

THESE

Pour l'obtention du titre de

Doctorat d'état

En

Mécanique des fluides

Modélisation TLM du transfert thermique dans les microcanaux

Présentée

par

Mohammed Adjim.

Devant la commission d'examen:

Président:

B. Benyoucef Professeur à l'Université Abou Bekr Belkaid de Tlemcen

Directeur de thèse:

A. Saïdane Professeur à l'E. N. S. E. T. Oran

Examineurs:

A. Bensaoula Professeur à l'Université Houston, USA

A. Belaidi Professeur à l'E. N. S. E. T. Oran

O. Sebbane Maître de conférences à l'Université Abou Bekr Belkaid de Tlemcen

A. Azzi Maître de conférences à l'Université Abou Bekr Belkaid de Tlemcen

Résumé

Cette thèse porte sur la modélisation numérique du transfert thermique dans les systèmes de refroidissement à microcanaux. Un système typique de refroidissement à microcanaux se compose essentiellement d'un radiateur classique et d'une pompe branchée en circuit fermé avec une série de canaux microscopiques. L'objet à refroidir, qui consiste souvent en un circuit intégré de très haute puissance, peut être directement gravé dans le substrat constituant les microcanaux ou simplement attaché étroitement à ce dernier par collage ou autres procédés mécaniques. La chaleur est transmise par conduction à travers les microcanaux ensuite elle est transférée par convection au fluide de refroidissement. Le fluide caloporteur ainsi échauffé va être refroidi dans le radiateur classique monté en série pour être recyclé de nouveau. Le transfert de l'énergie calorifique entre le fluide chaud et le radiateur classique est effectué par convection forcée selon les méthodes classiques du transfert ensuite la chaleur est évacuée au milieu environnant par convection et/ou rayonnement thermique.

Cette étude porte essentiellement sur l'utilisation de la technique TLM pour résoudre deux étapes importantes utilisées dans le cadre du refroidissement de composants générant de grosses puissances thermiques par ces systèmes à microcanaux. La première étape consiste en l'étude du transfert, par microcanaux, de la chaleur générée par effet Joule par des composants électroniques miniaturisés vers le fluide caloporteur et la deuxième en l'étude de la dissipation de cette énergie par rayonnement dans l'espace à travers le radiateur classique monté en circuit fermé avec les microcanaux. Le transfert thermique dans les microcanaux est régi par l'équation de la chaleur et l'équation de transport d'énergie soumises à de différentes conditions aux limites spatio-temporelles. La dissipation de l'énergie calorifique à travers le radiateur classique vers le vide est de son côté régie par l'équation de la chaleur avec des limites radiatives.

La résolution numérique de l'équation de la chaleur par la méthode TLM est bien maîtrisée à nos jours avec l'association de simples conditions aux limites existant dans la littérature. Afin, de traiter convenablement le problème du transfert thermique lié à

ces microstructures il est indispensable de coupler le modèle TLM pour la résolution de l'équation de la conduction à des conditions aux limites réelles rencontrées en pratique aussi bien qu'à l'équation de transport d'énergie par le fluide caloporteur.

A cet effet, douze nouveaux modèles de conditions aux limites ont été développés dans le cadre de cette recherche en plus du développement d'un modèle TLM pour simuler le transport de la chaleur par le fluide caloporteur. Les modèles développés sont validés avec les méthodes numériques classiques (FDM / FEM) aussi bien qu'avec certains modèles analytiques approchés existants dans la littérature. Les avantages et les inconvénients de la technique TLM sont discutés en comparaison avec les résultats obtenus par un modèle FDM explicite développé sur la base d'hypothèses identiques. Finalement, des applications pratiques ont été axées vers l'étude des panneaux radiants en titane dans l'espace et l'optimisation des microcanaux silicium/eau en régimes laminaires.

Cette étude a tout d'abord montré une grande souplesse de la technique TLM caractérisée par la possibilité d'un choix de pas temporels relativement plus grands en comparaison à la technique FDM standard. Ce phénomène est traduit par des temps d'exécution relativement faibles des routines TLM en comparaison à celles équivalentes réalisées par la technique FDM. Par contre, il a été observé que la supériorité de la TLM est compromise dans l'étude des milieux physique très peu conductibles. L'étude du transfert radiatif à travers les panneaux à cannelures a permis de vérifier que l'analyse théorique classique basée sur des surfaces isothermes est entachées d'erreurs relativement importantes lorsque le milieu est constitué de panneaux radiants très longs à ailettes relativement hautes, à faible émissivité de surface et peu conductibles. D'autre part, il a été mis en évidence la supériorité des structures microscopiques coniques et un degré moins celles triangulaires par rapport aux structures rectangulaires pour la dissipation de l'énergie calorifique par rayonnement thermique.

Par ailleurs, l'optimisation des microcanaux en silicium/eau sous un régime d'écoulement laminaire, par la technique TLM a permis de mettre en évidence l'existence de points de déflexion minimale de la fonction « résistance thermique » en fonction des paramètres dimensionnels sous trois différentes contraintes. A savoir, la

contrainte d'un débit massique imposé, celle d'une perte de charge imposée et finalement celle d'une puissance de pompage imposée. Plusieurs graphes ont été tracés pouvant être exploités directement pour le dimensionnement des microcanaux sous un régime d'écoulement laminaire.

Finalement, l'application du modèle TLM à un milieu physique constitué de microcanaux sollicités thermiquement par intermittences à très hautes fréquences, a montré qu'il est possible de dissiper des puissances thermiques plus importantes que celles dissipées en régime continu.

Mots-clés: TLM, MCA, Ecoulements laminaires, Microcanaux, Transfert thermique, Rayonnement, Conduction, Convection forcée.

Abstract

The main scope of this dissertation is concerned with the application of the TLM (Transmission Line Matrix) modeling technique to investigate the heat transfer in microchannels heat sinks cooling systems. Typical microchannels cooling systems consist of a closed circuit composed of a large scale radiator connected by tubes through a pump to a series of micro channels. The object to be cooled consists of an IC (CPU core etc.) which may either be directly etched to the back of the microchannels or simply tightly attached to it. The heat is transmitted by conduction through the microchannels then by convection to the water. The heated water is cooled in the radiator and recycled again. The heat is transferred from the water to the radiator by forced convection and from the radiator to the ambient by either convection and/or radiation. Two main heat transfer problems involved in the cooling cycle by microchannels are aimed in this work. The first problem consists of the study of the heat transfer generated by miniaturized electronic components towards the coolant and the second one consists of the investigation of transfer of this energy in space by mean of thermal radiation. The heat transfer in these microstructures is governed by the differential heat conduction equation subjected to various initial and boundary conditions. The resolution of the differential heat equation associated with simple boundary conditions is very well established using TLM. In order to investigate real practical scenarios related to these cooling microstructures it is required to couple the TLM model used to solve the heat equation with other TLM models that account for various surface boundary conditions. To this end, twelve new boundary condition models are developed in this work in addition to the development of a TLM model to simulate the transport of heat by the coolant. The developed models are validated against the traditional numerical methods (FDM/FEM) as well as against approximate analytical models existing in the literature. The advantages and the disadvantages of the TLM technique are discussed in comparison with an FDM explicit model developed based on identical assumptions. Finally, the TLM models developed are used to solve two main practical problems. The first one concerns the dissipation of heat in space through titanium heaters and the second one concerns the optimization of silicon/water microchannels under laminar flows.

This study revealed first of all a great flexibility of the TLM numerical technique which was characterized by the possibility of a choosing a relatively large time steps in comparison with the standard FDM technique. Consequently, relatively lower computing time was recorded in comparison with the minimum computing time allowed by equivalent FDM routines. On the other hand, it is to be mentioned that the superiority of the TLM technique is compromised when studying low conductivity media. In studying the radiative heat transfer through finned heaters, it was showed that the error induced by the classical isothermal analytical method was very important for infinitely long heaters made out of materials having a low surface emissivity and a low thermal conductivity. Also, it was showed the superiority of the MCA surfaces for dissipation of radiative heat in comparison to rectangular shapes.

In addition, optimizations of the silicon/water microchannel under laminar fluid flow regimes, by the TLM technique showed the existence of various absolute minima of the thermal resistance under three different constraints; Namely, the imposed mass flow rate, head lost and pumping power. Finally, it was showed that much higher heat powers can be dissipated under cyclic regimes than under continuous ones.

Key words: TLM, MCA, Laminar flows, Microchannels, heat transfer, Radiation, Conduction, Forced convection.

Remerciements

Au terme de ce travail, il m'est agréable de présenter mes remerciements à tous ceux qui ont contribué d'une manière ou d'une autre à l'aboutissement de cette thèse. Je citerai particulièrement :

Monsieur le Professeur A. Saïdane pour m'avoir proposé ce sujet de recherche sur la méthode TLM, qui a été par la suite orienté pour étudier les systèmes de refroidissements par microcanaux avec une application spécifique aux équipements spatiaux, par le Professeur A. Bensaoula de l'université de Houston.

Monsieur le Professeur B. Benyoucef pour m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Pour cela je le remercie et surtout pour avoir bien voulu lire mon manuscrit et apporter des critiques très constructives.

Je tiens à remercier Monsieur le Professeur A. Bensaoula pour m'avoir permis la réalisation d'expérimentations au niveau du laboratoire Nitride Materials and Devices Laboratory, Center for Advanced Materials, The University of Houston, grâce à une collaboration étroite avec son équipe de recherche.

Je remercie Rajeev Pillai doctorant au même laboratoire avec qui j'ai eu de nombreuses discussions à travers l'Internet qui ont abouti à la mise en œuvre des différentes expérimentations concernant le rayonnement électromagnétique.

CCCEngineering pour avoir mis à ma disposition une connexion Internet par satellite qui sans elle je n'aurais certainement pas pu communiquer aisément avec l'équipe de recherche de l'université de Houston.

Monsieur le Professeur A. Belaidi pour avoir accepté d'examiner le travail avec beaucoup d'attention.

Monsieur O. Sebbane pour avoir accepté de faire partie du Jury. Pour cela je le remercie ainsi que pour avoir apporté ses critiques très pertinentes.

Monsieur A. Azzi pour avoir accepté de lire le manuscrit et apporter ses critiques qui ne peuvent qu'enrichir encore plus le travail.

Enfin je ne pourrai terminer sans remercier ma mère, mes frères ainsi que mes sœurs qui sont pour beaucoup dans la réalisation de ce travail.

A mes chères filles et à ma femme qui m'ont soutenu depuis le début de ce travail et qui n'ont jamais cessé de m'encourager. C'est à elles que je dédie ce travail.

Abréviations

Abréviations.	Significations.
c-a-d	C'est-à-dire/cela veut dire
CFD	Computational Fluid Dynamics
Cf.	Se référer à
C I	Circuit Intégré
CPU	Unité centrale, Central Processing Unit
Eqs. & Eq	Equations ou équations & Equation ou équation
e.g.	Par exemple, pour exemple
FDM	Finite Difference Method (Méthode des différences finies)
FEM	Finite Element Method (Méthode des éléments finis)
FemLab ®	Logiciel commercialisé pour la simulation des phénomènes hydrodynamiques et thermiques
Fig. & Figs.	Figure/figure & Figures/figures
Fluent	Logiciel de modélisation par A Worldwide Flow Modeling Company
i.e.	Autrement dit, en d'autres termes, c'est-à-dire
MCA	Micro Column Arrays, surfaces revêtues de micro colonnes
MCHS	Radiateur à microcanaux (Micro-Channel Heat Sink)
MEMS	Electro-mécanique mico-systèmes (Micro Electro Mechanical Systems)
MCM	Micro-Chip Module (Module à micro puce)
MHS	Micro heat spreader
C/O ou O/C	Circuit Ouvert (Open Circuit)

Nomenclature

Paramètres sans dimension

Symbole		Formules
Bi	Nombre de Biot; résistance conductive/résistance convective	$Bi = R_k / R_h = h_c \ell / k$
Ma	Nombre de Mach	
Nu	Nombre de Nusselt en fonction de la longueur caractéristique ℓ ,	$Nu_\ell = h_c \ell / k_f$
Pe_ℓ	Nombre de Péclet,	$Pe_\ell = Re_\ell Pr = v \ell / \alpha_k$
Pmb	Paramètre caractéristique représentant la surface étendue d'un radiateur sur la surface de base	Eq. (5.4)
Pr	Nombre de Prandtl,	$Pr = \mu c_p / k_f = \nu / \alpha_k$
Re_ℓ	Nombre de Reynolds en fonction de la longueur caractéristique ℓ ,	$Re_\ell = \bar{u} \ell / \nu$
$Re_{D_{hy}}$	Nombre de Reynolds en fonction du diamètre hydraulique D_{hyd}	$Re_{D_{hy}} = 2\bar{u} (HcWc) / \nu (Hc + Wc)$
Xeh	Longueur d'établissement thermique d'une canalisation $Xeh \ll 0.02 \Rightarrow$ profile des températures non établi $Xeh \geq 0.02 \Rightarrow$ profile des températures établi	$Xeh = Ly / (Re_{D_{hy}} D_{hy} Pr)$
Xev	Longueur d'établissement hydrodynamique d'une canalisation $Xev > 1 \Rightarrow$ profile des vitesses établi	$Xev = Ly / (Re_{D_{hy}} D_{hy})$
α_{asp}	Rapport caractéristique (aspect ratio)	Hc / Wc
α_r	Coefficient d'absorption	Eq. (1.4)

α_D	Facteur utilisé dans l'équation (3.28)	
ε_S	Emissivité de surface (émissivité totale hémisphérique)	
ε_{Ap}	Emissivité apparente	
ε_{ApOpt}	Emissivité apparente optimale	
ε_G	Emissivité relative	
ε_{GOpt}	Emissivité relative optimale	
Γ	Rapport de l'épaisseur d'une ailette sur la largeur du lit du canal	$\Gamma = Wf / Wc$
η	Efficacité de l'ailette	
λ_L	Coefficient des frottements linéaires	
ρ_r	Coefficient de réflexion	Eq. (1.4)
τ_r	Coefficient de transmission	Eq. (1.4)
$\mathfrak{T}_{1,2}$	Facteur de transfert entre une surface d'indice 1 et une autre d'indice 2	

Lettres latines

Symbole	Désignations / formules	Unités
C	Capacité thermique	$J K^{-1}$
cp	Chaleur massique (capacité calorifique),	$J kg^{-1} K^{-1}$
D	Diamètre d'une conduite circulaire	m
D_{hy}	Diamètre hydraulique $D_{hy} = 4R_{hy} = 2HcWc / (Hc + Wc) = 2\alpha_{asp}Wc / (1 + \alpha_{asp})$	m
f_r	Fréquence	Hz (cycle/s)
Hc	Hauteur des ailettes	m

h_c	Coefficient d'échange convectif	$Wm^{-2}K^{-1}$
k	Conductivité thermique	$Wm^{-1}K^{-1}$
kp	Coefficient de perte de pression dû à des singularités des canalisations	m
L_y	Longueur effective (de chauffe) des microcanaux	m
L_x	Largeur d'un élément du MCHS, $L_x = W_x / N_c$	m
N_c	Nombre total de canaux du MCHS $N_c = 1cm / (Wc(1 + \Gamma))$	$canal / cm$
Pow	Puissance de pompage	W
Q	Energie calorifique (quantité de chaleur)	J
Q_f	Débit volume du fluide à travers le canal	$m^3 s^{-1}$
Q_{fr}	Débit volume total du fluide à travers l'ensemble des canaux d'un radiateur	$m^3 s^{-1}$
R_x, R_y, R_z	Résistances conductives dans les directions ox, oy, oz	$K W^{-1} \equiv \Omega$
R_h	Résistance convective	$K W^{-1} \equiv \Omega$
R_{vc}	Résistance calorique + résistance convective + résistance de constriction définie par l'Eq. (8.1)	$cm^2 - KW^{-1}$
R_{hs}	Résistance thermique total du MCHS définie par Eq. (2.2)	$cm^2 - KW^{-1}$
R_H	Rayon hydraulique ; $R_H = \text{section mouillée} / \text{périmètre mouillé}$	m
R_{hy}	Résistance hydraulique	$s m^{-2}$
S	Section, surface	m^2
T	Température	$^{\circ}C$ ou $^{\circ}K$
T_{fe}	Température de la masse fluide à l'entrée du canal	$^{\circ}C$
T_{fs}	Température de la masse fluide à la sortie de la canalisation	$^{\circ}C$
T_{sMax}	Température de surface maximale	$^{\circ}C$

T_{ref}	Température de référence, $T_{ref} = (T_{fe} + T_{fs})/2$	$^{\circ}C$
\bar{u}	Vitesse moyenne de l'écoulement fluide	$m s^{-1}$
Wc	Largeur du lit des canaux	m
Wf	Épaisseur des ailettes	m
Wx	Largeur du MCHS	m

Lettres grecques

Symbole	Désignations / formules	Unités
α_k	Diffusivité thermique $\alpha_k = k/(\rho cp)$	$m^2 s^{-1}$
δ_c	Épaisseur de la couche limite	m
ΔP	Chute de pression	Nm^{-2}
ε	Permittivité du milieu	$F m^{-1}$
ε_H	Rugosité absolue d'une surface solide d'une canalisation	W
Φ	Puissance calorifique (flux thermique)	W
ϕ	Densité du flux thermique (puissance échangée par une surface unité)	$W cm^{-2}$
ϕ_s ou q_s	Densité de flux de surface (puissance échangée par une surface de 1 cm ²)	$W cm^{-2}$
Φ_{hx}	Flux convectif normal à la section Sx	W
Φ_{rad}	Flux radiatif	W
Φ_v	Puissance générée par unité de volume due aux sources internes	Wm^{-3}
λ_o	Longueur d'onde	m
μ	Viscosité dynamique	$N s m^{-2}$
ν	Viscosité cinématique $\nu = \mu/\rho$	$m^2 s^{-1}$
ν_o	Fréquence de propagation d'une onde dans le vide	Hz

μ_0	Perméabilité	H/m
γ	Chaleur volumique, $\gamma = \rho cp$	$J m^{-3} K^{-1}$
σ	Constante de Stefan –Boltzmann, $\sigma = 5,6703 \times 10^{-8}$	$W m^{-2} K^{-4}$
σ_k	Conductivité de la substance	S/m
ρ	Masse volumique	$m^{-3} kg$
ℓ	Longueur caractéristique du système	m

Indices

Indice	Significations
a	Désigne le milieu ambiant ou le flux absorbé
c	Relatif à canal/canaux
f	Relatif à ailettes (fins) ou fluide
D_{hy}	Relatif au diamètre hydraulique
Opt	Désigne les valeurs optimales
Eff	Désigne les valeurs efficaces
Max	Maximum
S	Relatif à surface, solide ou stub
t	Désigne le temps
w	Relatif à la paroi solide de l'interface canaux/fluide
x, y, z	Désignent respectivement les directions ox , oy et oz dans le repère des coordonnées cartésiennes

Exposants

Indices Significations

i Désigne l'impulsion ou flux incident

r Désigne l'impulsion ou flux réfléchi

S Désigne les impulsions dispersées

t Désigne le flux ou l'impulsion transmis (e)

Autres symboles

Indices Significations

§ Paragraphe (ou section)



Symbolise l'augmentation d'une quantité ou d'un paramètre



Symbolise la diminution d'une quantité ou d'un paramètre

Table des matières

Résumé.....	i
Abstract.....	iv
Remerciements.....	vi
Abréviations.....	viii
Nomenclature.....	ix
Paramètres sans dimension	ix
Lettres latines	x
Lettres grecques	xii
Indices	xiii
Exposants	xiv
Autres symboles	xiv
Table des matières.....	xv
Liste des figures	xx
Liste des tableaux.....	xxvii
INTRODUCTION GENERALE:	1
CHAPITRE I: Revue bibliographique et concepts fondamentaux du transfert thermique	9
1.1. Introduction aux microcanaux	9
1.2. Revue bibliographique sur les microcanaux	11
1.3. Revue bibliographique sur la TLM.....	19
1.4. Concepts et lois fondamentaux du transfert de la chaleur	20
1.4.1. Transfert de chaleur par conduction	20
1.4.2. Transfert de chaleur par convection.....	21
1.4.3. Transfert de chaleur par rayonnement	24
1.4.3.1. Loi de Stefan-Boltzmann.....	25
1.4.3.2. Echanges radiatifs entre surfaces séparées par un milieu parfaitement transparent.....	26
1.4.4. Notions de résistance	28
CHAPITRE II: Théorie des microcanaux.....	29
2.1. Introduction.....	29
2.2. Le concept des microcanaux	31
2.3. Coefficient d'échange convectif	33
2.4. Résistance thermique	34
2.5. La résistance hydraulique	38
2.6. Modèles analytiques	40
2.6.1. Modèle de Samalam	40
2.6.2. Modèle de Zhimin et Fah.....	42
2.6.3. Modèle de Zhang.....	43
CHAPITRE III: Théorie de la TLM.....	45
3.1. Introduction.....	45
3.2. Ondes électromagnétiques	45

3.3. Lignes de transmission.....	47
3.4. TLM sans Pertes	49
3.4.1. Impédance caractéristique de la ligne.....	49
3.4.2. Coefficient de réflexion dû aux discontinuités de la ligne.....	50
3.4.3. Discrétisation du milieu	51
3.4.4. Conditions aux limites	55
3.5. TLM avec Pertes	56
3.5.1. Algorithme TLM avec pertes.....	58
3.5.2. Conditions aux limites	59
3.5.2.1. Limite avec un flux nul	60
3.5.2.2. Limite avec une perte totale	61
3.5.2.3. Condition de potentiel imposé :	61
3.5.2.4. Adaptation d'impédance :	61
3.5.3. Injection d'une source.....	62
3.5.4. Ligne stub en parallèle	62
3.5.5. Algorithme TLM avec pertes en 3D	63
3.6. Application de la TLM au transfert de chaleur.....	66
3.6.1. Analogie entre l'équation du télégraphiste et celle de la diffusion.....	66
3.6.2. Conditions aux limites	69
3.6.2.1. Limite convective avec un fluide à température constante:	70
3.6.3. Limite convective en 2D avec un fluide en mouvement.....	70
3.6.3.1. Limites radiatives entre corps noirs:	71
3.6.3.2. Contact parfait.....	72
CHAPITRE IV: Modélisations des conditions aux limites	73
4.1. Limites convectives	74
4.1.1. Model avec estimation du potentiel d'interface.....	74
4.1.2. Modèle avec générateur de courant	76
4.1.3. Validation des différents modèles de limites convectives	78
4.2. Densité de flux imposée.....	81
4.3. Limites radiatives.....	82
4.3.1. Model avec estimation du potentiel d'interface.....	83
4.3.2. Modèle avec générateur de courant	84
4.3.3. Validation des modèles radiatifs.....	85
4.4. Contact parfait.....	87
4.5. Joint thermique.....	91
4.6. Conclusion	94
CHAPITRE V: Modélisations du rayonnement thermique dans les radiateurs à ailettes	97
5.1. Radiateurs à cannelures rectangulaires	99
5.1.1. Discrétisation du milieu et développement de modèles TLM.....	99
5.1.2. Validation des modèles TLM.....	101
5.1.3. Erreurs induites par l'hypothèse de surfaces isothermes	104
5.1.4. Classification des radiateurs longs et courts	107
5.2. Optimisation des radiateurs à cannelures.....	109
5.2.1. Effet de H_c/W_c	109
5.2.1. Effet de W_f/W_c :	110
5.2.3. Effet de la densité des ailettes.....	112
5.3. Panneaux radiants à ailettes microscopiques	113

5.3.1. Optimisation de l'émissivité se surface du titane	114
5.3.2. Comparaison entre cannelures triangulaires et rectangulaires.....	117
5.3.3. Etude de l'efficacité des surfaces MCA.....	118
5.4. Conclusion	124
CHAPITRE VI: Modélisation de l'équation de l'énergie.....	127
6.1. Modélisation de l'équation de la chaleur en 1D.	128
6.2. Modélisation de l'énergie locale par une ligne « diode »	130
6.3. Modélisation de l'équation d'énergie pour un fluide incompressibles en 1D.....	131
6.4. Validation de la méthode TLM-diode.....	135
CHAPITRE VII: Modélisation en 3D des microcanaux	139
7.1. Introduction.....	139
7.2. Discrétisation du MCHS par la TLM.....	142
7.2.1. Discrétisation du milieu solide.....	143
7.2.2. Discrétisation du milieu fluide.....	144
7.3. Etude comparative TLM / FDM	146
7.3.1. Estimation des erreurs.....	148
7.3.2. Estimation Erreur / temps d'exécution pour le régime transitoire.....	152
7.3.3. Estimation Erreur / temps d'exécution pour le régime permanent	155
7.3.4. Conclusion	157
7.4. Comparaisons des résultats TLM avec les résultats disponibles dans la littérature	158
7.4.1. Validation du Présent modèle TLM avec des résultats expérimentaux.	159
7.4.2. Validation du présent modèle TLM avec des modèles analytiques.....	162
7.4.2.1 Comparaison des résultats TLM avec les modèles de Tuckerman et de Samalam.....	162
7.4.2.2. Comparaison des résultats TLM avec le modèle de Zhimin & Fah.....	164
7.4.2.3. Comparaison des résultats TLM avec le modèle de Kim & Kim ...	166
7.4.2.4. Comparaison du modèle TLM avec le modèle FEM de Quadir	167
7.4.2.5. Comparaison du modèle TLM avec le modèle de Zhang & al.	168
7.4.2.6. Récapitulation des résultats de la comparaison avec les différents modèles	168
Conclusion	170
CHAPITRE VIII:Optimisation des microcanaux par le modèle TLM	171
8.1. Optimisation du MCHS par La TLM.....	171
8.1.1. Estimation du nombre de Nusselt	172
8.1.2. Estimation du coefficient de frottement.....	174
8.1.3. Optimisation sous la contrainte de débit imposé	177
8.1.3.1. Effet de H_c/W_c sur la résistance.....	177
8.1.3.2. Effet de la charge thermique et du débit sur la résistance	181
8.1.3.3. Effet de la largeur des canaux sur la résistance.....	183
8.1.3.4. Effet de Γ sur la résistance	184
8.1.4. Optimisation avec la perte de charge imposée.....	186
8.1.4.1. Effet de H_c/W_c de sur la résistance	186
8.1.4.2. Effet de la largeur des canaux sur la résistance.....	187
8.1.4.3. Effet de Γ sur la résistance	189
8.1.5. Optimisation sous la contrainte d'une puissance imposée.....	189
8.2. Charge thermique variable dans le temps; effet d'inertie	192

8.3. Conclusion	195
Conclusions générales et perspectives	199
BIBLIOGRAPHIE	205
ANNEXE A	221
A.1. Coefficients de transfert et de frottement	221
A.1.1 Coefficient d'échange convectif	221
A.1.2. Estimation du nombre de Nusselt	221
A.1.2.1. Ecoulement laminaire complètement établi ($X_{eh} \gg 0.02$)	221
A.1.2.2. Ecoulement laminaire en développement	222
A.1.2.3. Ecoulements turbulents	222
A.1.3. Coefficient de Frottement pour canaux rectangulaires	222
A.1.3.1. Pour l'écoulement laminaire avec profil des vitesses en cours d'établissement:	222
A.1.3.2. Pour l'écoulement laminaire avec profil des vitesses établi.....	223
A.1.3.3. Coefficient de pertes singulières	224
A.1.3.4. Estimation de la vitesse moyenne	224
A.2. Propriétés thermo physiques	225
A.2.1. Propriétés de l'eau.....	225
A.2.2. Propriétés de quelques métaux à 20°C.....	225
A.2.3. Propriétés des briques réfractaires, d'isolation	226
A.2.4. Conductivité thermique de quelques solides.....	226
A.2.1. Spectre électromagnétique et émissivités de divers surfaces.....	227
A.2.1.1. Spectre électromagnétique	227
A.2.1.2. Emissivités de divers surfaces.....	227
A.2.1.3. Loi de Wien.....	228
A.3. Formules pour l'estimation des facteurs de vue.....	228
A.3.1. Formule pour l'estimation des facteurs de vue entre surfaces élémentaires dans des plans perpendiculaires.....	228
A.3.2. Formule pour l'estimation des facteurs de vue entre surfaces élémentaires dans des plans parallèles.....	229
A.4. Notation vectorielle.....	229
A.5. Sens des impulsions adopté.....	230
ANNEXE B	231
Programmes Principaux	231
B.1. Programmes utilisés en Chapitre IV	231
B.1.1. Fonction : LimitTLM	231
B.1.2. Fonction: SolveEq_4_4.....	234
B.1.3. Fonction: SolveEq_4_10d.....	234
B.2 Programmes utilisés en Chapitre V	235
B.2.1. Fonction: TlmodelA2_RadUfin2D	235
B.2.2. Fonction: TlmRadUfinGen2D.....	237
B.2.3. Fonction: FinCNN.....	239
B.3. Programmes utilisés en Chapitre VI.....	241
B.3.1. Fonction: FDM1d.....	241
B.3.2. Fonction: TLM1d_NormDiode.....	243
B.4. Programmes utilisés en Chapitre VII	244

B.4.1. Fonction: Tlm3dPnDiode1dStub_Nc.....	244
B.4.2. Fonction: Fdm3dFdm1d_Exp	251
B.4.3. Fonction: ZhangModel.....	255
B.5. Programmes utilisés en Chapitre VIII.....	256
B.5.1. Fonction: GetNu.....	256
B.5.2. Fonction: GetTrefEau.....	256
B.5.3. Fonction: WaterTable.....	257
B.5.4. Fonction: SiliconTable	258
B.5.5. Fonction: GetDpForU	258
B.5.6. Fonction: GetUForDp	258
B.5.7. Fonction: GetUForPow	259
B.5.8. Fonction: GetTrefEau.....	260
ANNEXE C	261
Facteurs de vue et radiateurs isothermes	261
C.1. Flux radiant dans un radiateur isotherme à cannelures rectangulaires.....	261
C.1.1. Fonction: FinIsoTimp0.....	262
C.1.2. Fonction : FinIsoQimp0	262
C.2. Facteurs de vue entre surfaces élémentaires d'une cavité parallélépipédique rectangulaire.....	263
C.2.1. Fonction: ViewRectCavity.....	263
C.3. Facteurs de forme entre des surfaces de même longueurs dans des plans perpendiculaires.	264
C.3.1. Fonction : ViewLines_90.....	265
C.4. Facteurs de forme entre des surfaces de longueurs différentes dans des plans perpendiculaires.	265
C.4.1. Fonction: ViewLines_90bis	266
C.5. Facteurs de forme entre surfaces dans des plans parallèles.....	267
C.5.1. Fonction ViewLines_180.....	267

Liste des figures

<i>Fig. 1.1 : Vues agrandies de différentes formes de microcanaux, prises au microscope électronique [2]</i>	<i>10</i>
<i>Fig. 1.2 : Mouvement de brassage dans un processus de transfert de la chaleur par convection</i>	<i>22</i>
<i>Fig. 1.3 : Réflexion et émission diffuses d'une surface grise.....</i>	<i>25</i>
<i>Fig. 1.4 : Illustration schématique d'une résistance thermique R_{th}</i>	<i>28</i>
<i>Fig. 2.1 : Vue schématique d'un échangeur à microcanaux (MCHS).....</i>	<i>31</i>
<i>Fig. 2.2 : Schéma de principe d'un circuit de refroidissement à microcanaux.....</i>	<i>32</i>
<i>Fig. 2.3 : Effet du coefficient d'échange sur la température de la paroi solide.....</i>	<i>33</i>
<i>Fig. 2.4 : Représentation graphique de la formation d'une couche limite dans un écoulement laminaire corriger profil.....</i>	<i>34</i>
<i>Fig. 2.5 : Vue d'ensemble d'un MEMS avec une représentation équivalente par des résistances thermiques</i>	<i>35</i>
<i>Fig. 2.6 : Vue schématique d'un MCHS sous une contrainte de flux uniforme.....</i>	<i>37</i>
<i>Fig. 3.1: Propagation d'une onde électromagnétique dans le vide.....</i>	<i>46</i>
<i>Fig. 3.2 : Câble coaxial.</i>	<i>47</i>
<i>Fig. 3.3 : Discrétisation d'une ligne de transmission bifilaire (coaxiale) en éléments distribués L.R'C.G.</i>	<i>48</i>
<i>Fig. 3.4 : Représentation schématique d'une discontinuité entre deux lignes de transmission d'impédances différentes</i>	<i>50</i>
<i>Fig. 3.5 : Représentation d'une intersection (discontinuité) entre deux lignes de transmission sans perte. (a) circuit élémentaire en LC (b) circuit TLM équivalent (c) impédance équivalente vue par l'impulsion V_2^i</i>	<i>53</i>
<i>Fig. 3.6 : Représentation du point nodal de la figure 3.5 par un circuit équivalent de Thévenin.....</i>	<i>54</i>
<i>Fig. 3.7 : Discrétisation d'une ligne de transmission bifilaire (coaxiale) avec pertes en éléments distribués R.C.....</i>	<i>56</i>
<i>Fig. 3.8: Discrétisation d'une ligne de transmission bifilaire avec pertes.....</i>	<i>57</i>

<i>Fig. 3.9 : Représentation nodale de la TLM standard en 1D par le circuit équivalent de Thévenin.....</i>	<i>58</i>
<i>Fig. 3.10 : Simulation d'une condition de flux nul par un court circuit. (a) surface adiabatique (b) phase de symétrie.....</i>	<i>60</i>
<i>Fig. 3.11 : Représentation nodale de la TLM standard en 1D avec incorporation d'une source de courant (a) circuit élémentaire RC (b) représentation TLM (c) circuit équivalent de Thévenin.....</i>	<i>62</i>
<i>Fig. 3.12 : Représentation d'une ligne stub en parallèle (a) représentation TLM (b) circuit équivalent de Thévenin.....</i>	<i>63</i>
<i>Fig. 3.13 : Représentation d'un nœud 3D avec générateur de courant et stub. (a) circuit RC (b) représentation TLM (c) circuit équivalent de Thévenin.....</i>	<i>64</i>
<i>Fig. 3.14 : Modélisation d'une limite convective par le modèle de Pulko et al. [68] .</i>	<i>70</i>
<i>Fig. 3.15 : Modélisation d'une limite convective par une impédance mobile [69].....</i>	<i>71</i>
<i>Fig. 3.16 : Modélisation d'une limite radiative par la méthode TLM « link-resistor ».....</i>	<i>72</i>
<i>Fig. 3.17 : Modélisation d'un contact parfait par des nœuds de longueurs différentes [66].....</i>	<i>72</i>
<i>Fig. 4.1 : Modélisation d'une limite radiative par un model à potentiel d'interface..</i>	<i>74</i>
<i>Fig. 4.2 : Modélisation d'un flux vers un milieu environnant par une surface adiabatique et un générateur de courant équivalent.....</i>	<i>76</i>
<i>Fig. 4.3 : Approximation d'un flux convectif par interpolation linéaire.....</i>	<i>78</i>
<i>Fig. 4.4 : Discrétisation d'une barre calorifugée échangeant de l'énergie thermique par convection ou radiation à travers une seule face.....</i>	<i>79</i>
<i>Fig. 4.5 : Distribution de la température, évaluée avec différents modèles de limites convectives, dans la barre de silicium de la figure 4.4 initialement à 100°C et trempée dans un fluide de température $T_f=10^\circ\text{C}$ (a) échelle centimétrique avec $L_x=1\text{cm}$ et $h_c = 1000\text{W} / \text{m}^2\text{°C}$ pour un temps de trempé de 10s (b) échelle micrométrique avec $L_x=500\mu\text{m}$ et $h_c = 50000\text{W} / \text{m}^2\text{°C}$ pour un temps de trempé de 0.01s.....</i>	<i>80</i>
<i>Fig. 4.6 : Distribution de la température dans la barre de silicium de la figure.4.5 initialement à 20°C et soumise à une densité de flux de $100\text{W} / \text{cm}^2$ du côté droit pendant: (a) 0.2s pour $L_x=1\text{cm}$ et (b) 0.02s pour $L_x=500\mu\text{m}$.....</i>	<i>82</i>
<i>Fig. 4.7 : Distribution de la température dans la barre de la figure.4.5 initialement à T_0 est soumise à un environnement noir de température T_a pendant un</i>	

- temps $t = t_s$. (a, b) barre en aluminium pure (c, d) barre en acier AISI 347 (e) mur en brique réfractaire (f) matériau en laine 86
- Fig. 4.8 : Barre (mur semi-infini) composé de deux matériaux et soumis à une densité de flux du côté non calorifugé..... 88
- Fig. 4.9 : Représentation du potentiel d'interface entre deux matériaux A et B par un circuit équivalent de Thévenin..... 88
- Fig. 4.10 : Modélisation d'un contact parfait par l'incorporation de ligne stub..... 89
- Fig. 4.11 : Comparaison des différents résultats TLM pour la modélisation d'un contact parfait de la figure.4.8 avec le milieu A en silicium: $\rho= 2330 \text{ kg/m}^3$, $c_p= 705.5 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, $k= 112 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ et milieu B en aluminium: $\rho= 2707 \text{ kg/m}^3$, $c_p= 905 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, $k= 237 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ 90
- Fig. 4.12 : Modélisation d'un joint (pâte) thermique par un model à potentiel d'interface..... 91
- Fig. 4.13 : Modélisation d'un joint (pâte) thermique par une interface adiabatique et deux générateurs équivalents..... 93
- Fig. 4.14 : Comparaison des résultats TLM avec ceux obtenus par les méthodes FDM et FEM pour la modélisation d'un joint thermique. 94
- Fig. 5.1 : Pentium Intel avec un radiateur passif à ailettes..... 97
- Fig. 5.2 : Radiateur à ailettes rectangulaires soumis à une densité de flux au niveau de sa base..... 98
- Fig. 5.3 : Discrétisation du radiateur à ailettes rectangulaire..... 100
- Fig. 5.4 : Comparaison des résultats TLM pour l'estimation du rayonnement thermique dans le radiateur en aluminium discrétisé par la figure 5.3 avec des résultats obtenus par l'analyse isotherme, par la méthode FEM et ceux disponibles dans la littérature. (a) comparaison TLM, FEM et analyse isotherme, (b) comparaison TLM, analyse isotherme et résultats de Rea & West [102], (c) comparaison TLM, analyse isotherme, résultat d'Ellison [103], résultat d'Hultberg [105] et résultat de Scott [107], (d) comparaison TLM, analyse isotherme et résultats de Bell Tel. [106]..... 102
- Fig. 5.5 : Comparaison des résultats TLM et ceux obtenus par l'analyse isotherme pour l'estimation du rayonnement thermique à travers un radiateur à cannelures rectangulaires en aluminium. (a) variation de l'émissivité apparente avec α_{asp} , (b) variation de l'écart relatif pourcent entre les résultats TLM et ceux de l'analyse isotherme en fonction de α_{asp} 106
- Fig. 5.6 : Comparaison des résultats TLM et ceux obtenus par l'analyse isotherme pour l'estimation du rayonnement thermique à travers un radiateur à cannelures rectangulaires en acier. (a) variation de l'émissivité apparente

avec α_{asp} , (b) variation de l'écart relatif pourcent entre les résultats TLM et ceux de l'analyse isotherme en fonction de α_{asp}	107
Fig. 5.7 : Classification des radiateurs à cannelures en fonction de Ly/Hc	108
Fig. 5.8 : Radiation thermique Par les structure cannelures à l'échelle centimétrique. Effet de ε_{asp} , ε , Ly/Hc et de la conductivité thermique sur l'optimum .	110
Fig. 5.9 : Effet de Wf/Wc sur l'émissivité relative pour des radiateur longs0	111
Fig. 5.10 : Effet de la densité des ailettes sur l'émissivité relative	113
Fig. 5.11 : Optimisation de l'émissivité des structures en titane par canaux microscopiques. Effet de Wf/Wc et de Pmb pour des radiateurs très longs (i.e. dissipation latérale négligeable)	116
Fig. 5.12 : Variation de l'émissivité relative du titane en fonction de Pmb pour des cannelures rectangulaires et triangulaires à l'échelle microscopique.....	117
Fig. 5.13 : Simulations de structures MCA carrées et coniques exercées sur une plaque de $40\mu m \times 40\mu m \times 10\ 40\mu m$ en titane avec une émissivité de base égale à 0.4 et soumise à une densité de flux de $4W/cm^2$ [111]	120
Fig. 5.14 : Schéma simplifié du banc d'essai pour la mesure de la température de surface d'un spécimen MCA sous une contrainte de densité de flux uniforme et exposé dans cavité dépressurisée. (a) spécimen MCA. (b) banc d'essai	121
Fig. 5.15 : Résultats expérimentaux de la variation de la température de face traitée et celle non traitée de la plaque en acier en fonction de la densité du flux [111]	122
Fig. 6.1 : Discrétisation d'un milieu physique en 1D par la Méthode TLM standard	129
Fig. 6.2 : Représentation graphique a) d'une ligne stub et b) d'une ligne diode..	130
Fig. 6.3 : Discrétisation en 1D d'un écoulement dans un canal rectangulaire.....	132
Fig. 6.4 : Discrétisation en 1D d'un écoulement soumis à des sources thermique dans un canal rectangulaire par la méthode TLM avec incorporation d'une ligne diode.....	135
Fig. 6.5 : Distribution de la température dans le temps et l'espace de la masse fluide de l'écoulement de l'eau dans le canal de la figure.6.3 sous l'effet d'une source thermique de 1.2W injectée à $y=1.2125mm$ (selon les paramètres de simulation au tableau 6.1).	136
Fig. 6.6 : Erreur relative Maximale sur la température de masse fluide entre les prédictions TLM et FDM en fonction de $2Z_h / R_f$	137

