIP) qui correspond à un intervalle énergétique une (gamme photonique) où la propagation de la lumière est interdite dans certaines directions [5].

## III- L'analogie Photon-Electron

L'analogie entre les équations de propagation de l'électromagnétique et l'équation fondamentale de la mécanique quantique rend aisée son étude dans le domaine optique ou dans celui des ondes millimétrique. Cette analogie permet de comprendre les diverses propriétés optique des matériaux et notamment les cristaux photonique des différentes dimensions [6]. Le tableau suivant illustre cette analogie.

	<i>Mécanique quantique</i>	<i>Electromagnétique</i>
<i>Grandeur caractéristique</i>	$V(\vec{r})$	$\varepsilon(\vec{r})$
<i>Champ</i>	$\vec{\Psi}(\vec{r}, t) = \vec{\Psi}(\vec{r})e^{i\omega t}$	$\vec{H}(\vec{r}, t) = \vec{H}(\vec{r})e^{i\omega t}$
<i>Opérateur hermitien</i>	$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V(\vec{r})$	$\bar{\theta} = \nabla \times \frac{1}{\varepsilon(\vec{r})} \times \nabla$
<i>Equations aux valeurs Propres</i>	$H\Psi = E\Psi$	$\bar{\theta}H = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \times H$

**Tableau:** analogie entre photon et électrons [8]

#### IV- Rappel sur les effets non linéaires

L'optique non linéaire (NLO) est la branche de l'optique qui décrit le comportement de la lumière dans les milieux non linéaires, c'est-à-dire les milieux dans lesquels la densité de polarisation  $P$  répond de façon non linéaire au champ électrique  $E$  de la lumière [7].

Les propriétés optiques des matériaux sont décrites à travers les parties réelles et imaginaires de la constante diélectrique  $\epsilon_r$ . Cette constante est tirée de la polarisation  $P$  du milieu comme suit :

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_0 \epsilon_r E \quad (\text{I-1})$$

En optique linéaire, la relation entre  $P$  et  $E$  est linéaire. Dans ce cas :

$$P = \epsilon_0 \chi E \quad \text{Avec } \chi \text{ qui la susceptibilité électrique telle que } \epsilon_r = 1 + \chi$$

Dans le cas de l'optique non linéaire, la relation entre  $P$  et  $E$  ne peut plus être de la même façon qu'à l'état de l'optique linéaire. Le formalisme précédent va changer et devenir comme suit :

$$P_{\text{nonlinéaire}} = \epsilon_0 \chi_{\text{nonlinéaire}} E = \epsilon_0 (\chi^{(1)} E + \chi^{(2)} E^2 + \chi^{(3)} E^3 + \dots)$$

Donc la relation  $\epsilon_r = 1 + \chi$  est devenue

$$\epsilon_{r,\text{nonlinéaire}} = 1 + \chi^{(1)} + \chi^{(2)} E + \chi^{(3)} E^2 + \dots \quad (\text{I-2})$$

Où  $\chi^{(1)}$  est la susceptibilité optique linéaire ;  $\chi^{(2)}$  est la susceptibilité optique non linéaire de deuxième ordre, qui décrit des processus tels que la **génération de deuxième harmonique (SHG)** qui fait l'objet d'une partie de notre étude présentée dans le troisième chapitre; et  $\chi^{(3)}$  est la susceptibilité optique non linéaire de troisième ordre « Effet Kerr ».

Dans ce contexte, la classification des différents phénomènes physiques non linéaires est faite en fonction de l'ordre du non linéarité à avoir non linéarité de deuxième ordre, de troisième ordre, etc...

##### IV-1 Effets non-linéaires du deuxième (second) ordre

L'optique non linéaire de deuxième ordre implique la recherche de matériaux dont les propriétés optiques peuvent être contrôlées par un champ électrique ou optique appliqué. Ils sont de deuxième ordre parce que l'effet est quadratique par rapport à l'intensité du champ. Ces processus extrêmement rapides peuvent être utilisés pour la commutation optique dans les

télécommunications et les effets de fréquence peuvent être utilisés pour la spectroscopie spécialisée.

Ces effets représentent le doublement de la fréquence de la lumière où la génération de seconde harmonique (GSH ou SHG en anglais, également appelé doublage de fréquence) est un phénomène d'optique non linéaire dans lequel des photons interagissant avec un matériau non linéaire sont combinés pour former de nouveaux photons avec le double de l'énergie et par conséquent le doublage de fréquence, il y a lieu à noter que cet effet n'est assuré que s'il existe une meilleure conversion et un bon accord de phase (phase matching)[8].

#### IV-2 Effets non-linéaires d'ordre trois

Ces effets peuvent se produire dans des environnements isotropes. Nous en verrons deux : l'effet Kerr et l'effet Kerr optique que nous allons montrer qu'il peut être intéressant ou inquiétant selon les cas [8].

##### a-Forme du terme d'ordre trois

Le terme du troisième ordre est la somme des produits de trois champs électriques. Avec leurs pulsations sont  $\omega_1$ ,  $\omega_2$  et  $\omega_3$ , une troisième commande du terme vaut le produit :

$$\cos(\omega_1 t) \cos(\omega_2 t) \cos(\omega_3 t) = \frac{1}{8} (e^{i\omega_1 t} + e^{-i\omega_1 t}) (e^{i\omega_2 t} + e^{-i\omega_2 t}) (e^{i\omega_3 t} + e^{-i\omega_3 t})$$

De plus, il est possible d'utiliser toutes les fréquences

- ❖ Si l'onde incidente comprend une seule impulsion  $\omega$ , la réponse du troisième ordre contiendra les fréquences suivantes :
  - $3\omega = \omega + \omega + \omega, \omega = \omega + \omega - \omega$ .
  - et leurs opposées sont :  $-\omega = \omega - \omega - \omega$  et  $-3\omega$

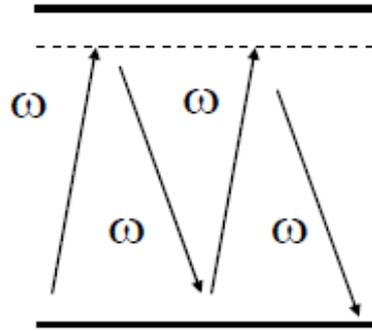
Il est utilisé pour l'effet Kerr optique.

- ❖ Si l'onde incidente comprend deux impulsions  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , on obtiendra la réponse du troisième ordre aux fréquences :

$$3\omega_1, 2\omega_1 + \omega_2, 2\omega_1 - \omega_2, \omega_1 + 2\omega_2, \omega_1 - 2\omega_2, 3\omega_2, \omega_1, \omega_2 \cdot [8]$$

##### b- Effet Kerr optique

Pour le formalisme de l'optique non linéaire, l'effet Kerr optique se réfère à l'existence d'une susceptibilité de troisième ordre, sa formule est  $\chi^3(-\omega; \omega, -\omega, \omega)$  et le diagramme quantique de cet effet est illustré à la figure I.2. [9] :



**Figure I.2.** Diagramme quantique de l'effet Kerr optique

On obtient trois triplets de fréquences différentes qui permettent de donner le même résultat :  $(\omega, -\omega, \omega)$ ,  $(-\omega, \omega, \omega)$ ,  $(\omega, \omega, -\omega)$ .

Supposons une polarisation linéaire de la lumière se propageant et négligeant le caractère tenseur de  $\chi_{ijkl}^{(3)}$  pour une polarisation non linéaire, nous trouvons la relation suivante

$$P^{NL}(\omega) = 3\epsilon_0\chi^{(3)}(\omega = \omega + \omega - \omega)|E(\omega)|^2E(\omega) \quad (\text{I-8})$$

La polarisation totale s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} P(\omega) &= \epsilon_0\chi^{(1)}E(\omega) + 3\epsilon_0\chi^{(3)}|E(\omega)|^2E(\omega) \\ &= \epsilon_0\chi_{eff}E(\omega) \end{aligned}$$

Leur sensibilité effective en fonction du champ est la suivante [10] :

$$\chi_{eff} = \chi^{(1)} + 3\chi^{(3)}|E(\omega)|^2$$

### C-L'effet Raman et l'effet Brillouin

Les effets Non linéaires inélastiques de l'effet Raman et de l'effet Brillouin sont une autre classe d'effets qui se produisent dans le milieu non-linéaire [11], En plus, les effets élastiques est caractérisés par l'absence d'échange d'énergie entre le rayonnement et le milieu diélectrique en ce qui concerne l'incapacité à préserver la quantité du mouvement en mécanique ,puis ils concernent principalement la partie imaginaire de la sensibilité non linéaire de l'ordre 3.

Ces effets résultent de l'interaction avec la perte d'énergie des photons avec le milieu (diffusion inélastique). La perte d'énergie qui se traduit par l'apparition d'un phonon 1,

entraîne un déplacement inélastique de la puissance de la fréquence initiale vers les basses fréquences, elle est déphasée par rapport à la fréquence du phonon (décalage de l'ordre de THz dans le cas du Raman), ce décalage qui peut varier selon les milieux, notamment en fonction des dopings.

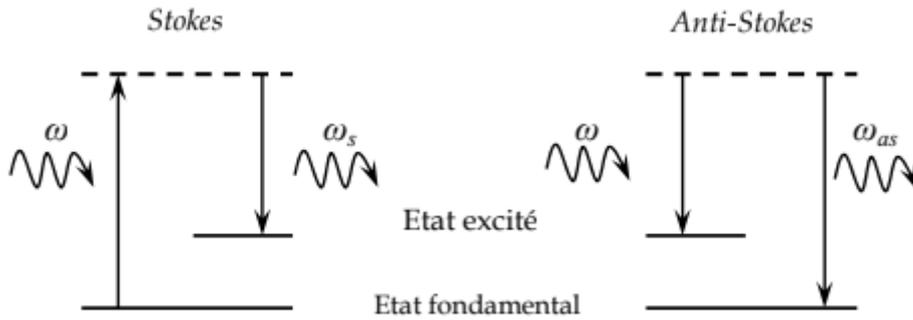


Figure I-3 : Schéma des transitions énergétiques à la base de la diffusion Raman [11]

### V- Les équations de Maxwell et les équations de propagation Non Linéaire

Les phénomènes optiques non linéaires peuvent être décrits par l'intermédiaire des équations de Maxwell dont voici l'expression dans un milieu dépourvu de charge libre [9] :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D}(\vec{r}, t) = 0 \quad (\text{Maxwell-Gauss})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) = 0 \quad (\text{Gauss magnétique})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) = -\frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Faraday})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{\partial \vec{D}(\vec{r}, t)}{\partial t} \quad (\text{Maxwell-Ampère})$$

$\vec{E}(\vec{r}, t)$  est le champ électrique,  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  l'excitation magnétique,  $\vec{D}(\vec{r}, t)$  est le vecteur déplacement électrique et  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  l'induction magnétique. La réponse du milieu aux excitations  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  et  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  est donnée par les relations constitutives qui dans le cas d'un milieu diélectrique idéal s'écrivent [9] :

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}(\vec{r}, t) \quad \vec{B}(\vec{r}, t) = \mu_0 \vec{H}(\vec{r}, t) \quad (\text{I-5})$$

où  $\mu_0$  est la perméabilité du vide. Ce jeu de six équations permet d'établir l'équation de propagation du champ électromagnétique:

$$\vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{E}(\vec{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}(\vec{r}, t)}{\partial t^2} \quad (\text{I-6})$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)$$

Sachant que :  $\mathcal{C} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$

Donc, nous avons :

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$$

Dans les matériaux non conducteurs le produit  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 0$ .

Donc l'équation(1-6) devient [13] :

$$\begin{aligned} -\nabla^2 \vec{E} &= \vec{\nabla} \left( -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right) = -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{\nabla} \times \vec{H} \\ -\mu_0 \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right) &= -\mu_0 \varepsilon_0 \left( \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial^2 t} + \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial^2 t} \right) \end{aligned} \quad (I-7)$$

La polarisation  $\vec{P}$  est constituée de  $\begin{cases} \text{polarisation linéaire } \vec{P}_L \\ \text{Polarisation non linéaire } \vec{P}_{NL} \end{cases}^{(2et3)}$

Avec  $\vec{P} = \vec{P}_L + \vec{P}_{NL}^{(2et3)}$

L'équation (I-6) s'écrit alors

$$\nabla^2 \vec{E} - \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial^2 t} = \mu_0 \left( \frac{\partial^2 \vec{P}_L}{\partial^2 t} + \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}^{(2)}}{\partial^2 t} + \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}^{(3)}}{\partial^2 t} \right)$$

Avec :

$$\left( \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}^{(2)}}{\partial^2 t} + \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}^{(3)}}{\partial^2 t} \right) \Leftrightarrow \frac{\partial^2 \vec{P}_{NL}}{\partial^2 t} \quad (I-8)$$

## VI- Les caractéristiques des cristaux photoniques.

Les cristaux photoniques comprennent un ensemble de caractéristiques à savoir :

- *La dimensionnalité* : Elle est définie par la périodicité de l'indice de réfraction, la périodicité d'un cristal photonique peut se prolonger à une, deux ou trois dimensions. [12].
- *La symétrie* : La position des éléments d'un cristal photonique détermine la symétrie du réseau, par exemple une symétrie cubique.
- *Paramètre du réseau* : Déterminée comme une distance fondamentale entre deux éléments composants, elle détermine la zone spectrale où le cristal photonique interagit avec l'onde électromagnétique [13].

### VII-Classe des cristaux photoniques

Les cristaux photoniques peuvent être classés en trois types selon leur dimensionnalité en fonction du nombre d'axes de périodicité, unidimensionnels (par exemple miroir de Bragg) et bidimensionnels 2D cristal photonique et tridimensionnel 3D cristal photonique.

#### VII-1 .Les cristaux photoniques unidimensionnels 1D : Miroirs de Bragg

Le comportement du réflecteur de Bragg est expliqué à partir du processus d'interférences multiples, une onde qui se propage dans la succession des couches est réfléchi à chaque interface comme le montre la figure (I.4) [14], en un empilement périodique de deux couches diélectriques,  $\epsilon_1$ ,  $\epsilon_2$ , alternées [15].



**La figure (I-4) :** Schéma d'un cristal photonique 1D [15]

#### VII-2 Les cristaux photoniques bidimensionnels (2D)

Un cristal photonique bidimensionnel est une structure qui présente une modulation périodique de la permittivité diélectrique suivant deux directions de l'espace, Il existe plusieurs façons de réaliser ces structures bidimensionnelles. Par exemple, on peut placer des tiges diélectriques dans l'air structure déconnectée (isolée) ou encore dans un autre diélectrique structure connectée couramment utilisée pour la réalisation des fibre optique, optique intégrée, capteur à cristaux photoniques [14].

La figure (I-5) montre un cristal photonique bidimensionnel, ce matériau est un réseau carré de cellules diélectriques, avec rayon  $r$  et constante diélectrique  $\epsilon$ , le matériau est homogène dans la direction  $z$  (on imagine que le cylindre est très grand) et périodique dans  $x$  et  $y$  avec le constant réseau  $a$ , on peut voir à gauche du graphique le réseau carré dont la cellule unitaire est entourée en rouge [14]

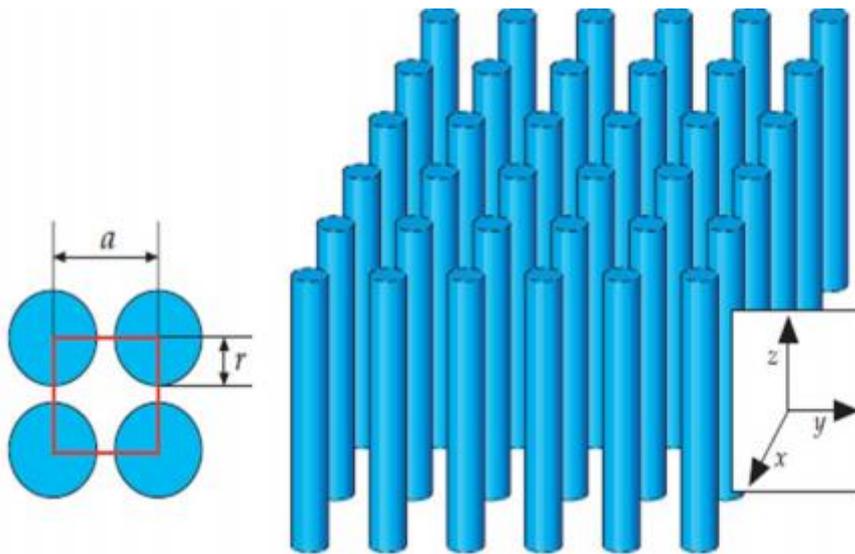


Figure I-5 : Cristal photonique bidimensionnel 2D [17]

### VII-3 Les cristaux photoniques tridimensionnels (3D)

Les cristaux photoniques tridimensionnels sont des structures dont la permittivité diélectrique est périodiquement structurée dans les trois directions. C'était la deuxième fois que Yablonovitch les effectuait après les réseaux de Bragg. Son but était d'obtenir une bande passante complète pour toutes les directions de l'espace afin d'inhiber l'émission spontanée de lumière. La figure (I-6) présente un cristal sous la forme d'un bloc de plexiglas avec des trous uniformément espacés formant un maillage diamant 3D, ce cristal avait une bande interdite [18].

