

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIC ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
وزارة التعليم العالي والبحث العلمي
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique
جامعة أبي بكر بلقايد - تلمسان

Université Aboubakr Belkaïd – Tlemcen –
Faculté de TECHNOLOGIE



MEMOIRE

Présenté pour l'obtention du **diplôme de MASTER**

En : (Génie Industriel)

Spécialité : (Ingénierie de production)

Par : (ZEGHOUDI Abdelmalek & MOKHDAR Alaa-Eddine)

Sujet

L'utilisation de théorie des Files d'attente pour la
Gestion du feu Tricolore

Soutenu publiquement, le 25 /11/2020 , devant le jury composé de :

M. Hakim Nadhir BESSENOUCI	MAA	Univ. Tlemcen	Président
M. Fouad MALIKI	MCB	ESSA. Tlemcen	Directeur de mémoire
M. Amine MKEDDER	Ingénieur	Univ. Tlemcen	Examineur

Année Universitaire : 2019/2020

Dédicace

Nous dédions cette thèse à :

Nos chers parents,

*Tout au long de notre session, ils nous ont toujours soutenus,
encouragés et aidés.*

« Vous avez tout sacrifié pour notre bien, sans ménager ni santé ni effort, Vous nous avez donnés un merveilleux exemple de travail acharné et de persévérance, et nous vous devons une éducation dont nous sommes fiers ».

A toutes nos familles, pour leurs soutien et accompagnements tout au long de notre parcours académique,

De qui nous dépendons, petits et grands, nos frères et sœurs

À nos amis et connaissances que nous aimons et rendons un grand respect

À mes professeurs d'université

Merci d'être toujours avec nous.

Remerciements

Nous remercions avant tout Allah le tout puissant de nous avoir donné la foi, la Volonté et le courage de mener à bien ce modeste travail.

Nous remercions notre promoteur Mr MALIKI Foad, pour nous avoir assuré l'encadrement et d'avoir consacré le temps nécessaire pour la réalisation de ce mémoire.

Nous remercions également les membres du jury d'avoir accepté de juger notre Travail.

Enfin, Nous remercions également tous les enseignants qui ont participé à notre Formation.

Introduction générale	13
I. Chapitre 01 : généralités sur les feux tricolores	14
I.1 Introduction :	15
I.2 L'histoire des feux de circulation.....	15
I.2.1 Définition.....	15
I.2.2 Le premier signal de circulation:	15
I.3 Les feux de circulation intelligent :.....	18
I.4 MÉTHODOLOGIE :.....	19
I.4.1 Acquisition et traitement d'images	19
I.4.2 Traitement d'image	19
I.4.2.1 Thresholding :.....	20
I.4.2.2 HistogramEqualization :.....	20
I.4.2.3 Détection des bords	21
I.4.3 Mise en œuvre de l'algorithme	21
I.5 Conclusion :.....	22
II. Chapitre 02: les processus stochastiques et la théorie des files d'attentes.....	15
II.1 Introduction.....	Error! Bookmark not defined.
II.2 Les processus stochastiques	16
II.2.1 Définition:.....	Error! Bookmark not defined.
II.2.2 Classification des processus stochastiques:	16
II.2.3 Chaîne de Markov ;.....	17
II.2.3.1 Chaîne de Markov homogène	17
II.2.3.2 Matrice stochastique :.....	18
II.2.3.3 La représentation graphique d'une chaîne de Markov :	18
II.2.3.4 Les probabilités d'états pour une chaîne de Markov:.....	19
II.2.3.5 Définition des états possible dans une chaîne de Markov :.....	20
II.2.4 Processus de naissance et de mort.....	20
II.2.4.1 Processus de naissance :	20

II.2.4.2	Processus de Poisson :	26
II.2.4.3	Loi exponentielle:	27
II.3	La théorie des files d'attentes.....	Error! Bookmark not defined.
II.3.1	Les Applications de théorie des files d'attente :	29
II.3.2	Les éléments de base du système de file d'attente :	29
II.3.3	Cas de file d'attente :	31
II.3.4	Caractéristiques des modèles de file d'attente :	31
II.3.4.1	Le processus d'arrivée :	31
II.3.4.2	Le processus de service :	32
II.3.5	Nombre des serveurs :	33
II.3.5.1	Systèmes de files d'attente avec un serveur unique :	33
II.3.5.2	Systèmes de files d'attente avec plusieurs serveurs:	34
II.3.6	Caractéristiques d'un système de files d'attente :	35
II.3.7	Mesures de performance :	36
II.3.8	Le rôle de la distribution de Poisson et exponentielle dans la théorie des files d'attente :	37
II.3.9	Loi de Little :	39
II.3.10	File d'attente M/M/1:	39
II.3.10.1	Mesures de performance de la file M/M/1 :	40
II.3.11	File d'attente M/M/C :	41
II.4	Conclusion:.....	43
III.	Chapitre 03 : l'utilisation de la théorie des files d'attente pour la gestion d'un feu tricolores .	44
III.1	Introduction :	45
III.2	Présentation du système de file d'attente:	45
III.3	Déterminer le modèle d'accès client au système de file d'attente :	46
III.3.1	Test du χ^2 (khi-deux) :	50
III.3.1.1	Hypothèses :	50
III.3.1.2	Calcul du Khi2 :	50

III.4	Déterminer le modèle de sortie client du système de file d'attente :	51
III.5	Pratique :.....	53
III.5.1	Les outils utilisés :.....	54
III.5.1.1	Raspberry pi :.....	54
III.5.1.2	Capteurs :.....	54
III.5.1.3	Les signaux :.....	54
III.5.1.4	Le programme python :	54
III.5.1.5	Class thread :.....	55
III.5.1.6	Définition des pins utilisé :	57
III.5.1.7	La file MM1 :	58
III.6	Conclusion:.....	59
	Conclusion générale.....	60

Liste de figures :

Figure I-1 Le premier signal de circulation	16
Figure I-2 Feu de circulation À Londres, en 1868	17
Figure I-3 Feu de circulation Aux États-Unis, en 1923.....	18
Figure I-4: Comparaison des images avec et sans amélioration	20
Figure I-5 Image après Thresholding et Histogram	21
Figure II-1 : une représentation graphique d'une chaîne de Markov	18
Figure II-2 processus de naissance	21
Figure II-3 Représentation d'une File d'attente	30
Figure II-4: Système de file d'attente avec un serveur unique	34
Figure II-5 Système de file d'attente à serveurs parallèles	34
Figure II-6: Système de file d'attente à S serveurs en série.....	35
Figure II-7 Structure générale d'un système de file d'attente M/M/1[7]	40
<i>Figure III-1 intersection de feux de circulation[7]</i>	<i>45</i>
Figure III-2: modélisation du système par un réseau de files d'attente[7]	46
Figure III-3 les bibliothèques utilisé.....	55
Figure III-4 la class thread	55
Figure III-5 la fonction Counter	56
Figure III-6 les pins utilisés	57
Figure III-7 la fonction de la théorie des files d'attente (MM1)	58

List des tableaux :

Tableau II-1 type des processus stochastique	17
Tableau III-1 Le nombre de fois où les voitures ont accédé au système	47
Tableau III-2 La distribution des fréquences d'arrivée des voitures dans la file d'attente	48
Tableau III-3 Calculer la somme des différences au carré du khi au carré de l'arrivée des voitures	51
Tableau III-4 Le nombre de fois où les voitures ont sortie au système	52
Tableau III-5 La distribution des fréquences de sortie des voitures du la file d'attente	53

Introduction générale

La vie quotidienne actuelle est inimaginable sans la possibilité de voyager. Les voyages quotidiens comprennent, par exemple, les déplacements domicile-travail, les achats et les visites aux amis et aux parents.

Une personne parcourt en moyenne 32 kilomètres par jour, ce qui fait environ 63 minutes. Outre les voyages personnels, il existe un important secteur de transport de marchandises. Une utilisation aussi étendue de l'infrastructure routière entraîne souvent des embouteillages, qui constituent un problème majeur pour des villes du monde entier.

Cette situation peut engendrer des retards excessifs qui ont des conséquences négatives non seulement sur les voyageurs individuels, mais aussi sur l'économie et l'environnement. En particulier, les travailleurs et les marchandises peuvent arriver en retard à leurs destinations, ce qui diminue la productivité des entreprises.

Les embouteillages nuisent à la santé publique et au bien-être des conducteurs. Aux heures de pointe, les conducteurs peuvent se stresser et montrer un comportement plus agressif, ce qui peut entraîner des accidents et perturber davantage la circulation. En outre, les embouteillages peuvent réduire la vitesse des véhicules d'urgence et, par conséquent, les empêcher de fournir le service requis.

L'objectif de notre travail est de proposer un programme permettant d'optimiser le temps de service (feu vert) en se basant sur la théorie des files d'attente. Ce mémoire est organisé comme suit :

Le chapitre 01 introduit l'historique et l'évolution des feux tricolores à travers le temps. Ce chapitre est clôturé par une présentation des feux de signalisation intelligents.

Le chapitre 02 définit les processus stochastiques ainsi que la théorie des files d'attente.

Le chapitre 03 présente l'étude statistique réalisée, le programme Python développé ainsi que les résultats optimaux obtenus.

Ce mémoire est clôturé par une conclusion.

I. Chapitre 01 : généralités sur les feux tricolores

I.1 Introduction :

Imaginez un groupe de personnes ayant une discussion animée dans une pièce fermée. La conversation peut devenir un désordre complet s'il n'y a pas de coordinateur pour s'occuper de ces personnes et guider le bavardage. Dans une telle situation qui n'est pas contrôlée, tout ce que nous entendons, c'est des cris et des bruits aléatoires, Parce que personne ne veut laisser l'occasion à l'autre d'exprimer son point de vue sans entendre ce que le dit. Ce genre de situation mènerait finalement au chaos total.

Maintenant, imaginez la même situation qui se passe sur nos routes, et remplacez simplement l'ensemble des personnes par des véhicules. Si les gens conduisaient leur voiture au hasard sans se préoccuper des autres véhicules ou en tenir compte sur la route, cela pourrait conduire au chaos et entraîner des accidents, le résultat final peut être catastrophique

Entrez les feux de circulation, qui jouent le rôle de coordinateurs sur la route. Ils contrôlent le flux du nombre croissant d'automobiles sur la route et ils aident également à prévenir les accidents.

I.2 L'histoire des feux de circulation

I.2.1 Définition

Un feu de circulation routière, aussi appelé feu tricolore ou simplement lumière au Canada francophone, est un dispositif permettant la régulation du trafic routier entre les usagers de la route, les véhicules et les piétons.

I.2.2 Le premier signal de circulation :

L'idée de développer des feux de circulation a commencé dans les années 1800.

Les voitures n'existaient pas en 1800, c'était pour contrôler les chevaux - ou plus exactement, pour contrôler les humains sur les chariots et les omnibus qui disaient aux chevaux ce qu'ils devaient faire.[1]

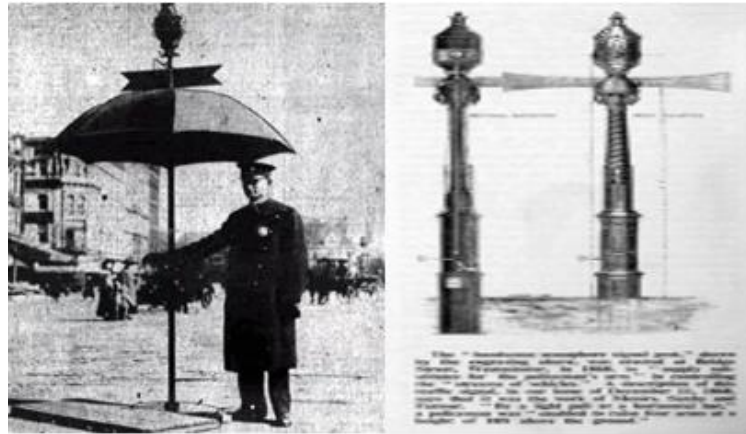


Figure I-1 Le premier signal de circulation[3]

Le premier feu de signalisation, qui s'élevait à une vingtaine de mètres au-dessus de la chaussée, ressemblait à un signal de chemin de fer avec des bras agités pour indiquer l'arrêt. Il comprenait les feux rouges et verts familiers, éclairés par des lampes à gaz, mais pas par des lampes jaunes, et exigeait que les agents de police changent le feu manuellement à l'aide d'interrupteurs.[2]

À Londres, en 1868

La Reine Victoria en est au milieu de son règne, au croisement de deux rues, le premier feu de signalisation voit le jour. Il s'agit d'une lanterne à gaz rouge et verte, qu'un policier doit manœuvrer, ce qui n'est pas sans risque.