<i>Fig. 7.1 : La réalisation d'un MCHS en monobloc. Microcanaux et CI directement gravés sur le même substrat.....</i>	<i>140</i>
<i>Fig. 7.2 : La réalisation d'un MCHS en blocs séparés. Microcanaux et CI gravés sur des substrats différents.....</i>	<i>140</i>
<i>Fig. 7.3 : Domaine discrétisé d'un micro canal</i>	<i>142</i>
<i>Fig. 7.4 : Discrétisation en TLM link-line 3D du milieu solide du MCHS et du milieu fluide en 1D.....</i>	<i>144</i>
<i>Fig. 7.5 : Evolution de la température maximale de surface avec le temps pour le MCHS de la figure. 7.3 avec les données du tableau 7.1 et [Nx=12, Ny=50, Nz=47, Nf=3, Ns=16]. (a) vue échelle normale (b) échelle logarithmique.....</i>	<i>149</i>
<i>Fig. 7.6 : Distribution de la température au niveau du premier nœud $z=\Delta z/2$ pour le MCHS de la Fig.7.3 avec les données du tableau 7.1 et [Nx=12, Ny=50, Nz=47, Nf=3, Ns=16]. a) estimation TLM b) estimation FDM.</i>	<i>150</i>
<i>Fig. 7.7 : Effet du pas temporel sur l'évolution de la température maximale de surface avec le temps pour le MCHS de la Fig. 7.3 avec les données du tableau 7.1 et [Nx=12, Ny=50, Nz=47, Nf=3, Ns=16]. (a) vue échelle normale (b) échelle logarithmique.</i>	<i>151</i>
<i>Fig. 7.8 : Estimation de l'erreur maximale sur la température transitoire de surface et les temps d'exécution entre les techniques FDM et TLM en fonction de la variation du pas temporel pour la technique TLM. Le MCHS simulé et celui de la Fig. 7.3 avec les données du tableau 7.1</i>	<i>154</i>
<i>Fig. 7.9 : Effet de la variation du pas temporel de la TLM sur les résultats du régime permanent pour le MCHS de la Fig. 7.3 simulé avec les données du tableau 7.1. (a) variation du rapport des temps d'exécution avec le rapport $\Delta t/RC_{min}$, (b) variation de l'erreur relative maximale avec le rapport $\Delta t/RC_{min}$, (c) fluctuations sinusoidales pondérables à l'approche de l'équilibre thermodynamique.....</i>	<i>156</i>
<i>Fig. 7.10 : Comparaison des résultats obtenus par le modèle TLM avec ceux obtenus par le modèle théorique de Samalam [28]. L'erreur relative pourcent est évaluée sur la résistance R_{vc}.....</i>	<i>163</i>
<i>Fig. 7.11 : Synthèse des résultats de la validation du modèle TLM en comparaison avec différents autres modèles pour la prédiction de la résistance thermique du MCHS aux régimes d'équilibre thermodynamique.....</i>	<i>169</i>
<i>Fig. 8.1 : Etude comparative entre l'Eq.(A.3) de Copland [46] et les données de Shah et London [118] pour l'estimation de Nu_{Dhy}.....</i>	<i>173</i>
<i>Fig. 8.2 : Comparaison de l'Eq.(A2) avec les données du tableau A.2 pour un profile de température établi et trois parois soumises à un flux constant.....</i>	<i>174</i>

- Fig. 8.3 : Comparaison de différentes formules pour l'estimation du coefficient de frottement 175
- Fig. 8.4 : Effet de α_{asp} sur les paramètres d'un MCHS silicium/eau sous la contrainte d'un débit imposé, (a) Variation de R_{vc} avec α_{asp} , (b) Variation des paramètres hydrodynamiques avec α_{asp} (c) variation des longueurs d'établissement avec α_{asp} 179
- Fig. 8.5 : Effet de la variation de α_{asp} sur la résistance thermique et la puissance de pompage d'un MCHS silicium/eau sous la contrainte d'un débit fixe. Mise en évidence d'un optimum à $\alpha_{asp} = 13$ 180
- Fig. 8.6 : Variation des paramètres thermique et hydrodynamique d'un MCHS en silicium/eau sous la contrainte d'un débit imposé. Mise en évidence d'optima. (a) Effet combiné de la charge thermique et de α_{asp} sur la résistance thermique. (b) Relation entre puissance de pompage et résistance thermique en fonction du débit, α_{asp} et de la charge thermique. 182
- Fig. 8.7 : Effet de la largeur des canaux sur la résistance thermique d'un MCHS en silicium/eau sous une contrainte de débit imposé. (a) Variation de R_{vc} avec W_c , (b) Variation des paramètres hydrodynamiques avec W_c , (c) Variation des longueurs d'établissement avec W_c 184
- Fig. 8.8 : Effet de la variation Γ sur la puissance de pompage et la résistance thermique d'un MCHS en silicium/eau sous une contrainte de débit imposé 185
- Fig. 8.9 : Effet de α_{asp} sur les paramètres thermiques et hydrodynamiques d'un MCHS en silicium/eau sous la contrainte d'une perte de charge imposée. (a) Variation de R_{vc} avec α_{asp} (b) Variation des paramètres hydrodynamiques avec α_{asp} , (c) Variation des longueurs d'établissement avec α_{asp} 187
- Fig. 8.10 : Relation entre la puissance de pompage et la résistance thermique en fonctions de α_{asp} et de N_c pour un MCHS en silicium/eau sous la contrainte d'une perte de charge imposé. Mise en évidence d'optima. 188
- Fig. 8.11 : Effet de α_{asp} sur les paramètres d'un MCHS silicium/eau sous la contrainte d'une puissance de pompage imposée. (a) Variation de R_{vc} avec α_{asp} , (b) Variation des paramètres hydrodynamiques avec α_{asp} , (c) Variation des longueurs d'établissement avec α_{asp} 191

<i>Fig. 8.12 : Effet de W_c et Γ sur la résistance d'un MCHS silicium/eau sous la contrainte d'une puissance de pompage imposée. (a) Variation de R_{vc} avec W_c (b) Variation de R_{vc} avec Γ.....</i>	<i>192</i>
<i>Fig. 8.13 : Analogie électrique du transfert de la chaleur en régime transitoire dans un MCHS.....</i>	<i>192</i>
<i>Fig. 8.14 : Variation de la température de surface maximale d'un MCHS soue l'effet d'une charge thermique (a) continue (b) alternée.....</i>	<i>193</i>
<i>Fig. 8.15 : Variation de la température maximale d'un MCHS sous l'effet d'une charge thermique alternée à différentes fréquences.....</i>	<i>194</i>
<i>Fig. 8.16 : Variation de la température maximale d'un MCHS sous l'effet d'une charge thermique alternée à 105 cycles / seconde.</i>	<i>195</i>
<i>Fig.A.1 : Spectre des ondes électromagnétiques. [122, 123]</i>	<i>227</i>
<i>Fig. A.2 : Equation pour l'estimation du facteur de vue entre deux surface perpendiculaires [127, 128, 129 & 130 in 131]</i>	<i>228</i>
<i>Fig. A.3 : Equation pour l'estimation du facteur de vue entre deux surface parallèles. [127, 132, 128, 129, 130, 133 in 131]</i>	<i>229</i>
<i>Fig. A.4 : Sens des impulsions adopté</i>	<i>230</i>
<i>Fig. C.1 : Elément d'un radiateur à ailettes rectangulaire isothermes.....</i>	<i>261</i>
<i>Fig. C2 : facteur de vue entre des bandes perpendiculaires</i>	<i>265</i>
<i>Fig. C3 : Facteurs de vue entre surfaces perpendiculaires.....</i>	<i>266</i>
<i>Fig. C4 : Facteurs de vue entres surfaces parallèles</i>	<i>267</i>

Liste des tableaux

<i>Tableau 1.1 : Classification des canaux en fonction de leurs diamètres.....</i>	<i>10</i>
<i>Tableau 3.1 : Analogie entre le phénomène électromagnétique et le phénomène électrique [88]</i>	<i>55</i>
<i>Tableau 3.2 : Analogie entre le phénomène électrique et le phénomène thermique ...</i>	<i>67</i>
<i>Tableau 5.1 : Estimation de l'émissivité relative d'une surface MCA formée par ablation laser en cônes de 20μm x 20μm</i>	<i>123</i>
<i>Tableau 6.1 : Paramètres de simulation de l'écoulement dans le canal de la Fig .6.3</i>	<i>135</i>
<i>Tableau 7.1 : Dimensions et propriétés thermiques du radiateur à microcanaux utilisé pour la validation du modèle TLM.</i>	<i>147</i>
<i>Tableau 7.2 : Comparaison des résultats expérimentaux avec les résultats TLM ...</i>	<i>159</i>
<i>Tableau 7.3 : Comparaison avec prédictions analytiques de Tuckerman et Samalam</i>	<i>164</i>
<i>Tableau 7.4 : Comparaison des résultats TLM avec le modèle analytique de Zhimin</i>	<i>165</i>
<i>Tableau 7.5 : Comparaison avec prédictions analytiques de Kim & Kim,</i>	<i>166</i>
<i>Tableau 7.6 : Comparaison du modèle TLM avec le modèle de Quadir établie par FEM</i>	<i>167</i>
<i>Tableau 7.7 : Comparaison TLM avec le Modèle de Zhang</i>	<i>168</i>
<i>Tableau A.1 : Quelques valeurs du coefficient d'échange convectif [120].....</i>	<i>221</i>
<i>Tableau A.2 : Nombre de Nusselt $Nu_{D_{hy}}$ pour canaux rectangulaires, écoulement laminaire avec profil des températures et des vitesses établis. [82 in 119]</i>	<i>221</i>
<i>Tableau A.3 : Coefficients pour Eq.(A.5)</i>	<i>223</i>
<i>Tableau A.4 : Propriétés physico thermique de l'eau. [76]</i>	<i>225</i>
<i>Tableau A.5 : Propriétés des métaux solides à 20°C [76].</i>	<i>225</i>
<i>Tableau A.6 : Propriétés des briques réfractaires, d'isolation [76]</i>	<i>226</i>
<i>Tableau A.7 : Conductivité thermique de quelques solides, k (W/m K) [76]</i>	<i>226</i>

Tableau A. 8 : Emissivités de diverses surfaces à de différentes longueurs d'ondes 227

Tableau A.9 : Bande spectrale correspondante à 95% de l'énergie émise [123] 228

Introduction générale

Il existe plusieurs applications pratiques dans lesquelles l'exigence contradictoire de la dissipation de l'énergie thermique à très haute densité est requise avec une condition de maintien de la température de la structures à un très faible niveau en vue d'un fonctionnement adéquat du dispositif en question. On rencontre ces dispositifs particulièrement dans les lasers fonctionnant à haute énergie et les circuits intégrés (CI) en microélectronique.

La dissipation des processeurs dernière génération est d'environ $100W/cm^2$. Celle des diodes laser à haute puissance ou des gros transistors atteint facilement $500W/cm^2$ et les nouvelles générations d'appareils à rayonnement X vont atteindre $2000W/cm^2$. Le fonctionnement normal de ces appareils est conditionné par le maintien de leur température, généralement, inférieure à $100\text{ }^\circ C$. Pour ce faire, il est impératif d'évacuer la puissance thermique générée par effet Joule dans ces dispositifs d'une manière appropriée. Cela nécessite des systèmes de refroidissement adaptés à ces flux de chaleur très intenses. Le refroidissement à l'air forcé des puces est actuellement à la limite de ces performances et le recours à des moyens plus performants s'impose de plus en plus de nos jours devant l'évolution galopante de la miniaturisation électronique. Le refroidissement à l'eau utilisant des échangeurs à microcanaux (Micro Channels Heat Sink ; aux quelles nous nous référons dorénavant par l'abréviation MCHS) devient alors la solution alternative privilégiée qu'il faudrait optimiser désormais. Ce concept subtil, quoi qu'introduit il y a plus de deux décennies, reste encore mal maîtrisé et fait l'objet de nombreuses recherches contemporaines.

Les microstructures sont complexes et les façons de les construire sont nombreuses et très développées à l'heure actuelle. Cependant, leur optimisation requiert de solides connaissances pour appréhender chaque facteur qui influence leurs performances. Le développement des pompes et des échangeurs adaptés à leurs échelles et aux besoins des puces futures est une voie à développer en parallèle pour améliorer l'intégration.

Les microstructures sont des solutions très prometteuses en terme d'efficacité de refroidissement pour les générations de processeurs à venir. Elles ont comme avantage la compacité, le faible besoin d'énergie, le coût relativement faible, les énormes possibilités d'intégration, etc.

Les potentialités de refroidissement par microcanaux ont été démontrées pour la première fois en 1981 par Tuckerman et Pease [1]. Des expériences effectuées par Tuckerman et Pease ont montré la possibilité d'extraire une puissance thermique de 790 W/cm^2 à travers un radiateur à microcanaux refroidi à l'eau en convection forcée et régime laminaire tout en maintenant la température maximale du MCHS à seulement 71.1°C en dessus la température d'eau à l'admission.

Depuis cet exploit, il s'en suivra plusieurs études théoriques, expérimentales et de simulations numériques pour essayer de définir des méthodes d'optimisation de ces microstructures (nombre de canaux, largeur, hauteur, débit, pertes de charges, résistance thermique globale, trajet de l'écoulement, etc.). Compte tenu de la complexité de ces microstructures, en général, et des micro-radiateurs en particulier, les recherches d'optimisation se sont concentrées exclusivement sur les régimes d'équilibre thermodynamique. En outre les techniques numériques utilisées pour les simulations dans le domaine de ces recherches se sont généralement limitées aux méthodes des différences finies (FDM) et ceux des éléments finis (FEM).

A ce jour, aucune étude hors équilibre thermodynamique n'a été élaborée, ni expérimentalement ni numériquement dans le cadre des études d'optimisation de ces microstructures. Ceci est dû au fait que les besoins réels ne se sont pas encore fait sentir pour l'étude des régimes transitoires à l'heure actuelle compte tenu des moyens matériels relativement onéreux nécessaires pour les études par expérimentations et simulations. En effet, les études expérimentales des régimes non permanents nécessitent des bancs d'essai sophistiqués dotés d'instruments de mesures très performants. Tandis que les simulations numériques basées sur des schémas implicites demandent des mémoires de stockage très élevées, par contre les méthodes explicites classiques nécessitent des ordinateurs très rapides. Cette dernière contrainte peut être résolue partiellement par la technique de modélisation numérique dites TLM (Transmission Line Matrix) connue comme étant une méthode explicite et

inconditionnellement stable. L'objectif de cette dissertation s'attache à l'application de la TLM pour l'investigation du transfert thermique dans les systèmes de refroidissement à microcanaux.

Un système typique de refroidissement à microstructures se compose essentiellement d'un radiateur classique à grande échelle et d'une pompe branchée en circuit fermé à une série de microcanaux. L'objet à refroidir (CI, puces etc.) peut être directement gravé dans le substrat constituant les microcanaux ou simplement attaché étroitement à ce dernier par collage ou autres procédés mécaniques. La chaleur est transmise par conduction à travers les microcanaux ensuite elle est transférée par convection au fluide de refroidissement. Le fluide caloporteur ainsi échauffé va être refroidi dans le radiateur classique monté en série pour être recyclé de nouveau. Le transfert de l'énergie calorifique entre le fluide chaud et le radiateur est effectué par convection forcée selon les méthodes classiques pour être ensuite évacué au milieu environnant par convection et/ou rayonnement thermique (Cf. figure 2.2).

Cette étude porte essentiellement sur l'utilisation de la technique TLM pour résoudre deux étapes importantes utilisées par le système de refroidissement à microcanaux décrit ci haut. La première étape consiste en l'étude du transfert de la chaleur générée par effet Joule par des composants électroniques miniaturisés vers le fluide caloporteur et la deuxième en l'étude de la dissipation de cette énergie par rayonnement dans l'espace. A cet effet, il est impératif de développer de nouveaux modèles de conditions aux limites qu'il faudrait associer avec ceux déjà existants dans la littérature. Ces conditions aux limites sont les suivantes:

- *Densité de flux imposée* : La densité de flux thermique imposée sur une surface frontière est utilisée pour simuler la génération de la chaleur par un CI très dense.
- *Transfert convectif* : La condition de transfert de la chaleur par convection est utilisée pour simuler le transfert thermique entre les parois solide du MCHS et le fluide caloporteur.
- *Transfert radiatif* : La condition de transfert radiatif imposée sur une surface frontière est utilisée pour la modélisation du transfert thermique

par rayonnement électromagnétique. Ce type de transfert est d'une importance capitale pour l'optimisation des panneaux radiants utilisés dans les installations spatiales.

- *Saut de température*: La condition de saut de température est utilisée pour modéliser une résistance d'interface due par exemple à une pâte thermique.
- *Contact parfait*: La condition de contact parfait est utilisée pour simuler un assemblage CI-MCHS avec une résistance thermique négligeable (soudage, collage, frettage, etc.).

Outre ces conditions aux limites, l'estimation de la température du fluide de refroidissement doit être effectuée simultanément. Dans ce travail nous nous limitons à la résolution de l'équation de l'énergie en 1D en terme des propriétés moyennes de la masse fluide où le transfert de l'énergie thermique à l'interface solide/fluide est modélisé par la loi de Newton de refroidissement. A cet effet, un modèle spécifique est développé pour la modélisation du transport de la chaleur par le fluide caloporteur.

Le transfert thermique dans ces systèmes est régi par l'équation de la chaleur soumise à de différentes conditions aux limites spatio-temporelles. La résolution numérique de cette dernière par la méthode TLM est bien maîtrisée à nos jours avec l'association de simples conditions aux limites évoquées en chapitre III. Afin, de traiter convenablement le problème du transfert thermique lié à ces microstructures, il est indispensable de coupler le modèle TLM pour la résolution de l'équation de la conduction avec ceux des conditions aux limites, spécifiques à ces systèmes de refroidissement, développés tout le long de cette étude.

Avant d'aborder les différents chapitres directement concernés par le développement de nouveaux modèles TLM et l'optimisation de ces microstructures, nous examinons tout d'abord la base théorique et historique pour clarifier les différentes études et analyses entreprises dans cette dissertation.

Dans le chapitre I, nous introduisons très brièvement les caractéristiques exceptionnelles des microcanaux. Ensuite une revue bibliographique non exhaustive

sur les différents travaux réalisés dans le domaine du refroidissement par microcanaux et les progrès effectués dans le cadre du développement de l'outil TLM sont donnés respectivement dans les § 1.2 et § 1.3. Nous terminons ce chapitre par un rappel des concepts et principes fondamentaux des trois modes du transfert thermique indispensables à la compréhension des différentes analyses abordées dans le reste de ce travail.

Le chapitre II est consacré aux bases théoriques des microcanaux. Nous décrivons d'abord le concept des microcanaux et le principe de fonctionnement d'un système de refroidissement à microstructures. Nous décrivons ensuite la méthodologie d'évaluation des performances des microcanaux par différentes résistances thermiques. Les principaux modèles analytiques existant dans la littérature sont ensuite donnés pour être utilisés au chapitre IV afin de valider les résultats TLM pour le régime d'équilibre thermodynamique.

Le chapitre III relate les étapes principales entreprises dans le développement de la technique TLM. Nous présentons d'abord les principes élémentaires ayant servi à la technique pour être utilisée à résoudre l'équation du télégraphiste en 1D puis son extension aux problèmes en 2D et en 3D. Nous décrivons l'analogie entre l'équation du télégraphiste et l'équation de la chaleur. Nous donnons en fin de chapitre l'algorithme final en 3D utilisé par la technique TLM pour la résolution de l'équation de la chaleur et quelques modèles élémentaires de conditions aux limites déjà utilisés avec satisfaction pour résoudre différents problèmes de diffusion.

Dans le chapitre IV, nous développons de nouveaux modèles TLM pour le traitement des conditions aux limites décrites ci-dessus et qui sont fondamentaux à l'étude du transfert thermique dans les systèmes de refroidissement par microstructures. Les modèles développés dans ce chapitre sont validés avec des résultats obtenus par la méthode FDM, la méthode FEM et/ou des résultats analytiques lorsqu'ils sont disponibles.

Au chapitre V, nous utilisons les modèles des limites radiatives développés précédemment pour mettre au point un modèle complet pour l'optimisation des panneaux radiants à cannelures rectangulaires. L'erreur induite par la théorie simplificatrice basée sur l'hypothèse des surfaces isothermes est ensuite discutée. Les

résultats obtenus sont utilisés pour analyser les panneaux radiants vêtus de cannelures microscopiques de différentes formes. Finalement, la supériorité des structures MCA (Micro Column Arrays) est mise en évidence en fin de chapitre.

Au cours du chapitre VI, nous développons un nouveau modèle TLM pour la résolution de l'équation d'énergie pour un fluide incompressible en 1D. La variation de l'enthalpie du fluide est modélisée par l'incorporation d'une ligne de transmission composée d'une diode électrique. Les résultats de ce modèle sont appliqués à un écoulement fluide dans un canal rectangulaire soumis à une source thermique interne et validé contre les résultats obtenus par un modèle équivalent développé en FDM.

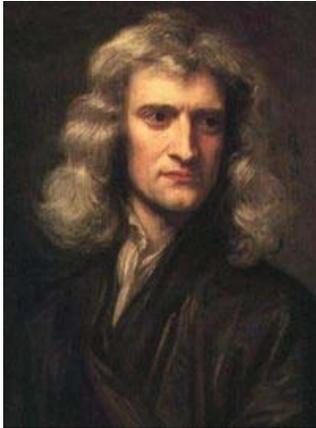
Le chapitre VII est consacré au développement d'un modèle TLM global pour l'estimation du transfert de la chaleur dans des microcanaux. Ce modèle utilise les modèles de conditions aux limites développés au chapitre IV et le modèle développé au chapitre VI pour la résolution de l'équation de l'énergie. Le modèle ainsi développé est validé en comparaison avec des résultats obtenus par la méthode FDM standard pour les régimes transitoires et ceux obtenus par les méthodes analytiques évoqués au chapitre II pour les régimes permanents. L'avantage du modèle TLM est ensuite discuté en comparaison avec le modèle FDM.

Chapitre VIII sera consacré à l'optimisation des microcanaux en utilisant le modèle développé au chapitre précédent. L'optimisation de ces microstructures sera réalisée selon trois contraintes, à savoir la contrainte du débit imposé, la contrainte de la pression imposée et finalement la contrainte de la puissance de pompage imposée. En fin de chapitre l'effet de l'inertie thermique du radiateur à microcanaux est analysé en appliquant une charge thermique variable dans le temps.

En conclusion générale, nous synthétisons les principaux résultats obtenus dans le cadre de cette étude. Quelques recommandations pour des travaux futurs sont aussi données.

Trois annexes sont associées à cette étude. L'annexe A liste l'ensemble des propriétés physiques et les différentes formulations utilisées au cours de ce travail. L'annexe B regroupe un ensemble de programmes utilisés pour la réalisation des différentes simulations entamées tout le long de cette étude. L'annexe C a été réservée pour les

différents codes réalisés pour l'estimation des facteurs de vue et la simulation des panneaux radiants isothermes.



Sir Isaac Newton (4 January 1643 – 31 March 1727) was an English physicist, mathematician, astronomer, alchemist, and natural philosopher, regarded by many as the greatest figure in the history of science

The law of gravity became Sir Isaac Newton's best-known discovery. Newton warned against using it to view the universe as a mere machine, like a great clock. **He said:**

Gravity explains the motions of the planets, but it cannot explain who set the planets in motion. **God** governs all things and knows all that is or can be done.

CONVECTION: He also formulated an empirical law of cooling



Max Karl Ernst Ludwig Planck (April 23 in Kiel, Germany, 1858 – October 4, 1947 in Göttingen, Germany) was a German physicist

He is considered to be the founder of quantum theory, and therefore regarded as one of the most important physicists of the twentieth century.

RADIATION: He also formulated the principle of predicting the spectral intensity of electromagnetic radiation of a black body



Joseph Fourier (21 mars 1768 à Auxerre - 16 mai 1830 à Paris) est un mathématicien et physicien français connu pour ses travaux sur la décomposition de fonctions périodiques en séries trigonométriques convergentes appelées séries de Fourier.

CONDUCTION: Il a établi expérimentalement la loi du transfert thermique par conduction en 1822

CHAPITRE I

Revue bibliographique et concepts fondamentaux du transfert thermique

Au cours de ce chapitre nous présentons un panorama sur les radiateurs à microcanaux utilisés actuellement pour la dissipation de grosses densités de chaleurs dans maintes applications. Après avoir passé en revue succinctement les qualités attrayantes de ces microstructures ainsi que les principaux travaux réalisés dans ce domaine, nous aborderons le contexte historique de la technique TLM. Ainsi, une revue bibliographique, non exhaustive, des différents progrès réalisés avec cet outil numérique qui sera utilisé tout le long de cette étude est donnée en section § 1.3. En dernière section de ce chapitre nous rappelons brièvement les concepts généraux du transfert thermique qui seront utilisés dans le reste de ce travail.

1.1. Introduction aux microcanaux

Les systèmes de refroidissement par des échangeurs à microcanaux constituent une méthode innovante efficace pour le transfert de grandes quantités de chaleur à partir de très petites surfaces de l'ordre du centimètre carré vers un fluide caloporteur puis vers le milieu environnant. L'échangeur miniaturisé consiste en des microcanaux creusés dans un matériau à haute conductivité thermique comme l'aluminium, le cuivre ou le silicium. Ces canaux peuvent être réalisés par micro-usinage ou autres techniques complexes de micro fabrication tel que l'ablation laser, le plasma, l'épithaxie, la gravure chimique, l'érosion, le dépôt à vapeur, etc. Ils ont des dimensions de passage qui varient de 1 *mm* à 10 μm dans lesquels circule un fluide chargé d'évacuer la puissance thermique absorbée vers un radiateur ou un condenseur de dimensions classiques. Ces micro-échangeurs englobent à la fois une énorme surface d'échange par rapport à leurs dimensions générales (rapport surface/volume très important), un très grand coefficient d'échange convectif, une faible masse, un faible encombrement et un faible besoin en débit volumique (de quelques cm^3/s). Ces caractéristiques excellentes font de ces systèmes un moyen de refroidissement

efficacement adaptable pour un refroidissement convenable des CI, des puces, des lasers, etc. Les différents échangeurs à canaux utilisés pour le refroidissement sont classés par ordre de grandeur de leur diamètre hydraulique D_{hy} . Généralement, la classification donnée par le tableau 1.1 est largement acceptée par la majorité des institutions concernées par ces microstructures quoique des limites basées sur des critères scientifiques ou expérimentaux bien concis n'existent pas encore.

Tableau 1.1 : Classification des canaux en fonction de leurs diamètres

Canaux conventionnels	$D_{hy} > 3 \text{ mm}$
Mini-canaux	$3 \text{ mm} \geq D_{hy} > 0.2 \text{ mm}$
Microcanaux	$200 \mu\text{m} \geq D_{hy} > 10 \mu\text{m}$
Canaux transitionnels	$10 \mu\text{m} \geq D_{hy} > 0.1 \mu\text{m}$
Nano-canaux moléculaires	$0.1 \mu\text{m} \geq D_{hy}$

Différents types de microcanaux vus au microscope électronique sont donnés sur la figure 1.1. Ces images mettent bien en relief une surface mouillée très importante juste au dessus de la zone de chauffage. Il faut, cependant, remarquer la grande difficulté liée à la conception et l'optimisation de si petits systèmes.

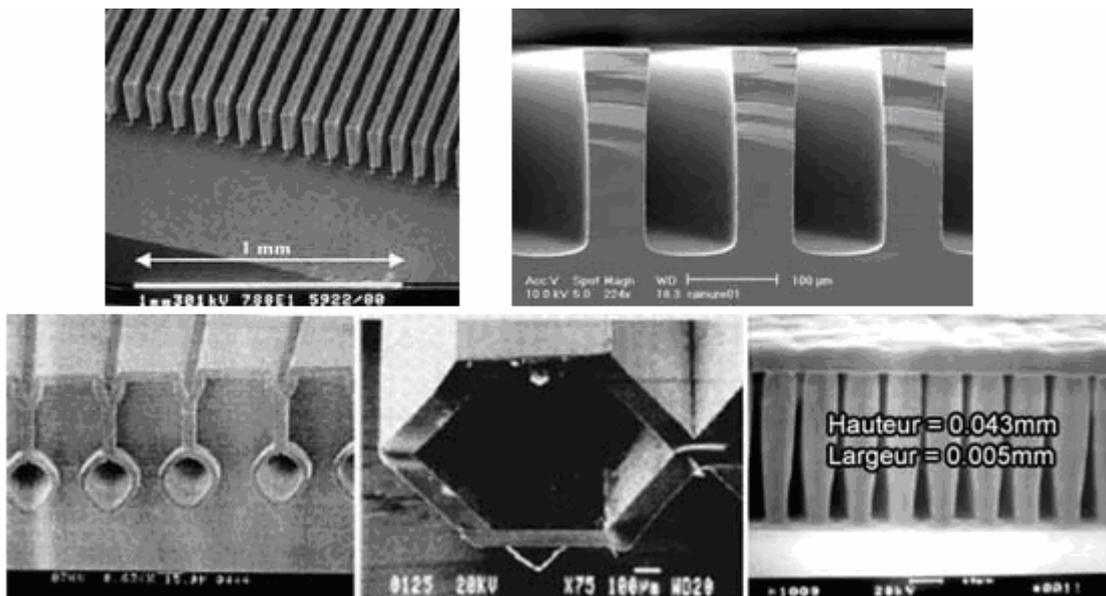


Fig. 1.1 : Vues agrandies de différentes formes de microcanaux, prises au microscope électronique [2]

1.2. Revue bibliographique sur les microcanaux

Pour démontrer le potentiel de refroidissement des microcanaux, dont une vue schématique est donnée en figure 2.1, Tuckerman et Pease [1, 3] ont fabriqué un échangeur de $1 \times 1 \text{ cm}^2$ en silicium, composé de canaux de $50 \mu\text{m}$ de largeur formés par des ailettes de $50 \mu\text{m}$ d'épaisseur et de $302 \mu\text{m}$ haut (soit environ 100 canaux /cm). En utilisant de l'eau comme fluide caloporteur, cet échangeur était capable de dissiper 790 W/cm^2 avec un écart maximal de température de 71.1°C par rapport à la température de l'eau à l'entrée des canaux. Ce résultat est obtenu avec un débit relativement très faible de $8.6 \text{ cm}^3/\text{s}$ et une perte de charge de 2.14 bars (31 psi). Ces auteurs ont aussi pu démontrer analytiquement qu'un design optimal, en régime laminaire avec profils établis, donnerait une résistance thermique¹ globale égale à $\text{cm}^2 \cdot 0.086^\circ\text{C/W}$ avec $Wc = Wf = 57 \text{ m}$, $\alpha_{asp} = Hc/Wc = 6.4$, $Hc = 365 \text{ m}$, $Q_{ff} = 11 \text{ cm}^3/\text{s}$ et une perte de charge de 2.07 bars . Ils ont alors montré qu'on pouvait réduire la taille des échangeurs à de très petites échelles en ayant le même niveau de performance, et même bien supérieure, que les systèmes classiques. Cet exploit a ouvert les portes à de nombreuses recherches dans le domaine.

Tuckerman & Pease [4, 5], Fields [6] et Tuckerman [7] ont montré que les techniques de Micro-sciage offrent des possibilités de fabrication plus rapides que celles utilisant la gravure à l'acide précédemment employées [1]. Des structures au silicium à ailettes carrées avec un pas spatial de $80 \mu\text{m}$ découpées par un sciage mécanique de précision ont été testé par Tuckerman [7]. Ces structures ont permis une dissipation de 1300 W/cm^2 de puissance thermique. Le concept de micro capillarité breveté en 1986 par Pease et al. [8] a été initialement introduit par Tuckerman et Pease [9]. Le principe de ce concept consiste à utiliser des forces capillaires pour réduire la résistance thermique du joint entre les sources thermique (CI) et le MCHS.

Il s'en suivra de nombreuses d'études théoriques, expérimentales et de simulations numériques pour essayer de définir les méthodes d'optimisation des designs suivant

¹ La notion de résistance thermique dans ces microstructures est abordée en détail dans le Chapitre II. (Cf. Eq.2.1)

l'application à laquelle sont destinées ces micro-structures (nombre de canaux, largeur, hauteur, débit, pertes de charges, résistance thermique globale, trajet de l'écoulement, etc.). En 1984 Goldberg [10] étudia les performances hydrodynamiques et thermiques d'un échangeur à micro-canaux en cuivre refroidi à l'air en convection forcée et régime laminaire. Il étudia des canaux de dimension $Wf = Wc = 127, 254$ et $635\mu m$ avec $Hc = 1.27cm$ et $Ly = 0.635cm$. La résistance minimale était obtenue avec les canaux de $127\mu m$ de large. Cette dernière était de l'ordre de $0.88 cm^2\text{-}^\circ C/W$ soit 10 fois plus grande que celle obtenue par Tuckerman et Pease [1]. Ceci s'explique par le fait que dans ces expériences Goldberg utilisa de l'air avec une chute de pression très faible. Au cours de cette même année, Keyes [11] présenta un modèle théorique pour l'étude des radiateurs à ailettes sans comparer son modèle à des résultats expérimentaux.

L'effet de la rugosité sur l'écoulement, dans des canaux relativement larges ($Wc = 188$ et $508 m$) avec un rapport Hc/Wc très grand, a été examiné par Acosta et al. [12]. Il a été vérifié qu'à cette échelle la relation rugosité perte de charge obéit à une loi similaire à celle des canaux macroscopiques classiques. La rugosité des parois n'affectait pas l'écoulement laminaire pendant que l'écoulement turbulent était très affecté par cette dernière.

En 1985 Mahalingam [13] a effectué des expérimentations sur des microcanaux au silicium refroidis à l'air et à l'eau. Le refroidissement à l'air a donné une résistance de $10.12 cm^2\text{-}^\circ C/W$ et celui à l'eau une résistance de $0.29 cm^2\text{-}^\circ C/W$ soit près de 3.5 fois plus grande que celle obtenue par Tuckerman et Pease [1] avec bien entendu des dimensions beaucoup plus grandes. Les canaux avaient une largeur de $200\mu m$ et une hauteur de $1700\mu m$ avec une épaisseur des ailettes égale à $100\mu m$. En 1987, Mahalingam et Andrews [14] ont testé des radiateurs au silicium et au cuivre refroidis à l'air. Un modèle analytique de résistance thermique a été proposé pour des nombres de Mach² inférieurs à 0.3. La résistance thermique évaluée avec leur modèle était de

² Le nombre de Mach est un nombre sans dimension, noté Ma, qui exprime le rapport de la vitesse locale d'un fluide sur la vitesse du son dans ce même fluide. Il est généralement admis que le fluide est incompressible lorsque $Ma < 0.3$.

l'ordre de 25% plus grande que celles obtenue expérimentalement. Cependant, il est à noter que l'expansion thermique à proximité des sources n'a pas été prise en considération dans le développement de leur modèle ce qui explique en partie cet écart important.

La modélisation des microcanaux comme étant des milieux poreux a été introduite en 1986 par Koh et Colony [15]. Ces auteurs avaient modélisé les microcanaux comme étant un milieu poreux en adoptant le concept utilisé par Vafai et Tien [16]. La comparaison des résultats obtenus par cette méthodologie à ceux obtenus expérimentalement par Tuckerman [7] a donné une erreur de l'ordre de 25%. Il a fallu adopter, par exemple, pour l'expérimentation *ref: 8IF9* un nombre de Nusselt³ aussi grand que 8.07 (au lieu de 6 recommandée par Tuckerman) pour trouver les mêmes résultats que ceux trouvés expérimentalement par Tuckerman.

Kishimoto et Ohsaki [17] ont étudié les performances d'un microsystème à multicouches en alumine refroidie à l'eau composé de canaux superposés en couches d'environ 8.3 cm de long avec $Wf = 2540\mu m$, $Wc = 800\mu m$ et $Hc = 400\mu m$ et une aire de chauffe de $0.8 \times 0.8 cm^2$. Une résistance de $2.11 cm^2 \cdot ^\circ K/W$ (i.e. $3.3^\circ C/W$) été obtenue pour une chute de pression de $19.6 kPa$. Leurs résultats expérimentaux concordaient avec une erreur maximale de $\pm 10\%$ en comparaison à des résultats obtenus numériquement utilisant les éléments finis en 3D.

Kishimoto et Sasaki [18] avaient vérifié expérimentalement que la résistance peut être améliorée par un facteur de 4 en comparaison aux ailettes conventionnelles en adoptant des formes losangées. Ce résultat est certainement en contradiction avec celui obtenu par Tuckerman [7] en adoptant des ailettes à épingles carrées. Cependant, cette amélioration peut être justifiable par la forme losangique permettant ainsi un mélange parfait de l'écoulement en aval de chaque ailette et une bonne adhérence de la veine liquide en amont.

³ Le nombre de Nusselt est un nombre sans dimension. Il permet de calculer les échanges thermiques de manière globale. Il fournit une comparaison entre le flux transmis par le fluide en convection et le flux qui serait transmis par conduction dans le même fluide.

Afin d'éviter certains problèmes techniques liés aux circuits micro structurés à haute pression (voilage du matériel, la rareté des pompes spéciales à haute pression etc.), Sasaki et Kishimoto [19] ont étudié la performance des microcanaux à basse pression. Une résistance égale à $0.32 \text{ cm}^2\text{-}^\circ\text{C}/\text{W}$ a été enregistrée expérimentalement pour des canaux en silicium refroidis à l'eau ayant $Wc = Wf = 340 \mu\text{m}$ et $Hc = 900 \mu\text{m}$ sous une chute de pression de 19.6 kPa , valeur évidemment environ 3.5 fois plus grande que celle estimée par Tuckerman et Pease mais justifiable par la perte de charge qui est environ 10 fois plus faible. Par ailleurs, leur prédiction analytique a montré que la valeur optimale de Wc (i.e. Wc_{Opt}) augmente avec l'augmentation de Ly .

Tien et Kuo [20] ont amélioré le travail initié en 1986 par Koh et Colony [15] en utilisant l'équation de Darcy modifiée par Vafai et Tien [21] et ce en imposant la condition de non-glissement aux parois solides. Une erreur de l'ordre de 10% a été signalée en comparant leur modèle avec des résultats obtenus par la méthode des volumes finis.

Phillips [22, 23 & 24] et Phillips et al. [25] ont étudié analytiquement, numériquement et expérimentalement les microcanaux en régimes laminaires et turbulents avec des écoulements en développement et entièrement développés. L'erreur maximale entre résultats expérimentaux et théoriques a été estimée à moins de 20%. Les performances concernant des canaux fabriqués en phosphore d'indium, avec un refroidissement en eau sont données par Phillips [22]. Les dimensions adoptées sont $Wf = 155 \mu\text{m}$, $Wc = 220 \mu\text{m}$, $Hc = 165 \mu\text{m}$ et $Ly = 0.97 \text{ cm}$ sous une charge de $10^3 \text{ W}/\text{cm}^2$ avec une surface de chauffe de $0.25 \times 0.25 \text{ cm}^2$. Une résistance thermique de $0.072 \text{ cm}^2\text{-}^\circ\text{C}/\text{W}$ a été obtenue pour une perte de charge de 267 kPa .