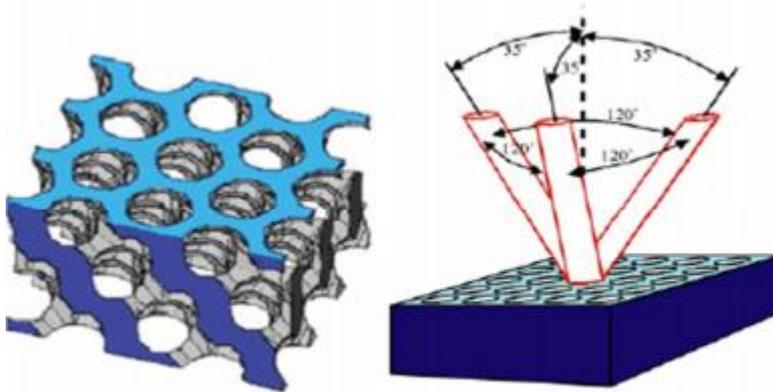


Figure I-6 ; Cristaux photoniques 3D (Yablonovite)

### VIII-Diagramme de bandes

Pour calculer les diagrammes de bandes, il est nécessaire de considérer pour chaque cristal, toutes les directions de propagation possibles. Comme en physique des solides [19], nous démontrons que pour certaines symétries cristallines, nous pouvons limiter l'étude aux vecteurs d'ondes  $k$  situés dans une zone restreinte appelée *la zone irréductible de Brillouin*. Le vecteur  $k$  change le long des directions de symétrie élevée de cette zone qui fait partie du réseau réciproque. [20]

#### VIII-1 Le réseau direct

Nous avons vu que le milieu cristallin est caractérisé par sa périodicité dans trois directions, il est déterminé à partir d'un motif cristallin formé par un ensemble bien défini d'atomes, qui est répété par des translations périodiques dans trois directions non-coplanaires. Cela nous permet de définir le cristal par son motif et son réseau, que l'on appelle direct [21]

#### VIII-2 La zone de Brillouin irréductible

La première zone de Brillouin est la cellule élémentaire de l'espace réciproque où les points sont plus proches de l'origine que de tous les autres nœuds du réseau périodique, les figures (I-7) et montrent les différents exemples de cristaux photoniques et les zones de Brillouin ainsi que la zones de Brillouin irréductibles correspondantes dans les cas 1D et 2D [22] :

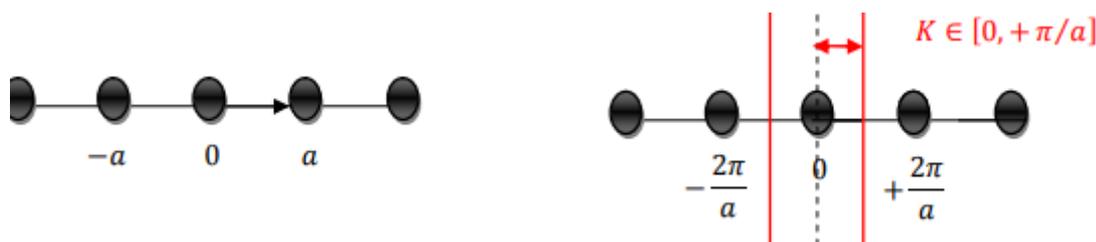


Figure I-7

On définit la zone de Brillouin (BZ) qui représente la symétrie complète du réseau dans l'espace réciproque. On appelle aussi Zone de Brillouin Irréductible (IBZ) est la plus petite région au sein de la BZ pour laquelle les caractéristiques de dispersion du réseau ne sont pas liées par symétrie [22]

#### VIII-2-1 Le Réseau carré

Sa zone de Brillouin est un triangle isocèle délimité par les points de hautes symétries  $\Gamma$ XM (Figure I.8). La maille primitive est un carré de côté « a ». Ce réseau est très sensible à l'angle d'incidence des ondes électromagnétiques. [23]

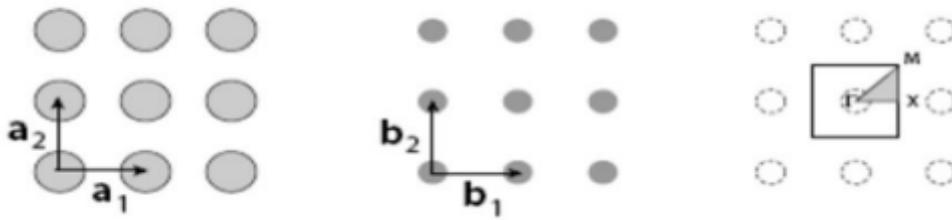


Figure I.8: système réseau réciproque et réseau direct, zone de Brillouin pour le réseau carré [23].

**VIII-2-2 Le réseau hexagonal**

Sur un réseau hexagonal, si tous les nœuds sont identiques et espacés de "a", c'est un réseau avec deux "atomes" par maille, alors cette structure est appelée "graphite" car elle est similaire à la structure cristalline du graphite. Contrairement au réseau triangulaire. Le réseau réciproque est aussi un réseau hexagonal et la zone irréductible Brillouin est la même que pour le réseau triangulaire avec les principales directions indiquées KΓ et MΓ [23]

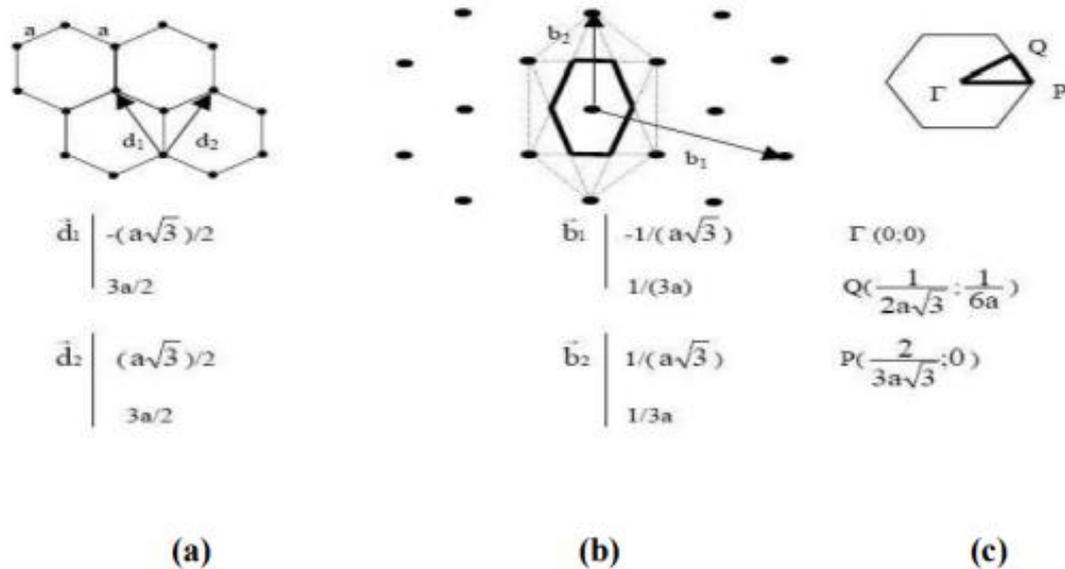


Figure I.9 : Représentation (a) d'un réseau hexagonal, (b) de son réseau réciproque, (c) et de sa zone de Brillouin [23].

**VIII-3 Diagrammes de bandes des cristaux photoniques à 1D**

Les cristaux photoniques à une dimension sont traditionnellement obtenus par un empilement de couches diélectriques de permittivités différentes, on parle d'empilements de Bragg ou de miroirs de Bragg [22]

La figure (I-10) représente les diagrammes de bandes d'un cristal 1D obtenu par une modulation sinusoïdale de la permittivité diélectrique.

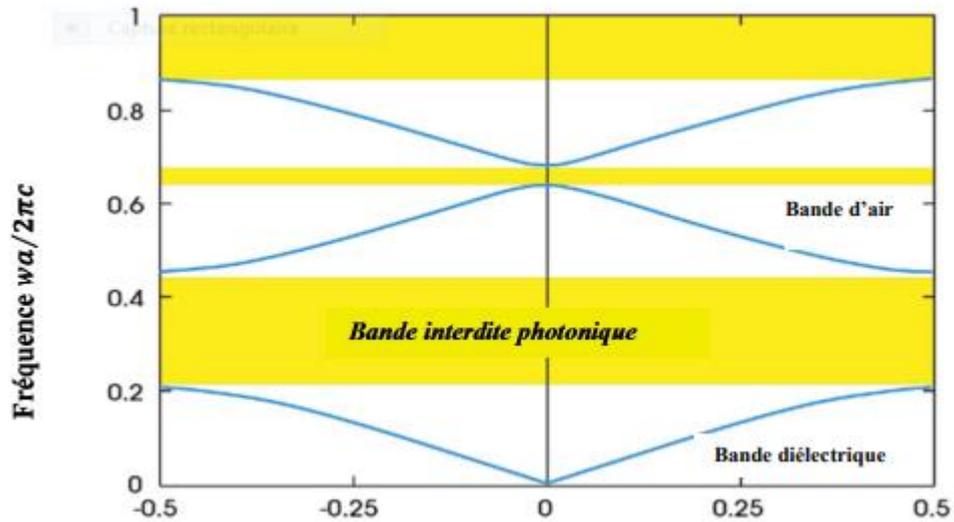


Figure I-10 : Diagrammes de bandes des cristaux photoniques 1D [8].

#### VIII-4 Diagrammes de bandes des cristaux photoniques à 2D

Nous considérons deux directions de propagation dans le cas de cristaux photoniques bidimensionnels, les aspects de polarisation de l'onde jouent un rôle important à considérer, et les polarisations principales sont (TE et TM). Nous présenterons des diagrammes en bandes de structure 2D de symétrie croissante dans le cas d'un réseau carré.

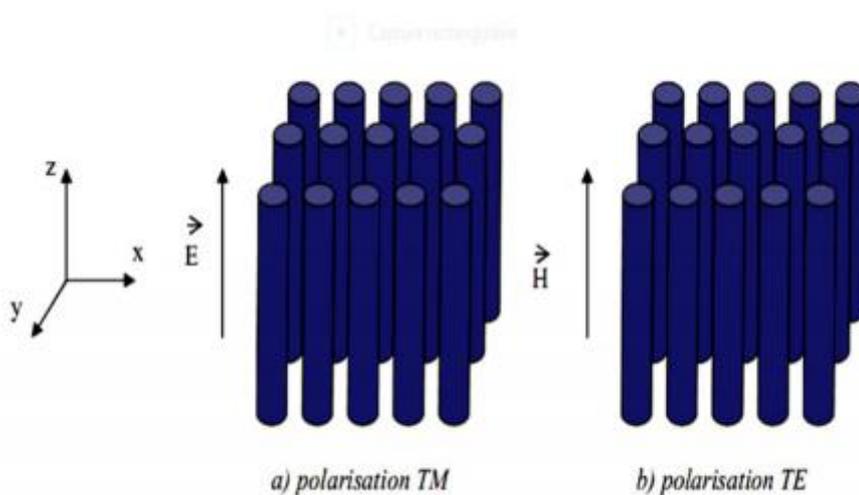


Figure I-11 Représentation des polarisations TE et TM dans un BIP 2D [24]

Les bandes interdites qui apparaissent dans chaque cas doivent se chevaucher pour former une largeur de bande totale.

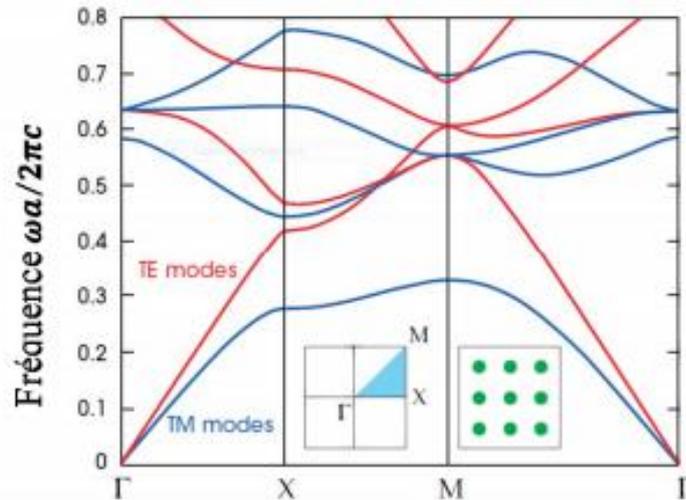


Figure I-12 : Diagrammes de bandes du réseau carré de tiges

Pour le diélectrique ( $\epsilon=9$ ) dans l'air ( $\epsilon=1$ ) le rayon de tiges est  $r=0,2a$  [14], le diagramme de bandes calculé pour un réseau carré de tiges diélectriques cylindriques de permittivité ( $\epsilon = 9$ ) dans l'air ( $\epsilon = 1$ ) les polarisations TM et TE se distinguant par des traits différents représente sur la figure (I-12)

### IX vitesses de phase et vitesse de groupe, Indice de réfraction de phase et de groupe

Dans cette section on doit définir les vitesses de phase et de groupe, ainsi l'indice de réfraction de groupe et de phase.

#### a) La vitesse de phase

La propagation d'une onde monochromatique dans un milieu linéaire, isotrope et homogène est conditionnée par l'équation d'onde (I-4), les solutions les plus élémentaires de cette équation sont les ondes monochromatiques planes dont la distribution de champ est sinusoïdale dans le temps et l'espace. La vitesse de propagation d'une telle onde est appelée "vitesse de phase", car une phase est exprimée par [24].

$$\phi(x, t) = \omega t - kx + \phi_0$$

Donc la vitesse de phase est

$$V_\phi = \frac{dx}{dt} = \frac{\omega}{k}$$

Avec  $\omega$  est la pulsation de phase et  $k$  est le nombre d'onde

**b) La vitesse de groupe**

La vitesse de propagation du plan d'amplitude maximale doit être la vitesse de groupe, c'est une vitesse du paquet d'ondes entier [24], la vitesse de phase monochromatique qui forme le paquet elle est généralement différente [25] peut être exprimée par :

$$V_g = dw/dk$$

**c) l'indice de réfraction de groupe et de phase**

Les indices de réfraction de phase et de groupe se déduisent respectivement à partir des vitesses de phase et de groupe par les relations suivantes [23]

$$V_g = dw/dk$$

$$n_\phi = \frac{c}{V_\phi}$$

$$n_g = c/v_g \approx n_\phi = -\lambda \frac{\partial n_\phi}{\partial \lambda}$$

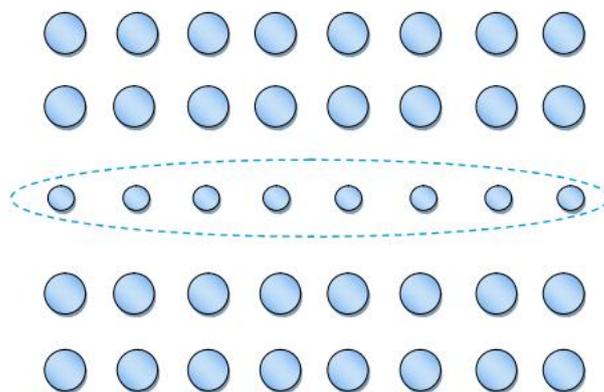
Avec  $c$  est célérité de la lumière dans le vide

**X - Matériaux BIP à défauts**

Les défauts dans les cristaux photoniques sont créés par la rupture de la périodicité de la constante diélectrique  $\epsilon$

**X-1 La nature des défauts****a-Dimensions des motifs élémentaires**

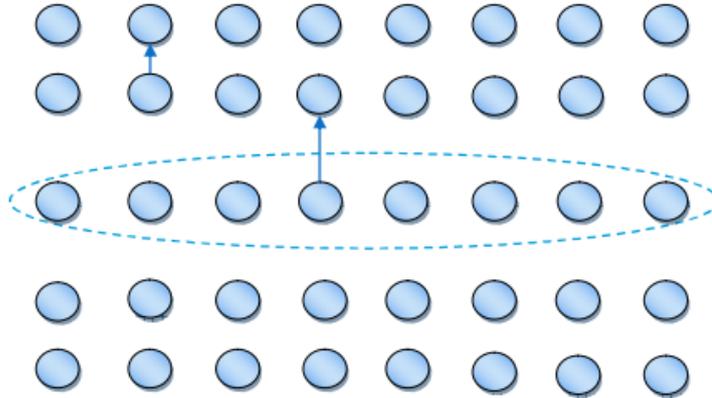
On peut modifier la taille du motif élémentaire qui compose le cristal photonique. Pour créer une rupture de la périodicité d'une structure BIP, on montre ça dans la figure (I-13) [26]

**Figure (I-13)**

*Défaut de dimension du motif élémentaire*

**b-Distance entre motifs élémentaires**

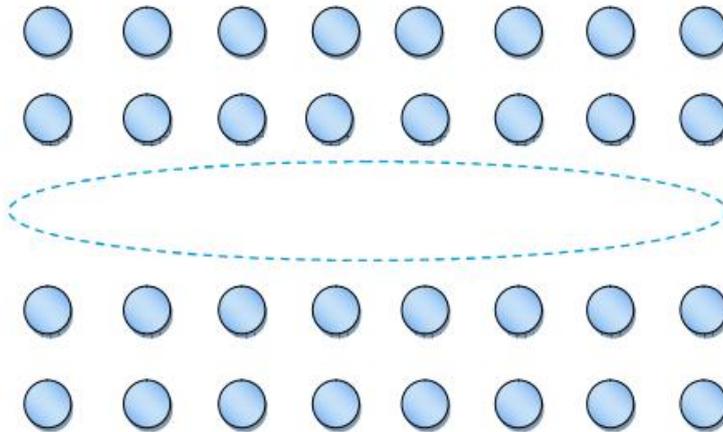
On peut changer la distance entre les motifs élémentaires qui compose le cristal photonique. On montre ça dans la figure (I-14) [26]



**Figure (I-14)** Défaut de distance entre motifs élémentaire

**c-Défaut par vacuité**

Le défaut par vacuité est produit par l'élimination de motifs élémentaire qui se trouvent remplacés par la permittivité de substrat (figure I-15) [27]



**Figure (I-15)** Défaut par vacuité.

**X-2 les Défauts ponctuels**

Ces défauts se comportent comme des micro-résonateurs. Les défauts ponctuels sont obtenus en modifiant les caractéristiques d'une cellule du réseau, de la constante diélectrique ou, ce qui revient au même, en fonction du changement d'indice introduit ou de la taille de la cavité et ces changements restent valables dans le cas des cristaux 2D et 3D. Cela correspond à une microcavité à l'intérieur du cristal photonique, Le cylindre peut être enlevé, ce qui crée une lacune dans le cristal [28], Par exemple dans le cas de 2D on peut réaliser les défauts lacunaire et substitutions on le montre ça par la figure (I-16)

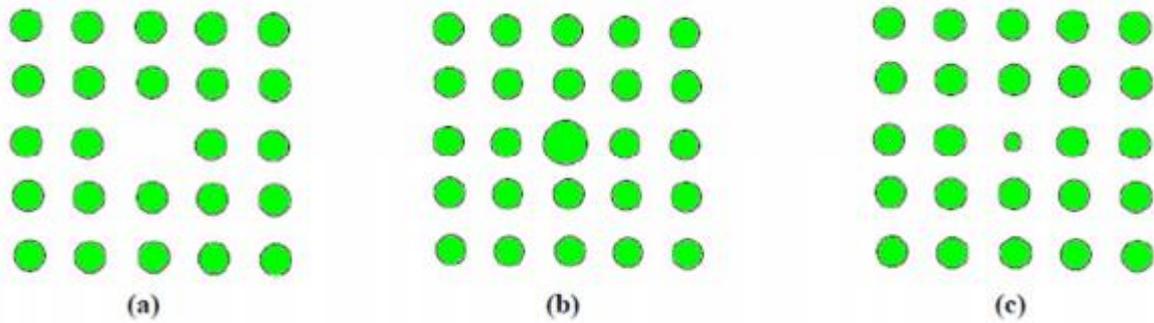


Figure (I-16) Défauts ponctuels : (a) Défaut lacunaire, (b) et (c) Défauts de substitutions [28]

### X-3 Défauts linéaires (guide d'ondes)

Ces défauts permettent de réaliser un guidage diffractif des ondes appelé aussi défauts étendus, de dimension 1,2 ou 3 , permettant également de guider la lumière d'un endroit à l'autre, l'idée de base est créer un guide d'ondes d'un cristal photonique autrement parfait en modifiant un linéaire de cellules unitaires. La lumière qui se propage dans le guide avec une fréquence dans l'espace de bande cristalline est confinée au défaut et peut être dirigée le long du défaut [29]. On montre ça dans la figure (I-17).