Ce feu de signalisation, destiné aux nombreux piétons, cavaliers et autres véhicules hippomobiles de l'époque, peut revendiquer le titre d'ancêtre du feu de circulation moderne.[3]



Figure I-2 Feu de circulation À Londres, en 1868[1]

À Cleveland, en 1914

C'est dans cette ville de l'Ohio qu'en 1914, que le premier feu de circulation bicolore électrique est installé.

On publiait dans le Cleveland Automobile Club en 1914 : « Ce système est, peut-être, destiné à révolutionner le trafic routier dans les villes et devraient être adoptés par les comités urbains ». (NDLR : traduction libre)[3]

Aux États-Unis, en 1923

L'inventeur Américain Garrett Morgan met au point un feu de circulation automatique.

Un écriteau « stop » arrêtait la circulation pendant un moment puis un écriteau « go » le remplaçait. L'aspect révolutionnaire de la chose, un moment tampon pendant lequel les véhicules s'immobilisaient complètement, réduisant ainsi le nombre d'accidents.[3]



Figure I-3 Feu de circulation Aux États-Unis, en 1923[1]

À Vienne, en 1968

Signée le 8 novembre 1968, la convention de Vienne a été conclue entre 35 pays cosignataires et prit effet en 6 juin 1978. Cette convention a établi les règles sur les feux de circulation à l'échelle internationale.

C'est pourquoi, bien que certains feux de circulation aient différentes formes dans certains pays, il reste que tout le monde encore aujourd'hui

S'arrête à un feu rouge, ralentit à un feu jaune et continue sa route à un feu vert.[3]

I.3 Les feux de circulation intelligent :

Les feux de circulation intelligents sont un système de contrôle du trafic automobile qui combine les feux de circulation traditionnels avec un ensemble de capteurs et d'intelligence artificielle pour diriger intelligemment la circulation des véhicules et des piétons

I.3.1 MÉTHODOLOGIE :

La méthodologie comporte essentiellement les étapes suivantes :

1. Acquisition d'images
2. Traitement des images
3. Mise en œuvre de l'algorithme

I.3.2 Acquisition et traitement d'images

L'appareil photo est utilisé pour acquérir des images des quatre routes. Après l'acquisition, un traitement d'image est effectué. Les images sont acquises en continu même lorsque la séquence actuelle des feux de signalisation est en cours d'exécution. Cependant la nouvelle séquence n'est mise en œuvre qu'après l'achèvement de la séquence en cours

I.3.3 Traitement d'image

Le traitement d'image comprend les étapes suivantes :

Amélioration d'images :

L'amélioration de l'image est le processus d'ajustement des images afin que les résultats sont plus adaptés à l'affichage ou une analyse.

L'image initiale est d'abord convertie en niveaux de gris.

La luminosité de l'image est alors améliorée, ce qui donne une valeur constante de 50. Cela ajoute une valeur constante à tous les pixels dans l'image, augmentant ainsi la luminosité globale de l'image. Ceci est fait afin de réduire le bruit dans l'image. Ce qui précède a été déduit en testant l'image avec différentes valeurs constantes et en observant le bruit dans l'image détectée par le bord

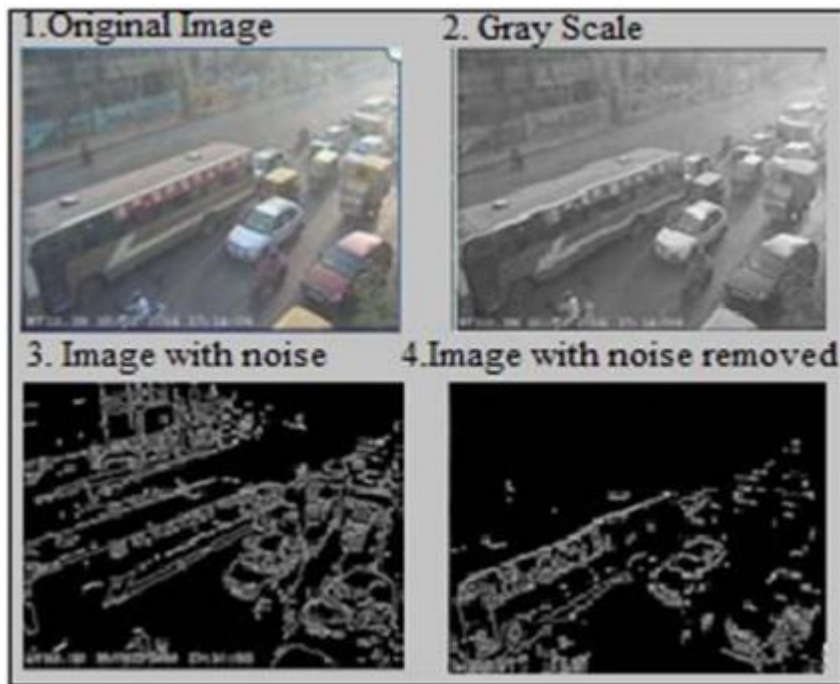


Figure I-4: Comparaison des images avec et sans amélioration[26]

Thresholding :

Se réfère à la transformation des images en niveaux de gris en images noir et blanc (binaire : blanc=1, noir=0).

L'objectif principal du seuillage est une réduction radicale de l'information afin de simplifier le traitement ultérieur.

Histogram Equalization :

L'égalisation de l'histogramme prend essentiellement l'histogramme d'une image et la normalise, c'est-à-dire qu'elle redistribue les valeurs d'une image pour linéariser l'histogramme accumulé.

L'égalisation de l'histogramme est un processus général utilisé pour améliorer le contraste des images en transformant ses intensités. On observe qu'un meilleur contraste facilite la détection dans l'image.



Figure I-5 Image après Thresholding et Histogram [26]

Détection des bords

Les bords caractérisent les frontières et constituent donc un problème d'une importance fondamentale dans le traitement de l'image.

La détection de contour réduit considérablement la quantité de donnée et filtre les informations inutiles, tout en préservant des propriétés structurelles importantes dans une image. Détection des contours se réfère au processus d'identification et de localisation des discontinuités dans une image. Les discontinuités sont abruptes les changements d'intensité des pixels qui caractérisent les limites des objets dans une scène

I.3.4 Mise en œuvre de l'algorithme

Après les valeurs de variation standard des images traitées sont acquises, les informations sur la densité du trafic sont organisées en fonction de la priorité et les routes sont attribuées valeurs correspondantes.

I.4 Conclusion :

Le nombre de véhicules sur la route a considérablement augmenté chaque année et continuera d'augmenter, de sorte que les feux de circulation doivent continuer à s'améliorer pour répondre à ces volumes de trafic plus élevés.

II. Chapitre 02 : les processus stochastiques et la théorie des files d'attentes

II.1 Introduction :

La modélisation stochastique est un domaine intéressant et stimulant de la probabilité et des statistiques, Le caractère aléatoire de l'évolution se montre par le fait que la répétition de l'expérience conduit à une autre séquence temporelle. Nos objectifs dans cette section sont d'expliquer ce que sont le processus stochastique et la théorie de la file d'attente, ce que l'on entend par la propriété de Markov, la distribution exponentielle, le processus de Poisson, le processus de naissance et de mort, et leurs applications dans la théorie de la file d'attente et de donner des exemples et discuter de certains des objectifs que nous pouvons avoir dans l'étude des processus aléatoires.

II.2 Les processus stochastiques

II.2.1 Définition :

Un processus aléatoire est un ensemble de phénomènes produits par hasard sur une période de temps. C'est un ensemble ou une famille de variables aléatoires $\{x_t, t \in T\}$

Identifié avec un espace de probabilité et paramétré avec un paramètre t

Les valeurs que prend la variable aléatoire x_t Les valeurs prises par une variable aléatoire sont appelées états et l'ensemble des valeurs possibles forme l'espace

- Si l'espace d'états du processus aléatoire est discret, il est appelé processus d'état discret, ou chaîne
- Si l'espace d'états du processus aléatoire est continu, on parle d'opération d'état continu

II.2.2 Classification des processus stochastiques :

Grâce à ce qui précède, nous pouvons classer les processus aléatoires en quatre types selon :

- L'espace d'états S
- L'indice t .
- La dépendance statistique entre les variables aléatoires pour différentes valeurs de l'indice t .

Tableau II-1 type des processus stochastique

	Suite discret dénombrable	Processus continu
L'espace d'états discrète dénombrable	Suite stochastique à espace d'états discrète x_t	Processus permanent à espace d'états discrète $x_t(t)$
L'espace d'états continu	Processus permanent à espace d'états continu	Processus permanent à espace d'états continu

II.2.3 Chaîne de Markov ;

Les processus de Markov sont considérés comme un cas particulier de processus stochastiques, car ils sont considérés comme un outil important de recherche opérationnelle dans la modélisation de phénomènes aléatoires, Lors de l'étude du phénomène des files d'attente les processus $\{x_t, t \in T\}$ par lesquels nous pouvons décrire l'état du système dans une période de temps t C'est une expression des processus de Markov avec un temps continu et un espace d'états discontinu Qui se caractérise par les caractéristiques suivantes:

- L'intervalle temporel doit être continu c'est-à-dire, $t \in [0, \infty[$.
- Le processus $\{x_t, t \in T\}$ appartient à un espace d'états discret.
- Le processus aléatoire doit remplir la propriété Markov Ce qui signifie que la probabilité de transition du système de l'état i vers l'état j ne dépend pas de l'état précédent

$$P \{X_{t+1} = j / X_0 = a, X_1 = b, \dots, X_t = i\} = P \{X_{t+1} = j / X_t = i\}$$

- Le processus doit être homogène pendant la période d'étude, c'est-à-dire la possibilité de transition depuis l'état i vers l'état j est indépendante du temps

$$P \{X_{t+1} = j / X_t = i\}$$

Chaîne de Markov homogène

On peut dire qu'une chaîne de Markov est homogène si les probabilités de transition sont indépendantes du temps t , c'est-à-dire qu'il existe des constantes $P_{i,j}$ telles que

$$P_{i,j} = pr[X_t = j / X_{t-1} = i]$$

Remarque : Nous supposons que les chaînes de Markov sont homogènes sauf indication contraire

Matrice stochastique :

On peut dire que matrice P est stochastique si elle est carrée et que toutes les possibilités de transition sont constantes et indépendantes du temps et remplissent les conditions suivantes :

- $P_{i,j} \geq 0$
- $\sum_{j=1}^n P_{i,j} = 1, \text{ pour tout } i$

La représentation graphique d'une chaîne de Markov :

Les chaînes de Markov peuvent être représentées graphiquement sous la forme d'un graphe orienté ayant pour sommet les points et pour arêtes les couples orientés. Nous associons alors à chaque composant un arc orienté et sa probabilité de transition

Exemple :

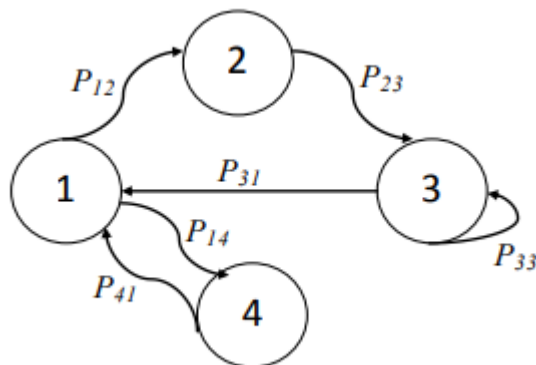


Figure II-1 : une représentation graphique d'une chaîne de Markov

Dans cet exemple, les transitions sont indiquées par les flèches,

Alors on écrit la matrice de transition

$$P_{i,j} = \begin{pmatrix} P_{1,1} & P_{1,2} & P_{1,3} & P_{1,4} \\ P_{2,1} & P_{2,2} & P_{2,3} & P_{2,4} \\ P_{3,1} & P_{3,2} & P_{3,3} & P_{3,4} \\ P_{4,1} & P_{4,2} & P_{4,3} & P_{4,4} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & P_{1,2} & 0 & P_{1,4} \\ 0 & 0 & P_{2,3} & 0 \\ P_{3,1} & 0 & P_{3,3} & 0 \\ P_{4,1} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Les probabilités d'états pour une chaîne de Markov:

Après la représentation graphique d'une chaîne de Markov nous nous intéressons maintenant au calcul des probabilités d'états. Désignons par $P(n)$ le vecteur stochastique défini par $P(X_n = j), j = 1, 2, 3, \dots$. Ainsi $P(0)$ sera la distribution initiale,

Alors on peut déduire que :

$$P(n) = P(n-1)[P_{i,j}]$$

De même, on peut écrire :

$$P(n-1) = P(n-2)[P_{i,j}]$$

Et ainsi de suite jusqu'à :

$$P(2) = P(1)[P_{i,j}]$$

Et

$$P(1) = P(0)[P_{i,j}]$$

En substituant $P(1)$ par sa valeur, dans $P(2)$, $P(2)$ dans $P(3)$...etc, on pourra donc écrire :

$$P(n) = P(0)[P_{i,j}]^n$$

Ce qui signifie que l'état du système après la $n^{\text{ème}}$ transition ne dépend que de la distribution initiale et de la matrice de transition

■ Définition des états possible dans une chaîne de Markov :

- 1) **Etat accessible** : Si on a les deux états i et k et qu'on peut aller de i à j ou vice versa dans ce cas on peut dire que l'état est accessible
- 2) **Etat récurrent** : On peut dire d'un cas qu'il bénéficie Etat récurrent, ou qu'il revient si et si seulement. Le processus stochastique quitte (déplacé) de l'état (i) et finira par revenir à l'état (i).
- 3) **État transitoire** : L'état (i) est appelé comme ayant un état transitoire. Cela signifie la probabilité de démarrer à partir de l'état (i) et confirme qu'il est possible que le processus aléatoire ne revienne pas à l'état (i).
- 4) **États périodiques** : Les états périodiques sont des états qui la probabilité de passage de i à i en n transitions est nulle

II.2.4 Processus de naissance et de mort

■ Processus de naissance :

Ce type d'opération a été utilisé pour la première fois dans les années 1940 par (Lundberg) [23]

C'était dans l'une de ses études liées aux statistiques des accidents de la circulation, et à l'heure actuelle, il est devenu largement utilisé, en particulier dans le domaine de la recherche opérationnelle, où il peut être appliqué afin de modéliser l'arrivée de clients ou d'unités dans la file d'attente pour n'importe quel système.

Nous parlons des opérations d'accès aléatoire pour les unités ou les clients pour tout système qui réalise une fonctionnalité d'un processus de Markov que c'est un processus de naissance si ces processus ont lieu dans une distribution de probabilité. Lorsque la probabilité de transition du système d'un état à un autre se situe entre t et Δt

$$\begin{cases} p_{i,i+1}(\Delta t) = \lambda_i \Delta t + o(\Delta t) \\ p_{i,i}(\Delta t) = 1 - \lambda_i \Delta t + o(\Delta t) \end{cases}$$

Remarque :

Dans ce cas, nous supposons que pas plus d'une unité ou d'un client a accès au système pendant la période Δt , Autrement dit, la possibilité que plus d'une unité arrive dans un court laps de temps Δt égale $0(\Delta t)$, Il faut également considérer qu'aucune unité n'a quitté le système pendant la même période.

Nous pouvons représenter les processus de transitions du système d'un état à un autre par la figure suivante.

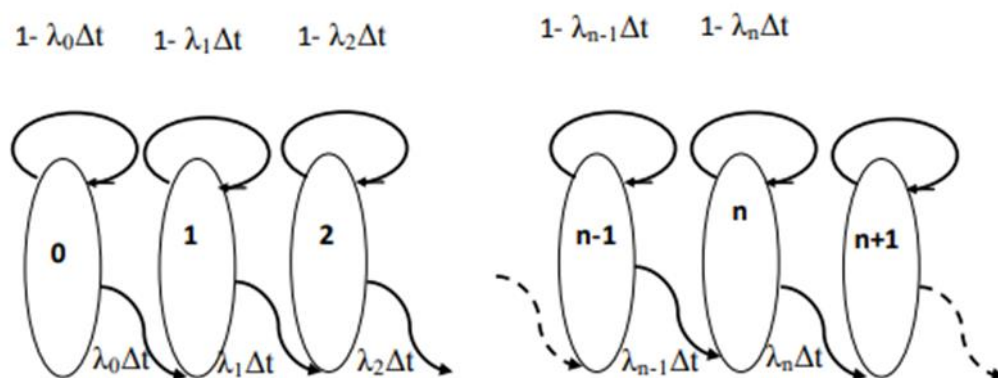


Figure II-2 processus de naissance

D'après la figure, on remarque que le système démarre la transition à partir de l'état $n = 1$, Afin de déterminer les probabilités de passer d'un état à un autre, il est nécessaire de connaître l'état qui le précède, et donc la probabilité qu'aucune unité ne soit présente dans le système à l'instant $0 = t$ égale $p_0(0) = 1$ De même, la probabilité d'avoir n unités dans le système Au même moment $t = 0$ égale $p_n(0) = 0$ Pour $n \geq 1$, Par exemple, pour que le système soit dans l'état n au moment i , il y a deux états:

Premier cas : Le système est dans l'état $n - 1$ à l'instant $i - 1$ avec probabilité $p_{n-1}(i - 1)$ Avec l'arrivée d'une nouvelle unité dans la période Δt Avec probabilité $\lambda_{n-1} \Delta t$.

Deuxième cas : Le système est dans l'état $n - 1$ à l'instant $i - 1$ avec probabilité $p_{n-1}(i - 1)$ Avec qu'aucune nouvelle unité dans la période Δt Avec probabilité $\lambda_{n-1} \Delta t$.

Afin de déterminer les équations de l'évolution du système des processus de naissance au cours de la période $[0, t]$ Toutes les possibilités de transition doivent être présentées dans

une matrice carrée M On l'appelle la matrice de transition, et l'une de ses caractéristiques est que tous les éléments de cette matrice sont positifs ou inexistant, et la somme des éléments de chacune des lignes de cette matrice est égale 1, et c'est ce qu'on appelle la matrice stochastique.[24]

II.2.4.1.1 La matrice de transition pour un processus de naissance :

$$M = [P_{ij}(\Delta t)]$$

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \lambda_0 \Delta t & \lambda_k \Delta t & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 - \lambda_1 \Delta t & \lambda_k \Delta t & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 - \lambda_2 \Delta t & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 - \lambda_{n-1} \Delta t & \lambda_{n-1} \Delta t & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 1 - \lambda_n \Delta t & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Grâce à la matrice de transition, nous pouvons déduire les probabilités d'évolution du système dans le temps.

Les possibilités sont les suivantes :

$$P_0(t + \Delta t) = P_0(t). (1 - \lambda_0 \Delta t)$$

$$P_1(t + \Delta t) = P_1(t). (1 - \lambda_1 \Delta t) + P_0(t). (\lambda_0 \Delta t)$$

⋮

⋮

⋮

$$P_n(t + \Delta t) = P_n(t). (1 - \lambda_n \Delta t) + P_{n-1}(t). (\lambda_{n-1} \Delta t)$$

En général, quel que soit n

$$\frac{(P_n(t + \Delta t) - P_n(t))}{\Delta t} = \lambda_{n-1} P_{n-1}(t) - \lambda_n P_n(t)$$

Si Δt tend vers 0 alors Les futures équations du système sont les suivantes :

$$P'_n(t) = \lambda_{n-1}P_{n-1}(t) - \lambda_n P_n(t) (n \geq 1)$$

$$P'_0(t) = \lambda_0 P_0(t)$$

Si on suppose qu'au début le système était vide, alors :

$$P_0(0) = 1$$

$$\text{Et } \forall n \geq 1$$

$$P_n(0) = 0$$

II.2.4.1.2 Processus de naissance et de mort :

Les processus de naissance et de mort sont parmi les techniques les plus importantes utilisées dans l'étude des systèmes de file d'attente Et sa modélisation qui combine les processus de naissance (arrivée) et de mort (départ), la plupart des modèles de file d'attente supposent que l'arrivée et le départ des unités vers le système se font selon les opérations dites de naissance et de mort.

On dit d'une opération aléatoire $\{x_t, t \in T\}$ avec un temps continu et un espace d'états discontinus qu'il est processus de naissance et de mort si le processus est homogène, ainsi que la transition du processus de tout état ne peuvent avoir lieu que dans des cas voisins.

Afin d'analyser les processus de naissance et de mort, les hypothèses de base suivantes doivent être prises en considération.[25]

- **La première hypothèse :**

Un processus ne peut être transféré vers des états voisins que si le processus est à l'état E_i Au moment t elle ne peut pas être transmis à l'instant $t + \Delta t$ Sauf le cas E_{i+1} Cette transition s'appelle la naissance ou l'arrivée et pour E_i cette transition s'appelle la mort

- **La deuxième hypothèse :**

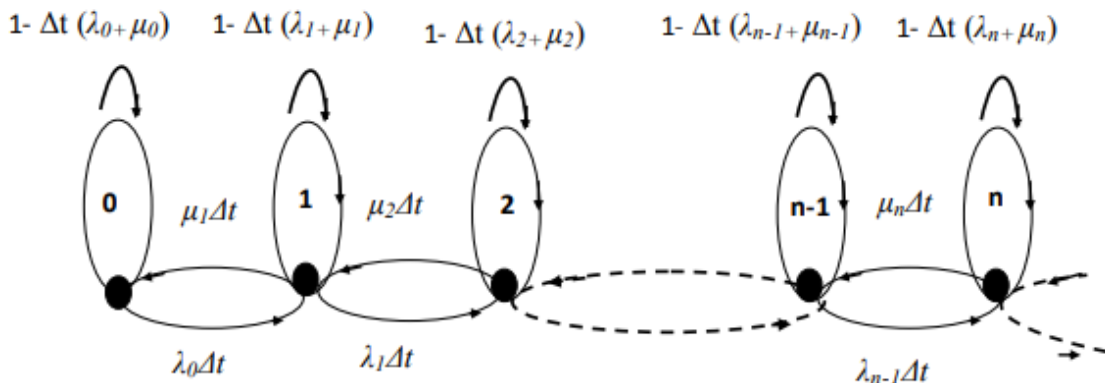
La transition du processus d'un état à un autre dépend de l'état précédent et ne dépend pas du temps

- **La troisième hypothèse :**

Les probabilités de passer d'un état à un autre est données par la formule suivante :

$$\begin{cases} p_{i,i+1}(\Delta t) = \lambda_i \Delta t + o(\Delta t) & i \geq 0 \\ p_{i,i-1}(\Delta t) = \mu_i \Delta t + o(\Delta t) & i \geq 1 \\ p_{i,i}(\Delta t) = 1 - (\lambda_i + \mu_i) \Delta t + o(\Delta t) & i \geq 0 \\ p_{i,j}(\Delta t) = o(\Delta t) |i - j| \geq 2 \end{cases}$$

La transition d'un processus d'un état à un autre peut être représentée par la figure suivante :



II.2.4.1.3 Matrice de transition

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \lambda_0 \Delta t & \lambda_0 \Delta t & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \mu_1 \Delta t & 1 - (\lambda_1 + \mu_1) \Delta t & \lambda_1 \Delta t & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & \mu_2 & 1 - (\lambda_2 + \mu_2) \Delta t & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 - (\lambda_{n-1} + \mu_{n-1}) \Delta t & \lambda_{n-1} \Delta t & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \mu_n \Delta t & 1 - (\lambda_n + \mu_n) \Delta t & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

II.2.4.1.4 Equation régissant l'évolution du système :

À travers la figure et à l'aide du système d'équations de Kolmogorov, nous pouvons déduire les équations qui régissent le modèle de transition du processus de naissance et de mort $\{x_t, t \in T\}$, en prenant la formule suivante :

$$\begin{aligned}
 p_0(t + \Delta t) &= (1 - \lambda_0 \Delta t)p_0(t) + \mu_1 p_1(t) \Delta t \\
 p_1(t + \Delta t) &= \lambda_n \Delta t p_0(t) + [1 - (\lambda_1 + \mu_1) \Delta t] p_1(t) + \mu_2 p_2(t) \Delta t \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\dots\dots\dots \\
 p_n(t + \Delta t) &= \lambda_{n-1} p_{n-1}(t) \Delta t + [1 - (\lambda_n + \mu_n) \Delta t] p_n(t) + \mu_{n+1} p_{n+1}(t) \Delta t
 \end{aligned}$$

Avec $n \geq 1$

II.2.4.1.5 Les équations différentielles :

$$\begin{aligned}
 p'_0(t) &= -\lambda_0 p_0(t) + \mu_1 p_1(t) \\
 p'_n(t) &= -\lambda_{n-1} p_{n-1}(t) - (\lambda_n + \mu_n) p_n(t) + \mu_{n+1} p_{n+1}(t)
 \end{aligned}$$