Nayak et al. [26] ont étudié expérimentalement des microcanaux au silicium refroidis à l'eau avec un rapport caractéristique α_{asp} très petit. Pour $Wf = 2540 \mu\text{m}$, $Wc = 5870 \mu\text{m}$, $Hc = 1000 \mu\text{m}$, $Ly = 0.9 \text{ cm}$ et une perte de charge de 110 kPa ; la résistance était de $0.171 \text{ cm}^2\text{-}^\circ\text{C}/\text{W}$. Une analyse comparative entre les résultats obtenus par le modèle numérique de Hwang et al. [27] et les données expérimentales Nayak et al. [26] a révélée une surestimation d'au moins 20% des résultats obtenus numériquement.

Une solution analytique exacte a été pour la première fois établie en 1989 par Samalam [28]. Cette analyse a été basée sur un certain nombre d'hypothèses simplificatrices en considérant un modèle 2D. Les résultats déduits avec ce modèle théorique dont les détails sont donnés au § 2.6.1 sont comparés à ceux obtenus par le modèle analytique de Tuckerman et Pease [1] et le modèle TLM développé dans le cadre de ce travail au tableau 7.3.

Knight et al. [29] avaient modélisé le MCHS comme étant un milieu poreux saturé. Ils ont déduit qu'il était possible d'obtenir une résistance thermique en régime laminaire plus faible que celle obtenue par Tuckerman et Pease [1] en écartant la contrainte de $F=1$. Ils avaient aussi argumenté qu'il était possible d'obtenir une résistance beaucoup plus faible en régime turbulent avec une augmentation négligeable de la puissance de pompage.

Wiesberg et al. [30] ont analysé numériquement les micro-radiateurs en vérifiant leurs résultats avec ceux obtenus par Samalam [28]. Des écarts de l'ordre de 60% entre leurs prédictions et celles de Samalam ont été signalés pour des valeurs de Hc/Wc aux alentours de 1. Cet écart était réduit à près de 2% pour Hc/Wc au alentours de 10.

Knight et al. [31], en transformant les équations de la dynamique du fluide et du transfert de la chaleur par conduction et convection sous formes adimensionnelles, ils ont montré que la résistance thermique des micro canaux peut être améliorée en adoptant $F < 1$ et en écartant la condition du régime laminaire imposée par leurs prédécesseurs. Une réduction entre 10% à 35% de la résistance thermique a été reportée pour les designs de Tuckerman et Pease [1], Goldberg [10] et Phillips [22].

Knight et al. [32] ont effectué des études expérimentales et analytiques sur des radiateurs en aluminium à cannelures rectangulaires refroidis à l'air. Les résistances thermiques évaluées analytiquement étaient sous estimées en comparaison aux résultats expérimentaux obtenus. Des radiateurs à 5, 8 et 11 ailettes ont été analysés sous un régime turbulent. L'optimum était obtenu avec un système à 8 ailettes. Une réduction de 19% a été réalisée en terme de résistance par rapport au système à 5 ailettes et 13% par rapport à celui constitué de 11 ailettes.

Yu et Xin [33] ont testé expérimentalement et estimé analytiquement, en utilisant l'analogie avec les milieux poreux, des microcanaux refroidis à l'air avec des ailettes de 0.2mm d'épaisseur à des longueurs différentes. Comme leurs prédécesseurs, ils ont aussi constaté une sous estimation de la résistance thermique évaluée analytiquement.

Wang et Peng [34] ont testé expérimentalement des microcanaux refroidis à l'eau et au méthanol. Ils ont observé une transition de l'écoulement turbulent entre $Re^4=1000-1500$. Ils ont modifié l'équation de Dittus-Boelter⁵ pour l'estimation du nombre de Nusselt aux régimes établis avec un $Re>1500$.

Peng et Peterson [35 & 36] ont étudié le transfert thermique par convection forcée dans les microcanaux refroidis à l'eau. Ils avaient constaté que le comportement de l'écoulement fluide et du transfert de la chaleur était différent de celui observé dans les structures classiques à l'échelle macroscopique. Ils avaient aussi constaté que la géométrie des microcanaux avait un effet critique sur le transfert thermique monophasique.

Copeland et al. [37] en simulant numériquement par les éléments finis l'écoulement et le transfert de la chaleur dans les microcanaux, ont constaté que les résultats numériques concordaient acceptablement avec ceux obtenus analytiquement par des théories simplifiées pour une vitesse d'approche de 1m/s. Cependant, ils constatèrent une considérable divergence pour des vitesses trop basses.

Zhimin et Fah [38] ont proposé une expression analytique pour l'estimation de la résistance thermique pour différents régimes. Les effets de Hc/Wc , Wf/Wc et Wc sur les performances des microcanaux sous différentes contraintes (pression de pompage imposée, perte de charge imposée et débit imposé) ont été étudiés. Une description succincte de leur méthodologie est donnée au § 2.6.2. Ce modèle sera utilisé en

⁴ Le nombre de Reynolds caractérise la nature du régime d'un écoulement (laminaire, critique ou turbulent). Il représente le rapport entre forces d'inertie et forces visqueuses. Il est le plus important nombre sans dimension en dynamique des fluides. Il a été mis en évidence en 1883 par Osborne Reynolds.

⁵ Relation universellement reconnue pour l'estimation du nombre de Nusselt dans les échangeurs classiques.

chapitre VII pour valider les résultats du modèle TLM qui sera développé au cours de ce travail.

En 1999 le MCHS a été modélisé par Kim et Kim [39] en utilisant le concept du milieu poreux saturé tel que proposé par Tien et Kuo [20] avec la loi de Darcy modifiée. Ils ont proposé un modèle de résistance dont les résultats obtenus ont été comparés avec les données expérimentales de Tuckerman et Pease [1] avec une erreur maximale ne dépassant pas les 8%. Une erreur relative de 10% sur la résistance a été observée en comparant leur résultat avec celui obtenu par Knight et al. [29] pour pratiquement les mêmes données

En 2001, Quadir et al. [40] ont modélisé le MCHS numériquement utilisant les éléments finis. Pour l'estimation des pertes de charge et du nombre de Nusselt, ils ont adopté la méthodologie proposée par Zhimin et Fah [38]. Leur modèle a été comparé avec une erreur maximale de 2.5% aux résultats obtenus par Leng [41] en utilisant un logiciel commercialisé (Fluent). Une erreur de l'ordre de 7% a été trouvée entre leurs résultats et ceux obtenus par Zhimin et Fah [38] par contre leurs résultats concordaient parfaitement (erreur relative $\approx 0\%$) avec ceux obtenus par Kim et Kim [39].

Wu et Cheng [42] ont effectué une série d'expérimentations sur différents microcanaux de formes trapézoïdales sous des régimes d'écoulements laminaires. Pour les régimes laminaires étudiés, ils ont constaté une augmentation du nombre de Nusselt et du coefficient de frottement avec la rugosité et les propriétés hydrophiles de la surface. Cette augmentation était plus prononcée à des nombres de Reynolds grands.

En 2004, Croce et D'Agaro [43] ont étudié l'effet de la rugosité sur les pertes de charge et le coefficient de transfert convectif dans des tubes et des canaux rectangulaires en régime laminaire. Ils constatèrent que la rugosité influe beaucoup sur les pertes de charges (constatation contraire au comportement des échangeurs classiques en régime laminaire) pendant que l'influence de cette dernière sur le nombre de Nusselt s'avéra très faible.

Li et al. [44] ont étudié numériquement par les différences finies les caractéristiques d'un radiateur à microcanaux au silicium refroidi à l'eau en régime laminaire. Il a été

vérifié expérimentalement que l'écoulement entièrement établi est parfaitement régi par les équations classiques de Navier-Stokes. Ces équations ont été résolues en 2D simultanément avec l'équation d'énergie et l'équation de la conduction en 3D. Les propriétés thermo physiques de l'eau aussi bien que le profil des vitesses avaient une grande influence sur le transfert thermique.

Zhang et al. [45] se sont intéressés à l'étude d'un MEMS complet, composé d'un circuit intégré et d'un micro-radiateur à ailettes. Ils ont proposé un modèle de résistance dont le détail est énoncé au § 2.6.3. Les incertitudes de mesures expérimentales ont été soigneusement reportées ce qui a donné plus de crédibilité à leurs expérimentations. Le nombre de Nusselt et la perte de charge ont été estimés à partir d'expressions proposées par Copeland [46].

Du côté hydrodynamique, on note les travaux récents effectués en 2005 par Bahrami et al. [47] pour l'estimation des pertes de charge dans les micro-tubes sous un régime laminaire entièrement établi et les travaux de Abdelall et al. [48] concernés par l'estimation expérimentale de l'effet de l'expansion et de la contraction brusques des écoulements dans des mini tubes.

En outre des travaux évoqués ci haut, d'autres recherches importantes du côté hydrodynamique ont été effectuées en parallèle. Plusieurs corrélations ont été proposées pour l'estimation du coefficient de transfert thermique et celui des pertes de charge dans ces microstructures. Cependant, il est important de noter que des divergences très importantes ont été constatées entre les différentes données expérimentales publiées à ce jour et la théorie classique. Ces divergences ont parfois incité des réflexions sur l'applicabilité de la théorie des milieux continus à cette échelle aussi bien sur le manque de la rigueur expérimentale associée avec certains procédés expérimentaux adoptés par différents chercheurs. A cet effet, une étude critique relative aux différentes techniques expérimentales utilisées dans la littérature pour la mesure des caractéristiques des micros écoulements a été établie par Ferguson et al. [49].

A la lumière de cette revue historique on peut conclure qu'il n'existe aucune tendance généralisée pour l'optimisation des microcanaux et par conséquent il reste beaucoup à

faire dans ce domaine pour une meilleure maîtrise du phénomène de transfert thermique dans ces microstructures.

1.3. Revue bibliographique sur la TLM

La TLM (Transmission Line Matrix) est une méthode de modélisation numérique, elle fût introduite pour la première fois en 1971 par Johns et Beurle [50] pour résoudre les problèmes d'électromagnétisme. Depuis, cette technique a été développée exclusivement pour la résolution des problèmes d'électromagnétisme [51, 52 & 53] jusqu'en 1977 où elle fût introduite par Johns [54] aux problèmes de diffusion comme étant une méthode simple explicite et inconditionnellement stable. La technique a été appliquée pour résoudre des problèmes thermiques avec des conditions de frontières mobiles par Butler et Johns [55]. La technique du maillage en coordonnées polaires, utilisée en milieux sans pertes pour la résolution de problèmes avec symétrie axiale [56, 57], fût étendue en 1985 par de Cogan et Johns [58] aux problèmes de diffusion. La modélisation en 3D des problèmes de la diffusion a été introduite pour la première fois par De Cogan et Henini [59] pour modéliser le transfert thermique dans des structures composées de fusibles électriques contenus dans des substrat isolants. Aujourd'hui, la technique TLM est bien maîtrisée et a été utilisée avec succès pour modéliser un grand nombre de problèmes thermiques avec des conditions aux limites spécifiques. Depuis 1977, plusieurs développements ont été effectués en vue d'améliorer le premier modèle original de Johns. Les problèmes avec des propriétés physiques hétérogènes dans le temps et/ou l'espace sont souvent modélisés par incorporation de lignes stub, par interpolation inter nodal où par évaluation du potentiel au niveau de la discontinuité [60-66]. Une puissance thermique locale est communément modélisée par l'addition d'un générateur de courant au nœud en question et les frontières adiabatiques sont parfaitement modélisées par un circuit ouvert [67]. Le flux thermique convectif vers un milieu fluide de température constante a été modélisé par Pulko et al. [68] en introduisant un nœud auxiliaire. Le transfert en convection forcée a été modélisé par Pulko et al. [69] en 2D par l'introduction d'une impédance dite mobile. La technique TLM basée sur l'estimation d'un pas spatial variable a été traitée en 1990 par Pulko et al. [70] ensuite par Webb & Gui [71] en 1992. La modélisation en 3D du phénomène thermique par maillage hétérogène a été développée en 2001 par Smy & al. [72]. La technique fût appliquée à

un substrat soumis à des sources thermiques locales avec les conditions de température constante et de flux nul imposés aux surfaces frontières. Enfin, plus récemment la TLM a été appliquée pour modéliser le transfert thermique dans un radiateur idéal à microcanaux par Belhardj et al. [73] en modélisant ainsi les surfaces frontières par un court circuit.

1.4. Concepts et lois fondamentaux du transfert de la chaleur

Le mode de transfert de l'énergie dite calorifique existe naturellement entre deux points matériels d'un système ayant des potentiels différents, indépendamment du milieu (solide, fluide ou vide) qui sépare ces derniers. Le potentiel thermique étant la température, donc une différence de température entre deux points génère automatiquement un courant dit flux thermique se déplaçant du point le plus chaud au point le plus froid. Ce flux thermique peut s'opérer selon trois modes de transfert distincts; la conduction, la convection et le rayonnement.

Le concept de l'énergie thermique, accepté à nos jours, est intimement lié à l'énergie interne de la matière. En effet, l'énergie thermique d'un milieu matériel correspond à l'énergie cinétique de ses constituants fondamentaux ayant une certaine liberté de mouvement tel que les molécules, les atomes, électrons libres, etc. Un échange partiel de l'énergie thermique du milieu matériel est par conséquent traduit par un gain ou une perte de l'énergie cinétique de ses constituants qui peut s'opérer soit par interaction direct avec les particules voisines (choc de molécules) ce qui correspond à la conduction, soit par absorption ou émission de radiations électromagnétiques ce qui correspond au rayonnement. Le transfert de la chaleur par convection s'opère uniquement dans un milieu fluide, plutôt à l'échelle macroscopique, où les échanges thermiques résultent du mélange des diverses particules fluides se trouvant à des températures différentes.

Les équations et concepts fondamentaux qui régissent ces trois modes de transfert thermique sont rappelés brièvement dans les paragraphes suivants.

1.4.1. Transfert de chaleur par conduction

Ce transfert de chaleur spontané d'une région de température élevée vers une région de température plus basse obéit à la loi dite de Fourier, Eq. (1.1), établie

mathématiquement par Jean-Baptiste Biot en 1804 puis expérimentalement par Fourier en 1822. Ainsi, la définition mathématique précise de la conduction fût donnée par cette loi qui énonce que la vitesse à laquelle la chaleur est conduite dans un corps par unité de surface est proportionnelle au gradient de la température du corps :

$$\phi_x = \frac{\Phi_x}{S_x} = \frac{1}{S_x} \frac{\partial Q_x}{\partial t} = -k \frac{\partial T}{\partial x} \quad (1.1)$$

où $\partial T/\partial x$ est le gradient de température en $^{\circ}Km^{-1}$, Q_x la quantité de chaleur en joule, Φ_x le flux thermique dans la direction ox en watt, ϕ_x la densité du flux thermique dans la direction ox en Wm^{-2} , S_x la section traversée par le flux thermique Φ_x normale à la direction ox en m^2 .

Le facteur de proportionnalité k dans cette équation est la conductivité thermique du matériau. Pour un milieu isotrope la conductivité thermique k est indépendante des coordonnées de l'espace et ne dépend que de la température du milieu.

1.4.2. Transfert de chaleur par convection

L'existence d'une différence de température au sein d'un milieu fluide à l'état liquide ou gazeux produit une variation de la densité. Par principe d'Archimède, le fluide chaud se déplace vers le haut et y est remplacé par le fluide moins chaud ainsi provoquant un mouvement de brassage (figure 1.2) appelé couramment convection naturelle. Ce phénomène s'observe couramment dans notre vie quotidienne telle est, par exemple, l'action des vents, la formation des nuages, les courants océaniques ou plus simplement le phénomène d'aspiration d'une cheminée ou un radiateur de chauffage central.

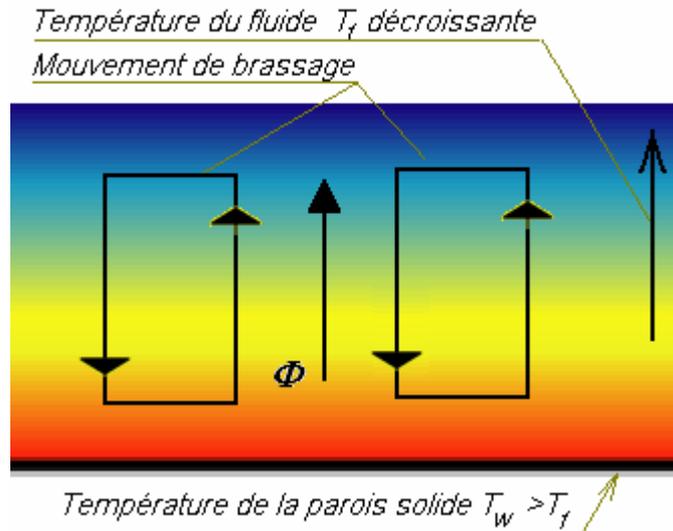


Fig. 1.2 : Mouvement de brassage dans un processus de transfert de la chaleur par convection

La transition du flux convectif entre solide et fluide, s'effectue en 2 phases. Lors de la première phase la chaleur est échangée par conduction entre la surface solide et une mince couche de fluide, appelée film ou couche limite thermique, caractérisée par un gradient de température très variable, au voisinage de la surface. Pendant la deuxième phase le fluide du film est déplacé dans la masse fluide ; ce déplacement est, soit naturel (variation de la masse volumique du film chauffé ou refroidi, par rapport celle de la masse fluide), soit artificiel (action d'une pompe, d'un agitateur, d'un ventilateur). On parle alors soit de convection naturelle (ou libre), soit de convection forcée. Ce type de transfert, effectué entre des parois solides et une masse fluide, est régi par la loi de refroidissement de Newton suivante:

$$\Phi_h = h_c S_n (T_w - T_f) \quad (1.2)$$

où h_c est le coefficient de convection⁶, S_n la section traversée perpendiculairement par le flux, T_w la température isotherme du milieu solide et T_f la température isotherme du milieu fluide.

Cette loi est très commode, d'une part, du fait qu'elle est applicable quelle que soit le type de convection (libre ou forcée) et quelle que soit la nature du régime d'écoulement (laminaire ou turbulent). D'autre part, cette loi simple présente une énorme difficulté dans son application du fait que le coefficient h_c est une fonction de l'épaisseur de la couche limite⁷ δ_c inconnue a priori. Ce coefficient est assez difficile à calculer, il dépend généralement de la surface de contact (rugosité et forme) et des caractéristiques du fluide (vitesse, masse volumique, viscosité, conductivité et chaleur massique). On l'exprime généralement sous la forme:

$$h_c = \frac{k_f}{\delta_c} = h(\ell, k_f, \bar{u}, \nu, \rho, cp, \varepsilon_H) \quad (1.3)$$

où ℓ est une longueur caractéristique, k_f la conductivité thermique du fluide, \bar{u} la vitesse moyenne de l'écoulement, ν la viscosité cinématique, ρ la masse volumique et ε_H la rugosité absolue.

Toutes les formules pour l'estimation de h_c sont déduites par expérimentation dans des conditions bien particulières et par conséquent, il est impossible d'affirmer qu'elles s'appliquent rigoureusement au cas précis à traiter. Néanmoins, elles permettent de déterminer des ordres de grandeurs, ce qui est généralement suffisant pour la résolution des problèmes industriels classiques à l'échelle macroscopique. Afin de réduire au maximum les variables dont dépend h_c on l'exprime souvent en fonction du nombre de Nusselt. Dans les échanges classiques à l'échelle

⁶ Quoique qu'un transfert par rayonnement existe pratiquement dans toutes les situations, ce coefficient est souvent connu sous le nom de coefficient d'échange thermique par convection ceci est dû au fait que le mode de transfert prédominant est souvent la convection. Le rayonnement ne serait effectif qu'en convection naturelle s'effectuant avec des différences de températures très importantes.

⁷ La couche limite est une zone située au voisinage d'un corps immergé dans un fluide en mouvement en dehors de laquelle on peut négliger les effets de la viscosité (voir Fig.2.4).

macroscopique les propriétés thermo physiques du fluide sont souvent estimées en fonction de la température moyenne de la masse fluide pour des écarts de températures paroi/fluide modérés. Dans des situations où l'écart de température est très important, on fait souvent appel à des expressions empiriques modifiées pour prendre en charge l'effet important du gradient de température [74].

1.4.3. Transfert de chaleur par rayonnement

Tous les corps dont la température absolue T diffère de $0\text{ }^{\circ}\text{K}$ émettent un rayonnement électromagnétique appelé communément rayonnement thermique. C'est un phénomène de surface qui fait intervenir de nombreux paramètres tels que la température absolue T , la valeur de la surface d'échange S , la direction d'émission, la nature du corps, la longueur d'onde émise λ_0 etc.

Le principe de conservation en termes d'énergie au niveau de l'interface S s'exprime de manière suivante (voir figure 1.3):

$$\Phi^i = \Phi^a + \Phi^r + \Phi^t \quad (1.4)$$

où Φ^i est le flux incident sur la surface S en provenance de son environnement (éclairage), Φ^a le flux absorbé par le milieu solide, Φ^t le flux transmis à travers le milieu solide (égal à zéro pour les surfaces opaques) et Φ^r le flux total transmis par la surface vers son environnement (égal à $\Phi^e + \Phi^r$).

On désigne par coefficients d'absorption α_a , de réflexion ρ_r et de transmission τ_t les quantités suivantes:

$$\alpha_a = \Phi^a / \Phi^i, \quad \rho_r = \Phi^r / \Phi^i \text{ et } \tau_t = \Phi^t / \Phi^i \quad (1.5)$$

Par substitution des équations (1.5) dans l'équation (1.3), on tire la relation qui régie les coefficients d'absorption, de réflexion et de transmission:

$$\alpha_a + \rho_r + \tau_t = 1 \quad (1.6)$$

Pour les corps gris supposés opaques et diffusant, on admet que :

$$\varepsilon = \alpha_a \text{ et } \tau_t = 0 \Rightarrow \varepsilon = 1 - \rho_r \quad (1.7)$$

où ε est un nombre strictement inférieur à 1 appelé l'émissivité totale de la surface ou tout simplement émissivité de surface.

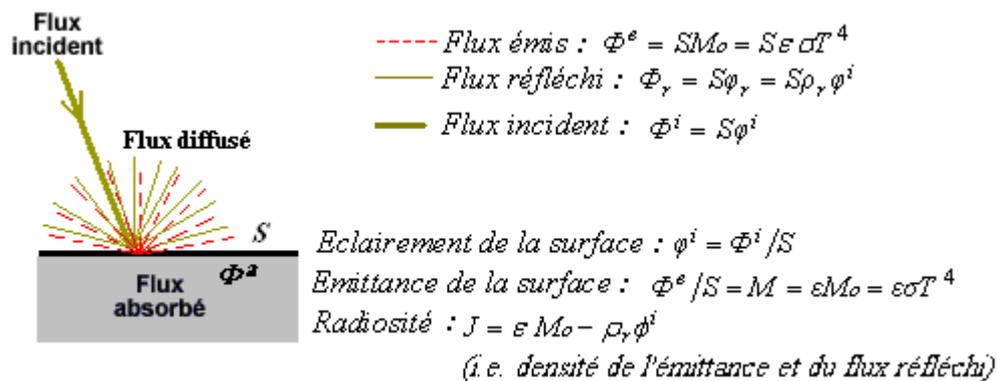


Fig. 1.3 : Réflexion et émission diffuses d'une surface grise

1.4.3.1. Loi de Stefan-Boltzmann

Le rayonnement est un transfert de chaleur par l'intermédiaire d'ondes électromagnétiques entre deux corps séparés par du vide ou par un milieu suffisamment transparent. Pour l'étude du rayonnement, on définit un corps de référence appelé corps noir (émetteur idéal) dont on peut facilement déterminer les propriétés. On appelle l'émittance (totale) M^8 la puissance émise par unité de surface sur toute la gamme de longueur d'ondes $0 < \lambda_o < \infty$. L'émittance du corps noir M_o est donnée par la loi de Stefan-Boltzmann suivante qui est obtenue par intégration de la formule de Planck⁹ [75] sur l'ensemble du spectre rayonné:

⁸ L'émittance totale est désignée dans les ouvrages de langue anglaise par «hemispherical emissive power».

⁹ L'émittance monochromatique du corps noir $M_o(\lambda, T)$ est donnée par la loi de Planck qui exprime la densité de la puissance émise dans toutes les directions à une température T et longueur d'onde λ données.

$$M_o = \sigma T^4 \quad (1.8)$$

où T est la température absolue (en Kelvin) du corps considéré et σ la constante de Stéfan-Boltzmann ($\sigma = 5,6703 \times 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{ K}^{-4}$)

Les propriétés des corps réels sont définies par rapport à celles du corps noir. On ne considérera dans ce travail que l'approximation du corps gris diffusant et opaques dont les coefficients de réflexion, d'absorption et de transmission sont donnés par les équations (1.7).

L'émissivité du corps noir est par définition égale à un ; les propriétés du corps réel (gris) sont déduites de celles du corps noir par simple multiplication par l'émissivité de surface ε . L'émissivité des corps naturels dépend, d'une manière générale, de leur nature physico-chimique, de leur état de surface géométrique (défauts de planéité, rugosité) et varie avec la longueur d'onde, la direction d'émission et la température de surface. Pour le cas particulier du corps gris et diffusant qui sera traité dans ce travail, l'émissivité ε est indépendante de la longueur d'onde λ_o et de la direction.

1.4.3.2. Echanges radiatifs entre surfaces séparées par un milieu parfaitement transparent.

La puissance échangée entre deux corps (de surfaces et de températures respectives S_1 , S_2 , T_1 et T_2) se met sous la forme [76]:

$$\Phi = \mathfrak{F}_{1,2} S_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (1.9)$$

Le paramètre $\mathfrak{F}_{1,2}$, est un nombre sans dimension appelé facteur de transfert qui fait intervenir la géométrie considérée des deux corps et leurs émissivités respectives. Dans le cas qui nous intéressera par la suite en chapitre IV pour l'étude des limites radiatives d'un corps gris de surface S_1 placé à l'intérieur d'une enceinte noire (caractérisant un environnement noir) dont les dimensions sont grandes par rapport à celles du corps, cette relation devient simplement :

$$\Phi = \varepsilon_1 S_1 \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad (1.10)$$

où ε_i , S_i , T_i et T_2 sont respectivement l'émissivité, la surface, la température du corps placé à l'intérieur de l'enceinte et la température de l'enceinte noire (pas de réflexion vers le corps).

L'échange radiatif net entre deux surfaces distinctes S_i et S_j d'une enceinte vide aux parois grises et diffusantes en émission et en réflexion (le cas qui nous intéresse en chapitre V) est régi par la différence des radiosité des surfaces J_i - J_j , la surface S_i et le facteur de forme F_{ij} [77]:

$$\Phi_{ex_{ij}} = S_i F_{ij} (J_i - J_j) \quad (1.11)$$

Le facteur de forme F_{ij} est un facteur de vue géométrique représentant la fraction du flux total hémisphérique de la surface S_i qui atteint S_j . La radiosité d'une surface S_i désigne la densité du flux total transmis par la surface S_i vers son environnement. Elle est égale à la somme de l'émittance propre de la surface S_i , (i.e. $\varepsilon\sigma T^4$) et de la portion de l'éclairement réfléchi par unité de surface $\rho_r \varphi^i$:

$$J = \varepsilon\sigma T^4 + \rho_r \varphi^i \quad (1.12)$$

Pour une enceinte fermée composée de i surfaces grises, les radiosités peuvent être évaluées par la résolution du système des équations linéaires suivant [78]:

$$\sum_{j=1}^{N_{cav}} A_{ij} J_j = B_i \quad i = 1..N_{cav} \quad (1.13)$$

$$\text{avec} \quad A_{ij} = \delta_{ij} - (1-\varepsilon_i) \cdot F_{ij} \quad \text{et} \quad B_i = \varepsilon_i \cdot \sigma \cdot T_i^4$$

où ε_i est l'émittance de la surface i , σ la constante de Stephan Boltzmann, T_i la température absolue de la surface i , δ_{ij} le kronecker ($\delta_{i \neq j} = 1$ & $\delta_{i=j} = 0$) et N_{cav} le nombre total de surfaces élémentaires formant la cavité.

Il est utile de noter que pour une cavité composée de surfaces noires, en posant $\rho_r = 0$ dans l'Eq.1.12 et en substituant le résultat dans l'Eq.1.11, on obtient la formulation simple suivante :

$$\Phi_{ex_{ij}} = S_i F_{ij} \sigma (T_i^4 - T_j^4) = S_j F_{ji} \sigma (T_i^4 - T_j^4) \quad (1.14)$$

Cette dernière formulation donne l'échange radiatif net entre deux surfaces d'une enceinte noire sans avoir recours à la résolution d'un système d'équations comme pour le cas des enceintes grises.

1.4.4. Notions de résistance

La résistance, en général, est la propriété qui caractérise la difficulté à l'écoulement entre deux points à potentiels différents. Ainsi, si l'on considère l'intersection d'un tube de courant de flux thermique par deux surfaces isothermes de températures T_1 et T_2 (Cf. figure 1.4), la résistance thermique sera définie analogiquement au phénomène électrique par :

$$R_{th} = \frac{T_1 - T_2}{\Phi} = \frac{\Delta T}{\Phi} \quad (1.15)$$

où ΔT est la différence de température entre les surfaces isothermes $S1$ & $S2$ et Φ le flux thermique le long du tube de courant entre $S1$ & $S2$, (voir figure 1.4).

Cette définition est indifféremment établie pour tout flux qu'il soit thermique (conductif, convectif ou radiatif), hydraulique, électrique ou autre. Il faut, cependant, retenir que ΔT est la différence de potentiel entre les deux points considérés (température, charge, voltage) et que Φ est le flux (flux thermique, débit massique, courant électrique) entre ces deux points.

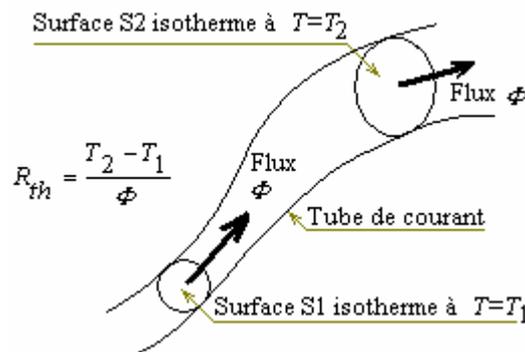


Fig. 1.4 : Illustration schématique d'une résistance thermique R_{th}

Chapitre II

Théorie des microcanaux

2.1. Introduction

L'espérance de vie et la fiabilité d'un composant électronique sont directement liées à son régime thermique. Les pannes sont souvent dues à des températures excessives et/ou à des gradients de température très grands dans le composant électronique en question (stress, choc et fatigue thermique).

Un processeur ou plus généralement un circuit intégré (CI) consomme du courant et s'échauffe par effet Joule comme tout appareil électrique ou électronique classique. Le passage du courant provoque l'apparition d'une puissance thermique qui résulte des différentes pertes électriques qui se produisent dans la zone active du composant, les interconnexions en cuivre et l'encapsulant. Les premières puces performantes en 1974 ne contenaient qu'un très petit nombre de transistors, environ 2300 cadencés à 108.kHz pour l'Intel 4004. Ce nombre a été multiplié par 25000 (environ 60 millions de transistors) en 2003 avec l'apparition du Pentium 4 0.13 μm à 3 Ghz et d'après des estimations optimistes, le milliard de transistors à 20 Ghz sera atteint à court terme (3-5 ans). Du côté des CPU pour serveurs, la tendance est bien plus marquée avec l'Itanium 2 qui plafonne déjà à 410 millions de transistors avec son cache de 6 Mo. La nouvelle génération de processeurs en développement par Intel dépassera le milliard de transistors (e.g. le projet Montecito 0.09 μm à double core d'exécution). Les prévisions à long terme sont encore plus hallucinantes avec l'entrée en matière de plusieurs milliards de transistors dans l'emploi d'énormes caches de 64 Mo en 0.035 μm combinés à 32 cores d'exécution d'ici 2009, pour une surface ne dépassant pas le centimètre carré.

Le développement technologique contemporain dans le domaine de la microélectronique se heurterait à de sévères contraintes de fonctionnement pour les CPU à venir notamment du côté thermique. Afin de fonctionner dans des conditions

normales, les CPU doivent impérativement avoir une température (de jonction¹⁰) inférieure à une limite dépendante de la technologie spécifique utilisée. Cette limite varie de 85 à 100°C pour les applications microélectroniques courantes à environ 180°C pour certaines applications spéciales (Contrôle électronique dans certains équipements militaires). Au delà, les transistors ne peuvent plus assurer leur fonction car leur commutation est altérée, ce qui entraîne les dégradations des signaux qui engendrent des perturbations fonctionnelles. Le problème surgit du fait que la réduction de la taille des transistors n'est pas accompagnée d'une réduction relative en énergie de commutation. On se retrouve donc avec de plus en plus d'éléments à alimenter avec une puissance électrique qui ne diminue pas beaucoup voire même qui augmente. Des puissances thermiques de plus en plus importantes doivent être dissipées à travers une surface qui ne varie pas énormément et qui a plutôt tendance à diminuer. Le problème qui se pose aujourd'hui est alors de pouvoir dissiper efficacement un flux très intense de chaleur dans un si petit espace.

Les premières puces n'avaient pas besoin d'être refroidies puisque leurs puissances étaient très faibles. Quelques temps après, les radiateurs en aluminium non ventilés apposés sur le core sont apparus pour faciliter la dissipation thermique dans l'air. La complexité des puces ne cessant de croître, il a fallu passer au radiateur en aluminium ventilé pour accroître leur efficacité. Le cuivre, meilleur conducteur thermique, a fait ensuite son apparition pour améliorer l'étalement de la puissance dans la base et la répartition de la chaleur d'une manière globale. L'amélioration contemporaine due aux caloducs (heat-pipes) permet de conduire la chaleur de 10 à 1000 fois mieux que le cuivre et assure sa répartition de manière encore plus homogène sur tout le radiateur. Néanmoins, le volume des radiateurs n'a cessé de croître pour avoir toujours plus de surface en contact avec l'air qui la ventile, ce qui entraîne des problèmes d'encombrement. Pour certains besoins immédiats, le refroidissement classique à l'eau (gros canaux) apportera certainement un remède palliatif à cette course vers la miniaturisation. Néanmoins, pour les futurs processeurs et/ou pour encore améliorer l'intégration dans des systèmes industriels de plus en plus denses, à moins de changer complètement de technologie, il serait impératif d'avoir recours aux refroidissement

¹⁰ Zone d'un semi-conducteur dans laquelle les modes de conduction s'inversent.

par microcanaux en exploitant rationnellement leurs séduisantes caractéristiques. Sans rentrer trop dans les détails, on va montrer, dans ce chapitre, ce qui caractérise un échangeur à microcanaux pour mieux appréhender d'où provient son efficacité thermique.

2.2. Le concept des microcanaux

Le concept du refroidissement par microcanaux n'est pas nouveau puisqu'il a été introduit en 1981 par les chercheurs Tuckerman et Pease. Ils ont montré qu'on pouvait réduire la taille des échangeurs à de très petites échelles en ayant le même niveau de performances, et même bien supérieure à celui des systèmes classiques. Un système de refroidissement par microcanaux consiste d'un grand nombre de microcanaux, généralement rectangulaires, à travers lesquels circule un fluide caloporteur, figure 2.1. La chaleur à dissiper est souvent caractérisée par un flux de chaleur uniforme en W/cm^2 généré par une source thermique quelconque. Cette chaleur passe d'abord à travers le substrat et les ailettes par conduction pour être ensuite évacuée en convection forcée par le fluide vers un autre milieu afin d'être finalement dissipée vers l'atmosphère. Le système complet de refroidissement par ces microstructures est illustré schématiquement en figure 2.2. Le caractère distinctif d'un MCHS est la taille très réduite de ses canaux dont la largeur W_c se situe généralement entre $1mm$ et $10\ \mu m$.

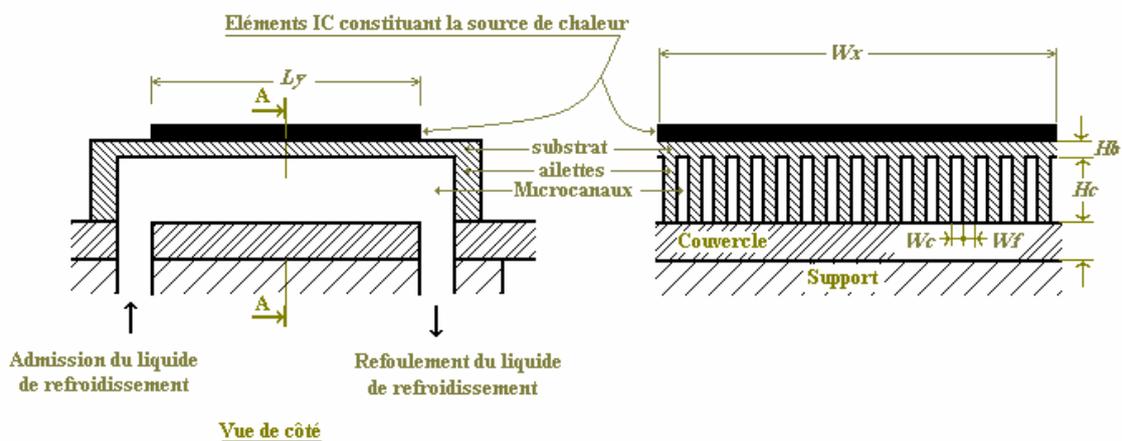


Fig. 2.1 : Vue schématique d'un échangeur à microcanaux (MCHS).

Ces structures doivent généralement leur performance à la grande surface d'échange générée par les microcanaux et à un coefficient d'échange relativement important. Ces derniers sont généralement assurés par l'utilisation d'un fluide caloporteur ayant une chaleur volumique très importante (tel que l'eau), la réduction de la largeur W_c , la réduction de l'épaisseur des ailettes W_f et l'augmentation la hauteur des canaux H_c . Cependant, du fait de la perte de charge par frottement du fluide caloporteur contre les parois et de la conductivité limitée du matériau du MCHS, les dimensions de ces microstructures ainsi que les débits utilisés doivent être optimisés afin de produire les meilleures performances possibles. En effet, la réduction de W_c et l'augmentation des débits sont accompagnées par une augmentation des pertes de charge et par conséquent le recours à des pompes trop puissantes serait inévitable. D'autre part, la diminution de W_f entraînera une augmentation de la résistance conductrice des ailettes qui réduira de leur efficacité. L'optimisation d'un MCHS consiste, alors, en la minimisation de sa résistance thermique définie plus loin qui résulte de l'optimisation des paramètres évoqués plus haut. A cet effet, plusieurs modèles simplifiés pour l'optimisation et l'estimation de la résistance d'un MCHS ont été développés par différents chercheurs. Comme l'optimisation est tributaire, entre autres, d'un coefficient d'échange convectif h_c qui se doit être élevé, les paramètres pouvant influencer ce dernier sont décrit succinctement dans le paragraphe suivant.