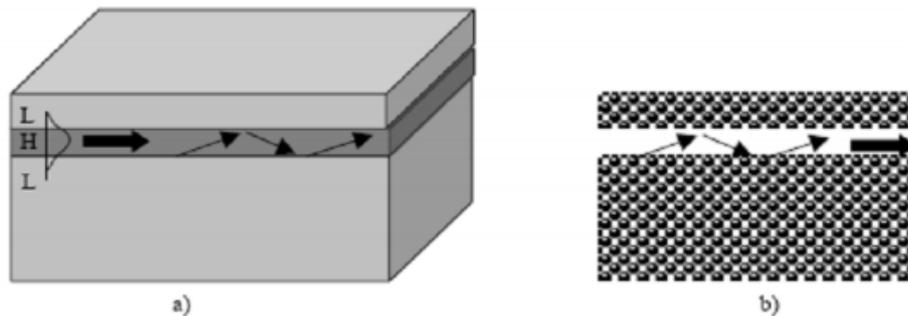


Figure I-17 : a) Guide réfractif : modèles de rayons en zig-zag avec réflexions totales et ondes évanescentes b) guidage par bande interdite photonique Défauts linéaires (Guide d'onde) [14]

### Conclusion

Les cristaux photoniques sont des matériaux structurés avec une périodicité de constante diélectrique qui varie périodiquement à l'échelle de longueur d'onde en un, deux ou trois dimensions. Il est conclu qu'il existe une analogie entre le photon qui se propage dans un cristal photonique et l'électron dans un semi-conducteur. Le diagramme à barres synthétise l'ensemble des diagrammes de dispersion des cristaux photoniques. Les méthodes pour déterminer ces bandes et résoudre les équations de Maxwell sont examinées au chapitre II.

**RÉFÉRENCES**

- [1] E. YABLONOVITCH. PHYSICAL REVIEW LETTERS 58(20), 20592062 (1987).
- [2] BENMANSOUR, Amel. *Modélisation et simulation de la propagation d'une onde Électromagnétique (EM) dans les cristaux photoniques. Mémoire de Master. Université de Tlemcen, 12-11-2017.*
- [3] BENAÏSSA Fatima. Etude et Simulation des Ondes Electromagnétiques dans les guides d'Ondes à Cristaux Photoniques-Application aux Fibres Optiques. Mémoire de magister. Université d'Abou-BakrBelkaid-Tlemcen, (2013)
- [4] LABBANI Amel, SAOUDI Rachida, et BENGHALIA Abdelmadjid. Etude et Analyse des Diagrammes de Bandes des Cristaux Photoniques à Base de Nanoparticules CdS dans une Matrice de Verre. In : 5 the International Conference: Science of Electronic, Technologies of Information and Telecommunication, Tunisia. p. 86, (2009).
- [5] BENMERKHI Ahlem. Optimisation du confinement de la lumière dans des cavités a cristaux photoniques. Thèse de doctorat .Université de Mentouri – Constantine, (2012).
- [6] C. KITTEL, "PHYSIQUE DE L'ETAT SOLIDE", 7EME EDN. (DUNOD), PARIS, (2005).
- [7] BENACHOUR, YASSINE. *OPTIMISATION DE CRISTAUX PHOTONIQUES POUR L'OPTIQUE NON LINEAIRE*. DISS. UNIVERSITE PARIS SUD-PARIS XI, 2008.
- [8] ZAGHDOUDI Jihene. Étude des effets des défauts dans les cristaux photoniques unidimensionnels périodiques et quasi périodiques. Editions Edilivre, (2015)
- [9] MASSÉ Pascal. Cristaux photoniques colloïdaux d'architecture contrôlée. Thèse de doctorat. Université Sciences et Technologies-Bordeaux I, (2007)
- [10] BADREDDINE, M. BOUBIR. *Modélisation de la propagation des solitons dans un milieu non linéaire*. Diss. UNIVERSITE BADJI MOKHTAR ANNABA, 2016.
- [12] RENVERSEZ Gilles, KUHLMEY Boris, FELBACQ Didier et al. Foundations of Photonic Crystal Fibres. World Scientific Publishing Co Inc, (2012)
- [13] DEKHIRA azzeddine. Etude theorique et simulation des cristaux photoniques et leurs applications en chimie et biochimie. Memoire de magister. Universite des sciences technologie houari Boumediene, (2010).
- [14] ABRI BADAOUÏ, Hadjira. *ÉTUDE ET CONCEPTION DES MICRO COMPOSANTS A BASE DES CRISTAUX PHOTONIQUES BIDIMENSIONNELS*. 2012. Thèse de doctorat.

- [15] JOANNOPOULOS John D., JOHNSON Steven G., WINN Joshua N., et al. Photonic crystals: molding the flow of light. Princeton university press, second édition, (2008).
- [16] JOANNOPOULOS John D., JOHNSON Steven G., WINN Joshua N., et al. Photonic crystals: molding the flow of light. Princeton university press, second édition, (2008)
- [17] BENACHOUR Yassine. Optimisation de cristaux photoniques pour l'optique non linéaire. Thèse de doctorat. Université Paris Sud-Paris XI, (2008)
- [18] BONNEFOIS Jean-Jacques. Modélisation d'effets non linéaires dans les cristaux photoniques, application à la limitation optique. Thèse de doctorat. Université de NanterreParis X., (2006)
- [19] KITTE Charles. Introduction to solid state. John Wiley & Sons, Eighth édition, (2005)
- [20] LABBANI Amel. Matériaux BIP à base de nanoparticules métalliques et semi conductrices: étude des propriétés optiques par FDTD. Thèse de doctorat. Saint-Etienne, (2009)
- [21] Ahlem. BENMERKHI<>, thèse de doctorat, université mentouri – constantine , mai 2012
- [22] LEFAUCHEUX Françoise, CECILE Malgrange, CHRISTIAN Ricolleau, Symétrie et propriétés physiques des cristaux, (2011)
- [23] LOURTIOZ Jean-Michel et BENISTY Henri. Les cristaux photoniques ou la lumière en cage. Hermes-Science, (2003)
- [24] GREINER Walter. Mécanique quantique. Une introduction. Springer Science & Business Media, (1999)
- [25] BASDEVANT Jean-Louis, DALIBARD Jean, et JOFFRE Manuel. Mécanique quantique. Editions Ecole Polytechnique, (2008)
- [26] YANNICK Merie. Etude de la dispersion électromagnétique dans les matériaux périodiques diélectriques bidimensionnels. Thèse de doctorat .Université de Limoges, (2003)
- [27] BOUGRIOU Feida. Etude des guides d'ondes à cristaux photoniques bidimensionnels. Mémoire de magister. Université de Mentouri Constantine, (2008)
- [28] Yassine Benachour << Optimisation de cristaux photoniques pour l'optique non linéaire>> Université de Paris Sud 11, avril 2008.
- [29] BOUKERZAZA Loubna. Influences des paramètres physiques sur la bande interdite photonique d'un cristal photonique bidimensionnel à réseaux hexagonal. Mémoire de Magister, Mentouri Constantine, (2008).

## Référence Web

[11] <http://physique.unice.fr/sem62013-2014/Pages/WebPTCristauxCaracteristiques.ht>

# CHAPITRE II

## METHODES ET OUTILS NUMERIQUES

# CHAPITRE II

## *METHODES ET OUTILS NUMERIQUES*

### **I - Introduction**

Dans ce chapitre, nous exposerons les différentes méthodes numériques utilisées pour l'analyse et le développement des équations de Maxwell dans un milieu homogène et isotrope, les problèmes de propagation d'une onde électromagnétique dans le cristal photonique. Parmi ces méthodes on a la méthode des matrices de transfert (TMM) utilisé pour déterminer les coefficients de transmission et de réflexion des ondes EM, la méthode d'élément fini (FEM) permettant de traiter une grande classe d'équations aux dérivées partielles, la méthode de réseaux de réfraction, comprenant des problèmes non linéaires; ensuite la méthode des ondes (onde monochromatique) bien adaptée à l'étude du diagramme de bandes d'un BIP. Enfin nous détaillons la méthode FDTD que nous allons l'utilisée dans le cadre de notre travail, il y a lieu de noter qu'elle est largement utilisée pour la simulation électromagnétique.

## II- Méthode numériques de calcul

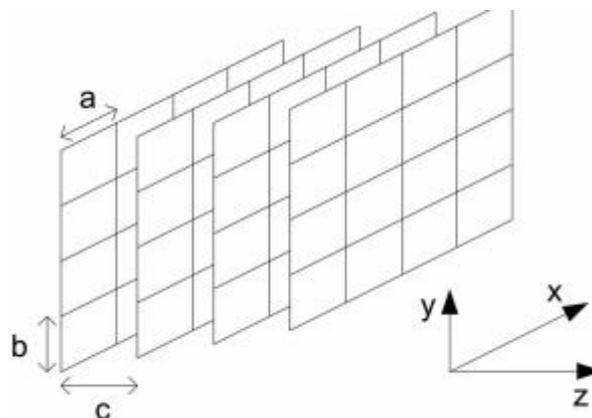
Il existe plusieurs méthodes permettant de résoudre les problèmes électromagnétiques parmi ces méthodes :

### II-1 méthode des réseaux de diffraction

Les réseaux de diffraction sont largement utilisés en optique et se présentent sous la forme de motifs géométriques périodiques, ce motif périodique peut prendre la forme de l'indice variant périodiquement d'une couche transparente à une autre [1]. Cette méthode est basée sur une description du cristal photonique comme un groupe de réseaux de diffraction successifs, les champs sont décomposés dans chaque région de séparation, une autre, l'intérêt de cette méthode est de donner non seulement les modes et résonances guidés mais également les pertes intrinsèques de ces réseaux [2].

### II-2 La méthode de la matrice de Transfert TMM (Transfert Matrix Method)

La méthode de la matrice de transfert est souvent utilisée pour déterminer les coefficients de réflexion et de transmission des empilements unidimensionnels [3]. Cette méthode a été introduite par Pendry et MacKinnon [Pendry 1992]. Par analogie avec les méthodes en coque (c.-à-d. à fréquence fixe) dans le cas des électrons à basse énergie la théorie de la diffraction. Au lieu de se transformer en espace de Fourier, le TMM est basé sur la représentation des équations de Maxwell sur un réseau discret (cartésien, en général) de des points d'espace réels. Les équations discrètes qui en résultent sont refondues sous la forme d'une matrice de transfert qui relie les champs électriques et magnétiques en une seule couche de pointe vers ceux de la couche suivante [4].



**Figure (II.1)** La discretisation Cartésienne Spatiale appliquée par TMM

La TMM produit directement le spectre de transmission (qui peut ensuite être comparé aux données expérimentales) et les vecteurs d'ondes de Bloch via les valeurs propres de la matrice. TMM utilise une grille cartésienne uniforme, mais elle peut être mieux adaptée par une transformation des coordonnées sous forme d'une grille, Pendry a suggéré une méthode approximative d'éléments finis FEM pour résoudre les équations de Maxwell, d'un maillage de points, discret dans un simple réseau cubique, pour une fréquence fixe [5].

### **II-3 La méthode des réseaux de diffraction**

Cette méthode est basée sur une description du cristal photonique comme un ensemble de N réseaux de diffraction successifs. Le système de relations matricielles obtenu permet d'établir la matrice de diffusion qui caractérise le milieu. Le but de cette méthode est qu'elle donne non seulement les modes guidés et les résonances (ce sont les pôles de la matrice de diffusion), mais aussi les pertes intrinsèques de ceux-ci [6].

### **II-4 Méthode de propagation du faisceau (Beam propagation Method) (BPM)**

La BPM est une méthode éprouvée pour la simulation de faisceau optique. Très faible consommation de puissance de calcul et facile à mettre en œuvre, elle représente aujourd'hui un produit commercial largement utilisé dans le domaine des fibres optiques.

La théorie est basée sur l'approximation d'une enveloppe lentement variable le long de l'axe de propagation. L'étude n'est possible que pour de très petits faisceaux divergents, l'acceptation angulaire de la méthode étant faible.

L'approximation des petites variations le long de l'axe de propagation est pratique mal de la géométrie d'un cristal photonique où la permittivité subit des variations très rapide et contrastée. Cependant, via une approximation de Padé, nous sommes parvenus à adapter brutalement la méthode du cristal photonique 2D avec un guide d'onde "coudé" [7], BPM introduite par Feit et Fleck en 1978, basée sur la méthode des éléments finis .

### **II-5 Méthode d'élément fini (FEM)**

Cette méthode très utilisée en électromagnétisme elle peut être appliquée à l'étude des cristaux photoniques, de dimension finie ou non, via l'emploi de conditions aux limites absorbantes ou miroir. Elle se révèle toutefois assez lente et est peu employée pour les CPs. Elle est par contre un outil de choix dans l'étude des métamatériaux : L'utilisation de maillage très petit devant la longueur d'onde permet à des logiciels commerciaux comme HFSS de

traiter par exemple les métamatériaux à base de pistes de cuivre dans le domaine micro-onde [6], FEM utilise un maillage non structuré pour représenter l'élément qui est divisé en de nombreux éléments de forme, de taille et d'orientation simples, les équations de Maxwell sont exprimées sous la forme d'un ensemble d'équations linéaires qui s'approche du champ sur un élément, une fonction d'interpolation est sélectionnée et ses coefficients sont calculés pour chaque élément et enregistrés sous forme de matrices assemblées ensuite matrices globales qui constituent un problème de valeur propre dont la dimension dépend du nombre d'éléments [4], La méthode des éléments finis a été publiée par Turner en 1959, étant confinée à la communauté de la mécanique des structures et à l'industrie aérospatiale, par définition, cette méthode pourrait indiquer qu'il s'agit simplement d'une technique numérique pour obtenir des solutions approximatives aux équations différentielles particulière [8].

### II-6 Méthode des ondes planes (PWE)

La méthode des ondes planes est une méthode utilisée en électromagnétique pour résoudre les équations de Maxwell, qu'elle a fait pour transformer ces équations en un problème de valeurs propres. Selon la notation complexe, une onde plane monochromatique de fréquence circulaire  $\omega$  et vectrice d'onde  $k$  est écrite :

$$E = E_0 \exp[i(kr - \omega t)] \quad (\text{II-1})$$

$$B = B_0 \exp[i(kr - \omega t)] \quad (\text{II-2})$$

Appliquée à une onde plane, l'équation de Helmholtz conduit à l'équation de dispersion qui relie le vecteur d'onde à la pulsation [9] :

$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon \quad (\text{II-3})$$

Avec

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} \quad (\text{II-4})$$

L'équation d'onde (II-5) d'un champ électrique  $\vec{E}(\vec{r})$  permanent dans un milieu sans perte de permittivité diélectrique relative  $\varepsilon(\vec{r})$  peut être exprimée comme suit :

$$\nabla \cdot \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}) = \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon(\vec{r}) \vec{E}(\vec{r}) \quad (\text{II-5})$$

$$\nabla \cdot \nabla \cdot \vec{H}(\vec{r}) = \frac{w^2}{c^2} \varepsilon(\vec{r}) \vec{H}(\vec{r}) \quad (\text{II-6})$$

Compte tenu de la périodicité de  $\varepsilon(\vec{r})$ , d'après le théorème de Bloch l'équation (II-5) et (II-6) se résout en décomposant  $\vec{E}(\vec{r})$ ,  $\vec{H}(\vec{r})$  et  $\varepsilon(\vec{r})$  sous la forme d'ondes planes :

$$\vec{E}(\vec{r}) = u_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad (\text{II-7})$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = v_{\vec{k}}(\vec{r}) e^{i\vec{k}\vec{r}} \quad (\text{II-8})$$

Où :  $u_{\vec{k}}(\vec{r})$  et  $v_{\vec{k}}(\vec{r})$  sont des fonctions qui possèdent toutes les périodicités du milieu. On peut développer  $\varepsilon(\vec{r})$  et  $\vec{E}(\vec{r})$  et  $\vec{H}(\vec{r})$  en série de Fourier comme suite :

$$\varepsilon(\vec{r}) = \sum_G \varepsilon_{\vec{r}}(\vec{G}) e^{i\vec{G}\vec{r}} \quad (\text{II-9})$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_G u_{\vec{k}}(\vec{G}) e^{i\vec{G}\vec{r}} \quad (\text{II-10})$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \sum_G v_{\vec{k}}(\vec{G}) e^{i\vec{G}\vec{r}} \quad (\text{II-11})$$

Donc par l'identification des équations (II-7) et (II-8) avec (II-10) et (II-11) on obtient:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \sum_G u_{\vec{k}}(\vec{G}) \exp [i(\vec{G} + \vec{k})\vec{r}] \quad (\text{II-12})$$

$$\vec{H}(\vec{r}) = \sum_G v_{\vec{k}}(\vec{G}) \exp [i(\vec{G} + \vec{k})\vec{r}] \quad (\text{II-13})$$

Où  $\vec{k}$  est le vecteur d'onde et  $\vec{G}$  est un vecteur du réseau réciproque et  $\varepsilon_{\vec{r}}(\vec{G})$ ,  $u_{\vec{k}}(\vec{G})$ , et  $v_{\vec{k}}(\vec{G})$  sont les composantes dans l'espace réciproque.

Donc d'après la transformation de Fourier l'équation (II-5) s'écrit [10] :

$$-(\vec{G} + \vec{k}) \cdot (\vec{G} + \vec{k}) \cdot u_{\vec{k}}(\vec{G}) = \frac{w^2}{c^2} \sum_G \varepsilon_{\vec{r}}(\vec{G} - \vec{G}') \cdot u_{\vec{k}}(\vec{G}') \quad (\text{II-14})$$

$$-(\vec{G} + \vec{k}) \cdot (\vec{G} + \vec{k}) \cdot v_{\vec{k}}(\vec{G}) = \frac{w^2}{c^2} \sum_G \varepsilon_{\vec{r}}(\vec{G} - \vec{G}') \cdot v_{\vec{k}}(\vec{G}') \quad (\text{II-15})$$

Une fois développée, c'est une équation aux valeurs propres  $\frac{w^2}{c^2}$  et de vecteur propre  $\vec{E}$ ,  $u_{\vec{k}}$  et  $v_{\vec{k}}$ , la méthode des ondes planes décrites ci-dessus sont bien adaptée à l'étude du diagramme des bandes d'un BIP infini [10], l'équation (II-14) est une équation fondamentale qui doit être résolue, l'équation est transformée en un problème fini en étendant le champ

électromagnétique dans une base finie d'ondes planes simples. Différentes approches peuvent être explorées pour discrétiser [11].