Lorsque le temps t devient infini ($t \rightarrow \infty$) le système est en équilibre (stabilité) et donc

Les équations précédentes deviennent les suivantes :

$$\begin{cases}
 \lambda_0 p_0 = \mu_1 p_1 & (n \geq 1) \\
 (\lambda_0 + \mu_n) p_n = \mu_{n+1} p_{n+1} + \lambda_{n-1} p_{n-1} & (n \geq 1) \\
 \lambda_n p_n = \mu_{n+1} p_{n+1} & (n \geq 0)
 \end{cases}$$

En Considérant

$$\lambda_0 > 0 :$$

$$\begin{aligned}
 p_n &= \frac{\lambda_0 \lambda_1 \lambda_2 \dots \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \dots \mu_n} p_0 \\
 p_0 &= \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \lambda_2 \dots \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \dots \dots \mu_n} \right)^{-1}
 \end{aligned}$$

Processus de Poisson :

Les processus de poisson sont considérés comme un cas particulier de processus de naissance, il est considéré comme le plus utilisé dans l'analyse des files d'attente. On dit d'un processus stochastique qu'il s'agit d'un processus de Poisson paramétré par λ que ($\lambda > 0$) et quelle que soit la taille de la population $\lambda_i = \lambda$, S'il est homogène, c'est méchant que le taux d'arrivée moyen λ est indépendant du temps, Le processus de regroupement en incréments indépendants [16]

Il existe trois hypothèses de base qui régissent les processus de poisson. Elles sont les suivantes [17]

- **La première hypothèse :**

La probabilité pour toute unité ou client d'atteindre le système dans un court laps de temps Δt Il ne dépend pas de la période initiale du domaine temporel $[t, t + \Delta t]$ mais uniquement de la période Δt

- **La deuxième hypothèse :**

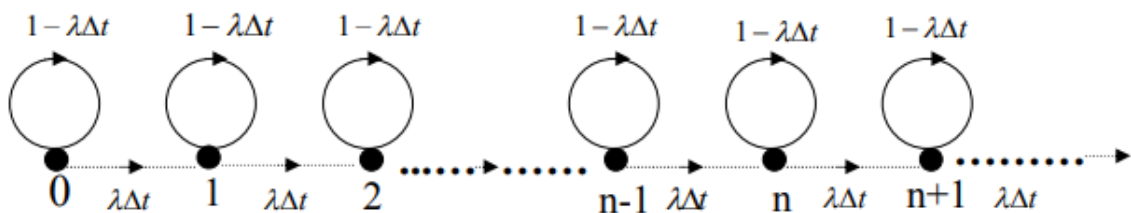
Les arrivées pendant deux périodes distinctes sont indépendantes l'une de l'autre

- **La troisième hypothèse :**

Considérant que pas plus d'une unité n'atteint le système dans un court laps de temps Δt Ainsi, toutes les probabilités d'arrivée de plus d'une unité pendant la période Δt doivent être négligées Mathématiquement [18] :

$$P_k(\Delta t) \begin{cases} 0\Delta t & (K > 1) \\ \lambda\Delta t + 0(\Delta t) & (K = 1) \\ 1 - \lambda\Delta t & (K = 0) \end{cases}$$

Nous pouvons représenter la transmission du processus de Poisson qui répond aux hypothèses précédentes dans la figure ci-dessous.



II.2.4.2.1 La matrice de transition :

$$M = \begin{pmatrix} 1 - \lambda\Delta t & \lambda\Delta t & 0 & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 1 - \lambda\Delta t & \lambda\Delta t & \dots & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 - \lambda\Delta t & \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 - \lambda\Delta t & \lambda\Delta t & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 1 - \lambda\Delta t & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Application de la loi du transfert de probabilité $P(t + \Delta t) = P(t). M$ Nous obtenons les équations suivantes :

$$\begin{cases} P'_0(t) = -\lambda.P_0(t) \forall n \geq 1 \\ P'_n(t) = \lambda.P_{n-1}(t) - \lambda.P_n(t) \end{cases}$$

Le système d'équations différentielles obtenu est appelé les équations de Kolmogorov. Comme solution pour régresser ces équations nous donne la formule générale suivante.

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}$$

Avec condition :

$$\begin{cases} P_0(0) = 1 \\ P_n(0) = 0 \end{cases} \forall n \geq 1$$

La formule obtenue est la loi de distribution de Poisson, qui détermine la probabilité d'un accident n pendant la période $[0,t[$

Error! Reference source not found. Loi exponentielle:

La distribution exponentielle fait partie des distributions de probabilité continue Ce qui est d'une grande importance dans l'étude de divers processus et variables aléatoires continus, Cette distribution est également l'une des plus importantes Particulièrement utilisé

dans les files d'attente, à travers lesquelles nous pouvons modéliser les temps de service et qui se distinguent Par le changement et l'instabilité.

Si X est une variable aléatoire continue qui est un événement d'une certaine période de temps, alors où est sa valeur dans l'intervalle $[0, +\infty[$, on Disant que la variable aléatoire X suit une distribution exponentielle de paramètre λ ,Si sa fonction de densité de probabilité est la suivante

$$f(t) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda t} & \text{si } t \geq 0 \\ 0 & \text{si } t < 0 \end{cases}$$

En outre, la fonction de distribution de probabilité de la variable aléatoire qui suit la distribution exponentielle.

Alors sa fonction de répartition est donnée comme la formule suivante. :

$$F(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) \cdot dx = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 0 \\ 1 - e^{-\lambda t} & \text{si } t \geq 0 \end{cases}$$

Quant aux valeurs distinctes de la distribution exponentielle, représentées par l'espérance mathématique, la variance et l'écart type, elles sont les suivantes :

L'espérance : $E(t) = 1/\lambda$

La variance $\sigma^2 = 1/\lambda^2$

L'écart type : $\sigma = 1/\lambda$

II.3 Définition :

La théorie des files d'attente est l'une des méthodes de recherche opérationnelle, où elle s'intéresse à l'analyse mathématique des situations dans lesquelles se forment des files d'attente afin de trouver une solution appropriée à leur égard. [8]

L'origine de l'idée de cette théorie remonte à l'ingénieur danois (Erlang.K) en 1909, alors qu'il était initialement préoccupé par le problème de la congestion des appels téléphoniques, cherchant à établir un système selon lequel le suivi de ces appels serait

organisé sans accumulation ni attente. Erlang a travaillé sur le calcul du délai pour un travailleur dans l'échange pendant les périodes où il y avait beaucoup d'appels téléphoniques, puis il a fait circuler l'étude et ses résultats à un certain nombre de travailleurs, et le travail a continué d'estimer le mouvement des appels téléphoniques après cela sur la base établie par ce scientifique.[8]

Après la Seconde Guerre mondiale, l'utilisation de cette méthode s'est étendue à tous les domaines militaires, sociaux et économiques, car elle est devenue la préoccupation de nombreuses institutions de service et de production qui souffrent du problème de l'attente et de l'accumulation d'unités en demande de service afin de les réduire au minimum.

Il est à noter que la théorie de la file d'attente n'est pas considérée comme une méthode de recherche d'une solution idéale, mais plutôt comme un outil analytique qui s'appuie sur des probabilités et l'étude de processus aléatoires afin de permettre au décideur d'obtenir des informations importantes qui l'aident à comprendre le problème et à trouver la meilleure solution.[8]

II.3.1 Les Applications de théorie des files d'attente :

Le modèle de file d'attente est largement utilisé dans le domaine industriel pour atténuer les problèmes d'attente liés à certaines tâches et activités au niveau de ces institutions, Il est utilisé en cas de panne de plusieurs machines à des moments différents et forment ainsi des files d'attente, Par conséquent, il aide à analyser les performances et à prendre la bonne décision en déterminant le nombre approprié de techniciens de maintenance et de réparation au coût le plus bas possible.

II.3.2 Les éléments de base du système de file d'attente :

Nous pouvons exprimer en termes généraux les systèmes de file d'attente à travers la figure suivante, qui montre les éléments de base qui composent tout système, et ces éléments sont :

- L'arrivée des clients
- File d'attente
- Un ou plusieurs centres de service
- Départ des clients

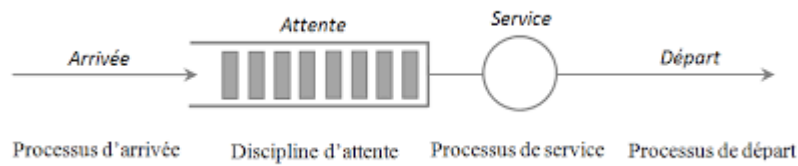


Figure II-3 Représentation d'une File d'attente [5]

Il y a une note importante, à savoir que le concept de client dans les files d'attente fait référence à toutes les unités, qu'il s'agisse de voitures, d'équipements, de pièces, de stocks, de machines ou d'un groupe de personnes attendant leur tour pour recevoir un service.

➤ **L'arrivée des clients :**

Il indique le flux d'unités ou d'individus demandant le service vers le système ou l'arrivée se fait sous forme de périodes régulières ou aléatoires (irrégulières).

Exemple :

- L'arrivée des clients dans le centre commercial
- Les voitures circulent devant un feu tricolore (la situation que nous étudions dans notre système)

➤ **File d'attente :**

Le nombre d'unités en attente de leur tour pour recevoir le service représente, et la file d'attente peut également être limitée ou illimitée.

➤ **Centres de service :**

Ce sont le ou les serveurs qui fournissent le service aux unités qui composent la file d'attente, pendant des périodes de temps fixes ou aléatoires.

➤ **Départ des clients :**

Lorsque les unités reçoivent le service avec les spécifications requises, ce qui leur reste par la suite est de quitter le système et de laisser une place aux unités qui attendent leur tour dans la file d'attente.

II.3.3 Cas de file d'attente :

Les cas traités par la théorie de la file d'attente sont caractérisés par la présence de client affluent vers les centres de services pour obtenir des services spécifiques, et parmi les nombreux exemples qui se distinguent par la présence de files d'attente,[7] on peut citer :

- Voitures et véhicules en attente devant un feu tricolore
- Voitures et véhicules en attente dans les stations de distribution de carburant.
- Patients en attente à la clinique médicale.
- Étudiants en attente à la cantine universitaire

Le principal problème dans de telles situations est la panne ou l'arrêt, ce qui entraîne souvent un coût élevé. L'attente des machines entraîne une diminution de leur productivité, L'attente des navires dans le port entraîne le paiement de surestaries, L'attente des citoyens empêche d'accomplir son devoir. Par conséquent, la théorie des files d'attente vise à réduire les temps d'attente au minimum

À cet égard, on peut distinguer trois cas :

1. Première : Temps de service $<$ temps d'arrivée des unités \Rightarrow file d'attente apparaît
2. Deuxième : Temps de service $>$ temps d'arrivée des unités \Rightarrow file d'attente non apparaît
3. Troisième : Temps de service = temps d'arrivée des unités \Rightarrow état d'équilibre, qui est l'état cible.

II.3.4 Caractéristiques des modèles de file d'attente :

Tout modèle de file d'attente a un ensemble de caractéristiques qui le distinguent les uns des autres, et ces caractéristiques sont les suivantes :

■ Le processus d'arrivée :

Qu'entend-on par les schémas qualitatifs d'accès sur la base desquels les clients sont accédés au système, où le temps entre l'arrivée d'un client et un autre est soumis indépendamment les uns des autres, car les opérations d'arrivée dans une certaine période de temps ne dépendent pas de l'heure à laquelle l'arrivée est effectuée, mais de l'intervalle entre les opérations d'arrivée, Cette

période peut être constante ou être une variable aléatoire avec une distribution de probabilité connue. [12]

En général, les modèles d'accès des clients peuvent être divisés comme suit :

- **Méthode organisée** : comme dans le cas des lignes de production dans les usines, où des périodes de temps égales sont connues entre chaque pièce
- **Méthode aléatoire** : C'est le cas le plus important en raison de l'arrivée irrégulière des clients, ce qui conduit à l'émergence du problème d'attente. Dans la plupart des systèmes de mise en file d'attente, les unités sont arrivées de manière aléatoire et irrégulière, ce qui ne peut pas être prédéterminé, mais dont les probabilités sont connues, car elles sont soumises à des distributions de probabilité connues telles que la distribution de Poisson, la distribution exponentielle, la distribution (Erlang).