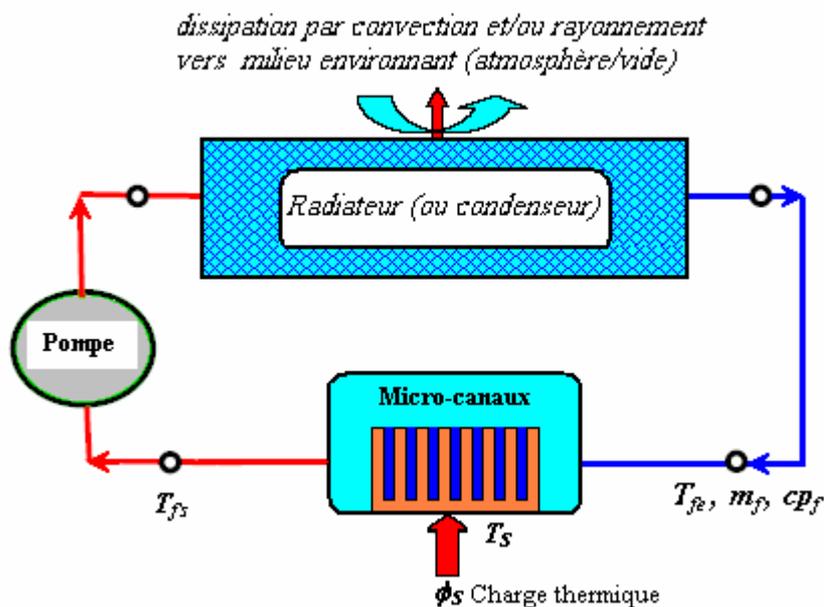


Fig. 2.2 : Schéma de principe d'un circuit de refroidissement à microcanaux

2.3. Coefficient d'échange convectif

Le coefficient d'échange convectif h_c est défini par la loi de Newton {Eq. (1.2)}. Une valeur assez petite de h_c (1 à $100 W/m^2 \cdot ^\circ C$) signifie que la chaleur est transmise d'une façon non performante et que la température des parois devra augmenter pour compenser le taux faible de transfert. C'est le cas dans la convection naturelle sur un radiateur passif où h_c est très petit et le radiateur est très chaud. Un h_c relativement grand, de l'ordre de 10000 à $100000 W/m^2 \cdot ^\circ C$, signifie au contraire que le transfert est très efficace. C'est le cas d'un point d'impact d'un jet d'eau rapide sur une surface où la turbulence permet un fort mélange ou à l'endroit de la formation d'une bulle de vapeur lors d'un changement de phase. Quelques ordres de grandeurs des valeurs de h_c sont donnés, à titre d'exemple, dans le tableau A1 à annexe A. L'influence de h_c sur le flux convectif régi par l'équation (1.2) est illustrée schématiquement par la figure 2.3 suivante.

$$\begin{array}{ccc}
 h_c \text{ faible} & & h_c \text{ élevé} \\
 \phi_h = h_c S_n (T_w - T_f) & \Big| & \phi_h = h_c S_n (T_w - T_f)
 \end{array}$$

Fig. 2.3 : Effet du coefficient d'échange sur la température de la paroi solide

Si la puissance à dissiper ϕ_h , la surface S_n et la température du fluide T_f sont constants, seule la température de la paroi solide T_w peut varier pour compenser les variations de h_c . Donc plus h_c est grand plus la surface des canaux sera froide et se rapprochera de la température du fluide que l'on ne pourra jamais atteindre à cause de la couche limite (Cf. § 1.4.3). Un échangeur de chaleur sera donc d'autant plus performant que h_c est grand.

Cependant, un bloc à microcanaux n'a ni impact de jet, ni débit conséquent, ni turbulence forte où souvent l'écoulement est plutôt laminaire que turbulent. Du fait que h_c est inversement proportionnel à l'épaisseur δ_c de la couche limite donnée par

l'équation (1.3), le coefficient d'échange h_c peut être augmenté en diminuant δ_c et ce en diminuant la largeur du canal et en exploitant autant que possible la région de la couche limite en développement caractérisée par une plus faible épaisseur tel que le montre la figure 2.4. Donc, contrairement aux échangeurs classiques à gros canaux, dont l'écoulement doit être turbulent pour être performant, l'écoulement dans les microcanaux peut être très performant tout en étant laminaire. Un écoulement turbulent serait encore mieux dans ces structures. Cependant, ce type d'écoulement ne peut être réalisé qu'avec de très grandes vitesses d'écoulement et donc un débit soutenu qu'il n'est possible d'atteindre qu'avec des pompes relativement très puissantes. C'est donc souvent la faible puissance de pompage nécessitée par les régimes laminaires qui prime dans ces microstructures.

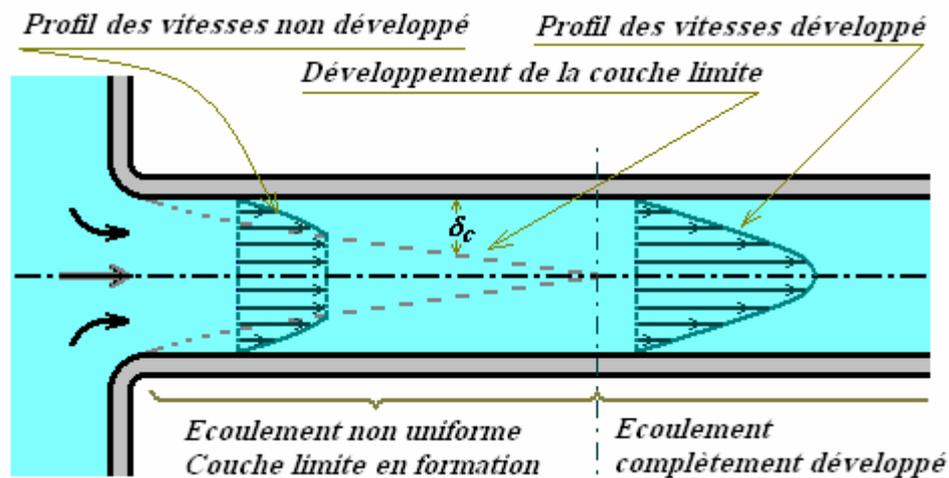


Fig. 2.4 : Représentation graphique de la formation d'une couche limite dans un écoulement laminaire corriger profil

2.4. Résistance thermique

Le concept de la résistance thermique, telle que définie par l'équation (1.15), est très fréquemment utilisé dans l'étude des phénomènes conductifs en régime permanent. Il peut être également appliqué à la convection et au rayonnement. L'application des lois d'électricité concernant l'association en série et/ou en parallèle de ces résistances constitue une méthode simple et commode pour la résolution de nombreux problèmes thermiques. Ce concept est également utilisé pour qualifier séparément l'importance des différents facteurs qui agissent sur la performance d'un radiateur à micro-canaux. Ainsi, il est indispensable de décomposer l'influence de chaque facteur en analysant sa

résistance thermique. Chaque facteur pourra, ainsi, être quantifié et comparé séparément. Lorsque le problème du transfert thermique est linéaire (la résistance est indépendante de la température), ce formalisme fournit une évaluation acceptable des systèmes de refroidissement utilisés en microfluidique tels que les MEMS et MCHS. En d'autres termes la résistance thermique est un critère de mesure de l'efficacité d'un système de refroidissement indépendamment des éléments extérieurs (radiateur, pompe etc.). On qualifie donc la performance du bloc seul et non pas d'un système tout entier. Cette résistance thermique doit être combinée avec les pertes de charges pour pouvoir déterminer le meilleur échangeur à un débit donné. En général, la résistance thermique totale d'un circuit intégré de semi-conducteurs combiné avec un radiateur à microcanaux est la somme de 6 composantes disposées en série comme indiqué par l'équation suivante et illustré schématiquement dans la figure 2.5:

$$R_{th} = \frac{T_j - T_{fe}}{\Phi} = R_{sp} + R_{const} + R_{cond} + R_{int} + R_{conv} + R_{cal} \quad (2.1)$$

où R_{th} est la résistance thermique globale du MEMS exprimée en °C/W, T_j la température maximale de la jonction du MEMS en °C, T_{fe} la température de la masse fluide à l'entrée du canal en °C, et Φ la puissance dissipée en watts.

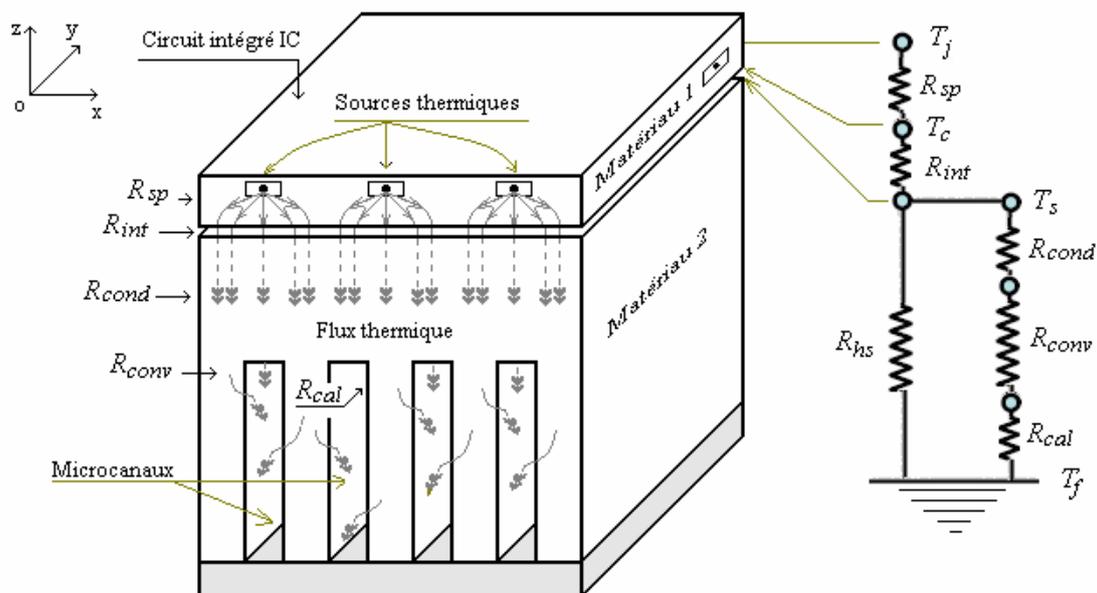


Fig. 2.5 : Vue d'ensemble d'un MEMS avec une représentation équivalente par des résistances thermiques

L'effet de l'expansion calorifique à proximité des sources thermiques ponctuelles est caractérisé par la résistance R_{sp} . Cette dernière est d'autant plus petite que la distribution des sources est dense. La résistance R_{cond} , dite résistance de conduction est due à la conduction thermique dans le matériau solide. Cette dernière peut être la somme de la résistance conductive dans le matériau 1 représentant le circuit intégré et celle dans le matériau 2 constituant les microcanaux. A son tour la résistance conductive dans le matériau 2 peut être la somme de la conduction dans le substrat (base du CI) et celle dans les ailettes. Il est aussi à noter que certains chercheurs ont introduit une résistance additionnelle caractérisant la difficulté du transfert conductif dû au rétrécissement entre le substrat et les ailettes, cette résistance est appelée résistance de constriction notée souvent par R_{const} . La résistance d'interface R_{int} représente le saut de température, entre les deux matériaux du MEMS, dû au matériau d'interface utilisé pour l'assemblage et/ou isolation électrique entre le composant CI et le MCHS. L'effet de l'interface solide/fluide au niveau des canaux est représenté par la composante R_{conv} dite résistance de convection entre la paroi et le fluide. Cette résistance caractérise la difficulté du transfert thermique opposée par l'épaisseur de la couche limite entre le milieu fluide et le milieu solide. La composante R_{cal} dite résistance calorifique désigne le réchauffement du fluide entre l'entrée et la sortie. En d'autres termes, elle caractérise la résistance engendrée par le phénomène d'absorption et de transport de l'énergie thermique par le fluide caloporteur.

Lorsque le MCHS est étudié séparément, le flux thermique généré par un CI relativement dense peut être simulé par une condition de densité de flux homogène ϕ_s imposée sur toute sa base tel que représenté par la figure 2.6. Dans cette situation la résistance thermique du MCHS est réduite à R_{hs} estimée par la formule suivante en fonction de la température de surface maximale T_{sMax} au niveau de la base du MCHS et la température du fluide caloporteur T_{fe} à l'entrée des canaux :

$$R_{hs} = R_{cond} + R_{const} + R_{conv} + R_{cal} = \frac{T_{sMax} - T_{fe}}{\phi_s} \quad (2.2)$$

où R_{hs} est la résistance thermique globale du MCHS exprimée en $^{\circ}C/W$ pour une surface de chauffe de $1cm^2$ (i.e. $cm^2 - ^{\circ}C/W$), T_{sMax} la température maximale de

surface à la base du MCHS en $^{\circ}\text{C}$, T_{fe} la température de la masse fluide à l'entrée du canal en $^{\circ}\text{C}$ et ϕ_s la densité de flux uniforme en W/cm^2 (Puissance dissipée par cm^2).

L'équation (2.2) nous permet donc de déduire directement la température maximale du MCHS. Plus R_{hs} est faible et plus la température maximale est petite pour une densité de flux thermique donnée. Il faut ajouter à cela la hausse de température due à la pâte thermique (joint d'interface CI/MCHS) pour avoir la température de la base CI. La température de la jonction est évidemment plus complexe et elle dépend énormément du type d'encapsulage utilisé. La résistance de l'encapsulage est souvent spécifiée par le fabricant du dispositif CI et n'intervient pas dans l'étude de l'optimisation des MCHS.

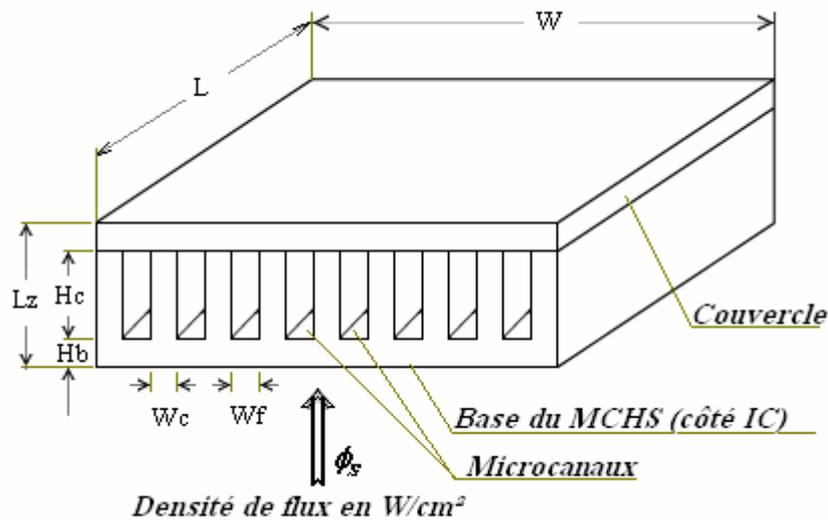


Fig. 2.6 : Vue schématique d'un MCHS sous une contrainte de flux uniforme

La résistance conductive de la base du MCHS peut être exprimée séparément par:

$$R_{base} = \frac{T_f - T_w}{\phi_s} = \frac{Hb}{k_s \cdot S_n} \quad (2.3)$$

Cette résistance dépend de l'aire de la surface S_n traversée perpendiculairement par le flux, de l'épaisseur de la base Hb et de la conductivité thermique du matériau k_s . Elle est facilement minimisée en réduisant au maximum l'épaisseur Hb pour un matériau de conductivité donnée.

L'optimisation d'un MCHS consiste donc à minimiser l'expression donnée par l'équation (2.2) en procédant à un dimensionnement rationnel. Cette étude est soigneusement effectuée au chapitre VII par la technique TLM.

2.5. La résistance hydraulique

La résistance hydraulique est un paramètre très important à l'étude de l'hydrodynamique du fluide réel. Elle est définie par la même équation donnée à la § 1.4.4. La seule différence est que le potentiel thermique T (température) est remplacé par celui hydraulique H (charge hydraulique) et le flux thermique par celui hydraulique Q_f . Le potentiel hydraulique total H est égal l'énergie mécanique totale du fluide par unité de poids. Ainsi, en remplaçant ces termes dans l'équation (1.15), on obtient l'expression suivante pour la perte de charge linéaire¹¹ dans une canalisation de longueur L :

$$\Delta H_L = \frac{\Delta P}{\rho g} = R_{hy} Q_f \quad (2.4)$$

avec

$$R_{hy} = \frac{8\lambda_L L Q_f}{g D_{hy}^3 P_m^2} \quad (2.5)$$

où R_{hy} est la résistance hydraulique en s/m^2 , λ_L le coefficient de perte des charges linéaires, L la longueur de la canalisation en m, Q_f le débit volume en m^3/s , D_{hy} le diamètre hydraulique en m, P_m le périmètre mouillé en m et g l'accélération de la pesanteur en m/s^2 .

Il faut noter que la combinaison des deux équations précédentes donne l'équation universelle de Darcy¹², dérivée initialement sous la forme $\Delta H_L = \lambda_L L \bar{u}^2 / (2g D_{hy})$.

¹¹ La perte de charge totale ΔH est égale à la somme de la perte de charge singulière ΔH_S et celle linéaire ΔH_L . i.e. $\Delta H = \Delta H_L + \Delta H_S$.

¹² Ingénieur hydraulicien français - Henry Philibert Gaspard Darcy (1803-58).

Pour les écoulements dans des canalisations classiques l'estimation du coefficient λ_L est corrélée par maintes expressions empiriques dont la plus importante est celle de Colebrook [79] donnée par l'équation (2.6) suivante. Cette équation est universellement reconnue et s'applique à tous les régimes turbulents quelque que soit la température et la nature du fluide en écoulement.

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda_L}} = -2 \log_{10} \left(\frac{\varepsilon_H}{3.7D} + \frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{\lambda_L}} \right) \quad (2.6)$$

Pour le régime laminaire, la valeur de λ_L est obtenue théoriquement en se basant sur la troisième loi de Newton de viscosité. Ainsi, l'expression suivante est déduite aisément pour l'estimation du coefficient des pertes de charges linéaires dans une conduite circulaire (écoulement de Poiseuille¹³).

$$\lambda_L = \frac{64}{\text{Re}_D} \quad (2.7)$$

Cette équation, souvent connue sous le nom de l'équation de Hagen-Poiseuille, peut être exprimée en terme de diamètre hydraulique et utilisée pour des canalisations ne s'écartant pas trop de la forme circulaire tel est le cas pour les canalisations rectangulaires avec $H_c/W_c \approx 1$. Pour l'écoulement entre deux plaques parallèles infiniment longues (écoulement de couette), λ_L peut être réduit d'une manière similaire :

$$\lambda_L = \frac{96}{\text{Re}_{D_{hy}}} \quad (2.8)$$

L'estimation des pertes de charge secondaires (singulières) sont généralement exprimées de la même manière avec une résistance hydraulique singulière dépendante d'un coefficient k_p dit coefficient de pertes singulières estimé souvent d'une manière semi empirique ou purement empirique.

¹³ Poiseuille J.L.M. Physicien français (1799-1869) qui en étudiant l'écoulement de l'eau à travers des tubes capillaires en verre en 1940, a déduit que les pertes de charge étaient directement proportionnelles au débit et inversement à la puissance quatrième du diamètre nominal.

$$\Delta H_s = \left(\frac{8 k_p Q_f}{g D_H^2 P_m^2} \right) Q_f \quad (2.9)$$

La puissance de pompage mise en jeux pour faire circuler un débit Q_f à travers une conduite de résistance R_{hy} peut être alors évaluée par :

$$Pow = \Delta P Q_f = \rho_f g R_{hy} Q_f^2 \quad (2.10)$$

En effet, le problème consiste à connaître les coefficients λ_L et k_p pour pouvoir estimer la perte de pression dans une canalisation et ainsi estimer la puissance de la pompe. Ce problème, quoique maîtrisé parfaitement à nos jours pour les systèmes macroscopiques, reste sujet à de nombreux problèmes à l'échelle microscopique tel qu'a été évoqué au § 1.2. Les différentes expressions empiriques et semi empiriques proposées dans la littérature révèlent parfois de flagrantes contradictions [80, 81, 49].

Cependant, et afin de nous permettre de bien cerner l'objectif visé dans ce travail, nous avons sélectionné quelques expressions largement acceptées dans la littérature des microcanaux en régime laminaire pour l'estimations des résistances hydrauliques et thermiques. Ces expressions, qui sont données à la suite de ce paragraphe, seront utilisées au chapitre VII. Les modèles de résistances thermiques seront utilisés pour être comparés au modèle TLM pour la prédiction des régimes thermiques permanents. Tandis que les modèles de résistances hydrauliques évoqués dans ce chapitre seront analysés au § 8.1.2. en vue de sélectionner les meilleurs expressions à intégrer dans cette étude pour l'optimisation des MCHS par la technique TLM qui sera réalisée au chapitre VIII.

2.6. Modèles analytiques

2.6.1. Modèle de Samalam

Le modèle de Samalam [28], donné par les équations (2.11.-2.13) ci-après, a été développé théoriquement sur la base des hypothèses simplificatrices suivantes:

- fluide incompressible,
- charge thermique uniforme,

- gradient de température nul dans les ailettes selon l'axe oy , (Cf. figure 2.5)
- le flux thermique à travers le lit des canaux est négligeable (hypothèse admise pour $Hc/Wc \gg 1$),
- le flux thermique dans le fluide selon oz et oy est négligé,
- les propriétés thermo physiques sont supposées constantes.

La distribution de la température dans les ailettes en 2D est donnée par :

$$T(\bar{y}, \bar{z}) = \frac{Jo a}{k_s \bar{H}_c b} \left\{ (1 + \bar{y}) + \frac{b}{2} (\bar{z} - \bar{H}_c)^2 - \frac{b}{6} \bar{H}_c^2 + 2 \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{(c+1)^2}{c} \cos[\pi(\bar{z} - \bar{H}_c)n] \exp(\bar{y} c) \right\} \quad (2.11)$$

avec

$$a = \frac{\rho_f c p_f w_c^2 \bar{u}}{k_f Nu} \quad \lambda = \sqrt{\frac{k_s W_f W_c}{k_f Nu}} \quad b = \left(\frac{a}{\lambda} \right)^2$$

$$c = \frac{-(\pi n / \bar{H}_c)^2}{b + (\pi n / \bar{H}_c)^2} \quad Nu_{wc} = \frac{2W_c h_c}{k_f} \quad \bar{y} = y/a, \quad \bar{z} = z/a \quad \text{et} \quad \bar{H}_c = H_c/a$$

$$Jo = 10^4 \phi_s \left(\frac{W_c + W_f}{W_f} \right) \quad \text{avec } \phi_s \text{ la densité de flux en } W/cm^2$$

La résistance est déduite par l'expression suivante à laquelle il faut ajouter R_{base} à partir de l'équation (2.3) pour estimer la résistance R_{hs} du MCHS:

$$R_{cv} = \frac{T(Ly, 0) - T_{fe}}{Jo} \quad \text{en } cm^2 \cdot ^\circ C / W \quad (2.12)$$

Les valeurs optimales de Wc et Wf sont évaluées par :

$$Wc|_{op} = \left(\frac{12 \mu_f k_f Nu_{wc} Ly^2}{c p_f \rho_f \Delta P} \right)^{1/4} \quad \text{et} \quad Wf|_{op} = Hc \sqrt{\frac{k_f Nu_{wc}}{6 k_s}} \quad \text{pour } 2 < Hc/Wc < 10 \quad (2.13)$$

2.6.2. Model de Zhimin et Fah

Zhimin et Fah [38] en supposant des propriétés thermo physiques constantes et une charge thermique uniformément répartie, ils avaient recommandés une méthodologie de calcul pour tous les types de régimes, turbulent, laminaire avec profiles des vitesses et des températures établis ou non établis. Les composantes, constituant la résistance thermique totale données par l'équation (2.2), proposées par leur modèle sont définies comme suit:

$$R_{cal} = \frac{Ly}{cp_f \mu_f} \frac{2}{Re_{D_{hy}}} \frac{1+\Gamma}{1+\alpha_{asp}} \frac{1}{Ly Wx} \quad (2.14)$$

$$R_{conv} = \frac{1}{Nu_{D_{hy}} k_f} \frac{1+\Gamma}{1+2\eta\alpha_{asp}} \frac{2\alpha_{asp}}{1+\alpha_{asp}} \frac{Wc}{Ly Wx} \quad (2.15)$$

avec

$$\eta = \frac{\tanh(m_o Hc)}{m_o Hc} \quad \text{et} \quad m_o = \sqrt{\frac{2Nu_{hy} k_f}{D_{hy} k_s Wf}} \quad (2.16)$$

$$R_{const} = \frac{1}{\pi k_s} \left(\frac{Wf + Wc}{Wx Ly} \right) \ln \left[\frac{1}{\sin((0.5 \pi \Gamma)/(Wf + Wc))} \right] \quad (2.17)$$

$$R_{cond} = \frac{Hb}{k_s} \frac{1}{Wx Ly} \quad (2.18)$$

Pour les écoulements laminaires en développement et ceux développés, ils avaient utilisé respectivement les données de Shah & London [82] et ceux de Phillips [83] pour l'estimation du nombre de Nusselt dans l'équation (2.15). Pour les régimes turbulents, ils avaient adopté l'équation (A.4) citée en annexe A. Les coefficients des pertes de charge avaient été estimés pour les régimes laminaires non développés et ceux développés respectivement par l'équation (A.5) et l'équation (A.6). Ceux pour

les régimes turbulents les coefficients de frottement ont été adoptés à partir d'expressions établies pour les conduites circulaires par Gnielinski [84] en introduisant un diamètre équivalent. Leur modèle a été validé avec des résultats obtenus par Phillips [38] et Choquette [85].

2.6.3. Model de Zhang

Zhang et al. [45] ont proposé un modèle pour l'estimation des résistances du MCHS définies par l'équation (2.2) en supposant des propriétés thermiques constantes, un écoulement laminaire et un rapport caractéristique Γ relativement grand. Le transfert à travers le couvercle a été négligé comme dans les modèles précédents. Les expressions proposées sont les suivantes :

$$R_{hs} = R_{vc} + R_{sp} \quad (2.19)$$

avec

$$R_{vc} = \frac{1}{h_{eq} Wx Ly} + \frac{1}{\rho_f c p_f Q_{fT}} \quad (2.20)$$

La résistance R_{sp} due à l'expansion dans le substrat du MCHS d'épaisseur Hb par l'expression suivante adaptée à partir du travail de Lee et al. [86]:

$$R_{sp} = \frac{\varepsilon p \tau p + 0.5 \sqrt{\pi} (1 - \varepsilon p)^{3/2} \psi}{k_s \pi a} \quad (2.21)$$

avec:

$$\varepsilon p = a/b, \quad a = \sqrt{As/\pi}, \quad b = \sqrt{Wx Ly/\pi} \quad \text{et} \quad \tau p = Hb/b$$

$$\psi = \frac{\tanh(\xi \tau p) + \xi/B}{1 + \xi \tanh(\xi \tau p)/B} \quad \text{avec} \quad B = \frac{1}{k_s \pi b R_{vc}} \quad \text{et} \quad \xi = \pi + \frac{1}{\varepsilon p \sqrt{\pi}}$$

$$h_{eq} = \frac{Nu_{D_{hy}} k_f}{D_{hy} Wx} [2\eta Nc Hc + (Wx - 1)Wf]$$

où R_{vc} est la somme de la résistance calorique et la résistance convective, Wx la largeur totale du radiateur { i.e. $Wx = Nc(Wf + Wc)$ }, Nc le nombre de canaux, Q_{fr} le débit total, { i.e. $Q_{fr} = Nc \bar{u} WcHc$ }, As , la surface de l'empreinte du CI et η l'efficacité des ailettes évaluée généralement par l'équation (2.16).

Le nombre de Nusselt dans ces équations a été calculé par l'équation (A.3) et les pertes de charge ont été évaluées par les équations (2.4) & (2.9) avec les coefficients de frottements linéaires et secondaires déterminés par les équations (A.6) & (A.8) citées à l'annexe A.

Les résultats de leur modèle ont été comparés par rapport à leurs propres résultats expérimentaux et ce pour éviter les grandes divergences reportées par Sobhan [80] et Palm [81]. Les expérimentations ont été effectuées avec une grande rigueur. Les erreurs maximales due aux différentes incertitudes expérimentales ont été évaluées inférieures à 1%, 2.5%, 2% et 4% pour les mesures respectives de la charge thermique, du débit, de la perte de charge et de la résistance globale.

Chapitre III

Théorie de la TLM

3.1. Introduction

La TLM (Transmission Line Matrix) est une méthode de modélisation numérique connue comme étant explicite et inconditionnellement stable. L'idée de la modélisation par la TLM fût introduite pour la première fois en 1971 par Peter Johns [50], ingénieur en micro-ondes. La méthode repose essentiellement sur l'analogie entre un problème physique transitoire caractérisé par une dépendance spatio-temporelle et un réseau électrique composé de lignes de transmission. Le développement de cette méthode fût exclusivement orienté vers les problèmes d'électromagnétisme jusqu'en 1977 où pour la première fois la méthode fût introduite par Peter Johns [54] pour la résolution des problèmes de diffusion. Afin de permettre une description succincte de l'approche analogique de la méthode TLM, il est indispensable de rappeler les principes fondamentaux des lignes de transmissions et le phénomène de la propagation des ondes électromagnétiques.

3.2. Ondes électromagnétiques

Dans une ligne de transmission comme dans l'atmosphère, l'énergie circule et rayonne sous forme d'ondes électromagnétiques. Une onde électromagnétique est formée comme son nom l'indique d'un champ électrique \vec{E} et d'un champ magnétique \vec{H} . Ces deux champs sont perpendiculaires entre eux (x-y) et progressent suivant l'axe oz. Le champ magnétique est dû au courant tandis que le champ électrique est dû à la tension, figure 3.1.

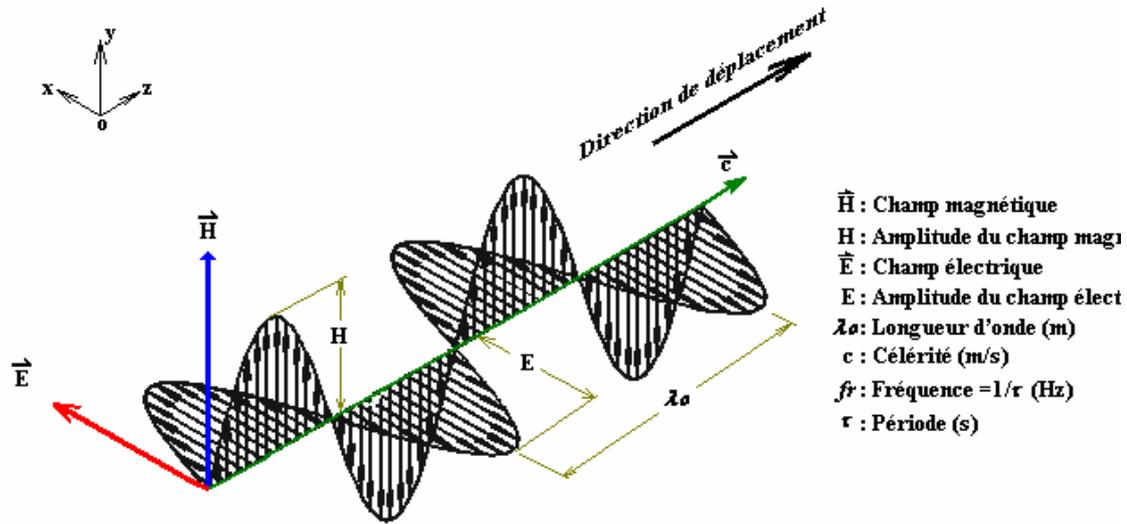


Fig. 3.1: Propagation d'une onde électromagnétique dans le vide.

Aux fréquences très basses, le champ électrique et le champ magnétique sont considérés séparément. Aux fréquences élevées, le champ électrique et le champ magnétique sont indissociables et sont repris soit sous le terme global « *onde électromagnétique* » soit sous l'appellation « *champs électromagnétiques* ».

La loi de comportement d'une onde électromagnétique est régie par les équations de J.C. Maxwell, énoncées vers la fin du dix-neuvième siècle. Les équations de Maxwell peuvent être combinées pour déduire l'équation suivante de propagation d'une onde électromagnétique dans un conducteur [87, 88]:

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} + \mu \sigma_k \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (3.1)$$

Le premier terme de droite exprime la propagation de l'onde avec une célérité $c = 1/\sqrt{\varepsilon \mu_o}$ où ε est la permittivité du milieu et μ_o est sa perméabilité. Lorsque la propagation s'effectue dans le vide le deuxième terme est égal à zéro et ainsi on aura $c = c_o = 1/\sqrt{\varepsilon_o \mu_o} \approx 3.10^8$ égale à la vitesse de la lumière sachant que $\varepsilon_o = 10^{-9}/36\pi$, (F/m) et $\mu_o = 4\pi 10^{-7}$ Henry. Le deuxième terme avec σ_k exprime l'atténuation de l'onde s'effectuant dans un milieu de conductivité σ_k .

3.3. Lignes de transmission

Il existe plusieurs types de lignes de transmission dont les plus répandues sont les lignes bifilaires composées de deux lignes parallèles et les lignes coaxiales. Les lignes coaxiales sont utilisées pour le transport de l'énergie à haute fréquence dans lesquelles le signal est transporté par un fil central entouré d'une gaine métallique (figure 3.2) servant de référence de tension (masse).

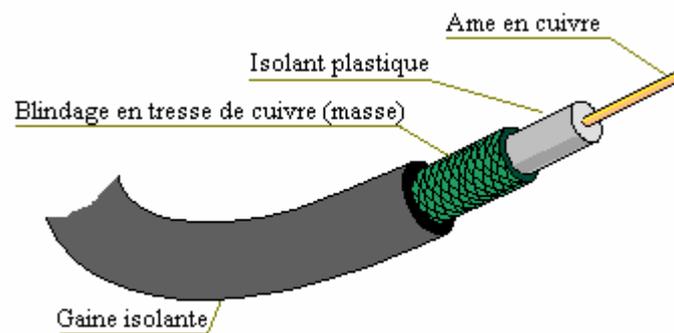
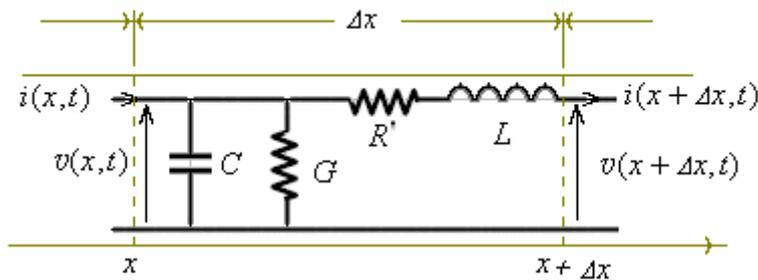


Fig. 3.2 : Câble coaxial.

Une ligne de transmission est un système physique continu assurant la fonction de transport d'énergie. Pour simplifier le problème, nous considérons que la ligne à étudier soit bifilaire, ou un câble coaxial. La ligne peut être alors représentée par une succession d'éléments de longueur Δx répartis sur la longueur de la ligne. Chaque élément est caractérisé par une inductance en série L_d , une résistance en série R_d et une capacité en parallèle C_d (appelées souvent inductance, résistance et capacité linéiques c-a-d. par unité de longueur). En outre, la résistance parasite entre les deux fils (le milieu les séparant est légèrement conducteur) peut être représentée par une conductance parallèle G_d . Le système physique sera donc discrétisé en éléments de circuit $L.R'.C.G.$, tel que représenté par la figure 3.3. On a alors :

- La résistance série R' caractérise les pertes par effet Joule à la surface des parois du fil (guide)

- La capacité équivalente C caractérise la densité d'énergie électrique stockée dans le milieu
- Inductance équivalente L caractérise la densité d'énergie magnétique stockée dans le milieu
- La conductance parallèle G caractérise les pertes dans l'isolant (le courant circule d'une armature à l'autre)



$$\begin{aligned} \text{Inductance série } L &= L_d \Delta x, \text{ H/m.} \\ \text{Résistance série } R' &= R_d \Delta x, \text{ } \Omega/\text{m} \\ \text{Capacité en parallèle } C &= C_d \Delta x, \text{ F/m} \\ \text{Conductance parallèle } G &= G_d \Delta x, \text{ S/m} \end{aligned}$$

Fig. 3.3 : Discrétisation d'une ligne de transmission bifilaire (coaxiale) en éléments distribués L.R'C.G.

En appliquant les principes fondamentaux des milieux continus et d'électricité, lorsque Δx tend vers zéro, au circuit élémentaire représenté par la figure 3.3, on obtient l'équation suivante qui régit le potentiel électrique le long de la ligne de transmission :

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = L_d C_d \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + (R_d C_d + L_d G_d) \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} + R_d G_d v(x,t) \quad (3.2)$$

Dans la mesure où les pertes entre les lignes sont négligées, l'équation (3.2) précédente est réduite à l'expression simplifiée suivante:

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = L_d C_d \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2} + (R_d C_d) \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (3.3)$$

Cette équation est appelée l'équation des télégraphistes, elle est à l'origine de la modélisation numérique par la TLM. En considérant la similarité qui existe entre l'équation (3.3) et l'équation (3.1) en 1D de la propagation d'une onde électromagnétique, cette dernière peut aussi être modélisée par une ligne de transmission. Cependant, deux situations distinctes peuvent se présenter et y sont étudiées séparément. La première situation consiste en la propagation de l'onde dans un milieu sans pertes ; elle est à l'origine de la méthode TLM sans pertes (dans les ouvrages de langue anglaise désignée par « *Lossless TLM* »). La deuxième consiste en la propagation de l'onde dans un milieu fortement résistif ; elle est à l'origine de la méthode TLM avec pertes (désignée par « *Lossy TLM* » dans les ouvrages en langue anglaise).

3.4. TLM sans Pertes

3.4.1. Impédance caractéristique de la ligne

Lorsque le terme contenant R_d dans l'équation (3.3) est négligé, cette dernière devient similaire à l'équation (3.1) en 1D régissant la propagation d'une onde dans le vide avec le terme de l'atténuation négligé et $L_d C_d = 1/c_o^2$. Dans ce cas particulier, l'impédance caractéristique Z et la vitesse v d'une impulsion dans la ligne seront données par :

$$Z = \sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{L_d}{C_d}} \quad (3.4)$$

$$v = \sqrt{\frac{1}{L_d C_d}} \quad (3.5)$$

Si le signal traverse la ligne de longueur élémentaire Δx en un temps Δt , la vitesse du signal dans cette dernière sera donc donnée par $v = \Delta x / \Delta t$. La combinaison de cette relation avec celles données par les équations (3.4) & (3.5) donne la relation suivante entre le temps Δt et l'impédance caractéristique de la ligne en fonction des éléments linéiques L ou C de la ligne:

$$Z = \frac{\Delta t}{C} \quad \text{ou} \quad Z = \frac{L}{\Delta t} \quad (3.6)$$

Ces relations entre l'impédance de la ligne, les paramètres de la ligne et la discrétisation spatio-temporelle sont fondamentales à la technique TLM.

3.4.2. Coefficient de réflexion dû aux discontinuités de la ligne

Un signal progresse sans perturbation le long d'une ligne de transmission sans pertes autant que l'impédance de la ligne Z_0 demeure inaltérée. Cependant, à l'interface entre deux lignes d'impédances Z_0 et Z_T différentes (Cf. figure 3.4), le phénomène est régi par le principe de réflexion et transmission de l'onde. Le coefficient de réflexion est donné par l'équation (3.7) [67]:

$$\rho_r = \frac{Z_T - Z_0}{Z_T + Z_0} \quad (3.7)$$

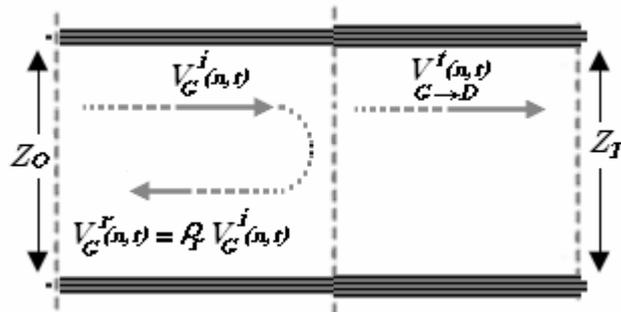


Fig. 3.4 : Représentation schématique d'une discontinuité entre deux lignes de transmission d'impédances différentes

Une portion du signal incident sur le côté gauche de la discontinuité sera évidemment réfléchi pendant que le reste du signal sera transmis au deuxième milieu caractérisé par Z_T . Sachant que, par continuité, $I^i = I^t + I^r$ et que $I^r = \rho_r I^i$, donc à partir de la loi d'Ohm, il vient la relation suivante entre le potentiel incident du côté gauche et sa portion réfléchi en sens inverse.

$$V_G^r(n,t) = \rho_r V_G^i(n,t) \quad (3.8)$$

La relation qui existe entre le signal incident sur la discontinuité du côté gauche et celui transmis à travers cette dernière vers le deuxième milieu peut être déduite en appliquant le même principe de la conservation et la loi d'Ohm. Ainsi, on obtient des relations différentes pour le courant et le voltage. Pour le courant, le principe de conservation peut être formulé comme précédemment par:

$$I^i = I^t + I^r \text{ or } I^r = \rho_r I^i \Rightarrow I^t = (1 - \rho_r) I^i \quad (3.9)$$

Pour le voltage, la loi d'Ohm nous permet d'écrire : $I^i = V^i / Z_O$ et $I^t = V^t / Z_T$, En substituant ces équations dans l'équation (3.9) et en éliminant Z_O et Z_T en utilisant l'équation (3.7), on tire la relation suivante entre le voltage incident du côté gauche de la discontinuité et celui transmis au deuxième milieu caractérisé par Z_T :

$$V_{G \rightarrow D}^t(n, t) = (1 + \rho_r) V_G^i(n, t) \quad (3.10)$$

Nous faisons remarquer que le facteur de transmission pour le voltage est $(1 + \rho_r)$ en comparaison avec celui du courant donné par $(1 - \rho_r)$.