### II-7 Modélisation de la différence finie dans le domaine temporelle (FDTD)

La méthode FDTD a été initialement proposée par Kane S. Yee en 1966, où elle dérive une formulation tridimensionnelle complète, et il a confirmé cette méthode par des problèmes bidimensionnels. La méthode de Yee est largement méconnue depuis près d'une décennie. Enfin, en 1975, Taflov et Brodwin ont simulé la diffusion par des cylindres diélectriques selon la méthode de Yee [12]. La méthode FDTD est largement utilisée pour les simulations électromagnétiques, elle a permis d'aboutir à des solutions de temps et d'espace des équations différentielles converties de la forme différentielle des équations de Maxwell. Plusieurs Méthodes et outils numériques commerciaux mettant en œuvre la méthode FDTD ont été mise en œuvre [13], cette technique est une solution basée sur le volume pour les équations différentielles de Maxwell. Le volume total de l'espace entourant l'objet à modéliser doit être constitué d'une grille, et chaque emplacement de la grille est indiqué en métal, air ou tout autre matériau souhaité [14]. La FDTD a été largement utilisée pour calculer les propriétés radiantes des cristaux photoniques de taille finie et leurs spectres de transmission. En outre, la FDTD a été associée aux conditions limites de Bloch pour le calcul de la structure en bande d'un cristal photonique. L'implémentation la plus courante de la FDTD est l'algorithme Yee [2].

#### II-7-1 Principe

La méthode FDTD est basée sur le volume nécessitant de diviser l'espace de la solution en un maillage uniforme composé de cellules. Sur chaque cellule, les composantes des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  seront définies. Cet aspect de la méthode FDTD est identique au FEM. Toutefois, au FEM, une équation matricielle est mise au point, qui peut ensuite être résolue de différentes manières. Dans la méthode FDTD, aucune solution matricielle n'est nécessaire. En d'autres termes, au fur et à mesure de l'évolution du temps, la solution pour chaque composante de champ est déterminée pour ce moment particulier dans le temps et ensuite stockée en mémoire, le développement de la FDTD ici sera basé sur la cellule Yee. La particularité de la cellule Yee est que les composantes des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  sont décalées d'une demi-cellule spatiale, ce qui favorise une différenciation suffisamment précise des motifs [14]. La FDTD

est l'une des méthodes les plus employées car elle peut fournir une réponse à large bande en une seule simulation [15].

### II-7-2 Les équations de Maxwell dans l'espace cartésien

. Dans le cas d'un matériau isotrope, non dispersif, sans source et supposé homogène, deux de ces équations sont écrites, La méthode des différences finies dans le domaine temporel est fondée sur une résolution [16] :

$$\overrightarrow{rot}\vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (\text{II-16})$$

$$\overrightarrow{rot}\vec{H} = \varepsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{II-17})$$

Les deux équations de Maxwell (Faraday et Ampère respectivement) sont rédigées en coordonnées cartésiennes [17]

$$\begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial H_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_y}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \end{cases} \quad (\text{II-18})$$

Le système de six équations aux dérivées partielles couplées constitue la base de l'algorithme numérique FDTD pour les interactions des ondes électromagnétiques [18]

### II-7-3 Réduction à deux dimensions

La réduction des équations de Maxwell à l'espace bidimensionnel est utile pour obtenir des solutions à de nombreux problèmes. Il est très probablement possible d'utiliser des équations bidimensionnelles lorsque l'hypothèse est que le champ est invariant dans l'une des trois dimensions spatiales [14].

Le système (II-18) est découpé en deux sous-systèmes indépendants, le premier est nommé TM (Transversal Magnétique) et le deuxième est nommé TE (Transversal Electric).

Le système des deux équations de Maxwell. (II-18) est abaissé à :

$$\begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( -\frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (\text{II-19})$$

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( -\frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( -\frac{\partial H_y}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (\text{II-20})$$

Il y a deux ensembles de polarisations qui sont différents, le premier est le mode magnétique (TM) des composantes des champs  $E_x, E_z$  et  $H_y$  sont non nulles et le premier est le mode magnétique. Le deuxième jeu est le mode transversal électrique (TE) avec les composants  $H_x, H_z$  et  $E_y$  ne sont pas nuls et non nuls [19].

#### a- Polarisation TE

Les composantes électriques sont transverses, elles sont dans le plan de périodicité du cristal photonique. La polarisation TE est définie par le système suivant :

$$\begin{cases} E_x = E_z = H_y = 0 \\ H_x, H_z, E_y \neq 0 \end{cases} \quad (\text{II-21})$$

Et donc les deux équations de Maxwell dans le transverse électrique se réduisent à :

$$\begin{cases} \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_y}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( -\frac{\partial H_y}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \end{cases} \quad (\text{II-22})$$

#### b- Polarisation TM

Dans ce cas ce sont les composants magnétiques qui sont transverses. Cette polarisation est régie par le système suivant :

$$\begin{cases} H_x = H_z = E_y = 0 \\ E_x, E_z, H_y \neq 0 \end{cases} \quad (\text{II-23})$$

Ainsi, à partir de cette définition, nous pouvons définir le premier système magnétique transversal

$$\begin{cases} \frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( -\frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \\ \frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\varepsilon} \left( \frac{\partial H_y}{\partial x} \right) \\ \frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left( \frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \end{cases} \quad (\text{II-24})$$

Les modes TE et TM sont les deux façons possibles d'établir des problèmes d'interception bidimensionnelle des ondes électromagnétiques pour les dérivées partielles nulles dans le sens  $y$ . Les phénomènes physiques associés à ces deux modes peuvent être différents, pour les raisons suivantes : l'orientation des lignes des champs  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  par rapport à la surface de la structure à modéliser [20].

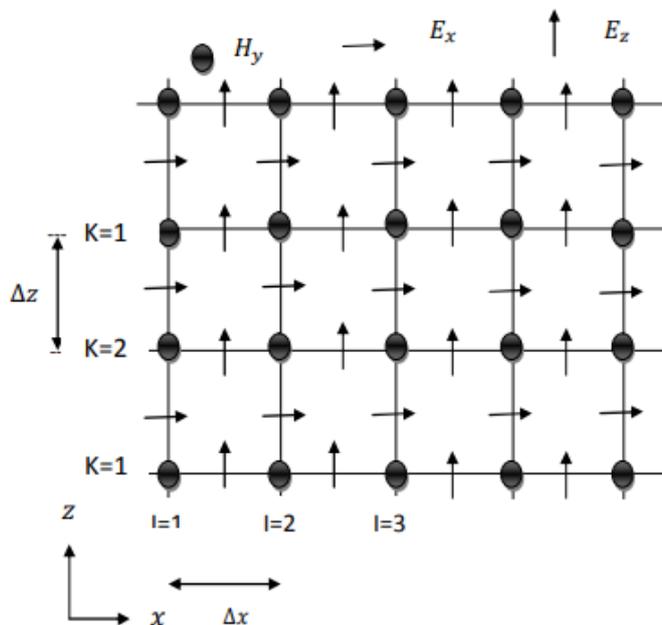


Figure (II-2)

Maille bidimensionnelle FDTD pour le cas de polarisation transversale magnétique TM montrant l'échelonnement des champs  $H_y$ ,  $E_x$  et  $E_z$

#### II-7-4 Algorithme de Yee

En 1966, Kane S. Yee a réussi à obtenir une solution simple et satisfaisante, en fonction du temps, des équations de Maxwell sur la base de leur forme différentielle, en utilisant des approximations des différences centrées sur des dérivés spatiaux et temporels, la formulation est basée sur la discrétisation du domaine volumique avec une grille rectangulaire structurée, régulière. Considérons une grille rectangulaire uniformément espacée en trois dimensions.

Chaque cellule de la grille a des dimensions  $\Delta x$  et  $\Delta y$  et  $\Delta z$  selon chaque axe cartésien, la coordonnée d'un noeud de la grille peut être formulée sous une forme discrète [15].

Une fonction arbitraire  $f(x, y, z, t)$  peut être exprimée à n'importe quel noeud dans l'espace discret en utilisant la notation suivante [15] :

$$f(x, y, z, t) = f(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = f_{i,j,k}^n$$

Un exemple sur une maile unidimensionnelle de l'algorithme de Yee

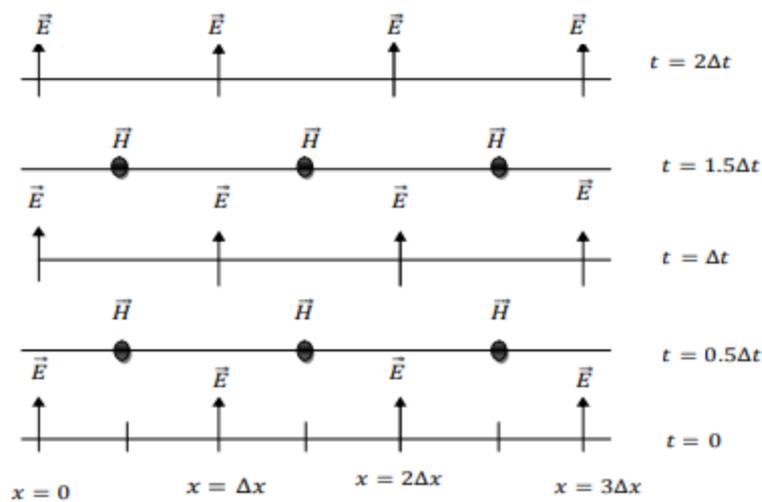


Figure (II-3)

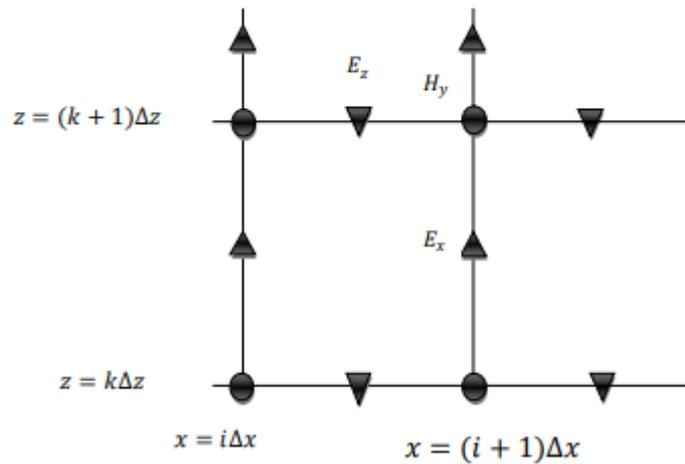
Espace de l'algorithme de Yee pour un exemple de propagation d'onde unidimensionnelle, les conditions initiales pour les champs électriques et magnétiques sont nulles partout dans la grille.

### II-7-4-1 Les équations de Maxwell aux différences centrées

#### a- Cas bidimensionnel de FDTD

Dans ce cas on va discrétiser les équations de Modes TE et TM. On va utiliser la maille suivante:

- **Mode TM**



**Figure (II-4)**

Une maille représente une discrétisation spéciale de FDTD

D'après la figure (II-4), les trois composantes des champs sont calculées à des positions spatiales précises et définies par :

$[x = i\Delta x \text{ et } z = k\Delta z]$  pour  $H_y$  avec  $i, k$  étant des nombres entier

$[x = i\Delta x \text{ et } z = (k + \frac{1}{2})\Delta z]$  pour  $E_x$

$[x = (i + \frac{1}{2})\Delta x \text{ et } z = k\Delta z]$  pour  $E_z$

La composante  $H_y$  du champ magnétique est calculée aux instants  $t = n\Delta t$  alors les deux composantes du champ électrique sont calculées aux instants  $t = (n + \frac{1}{2})\Delta t$  [1].

A L'instant  $n\Delta t$ ,  $H_y$  s'écrit :  $H_{y,i,k}^n$

On utilise une approximation de différence finie :

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{\vec{E}(t + \frac{\Delta t}{2}) - \vec{E}(t - \frac{\Delta t}{2})}{\Delta t} \quad (\text{II-24})$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\vec{H}(t + \Delta t) - \vec{H}(t)}{\Delta t} \quad (\text{II-25})$$

$$H_{y_{i,k}}^{n+\frac{1}{2}} = H_{y_{i,k}}^n + \frac{\Delta t}{\mu_{i,k}} \left[ \frac{\left( E_{z_{i+\frac{1}{2},k}}^{n+\frac{1}{2}} - E_{z_{i-\frac{1}{2},k}}^{n+\frac{1}{2}} \right)}{\Delta x} - \frac{\left( E_{x_{i,k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} - E_{x_{i,k-\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} \right)}{\Delta z} \right] \quad (\text{II-26})$$

$$E_{x_{i,k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} = E_{x_{i,k+\frac{1}{2}}}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,k+\frac{1}{2}}} \left[ \frac{H_{y_{i,k+1}}^n - H_{y_{i,k}}^n}{\Delta z} \right] \quad (\text{II-27})$$

$$E_{z_{i+\frac{1}{2},k}}^{n+\frac{1}{2}} = E_{z_{i+\frac{1}{2},k}}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i+\frac{1}{2},k}} \left[ \frac{H_{y_{i,k+1}}^n - H_{y_{i,k}}^n}{\Delta x} \right] \quad (\text{II-28})$$

- **Mode TE**

La composante  $E_y$  du champ magnétique est calculée aux instants  $t=n \Delta t$  alors les deux composantes du champ électrique sont calculées aux instants  $t=(n+\frac{1}{2}) \Delta t$  [1].

$$E_{y_{i,k}}^n = E_{y_{i,k}}^{n-1} + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,k}} + \left[ \frac{\left( H_{x_{i,k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{x_{i,k-\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} \right)}{\Delta z} - \frac{\left( H_{z_{i+\frac{1}{2},k}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z_{i-\frac{1}{2},k}}^{n+\frac{1}{2}} \right)}{\Delta x} \right] \quad (\text{II-29})$$

$$H_{x_{i,k+\frac{1}{2}}}^{n+\frac{1}{2}} = H_{x_{i,k+\frac{1}{2}}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,k+\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\left( E_{y_{i,k+1}}^n - E_{y_{i,k}}^n \right)}{\Delta z} \right] \quad (\text{II-30})$$

$$H_{z_{i+\frac{1}{2},k}}^{n+\frac{1}{2}} = H_{z_{i+\frac{1}{2},k}}^{n-\frac{1}{2}} - \frac{\Delta t}{\mu_{i+\frac{1}{2},k}} \left[ \frac{\left( E_{y_{i+1,k}}^n - E_{y_{i,k}}^n \right)}{\Delta x} \right] \quad (\text{II-31})$$

**b- Cas tridimensionnel de FDTD :**

Yee utilise les schémas des dérivées spatiales et temporelles par des différences finies centrées.

Les composantes du champ électrique  $\vec{E}$  sont calculées aux instants  $t=n \Delta t$ , alors les composantes des champs magnétiques  $\vec{H}$  sont calculées aux instants  $t=(n+\frac{1}{2}) \Delta t$  [1].

$$\text{Où } \begin{cases} E(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = E_{i,j,k}^n \\ H(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, (n+\frac{1}{2})\Delta t) = H_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \end{cases}$$

Considérons l'expression de Yee pour E par la différence finie centrée pour la première dérivée spatiale partielle dans la direction x, évaluée au temps fixe  $t=n\Delta t$  est donnée par [20]:

$$\frac{\partial E}{\partial x}(x, y, z, t) = \frac{E_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta x} + 0(\Delta x)^2 \quad (\text{II-32})$$

L'expression de Yee pour la première dérivée partielle temporelle de H et E sont évaluées au point d'espace fixe (i, j, k) est donnée par :

$$\frac{\partial H}{\partial t}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, (n + \frac{1}{2})\Delta t) = \frac{H_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + 0(\Delta t)^2 \quad (\text{II-33})$$

$$\frac{\partial E}{\partial t}(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = \frac{E_{i,j,k}^{n+1} - E_{i,j,k}^n}{\Delta t} + 0(\Delta t)^2 \quad (\text{II-34})$$

Maintenant on incrémente le  $\pm \frac{1}{2}$  dans l'indice n (coordonnée de temps) de H, dénotant une différence finie de temps sur  $\pm \frac{1}{2} \Delta t$ , Yee a choisi cette notation parce qu'il a souhaité intercaler ses composants  $\vec{E}$  et  $\vec{H}$  dans le temps à des intervalles  $\pm \frac{1}{2} \Delta t$  [20].

Alors on va entamer la discrétisation de système couplée de six équations différentielles partielles de l'équation (II-16):

$$H_{x,i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = H_{x,i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left[ \frac{(E_{y,i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_{y,i,j,k-\frac{1}{2}}^n)}{\Delta z} - \frac{(E_{z,i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_{z,i,j-\frac{1}{2},k}^n)}{\Delta y} \right] \quad (\text{II-35})$$

$$H_{y,i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = H_{y,i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left[ \frac{(E_{z,i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_{z,i-\frac{1}{2},j,k}^n)}{\Delta x} - \frac{(E_{x,i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_{x,i,j,k-\frac{1}{2}}^n)}{\Delta z} \right] \quad (\text{II-36})$$

$$H_{z,i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = H_{z,i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu_{i,j,k}} \left[ \frac{(E_{x,i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_{x,i,j-\frac{1}{2},k}^n)}{\Delta y} - \frac{(E_{y,i+\frac{1}{2},j,k}^n - E_{y,i-\frac{1}{2},j,k}^n)}{\Delta x} \right] \quad (\text{II-37})$$

$$E_{x,i,j,k}^{n+1} = E_{x,i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \left[ \frac{(H_{z,i,j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z,i,j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}})}{\Delta y} - \frac{(H_{y,i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{y,i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})}{\Delta z} \right] \quad (\text{II-38})$$

$$E_{y,i,j,k}^{n+1} = E_{y,i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \left[ \frac{(H_{x,i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_{x,i,j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}})}{\Delta z} - \frac{(H_{z,i+\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_{z,i-\frac{1}{2},j,k}^{n+\frac{1}{2}})}{\Delta x} \right] \quad (\text{II-39})$$

$$E_z^{n+1} = E_z^n + \frac{\Delta t}{\varepsilon_{i,j,k}} \left[ \frac{\left( H_y^{n+\frac{1}{2}} - H_y^{n-\frac{1}{2}} \right)}{\Delta x} - \frac{\left( H_x^{n+\frac{1}{2}} - H_x^{n-\frac{1}{2}} \right)}{\Delta y} \right] \quad [2] \quad (\text{II-40})$$

Où  $\mu_{i,j,k}$  et  $\varepsilon_{i,j,k}$  sont la perméabilité et la permittivité respectivement de chaque cellule dans le maillage.

### II-7-5 Conditions d'absorption aux limites

Il est nécessaire d'appliquer la condition de conditions limites d'absorption (ABC) qui permet de limiter la zone de calcul, ce sont des conditions qui imposent une contrainte de non-réflexion sur les ondes incidentes à travers une frontière définie dans la modélisation. En général, une condition ABC peut être obtenue en partant des équations différentielles du problème analysé en fixant une solution qui ne permet que des ondes incidentes, ou elle peut être imposée par l'utilisation d'un matériau absorbant fictif qui élimine l'onde comme s'il se propageait dans un milieu absorbant [4].

### II-7-6 Conditions Bloch aux limites

La méthode FDTD est utilisée en combinaison avec les conditions limites de Bloch et les conditions limites absorbantes pour calculer la structure de la bande, par un nombre fini de couches de matériau à bande interdite photonique.