■ Le processus de service :

II.3.4.2.1 Temps de service

Il se réfère à la règle des clients quittant le système, et le temps de service représente la période entre deux services consécutifs, et cette période peut être fixe pour toutes les unités ou être variable, et il est clair que dans de nombreux cas, il est difficile de définir cette période avec certitude, car selon le type de service requis, il peut prendre des temps différents pour fournir. Pour les clients et ici apparaît le caractère aléatoire de la détermination des temps de service, qui nécessite de recourir à des distributions de probabilités pour les estimer.

II.3.4.2.2 La discipline de la file :

C'est le modèle ou la règle selon lequel le service est fourni aux clients, où nous pouvons distinguer deux cas, qui sont les cas réguliers dans la fourniture du service et les cas irréguliers :

- **Les états réguliers** : sont également divisés en deux types :
 - FCFS (First-Come-First-Served), ou FIFO : premier arrivé, premier servi, C'est la situation la plus courante dans la vie des affaires, comme c'est le cas

dans les entrepôts, les banques ..., où le premier client à accéder au système obtient le service et le suivant après et ainsi de suite.

- LCFS (Last-Come-First-Served), ou LIFO : le dernier arrivé, premier servi, Comme dans le processus de retrait des matériaux des entrepôts, contrairement à l'ordre dans lequel ces matériaux ont été stockés.

➤ **Cas irréguliers** : incluez les éléments suivants :

- FIRO(First-In-Random-Out) : Comme dans le cas des clients rassemblés devant le guichet.
- Par priorités : Dans ce cas, le service est fourni selon la préférence, à la suite de circonstances d'urgence exceptionnelles, comme c'est le cas dans la prestation de services dans l'intérêt de l'urgence au niveau de l'hôpital, où la règle d'attente s'applique en fonction de l'état de la maladie, et donc le service est fourni à ceux dont l'état de santé est d'abord dangereux, puis le moins dangereux, etc.

II.3.5 Nombre des serveurs :

La capacité de service dépend de la capacité de chaque serveur et du nombre de serveurs disponibles. Le terme « serveur » représente ici la ressource et, en général, on suppose qu'un serveur ne traite qu'un client à la fois. Les systèmes de files d'attente fonctionnent avec serveur unique ou serveurs multiples.[7]

■ **Systèmes de files d'attente avec un serveur unique :**

Dans ce type de système, les unités forment une file d'attente devant un centre de service (serveur) unique, et ce type est considéré comme l'un des types les plus courants dans le domaine pratique, de sorte que le client ne peut obtenir le service que dans le cas où le client qui l'a accepté quitte le système. Quant à la prestation de service, le client Il obtient ce qu'il désire pendant une étape, comme le montre la figure suivante.

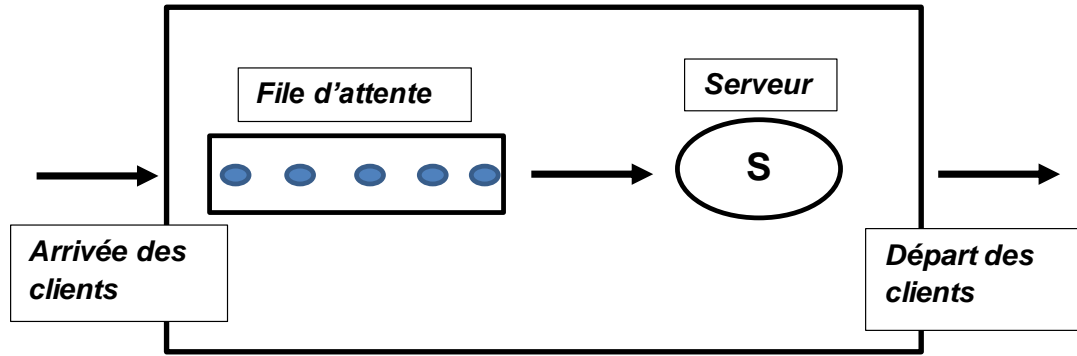


Figure II-4: Système de file d'attente avec un serveur unique[7]

■ Systèmes de files d'attente avec plusieurs serveurs :

Dans ce cas, il existe plusieurs centres de service avec une file d'attente, où le client peut recevoir le service dans n'importe quel centre en état d'attente, à condition que tous les centres fournissent les mêmes services.

- **Système de files d'attente avec plusieurs serveurs en parallèles :**

Dans ce cas, il existe plusieurs centres de service avec une file d'attente, où le client peut recevoir le service dans n'importe quel centre en état d'attente, à condition que tous les centres fournissent les mêmes services.[12]

Si $n=S$ la file commence à se constituer et tout client qui arrive doit rejoindre la file.

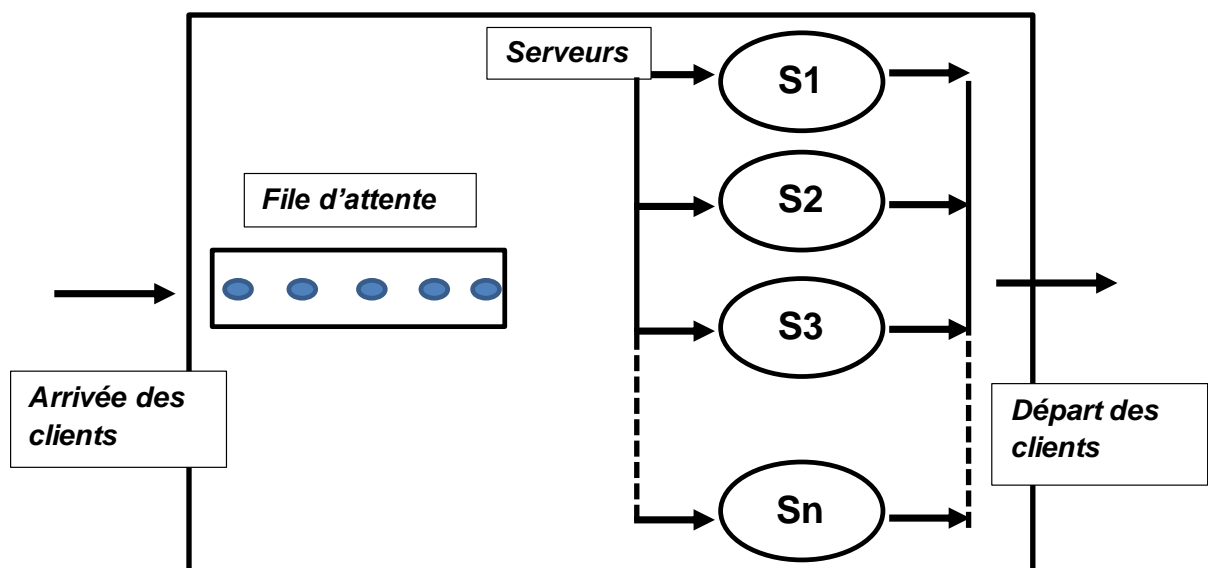


Figure II-5 Système de file d'attente à serveurs parallèles[12]

II.3.5.2.1 Système de files d'attente avec plusieurs serveurs en série :

Dans ce type de système, le service est fourni aux clients via un centre de service qui comprend plusieurs étapes successives pour compléter le service requis, comme illustré dans la figure suivante :

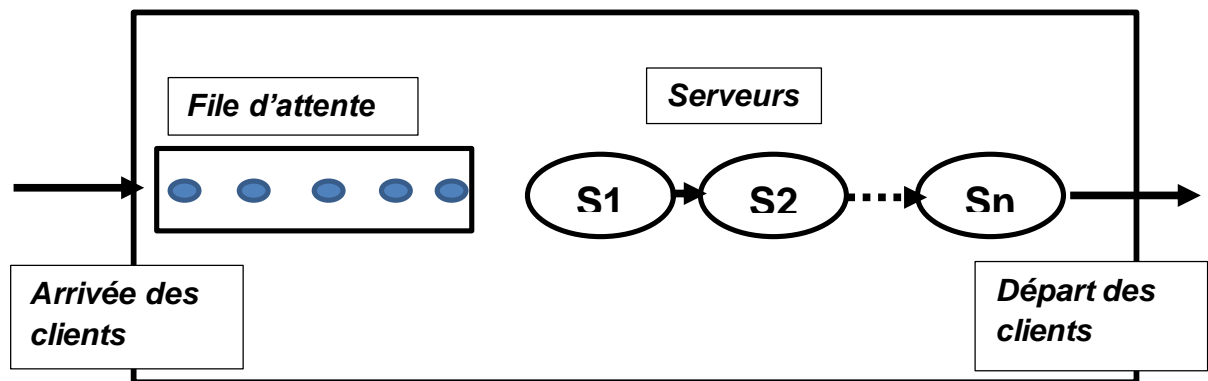


Figure II-6: Système de file d'attente à S serveurs en série[12]

II.3.6 Caractéristiques d'un système de files d'attente :

Des chercheurs spécialisés dans le domaine de la théorie des files d'attente ont pu construire des modèles mathématiques qui visent à étudier le comportement des systèmes de files d'attente et à trouver leurs caractéristiques et à évaluer les performances de ces derniers. Les modèles mathématiques des systèmes de mise en file d'attente sont basés sur des paramètres de base qui décrivent les caractéristiques de ces systèmes liées aux heures d'arrivée, aux temps de service, au système de mise en file d'attente, à la capacité et à la puissance de la source de production pour les unités demandant le service. Merci au mathématicien britannique Kendall en 1951 pour avoir décrit les paramètres des modèles de files d'attente, lorsqu'il a classé les modèles de files d'attente sous forme de $A/B/C$. En 1966, le scientifique (Lee.M.A) a ajouté les deux symboles D/E à la notation développée par Kendall, et les modèles de file d'attente ont été classés comme $A/B/C/D/E$. Après cela, le symbole (f) a été ajouté pour indiquer la capacité des unités sources, et depuis lors, les modèles de file d'attente ont été classés comme $A/B/C/D/E/F$. [8]

- A : représente le processus d'arrivée,
- B : représente le processus de service,
- C : représente le nombre de serveurs parallèles,
- D : représente la discipline de la file d'attente,
- E : représente la capacité du système,
- F : représente la taille de la population.

Les deux notations (a/b) peuvent prendre les formes suivantes :

M : signifie que les heures d'arrivée sont suivies au hasard par la distribution de Poisson, ainsi que les heures de prestation de service sont aléatoires et suivent la distribution exponentielle.

D: signifie que les heures d'arrivée et les heures de prestation du service sont fixes et spécifiques.

Ek : signifie que les intervalles entre l'arrivée des unités sollicitant le service ou les heures de prestation du service sont soumis à la distribution d'Erlang

GI : Cela indique que les heures d'arrivée des unités au système sont soumises à une autre loi de distribution.

G : indique que les performances du service sont soumises à une autre loi de distribution de probabilité.

II.3.7 Mesures de performance :

Lors de l'étude des systèmes de files d'attente, il existe plusieurs indicateurs qui décrivent le comportement du système étudié pendant une certaine période de temps, et grâce à ces indicateurs, il est possible de juger de l'état du système. [21]

n : Il représente le nombre d'unités (clients) dans le système.

$P(n)$: probabilité de n unités dans le système lorsque le système est stable.

λ : Le nombre moyen d'unités arrivant dans une période de temps.

μ : Nombre moyen d'unités desservies dans une unité de temps.

ρ :Le facteur d'utilisation (la probabilité que le fournisseur de services soit occupé)et est égal au rapport entre le taux d'accès et le taux de prestation de services.

L_s : Le nombre prévu d'unités dans le système.

L_q : Le nombre prévu d'unités dans la file d'attente.

W_s : Le temps prévu par unité dans le système.

W_q : Le temps prévu pour une unité dans la file d'attente.

Le processus de recherche de la formule qui exprime la probabilité de la présence de n unités dans le système est l'un des processus les plus importants de l'étude mathématique des systèmes de files d'attente et dépend principalement de la théorie des probabilités et des opérations P_n aléatoires (processus de naissance et de mort), et après avoir trouvé, il est facile de trouver le reste des indicateurs. [13], puis :

$$L_s = \sum_{n=0}^{\infty} nP_n$$

$$L_q = \sum_{n=0}^{\infty} (n - c)P_n$$

Où c est le nombre de centres de services.