3.4.3. Discrétisation du milieu

A ce point, tous les mécanismes et équations fondamentaux indispensables à la technique TLM ont été énoncés ou dérivés. Cependant, la dernière condition requise pour l'exploitation de cette technique consiste en la transformation du milieu discrétisé en éléments de circuit LC tel qu'illustré en figure 3.3 en un milieu équivalent discrétisé en lignes de transmissions caractérisées par des impédances évaluées par l'équation (3.6), selon la représentation illustrée sur la figure 3.4.

La méthodologie décrite ci haut en 1D pourra être étendue d'une manière similaire à un espace 2D. Le milieu sera alors discrétisé comme indiqué dans la figure 3.5, où l'intersection (i, j) , même si les impédances sont égales, sera visualisée comme une discontinuité. Le potentiel au temps $t + \Delta t$ (désigné par l'indice $t+1$) au niveau de l'intersection (i, j) , appelé couramment potentiel nodal, sera évalué par la superposition des signaux transmis par les 4 branches. Donc en utilisant l'équation 3.10 ; on déduit :

$${}_{t+1}V(i, j) = \sum_{b=1}^4 {}_{t+1}(1 + \rho_r) V_b^i(i, j) \quad (3.11.a)$$

Pour une impulsion V_2^i le long de la branche $b=2$, par exemple ; les impulsions en provenances des trois autres branches en parallèles seront perçues comme étant une impulsion transmise à l'intersection (i,j) par une ligne équivalente d'impédance Z_T tel que représenté dans la figure 3.5-c.

Ainsi, on aura : $1/Z_T = (1/Z_1) + (1/Z_3) + (1/Z_4) = (3/Z)$ puisque qu'on a $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4 = Z$ par principe de synchronisation. Le coefficient de réflexion ρ_r dans l'équation (3.11.a) peut être estimé égal à -0.5 par l'équation (3.7) et ainsi on déduit (Cf. page 13 in [67]):

$${}_{t+1}V(i,j) = 0.5 \left[{}_{t+1}V_1^i(i,j) + {}_{t+1}V_2^i(i,j) + {}_{t+1}V_3^i(i,j) + {}_{t+1}V_4^i(i,j) \right] \quad (3.11.b)$$

Une fois l'impulsion le long de la branche $b=2$ (i.e. V_2^i) atteint la discontinuité (i,j) , une portion de cette impulsion sera réfléchiée en sens inverse (i.e. $\rho_r V_b^i$) sur la même ligne $b=2$ et le reste sera transmis à travers la discontinuité aux autres lignes, $(1 - \rho_r)V_2^i$. Ainsi, l'impulsion totale de retour sur la ligne $b=2$ sera égale à la somme de la quantité réfléchiée de V_2^i et les impulsions transmises par les autres lignes $\sum_{\ell=1, \ell \neq b}^4 V_\ell^i(i,j)$. Cette impulsion de retour, appelée *scattered pulse* en langue anglaise, sera désormais notée par l'exposant S . En d'autres termes on aura $V_b^S(i,j) = \rho_r V_b^i + \sum_{\ell=1, \ell \neq b}^4 V_\ell^i(i,j)$. En utilisant l'équation (3.10) pour l'estimation des impulsions transmises et en remplaçant ρ_r par -0.5 dans cette dernière, on tire:

$$V_b^S(i,j) = \rho_r V_b^i + \sum_{\ell=1, \ell \neq b}^4 (1 + \rho_r) V_\ell^i(i,j) = -0.5 V_b^i + 0.5 \sum_{\ell=1, \ell \neq b}^4 V_\ell^i(i,j). \text{ Cette somme}$$

peut être écrite sous la forme matricielle suivante pour $b = 1..4$:

$$\begin{pmatrix} V_1^S \\ V_2^S \\ V_3^S \\ V_4^S \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ V_3^i \\ V_4^i \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

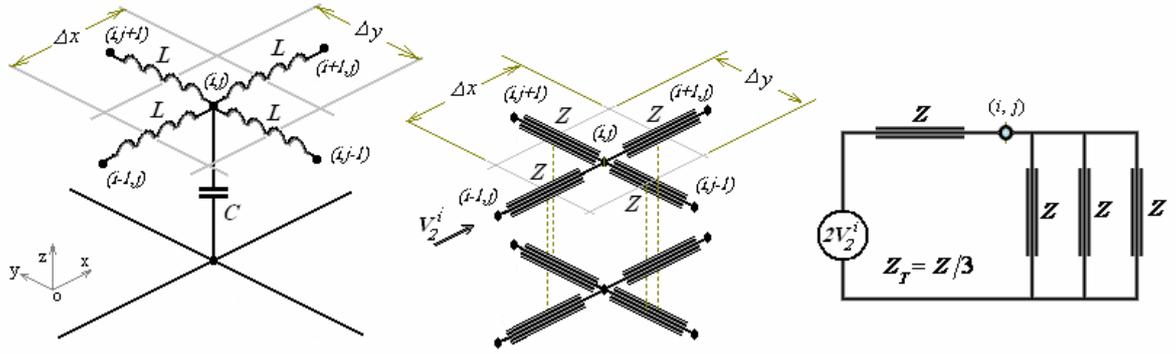


Fig. 3.5 : Représentation d'une intersection (discontinuité) entre deux lignes de transmission sans perte. (a) circuit élémentaire en LC (b) circuit TLM équivalent (c) impédance équivalente vue par l'impulsion V_2^i

La technique TLM consiste finalement à évaluer le potentiel nodal au temps $t+\Delta t$ par les équations (3.11) avec les impulsions incidentes évaluées à partir des impulsions inverses des nœuds adjacents données par les équations (3.12) au temps t de la manière suivante (Cf. figure A.4 en annexe A pour le sens des impulsions adopté dans ce travail):

$$\begin{aligned}
 {}_{t+1}V_1^i(i, j) &= {}_tV_2^S(i+1, j) \\
 {}_{t+1}V_2^i(i, j) &= {}_tV_1^S(i-1, j) \\
 {}_{t+1}V_3^i(i, j) &= {}_tV_4^S(i, j+1) \\
 {}_{t+1}V_4^i(i, j) &= {}_tV_3^S(i, j-1)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Les équations (3.11) et (3.12) dérivées ci haut, en se basant sur le principe de transmission/réflexion d'une impulsion, peuvent être obtenues d'une manière plus simple en introduisant le circuit équivalent représenté par la figure 3.6. Ce circuit dit *circuit équivalent de Thévenin* suppose que l'impulsion incidente sur le point nodal (i, j) en provenance de la branche b est générée par le potentiel $2V_b^i$ branché en série avec l'impédance Z comme le montre la figure (Cf. page 170 in [89]). Ainsi on peut vérifier que le potentiel nodal déjà estimé par l'équation (3.11) est aisément obtenu en appliquant la loi de Kirchhoff au nœud (i, j) de la figure 3.6 :

$$\sum_{b=1}^4 \vec{I}_b = 0 = \sum_{b=1}^4 \frac{1}{Z} (2V_b^i(i, j) - V(i, j)) \equiv Eq.(3.11-b)$$

Les impulsions inverses $V_{b=1..4}^S$ sur chaque ligne déjà estimées par l'équation (3.12), en utilisant le principe de réflexion/transmission, peuvent être dérivées à partir de ce même schéma en considérant que $V_b = V(i, j) = V_b^S(i, j) + V_b^i(i, j)$ ce qui donne

$$V_b^S = -0.5V_b^i + 0.5 \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq b}}^4 V_\ell^i \equiv \text{Eq.}(3.12) \text{ après avoir remplacer } V(i, j) \text{ par équation}$$

(3.11-b). Note que l'expression $V(i, j) = V_b^S(i, j) + V_b^i(i, j)$ utilisée ci haut peut être dérivée en combinant les équations :

$${}_{t+1} V(i, j) = \sum_{b=1}^4 {}_{t+1} (1 + \rho_r) V_b^i(i, j) \equiv \text{Eq.}(3.11\text{-a}), \quad V_b^S = V_b^r + \sum_{\substack{\ell=1 \\ \ell \neq b}}^4 V_\ell^i, \quad V_b^r = \rho_r V_b^i \quad \text{et}$$

$$V_b^i = (1 + \rho_r) V_b^i.$$

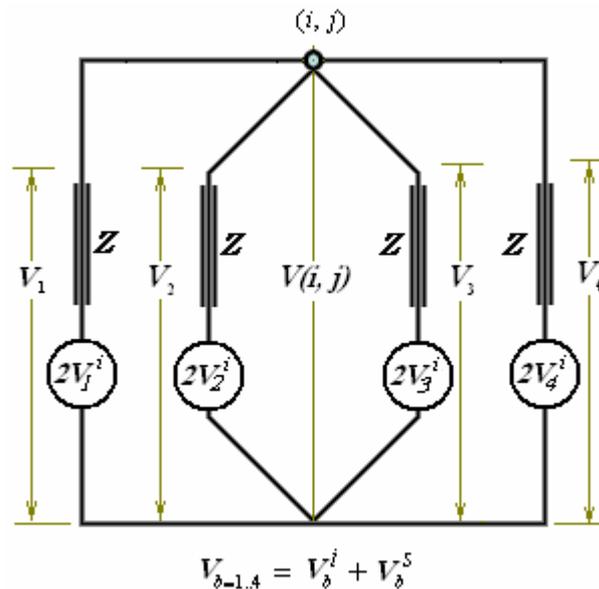


Fig. 3.6 : Représentation du point nodal de la figure 3.5 par un circuit équivalent de Thévenin

Afin de pouvoir modéliser la propagation d'une onde électromagnétique {Eq. (3.1)} avec la méthode décrite ci haut, il va falloir utiliser les analogues donnés au tableau 3.1. La modélisation des ondes électromagnétiques par la technique TLM est de nos jours très avancée et plusieurs algorithmes ont été optimisés pour différentes situations [88]. Le développement de la méthode TLM avec pertes, décrite

succinctement ci-après, obéit pratiquement aux mêmes lois et est basée sur les mêmes mécanismes.

Tableau 3.1 : Analogie entre le phénomène électromagnétique et le phénomène électrique [88]

	Variables électromagnétiques	Variables électriques
Potentiel	E	V
permittivité	ϵ	C
perméabilité	μ	L
Impédance caractéristique	$(\mu/\epsilon)^{1/2}$	$(L/C)^{1/2}$
Célérité	$(\mu\epsilon)^{-1/2}$	$(LC)^{-1/2}$
Pertes	$1/\sigma$	R
temps de relaxation	ϵ/σ	CR

3.4.4. Conditions aux limites

Evidemment la solution particulière de l'équation (3.3) des télégraphistes dépend des conditions aux limites. Dans le domaine électrique trois conditions aux limites, majeures, sont souvent utilisées:

- La ligne se termine par un circuit ouvert : Dans cette situation on a $Z_T \rightarrow \infty$, ainsi, en prenant la limite de l'équation (3.7), on obtient $\rho_r = 1$. Ceci signifie que les impulsions incidentes sur la limite sont réfléchies en phase.
- La ligne se termine par un court-circuit : La limite en court circuit est modélisée par une impédance égale à zéro ainsi à partir de l'équation (3.7), on tire $\rho_r = -1$. Ceci signifie que toute impulsion incidente sur la limite est réfléchie en anti-phase.

Dans le cas d'une adaptation d'impédance, lorsque $Z_T = Z$, on obtient, à partir de l'équation (3.7), un coefficient de réflexion égale à zéro. Cette condition peut être utilisée pour modéliser des milieux homogènes infinis.

3.5. TLM avec Pertes

Lorsque les pertes dans les lignes sont importantes, le terme représentant l'induction dans l'équation (3.3) du télégraphiste peut être négligé devant le terme représentant la résistivité de la ligne. Cette dernière devient similaire à l'équation de la diffusion de la chaleur suivante

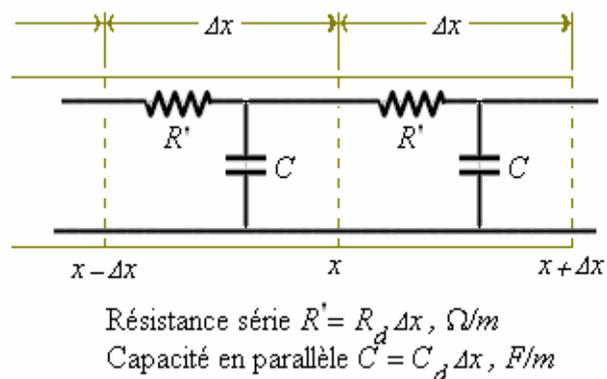
$$\frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \alpha_k \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \quad (3.14)$$

En négligeant donc le terme $L_d C_d \frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial t^2}$ dans l'équation (3.3), cette dernière sera réduite à :

$$\frac{\partial^2 v(x,t)}{\partial x^2} = R_d C_d \frac{\partial v(x,t)}{\partial t} \quad (3.15)$$

L'équation (3.15) est similaire à l'équation (3.14) de la diffusion de chaleur, il est ainsi possible de résoudre cette dernière par similitude en faisant appel aux analogies qui existent entre les phénomènes électriques et thermiques. La ligne de transmission sera alors discrétisée par des nœuds caractérisés par des longueurs élémentaires Δx de la ligne regroupant les résistances linéique élémentaires $R' = R_d \Delta x$ et les capacités linéiques élémentaires $C = C_d \Delta x$ comme le montre la figure.3.7 suivante.

Fig. 3.7 : Discrétisation d'une ligne de transmission bifilaire (coaxiale) avec pertes en éléments distribués R.C.



La spécificité de la discrétisation TLM du milieu consiste à remplacer la capacité entre les lignes par une ligne de transmission sans pertes d'impédance caractéristique Z . Cependant, deux types de discrétisations spatiales sont possibles, figure.3.8. La

première discrétisation consiste en un maillage du milieu physique dit en T où le point nodal est choisi à mi-chemin de la ligne de transmission pendant que la résistance, discrétisant les pertes, sert d'interconnexion entre les différentes mailles d'où l'appellation de cette configuration en langue anglaise par « *Link-resistor formulation* ». La deuxième configuration consiste à discrétiser le milieu spatial en π où la résistance de la ligne élémentaire est caractérisée par une résistance R' concentrée au milieu de la maille et l'interconnexion entre les différentes mailles est assurée par les lignes de transmission sans pertes. Cette dernière formulation connue sous le nom de « *link-line TLM* » en langue anglaise est considérée comme étant la technique TLM classique où standard. Quoique la configuration en « *Link-resistor* » a été proposée comme étant plus appropriée dans certains types de problèmes d'électromagnétisme [90, 91], cette dernière n'a aucun avantage particulier par rapport à la formulation « *Link-Line* » pour les problèmes de la diffusion de la chaleur [92]. En se basant sur le fait que tout le progrès effectué dans le domaine de la modélisation du transfert de la chaleur, par la technique TLM, a été effectué par la formulation « *Link-Line* », nous considérons dans le reste de ce travail uniquement cette dernière formulation.

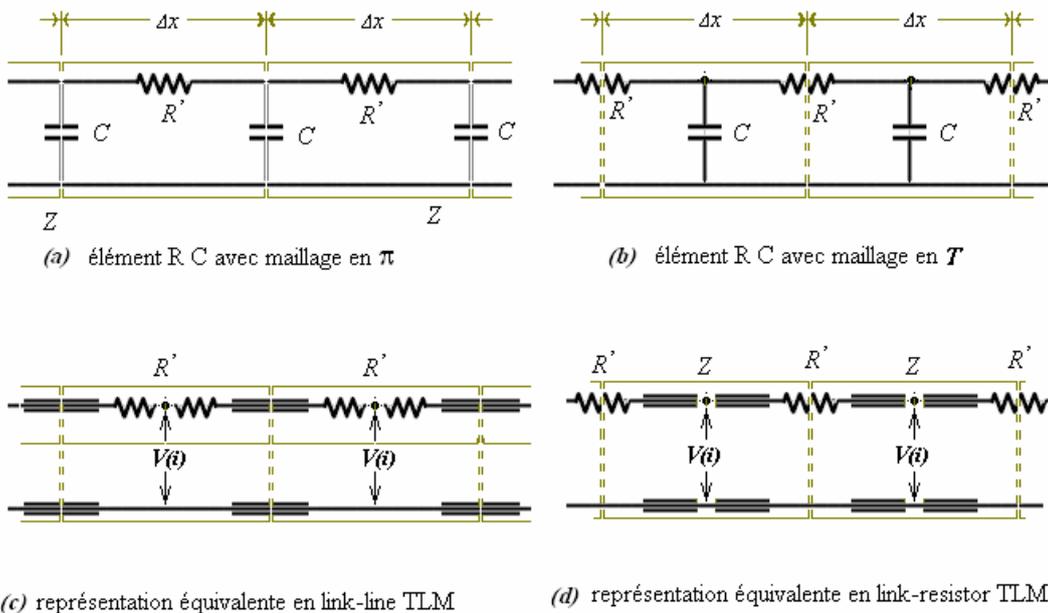


Fig. 3.8: Discretisation d'une ligne de transmission bifilaire avec pertes.

3.5.1. Algorithme TLM avec pertes

Les différentes équations nécessaires au développement de cette technique peuvent être dérivées plus aisément en utilisant le circuit équivalent de Thévenin comme spécifié dans le paragraphe précédent, il serait, néanmoins, utile de ne pas oublier que le principe de la réflexion/transmission, en utilisant l'équation (3.7), aboutirait aux mêmes formulations que celles qui y seront dérivées plus bas en utilisant des circuits équivalents de Thévenin.

Considérons un nœud (i) caractérisant l'élément du circuit de longueur Δx {Cf. figure. 3.8 (c)}. Ce nœud peut donc être remplacé par le circuit équivalent de Thévenin donnée par la figure.3.9. Les courants côté gauche I_2 et côté droit I_1 peuvent être estimés par l'application de la loi de Kirchhoff :

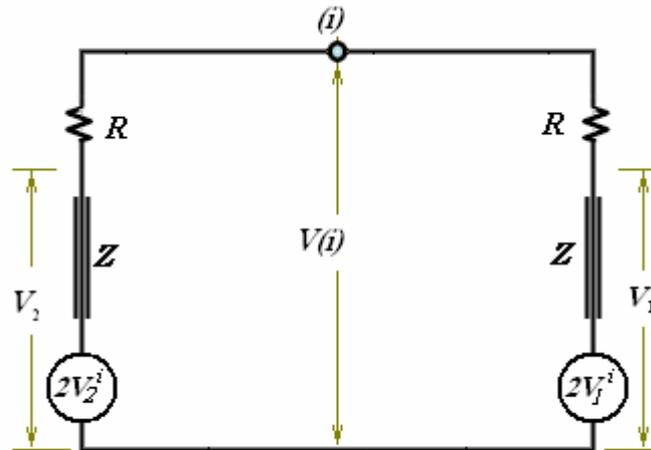


Fig. 3.9 : Représentation nodale de la TLM standard en 1D par le circuit équivalent de Thévenin

Au point (i) , on a alors : $\vec{I}_1 + \vec{I}_2 = 0$ avec $I_1 = \frac{2V_1^i(i) - V(i)}{R + Z}$ et $I_2 = \frac{2V_2^i(i) - V(i)}{R + Z}$

d'où l'on tire après substitution :

$$V(i) = V_1^i(i) + V_2^i(i) \quad (3.16)$$

Au moment de la dispersion au niveau de la discontinuité caractérisée par la résistance R supposée concentrée au point nodale (i), les chutes de voltage V_1 et V_2 sont données par la superposition des impulsions positives et négatives comme spécifié précédemment, c-a-d ${}_tV_1(i) = {}_tV_1^i(i) + {}_tV_1^S(i)$ et ${}_tV_2(i) = {}_tV_2^i(i) + {}_tV_2^S(i)$.

Sachant que $\left(\frac{{}_tV_1^i(i) - {}_tV_1(i)}{(Z + R)}\right) = i_1 = \left(\frac{{}_tV_1^i(i) - {}_tV_1(i)}{Z}\right)$, on tire l'équation suivante pour l'impulsion inverse ${}_tV_1^S(i)$ après substitution de ${}_tV_1(i) = {}_tV_1^i(i) + {}_tV_1^S(i)$.

$${}_tV_1^S(i) = {}_tV_1(i) \frac{Z}{(R + Z)} + {}_tV_1^i(i) \frac{(R - Z)}{(R + Z)} \quad (3.17-a)$$

D'une manière similaire on obtient l'impulsion inverse sur la ligne 2 du côté gauche:

$${}_tV_2^S(i) = {}_tV_2(i) \frac{Z}{(R + Z)} + {}_tV_2^i(i) \frac{(R - Z)}{(R + Z)} \quad (3.17-b)$$

Comme pour la TLM sans perte, du fait de la synchronisation des impulsions imposée par la technique, les impulsions incidentes au temps $t + \Delta t$ seront finalement évaluées en fonction des impulsions inverses des nœuds adjacents à chaque ligne. Ainsi, on aura:

$${}_{t+1}V_1^i(i, j) = {}_tV_2^S(i + 1, j) \quad (3.18)$$

$${}_{t+1}V_2^i(i, j) = {}_tV_1^S(i - 1, j)$$

Pour des conditions aux limites spécifiées, la méthodologie TLM consiste finalement à résoudre itérativement les Eqs. (3.16-3.18) étant donné une distribution initiale du potentiel nodal.

3.5.2. Conditions aux limites

Les limites en court-circuit ou en circuit ouvert, déjà évoquées pour la TLM sans perte, peuvent être utilisées aussi bien pour la TLM avec pertes pour simuler, par exemple, certaines conditions spécifiques aux problèmes de la diffusion. Dans le domaine du transfert de la chaleur trois conditions sont d'une importance capitale et y sont aisément simulées par la technique TLM. A savoir, la condition du flux nul, de

perte totale et de température imposée. Dans certains problèmes, concernant des milieux homogènes s'étendant vers l'infini, on peut utiliser l'adaptation d'impédance pour réduire l'espace d'étude.

3.5.2.1. Limite avec un flux nul

Une limite avec flux nul, représentant en pratique une phase de symétrie ou bien un calorifugeage parfait (c-a-d. parfaite isolation thermique), est simulée par un circuit ouvert. En effet, si le coefficient de réflexion est égal à un ($Z_T \rightarrow \infty \Rightarrow \rho_r = 1$ donné par l'Eq. 3.7) donc celui de transmission est égal à zéro ce qui signifie que la limite est adiabatique. En d'autres termes, l'impulsion transmise par un nœud (i) au temps t sera incident sur la limite adiabatique au temps $\Delta t/2$ et y sera entièrement réfléchi pour être de nouveau incidente sur ce même nœud (i) après un autre $\Delta t/2$. Donc, l'impulsion transmise par le nœud (i) au temps t y retourne égale à elle-même après un temps Δt tel que spécifié par la figure 3.10. On aura donc :

$${}_{t+1}V^i(i) = {}_tV^S(i) \quad (3.19)$$

Pour le cas d'une phase de symétrie illustrée par la même figure, on a ${}_{t+1}V^i(i) = {}_tV^S(i')$. Du fait de la symétrie on peut poser ${}_tV^S(i) = {}_tV^S(i')$ et par conséquent le résultat déduit est le même que celui énoncé par l'équation (3.19).

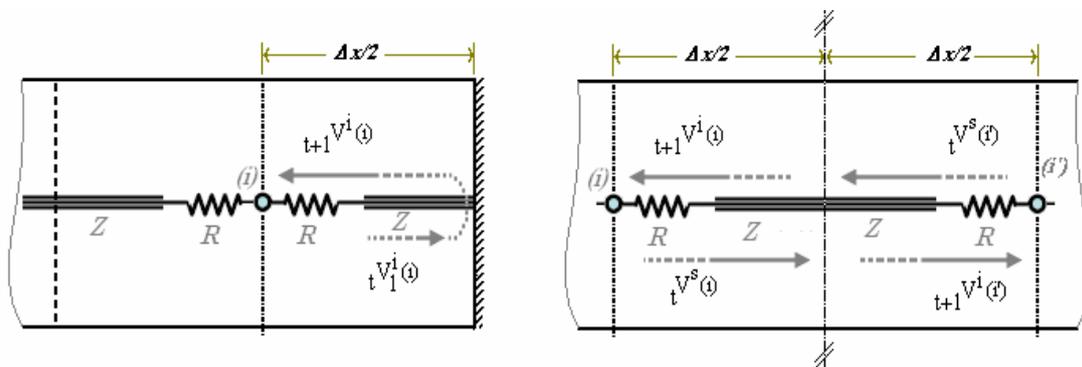


Fig. 3.10 : Simulation d'une condition de flux nul par un court circuit. (a) surface adiabatique (b) phase de symétrie

3.5.2.2. Limite avec une perte totale

Une limite avec une perte totale d'énergie peut être utilisée pour simuler en pratique des puits de chaleur idéaux, en d'autre terme toute l'énergie incidente sur la limite est transmise à travers cette dernière au milieu avoisinant. Cette situation est bien modélisée avec un court-circuit. Si $\rho_r = -1$, comme spécifié à la § 3.4.4, donc l'impulsion incidente sur cette limite retourne égale à elle-même en amplitude mais de signe opposé:

$${}_{t+1}V^i(i) = -{}_tV^S(i) \quad (3.20)$$

3.5.2.3. Condition de potentiel imposé :

Cette condition qui est très importante en pratique et particulièrement dans les problèmes de la diffusion pour limiter parfois deux milieux de propriétés complètement différentes où le second peut être considéré avoir un potentiel qui est inaffecté par les variations du premier. Cette limite est considérée par la technique TLM standard en supposant un nœud auxiliaire (i_G) souvent désigné par « *Ghost node* » en littérature anglaise [68]. Ce nœud « spectre » représente en vérité le milieu invariant ayant un potentiel Vc inaffecté par les variations du milieu voisinant de telle sorte à avoir à chaque instant:

$$Vc = {}_{t+1}V^i(i) + {}_tV^S(i) \quad (3.21)$$

Il est à noter que lorsque le potentiel imposé est égal à celui du potentiel de référence (i.e. $Vc=0$), on retrouve la condition du court-circuit donnée par l'équation (3.20).

3.5.2.4. Adaptation d'impédance :

Dans des situations où le milieu physique est homogène et s'étend vers l'infini et afin de pouvoir limiter le domaine d'étude à un milieu fini, on peut imposer une limite fictive à partir de la quelle les variations deviennent négligeables. Cette limite peut être modélisée par une adaptation d'impédance ($ZT=Z$). On aura ainsi, un coefficient

de réflexion égal à zéro et par conséquent l'impulsion incidente sur le nœud frontalier du domaine actif (en provenance du milieu infini) sera égale à zéro :

$${}_{t+1}V^i(i) = 0 \quad (3.22)$$

3.5.3. Injection d'une source

Dans certains problèmes concernant la diffusion en général le milieu d'étude peut inclure des sources (ou puits) locaux, cette situation est modélisée par la TLM en introduisant un générateur de courant $G(i)$ qui injecte directement un courant I au point nodal concerné (i) tel que montré par la figure 3.11. L'application du principe des deux lois de Kirchhoff au nœud (i) donne l'expression suivante pour l'estimation du potentiel nodal :

$$V(i) = V_1^i(i) + V_2^i(i) + 0.5(R + Z)I(i) \quad (3.23)$$

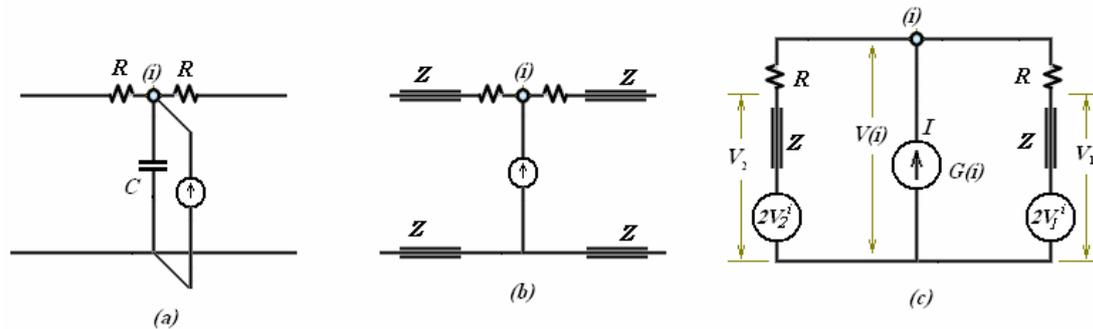


Fig. 3.11 : Représentation nodale de la TLM standard en 1D avec incorporation d'une source de courant (a) circuit élémentaire RC (b) représentation TLM (c) circuit équivalent de Thévenin

3.5.4. Ligne stub en parallèle

La variation de la capacitance caractéristique d'un nœud dans le temps et/ou l'espace, due à la variation de la chaleur volumique dans le cas de la diffusion et en général à l'hétérogénéité du maillage, entraîne une altération de l'intensité de l'impédance caractéristique du nœud en question et par conséquent le principe fondamental de la synchronisation des impulsions se trouve ainsi enfreint. Ce problème peut être résolu

par la technique TLM en incorporant une portion de ligne, de longueur $\Delta x/2$ en parallèle et en circuit ouvert, dite « *stub parallèle* » permettant ainsi de simuler en parallèle l'effet de la variation de la capacitance tout en assurant la synchronisation des impulsions. Cette ligne d'impédance Z_s est illustrée graphiquement dans la figure.3.12 et sa valeur est estimée comme précédemment par :

$$Z_s = \frac{\Delta t/2}{C_s} \quad (3.24)$$

La ligne *stub* est entièrement parcourue par les impulsions en un temps $\Delta t/2$. Le pas temporel Δt est commun à tous les nœuds pendant que la capacitance du *stub* C_s est spécifique à chaque nœud et dépend du problème physique à simuler. Elle est égale à la différence entre la capacitance commune de base et celle spécifique au nœud en question.

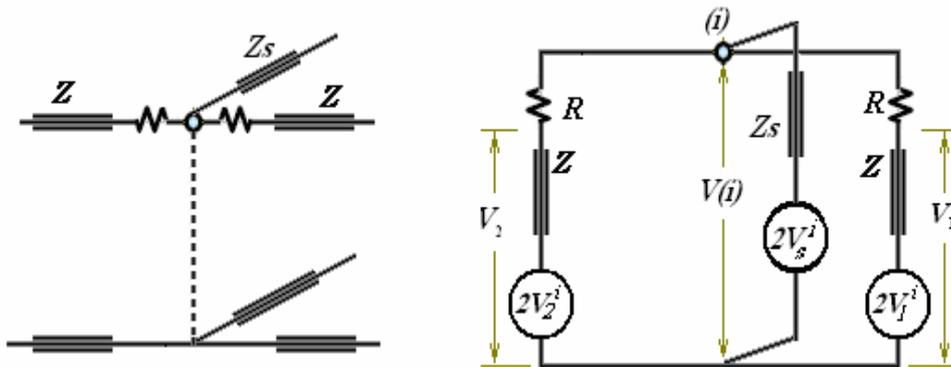


Fig. 3.12 : Représentation d'une ligne *stub* en parallèle (a) représentation TLM (b) circuit équivalent de Thévenin.

3.5.5. Algorithme TLM avec pertes en 3D

Finalement, la vision conceptuelle de la TLM consiste en un nœud et des Lignes de Transmission (TL). Les deux composantes ont des fonctions différentes. Les lignes TL ont une étendue spatiale ; elles sont responsables de la distribution de l'énergie et de son emmagasinement. Le point nodal est supposé constitué d'une masse concentrée dont la résistance contrôle le flux énergétique. Cette technique peut être étendue à un

espace 3D d'une manière similaire au développement en 1D décrit ci haut. En regroupant dans un nœud tous les cas particuliers qui peuvent se présenter tel que le *stub* et le générateur de courant, la cellule représentative finale, de la TLM standard, prend la forme indiquée sur la figure 3.13.

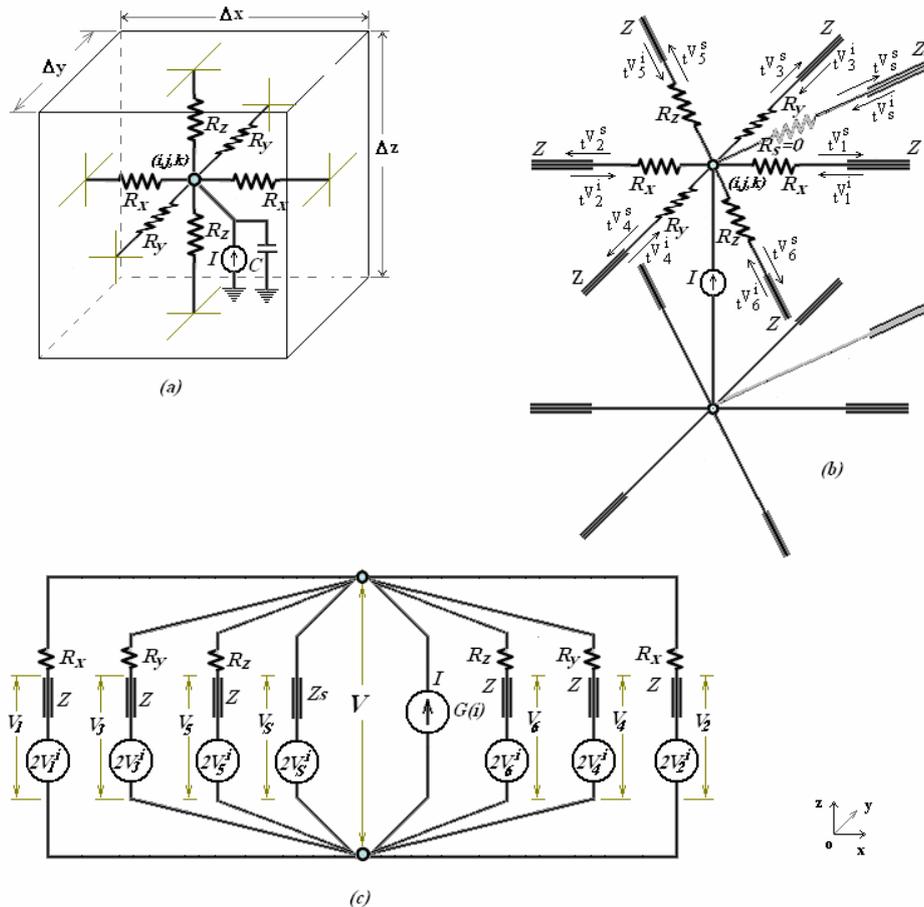


Fig. 3.13 : Représentation d'un nœud 3D avec générateur de courant et stub. (a) circuit RC (b) représentation TLM (c) circuit équivalent de Thévenin

Le potentiel nodal et les impulsions inverses sont déduits aisément, comme pour le cas 1D, à partir de du circuit équivalent de Thévenin en appliquant les deux lois de Kirchhoff au point nodal (i, j, k) . On obtient en définitif, les équations générales suivantes dans un repère cartésien xyz :

$${}_iV(i, j, k) = \left[\sum_{b=1}^7 \frac{{}_iV_b^i(i, j, k)}{R_b + Z_b} + \frac{I(i, j, k)}{2} \right] \frac{2}{Y} \quad (3.25)$$

$${}_iV_b^S(i, j, k) = \left(\frac{Z_b}{R_b + Z_b} \right) {}_iV(i, j, k) + \left(\frac{R_b - Z_b}{Rb_l + Z_b} \right) {}_iV_l^i(i, j, k) \quad (3.26)$$

avec l'admittance totale Y donnée par :

$$Y = \sum_{b=1}^7 \frac{1}{R_b + Z_b} \quad (2.27)$$

Le sens des impulsions adopté tout le long de ce travail est spécifié dans la figure A.4 à l'annexe A. Evidemment la résistance du *stub* est égale à zéro ($R_7 = R_S = 0$) et son impédance caractéristique $Z_{b=7} = Z_S$ est déduite des données spécifiques au problème physique considéré. Les résistances des lignes sont supposées égales dans une direction donnée de telle sorte à avoir $R_1 = R_2 = R_x$, $R_3 = R_4 = R_y$ et $R_5 = R_6 = R_z$ lesquelles sont estimées en fonction des résistivités des lignes. Cependant, du fait que la capacitance du bloc $\Delta\mathcal{G} = \Delta x \Delta y \Delta z$ caractérisé par le point nodal (i, j, k) soit partagée par une, deux ou trois lignes selon qu'on est dans un espace 1D, 2D ou 3D, la valeur de la capacité dans l'équation (3.6) pour l'estimation de Z sera respectivement divisée par 1, 2 ou 3. La formule générale pour l'estimation de Z deviendra alors:

$$Z = \frac{\Delta t}{C/\alpha_D} \quad (3.28)$$

Le pas temporel Δt , caractérisant le temps mis par une impulsion pour traverser une ligne de transmission, demeure le même pour toute les lignes. La capacité C est celle relative au bloc $\Delta\mathcal{G} = \Delta x \Delta y \Delta z$ et ainsi elle est partagée par toutes les LT. En conséquence, le paramètre α_D prend la valeur 3, 2 ou 1 respectivement si le modèle est en 3D, 2D ou 1D. L'impédance caractéristique des lignes est identique dans toutes les directions, pour un maillage uniforme et des propriétés homogènes du milieu, de telle sorte à avoir $Z_{b=1..6} = Z$ dans les Eqs. (3.23, 3.24 & 3.2). Compte tenu du respect de la synchronisation des impulsions dans toutes les branches ($b=1...7$), les impulsions incidentes peuvent être, comme pour le cas 1D discuté précédemment, évaluées à

partir des impulsions inverses en provenance des nœuds avoisinants. On aura en définitif ;

$$\begin{aligned}
{}_{t+1}V_1^i(i, j, k) &= {}_tV_2^S(i+1, j, k) \\
{}_{t+1}V_2^i(i, j, k) &= {}_tV_1^S(i-1, j, k) \\
{}_{t+1}V_3^i(i, j, k) &= {}_tV_4^S(i, j+1, k) \\
{}_{t+1}V_4^i(i, j, k) &= {}_tV_3^S(i-1, j, k) \\
{}_{t+1}V_5^i(i, j, k) &= {}_tV_6^S(i, j+1, k) \\
{}_{t+1}V_6^i(i, j, k) &= {}_tV_5^S(i-1, j, k) \\
{}_{t+1}V_S^i(i, j, k) &= {}_tV_S^S(i, j, k)
\end{aligned} \tag{3.29}$$

Enfin la solution d'un problème physique en 3D consiste à résoudre successivement les équations (3.22, 3.26 & 3.29) associées avec des conditions aux limites spatio-temporelles spécifiques.

3.6. Application de la TLM au transfert de chaleur

3.6.1. Analogie entre l'équation du télégraphiste et celle de la diffusion

L'application, de la loi de Fourier régie par l'équation (1.1), des principes de conservation et ceux des milieux continus à un volume élémentaire conduit à l'équation générale de conduction de la chaleur [93, 76]. Pour un milieu homogène et isotrope dont les propriétés sont indépendantes de la température, cette équation s'écrit :

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \alpha_k \nabla^2 T + \frac{\alpha_k}{k} \Phi_v \tag{3.30}$$

où Φ_v est la puissance générée par unité de volume due aux sources internes exprimée en Wm^{-3} , T la température en $^{\circ}C$, $\nabla^2 \equiv \Delta$ le laplacien donné en annexe A.4, t le temps en s , α_k la diffusivité thermique en m^2s^{-1} et k la conductivité thermique du milieu en $Wm^{-1}K^{-1}$

Cette équation est similaire à l'équation du télégraphiste étendue à un espace en 3D et peut par conséquent être résolue par l'algorithme TLM décrit en § 3.5.5. A cet effet,

les variables dans l'équation du télégraphiste sont remplacées par les variables thermiques analogues données par le tableau 3.2 ci-après.