Dans les cristaux photoniques, les conditions aux limites de Bloch est une condition périodique dans le domaine temporel est exprimée par [21] :

$$\begin{cases} \vec{E}(\vec{r} + \vec{a}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) e^{i\vec{k}\vec{a}} \\ \vec{H}(\vec{r} + \vec{a}, t) = \vec{H}(\vec{r}, t) e^{i\vec{k}\vec{a}} \end{cases} \quad (\text{II-41})$$

Où  $\vec{a}$  est la période du réseau.

## Conclusion

Les six méthodes sont des méthodes numériques permettant d'étudier la simulation de propriétés des cristaux photonique non lineaire, ces méthodes sont des méthodes approximatives, cherchant à obtenir les structures de bandes à partir de la discrétisation des composantes des champs électrique et magnétique de l'équation des ondes, pour les effets non linéaires dans les cristaux photoniques une modification de cet algorithme est nécessaire.

Dans notre travail on a choisi deux méthodes, le premier est la méthode FDTDNL qui est une approche numérique permettant la résolution des équations différentielles dans le domaine temporel, dans le cas d'un cristal photonique 2D, le deuxième est la méthode des ondes planes pour tracer les diagrammes de bandes.

## REFERENCE

- [1] LECOY Pierre. Communications sur fibres optiques , 4<sup>ème</sup> édition, (2014).
- [2] BENAÏSSA Fatima. Etude et Simulation des Ondes Electromagnétiques dans les guides d'Ondes à Cristaux Photoniques-Application aux Fibres Optiques, Mémoire de magister. Université d'Abou-BakrBelkaid-Tlemcen, (2013).
- [3] BENMANSOUR Amel. Modélisation et simulation de la propagation d'une onde Électromagnétique (EM) dans les cristaux photoniques. Mémoire de master 2. Diss. 12-11-2017
- [4] BOSTAN Cazimir Gabriel. Design and fabrication of quasi-2D photonic crystal components based on silicon-on-insulator technology. Thèse de doctorat. University of Twente, (2005).
- [6] Ahlem. BENMERKHI, thèse de doctorat, université mentouri – constantine, mai 2012.
- [7] A.Dahmani, 'Optimisation des filtres sélectifs à base des cristaux photoniques Unidimensionnelles par une approche hybride ', Mémoire de master, Université de Tlemcen, juin 2017
- [8] GOSZ Michael R., Finite element method: applications in solids, structures, and heat transfer. CRC Press, (2005)
- [9] COURJON Daniel et BAINIER Claudine. « Le champ proche optique: Théorie et applications ». Springer Science & Business Media, (2001).
- [10] BERGER V. et LOURTIOZ J. M., Les matériaux à bandes interdites photoniques. Images de la physiques, (1998).
- [11] WAGHMARE Madhavi H. et REDDY K. T. V., Analysis of Photonic bandgap structure in 2-D hexagonal and square lattice structure of photonic crystal. In : Advances in Communication and Computing Technologies (ICACACT), International Conference on. IEEE. p. 1-4, (2014).

- [12] GEDNEY Stephen D., Introduction to the finite-difference time-domain (FDTD) method for electromagnetics. Synthesis Lectures on Computational Electromagnetics, vol. 6, no 1, p. 1-250, (2011).
- [13] CHUN Kyungwon, KIM Huioon, HONG Hyunpyo, et al. Object-Oriented Implementation of the Finite-Difference Time-Domain Method in Parallel Computing Environment. In : Future Application and Middleware Technology on e-Science. Springer US, p. 137-145, (2010).
- [14] RAMAHI Omar M., BRENCH Colin, et al. EMI/EMC computational modeling handbook. Springer Science & Business Media, (1998).
- [15] SAGOR Rakibul Hasan, SHAHRIAR Kh Arif, SABER Md Ghulam, et al. Modeling of Dispersive Materials Using Dispersion Models for FDTD Application. Silicon, vol. 8, no 2, p. 251-275, (2016).
- [16] RIAD Beghoul Mahmoud. « Contribution à la réalisation de fonctions optoélectroniques à base de cristaux photoniques pour les télécommunications ». Thèse de doctorat. Université de Mentouri-Constantine, (2008).
- [17] ARAR Ouiza. « Modélisation par FDTD des systèmes électromagnétiques: cas des matériaux anisotropes ». Thèse de doctorat. Université Mouloud Mammeri de Tizi Ouzou, (2013).
- [18] TAFLOVE Allen. Computational electrodynamics the Finite-Difference Time-Domain, (1995).
- [19] MAIER Stefan Alexander. Plasmonics: fundamentals and applications. Springer Science & Business Media, (2007).
- [20] TAFLOVE Allen et HAGNESS Susan C. Computational electrodynamics :the FiniteDifference Time-Domain Method, Second Edition, (2000).
- [21] PRATHER Dennis W., SHARKAWY Ahmed, SHI Shouyuan, MURAKOWSKI Janusz, SCHNEIDER Garrett. Photonic crystals, theory applications and fabrication physics, Wiley, (2009).

### Référence web

- [5] wikipedia [http .TMM Methode.///](http://TMM.Methode.///)

# **CHAPITRE III**

## **RESULTATS DE SIMULATION ET INTERPRETATIONS**

## CHAPITRE III

### Simulation de la propagation d'une onde EM dans les Cristaux Photoniques Non linéaires

#### Résultats et Interprétations

##### I-Introduction

Ce chapitre est consacré à la simulation de la propagation d'une onde électromagnétique de deux polarisations  $TE$  et  $TM$  dans un cristal photonique non linéaire d'une structure de réseau carrée et hexagonal sans défauts et avec défauts, de trous d'air  $n=1$ , cylindriques de profondeur percés dans un matériau diélectrique qui réside dans un matériau diélectrique non linéaire. Nous allons utiliser deux méthodes, la méthode de différence finie dans le domaine temporelle ( $FDTD$ ) et la méthode des ondes planes (PWA). Les paramètres choisis comme suit :

$n$ : indice de réfraction,  $a$  : la constante de réseau,  $r$  : le rayon des trous.

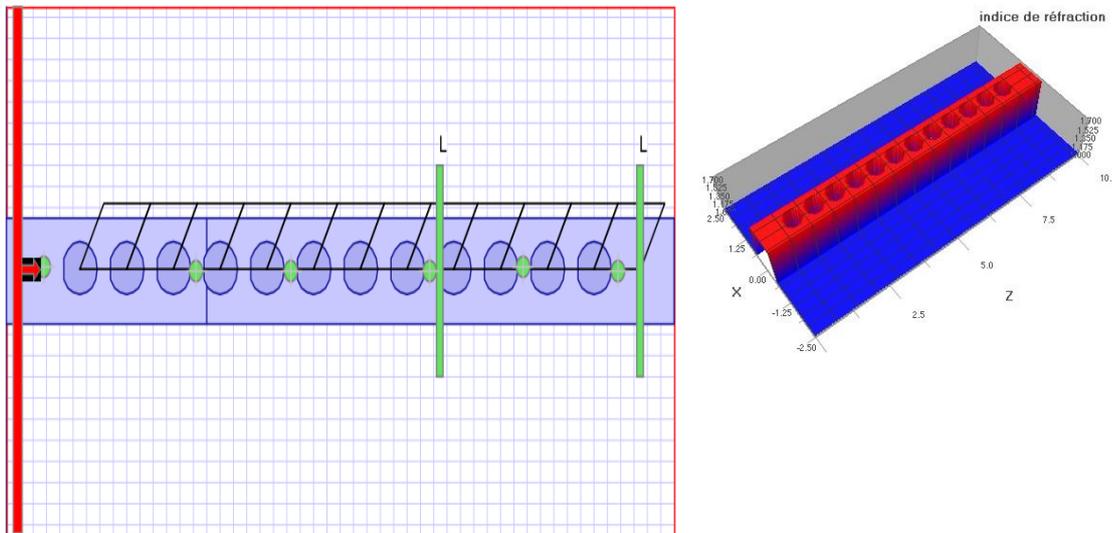
L'objectif est d'étudier quelques effets non linéaire de deuxième et troisième ordre (l'efficacité de la génération de le deuxième harmonique et effet Kerr), présentant un grand intérêt dans les domaines d'application des CPs à savoir: l'optique intégrée, sources laser, fibres optiques à base de Cristaux Photoniques (fibres micro-structurées). La technique de différences finies dans le domaine temporel (FDTD) est utilisée comme outil numérique très répandu dans le domaine de simulation de ce type de problème "OptiFDTD" pour la solution des équations de Maxwell. Ce dernier est appliqué pour l'estimation de la distribution spatiale de l'intensité lumineuse à l'intérieur de la structure du Cristal Photonique.

## II-Simulation des Effets Non linéaires de Deuxième ordre dans un cristal photonique :

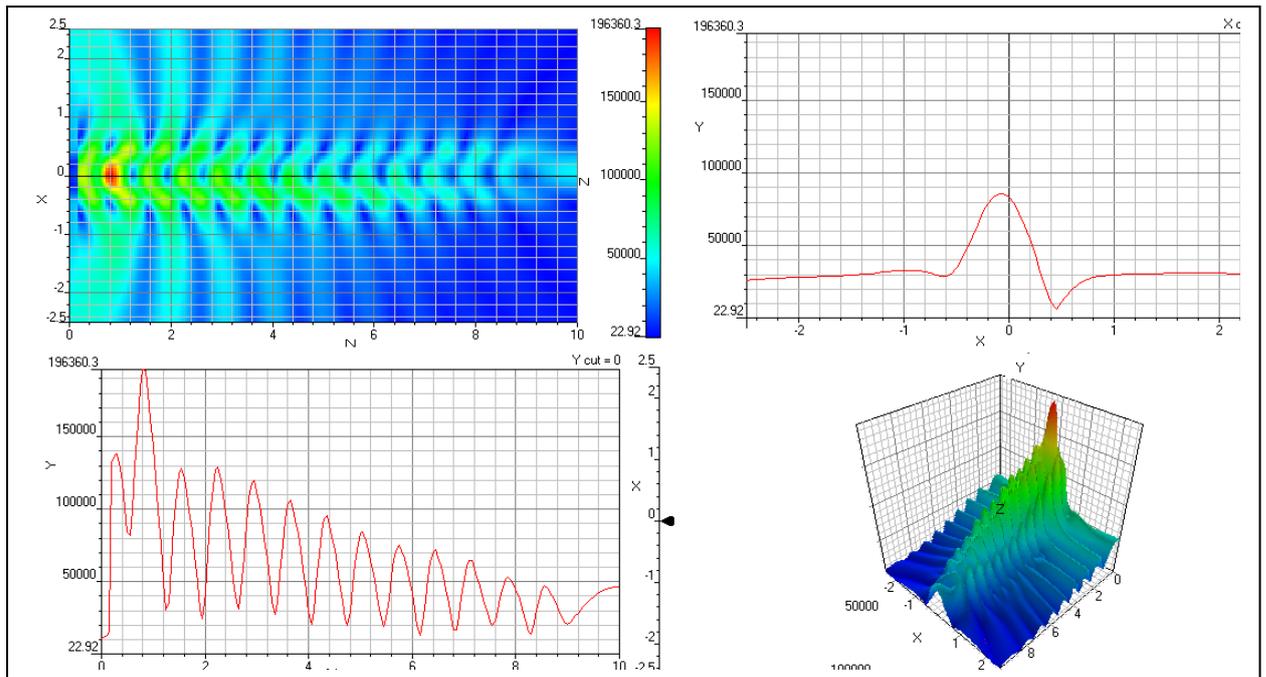
### II-1. Calcul de la Génération de la Deuxième (Second) Harmonique (SHG), cristal photonique 1D :

Il s'agit en fait d'un guide à saut d'indice dans lequel un réseau 1D a été gravé, dans un matériau diélectrique qui réside dans un matériau organique électro-optique (**ABS – Acrylonitrile ButadièneStyrène**) de constante diélectrique  $\epsilon_L = 2.7225$  et susceptibilité de deuxième ordre  $\chi^{(2)} = 1.0e - 006$ . On obtient un CP 1D composé de l'alternance de matériau non linéaire et d'air dont le contraste d'indice est assez grand pour l'accord de phase. Pour la simulation nous utilisons un cristal photonique l'indice de réfraction  $n=3.42$ , le paramètre de maille  $a=700 \text{ nm}$  et le rayon des trous  $r=250 \text{ nm}$ , et la longueur d'excitation est d'onde  $\lambda=1.55 \mu\text{m}$ .

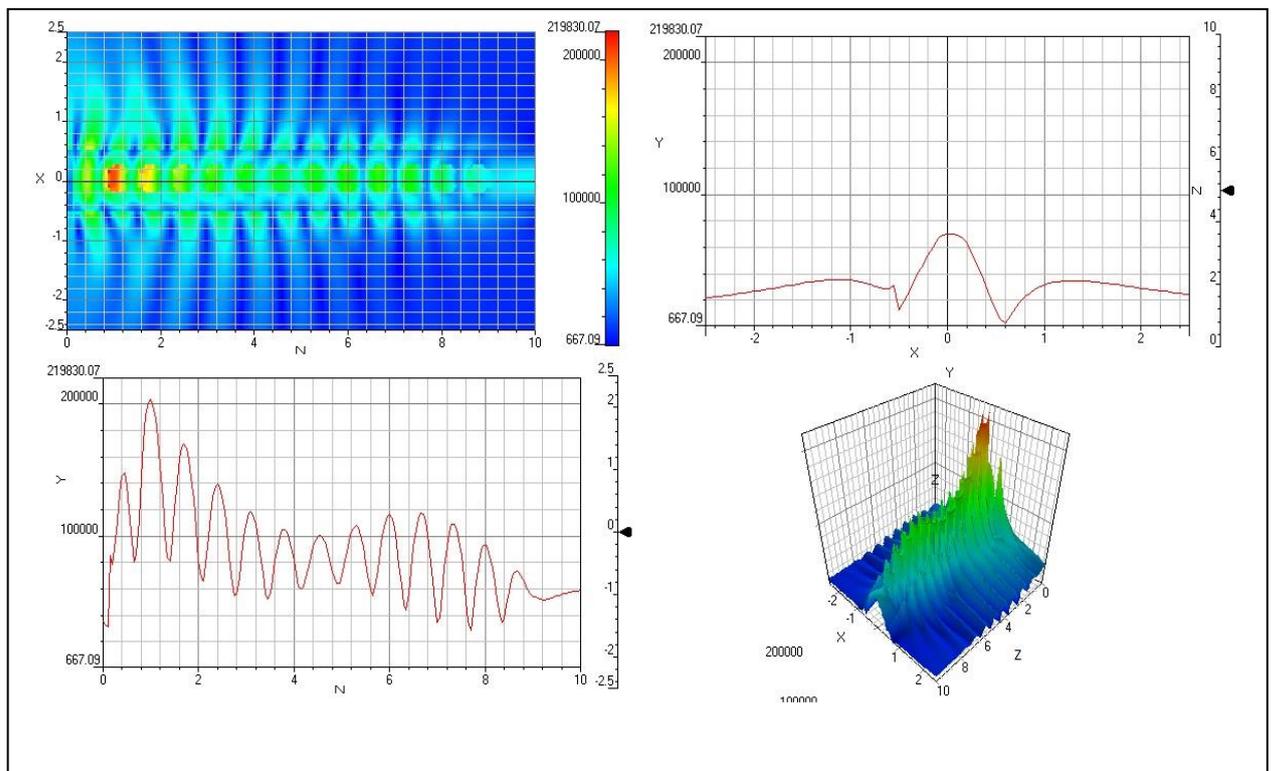
L'objectif du choix d'un cristal photonique CPs 1D est de montrer qu'une simple géométrie en 1D possède des propriétés de sélection de longueur d'ondes, les rendent utilisables dans une large gamme d'applications de cavités optiques, d'optique intégrée. Ainsi il peut y avoir la génération de deuxième harmonique dans ces structures (Effet non linéaire d'ordre 2).



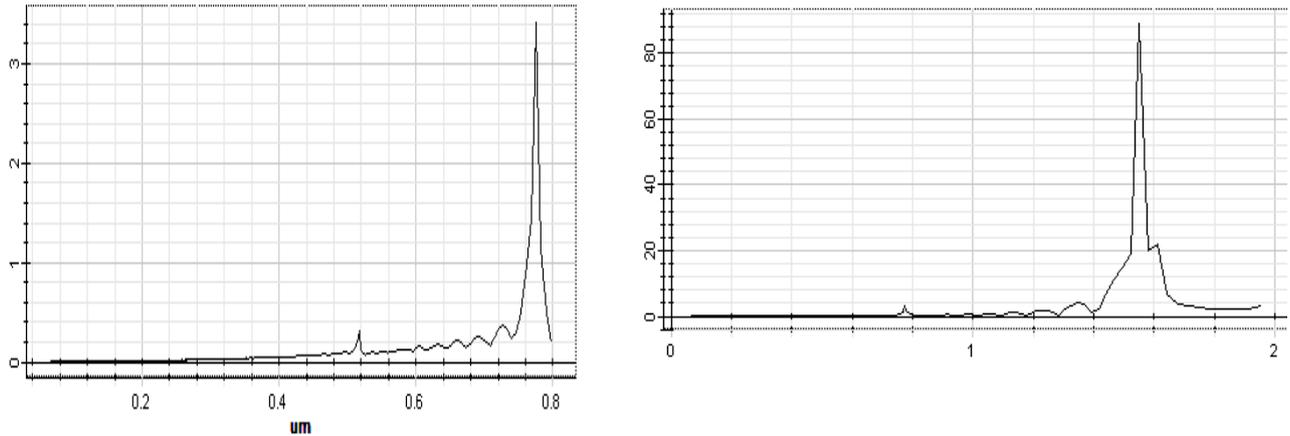
**Figure (III.1) :** Configuration et structure d'un Un Cristal Photonique unidimensionnel 1D en géométrie de guide d'onde, les points verts définissent les points et lignes d'observations.



**Figure (III.2):** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considérée représentation de l'Evolution le  $E_y$  dans un cristal photonique en fonction de la direction  $X$  (sans défauts) depolarisation TE calculée par FDTD.



**Figure (III.3):** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considérée représentation de l'Evolution le  $E_x$  dans un cristal photonique en fonction de la direction  $X$  (sans défauts) depolarisation TM calculée par FDTD.



**Figure (III.4) :** (a) Spectre de transmission du SH généré dans la structure considérée, les flèches marquent les positions des pics de SH généré (b) Zoom du graphe (a) entre 0.2 - 0.8

L'alternance de matériaux diélectrique non linéaire et d'air dont le contraste d'indice est assez grand pour pouvoir réaliser la condition d'accord de phase permet la génération d'une deuxième harmonique GSH **Figure(III.4)**. Les champs  $E_x$  et  $E_y$  sont confinés transversalement grâce au guide d'onde avec un effet de réfraction sur les bords du cristal photonique, ainsi que l'effet de dispersion.