II.3.8 Le rôle de la distribution de Poisson et exponentielle dans la théorie des files d'attente :

Dans la plupart des systèmes de mise en file d'attente, les unités arrivent de manière aléatoire et irrégulière et ne peuvent pas être déterminées à l'avance. Cependant, les probabilités peuvent être trouvées sur la base de distributions de probabilité telles que la distribution de Poisson, la distribution exponentielle, la distribution d'Erlang. Les statisticiens utilisent généralement dans la construction de modèles mathématiques pour les systèmes de mise en file d'attente la distribution de Poisson pour étudier les heures d'arrivée des unités dans le système, et pour pouvoir mettre en œuvre cette distribution, nous devons supposer que la probabilité d'atteindre une unité pendant une certaine période de temps est la même que la probabilité d'atteindre une autre unité pendant la même période. Autrement dit, la probabilité d'arrivée pendant une certaine période ne dépend pas de l'heure à laquelle l'arrivée est effectuée, mais de l'intervalle de temps entre les processus d'arrivée, et cela signifie que le phénomène est homogène dans le temps, en

plus de cela, les opérations d'arrivée pendant une certaine période de temps doivent représenter des événements statistiquement indépendants, et cela signifie que Le phénomène est statistiquement indépendant. La réalisation des deux conditions d'indépendance et d'homogénéité du phénomène conduit à dire que le système est stable. Quant à l'étude de la distribution des temps de service lorsque la période de performance du service est caractérisée par l'aléatoire, elle utilise l'une des distributions de probabilité connues et utilise généralement la distribution exponentielle, car on suppose, lors de l'utilisation de cette distribution, que les temps de prestation de service sont indépendants les uns des autres et n'ont aucun rapport avec les accidents passés et donc le processus de départ pour les clients a une caractéristique Amnésie.

Remarque : Quel que soit le système de file d'attente considéré, lorsque l'intervalle de temps entre l'arrivée des unités dans le système ou entre les unités sortant après avoir reçu le service est soumis à une distribution exponentielle avec prédiction $\frac{1}{\lambda}$ ou $\frac{1}{\mu}$ Ensuite, le nombre d'unités entrant dans le système ou le nombre d'unités quittant le système est soumis à une distribution de Poisson avec prédiction λ ou μ , et vice versa. (Pour plus de détails sur ce résultat, voir (Taha hamady, operationsresearch-an introduction-, 1992) Sur la base de ce résultat, nous notons que la distribution de Poisson joue un rôle important dans l'étude de nombreux cas de systèmes de mise en file d'attente dans des applications pratiques. Afin de déterminer la qualité de la distribution à laquelle sont soumises les opérations d'accès et les délais de prestation de service, nous nous appuyons sur des méthodes statistiques permettant de tester certaines hypothèses liées aux données produites par le suivi du système étudié. Le test χ^2 (Loi du χ^2) est le meilleur moyen de tester des hypothèses statistiques pour déterminer la qualité d'une distribution .[12]

II.3.9 Loi de Little :[22]

Dans la plupart des systèmes de mise en file d'attente, il existe une relation solide entre le nombre prévu d'unités dans le système L_s et le temps prévu W_s , et le nombre prévu d'unités dans la file d'attente L_q et le temps prévu W_q . Cette relation s'appelle la loi de Little, car en connaissant l'un des indicateurs, l'autre peut être calculé. Les unités λ sont connues alors

$$L_s = \lambda W_s$$

$$L_q = \lambda W_q$$

Dans le cas où la capacité du système est limitée (file d'attente limitée), il y a l'impossibilité d'effectuer le service pour toutes les unités, et donc les unités qui arrivent au système lorsque ce dernier est saturé ne sont pas autorisées à entrer.

Pour calculer les valeurs de L_s et L_q , la valeur réelle de λ_{ef} doit être prise en compte, et ainsi la relation précédente devient :

$$L_s = \lambda_{ef} W_s$$

$$L_q = \lambda_{ef} W_q$$

En général, nous pouvons trouver la relation qui relie λ_{ef} à la fois L_s et L_q

$$\lambda_{ef} = \mu(L_s - L_q)$$

II.3.10 File d'attente M/M/1 : [13],[7]

Ce modèle décrit les systèmes de mise en file d'attente qui sont caractérisés par l'accès des clients au système selon la distribution de Poisson avec un taux λ et le temps de prestation du service soumis à la distribution exponentielle du taux μ , où le service est fourni aux clients via un centre de service unique et sur la base de la première arrivée est celui à qui le service est fourni en premier. Le système est sans fin et la source de la commande client est illimitée.

En étudiant la stabilité des systèmes de mise en file d'attente, il est nécessaire de rechercher la possibilité que le système soit occupé dans une certaine unité de temps ou le nombre moyen d'unités qui reçoivent un service dans une unité de temps donnée, ce que nous avons appelé le facteur d'utilisation où :

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

À partir de cette relation, le facteur d'utilisation ρ peut prendre trois états :

$\rho > 1$ Cela indique que le système est instable, car pour $t \rightarrow \infty$, la file d'attente contient un nombre infini d'unités ou de clients.

$\rho = 1$ Dans ce cas, il n'y a pas de file d'attente, et donc les unités qui arrivent au système sont fournies avec le service directement et sans attendre.

$\rho < 1$ Cela signifie que le système est dans un état stable, qui est l'état cible lors de l'étude et de l'analyse des systèmes de files d'attente

La probabilité que le système soit inactif (inoccupé) dans une certaine unité de temps indique qu'il n'y a pas d'unité dans le système pendant cette période et est donnée par la relation suivante:

$$P_0 = 1 - \rho$$

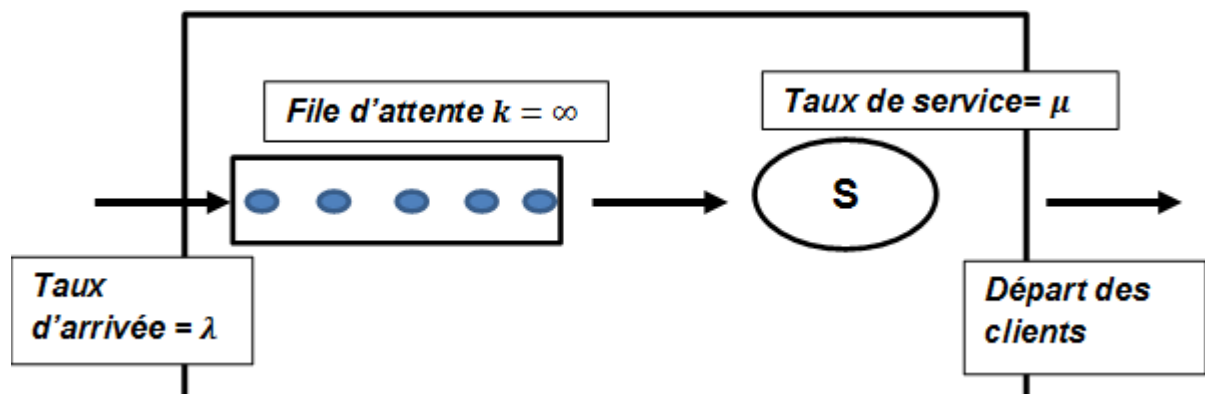


Figure II-7 Structure générale d'un système de file d'attente M/M/1[7]

■ Mesures de performance de la file M/M/1 :

Connaissant la valeur du facteur d'utilisation ρ , on peut déduire la probabilité que n unités soient présentes dans le système pendant une certaine période de temps et donc :

$$P_n = (1 - \rho)\rho^n = P_0\rho^n$$

Si nous obtenons la formule pour P_n , nous pouvons calculer le reste des indicateurs, et en conséquence le nombre moyen d'unités dans le système, qui indique le nombre d'unités attendu dans le centre de service en plus des unités attendues dans la file d'attente, est exprimé par la relation suivante :

$$L_s = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \frac{\rho}{1 - \rho}$$

Nombre moyen d'unités dans la file d'attente :

$$L_q = L_s - \frac{\lambda}{\mu} = \frac{\rho^2}{1 - \rho}$$

Le temps moyen de survie pour une unité de demandeurs de services dans le système est le temps prévu pour la survie d'une unité dans le système et est donné par la relation suivante :

$$W_s = \frac{L_s}{\lambda} = \frac{1}{\mu(1 - \rho)}$$

Le temps d'attente moyen est le temps attendu qu'une unité passera en file d'attente.

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{\rho}{\mu(1 - \rho)}$$

II.3.11 File d'attente M/M/C :

Ce modèle se caractérise par l'accès des unités au système en fonction de la distribution de Poisson, le taux d'arrivée chez vous λ , et les délais de livraison du service sont soumis à la distribution exponentielle à un taux de μ , et ce type de système contient S centre(s) pour fournir le service en parallèle, où la capacité de l'espace de stationnement et la source d'arrivée des clients sont illimitées. Fournir le service sur la base du premier arrivé est le premier à recevoir le service.[5]

La présence de S centres dans le système effectuant le même service signifie accélérer le processus de service S fois par rapport au cas d'un système à un canal. Si l'on prend en compte la présence de n unités ou clients dans le système, alors il y a deux cas :

- **Premier cas :** $n \leq S$ Dans ce cas, le nombre d'unités demandant le service est inférieur ou égal au nombre de canaux de prestation de services et il n'y a donc pas de cas d'attente pour les clients, par contre si $n < S$ est dans ce cas, le taux de

performance de service réel $n\mu$ est inférieur au taux de service théorique $S\mu$ et il y a donc des canaux inactifs. Rapporté des coûts indésirables supplémentaires

- **Deuxième cas:** $n > S$ Dans ce cas, le nombre d'unités qui atteignent le système est supérieur au nombre de centres de prestation de services, et donc le taux réel de prestation de services est égal à S , ce qui conduit à la formation de files d'attente pour les clients.

Grâce à l'étude analytique de ce modèle et en supposant que le système est stable, la formule mathématique de la probabilité d'avoir n dans le système dans une unité de temps donnée est la suivante :

$$P_n = \begin{cases} \left(\frac{\rho^n}{n!}\right) P_0 & \text{Si } 0 < n < S \\ \left(\frac{\rho^n}{S^{n-S} S!}\right) P_0 & \text{Si } n \geq S \end{cases}$$

Où : $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$

Pour calculer la valeur de P_0 , nous nous appuyons sur la formule $\sum_{n=0}^{\infty} P_n = 1$ et donc :

$$P_0 = \left[1 + \frac{\rho}{1!} + \frac{\rho^2}{2!} + \dots + \frac{\rho^{S-1}}{(S-1)!} \right]^{-1}$$

II.4 Conclusion:

Dans ce chapitre nous avons introduit les modèles mathématiques nécessaires pour l'étude du formalisme des files d'attente telles que : les chaîne de Markov, processus de Poisson, processus de naissance et de mort. Il est possible d'étudier ce formalisme de plusieurs manières, en le considérant soit comme une discipline abstraite de mathématique appliquées, soit comme un outil mathématique utile pour analyser ou évaluer le comportement d'un système d'attente

Puis nous avons parlé de la théorie des files d'attente, dont on peut dire qu'elle peut être utilisée dans tous les domaines. Et en ne mentionnant que deux types, cela ne signifie pas que ce sont tous les types existants, mais il existe plusieurs types et plusieurs formes de cette théorie

III. Chapitre 03 : l'utilisation de la théorie des files d'attente pour la gestion d'un feu tricolores

III.1 Introduction :

Dans ce chapitre, nous étudierons le système de files d'attente, où nous le divisons en deux étapes : Une étape de calcul dans laquelle nous définissons le schéma d'arrivée des voitures pour choisir le type de file d'attente.

Quant à la deuxième étape, ce sera un pratique

III.2 Présentation du système de file d'attente:

Le Système d'attente de carrefour contient un seul centre de service (un seul serveur), Quant au système de prestation de services, il est effectué sur la base du premier arrivé, premier servi (first in first out), source illimitée de clients recherchant un service.