Tableau 3.2 : Analogie entre le phénomène électrique et le phénomène thermique

Grandeurs	Phénomène thermique				Phénomène électrique			
	Désignation	Symbole	Unités	Formules	Désignation	Symbole	Unités	Formules
Potentiel	Température	T	°C		Voltage	V, E	V	
flux	Flux thermique	Φ	W	$\Phi = -kS \frac{\partial T}{\partial \ell}$	Courant	I	A	
Densité de flux		φ	W/m ²	$\varphi = \Phi/S$		i	A/m ²	$i = I/S$
Conductibilité	Conductivité	k	W/mK	$F(\text{matériau } \mathcal{D})$	Conductivité	γ	1/Ωm	$\gamma = \frac{1}{\rho_e}$
Résistivité		1/k	mK/W		Résistivité	ρ_e	Ωm	$F(\text{matériau } \mathcal{D})$
Résistance	Résistance	R	K/W	$R = \frac{1}{k} \frac{\ell}{S}$	Résistance	R	Ω	$R = \frac{1}{\gamma} \frac{\ell}{S} = \rho_e \frac{\ell}{S}$
Conductance	Conductance	G	W/K	$G = \frac{1}{R} = \frac{kS}{\ell}$	Conductance	G	W/K	$G = \frac{1}{R} = \frac{\gamma S}{\ell}$
Charge	Quantité de chaleur	Q	J	$Q = \Phi t$	Quantité d'électricité	Q	C	$Q = It$
Capacité	Capacité thermique	C		$C = \rho c p \delta \mathcal{V}$	Capacité électrique	C	F	$C = \frac{Q}{\Delta E}$
Constante de temps		t	s	RC		t	s	RC
Lois	De Fourier			$\Delta T = R\Phi$	D'Ohm			$\Delta E = RI$

En remplaçant le potentiel électrique V par le potentiel thermique T et le flux électrique I par celui thermique Φ , dans les équations dérivées à la § 3.5.5, ces dernières sont finalement transformées comme suit :

$${}_i T(i, j, k) = \left[\sum_{b=1}^7 \frac{{}_i T_b^i(i, j, k)}{R_b + Z_b} + \frac{\Phi_p(i, j, k)}{2} \right] \frac{2}{Y} \quad (3.31)$$

$$\text{avec } Y = \sum_{b=1}^7 \frac{1}{R_b + Z_b}$$

$${}_i T_b^S(i, j, k) = \left(\frac{Z_b}{R_b + Z_b} \right) {}_i T(i, j, k) + \left(\frac{R_b - Z_b}{R_b + Z_b} \right) {}_i T_1^i(i, j, k) \quad (3.32)$$

avec les résistances du matériau dans les directions ox , oy et oz déterminées respectivement par :

$$R_1 = R_2 = R_x = \frac{\Delta x}{2k_s S_x} \quad (3.33.a)$$

$$R_3 = R_4 = R_y = \frac{\Delta y}{2k_s S_y} \quad (3.33.b)$$

$$R_5 = R_6 = R_z = \frac{\Delta z}{2k_s S_z} \quad (3.33.c)$$

La résistance de la ligne *stub* est égale à zéro et y est incluse pour simple représentativité :

$$R_7 = 0 \quad (3.33.d)$$

S_x , S_y , S_z désignent respectivement les faces élémentaires normales aux axes ox , oy et oz du parallélépipède rectangle représentant le point nodal tel qu'illustré par la figure 3.13 (a), i.e. $S_x = \Delta y \Delta z$, $S_y = \Delta x \Delta z$ et $S_z = \Delta y \Delta x$.

Les différentes impédances caractéristiques sont évaluées par:

$$Z_{b=1..6} = Z = \frac{\Delta t}{C/\alpha_D} \quad (3.34.a)$$

$$Z_7 = \frac{\Delta t}{C_{Stub}} \quad (3.34.b)$$

avec

$$C = \rho cp \Delta x \Delta y \Delta z \quad (3.34.c)$$

où ρ est la masse volumique, cp la chaleur massique, Φ_p la puissance générée par le volume élémentaire $\Delta \mathcal{V} = \Delta x \Delta y \Delta z$ due aux sources thermiques et C_{Stub} la capacitance modélisée par le *stub* (Cf. figure 3.13).

Enfin les impulsions incidentes sur le point nodal (i,j,k) au temps $t+1$ en provenance des divers lignes sont données par:

$$\begin{aligned}
 {}_{t+1}T_1^i(i, j, k) &= {}_tT_2^S(i+1, j, k) \\
 {}_{t+1}T_2^i(i, j, k) &= {}_tT_1^S(i-1, j, k) \\
 {}_{t+1}T_3^i(i, j, k) &= {}_tT_4^S(i, j+1, k) \\
 {}_{t+1}T_4^i(i, j, k) &= {}_tT_3^S(i-1, j, k) \\
 {}_{t+1}T_5^i(i, j, k) &= {}_tT_6^S(i, j+1, k) \\
 {}_{t+1}T_6^i(i, j, k) &= {}_tT_5^S(i-1, j, k) \\
 {}_{t+1}T_S^i(i, j, k) &= {}_tT_S^S(i, j, k)
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

La méthodologie TLM, pour obtenir la solution de l'équation (3.30) consiste à résoudre successivement les équations (3.31, 32 & 35) selon l'algorithme suivant. Il est cependant à noter que les cas 1D, 2D et 3D sont déduits aisément en prenant la précaution de prendre $\alpha_D=1, 2$ ou 3 dans les Eqs. (3.34) selon le cas.

Algorithme TLM en « *Link-Line* » pour l'équation de la diffusion de la chaleur:

- i) données : $\Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta t, k, cp, \rho, CI, CL$.
- ii) calculer : R_x, R_y et R_z à partir des Eqs. (3.33.a) à (3.33.d)
- iii) calculer : Z, Z_s , Eqs. (3.34.a) & (3.34.b)
- iv) évaluer ${}_tT_{b=1..7}^i$ à partir de l'Eqs. (3.35)
- v) évaluer : ${}_tT_{b=1..7}^S$ à partir de l'Eqs. (3.32)
- vi) évaluer : ${}_{t+1}T$ à partir des Eqs. (3.35)

N.B. CI : conditions initiales, CL : conditions aux limites

3.6.2. Conditions aux limites

A la différence des conditions aux limites citées dans les paragraphes précédents, les limites du transfert convectif et radiatif sont spécifiques au transfert de la chaleur. La limite convective a été abordée en introduisant un nœud convectif auxiliaire [68] et celle radiative a été abordée uniquement par une configuration *Link-resistor* [94].

3.6.2.1. Limite convective avec un fluide à température constante:

Pulko et al. [68] avaient proposé le modèle illustré dans la figure 3.14 pour la simulation d'un flux convectif vers un fluide de température T_f constante. La température du fluide est caractérisée par un nœud auxiliaire (nf) connecté au nœud (n) du milieu solide frontière avec le fluide par une ligne de transmission ayant la même impédance caractéristique que les lignes interconnectant les nœuds internes du milieu solide. L'impulsion incidente au temps $t+\Delta t$ sur le nœud solide (n) de frontière convective est déduite en combinant des équations (3.35) et (3.32) et remplaçant R_b par $R_h = 1/(S_x h_c)$ comme suit :

$${}_{t+1}T_1^i(n) = {}_tT_2^S(nf) = \left(\frac{Z}{R_h + Z} \right) {}_tT(nf) + \left(\frac{R_h - Z}{R_h + Z} \right) {}_tT_2^i(nf),$$

or sachant que ${}_tT_2^i(nf) = {}_{t-1}T_1^S(n)$ et que $T(nf) = T_f$, il vient :

$${}_{t+1}T_1^i(n) = \left(\frac{Z}{R_h + Z} \right) T_f + \left(\frac{R_h - Z}{R_h + Z} \right) {}_{t-1}T_1^S(n) \quad (3.36)$$

avec $Z = \frac{\Delta t}{C}$, $C = \rho c p S_x \Delta x$ et $R_h = 1/(S_x h_c)$

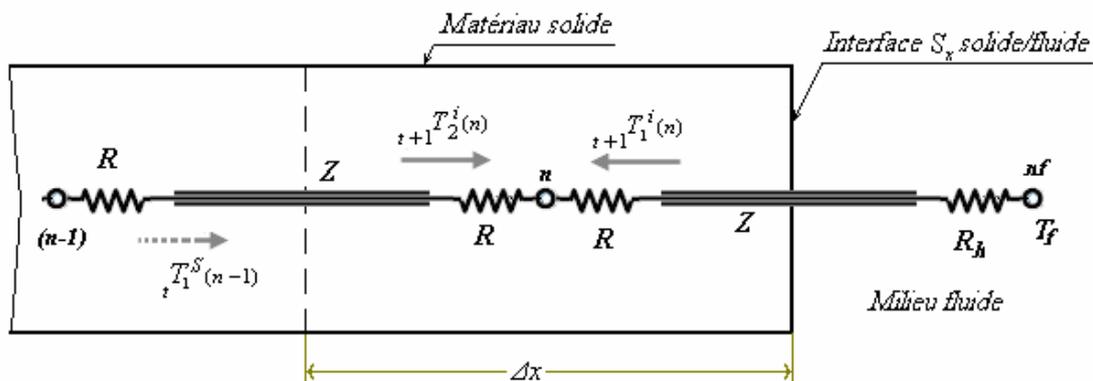


Fig. 3.14 : Modélisation d'une limite convective par le modèle de Pulko et al. [68]

3.6.3. Limite convective en 2D avec un fluide en mouvement

Pulko et al. [69] avaient proposé le modèle illustré dans la figure 3.15 pour la simulation en 2D d'un flux convectif vers un fluide en écoulement avec une température T_f variable dans la direction du mouvement. La température du fluide est

caractérisée par les nœuds auxiliaires ($nf=1, 2, 3\dots$) connectés à l'interface des nœuds frontières ($n=1, 2, 3\dots$) du milieu solide par la résistance convective $R_h = 1/(S_x h_C)$. Chaque nœud fluide (nf) est caractérisé par deux impédances :

- la première impédance Z_{St} est dite stationnaire; elle caractérise l'absorption de la chaleur par le fluide caloporteur et elle est estimée par:

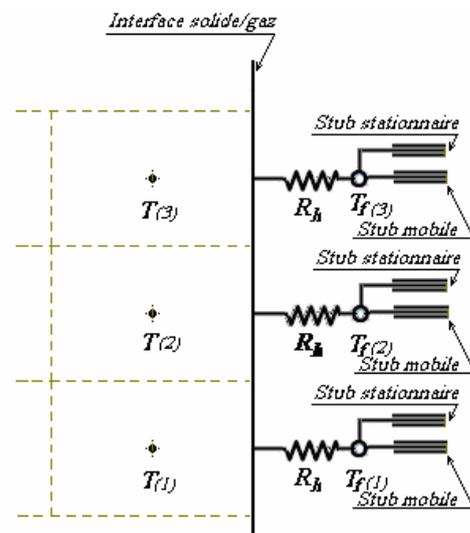
$$Z_{St} = \frac{\Delta t}{2\rho_f c_v \vartheta_f} \quad (3.37)$$

- la deuxième impédance Z_{mob} est dite mobile ; elle caractérise le transport de l'énergie thermique par le fluide caloporteur et elle est estimée par :

$$Z_{mob} = \frac{1}{cp_f \rho_f Q_f} \quad (3.38)$$

où ρ_f , c_v , cp_f , ϑ_f et Q_f représentent respectivement la masse volumique, la chaleur massique à volume constant, la chaleur massique à pression constante, le volume élémentaire du point nodal et de débit volume du fluide caloporteur.

Fig. 3.15 : Modélisation d'une limite convective par une impédance mobile [69].



3.63.1. Limites radiatives entre corps noirs:

La limites radiative entre corps noirs a été abordée en 1993 par De Cogan [94] avec le milieu physique discrétisé selon la configuration *link-resistor* tel qu'illustré sur la figure 3.16 suivante.

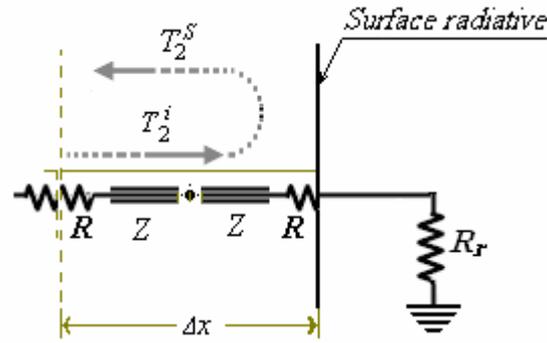


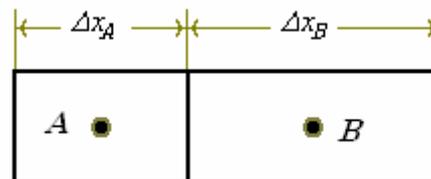
Fig. 3.16 : Modélisation d'une limite radiative par la méthode TLM « link-resistor ».

3.6.3.2. Contact parfait

En s'inspirant du travail de Saguet et al. [95] pour la modélisation d'un maillage hétérogène en électromagnétisme, De Cogan et al. [60] avaient étendu la méthodologie aux problèmes de transfert de chaleur en 1D. L'idée a été maturée, ensuite, pour être étendue à la modélisation d'un contact parfait entre deux matériaux de propriétés thermiques différentes [66]. La méthodologie consiste à modéliser le matériau le moins absorbant (caractérisé par la plus faible capacité C) par un maillage moins dense. Si les matériaux A et B (Cf. figure 3.17) ont des capacités respectives C_A et C_B , afin de respecter la synchronisation des impulsions, on peut écrire :

$$Z_A = \frac{\Delta t}{\rho_A c p_A \Delta x_A S} = Z_B = \frac{\Delta t}{\rho_B c p_B \Delta x_B S} \Rightarrow \Delta x_B = b \Delta x_A \quad \text{avec} \quad b = \frac{\rho_A c p_A}{\rho_B c p_B} \quad (3.39)$$

Fig. 3.17 : Modélisation d'un contact parfait par des nœuds de longueurs différentes [66].



Chapitre IV

Modélisations des conditions aux limites

La méthode TLM a été suffisamment développée pour traiter les conditions aux limites élémentaires associées à la majorité des problèmes de transfert de la chaleur ; ces limites ont été décrites aux § 3.5.2 et § 3.6.2. Dans ce chapitre nous proposons d'autres modèles pour la simulation des limites convectives et radiatives tout en procédant à une étude comparative entre ces modèles et ceux déjà existant dans la littérature. En outre, nous procédons au développement à de nouveaux modèles TLM pour simuler une frontière à densité de flux imposée, un contact parfait entre deux matériaux de natures différentes et un saut de température entre deux milieux distincts.

La condition de densité de flux imposée est utilisée dans les MEMS pour simuler, par exemple, un flux de chaleur uniforme en provenance d'un CI vers le MCHS dans les assemblages séparés, aussi bien dans des conceptions en monoblocs avec un CI très dense, {Cf. Figs. (2.1) & (7.2)}. La condition de saut de température est utilisée pour simuler une pâte thermique entre les éléments CI et le MCHS dans les montages séparés. Par contre, la condition de contact parfait peut être utilisée pour simuler un joint ou un assemblage avec une résistance thermique négligeable. A ce point, il serait utile de préciser que la résistance d'un joint thermique R_{int} dépend de plusieurs paramètres tels que la rugosité de la surface, la planéité de la surface, la pression de montage, la surface de contact et naturellement du type du matériau d'interface utilisé et de son épaisseur.

Le transfert convectif dans les MCHS concerne toutes les surfaces solides en contact avec l'air atmosphérique aussi bien qu'avec le fluide en écoulement dans les canaux. Le transfert radiatif de son côté est particulièrement nécessaire dans l'étude du cycle complet d'un système de refroidissement par microcanaux. Dans le cas des installations dans l'espace, ce dernier peut être utilisé pour estimer la dissipation de la chaleur par rayonnement (Cf. Fig. 2.2) dans le vide.

4.1. Limites convectives

Deux modèles pour la simulation du transfert convectif sont développés dans cette section. Le premier est déduit en évaluant le potentiel au temps $t + \Delta t/2$ de l'interface solide/fluide et le deuxième est basé sur l'évaluation du flux convectif par un générateur de courant rapporté au centre du nœud frontière. Les résultats obtenus par ces deux modèles et ceux obtenus par le modèle de Pulko énoncé au § 3.6.2 sont comparés avec des résultats obtenus par la méthode FDM et la méthode analytique appliquée à un mur semi-infini.

4.1.1. Modèle avec estimation du potentiel d'interface

Ce modèle est dérivé sur la base de la détermination du potentiel de l'interface solide/fluide $T(s)$.

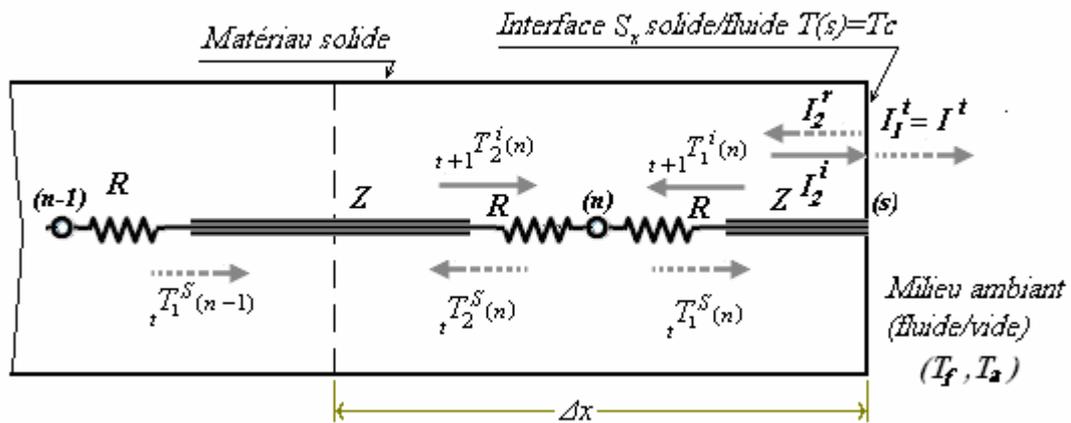


Fig. 4.1 : Modélisation d'une limite radiative par un modèle à potentiel d'interface

En se référant à la figure 4.1, on a par continuité de la matière, à l'interface $S_x(s)$ et au temps $t + \Delta t/2$:

$${}_{t+\Delta t/2}I_2^i(s) = {}_{t+\Delta t/2}I^i(s) + {}_{t+\Delta t/2}I_2^S(s) \quad (a)$$

où I^i est le courant transmis à l'interface (s) au milieu fluide simulant ainsi le flux convectif à l'interface pouvant être évalué par la loi de Newton, Eq. (1.2):

$${}_{t+\Delta t/2}I^t(s) = I_{conv} = \left(\frac{T_c - T_f}{R_h} \right) \quad (b)$$

En utilisant la loi de Kirchhoff, l'équation (a) devient:

$${}_{t+\Delta t/2}T_2^i(s) = {}_{t+\Delta t/2}I^t(s)Z + {}_{t+\Delta t/2}T_2^S(s) \quad (c)$$

Du fait que la ligne de transmission interconnectant (n) et (s) a une longueur de $\Delta x/2$, l'impulsion incidente et celle réfléchie à l'interface (s) au temps t peuvent être exprimées comme suit :

$${}_{t+\Delta t/2}T_2^i(s) = {}_tT_1^S(n) \text{ et } {}_{t+\Delta t/2}T_2^S(s) = {}_{t+1}T_1^i(n) \quad (d)$$

En combinant les équations précédentes (a) à (d) avec le potentiel d'interface T_c estimé par l'équation (3.21) au temps $t + \Delta t/2$, on tire finalement l'expression suivante pour l'impulsion incidente sur le nœud (n) au temps $t+1$, en provenance de l'interface (s) :

$$\boxed{{}_{t+1}T_1^i(n) = \left(\frac{Z}{R_h + Z} \right) {}_{t+\Delta t/2}T_f + \left(\frac{R_h - Z}{R_h + Z} \right) {}_tT_1^S(n)} \quad (4.1)$$

Le flux convectif du milieu solide vers le milieu fluide au temps $t + \Delta t/2$ peut être déduit après combinaison des équations (b) et (3.21):

$$\boxed{{}_{t+\Delta t/2}I^t(s) = {}_{t+\Delta t/2}I_{conv} = {}_{t+\Delta t/2}\Phi_h = \frac{{}_{t+1}T_1^i(n) + {}_tT_1^S(n) - {}_{t+\Delta t/2}T_f}{R_h}} \quad (4.2.a)$$

Aussi il est à noter que le flux donné par l'équation (4.2) peut être déduit directement à partir des équations précédentes (c) & (d) comme suit :

$$\boxed{{}_{t+\Delta t/2}I^t(s) = {}_{t+\Delta t/2}I_{conv} = {}_{t+\Delta t/2}\Phi_h = \frac{{}_tT_1^S(n) - {}_{t+1}T_1^i(n)}{Z}} \quad (4.2.b)$$

L'équation (4.1) estime l'impulsion de droite sur le nœud (n) au temps $t + \Delta t$ en fonction de la température du fluide T_f au temps $t + \Delta t/2$. En cas où la température

T_f est variable dans le temps, les l'équations (4.1) & (4.2) nécessitent la connaissance de la température du fluide T_f à l'itération $t+1/2$.

Il est à faire remarquer, par ailleurs, que dans le modèle de Pulko, donné par l'équation (3.36), une ligne de transmission de longueur $\Delta x/2$ est en supplément. En réalité si nous supposons que l'épaisseur de la couche limite thermique (dont l'effet est représenté par R_h) est relativement faible et que l'absorption de l'énergie thermique par cette dernière est négligeable donc T_f doit être connectée directement à l'interface solide/fluide par l'intermédiaire de la résistance R_h . Aussi, faisons remarquer que le modèle développé ci haut serait identique à celui de Pulko, pour un système avec T_f constante, si on remplace dans l'équation (3.36) l'impulsion réfléchie par le nœud (n) au temps $t - \Delta t$ par celle réfléchie au temps t .

4.1.2. Modèle avec générateur de courant

Ce modèle consiste en la représentation du flux convectif entre le milieu fluide et le milieu solide par un générateur de courant incorporé au niveau du nœud frontalier avec le fluide et une surface adiabatique tel qu'illustré par la figure 4.2 ci-après.

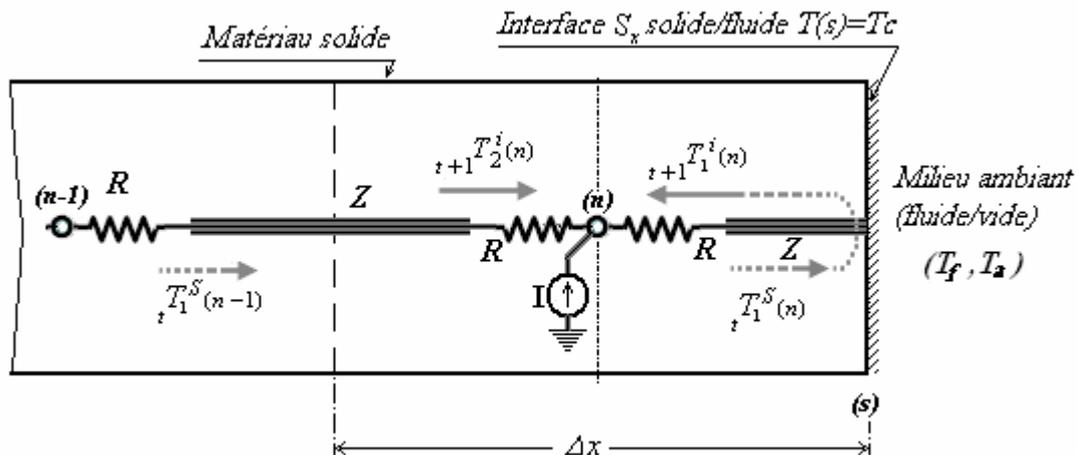


Fig. 4.2 : Modélisation d'un flux vers un milieu environnant par une surface adiabatique et un générateur de courant équivalent.

Le courant I est dérivé en se référant à la figure 4.3 schématisant le milieu physique continu en milieu discrétisé par une résistance conductive R et une résistance convective R_h . Si ${}_t\Phi(s)$ représente le flux thermique au temps t à la frontière du

système et ${}_t\Phi(n)$ celui au niveau de la section contenant le point nodal (n) , le bilan thermique pour l'élément de volume $S_x \Delta x/2$ du côté droit du nœud frontière (n) s'écrit alors:

$$\Phi_n(t) - \Phi_s(t) = 0.5 \rho c p S_x \Delta x \frac{\partial T}{\partial t}$$

L'énergie $0.5 \rho c p S_x \Delta x \partial T / \partial t$ emmagasinée dans l'élément de volume $S_x \Delta x/2$ durant le temps Δt ne peut être évaluée que si le gradient de température est connu. Cependant si nous supposons un profil de température graduellement varié entre (s) et (n) , une interpolation linéaire peut être considérée et par conséquent l'énergie emmagasinée dans cet élément de volume durant le temps Δt est négligée. On peut écrire alors: ${}_{t+1}\Phi(n) \approx {}_t\Phi(n) \approx {}_t\Phi(s)$ avec

$$\Phi(n) = {}_tT(s) - {}_tT(n)/R \quad \text{et} \quad S_x k \partial T / \partial x \Big|_{(s)} = {}_tT(s) - {}_tT(n)/R = {}_tT_f - {}_tT(s)/R_h$$

Ce qui donne:

$$\boxed{I = \Phi(n) \approx \frac{{}_tT_f - {}_tT(n)}{R_{eq}}} \quad (4.3)$$

avec

$$R_{eq} = R + R_h, \quad R = 0.5 \Delta x / (S_x k) \quad \text{et} \quad R_h = 1 / (S_x h_c)$$

L'erreur produite par l'hypothèse de linéarité de température entre les plans (s) et (n) sera d'autant plus grande que Δt , Δx , h_c sont grand et que k est faible. Pour des régimes transitoires caractérisés par des gradients de température importants, la minimisation de l'erreur ne peut être assurée que par le raffinement de Δt et Δx pour un matériau et un coefficient de transfert donnés.

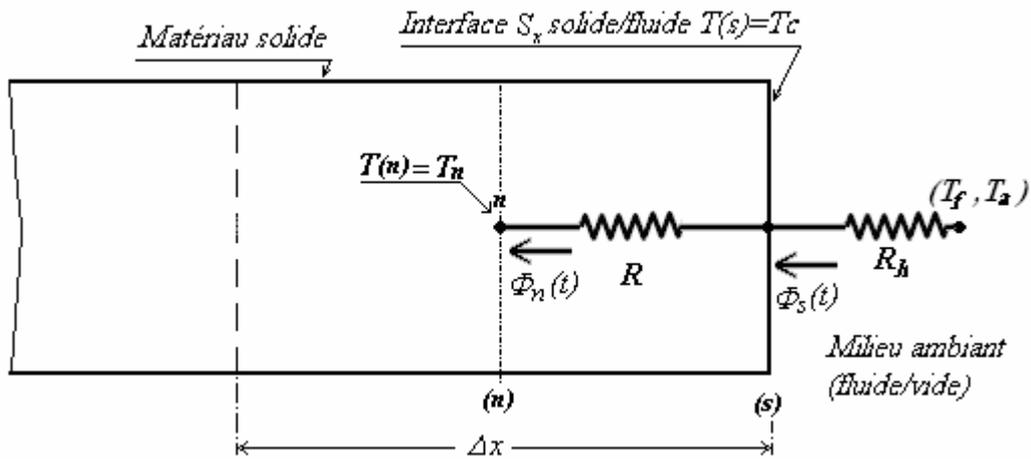


Fig. 4.3 : Approximation d'un flux convectif par interpolation linéaire

4.1.3. Validation des différents modèles de limites convectives

Les modèles donnés par les Eqs (4.1) et (4.3) ainsi que celui de Pulko donnée par l'équation (3.36) sont utilisés pour l'estimation de la distribution de la température dans la barre (plaque) en silicium illustrée par figure 4.4. La barre est préalablement chauffée à $T_0=100^\circ\text{C}$ puis brusquement immergée dans un fluide froid de température $T_f=10^\circ\text{C}$. A l'exception de la face de droite qui perd de la chaleur par convection, les autres faces sont toutes modélisées comme étant adiabatiques. Les résultats obtenus par les différents modèles TLM ainsi que ceux obtenus par la technique FDM sont comparés aux résultats obtenus par l'expression analytique suivante [93]:

$$T(x,t) = T_f + 2(T_0 - T_f) \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-b_n Fo) \frac{\sin(b_n) \cos(b_n x/Lx)}{b_n + \sin(b_n) \cos(b_n)} \quad (4.4)$$

avec

$$Fo = \alpha_k t / Lx^2 \text{ et } \cot(b_n) = b_n k / (h_c Lx)$$

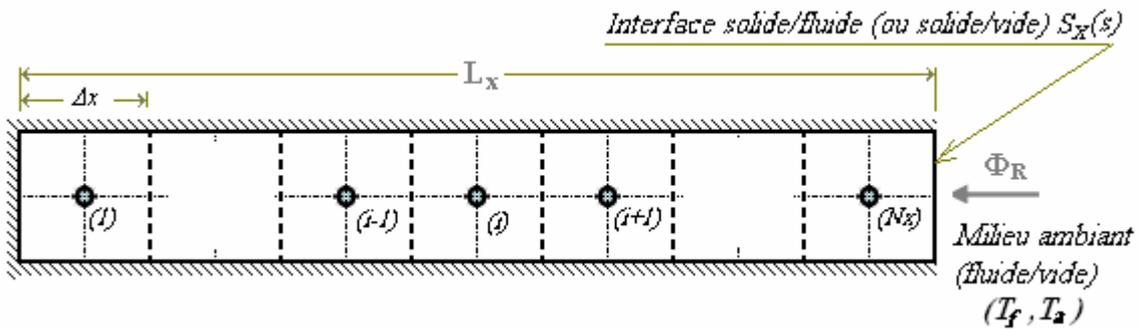


Fig. 4.4 : Discrétisation d'une barre calorifugée échangeant de l'énergie thermique par convection ou radiation à travers une seule face.

Deux simulations ont été effectuées ; dans la première simulation, une échelle centimétrique a été considérée avec un coefficient de transfert h_C pris égale à $1000 \text{ W/m}^2\text{K}$. La deuxième simulation était, par contre concernée par une échelle micrométrique avec L_x prise égale à l'épaisseur brute d'une feuille de silicium et la valeur de h_C était prise égale $510^4 \text{ W/m}^2\text{K}$, valeur raisonnable pour un dimensionnement acceptable d'un radiateur à microcanaux refroidi à l'eau en régime laminaire. Trois pas spatiaux ont été sélectionnés à savoir : $N_x=10$, $N_x=50$ et $N_x=100$. Le pas temporel pour la méthode FDM a été pris 10 fois plus petit que celui de la TLM et ce pour assurer la précision de ses résultats. Le pas temporel pour la méthode TLM a été évalué pour toutes les simulations sur la base du nombre de Fourier élémentaire suivant avec $t = \Delta t$ et $\ell = L_x$:

$$Fo_{\Delta t} = \alpha_k \frac{\Delta t}{L_x^2} = \frac{\alpha_k}{N_x^2} \frac{\Delta t}{\Delta x^2} \quad (4.5)$$

La valeur de $Fo_{\Delta t}$ a été prise égale à $5 \cdot 10^{-5}$ ce qui correspond à $\Delta t=100RC$ pour $N_x=10$ à $\Delta t=4RC$ pour $N_x=50$ et à $\Delta t=RC$ pour $N_x=100$. La distribution de la température déduite par les différentes méthodes après un temps de trempe de 10 secondes est donnée dans la figure 4.5 (a) pour le modèle centimétrique. Celle du modèle micrométrique est donnée dans la figure 4.5-b pour un temps de trempe de 0.01seconde.

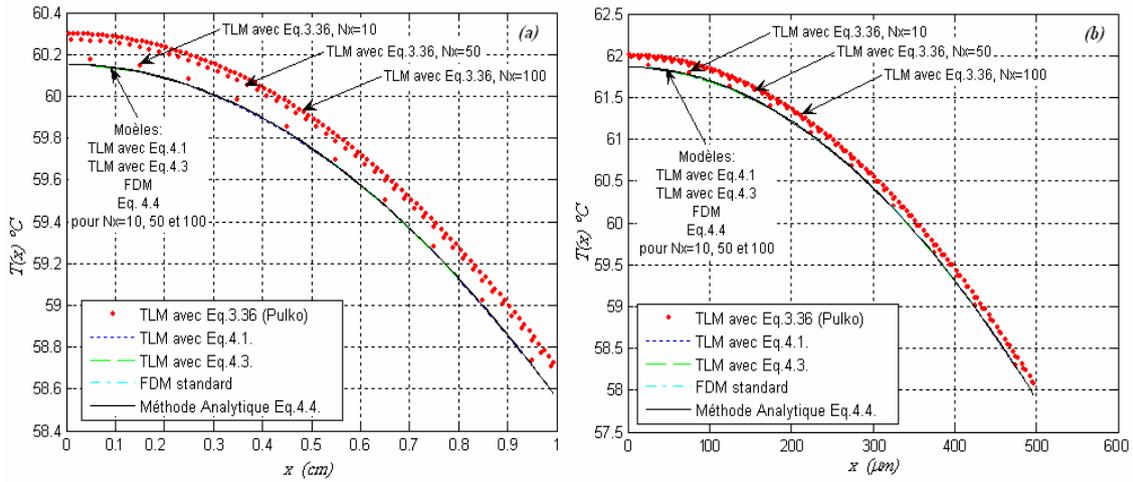


Fig. 4.5 : Distribution de la température, évaluée avec différents modèles de limites convectives, dans la barre de silicium de la figure 4.4 initialement à 100°C et trempée dans un fluide de température $T_f=10^{\circ}\text{C}$ (a) échelle centimétrique avec $L_x=1\text{cm}$ et $h_c=1000\text{W}/\text{m}^2\text{C}$ pour un temps de trempe de 10s (b) échelle micrométrique avec $L_x=500\mu\text{m}$ et $h_c=50000\text{W}/\text{m}^2\text{C}$ pour un temps de trempe de 0.01s .

L'écart maximum entre les résultats analytiques obtenus par l'équation (4.4) et ceux numériques obtenus par les trois modèles TLM et la méthode FDM est inférieur à 0.26% pour les deux échelles et ce pour $10 \leq Nx \leq 100$. Donc une excellente concordance existe entre les différents résultats et les trois équations, restent valables pour la modélisation des limites convectives. Toutefois, il est à signaler que l'écart maximum est enregistré avec le modèle de Pulko donné par l'équation (3.36). L'erreur relative passe de près de 0.045 % avec $\Delta x=10$ à au environ 0.253% avec $Nx=100$ pour le modèle à l'échelle centimétrique et de 0.037% avec $\Delta x=10$ à au environ 0.254% avec $Nx=100$ pour le modèle micrométrique. Cependant, l'écart maximum pour les modèles donnés par les équations (4.1) & (4.3) reste inférieure à 0.013% pour le cas le plus défavorable où $Nx=100$ et $L_x=500\mu\text{m}$.

Il est à noter, par ailleurs, que l'erreur de modélisation dans la méthode TLM est proportionnelle à $\Delta t/\Delta x^2$ (voir Christopoulos [89]). On déduit, donc l'équation suivante après substitution de $Err \propto \Delta t/\Delta x^2$ dans l'équation (4.5):

$$Err \propto \frac{Fo_{\Delta t}}{\alpha_k} Nx^2 \quad (4.6)$$

Par conséquent, pour un $Fo_{\Delta t}$ et α_k fixes l'erreur augmente avec l'augmentation du nombre de nœuds. Ceci explique l'augmentation de l'erreur relative dans le model de Pulko avec l'augmentation du nombre de nœuds tel qu'illustré par la figure 4.5.

4.2. Densité de flux imposée

En remplaçant I^t , dans figure 4.1, par un flux de surface Φ (i.e. $I^t = \Phi = \phi S_x = 10^4 \phi_s S_x$) et en procédant à une analyse similaire à celle de effectuée au § 4.1.1, on obtient :

$$\boxed{{}_{t+1}T_1^i(n) = {}_tT_1^S(n) + Z_{{t+1/2}}\Phi} \quad (4.7)$$

où ϕ_s représente la densité de flux imposée à la surface $S_x(s)$ en W/cm^2 .

On déduit aussi, d'une manière analogue à celle adoptée au § 4.1.2, l'expression suivante qui modélise la densité de flux de surface par un générateur de courant I et une surface adiabatique tel que représenté par la figure 4.2 :

$$\boxed{I = {}_{t+1/2}\Phi = 10^4 {}_{t+1/2}\phi_s S_x \text{ et } {}_{t+1}T_1^i(n) = {}_tT_1^S(n)} \quad (4.8)$$

La température de surface de son côté peut être exprimée au temps $t + \Delta t/2$ par :

$$T_s = T(s) = {}_{t+1/2}\Phi R + {}_{t+1}T_1^S(n) \quad (4.9)$$

Les modèles donnés par les équations (4.7 & 4.8) sont validés en comparaison avec la méthode FDM dont les résultats sont synthétisés sur la figure 4.6 pour la même barre illustrée par la figure 4.4 soumise à un flux de surface $\phi_s = 100W/cm^2$ du côté droit pendant un temps de $0.2s$ pour la barre de longueur $Lx=1cm$ et pendant $0.02s$ pour la barre de longueur $Lx=500\mu m$. La barre a été discrétisée en 20 nœuds et le pas temporel pour la TLM a été pris égal à $2RC$ pour l'échelle centimétrique et à $20RC$ pour l'échelle micrométrique et celui de la FDM était limité par le critère de stabilité à $\Delta t = RC$. Les résultats révèlent un écart maximal de l'ordre de 0.7% pour l'échelle centimétrique et inférieur à 0.07 % pour l'échelle microscopique. Nous faisons remarquer que la TLM perd de sa supériorité par rapport à la technique FDM à des échelles macroscopiques avec un maillage moins dense du milieu physique. Nous faisons remarquer la supériorité de la technique TLM dont le temps d'exécution est de

l'ordre de 15 fois plus petit que celui minimal exigé par la technique FDM pour l'échelle microscopique. L'erreur est relativement négligeable. Elle est de l'ordre de 0.028% pour le modèle donné par l'équation (4.7) et de l'ordre de 0.061% pour l'autre modèle.

La modélisation par les équations (4.7) & (4.8) de la condition de densité de flux imposée est donc satisfaisante; particulièrement pour les échelles micrométriques caractérisées par un temps CPU relativement faible et une meilleure précision. Cependant, il faut noter que l'équation (4.7) donne des résultats sensiblement meilleurs que l'équation (4.8).

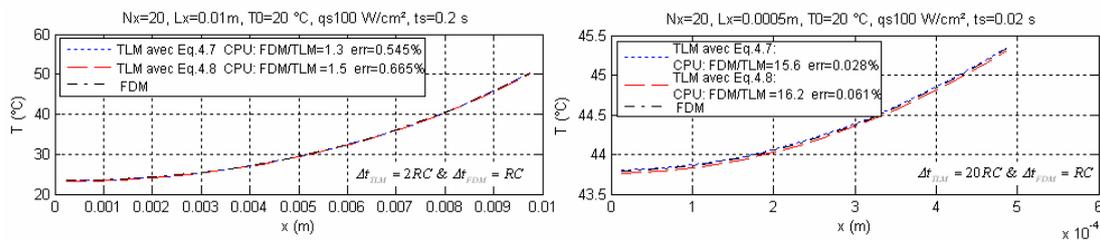


Fig. 4.6 : Distribution de la température dans la barre de silicium de la figure 4.5 initialement à 20°C et soumise à une densité de flux de 100W / cm² du côté droit pendant: (a) 0.2s pour $L_x=1$ cm et (b) 0.02s pour $L_x=500\mu\text{m}$.

4.3. Limites radiatives

Deux types de maillages sont possibles pour l'étude des problèmes de la diffusion par la technique TLM à savoir la discrétisation en T et celle en π (voir § 3.5). Quoique que tous les progrès et études du transfert de la chaleur par la méthode TLM ont été effectués sur la base d'une discrétisation en π , les limites radiatives, entre corps noirs, ont été développées uniquement par un maillage en T par De Cogan [94 & 67]. De Cogan avait énoncé que des problèmes considérables ont été rencontrés en essayant d'adopter la TLM classique pour modéliser les limites radiatives.

En effet, le fait, que la température de la surface radiante ne peut être estimée qu'à mi-temps entre deux discrétisations temporelles par la technique classique, rend cette dernière problématique. A priori, à notre sens, cette contrainte n'est effectivement

problématique que pour les milieux peu conductibles où ceux grossièrement discrétisés lorsque l'énergie radiante est simulée par un générateur de courant. Dans cette section, nous proposons deux modèles de limites radiatives associés avec la technique TLM classique. Le premier modèle sera déduit en évaluant le potentiel de l'interface radiante au temps $t+\Delta t/2$ et deuxième par l'incorporation d'un générateur de courant « équivalent » au point nodal d'une manière similaire aux modèles convectifs développés ci haut. La validité et l'intervalle d'application des deux modèles seront discutés en comparaison avec les techniques FDM et FEM.