On peut conclure qu'une structure simple 1D non-linéaire permette la localisation du champ dans la structure, possibilité de réaliser l'accord de phase qui permet de l'accroissement des effets non linéaire et d'assurer une bonne conversion permettant la génération de deuxième harmonique.

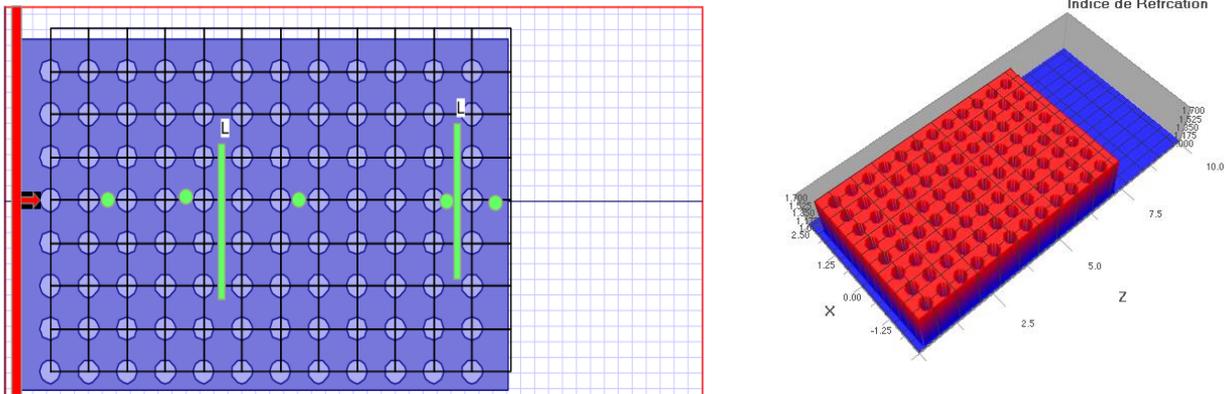
## II.1. 2. Cristal photonique 2D Sans Défauts :

### II.1. 2.1 Simulation Effet Non linéaire de Deuxième ordre :

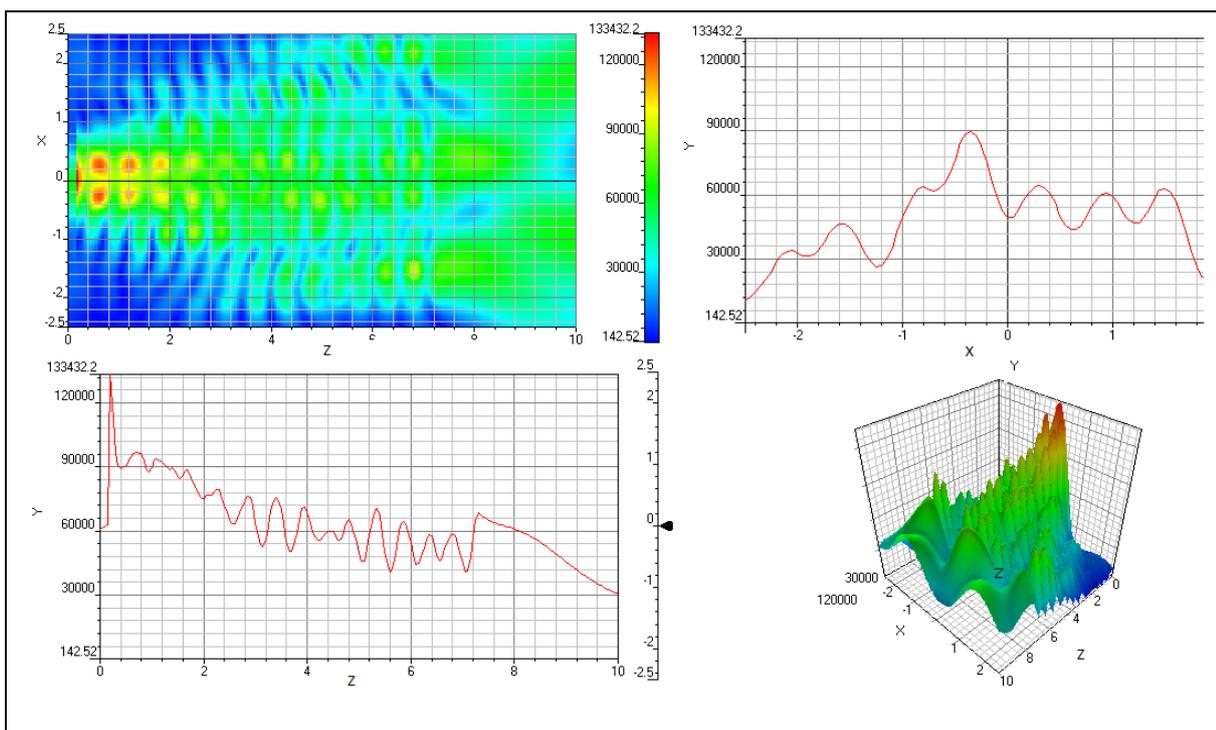
#### II.1. 2.1. 1 Calcul de la Génération de la Deuxième (Second) Harmonique (SHG) :

On s'intéresse ici au cas où un faisceau monochromatique de fréquence  $\omega_1 = 1.55 \mu\text{m}$  se propage dans un cristal photonique non-linéaire. Il s'agit ici d'un réseau carré de trous d'air  $n=1$ , cylindriques de profondeur percés dans un matériau diélectrique qui réside dans un matériau organique électro-optique (**ABS – Acrylonitrile Butadiene Styrene**) de constante diélectrique  $\epsilon_L = 2.7225$  et susceptibilité de deuxième ordre  $\chi^{(2)} = 1.0e - 006$ . Nous nous limiterons ici à l'étude du réseau carré de trous d'air cylindriques percés dans un matériau diélectrique, qui est certainement le plus étudié de tous les CPs 2D compte tenu de ses propriétés.

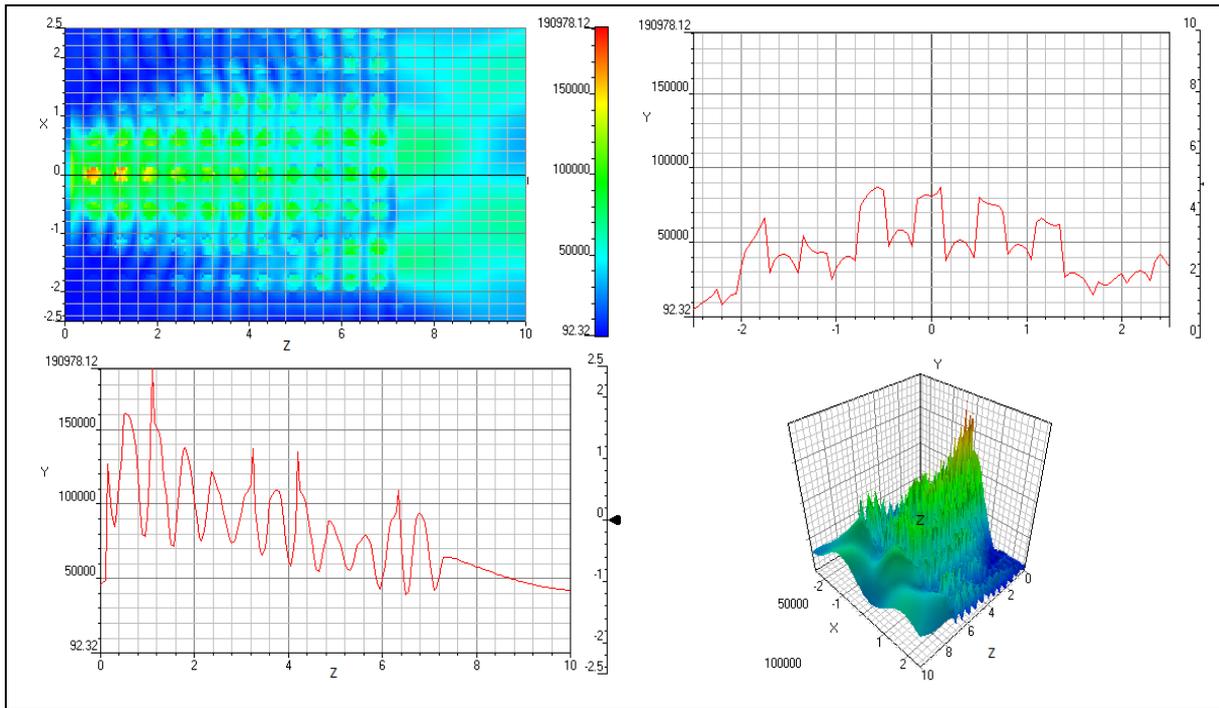
Pour la simulation, nous utilisons un cristal photonique l'indice de réfraction  $n=3.42$ , le paramètre de maille  $a=620nm$  et le rayon des trous  $r=155nm=0.25a$ .



**Figure (III.5):** Configuration et Structure d'un Un Cristal Photonique unidimensionnel 2D sans défauts, ligne rouge définit l'excitation, les points verts définissent les points et lignes d'observations.

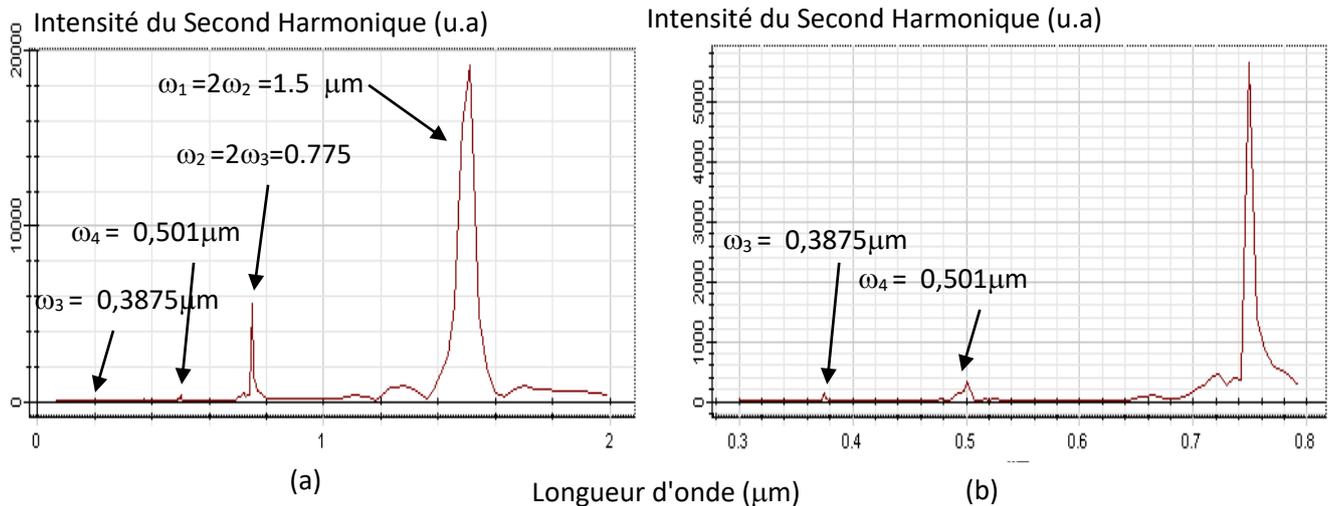


**Figure (III.6):** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considérée représentation de l'Evolution le  $E_y$  dans un cristal photonique en fonction de la direction X (sans défauts) depolarisation TE calculée par FDTD.



**Figure (III.7):** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considérée représentation de l'Evolution le  $E_x$  dans un cristal photonique en fonction de la direction X (sans défauts) de polarisation TM calculée par FDTD.

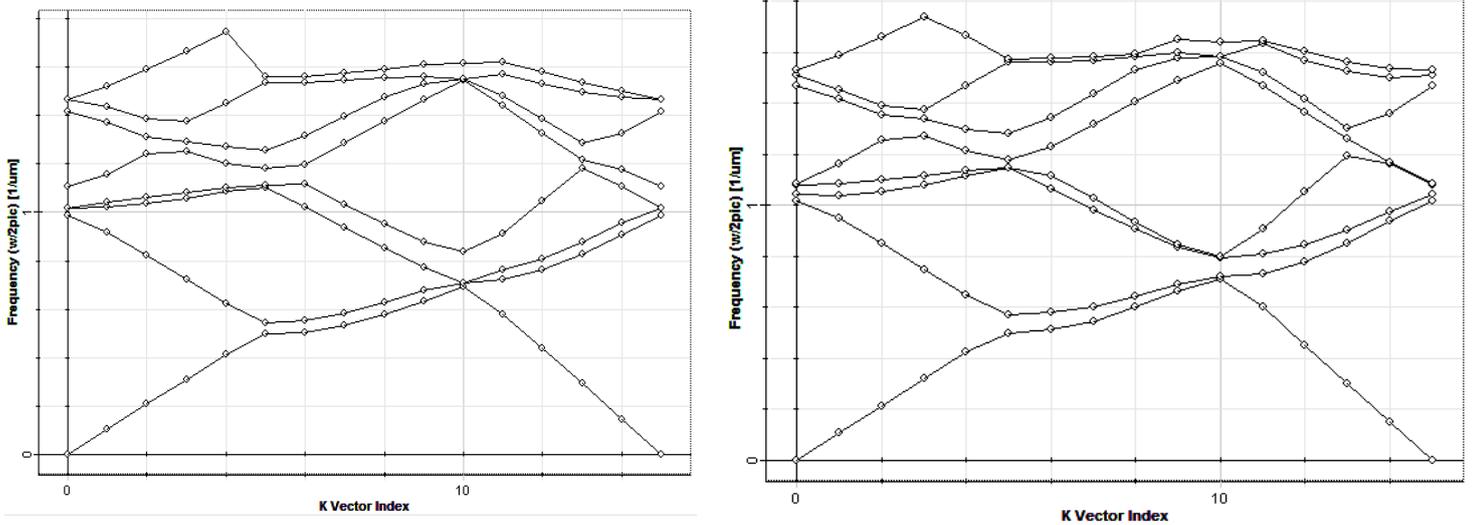
La représentation de la répartition des champs  $E_y$  et  $E_x$  **Figures(III.6)** et **(III.7)** indique il y a une forte puissance électromagnétique à l'entrée de ce guide par la suite le champ électrique  $E_y$  est distribué et dispersé suivant la direction  $x$  dans un cristal photonique car ce champ est parallèle à l'interface du cristal photonique.



**Figure (III.8).** : (a) Spectre de transmission du SH générée dans la structure considérée, les flèches marquent les positions des pics de SH générées (b) Zoom du graphe (a). Entre 0.3 - 0.8

La figure (III.8) représente le spectre de transmission du champ SH généré dans la structure considérée figure (III.5), les flèches marquent les positions des pics de SH généré (b) Zoom du graphe (a). entre  $0.3 - 0.8 \mu\text{m}$ ,  $\omega_1=1.55 \mu\text{m}$ ,  $\omega_1=2(\omega_2=0.775 \mu\text{m})$ ,  $\omega_2=2(\omega_3=0.3875 \mu\text{m})$ ,  $\omega_4=0.501 \mu\text{m}$  par le biais d'une bonne conversion et accord de phase, ainsi que grâce aux effets non linéaires d'ordre 2.

Pour les deux polarisations *TM* et *TE* il n'y a pas une bande interdite photonique voir **Figure (III.9)**



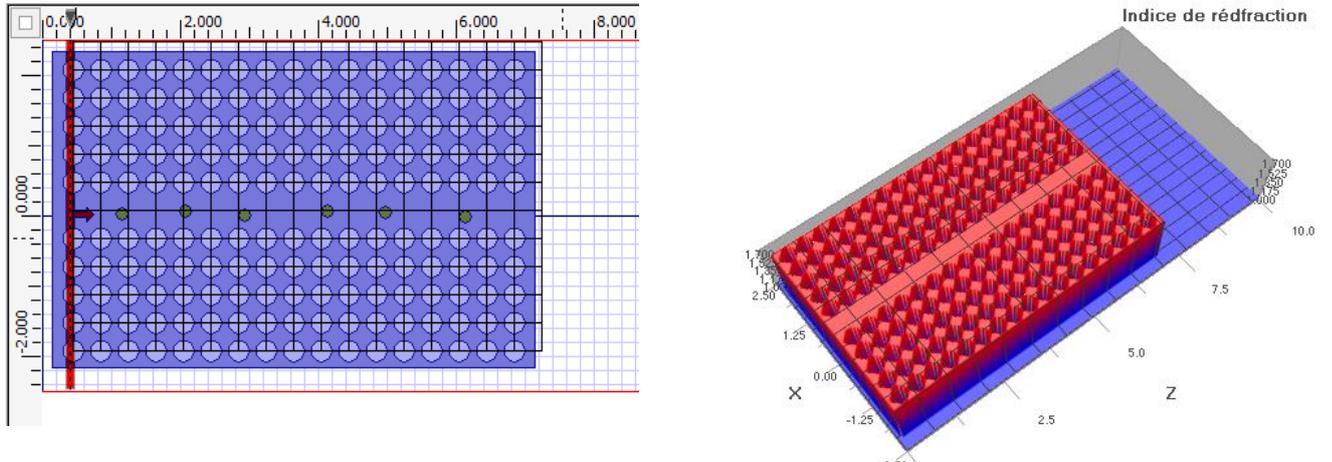
**Figure (III.9).**: Structure de bandes du réseau triangulaire de trous dont les paramètres sont : paramètre de maille  $a=620\text{nm}$  et le rayon des trous  $r=155\text{nm}=0.25a$ . (a) dans la polarisation TE, (b) dans la polarisation TM.