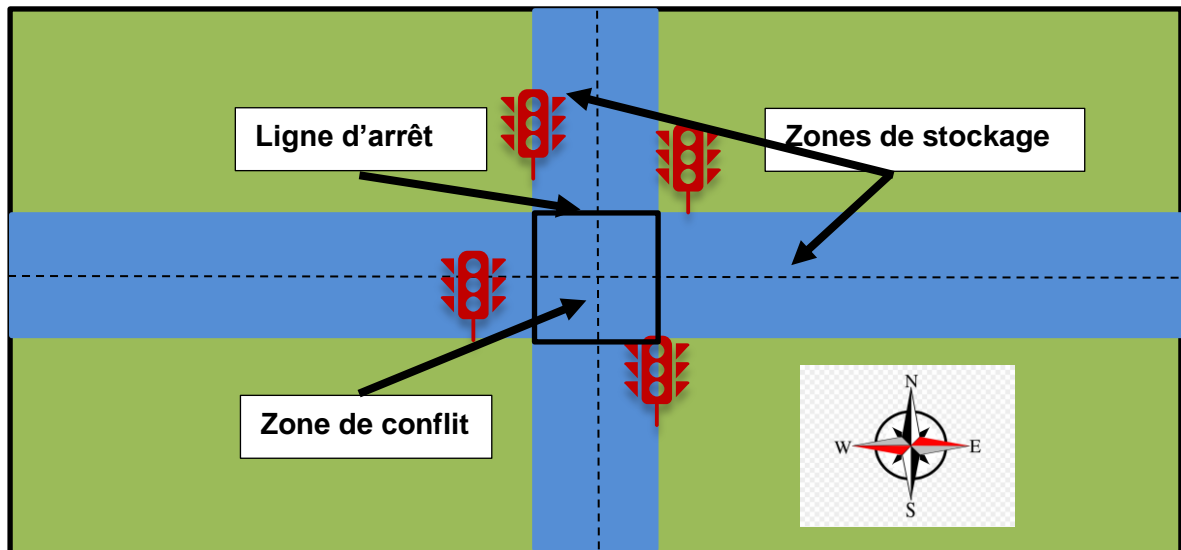


Figure III-1-intersection de feux de circulation[7]

Le système de file d'attente peut être représenté par la figure suivante :

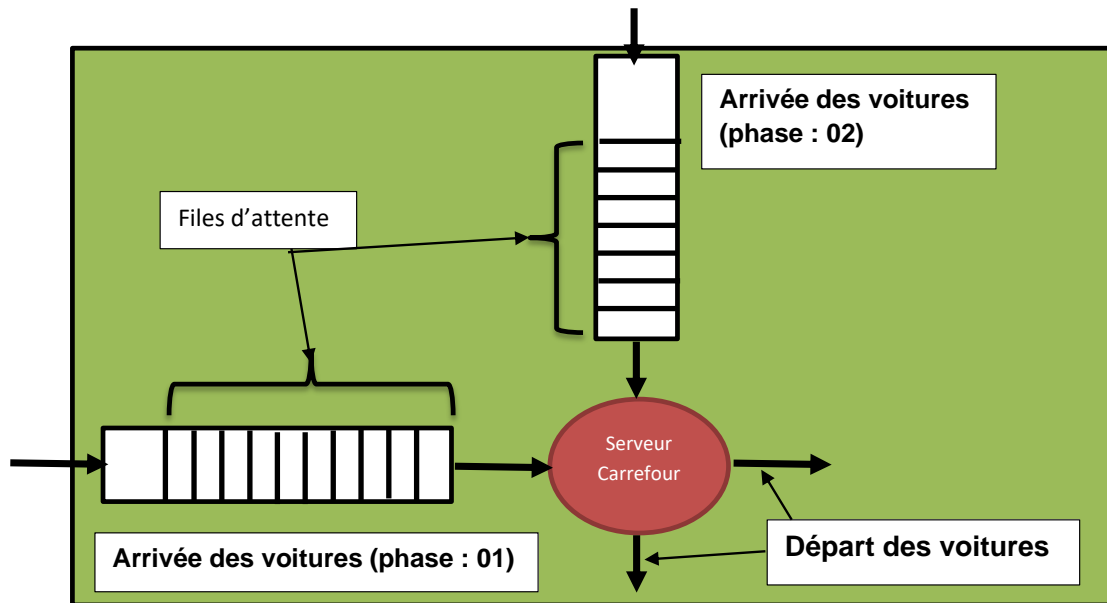


Figure III-2: modélisation du système par un réseau de files d'attente[7]

III.3 Déterminer le modèle d'accès client au système de file d'attente :

Afin de déterminer le schéma d'accès des clients au système, nous avons mené une étude statistique de terrain à un carrefour de la ville de Guerrara W-Ghardaia pendant une période de 10 jours, en mesurant le nombre d'arrivés des clients en cycle à raison de 10 cycles par jour.

Tableau III-1 Le nombre de fois où les voitures ont accédé au système

Jours Cycles	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	11	24	27	24	27	24	27	25	25	24
2	27	28	27	28	27	26	26	28	24	25
3	28	28	28	11	27	24	26	24	24	26
4	27	28	27	13	25	27	25	26	26	25
5	19	23	28	23	23	16	19	19	16	18
6	21	12	19	12	19	20	23	23	20	20
7	19	20	21	22	20	22	23	18	23	18
8	21	17	22	18	19	16	21	20	21	19
9	19	18	19	22	21	22	15	21	14	19
10	21	20	21	22	19	20	19	20	19	16

Où il nous a montré que l'accès des voitures au système de file d'attente se déroule de manière aléatoire et imprévisible, et que les événements sont indépendants les uns des autres, et les données obtenues étaient comme indiqué dans le tableau suivant :

Tableau III-2 La distribution des fréquences d'arrivée des voitures dans la file d'attente

Nombre d'arrivée Xi	Nombre total d'itérations Fi	Xi*Fi
11	5	55
12	5	60
13	6	78
14	6	84
15	6	90
16	7	112
17	8	136
18	9	162
19	8	152
20	8	160
21	7	147
22	6	132
23	5	115
24	5	120
25	4	100
26	3	78
27	1	27
28	1	28
Totale	100	1836

Grâce au tableau précédent, nous remarquons que le nombre de visites dans le cycle variait entre 11 fois la valeur la plus basse et 28 fois la valeur maximale, et après avoir collecté des données sur le nombre de fois où les clients ont accédé au système de file d'attente, nous les organisons sur la base des fréquences observées afin de déterminer le taux d'accès X comme indiqué Dans le tableau de distribution de fréquence suivant.

Nous notons à partir du tableau de distribution des fréquences que le nombre plus fréquent varie entre 16 et 21 fois, ce qui nous fait d'abord conclure que le taux d'accès moyen sera limité $\bar{x} \in [16, 21]$.

Pour confirmer cette conclusion, nous calculons le taux d'accès moyen \bar{x} .

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{28} x_i f_i}{\sum_{i=1}^{28} f_i}$$

$$\bar{x} = 1100 [1*0 + 2*0 + 3*0 + 11*5 + \dots + 28*1]$$

$$\bar{x} = \frac{1836}{100} = 18.36$$

Donc le nombre moyen de voitures arrivant Pour le système de file d'attente est approximativement égal à 18 dans un cycle, Mais à quel type de distribution de probabilité est-il soumis ?

Pour répondre à cette question, nous calculons la variance et la comparons à la valeur moyenne, si elle est la variance est égale à la valeur moyenne. On peut conclure provisoirement que les accès sont soumis à une distribution Poisson car c'est la seule distribution en pointillés qui a la propriété de faire correspondre le contraste avec la valeur moyenne.

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=11}^{28} (x_i - \bar{x})^2 f_i}{\sum_{i=11}^{28} f_i}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{100} [5 * (11 - 18.36) + 5 * (12 - 18.36) + 6 * (13 - 18.36) + \dots + 1 * (28 - 18.36)]$$

$$\sigma^2 = 18.21$$

Puisque la variance est approximativement égale à la valeur moyenne, nous pouvons supposer que les voitures arrivent dans système de file d'attenteselon la distribution de Poisson, Mais pour

confirmer la validité de cette hypothèse, nous utilisons un Test du χ^2 (khi-deux) Où nous calculons effectifs théoriques Basé sur la distribution de Poisson, Et comparez-le avec effectifs observés.

III.3.1 Test du χ^2 (khi-deux) :

██████ Hypothèses :

Hypothèse nulle H_0 : Les opérations d'accès des véhicules au système de file d'attente suivent la distribution de poisson

Hypothèse valable H_1 : Les arrivées des clients au système de file d'attente ne suivent pas la distribution de Poisson

Choisir le risque de se tromper α :

$$\alpha = 5\%$$

$$1 - \alpha = 95\%$$

██████ Calcul du Khi2 :

Pour calculer la statistique χ^2 , nous calculons les effectifs théoriques et les comparons aux effectifs observés, mais à la condition que les effectifs observés soient $f_{ith \geq 5}$, Ensuite, nous calculons La donnée observée moins la donnée de l'hypothèse nulle mise au carré et finalement divisée par la donnée de l'hypothèse nulle Comme indiqué dans le tableau suivant :

Tableau III-3 Calculer la somme des différences au carré du khi au carré de l'arrivée des voitures

x_i	f_{iobs}	f_{ith}	$ f_{ith} - f_{iobs} $	$(f_{ith} - f_{iobs} ^2)/f_{ith}$
12 \geq	10	6.13	1.13	2,442728667
13	6	5.09	0.9	0,16158
14	6	6.54	0.54	0,045856
15	6	7.85	1.85	0,439132
16	7	8.83	1.83	0,382892
17	8	9.35	1.35	0,197535
18	9	9.35	0.35	0,013826
19	8	8.86	0.86	0,084795
20	8	7.98	0.02	4,81E-05
21	7	6.84	0.16	0,003726
22	6	5.59	0.04	0,02907
23 \leq	19	13.46	8.46	2,280208

$$\chi^2_{cal} = (2,442728667 + 0,161580475 + 0,045855594 + 0,439131813 + 0,382891905 + 0,197534526 + 0,013825916 + 0,084795009 + (4,81243E-05) + 0,003726368 + 0,029069976 + 2,280208024)$$

$$\chi^2_{cal} = 6,081396396$$

Après avoir calculé la statistique χ^2 Nous le comparons avec $\chi^2_{0.05}$ Valeur tabulaire, après avoir déterminé le nombre de degrés de liberté et valeur de tolérance

$$V = 12 - 1 - 1 = 10$$

On a trouvé $\chi^2_{0.05} = 18.31$ et puisque $\chi^2_{0.05} > \chi^2_{cal}$ Nous acceptons l'hypothèse nulle De là, nous concluons que l'arrivée des voitures au Système de file d'attente d'intersection suit la distribution de Poisson d'un taux d'arrivée de $\lambda = 18$

III.4 Déterminer le modèle de sortie client du système de file d'attente :

Afin de déterminer le délai moyen de prestation de services aux clients, nous avons effectué une surveillance sur le terrain au niveau de carrefour, et les données obtenues étaient les suivantes :

Tableau III-4 Le nombre de fois où les voitures ont sortie au système

Jours Cycles	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	11	10	12	9	12	10	11	11	10	9
2	12	10	11	13	11	10	11	10	11	11
3	10	9	10	12	10	11	9	10	8	10
4	9	10	9	10	11	8	11	10	11	11
5	11	9	10	8	10	11	8	9	10	8
6	12	10	12	9	10	10	12	8	10	9
7	13	8	11	10	12	11	11	9	9	10
8	10	10	9	13	9	8	10	11	11	10
9	10	11	12	12	9	9	8	8	12	11
10	11	13	9	8	10	11	8	11	10	8

Grâce aux données, nous constatons que dans les 30 secondes, le nombre de clients fournis avec le service ne dépasse pas 13, et afin de déterminer la moyenne, nous organisons les données sur la base du nombre de clients et des fréquences indiquées dans le tableau suivant :

Tableau III-5 La distribution des fréquences de sortie des voitures du la file d'attente

Xi	Fi	Xi*fi
8	13	104
9	17	153
10	30	300
11	25	275
12	11	132
13	4	52
Total	100	1016

Nous notons à partir du tableau de distribution des fréquences que le nombre plus fréquent varie entre 8 et 11 fois, ce qui nous fait d'abord conclure que le taux d'accès moyen sera limité $\bar{x} \in [8,11]$.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=8}^{13} x_i f_i}{\sum_{i=8}^{13} f_i}$$

$$\bar{x} = \frac{1}{100} [8 * 13 + 9 * 17 + 10 * 30 + 11 * 25 + 12 * 11 + 13 * 4]$$

$$\bar{x} = \frac{1016}{100} = 10.16$$

Donc le nombre moyen de voitures sortie le système de file d'attente est approximativement égal à 10 dans un cycle

Nous pouvons en conclure que le temps de service moyen est de $\mu = 10$

III.5 Pratique :

Après des études antérieures, qu'elles soient de terrain ou théoriques, nous avons pu formuler les hypothèses suivantes.

- **La première hypothèse** : est que pour réduire la file d'attente, on peut limiter le nombre d'arrivées au système

- **La deuxième hypothèse :** est de changer la durée du signal vert en fonction du nombre de voitures entrant dans le système

Le système dont nous parlons est l'intersection de deux routes, les voitures entrant dans le système sont une variable incontrôlable, donc la première hypothèse ne peut être acceptée.