L'analyse développée dans ce paragraphe considère des corps gris avec des surfaces diffusantes (émission diffuse) échangeant de l'énergie par rayonnement thermique avec un environnement complètement absorbant caractérisé par une température T_a et une émissivité égale à l'unité (i.e. pas de réflexions de l'environnement vers le corps). Avec ces hypothèses, le flux thermique est exclusivement par conduction dans le milieu solide et que l'énergie rayonnante est échangée uniquement à l'interface (s), (Cf. Fig. 4.4).

4.3.1. Modèle avec estimation du potentiel d'interface

En se référant à la figure 4.1, on déduit, comme précédemment en utilisant le principe de continuité de la masse au temps $t+\Delta t/2$ à l'interface $S_x(s)$ et la loi de Kirchhoff :

$$\boxed{{}_{t+1/2}T_1^i(n) = {}_tT_1^S(n) - Z_{{t+1/2}}I^t(s)} \quad (4.10.a)$$

En substituant ${}_{t+1}T_1^i(n)$ à partir de l'équation (3.21) dans l'équation (4.10.a), on tire:

$${}_{t+1/2}T_C = 2{}_tT_1^S(n) - Z_{{t+1/2}}I^t(s) \quad (4.10.b)$$

L'estimation du flux ${}_{t+1/2}I^t(s)$ transmis à l'interface $S_x(s)$ au temps $t+\Delta t/2$ à son environnement, caractérisé par une température T_a et une émissivité égale à l'unité, peut être déduit à partir de l'équation (1.12) comme suit:

$$\boxed{{}_{t+1/2}I^t(s) = {}_{t+1/2}J_{rad} = {}_{t+1/2}\Phi_{rad} = \varepsilon S_x \sigma \left({}_{t+1/2}T_C^4 - {}_{t+1/2}T_a^4 \right)} \quad (4.10.c)$$

En éliminant ${}_{t+1/2}I^t(s)$ des Eqs. (4.10.b & 4.10.c), on obtient finalement:

$$\boxed{{}_{t+1/2}T_C = -A {}_{t+1/2}T_C^4 + B} \quad (4.10.d)$$

Avec $A = \varepsilon \sigma S_x Z$ et $B = 2 {}_tT_1^S(n) + A {}_{t+1/2}T_a^4$

Pour un environnement (enceinte) à température constante (${}_{t+1/2}T_a = {}_tT_a = Cst$), l'équation (4.10.d) peut être résolue par itérations successives à chaque instant t pour trouver le potentiel de la surface radiante T_c au temps $t + \Delta t/2$. Ce dernier est substitué dans l'équation (4.10.c) pour obtenir ${}_{t+1/2}I^t(s)$ afin de déduire ${}_{t+1}T_1^i(n)$ à partir de l'équation (4.10 a).

4.3.2. Modèle avec générateur de courant

Tout comme le flux convectif, le flux radiatif peut être modélisé par un générateur de courant I et une surface adiabatique (Cf. Fig. 4.2). Le courant I sera celui circulant à travers une résistance radiative R_{rad} sous l'effet d'une différence de potentiel $T_a - T_C$.

La résistance R_{rad} est dérivée comme suit en utilisant les équations (1.12) et (1.13):

$$\boxed{R_{rad} = \frac{\Delta T}{\Phi} = \frac{{}_tT_C - {}_tT_a}{\varepsilon S_x \sigma ({}_tT_C^4 - {}_tT_a^4)} = \frac{1}{\varepsilon S_x \sigma ({}_tT_C^2 + {}_tT_a^2)({}_tT_C + {}_tT_a)}} \quad (4.11.a)$$

La température de la face radiante au temps t est estimée en négligeant comme précédemment l'emménagement énergétique dans la demi celle radiative durant Δt et en considérant la continuité du débit à $S_x(s)$.

Donc, en posant $\Phi(s) = (T_a - T_C)/R_{rad} = (T_C - T(n))/R_x$, T_C est déduite comme suit :

$$T_C = \frac{R_x T_a + R_{rad} T(n)}{R_{eq}} \quad (4.11.b)$$

En remplaçant R_h dans la figure 4.3 par R_{rad} et en se basant sur les mêmes hypothèses simplificatrices que celles posées au § 4.1.2, l'expression suivante pour l'estimation du courant radiatif dans la figure 4.2 est déduite:

$$\boxed{I = \Phi(n) \approx \frac{{}_tT_a - {}_tT(n)}{R_{eq}} \quad \text{et} \quad {}_{t+1}T_1^i(n) = {}_tT_1^S(n)} \quad (4.11-c)$$

avec $R_{eq} = R + R_{rad}$ et $R = 0.5\Delta x / (S_x k)$

4.3.3. Validation des modèles radiatifs

Afin de vérifier la validité et l'exactitude des modèles donnés par les équations (4.10) et (4.11), développées ci-dessus, nous considérons la barre (mur infini) de la figure 4.4 ayant une longueur $Lx=10cm$, échangeant de l'énergie Φ_R par rayonnement du côté droit avec son environnement caractérisé par la température T_a et une émissivité égale à l'unité. La distribution de la température dans la barre, initialement à une température uniforme $T=T_0$, est évaluée après son exposition à son environnement pendant un temps $t=ts$. L'émissivité de la surface rayonnante a été prise invariante égale à 0.9 pendant que les autres paramètres ont été variés pour simuler plusieurs types de matériaux à différentes températures. La conductivité thermique a été prise approximativement égale à celle correspondante à la température moyenne entre l'état initial du milieu solide et la température T_a du milieu environnant. Quatre types de matériaux ont été sélectionnés caractérisant un intervalle de conductivités entre $0.04 W / mK$ et $240W / mK$, à savoir:

- l'aluminium pur qui représente un matériau à très haute conductivité thermique (voir annexe A4),
- l'acier inoxydable du type AISI 347 qui représente une conductivité modérée,
- la brique réfractaire caractérisant un milieu absorbant et isolant,
- la laine caractérisant un milieu non absorbant avec une très faible conductivité et un revêtement presque noir de sa face rayonnante.

Les résultats évalués par la TLM en association avec les équations (4.10) et (4.11), ceux évalués par la technique FDM et ceux par la technique FEM sont synthétisés dans la figure 4.7. La barre a été discrétisée en 15 nœuds ($Nx=15$) pour tous les modèles, le pas temporel pour la technique TLM a été varié pour optimiser le rapport temps d'exécution/précision tandis que celui de la FDM a été imposé par la condition de stabilité. Les résultats FEM ont été obtenus par FemLab ®, en fixant une très grande précision (au détriment du temps CPU) afin de servir comme base de

comparaison au autres modèles. L'équation (4.10.d), du modèle donné par les équations (4.10.a) à (4.10.d) a été évaluée en utilisant la méthode Newton-Raphson avec une tolérance de 0.1%.

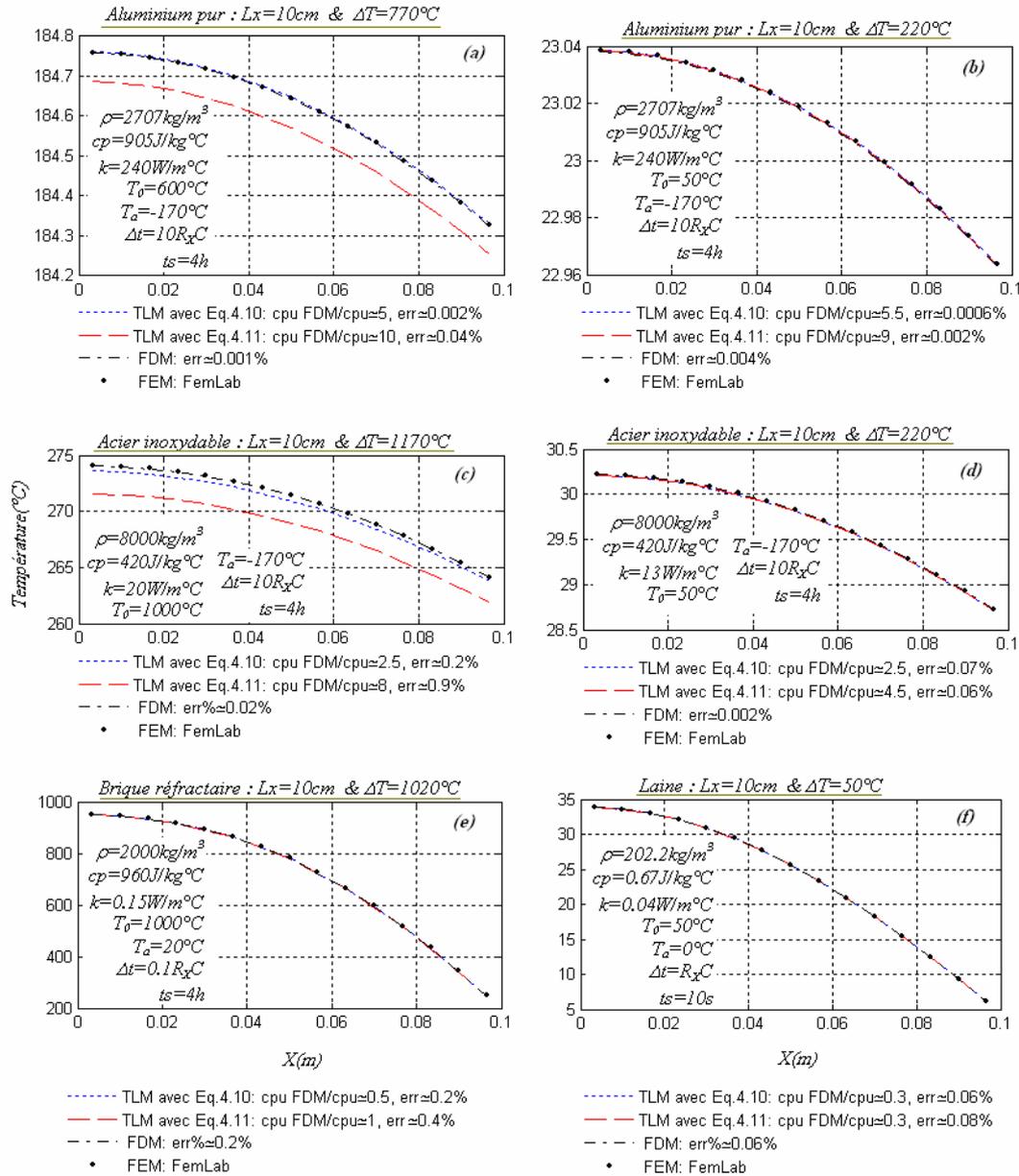


Fig. 4.7 : Distribution de la température dans la barre de la figure 4.5 initialement à T_0 est soumise à un environnement noir de température T_a pendant un temps $t = t_s$. (a, b) barre en aluminium pure (c, d) barre en acier AISI 347 (e) mur en brique réfractaire (f) matériau en laine

Les courbes de la figure 4.7 montrent que l'erreur reste inférieure à 0.05% pour la prédiction des limites radiatives que ce soit par l'équation (4.10) ou équation (4.11) pour l'aluminium. La précision de l'équation (4.10) est légèrement meilleure par rapport à celle de l'équation (4.11) mais cela est réalisé au détriment du temps d'exécution qui est près de deux fois plus grand. Par ailleurs, on remarque que le temps d'exécution de la méthode TLM est de l'ordre de 5 à 10 fois plus petit par rapport à celui de la FDM et ce pour pratiquement le même ordre d'erreur. Aussi, il est important de noter que le temps d'exécution de la routine TLM peut être amélioré beaucoup plus au détriment de la précision pendant que celui de la FDM est limité par le critère de la stabilité. Compte tenu du rapport précision/temps d'exécution, ces courbes révèlent bien la diminution de l'efficacité des routines TLM devant la technique FDM pour des matériaux thermiquement peu conductibles ou isolants. En conclusion on peut affirmer que les équations (4.10) & (4.11) modélisent avec précision les limites rayonnantes néanmoins il est à mentionner que le temps d'exécution des routines TLM est relativement supérieur par rapport à celui de la FDM pour les matériaux isolants caractérisés par des conductivités inférieures à $0.2W/m^{\circ}C$.

4.4. Contact parfait

La modélisation d'un contact parfait entre deux matériaux de propriétés différentes a été proposée par De Cogan sur la base d'un maillage hétérogène en utilisant une longueur équivalente donnée par l'équation (3.39). Dans ce paragraphe nous proposons trois autres modèles différents ; le premier est basé sur l'estimation du potentiel d'interface entre les deux matériaux, le deuxième est basé sur l'incorporation d'une ligne *stub* au niveau des points nodaux du matériau le moins absorbant et le troisième sera effectué par l'incorporation de générateurs équivalents au niveau des nœuds de contact. Les différents modèles sont comparés entre eux et validés par rapports aux méthodes FDM et FEM.

La première méthode consiste en l'estimation du potentiel d'interface T_C entre les deux matériaux (Cf. Fig. 4.8) au temps $t+\Delta t/2$. Ce dernier est déduit aisément en se référant au diagramme équivalent de Thévenin (Cf. Fig. 4.9). Ainsi en utilisant la loi de Kirchhoff on obtient:

$$\boxed{{}_{t+\Delta t/2}T_c = \frac{2Z_A T_1^i(s) + 2Z_B T_2^i(s)}{Z_A + Z_B}} \quad (4.12.a)$$

Les impulsions incidentes sur les nœuds frontières au temps $t+\Delta t$ sont déduites en utilisant les Eqs. (3.21 & 4.12-a):

$$\boxed{{}_{t+1}T_1^i(Nx_A) = {}_{t+\Delta t/2}T_c - T_1^S(Nx_A)} \quad (4.12.b)$$

$$\boxed{{}_{t+1}T_2^i(Nx_B) = {}_{t+\Delta t/2}T_c - T_2^S(Nx_B)} \quad (4.12.c)$$

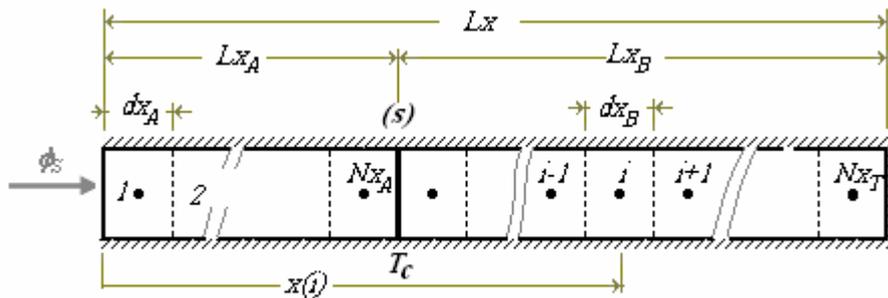
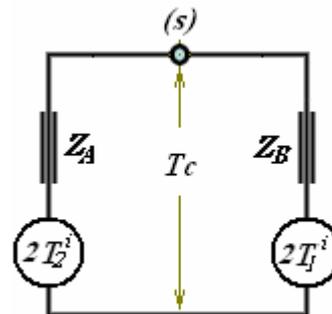


Fig. 4.8 : Barre (mur semi-infini) composé de deux matériaux et soumis à une densité de flux du côté non calorifugé.

Fig. 4.9 : Représentation du potentiel d'interface entre deux matériaux A et B par un circuit équivalent de Thévenin



Le modèle *stub* consiste à estimer la valeur de la capacitance de la ligne *stub* qui est déduite de la différence qui existe entre celles des deux matériaux. Si le matériau A est le moins absorbant, le milieu sera discrétisé tel que représenté par la figure 4.10 avec l'impédance caractéristique de la ligne *stub* déduite comme suit (§ 3.5.4) :

$$Z_s = \frac{\Delta t}{2C_s} \quad \text{avec} \quad C_s = C_B - C_A \quad (4.13)$$

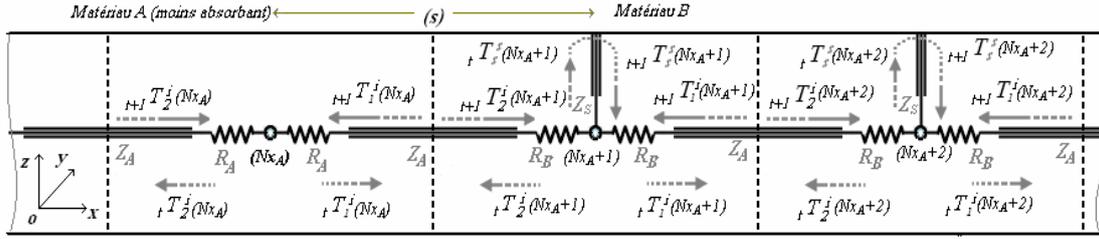


Fig. 4.10 : Modélisation d'un contact parfait par l'incorporation de ligne stub.

Le troisième modèle consiste en l'incorporation de deux générateurs de courant équivalents, I_A et I_B , respectivement aux nœuds Nx_A et Nx_{A+1} . Ces derniers sont déduit en considérant une interpolation linéaire entre les points nodaux Nx_A et Nx_{A+1} telle que décrite en § 4.1.2:

$${}_{t+1}I_A = \frac{{}_tT(Nx_{A+1}) - {}_tT(Nx_A)}{R_A + R_B} \quad (4.14-a)$$

$${}_{t+1}I_B = - {}_{t+1}I_A \quad (4.14-b)$$

$${}_{t+1}T_1^i(Nx_A) = {}_tT_1^S(Nx_A) \text{ et } {}_{t+1}T_2^i(Nx_{A+1}) = {}_tT_2^S(Nx_{A+1}) \quad (4.14-c)$$

Les trois modèles décrit, ci haut, sont validés en comparaison aux modèle de De Cogan donné par l'équation (3.39) et aux résultats obtenus par les techniques FDM et FEM. Le problème physique choisi dans cette simulation consiste en la barre de la figure 4.8 de longueur $Lx_A=100\mu m$ et $Lx_B=400\mu m$, sujette du côté gauche à une densité de flux $\phi_S=100W/cm^2$ avec les cinq autres faces parfaitement calorifugées. La température initiale dans les deux matériaux étant respectivement T_{0A} et T_{0B} . La simulation a été effectuée pour un temps $t = 0.001s$ et l'erreur relative a été évaluée par rapport aux résultats FEM obtenus avec une très grande précision (utilisant FemLab ®) au niveau du point nodal $x(1)=0.33\mu m$. Le milieu A a été discrétisé en 15 nœuds et le milieu B en 30 nœuds pour les modèles TLM et FDM. Les résultats FEM ont été obtenus avec une très grande précision; le milieu a été discrétisé en 120 nœuds avec un pas temporel très petit. Les résultats sont synthétisés dans la figure 4.11. Une excellente concordance est observée entre les différents modèles avec des erreurs

insignifiantes. Ainsi, les trois modèles proposés restent valables pour la modélisation d'un contact parfait. Cependant, il est important de noter que le modèle donné par les équations (4.12.a - 4.12.c) est le plus intéressant du point de vue temps d'exécution. Par ailleurs, il est à faire remarquer que les modèles de De Cogan Eq. (3.39) et celui utilisant des lignes *stub* Eq. (4.13) nécessitent des temps d'exécution relativement lents par rapport aux autres modèles TLM, particulièrement lorsque le rapport $\rho_B c p_B / \rho_A c p_A$ est trop important pour le premier et lorsque le nombre de nœuds est relativement grand pour le deuxième. Le modèle, basée sur une interpolation linéaire, donné par les Eqs. (4.14.a - 4.14.c), est entaché par une moins bonne stabilité par rapport aux autres modèles ce qui a nécessité un pas temporel près de 8 fois plus petit que celui utilisé pour les autres modèles TLM. En conclusion le modèle donné par les équations (4.12.a) à (12.c) déduit en évaluant le potentiel entre les deux milieux, est le plus performant.

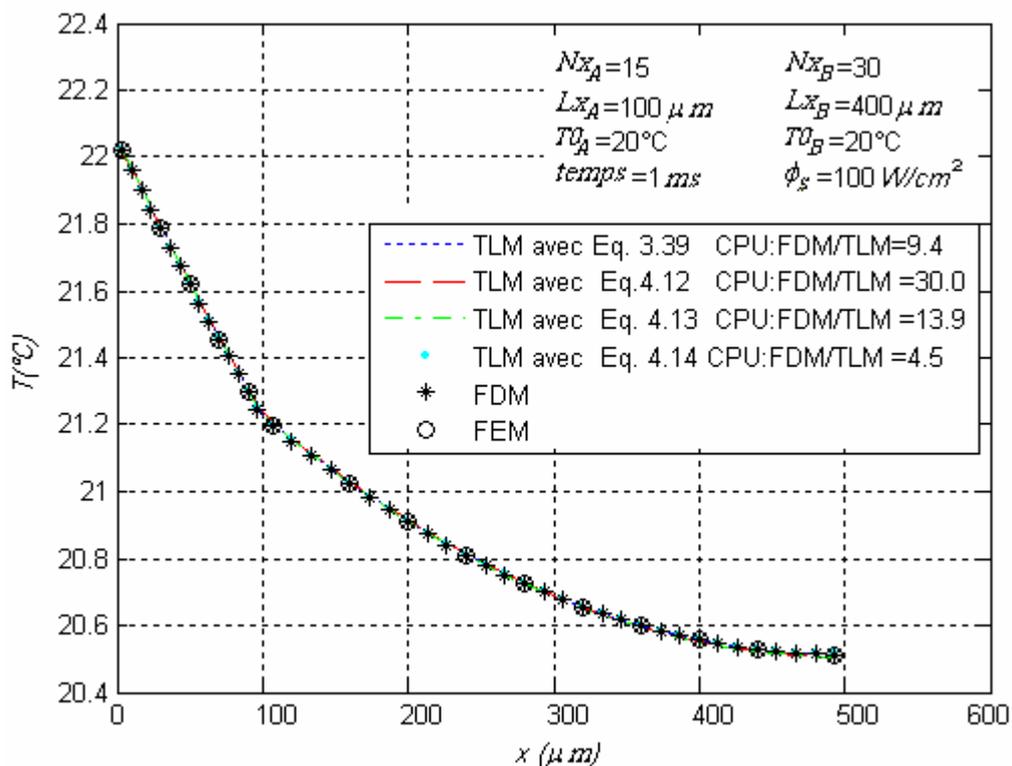


Fig. 4.11 : Comparaison des différents résultats TLM pour la modélisation d'un contact parfait de la figure 4.8 avec le milieu A en silicium: $\rho= 2330 \text{ kg/m}^3$, $cp= 705.5 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, $k= 112 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ et milieu B en aluminium: $\rho= 2707 \text{ kg/m}^3$, $cp= 905 \text{ J/kg}^\circ\text{C}$, $k= 237 \text{ W/m}^\circ\text{C}$.

4.5. Joint thermique

Aucun modèle spécifique n'a été proposé dans la littérature de la TLM pour la modélisation de joints thermiques. Nous proposons, dans cette section deux modèles différents pour la modélisation d'un saut de température dû à une résistance thermique R_g de contact (Cf. Fig. 4.12). Le premier est basé sur l'évaluation des potentiels des surfaces de contact avec le joint et le deuxième est basé sur une interpolation linéaire.

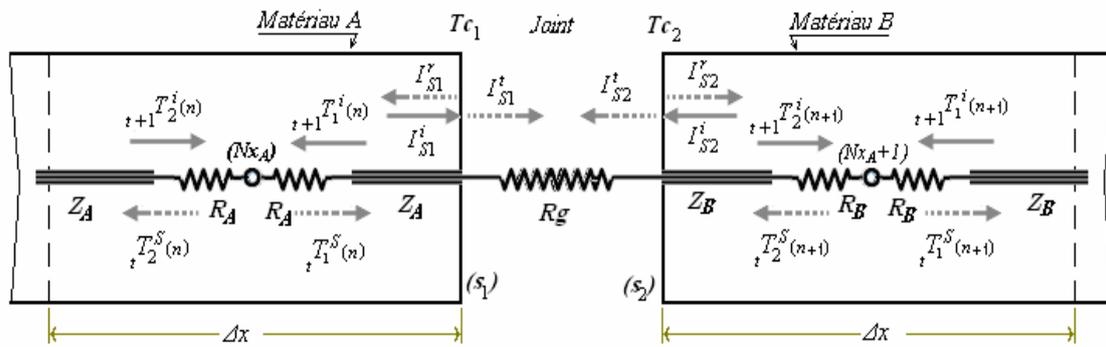


Fig. 4.12 : Modélisation d'un joint (pâte) thermique par un modèle à potentiel d'interface

En se référant à la figure 4.12, on peut écrire:

$${}_{t+1/2}I_{S1}^i = {}_{t+1/2}I_{S1}^t + {}_{t+1/2}I_{S1}^S \text{ et } {}_{t+1/2}I_{S2}^i = {}_{t+1/2}I_{S2}^t + {}_{t+1/2}I_{S2}^S \text{ par continuité de la masse.}$$

On appliquant ensuite la loi de Kirchhoff, il vient :

$${}_{t+1/2}T_{S1}^i = {}_{t+1/2}T_{S1}^S + {}_{t+1/2}I_{S1}^t Z_A \text{ et } {}_{t+1/2}T_{S2}^i = {}_{t+1/2}T_{S2}^S + {}_{t+1/2}I_{S2}^t Z_B.$$

Sachant que :

$${}_{t+1/2}T_{S1}^i = {}_t T_1^S(Nx_A), \quad {}_{t+1/2}T_{S1}^S = {}_{t+1} T_1^i(Nx_A), \quad {}_{t+1/2}T_{S2}^i = {}_t T_2^S(Nx_{A+1}) \text{ et } {}_{t+1/2}T_{S2}^S = {}_{t+1} T_1^i(Nx_A + 1)$$

On peut écrire finalement:

$${}_{t+1} T_1^i(Nx_A) = {}_t T_1^S(Nx_A) - {}_{t+1/2} I_{S1}^t Z_A \quad \dots (a)$$

$${}_{t+1}T_2^i(Nx_{A+1}) = {}_tT_2^S(Nx_{A+1}) - {}_{t+1/2}I_{S2}^t Z_B \quad \dots (b)$$

D'autre part, dû à la continuité du flux, on peut écrire :

$${}_{t+1/2}I_{S1}^t = (Tc_1 - Tc_2)/Rg = -{}_{t+1/2}I_{S2}^t.$$

On sait, par ailleurs, que :

$${}_{t+1/2}T_1^i(Nx_A) = {}_{t+1/2}Tc_1 - {}_tT_1^S(Nx_A) \text{ et } {}_{t+1/2}T_2^i(Nx_{A+1}) = {}_{t+1/2}Tc_2 - {}_tT_2^S(Nx_{A+1}) \text{ \{Eq. (3.21)\}}.$$

Ce qui donne:

$${}_{t+1/2}I_{S1}^t = -{}_{t+1/2}I_{S2}^t = \left[({}_{t+1}T_1^i(Nx_A) + {}_tT_1^S(Nx_A)) - ({}_{t+1}T_2^i(Nx_{A+1}) + {}_tT_2^S(Nx_{A+1})) \right] / Rg \quad \dots (c)$$

La substitution de I^t à partir de l'équation (c) dans (a) et (b) donne les expressions suivantes pour l'estimation des impulsions au temps $t+\Delta t$ en provenance des l'interfaces joint/solide:

$$\boxed{{}_{t+1}T_1^i(Nx_A) = \frac{Rg + Z_B - Z_A}{Z_A + Z_B + Rg} {}_tT_1^S(Nx_A) + \frac{2Z_A}{Z_A + Z_B + Rg} {}_tT_2^S(Nx_{A+1})} \quad (4.15)$$

$$\boxed{{}_{t+1}T_2^i(Nx_{A+1}) = \frac{Rg + Z_A - Z_B}{Z_A + Z_B + Rg} {}_tT_2^S(Nx_{A+1}) + \frac{2Z_B}{Z_A + Z_B + Rg} {}_tT_1^S(Nx_A)}$$

Le deuxième modèle peut être développé d'une manière similaire à celle effectuée pour le développement du modèle donné par l'équation (4.3) pour une limite convective. Ainsi, en négligeant l'énergie emmagasinée en $C_A/2$ et $C_B/2$ pendant Δt , on déduit:

$$I_1 = -I_2 = \Phi_{eq} = \frac{{}_t T(Nx_{A+1}) - {}_t T(Nx_A)}{R_A + R_g + R_B} \quad (4.16)$$

Ce modèle consiste finalement en simulant le joint thermique de résistance R_g par deux générateurs équivalents I_1 et I_2 donnés par l'équation (4.16) et des surfaces adiabatiques tel que représenté par la figure 4.13.

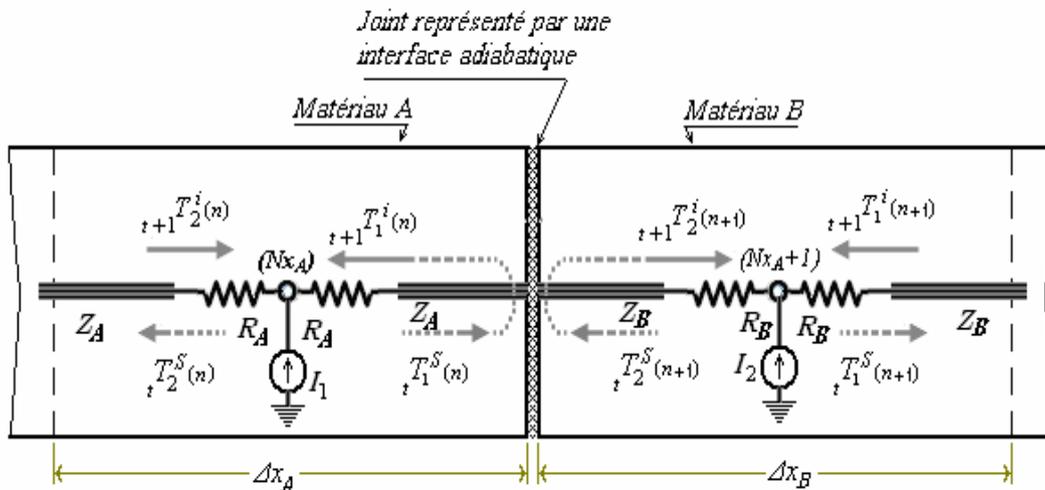


Fig. 4.13 : Modélisation d'un joint (pâte) thermique par une interface adiabatique et deux générateurs équivalents

Les modèles donnés par les équations (4.15) et (4.16) dérivés, ci haut, sont validés en comparaison aux résultats obtenus par les techniques FDM et FEM. Le problème physique choisi dans cette simulation est le même que celui adopté au § 4.4 avec le contact parfait remplacé par une pâte thermique de très haute performance ayant une résistance de $0.455 \text{ cm}^2 \cdot ^\circ\text{C}/\text{W}$. Les résultats de la simulation, synthétisés dans la figure 4.14, révèlent une excellente concordance entre les prédictions TLM et celles des méthodes classiques. Un $\Delta t = 20RC_{min}$ a été utilisé pour les deux modèles TLM et l'erreur relative a été évaluée au niveau du premier nœud ($x = 3.33 \mu\text{m}$) soumis à une densité de flux de $100 \text{ W}/\text{cm}^2$. Le temps d'exécution des modèles TLM est environ de 19 fois plus petit que celui de la méthode FDM. Les résultats FEM ont été obtenus avec une très grande précision pour servir comme base de comparaison. Une légère

supériorité du modèle donnée par l'équation (4.15) par rapport à celui donné par l'équation (4.16) est observée du point de vue précision/temps d'exécution. L'erreur relative pour ce dernier est de l'ordre de 0.02% pendant que pour le premier elle est de l'ordre de 0.004%. L'erreur pour les résultats FDM est de l'ordre de 0.034% pour un $\Delta t = RC$ adopté. En conclusion, il peut être affirmé que les deux modèles TLM proposés, ci haut, pour la modélisation d'un joint thermique peuvent être utilisés sans distinction particulière.

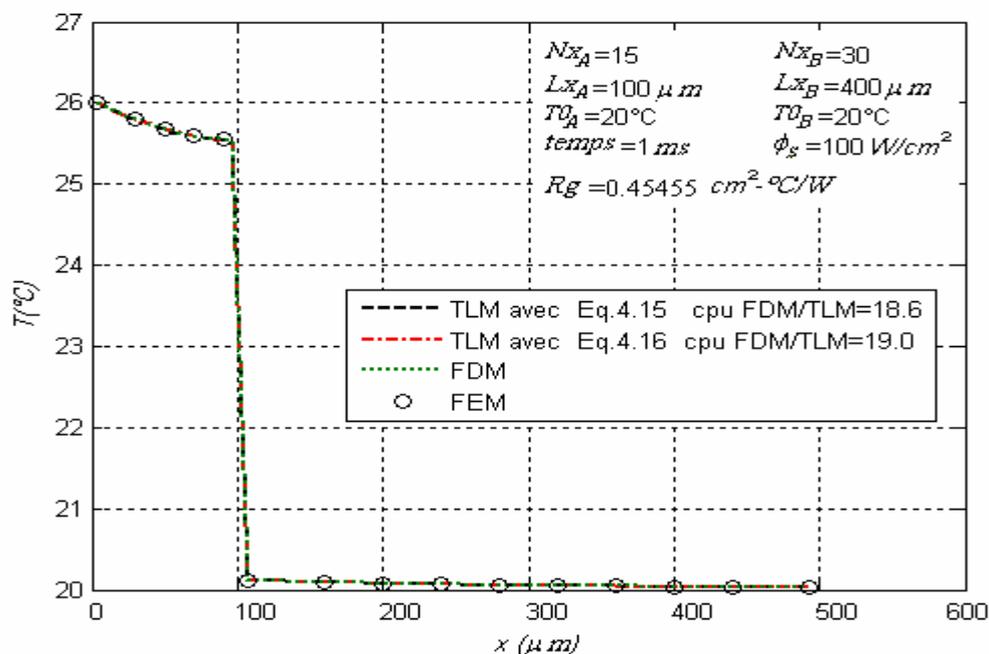


Fig. 4.14 : Comparaison des résultats TLM avec ceux obtenus par les méthodes FDM et FEM pour la modélisation d'un joint thermique.

4.6. Conclusion

Plusieurs expressions en été développées pour la modélisation de différentes conditions aux limites couramment rencontrées dans l'étude des microcanaux. Tous les modèles développés ont été comparés favorablement avec les résultats obtenus par les méthodes FDM, FEM et éventuellement analytiques. Quoique, tous les résultats ont été obtenus avec des erreurs relatives acceptables, les simulations ont révélée une nette supériorité de certains modèles du point de vue temps d'exécution par rapport à d'autres. Notamment ;

Pour les limites convectives deux modèles, Eqs. (4.1 & 4.3), ont été proposés. Ces derniers ont été validés en comparaison avec des résultats théoriques dont une erreur maximale inférieure à 0.013 % a été enregistrée. Une légère supériorité de ces deux modèles a été observée en comparaison au modèle de Pulko estimé par l'équation (3.36). Le temps de calcul (temps CPU) exigé par les modèles TLM était près de 25 fois plus petit que celui minimum exigé par la méthode FDM pour pratiquement le même ordre d'erreur. Une légère supériorité (insignifiante) du modèle donné par l'équation (4.1) a été observée par rapport à celui de l'équation (4.3).

Deux modèles, Eqs. (4.7 & 4.8), ont été développés pour l'estimation de la densité de flux imposée. Les résultats prédits par ces deux derniers étaient comparés favorablement avec les résultats FDM. Les simulations ont révélé une légère supériorité du modèle donné par l'équation (4.7).

Les limites radiatives ont été modélisées par la TLM standard favorablement avec les équations (4.10) et (4.11). Afin de s'assurer de la validité des modèles, des simulations ont été effectuées avec différents matériaux caractérisant des conductivités thermiques entre 0.04 et $240\text{W/m}^\circ\text{C}$ et différentes températures. Comme pour les limites précédentes, la TLM perd toujours de sa supériorité, du point de vue temps d'exécution, pour la modélisation des milieux thermiquement peu conductibles sans que pour autant la précision soit entachée. Par contre, pour l'aluminium, le temps CPU enregistré par les deux modèles TLM était de l'ordre de 5 à 10 fois plus petit que celui de la technique FDM et ce pour pratiquement le même ordre d'erreur.

La modélisation d'un contact parfait entre deux matériaux de nature différente a été effectuée par trois équations différentes, Eqs. (4.12, 4.13 & 4.14). Des simulations effectuées pour un contact silicium/aluminium ont révélé la supériorité du modèle donné par l'équation (4.12) et ce même par rapport au modèle de De Cogan estimé par l'équation (3.39).

Aucun modèle n'a été proposé dans la littérature TLM pour la modélisation d'un joint thermique ; les modèles développés dans ce paragraphe, Eqs. (4.15 & 4.16), ont été comparés entre eux et aux résultats FDM et FEM pour la modélisation d'une pâte thermique de très haute performance entre un matériau en silicium et un autre en aluminium. Les résultats obtenus par les deux modèles étaient indistinctement très

précis en comparaison aux résultats obtenus par la méthode FEM. Le temps CPU était près de 19 fois plus petit en comparaison à la technique FDM et ce pour les deux modèles testés.

La modélisation des radiateurs à canaux rectangulaires sous l'effet du rayonnement thermique sera entamée dans le chapitre V en utilisant indistinctement l'équation (4.10) ou (4.11).

Chapitre V

Modélisations du rayonnement thermique dans les radiateurs à ailettes

Les radiateurs à ailettes rectangulaires sont utilisés intensivement en convection naturelle pour un refroidissement efficace et peu coûteux de différents dispositifs en particulier des équipements électroniques (Cf. Fig. 5.1).

La source thermique à dissiper peut être due directement aux composantes électroniques gravées (ou assemblées) à son substrat ou à un fluide caloporteur en circulation. Dans toutes les situations, le radiateur peut être représenté schématiquement tel que indiqué par la figure 5.2 où la source à dissiper est représentée par la densité de flux ϕ_s . On note, cependant, que lorsque l'équilibre thermique est atteint on aura $\phi_s = \phi_{rad}$, où ϕ_{rad} représente le flux dissipé par le radiateur vers son environnement en convection et/ou rayonnement. Plusieurs travaux ont été effectués en vue d'améliorer la prédiction du transfert thermique par convection naturelle à

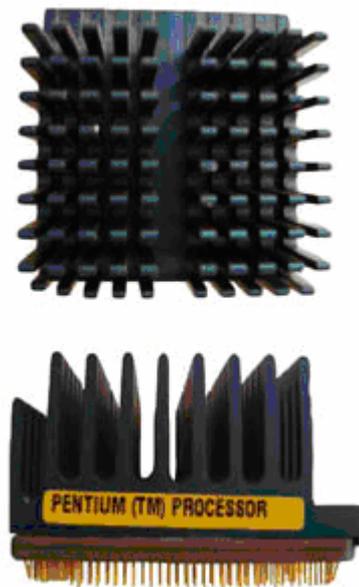


Fig. 5.1 : Pentium Intel avec un radiateur passif à ailettes.

(source: <http://www.computerhope.com>).

travers ces structures [77, 96, 97, 98]. Cependant, le flux radiatif dans ces structures est souvent négligée devant le phénomène convectif, pourtant le rayonnement thermique peut être à l'origine de 25 à 50 pourcent si non plus de la dissipation d'énergie dépendant naturellement de la conception du radiateur, de sa température de fonctionnement aussi bien de son environnement ambiant [99, 100, 101]. Des études précises du rayonnement thermique dans ces radiateurs peut réduire d'une manière notable l'encombrement, le poids et par conséquent le coût du dissipateur. Du fait de

l'absence de la convection, ce type de radiateurs joue un rôle prépondérant dans l'espace et doit par conséquent être optimisé d'une manière aussi précise que possible en vue de réduire au maximum son poids et ses dimensions. Les panneaux radiants, par exemple, dans un vaisseau spatial doivent parfois jouer un double rôle: ils doivent avoir une émissivité importante d'un côté pour dissiper, vers le vide, la chaleur excessive et doivent être réfléchissants du côté exposé au soleil afin d'éviter au maximum l'absorption du rayonnement en provenance de ce dernier.

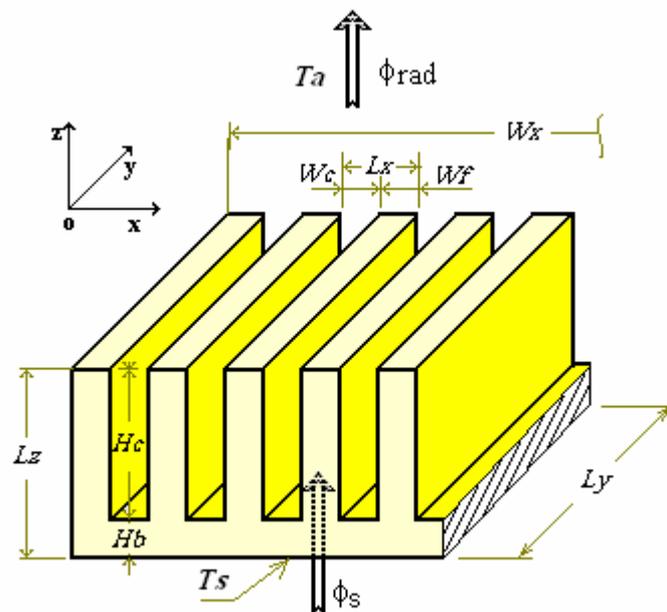


Fig. 5.2 : Radiateur à ailettes rectangulaires soumis à une densité de flux au niveau de sa base.