**II-2. Cristal photonique 2D avec Défauts :**

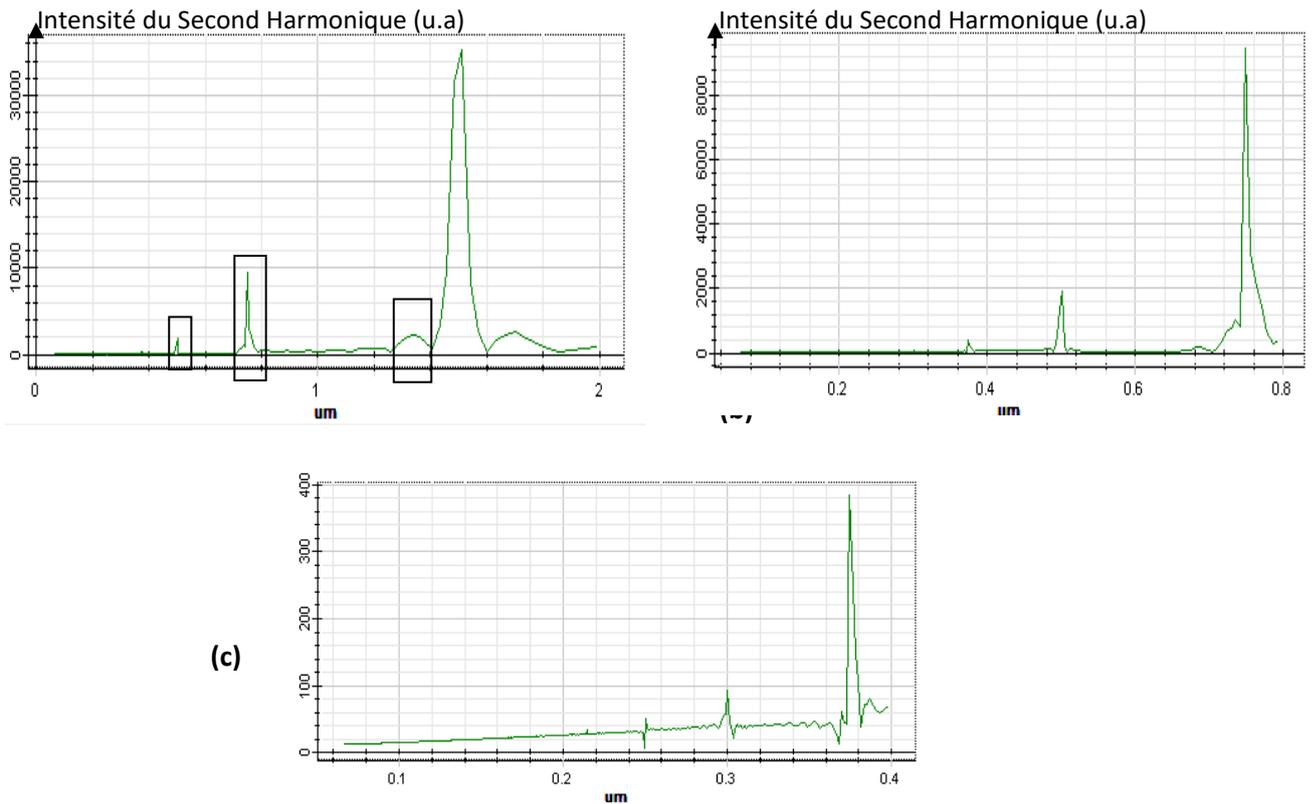
**II-2.1. Calcul de la Génération de la Deuxième (Second) Harmonique (SHG) :**

Un défaut linéaire est typiquement créé dans un PhC en éliminant ou en modifiant les cylindres les plus proches le long d'une des directions de symétrie du réseau. Dans un réseau carré, ceci correspond généralement à la direction  $\Gamma X$ , ce type de défauts est spécifiquement conçu pour le fonctionnement pour le guidage d'ondes, contrairement à la structure de la Figure (III.1).

Pour la simulation, nous utilisons un cristal photonique l'indice de réfraction  $n=3.42$ , le paramètre de maille  $a=400\text{nm}$  et le rayon des trous  $r=150\text{nm}$ .



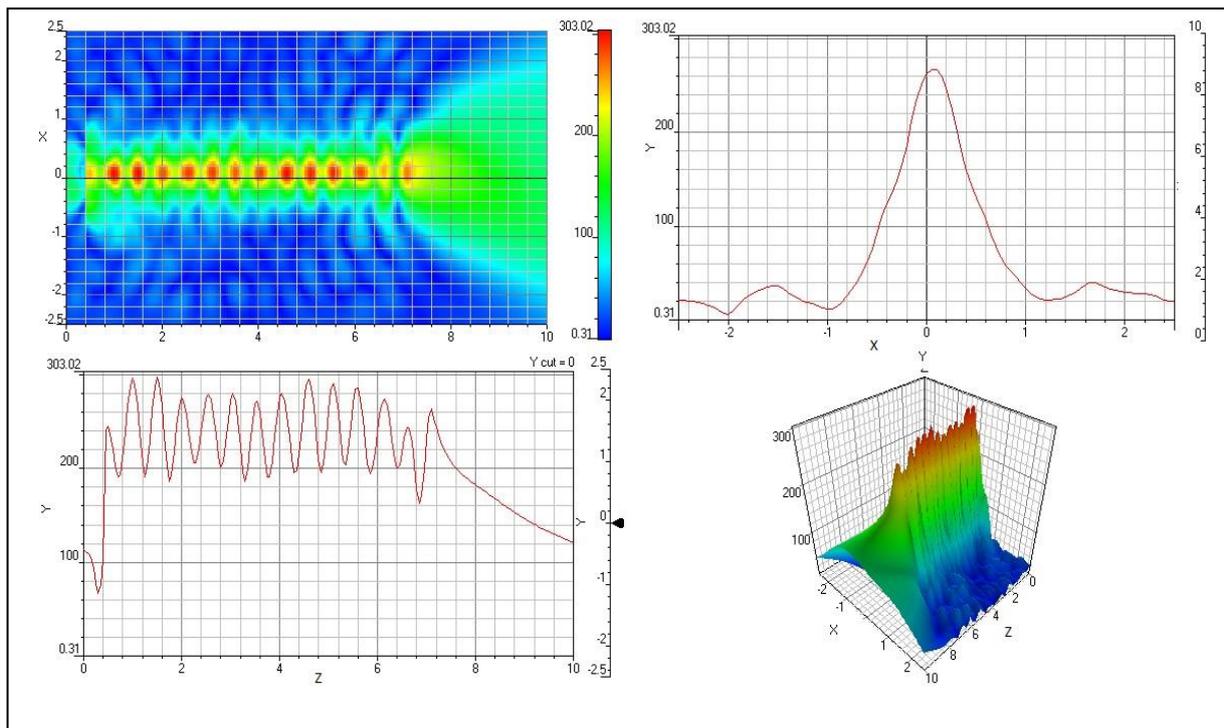
**Figure III.10:** Configuration et Structure d'un Un Cristal Photonique bidimensionnel 2D défauts de forme de guide d'onde linéaire de type W1W, ligne rouge définit l'excitation, les points et lignes vertsdéfinissent les points, lignes d'observations.



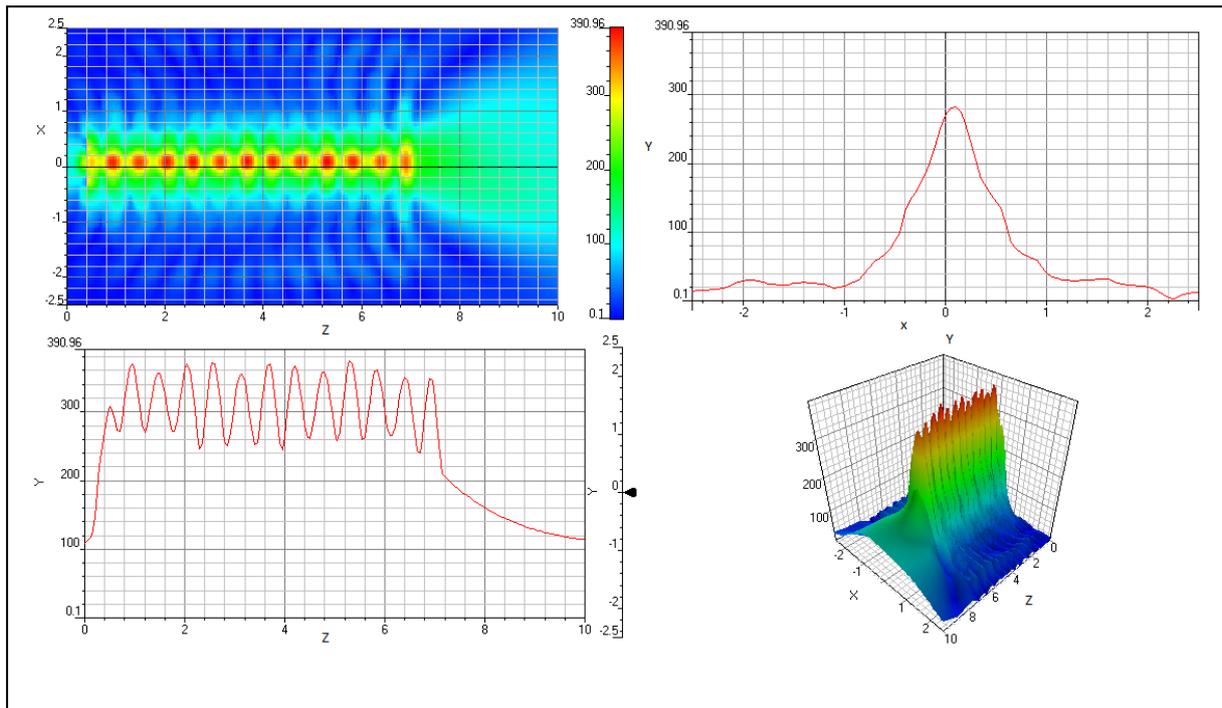
**Figure III.11:** (a) Spectre de transmission du SH généré dans la structure considérée, les flèches marquent les positions des pics de SH générés (b) Zoom du graphe (a) entre 0 et 0.8  $\mu\text{m}$  (c) zoom (a) entre 0-0.4 $\mu\text{m}$ ,  $\omega_1=1.55 \mu\text{m}$ ,  $\omega_2=2(\omega_1=0.775 \mu\text{m})$ ,  $\omega_3=2(\omega_2=0.3875 \mu\text{m})$ ,  $\omega_4=2(\omega_3=0.250 \mu\text{m})=0.500 \mu\text{m}$ .

Le spectre de SH généré présente 3 résonances  $\omega_1=2(\omega_2=0.775 \mu\text{m})$ ,  $\omega_2=2(\omega_4=0.3875 \mu\text{m})$  (Encadrées sur la Figure III.11(a) et (b), (c)) correspondant aux trois premiers pics en bord de bandes interdites autour de la longueur d'onde SH, le maximum de SH est obtenu dans la deuxième résonance numéro 2 sur la figure.

Dans la Figure III.14, une bande interdite est observée pour la polarisation TE, on voit apparaître une plage de fréquences, Au sein du défaut linéaire, on remarque l'existence des modes appelée mode de défaut ayant une fréquence appartenant à la bande interdite photonique. Ces modes (Voir Figure (III.11)) représentent  $\omega_1=1.55 \mu\text{m}$  mode fondamentale, ainsi que les deuxièmes harmoniques qui sont dû au phénomène non linéaire d'ordre deux induit par l'interaction entre l'excitation et le milieu non linéaire (cristal photonique)  $\omega_1=2(\omega_2=0.775 \mu\text{m})$ ,  $\omega_2=2(\omega_4=0.3875 \mu\text{m})$ ,  $\omega_3=2(\omega_6=0.250 \mu\text{m}) = 0.500 \mu\text{m}$ .

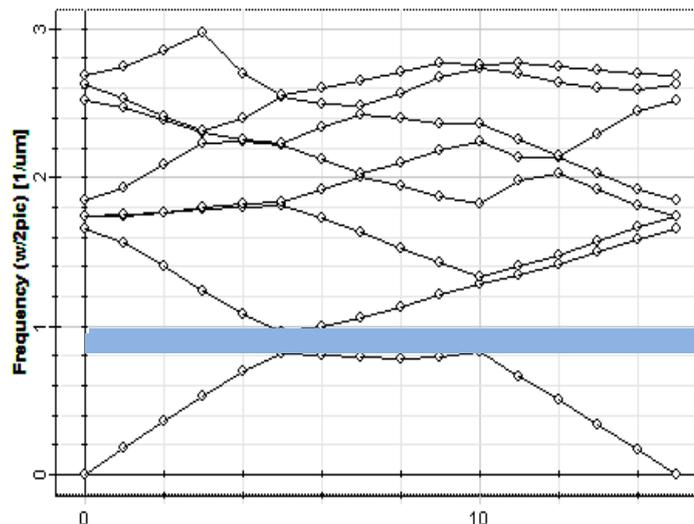


**Figure III.12:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considérée représentation de l'Evolution le  $E_y$  dans un cristal photonique en fonction de la direction X (avec défauts) depolarisation TE calculée par FDTD.



**Figure III.13:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP (avec défauts) considéré Evolution du champ  $H_y$  en fonction de la direction X de polarisation TM calculée par FDTD.

La représentation de la répartition des champs **Figures (III.12) et (III.13)**, les modes c'est des mode paire il s'agit d'une distribution symétrique spatiale du champ, il sont guidés par le phénomène de bande interdite, grâce à des réflexions multiples sur les motifs de la structure ayant ont une taille finie dans la direction parallèle à l'axe des trous, alors le cristal localisent la lumière (confinement) au niveau de la zone de défaut qui constitue le guide linéaire et les champs sont confinés dans cette direction, transversalement grâce à la présence d'un gap photonique voir (Figure III.14). On remarque dans cette zone qu'il ya une augmentation de champ  $E_y=309.96$  V/m qui indique que son énergie est nettement élevée.



**Figure III.14** : Structure de bandes du réseau Hexagonal de trous d'air dans la polarisation **TE** et montrant l'existence d'une bande interdite photonique.

Ceci peut être interprété par le fait que si le champ électrique  $E$  est parallèle aux interfaces diélectrique (conditions de passage à travers une interface), alors quand le passage d'une région de constante  $\epsilon_1$  élevé à une autre de petite valeur  $\epsilon_2 < \epsilon_1$ , la densité d'énergie  $\epsilon|E|^2$  **décroit** de manière discontinue selon le rapport  $\epsilon_2/\epsilon_1$ , et **croît** d'une manière discontinue selon le rapport  $\epsilon_1/\epsilon_2$  dans le cas où  $E$  est perpendiculaire.

Dans le cas de la polarisation **TE**,  $E$  est perpendiculaire, il y a une voie continue entre les trous d'air qui peuvent contenir les lignes de champ  $E$  qui doivent être continues, et elles sont donc forcées de pénétrer dans les régions de matériau diélectrique qui peut causer la présence d'une bande interdite, contrairement la polarisation **TM** ( $E$  parallèle aux interfaces diélectriques).

Nous remarquons que, dans le diagramme de bande présenté sur la **Figure III.14**, l'énergie des bandes est exprimée en fonction d'un terme sans unité,  $\omega a/2\pi c = a/\lambda$ , signifiant que, pour fixer la valeur de ces énergies, il faut fixer la valeur de  $a$ , alors la géométrie et les paramètres de la structure influent sur les diagramme de dispersion et par conséquent de bandes. Dans la polarisation **TE** il existe une bande interdite photonique, la première est importante à cause de la grandeur de permittivité de milieu diélectrique par rapport à celle de trous air tels que sa gamme de fréquence est de  $\frac{\omega}{2\pi c} = [0.8333, 1.0000] \frac{1}{\mu m}$  et de gap de

fréquences égale à  $0.1667 \frac{1}{\mu m}$ . Les bandes interdites photoniques dépendent de la contraste d'indice de réfraction  $n$ , la période  $a$ , et le facteur de remplissage

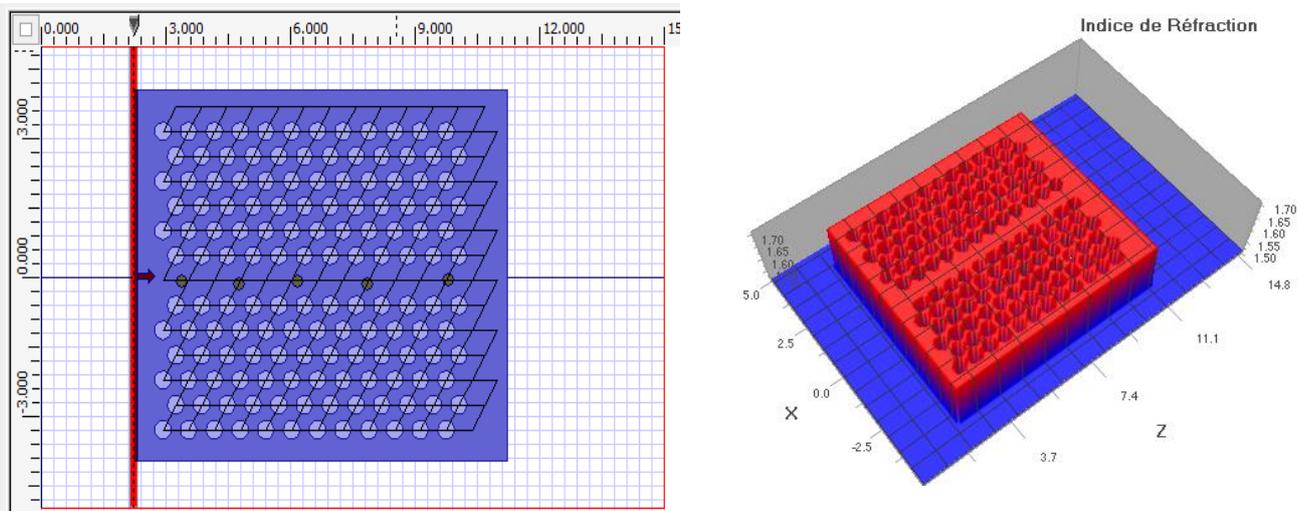
### II.3. Simulation Effet Non linéaire de troisième ordre :

#### II.3. 1. Simulation de l'effet de troisième ordre et effet Kerr :

Dans cette Partie nous nous sommes intéressés aux effets associés au terme du troisième ordre de la susceptibilité non linéaire  $\chi^{(3)} = 1.25e-018 \text{ (m}^2/\text{V}^2\text{)}$  est la permittivité relative linéaire  $\epsilon_L = 2.7225$ . Dans ce cas, la polarisation dépend du cube de l'amplitude du champ électrique, ce qui peut donner lieu à un très grand nombre de phénomènes d'optique non linéaire différents à savoir l'effet Kerr optique, l'effet Raman...etc.

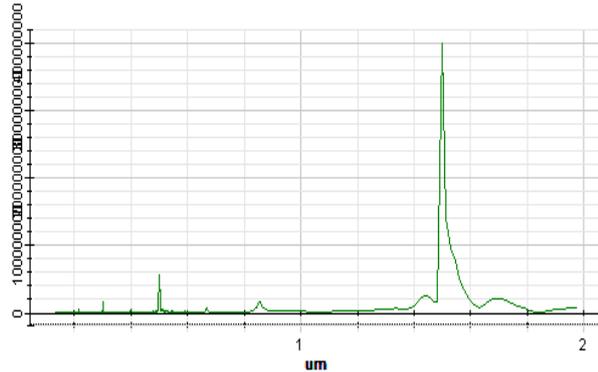
La figure (III-2) illustre un cristal photonique à base d'une structure hexagonal de deux dimensions (2D), qui est définie par de trous d'air  $n=1$ , cylindriques de profondeur percés dans un matériau diélectrique d'indice de réfraction  $n=3.42$ , le paramètre de maille  $a=620 \text{ nm}$  et le rayon des trous  $r=200 \text{ nm}$ .