Quant à la seconde hypothèse, nous pouvons y travailler à partir de la théorie des files d'attente dont nous avons parlé précédemment.

III.5.1 Les outils utilisés :

■ Raspberry pi :

Raspberry Pi est fourni avec un système d'exploitation Linux open source pour faciliter son interaction avec divers matériels et programmes informatiques, et il adopte le langage de programmation Python comme langage officiel dans sa programmation, la chose la plus importante qui distingue Raspberry Pi est qu'il ne nécessite pas beaucoup de connaissances du système d'exploitation Linux et du langage de programmation Python pour programmer et travailler dessus car la connaissance de ses bases suffit, aussi pour ses multiples utilisations et sa facilité, et pour cela, nous l'avons utilisée dans notre recherche.

■ Capteurs :

Un capteur est un appareil qui détecte et répond à un certain nombre de conditions physiques, telle que la lumière, la chaleur, le mouvement, l'humidité, la pression ou l'un quelconque d'un grand nombre d'autres phénomènes environnementaux. La sortie est généralement un signal qui est converti en affichage lisible par l'homme à l'emplacement du capteur ou transmis électroniquement sur un réseau pour lecture ou traitement ultérieur.

■ Les signaux :

Un signal routier pour diriger la circulation automobile au moyen de feux colorés, généralement rouges pour l'arrêt, vert pour aller et jaune pour procéder avec prudence.

■ Le programme python :

Afin de trouver le meilleur résultat, nous avons utilisé la programmation Python

On va commencer par les bibliothèques utilisées :

```
import RPi.GPIO as GPIO
import time
import threading
from time import sleep
from gpiozero import LightSensor
```

Figure III-3 les bibliothèques utilisées

- **RPi.GPIO** : est un module de gestion des ports **GPIO Raspberry Pi**
- **Time : Le** module **time** fournit un certain nombre de fonctions pour gérer la date et l'heure dans la journée.

Une date et une heure données peuvent être représentées soit sous forme de valeur à virgule flottante, soit sous forme de tuple de temps.

Threading : Les threads Python sont utilisés pour lancer de multiples processus légers (tâches, appels de fonction) en même temps (mais cela ne veut pas forcément dire sur plusieurs processeurs).

Gpiozero/LightSensor : Cela nous permet de connaître la valeur de la résistance de la capture laser.

Class thread :

```
class myThread (threading.Thread):
    def __init__(self, count):
        threading.Thread.__init__(self)
        self.count = count
    def run(self):
        Counter(self.count)
```

Figure III-4 la class thread

Cette classe nous permet de lancer plusieurs processus en parallèle (conteurs et programme principale)

Fonction conteur :

```
def Counter(count) :  
    global counter  
    counter=0  
    t = time.time()  
    ldr=LightSensor(4)  
    while (1) :  
        if ldr.value<0.5:  
            while ldr.value<0.5:  
                sleep(0.1)  
            counter +=1
```

Figure III-5 la fonction Counter

Cette fonction permet de détecter la présence des véhicules. En se basant essentiellement sur la valeur (LDR Value). Si la valeur dépasse 0,5 signifiant la présence des véhicules.

Dans ce cas cette fonction augmente la valeur (Counter) pour les utilisations ultérieures (la fonction des files d'attente).

Définition des pins utilisé :

```
AV=27
AO=17
AR=18
BV=20
BO=16
BR=21
SEG=26
#####
GPIO.setup(AV, GPIO.OUT)
GPIO.setup(AO, GPIO.OUT)
GPIO.setup(AR, GPIO.OUT)
GPIO.setup(BV, GPIO.OUT)
GPIO.setup(BO, GPIO.OUT)
GPIO.setup(BR, GPIO.OUT)
GPIO.setup(6, GPIO.OUT)
GPIO.setup(13, GPIO.OUT)
GPIO.setup(19, GPIO.OUT)
GPIO.setup(26, GPIO.OUT)
```

Figure III-6 les pins utilisés

Ce script définit les pins utilisé comme entrée ou sortie

Dans notre système on a opté pour le type de file d'attente (mm1) déjà convertis en programme Python

La file MM1 :

```
def mm1(counter):
    lambd=counter
    mu=12
    ru=float(lambd/mu)
    p0=float(1-ru)
    Ls=float(ru/(1-ru))
    Lq=float((ru**2)/(1-ru))
    Ws=float(1/(mu*(1-ru)))
    Wq=float(ru/(mu*(1-ru)))

    print ('Le nombre prévu d unités dans le système = ',Ls)
    print ('Nombre moyen d unités dans la file d attente = ',Lq)
    print ('Le temps prévu pour la survie d une unité dans le système = ',Ws)
    print ('Temps d attente moyen = ',Wq)
    real_mu=mu
    if lambd >mu:
        while (lambd >mu):
            mu=mu+1
    elif(lambd < mu):
        while (lambd <mu):
            mu=mu-1
    global time_opt

    time_opt=int((mu*30)/real_mu)
```

Figure III-7 la fonction de la théorie des files d'attente (MM1)

Nous considérons le paramètre Counter comme valeur λ

La valeur de μ qui est de 10, est obtenue après des études statique

En adoptant la formule $\rho = \frac{\lambda}{\mu}$ et étant donné les valeurs de λ et μ (sont connues)

Notre objective est de détermine le temp optimal cad $\rho < 1$

$$\frac{\lambda}{\mu} < 1$$

$$\lambda < \mu$$

On a $\mu = 10$ pour 30s

Alors : temps_optimal = $\frac{\lambda*30}{\mu}$

Ces fonctions précitées travaillent en parallèle entre eux comme avec le programme principal qui gère les signaux. Ce programme en fonction de *temps_optimal* pour estimer la durée optimale de feu vert.

III.6 Error! Reference source not found. Conclusion:

Grâce à notre étude de terrain, nous avons analysé les performances du système en utilisant la théorie des files d'attente.

-Nous résumerons le travail comme suit :

Tout d'abord, Nous avons fait une étude statistique sur le niveau de carrefour et avons trouvé l'arrivée moyenne des voitures et le taux de service

Deuxièmement, Nous avons proposé un script Python qui résout le problème d'attente en utilisant la théorie des files d'attente.

Conclusion générale

La plupart des villes et la plupart des routes souffrent du problème de la congestion, et cela est dû à plusieurs raisons, notamment les routes étroites et le manque d'ingénierie ou une bonne division des intersections et des routes.

C'est pourquoi nous avons orienté notre étude vers cet aspect en utilisant la théorie des files d'attente, où nous avons mené une étude de terrain afin de récolter les données et proposer une solution. La solution présentée n'est pas générique à cause de la présence de facteurs aléatoires, mais elle peut être adaptée à l'intersection sur laquelle l'étude a été faite.

Les résultats obtenus nous ont permis d'améliorer le flux de l'intersection considérée. Comme perspective, on vise à réaliser notre système proposé basé sur le Raspberry Pi.

Bibliographies

- [1] « La jolie histoire des feux de signalisation | ALBI le Géant ». <https://www.albilegeant.com/articles/blogue/feux-signalisation-histoire/> (consulté le sept. 28, 2020).
- [2] « The Lucas Museum Embodies a New Hope for Institutional Diversity - Artsy ». <https://www.artsy.net/article/artsy-editorial-lucas-museum-embodies-new-hope-institutional-diversity> (consulté le sept. 28, 2020).
- [3] « World's first traffic light - Alternate Memories ». <https://www.alternatememories.com/historical-events/general/worlds-first-traffic-light> (consulté le sept. 28, 2020).
- [4].A. Bartoli. Le management dans les organisations publiques, Ed. Dunod, 1997.
- [5]. GHORAB CHAHRAZED, « Réduction automatisée des réseaux de files d'attente fermés ». MÉMOIRE DE MASTER 13 Juin 2018.
- [6] Ivo Adan and Jacques Resing. Queueing Systems. Department of Mathematics and Computing Science Eindhoven University of Technology. 182 pages March 26, 2015.
- [7] Kebbas Salah. Contribution à la Correction et l'Amélioration de la Qualité de Service dans une Entreprise Publique, en utilisant les Réseaux de Files d'Attente. MÉMOIRE DE MAGISTER, 100 pages. 2013
- [8] D. G. Kendall. Stochastic Processes Occurring in the Theory of Queues and their Analysis by the Method of the Imbedded Markov Chain. The Annals of Mathematical Statistics. 24 (3) : 338. doi :10.1214/aoms/1177728975. JSTOR 2236285.
- [9] Houda Mehri, Taoufik Djemel, Hichem Kammoun. Solving of waiting lines models in the airport using queueing theory model and linear programming. The practice case AIMHB. 2006.
- [10] Moshe Zukerman. Introduction to Queueing Theory and Stochastic Teletraffic Models. University of Hong Kong, 2017
- [11] Ivo Adan and Jacques Resing. Queueing Systems. Department of Mathematics and Computing Science Eindhoven University of Technology. 182 pages March 26, 2015.

[12] MOKHDAR Salim « نظرية صفوف الانتظار كأحد النماذج الرياضية الاحتمالية المساعدة على اتخاذ القرار دراسة » SCIBS حالة شركة الإسمنت بني صاف MÉMOIRE DE MAGISTER, 2010

[13] Djouhra, Dad. Modélisation et simulation du flux dans un réseau pour la régulation du trafic. Magister Dissertation. Université Ahmed Ben Bella d'Oran 1 Es Senia, Algeria. 2011.

[14] QUITTARD P., -Processus stochastiques et file d'attente, OPU, Algérie, 1983

[15] TAKACS L., -Processus stochastiques, problèmes et Solutions, Dunod, Paris, 1964

[16] Michel Nedzela, op.cit., P484

[17] Daniel Thiel, Recherche opérationnelle et management des entreprises, Economica, Paris, 1990, P47

[18] Alan Ruegg, op.cit., P49

[19] Kirk, D.E. *Optimal Control Theory, An Introduction*, Prentice Hall, 1970. ISBN 0486434842

[20] GELEMBE., -Introduction aux réseaux de files d'attente, 1985.

[21] Michel Nedzela, op.cit., P584.

[22] « Présentation et interprétation de la loi de Little ».

<https://www.bluelean.fr/blog/production/loi.html>.

[23] Robertfaure et autres, Op.cit., P199

[24] Alan, Ruegg, op.cit., P5

[25] Alan reugg, op.cit., P75.

[26] Monish Puthran et al, / (IJCSIT) International Journal of Computer Science and Information Technologies, Vol. 6 (2) , 2015, 1360-1363 www.ijcsit.com 1360

ملخص:

الازدحام المروري على الطرق هو عدد من العوائق التي تنتج عن كثرة السيارات أو الحافلات في منطقة ما في أي وقت. ويؤثر هذا العائق سلباً على العديد من المناطق ويؤدي إلى الاستهلاك المفرط للوقود بالإضافة إلى التلوث الناتج الذي يؤثر سلباً على البيئة.

يهدف هذا العمل إلى تحسين استخدام إشارة المرور باستخدام نظرية قوائم الانتظار. هدفنا هو تحديد وقت الضوء الأخضر الأمثل بناءً على البيانات التي تم الحصول عليها من خلال تحليل تدفق حركة المرور الفعلي على مدى فترة عشرة أيام.

تم اقتراح برنامج بيثون من أجل حساب عدد المركبات التي تصل إلى النظام والحصول على الوقت الأمثل لخدمة المركبات.

Résumé :

La congestion du trafic routier constitue de nombreux obstacles qui résultent du grand nombre de voitures ou d'autobus dans une zone à un moment donné. Cet obstacle affecte négativement de nombreuses zones et entraîne une consommation excessive du carburant en plus de la pollution engendrée qui affecte négativement l'environnement.

Ce travail vise à optimiser l'utilisation d'un feu tricolore en utilisant la théorie des files d'attente. Notre objectif consiste à déterminer le temps optimal du feu vert en se basant des données obtenues en analysant un flux réel de circulation sur une période de dix jours.

Un programme python est proposé afin de compter le nombre de véhicules qui arrive dans le système et obtenir le temps optimal pour servir les véhicules.

Abstract :

Road traffic congestion is many obstacles that result from the large number of cars or buses in an area at any given time. This obstacle negatively affects many areas and leads to excessive fuel consumption in addition to the pollution generated which negatively affects the environment.

This work aims to optimize the use of a traffic light by using the theory of queues. Our goal is to determine the optimal green light time based on data obtained by analyzing an actual traffic flow over a ten-days period.

A python program is proposed in order to count the number of vehicles which arrive in the system and to obtain the optimal time to serve the vehicles.