#### a) - Effet de troisième ordre

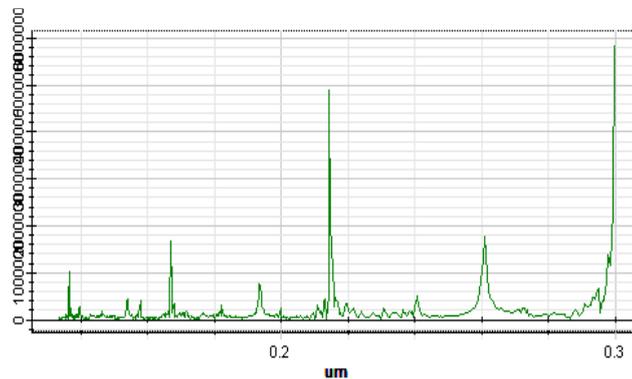
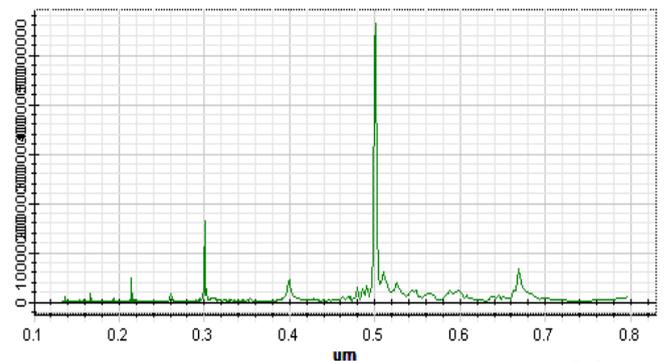


**Figure III.15 :** Configuration et Structure hexagonale d'un Cristal Photonique 2D avec défauts de forme de guide d'onde linéaire de type W1W, ligne rouge définit l'excitation, les points verts définissent les points d'observation.

Intensité des harmoniques GSH et TGH (u.a)

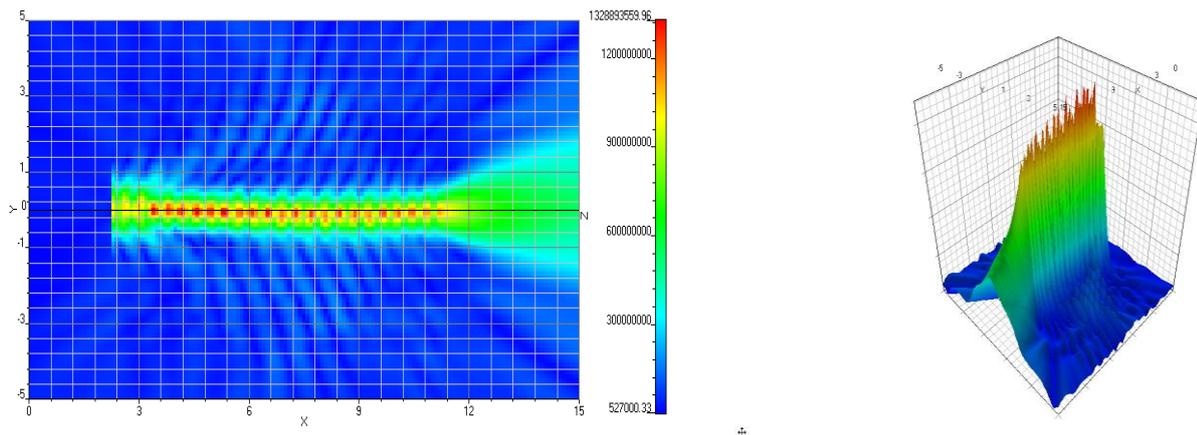


Intensité des harmoniques GSH et TGH (u.a)



**Figure III.16:** (a) Spectre de transmission sontencadrées lesGSH et Troisième harmoniqueGTH généré dans la structure considérée(b) Zoom du graphe (a)entre 0.1 - 0.8 (c) Zoom du graphe (a) entre 0.1-0.3.

Dans le cas particulier de la génération de seconde harmonique, l'efficacité de conversion dépend linéairement de l'intensité de l'onde fondamentale d'excitation. Cette dépendance montre que faire résonner l'onde fondamentale dans le cristal photonique non linéaire permettrait d'augmenter le rendement de conversion et d'accroître le processus de la GSH et la génération d'autre harmoniques à savoir les troisièmes harmonique, ceci est dû à la dépendance du champ de l'excitation qui est intense l'ordre cubique de la susceptibilité non linéaire d'ordre 3,  $\chi^{(3)} = 1.25e-018$ .



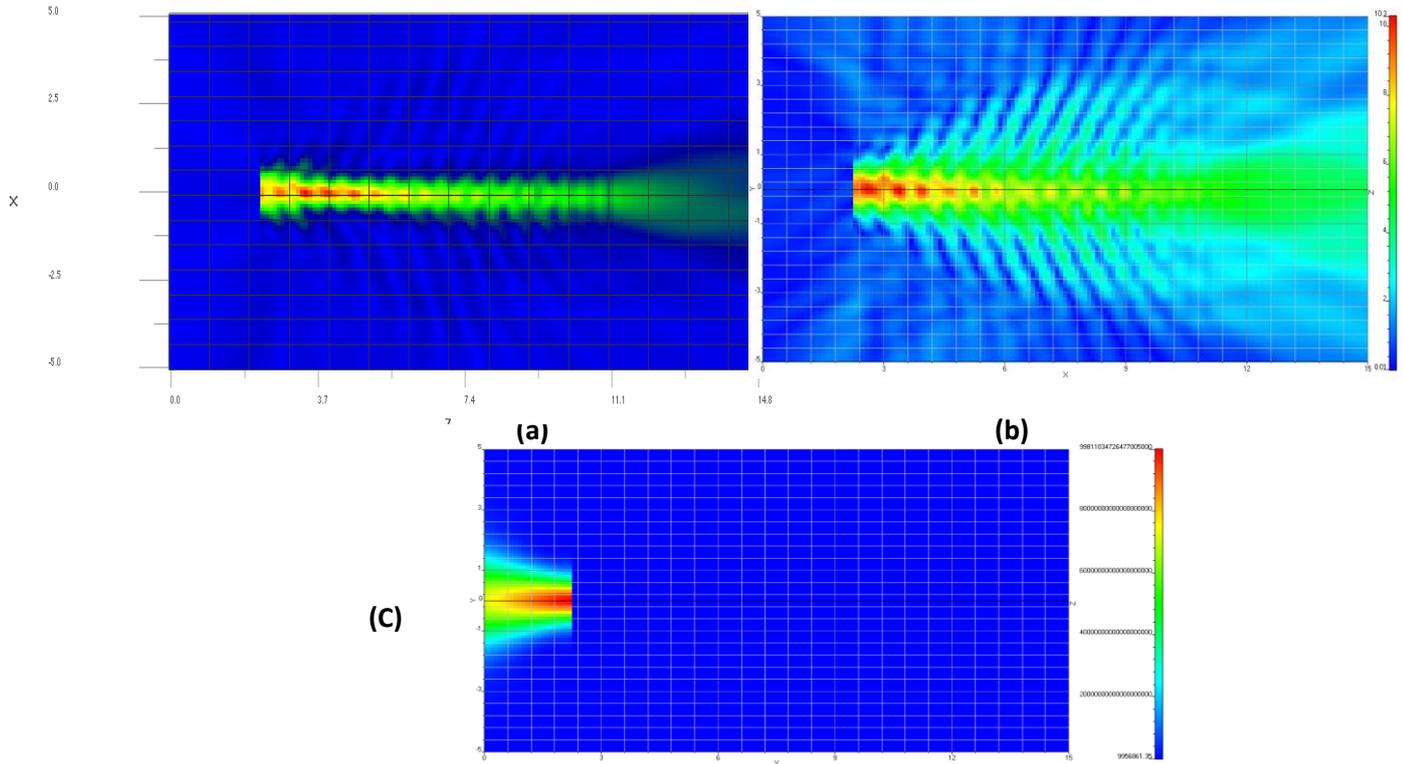
**Figure III.17:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considérée représentation de l'Evolution le  $E_y$  dans un cristal photonique en fonction de la direction  $X$  (avec défauts) depolarisation TE calculée par FDTD pour une amplitude  $10^9$  V/m.

La lumière est fortement couplée dans le guide (défauts) ce qui se traduit par un fort confinement du champ dans les défauts l'ordre de  $10^9$  V/m<sup>2</sup> et une puissance minimale à la sortie **Figure (III.17)**.

### b) - Effet Kerr

Parmi tous les processus non linéaires du troisième ordre, l'effet Kerr optique est certainement l'un des plus importants en ce qui concerne l'ampleur des domaines d'applications. En effet, l'effet Kerr intervient dans un grand nombre de phénomènes comme :

En utilisant la même configuration précédente de la figure (III.15), avec les paramètres du milieu diélectrique non linéaire (Kerr) suivants  $\epsilon_L = 2.7225$  est la permittivité relative linéaire,  $\tau = 2.e-015$  s est le temps de réponse,  $\epsilon_2 = 2.e-015$  m<sup>2</sup>/V<sup>2</sup> est la permittivité modèle de Kerr.



**Figure III.18:** La répartition du champ électromagnétique dans la structure du CP considéré représentation de l'Evolution le  $E_y$  dans un cristal photonique en fonction de la direction  $X$  (avec défauts) depolarisation TE calculée par FDTD (a) pour une amplitude  $10^9 V/m$  (b)  $10 V/m$ , (c)  $10^{20} V/m$ .

Nous nous intéressant à simuler la propagation d'une impulsion dans un cristal photonique non linéaire pour différentes valeurs de l'amplitude de l'excitation d'entrée  $A_1 = 10^9 V/m$ ,  $A_2 = 10 V/m$ ,  $A_3 = 10^{20} V/m$ .

- Pour  $A_1 = 10^9 V/m$ , il résulte un effet d'auto-focalisation qui est dû à la dépendance spatiale de l'indice non linéaire effet Kerr. Dans notre cas, la propagation de l'onde possède une distribution spatiale transverse gaussienne dans le cristal photonique, le changement d'indice induit va suivre cette distribution d'intensité transverse. Pour un indice de réfraction positif le milieu agit comme une lentille convergente et donne lieu à l'auto-focalisation voire **Figure III.18 (a)**.
- Pour  $A_2 = 10 V/m$ , On remarque que la lumière est toujours guidée par le défaut linéaire, absence de l'effet d'auto focalisation la lumière est dispersée dans le cristal voire **Figure III.18 (b)**

- Pour  $A_3 = 10^{20} \text{V/m}$ , l'excitation est très intense, cette valeur élevée, l'effet non linéaire est saturé. On remarque que le champ apparaît à l'entrée puis il disparaît ou le flux de l'onde est exténué le long de la direction de propagation ( $z$ ) voir **Figure III.18 (c)**.

### Conclusion

En conclusion de cette simulation, nous avons constaté que :

- Les cristaux photoniques de  $\chi^{(2)}$  peuvent générer efficacement une onde seconde harmonique grâce à leur modulation périodique de la susceptibilité non linéaire d'ordre 2.
- il est possible de réaliser l'accord de phase dans les guides W1 (1 ligne de trous supprimée dans un CP 2D de type réseau triangulaire de trous d'air et dans les CP 2D sans défauts.
- Grâce au contraste d'indice de réfraction élevé entre le diélectrique et l'air, il est possible d'obtenir des structures où le champ est très fortement confiné dans les défauts.
- Pour observer les effets non linéaires dans les cristaux photoniques, une source lumineuse à haute intensité est nécessaire, c'est à dire que l'amplitude de l'onde d'entrée. Si la puissance/Amplitude d'entrée est trop faible, il se peut que nous n'observions pas le phénomène non linéaire. Si elle est trop forte, l'effet non linéaire peut être saturé. Alors il faut utiliser une puissance /Amplitude modérée, l'effet Kerr est très sensible aux choix des paramètres de la source d'excitation.

# **CONCLUSION GENERALE**

## Conclusion Générale

Les CPs constituent un problème d'électromagnétisme compliqué dont la résolution nécessite souvent le développement de méthodes numériques dont l'utilisation de méthodes FDTD est indispensable. Cependant, une analogie avec la physique du solide permet de tirer les concepts fondamentaux et mieux comprendre les propriétés (Structures, diagrammes de bande...) de telles matériaux. Nous avons constaté que, lorsque les paramètres de ces structures sont correctement choisis, la propagation de la lumière peut être complètement guidée dans de larges bandes spectrales dans plusieurs directions de l'espace. On parle de bandes interdites photoniques par analogie avec les bandes interdites électroniques des semi-conducteurs.

Un des domaines où ces structures de CPs sont désormais particulièrement étudiés dont elles C'est pour cette raison que nous nous sommes attachés dans notre travail a présenté des simulations de quelques exemples décrivant le "mariage" de l'optique non linéaire avec les cristaux photoniques.

Enfin, à travers cette étude, nous pouvons déduire les conclusions suivantes:

- Pour avoir une bonne description des effets non linéaires qui peuvent être (CPs) avoir lieu au sein de ces structures, il faut que l'amplitude des champs mis en jeu dans l'interaction non linéaire considérée doit être relativement grande et que qu'une très forte intensité peut conduire le système à la saturation.
- La simulation numérique menée sur la génération de seconde harmonique dans les Guides d'onde à CPs 1D et dans les présentent un grand intérêt est l'optiques non linéaire. Ces matériaux peuvent être aussi exploités pour exalter les effets non linéaires du troisième ordre. CPs 2D avec et sans défauts permettent d'aboutir à des structures 1D et 2D types pouvant générer efficacement le second harmonique (la structuration de la matière à l'échelle de la longueur d'onde de la lumière permet de réaliser la condition d'accord de phase dans ces matériaux) [1]

## Conclusion Générale et perspectives

---

- En plus cette étude permet de décrire l'évolution et la répartition des champs électrique et magnétique des deux polarisations TE, TM. Le calcul montre l'existence de bandes interdite (BIP) qui représente une caractéristique des CPs.
- Ainsi , cette étude nous a permit de montrer comment les non linéarités dynamiques des matériaux utilisés permettent aux Cristaux photoniques d'acquérir de nouvelles fonctionnalités (GSH, Effet Kerr (au-focalisation, auto-modulation) présentant diverses applications technologiques.

### Perspectives

Enfin le travail entrepris de la cadre de ce mémoire ouvre des perspectives qui mérite à notre avis d'être approfondis à savoir :

- Développement d'un code de calcul basé sur la FDTD non linéaire et extension pour étude D'autres effets non linéaires.
- Une étude des cristaux photoniques non linéaires à base de différents matériaux non linéaires (en fonction des défauts et les configurations utiles) permettant de faire une classification en fonction du domaine d'application.
- L'étude de capteurs à base de cristaux photoniques non linéaires.

### Références

- [1] **Fabrice Raineri**, *Optique non linéaire dans les cristaux photoniques en semiconducteurs III-V*, Thèse de Doctorat, Université de Université de PARIS XI Orsay (2004)

## Résumé :

Les cristaux photoniques sont des structures constituées d'un arrangement périodique de matériaux diélectrique, ces cristaux possèdent une périodicité spatiale dans leur constante diélectrique varie périodiquement à l'échelle de la longueur d'onde sur une, deux ou trois direction de l'espace. Cependant, une analogie avec la physique du solide permet de tirer les concepts fondamentaux et d'acquérir une grande compréhension du comportement de ces objets. Dans ce travail, nous nous intéresserons aux avantages que présentent les cristaux photoniques pour l'exaltation des effets non linéaires d'ordre 2 (GSH) et d'ordre 3 (effet Kerr), en vue que les paramètres de ces structures sont correctement choisis. Pour l'analyse de telles structures, les propriétés dispersives et les diagrammes de bandes interdites sont déterminés en utilisant la méthode du développement en ondes planes.

Comme la résolution analytique de ces équations n'est pas évidente, l'utilisation de méthodes numériques comme la FDTD est indispensable obtenir les solutions de temps et d'espace de l'évolution des champs électromagnétiques dans de telles structures. Nous n'avons constaté que le *couplage* entre les *effets non linéaires* et les *cristaux photoniques* désormais indispensable pour l'explication de plusieurs phénomènes issus des différents champs d'applications technologiques.

**Mots clés :** Cristaux Photoniques, effets Non linéaire 2 et 3 ordre, Méthode FDTD, Méthode d'ondes Plane Augmentée PWM, Bandes interdites (PIB).

## Abstract

Photonic crystals are structures made up of a periodic arrangement of dielectric materials, these crystals have a spatial periodicity in their dielectric constant varies periodically at the wavelength scale on one, two or three directions in space. However, an analogy with solid-state physics allows us to develop the fundamental concepts and to understand the behaviour of these objects. In this work, we will focus on the advantages of photonic crystals for the enhancement of second order (GSH) and third order (Kerr effect) non-linear effects, since the parameters of these structures are correctly chosen.

For the analysis of such structures, dispersive properties and prohibited band diagrams are determined using the plane wave method.

As the analytical resolution of these equations is not evident, the use of numerical methods such as FDTD is essential to obtain the time and space solutions of the evolution of electromagnetic fields in such structures. We have found that the coupling between non-linear effects and photonic crystals is now essential for the explanation of several phenomena from different fields of technological applications.

**Keywords :** Plane Wave Expansion (PWM) method – Photonics Crystals – Nonlinear effects 2<sup>nd</sup> order (GSH) and 3<sup>rd</sup> order (Kerr effect) – Photonic Interdit Band (PIB)

## ملخص

البلورات الضوئية هي مركبات أو بُنىات تكون من ترتيب دوري للمواد العازلة، هذه البلورات تتميز بثابت العزل الكهربائي الخاص بها، الذي يختلف بشكل دوري عبر الطول الموجي لأحادي أو ثنائي أو ثلاثي الإتجاه في الفضاء. انطلاقاً من التشابه الموجود بين فيزياء المواد الصلبة وهذه المركبات مكن الباحثين من استنباط المفاهيم العامة من أجل فهم خصائصها و معالجة أنماطها الفيزيائية.

في إطار هذا العمل ركزنا اهتمامنا على إيجابيات هذه المركبات في تبيين وإظهار أهمية خصائص الظواهر اللاخطية من الدرجة 2 (GSH) و 3 (ظاهرة فعل كار) اعتماداً على الاختيار الصحيح المعطيات الصحيحة. من أجل دراسة خصائص الانتشار و ظهور (المجال الترددي) أو بما يسمى أيضاً *فجوة الحزمة الضوئية* نستعمل طريقة الموجات المستوية (PWE). يعتبر حل مثل هذه المعادلة صعباً و أحياناً مستحيلاً مما يضطرنا إلى استعمال طريقة عددية تدعى "طريقة فورييه ذات الخطوة المقسمة" كأداة أكثر ملائمة من أجل حل هذا النوع من المعدلات. استنتجنا انطلاقاً من هذه الدراسة أن دراسة اقتران الظواهر اللاخطية و البلورات الضوئية يمكن من تفسير ظواهر هي محل تطبيقات تكنولوجية ذات أهمية بالغة.

## الكلمات المفتاحية

طريقة الموجات المستوية (PWM) - البلورات الفوتونية - الظواهر اللاخطية من الدرجة 2 (GSH) و 3 (ظاهرة فعل كار) - فجوة الحزمة الضوئية - الفرق المحدود في المجال الزمني. FDTD.