La théorie des échanges par rayonnement thermique à travers des panneaux radiants à cannelures rectangulaires est bien développée à nos jours, mais basée sur l'hypothèse de surfaces isothermes pouvant être à l'origine de sources d'erreurs non négligeables dans certaines situations [77, 102 & 103]. Dans ce chapitre nous développons deux modèles TLM basés sur les Eqs. (4.10 & 4.11) pour l'estimation du flux rayonnant dans ces radiateurs en prenant en considération la distribution de la température. Nous évaluons en un premier temps l'impact de la distribution de la température sur le dimensionnement de ce type de dissipateur en essayant de limiter l'intervalle d'utilisation de la théorie basée sur des surfaces isothermes. La deuxième partie

consiste à étudier les paramètres d'optimisation de ces structures et d'en déduire un dimensionnement optimal en vue de l'étendre à d'autres structures tel que les radiateurs à ailettes triangulaires, carrées et les surfaces MCA [104]. Pour ce faire, nous avons procédé, tout d'abord, au développement d'un programme pour l'évaluation du flux rayonnant dans ces structures basé sur l'hypothèse de surfaces isothermes. Ce programme appelé *FinIsoQimpo* est listé à l'annexe C. Il est basé sur la théorie des enceintes grises et diffusantes telles que décrites en § 1.4.3. L'analyse de la non uniformité de la température est étudiée numériquement par les deux modèles TLM évoqués ci haut Le premier est basé sur les équations (4.10 a), (4.10 c) & (4.10 d) et le deuxième sur les équations (4.11.a) & (4.11.c). Avant de procéder à l'analyse de ces structures par les modèles TLM, ces derniers seront validés contre les résultats disponibles dans la littérature et ceux prédits par FemLab®.

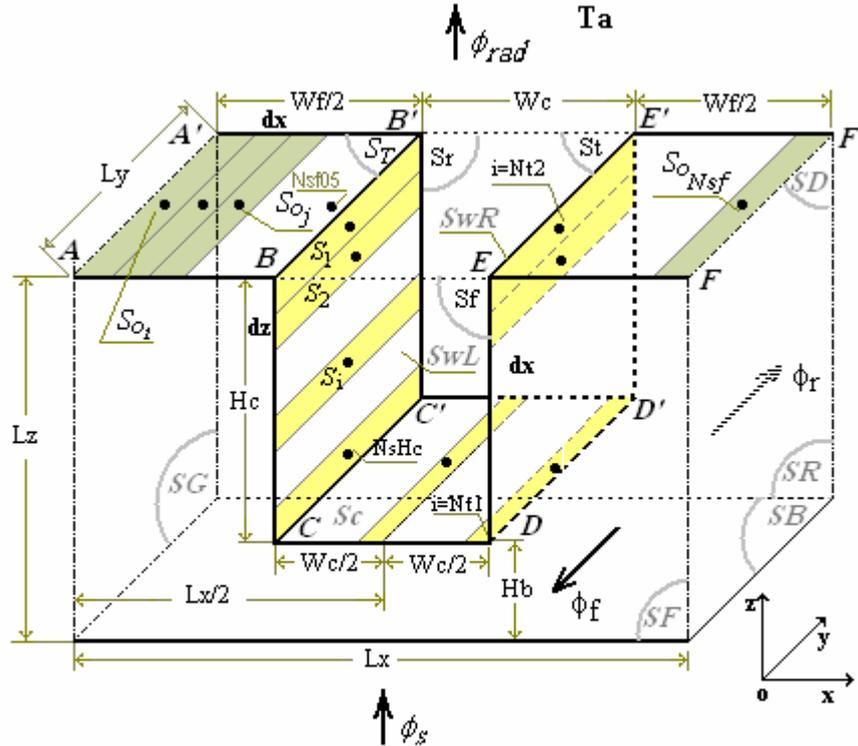
5.1. Radiateurs à cannelures rectangulaires

Nous développons dans ce paragraphe deux modèles numériques, en utilisant la technique TLM, pour la modélisation de l'échange thermique par rayonnement entre l'échangeur à ailettes rectangulaires représenté par la figure 5.2 et son environnement complètement absorbant simulant une atmosphère représentée par sa température T_a et un coefficient d'émissivité égal à l'unité. Nous considérons dans cette modélisation que le radiateur est constitué d'un matériau assimilable à un corps gris diffusant en réception et en émission (hypothèse toujours justifiée en pratique pour ce type de radiateurs). Evidemment, les matériaux utilisés pour ces dissipateurs sont assez opaques pour toutes les longueurs d'ondes considérées en radiation thermique et de ce fait la pénétration des radiations ne se fait que superficiellement au niveau des surfaces frontières. Ainsi, le flux thermique à l'intérieur du corps du radiateur est assuré uniquement par conduction.

5.1.1. Discrétisation du milieu et développement de modèles TLM

En négligeant le gradient de la température selon l'axe oy en comparaison à celui dans les directions ox et oz et l'effet des bouts le problème est substantiellement simplifié, il est ainsi réduit à l'étude du milieu représenté par la figure 5.3. Le substrat est discrétisé en N_x par $N_s H b$ nœuds de volumes élémentaires $\Delta x \Delta z L_y$ caractérisés par

une température uniforme le long de Ly . Les demi ailettes sont à leur tour discrétisées en $N_s Hc$ par $N_s f 05$ points nodaux de volumes élémentaires $\Delta x \Delta z Ly$.



$$\begin{aligned} St &= Ly \cdot Wc & St &= S'(Nt2+1) & Nt2 &= 2N_s Hc + N_{sc} \\ Sf = Sr &= Wc \cdot Hc & Sr &= S'(Nt2+2) & Nt1 &= N_s Hc + N_{sc} \\ ST &= Wf \cdot Ly & Sf &= S'(Nt) & Nt &= Nt2 + 3 & SF = SR &= Wf \cdot Hc + Lx \cdot Hb \end{aligned}$$

$$\Phi_{rad} = 10^4 \phi_{rad} Ly Lx \quad \Phi_s = 10^4 \phi_s Ly Lx$$

Fig. 5.3 : Discrétisation du radiateur à ailettes rectangulaire

Seule l'optimisation des surfaces frontières du contour $AA'-BB'-CC'-DD'-EE'-FF'$ (i.e. ST , SwL , Sc & SwR) est considérée dans ce travail et par conséquent les surfaces frontières SG , SD , SR et SF sont modélisées adiabatiques. Les nœuds internes sont modélisés par la technique TLM selon la description faite à § 3.6.1. La densité du flux ϕ_s imposée à la surface SB caractérisant la source thermique à dissiper est modélisée selon la description du § 4.2. Les flux rayonnants sont estimés par l'équation (1.11) avec les radiosités déterminées par le système d'Eqs. (1.13). Les températures des surfaces frontières dans les Eqs. (1.13) sont estimées selon la méthodologie décrite en § 4.3. Les facteurs de vue F_{ij} dans les équations (1.11) & (1.13) sont estimés par la fonction $ViewRectCavity$ donnée en annexe C.

Deux programmes sont développés à cet effet dont les détails sont donnés en annexe B. Le premier *TlmodelA2_RadUfin2D* consiste en la modélisation de la densité de flux imposé au substrat par l'équation (4.7) et le flux rayonnant par l'équation (4.10), dans le deuxième programme, appelé *TlmRadUfinGen2D*, ces flux sont modélisés par les équations (4.8) & (4.11).

5.1.2. Validation des modèles TLM

Les modèles TLM sont validés, avec les résultats obtenus par la méthode FEM en utilisant FemLab® et ceux disponibles dans la littérature pour les régimes d'équilibre. Les différents résultats sont synthétisés sur les graphes des figures 5.4 (a) à 5.4 (d). Les résultats TLM pour tout le régime transitoire sont comparés avec les résultats obtenus par la méthode FEM pour un radiateur très long $Ly/Hc=1000$ dans la figure 5.4 (a). Une excellente concordance existe entre les deux techniques. L'écart maximum entre les résultats obtenus par les deux méthodes est inférieur à 0.05% et ce pour les deux modèles TLM. Une erreur maximale d'environ de 0.02% a été enregistrée avec le modèle *TlmodelA2_RadUfin2D* et d'environ 0.04% a été enregistrée avec *TlmRadUfinGen2D*. Cependant, il est à noter que le modèle TLM utilisant un générateur de courant, programmé par la fonction *TlmRadUfinGen2D*, présente un plus grand avantage par rapport à l'autre modèle. Il a été vérifié que ce dernier se comporte d'une manière beaucoup plus stable par rapport à l'autre pour pratiquement le même ordre d'erreurs pour l'obtention de résultats pour le régime d'équilibre thermique et ainsi l'exécution de ce dernier est près de 10 fois plus rapide. Les résultats obtenus par ces deux modèles TLM sont aussi comparés favorablement dans la figure 5.4 (b) avec les résultats expérimentaux et analytiques obtenus pour les régimes d'équilibre thermique par Rea & West [102]. Les résultats analytiques de Hultberg & O'Brien [105] et de Ellison [103] révèlent aussi une excellente concordance {Cf. Fig. 5.4 (c)}. Une discordance d'environ de 2.5% existe entre les résultats obtenus par le laboratoire de Bell Téléphone [106] et les résultats TLM. Cette discordance peut être partiellement imputée à l'émissivité de l'environnement qui est en réalité de l'ordre de 0.95 au lieu de 1. Cependant, il est à faire remarquer qu'une erreur de l'ordre de 5% existe entre les résultats de Scott [107] et les autres résultats.

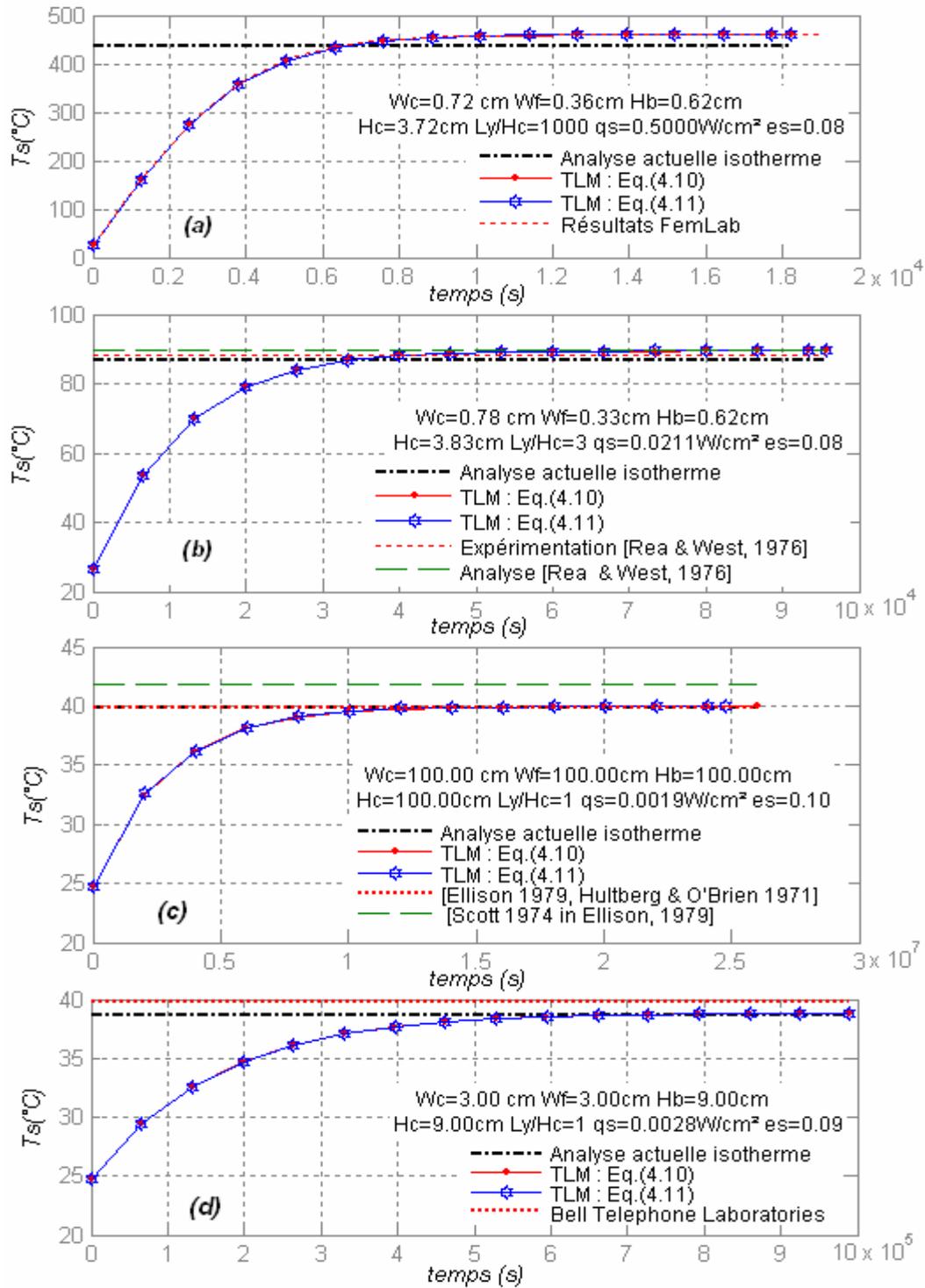


Fig. 5.4 : Comparaison des résultats TLM pour l'estimation du rayonnement thermique dans le radiateur en aluminium discrétisé par la figure 5.3 avec des résultats obtenus par l'analyse isotherme, par la méthode FEM et ceux disponibles dans la littérature. (a) comparaison TLM, FEM et analyse isotherme, (b) comparaison TLM, analyse isotherme et résultats de Rea & West [102], (c) comparaison TLM, analyse isotherme, résultat d'Ellison [103], résultat d'Hultberg [105] et résultat de Scott [107], (d) comparaison TLM, analyse isotherme et résultats de Bell Tel. [106].

Par ailleurs, il est à faire remarquer que l'erreur dans les résultats de l'analyse isotherme est beaucoup plus importante dans les deux premières simulations où $Ly/Hc > 1$. L'erreur relative est de l'ordre de 5% pour le cas étudié sur la figure 5.4 (a) avec $Ly/Hc=100$ et de l'ordre de 3% pour le cas étudié sur la figure 5.4 (b) avec $Ly/Hc=3$ et moins de 0.5% pour les deux autres cas où $Ly/Hc=1$.

Enfin, compte tenu de ce qui a précédé, nous pouvons affirmer la validité avec une grande précision des deux modèles TLM programmés par les fonctions *TlmodelA2_RadUfin2D* et *TlmRadUfinGen2D*.

Dans ce qui suit, nous étudierons, d'abord, l'effet de la distribution de la température sur les résultats ensuite nous aborderons l'étude d'optimisation en analysant l'effet de Hc/Wc , Ly/Hc , Wf/Wc ainsi que la densité des canaux sur la dissipation de chaleur par ces structures en utilisant uniquement le programme *TlmRadUfinGen2D*.

L'effet des cannelures sur la dissipation de la chaleur par ces panneaux radiants peut être évalué par l'équation (5.1) qui représente le rapport de l'énergie rayonnée par le radiateur à cannelure sur celle qui serait rayonnée par une plaque noire de même substrat:

$$\varepsilon_{Ap} = \frac{\Phi_{rad}}{Lx.Ly \sigma (T_s^4 - T_a^4)} \quad (5.1)$$

où

ε_{Ap} est l'émissivité apparente,

Φ_{rad} le flux rayonné à travers le sommet des cannelures, les murs et le fond des canaux estimé en W ,

T_s la température maximale en $^{\circ}K$ du substrat soumis à une densité de flux ϕ_s en W/cm^2 ,

T_a la température en $^{\circ}K$ de l'environnement absorbant d'émissivité unité.

Lorsque l'équilibre thermique est atteint, on aura $\phi_s Lx Ly 10^4 = \Phi_{rad}$ et ainsi l'équation précédente peut être réécrite comme suit :

$$\boxed{\varepsilon_{Ap} = \frac{10^4 \phi_s}{\sigma (T_s^4 - T_a^4)}} \quad (5.2)$$

Si nous désignons par émissivité relative ε_G , le gain en terme d'énergie dissipée par rapport à une plaque simple d'émissivité de surface ε , on aura:

$$\boxed{\varepsilon_G = \frac{\varepsilon_{Ap}}{\varepsilon} = \frac{10^4 \phi_s}{\varepsilon \sigma (T_s^4 - T_a^4)}} \quad (5.3)$$

Parfois nous aurons à utiliser dans ce travail le rapport caractéristique Pmb défini par l'équation (5.4) qui représente le quotient de la surface contour $Sm = Nc(Lx + 2Hc)Ly$ sur la surface du substrat $Nc Lx Ly$. Ce rapport est beaucoup plus représentatif en comparaison au rapport α_{asp} utilisé couramment dans la littérature des microcanaux et ce particulièrement lorsque Γ est différent de l'unité.

$$\boxed{Pmb = \frac{Nc.(Lx + 2Hc)Ly}{Nc Lx Ly} = 1 + \frac{2Hc}{Lx} = 1 + \frac{2Hc}{Wf + Wc} = 1 + \frac{2\alpha_{asp}}{\Gamma + 1}} \quad (5.4)$$

où Nc , α_{asp} et Γ représentent respectivement le nombre des canaux, le rapport caractéristique Hc/Wc et le rapport caractéristique Wf/Wc .

5.1.3. Erreurs induites par l'hypothèse de surfaces isothermes

Les résultats des simulations effectuées pour des radiateurs en aluminium (poli et peint en noir) soumis à une densité de flux de 0.5 W/cm^2 et exposé à un environnement de température $Ta=26.6 \text{ }^\circ\text{C}$ sont synthétisés par les courbes de la figure 5.5. Ces courbes donnent la variation de l'émissivité apparente ε_{Ap} calculée par l'équation (5.2) en fonction de Hc/Wc pour deux valeurs extrêmes de Ly/Hc et ε . Ces courbes révèlent que:

- l'erreur induite par l'analyse isotherme varie avec Hc/Wc , Ly/Hc et ε . Un maximum de 50 % est atteint avec un $Ly/Hc=1000$ (simulant un radiateur infiniment long) et $\varepsilon = 0.08$ (émissivité équivalente à celle de l'aluminium poli). En conclusion, il peut être affirmé que l'erreur induite

par l'analyse basée sur l'hypothèse des surfaces isothermes est d'autant plus grande que Ly/Hc et Hc/Wc sont grand et que ε est petit.

- Pendant que l'analyse isotherme révèle que la dissipation énergétique reste invariable avec l'augmentation de Hc/Wc pour un radiateur infiniment long ayant une émissivité de surface unité, l'analyse TLM montre de légères diminutions de ε_{Ap} avec l'augmentation de Hc/Wc pour $Ly/Hc=1000$ et $\varepsilon=1$. Le fait que cette réduction est due exclusivement à la résistance conductive du matériau, cette dernière est beaucoup plus amplifiée avec un matériau moins conducteur tel que montré par la figure 5.6 pour l'acier inoxydable AISI 34 caractérisé avec une plus faible conductivité thermique ($k=15W/mK$ à $20^\circ C$). Ces graphes montrent bien qu'il existe, un net optimum $\varepsilon_{Ap} = \varepsilon_{ApOp}$ en fonction de Hc/Wc et de ε , au-delà duquel c'est plutôt l'effet inverse qui commence à se produire. En effet, pour des radiateurs courts cet optimum se situe à environ $Hc/Wc=5$ pour $\varepsilon=1$ et à $Hc/Wc \approx 20$ pour $\varepsilon=0.08$. Pour des radiateurs longs l'optimum se situe à $Hc/Wc=0$ (i.e. plaque sans cannelures) pour $\varepsilon=1$ et à $Hc/Wc=7$ pour $\varepsilon=0.08$. Evidemment, ce phénomène est imprévisible à l'analyse isotherme qui montre des tendances asymptotiques avec des valeurs optimales de ε_G correspondant à des valeurs plus grandes de Hc/Wc . L'optimisation des radiateurs très longs est étudiée avec plus de détail plus loin au § 5.2.

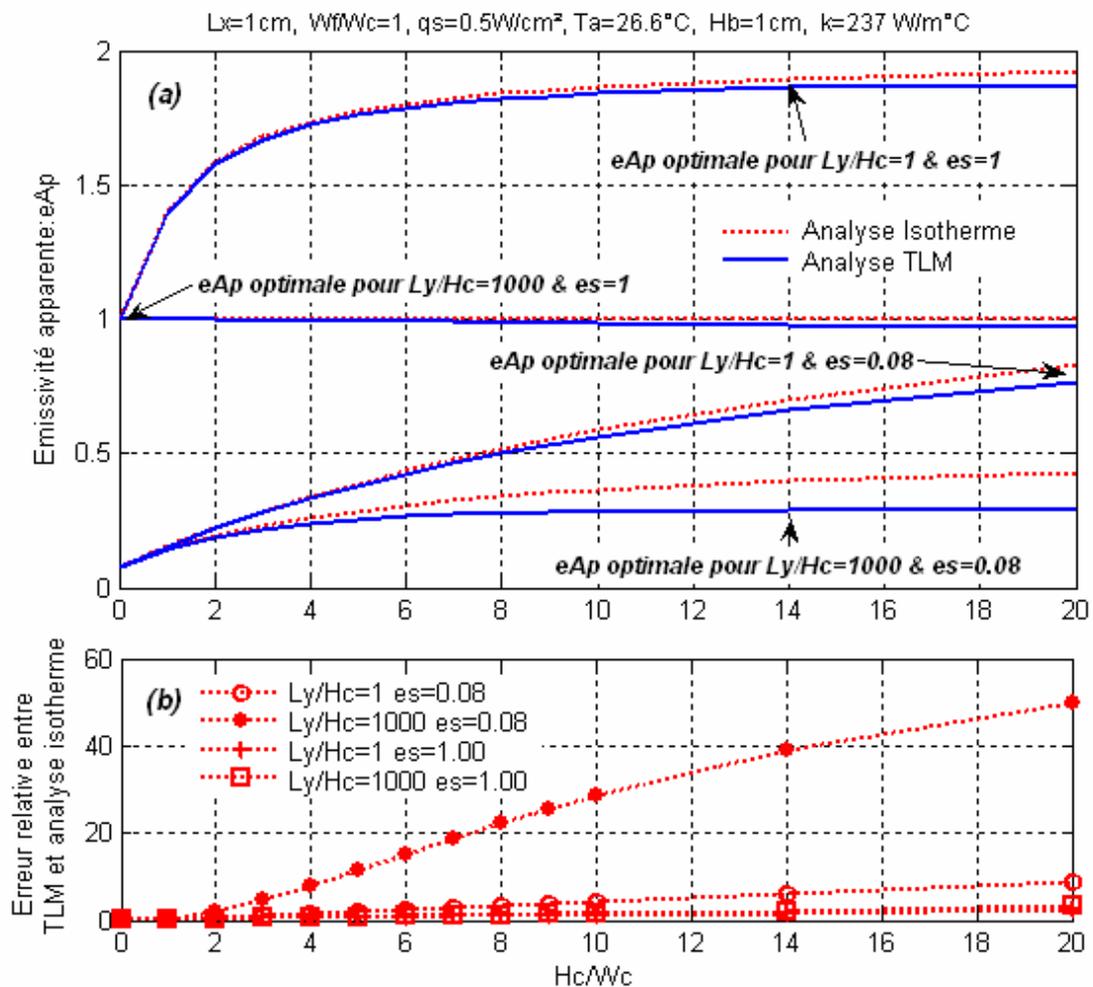


Fig. 5.5 : Comparaison des résultats TLM et ceux obtenus par l'analyse isotherme pour l'estimation du rayonnement thermique à travers un radiateur à cannelures rectangulaires en aluminium. (a) variation de l'émissivité apparente avec α_{asp} , (b) variation de l'écart relatif pourcent entre les résultats TLM et ceux de l'analyse isotherme en fonction de α_{asp}

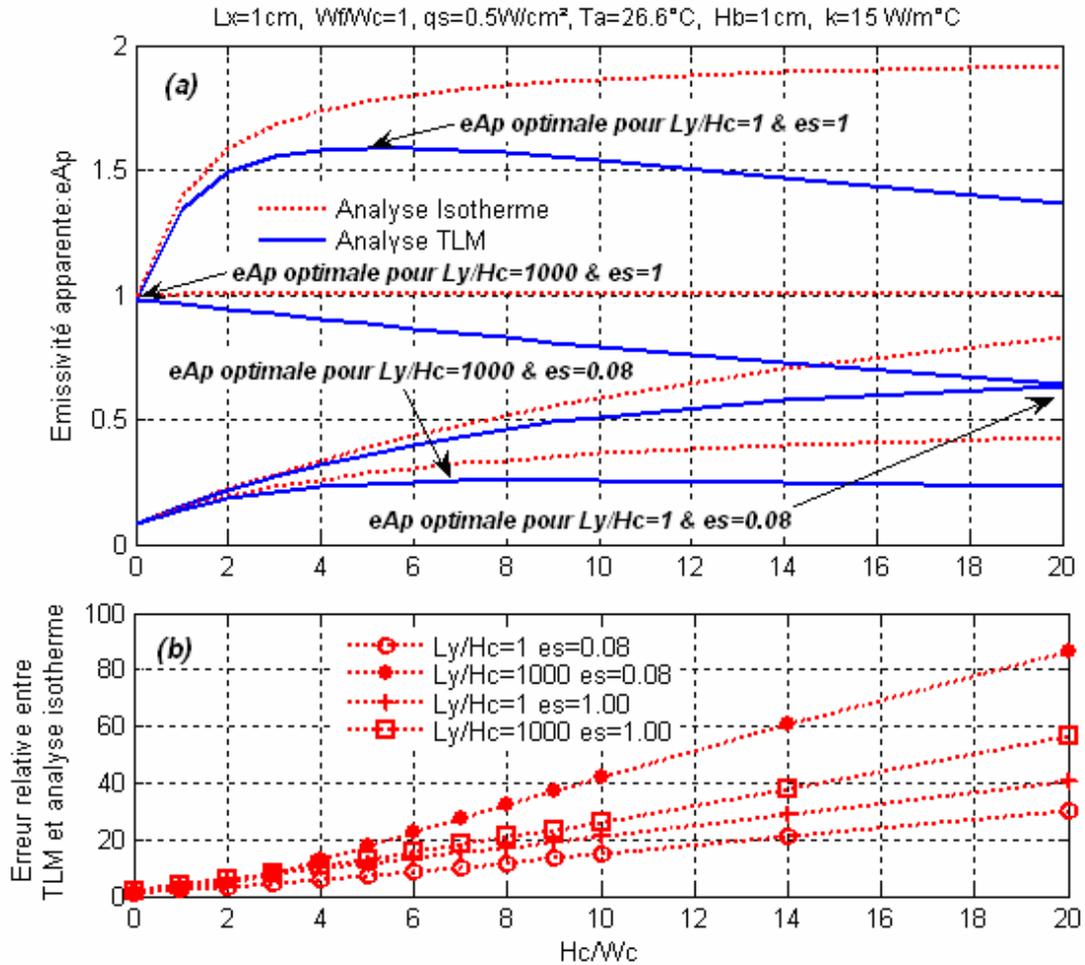


Fig. 5.6 : Comparaison des résultats TLM et ceux obtenus par l'analyse isotherme pour l'estimation du rayonnement thermique à travers un radiateur à cannelures rectangulaires en acier. (a) variation de l'émissivité apparente avec α_{asp} , (b) variation de l'écart relatif pourcent entre les résultats TLM et ceux de l'analyse isotherme en fonction de α_{asp}

5.1.4. Classification des radiateurs longs et courts

Afin de montrer l'effet de la dissipation de l'énergie calorifique à travers les ouvertures latérales, il a été procédé à des simulations sur un radiateur en un matériau très conducteur en variant L_y/H_c . Deux émissivités de surface ont été choisies ; $\varepsilon=0.08$ correspondant à l'aluminium poli et $\varepsilon=1$ caractérisant un revêtement noir. Ces simulations, synthétisées dans la figure 5.7, révèlent que la contribution à la dissipation de la chaleur à travers les ouvertures latérales S_f et S_r (voir Fig. 5.3) est négligeable au-delà de $L_y/H_c=10$ à 20. Naturellement, cette limite est légèrement fonction de Pmb et de ε ; elle a été fixée, à titre d'exemple, à $L_y/H_c=10$ par Ellison

[103] pour $\varepsilon > 0.3$ et $Hc/Wc=4$ dans son analyse isotherme. Dans le cas de l'analyse actuelle où la distribution de la température est prise en charge, il a été vérifié que cette limite reste pratiquement dans les mêmes proportions lorsque la conductivité du matériau est réduite de $237 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ à $15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ (la valeur de $15 \text{ W/m}^\circ\text{C}$ correspond à l'acier inoxydable AISI 347 à 20°C , voir annexe A). A la lumière de ces simulations, nous pouvons suggérer la limite $Ly/Hc > 20$ pour les radiateurs long caractérisés par une dissipation latérale négligeable et la limite $Ly/Hc < 10$ pour les radiateurs courts caractérisés par une dissipation latérale importante. La zone intermédiaire est plutôt en faveur des radiateurs courts avec des $Pmb > 11$ et $\varepsilon < 0.3$.

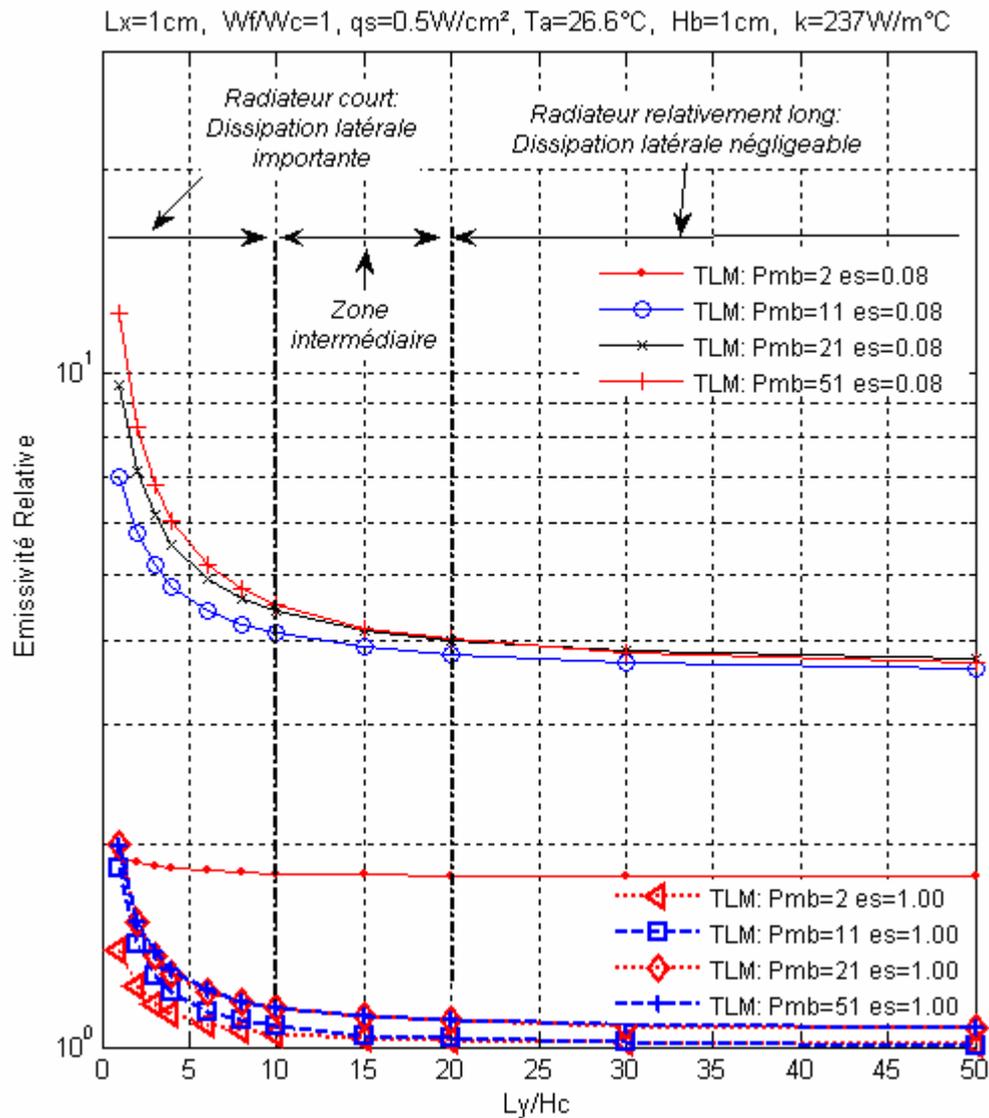


Fig. 5.7 : Classification des radiateurs à cannelures en fonction de Ly/Hc .

5.2. Optimisation des radiateurs à cannelures

5.2.1. Effet de Hc/Wc

L'effet de Hc/Wc sur les performances des radiateurs à cannelures est analysé dans ce paragraphe pour deux valeurs particulières de Ly/Hc . La première valeur $Ly/Hc=1$ caractérise un radiateur court où la contribution des ouvertures latérales à la dissipation est très importante. La deuxième valeur $Ly/Hc=1000$ caractérise un radiateur infiniment long où la contribution des ouvertures latérales à la dissipation est pratiquement nulle. Deux types de matériaux ont été simulés, à savoir l'aluminium et l'acier. Le premier est caractérisé par une conductivité thermique assez importante et le deuxième par une conductivité beaucoup plus faible. Les résultats de ces simulations, synthétisés dans les Figs. 5.8 (a) à 5.8 (d), montrent clairement des points de déflexion correspondant à des émissivités relatives maximales ε_{Gop} . Ces optima sont fonction de α_{asp} , Ly/Hc , ε et de k {i.e. $\varepsilon_{Gop} = \varepsilon(\alpha_{asp}, Ly/Hc, \varepsilon, k)$ }. Pour un Hc/Wc donné, on constate que ε_G est inversement proportionnelle à Ly/Hc et ε tandis qu'elle est directement proportionnelle à k . Les valeurs de α_{asp} correspondant aux optima, i.e. $\varepsilon_{Gop} = \varepsilon_G(\alpha_{aspOp})$, diminuent avec l'augmentation de ε et Ly/Hc et la diminution de k . En général, on peut déduire :

- $Ly/Hc \searrow$ et/ou $\varepsilon \searrow$ et/ou $k \nearrow \Rightarrow \varepsilon_G \nearrow$.
- $\varepsilon \nearrow$ et/ou $Ly/Hc \nearrow$ et/ou $k \searrow \Rightarrow \alpha_{aspOp} \searrow$
- Pour les radiateurs très longs, Figs. 5.8 (b) et 5.8 (d), on observe un effet inverse qui commence à se produire à partir de valeurs relativement petites de α_{asp} , ce phénomène est d'autant plus accentué que la conductivité du matériau est faible et que l'émissivité de surface approche l'unité. On note, par exemple, que $\varepsilon_G < 1$ à partir de $Hc/Wc > 0$ pour un corps noir et à partir de $Hc/Wc > 10$ pour une émissivité de surface de 0.6 pour le matériau le moins conductible. Ceci met clairement en évidence l'inutilité des ailettes pour des radiateurs très longs peints complètement en noir aussi bien que pour des radiateurs ayant une émissivité de surface avoisinante l'unité et une conductivité thermique très

faible. Il serait donc prudent de ne pas négliger le paramètre conductivité thermique k pour ce type de radiateurs. Ce phénomène est naturellement imprévisible à l'analyse isotherme, disponible dans la littérature, qui suppose une conductivité infinie du matériau ce qui est traduit par une résistance conductive nulle.

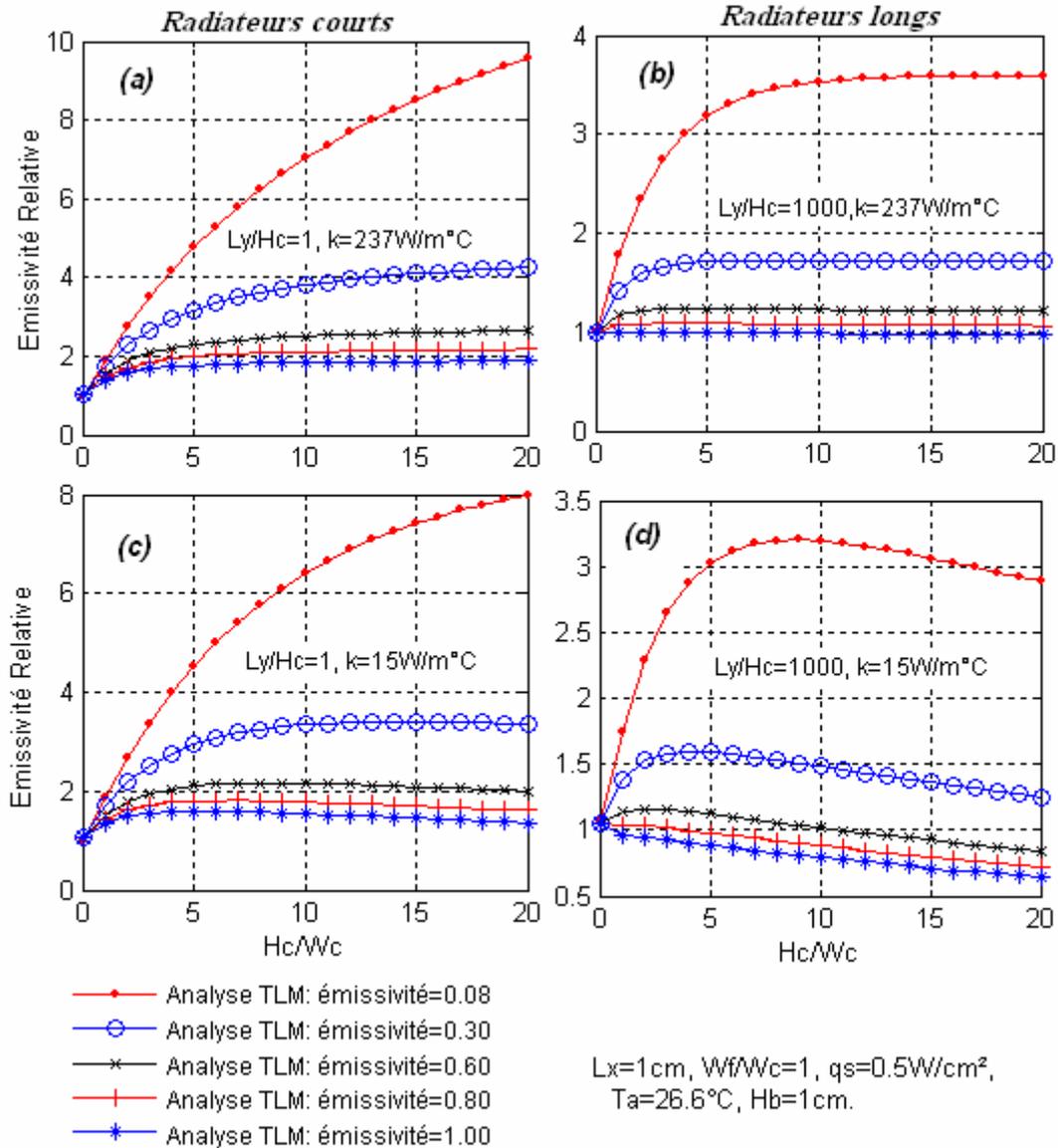


Fig. 5.8 : Radiation thermique Par les structure cannelures à l'échelle centimétrique. Effet de ε_{asp} , ε , Ly/Hc et de la conductivité thermique sur l'optimum

5.2.1. Effet de Wf/Wc :

L'effet de $\Gamma=Wf/Wc$ pour des radiateurs infiniment longs à l'échelle centimétrique est analysé dans cette section. Aussi, l'effet de l'émissivité de surface et de la

conductivité thermique sont considérés. Les résultats des simulations sont synthétisés et comparés à l'analyse isotherme sur la figure 5.9 suivante.

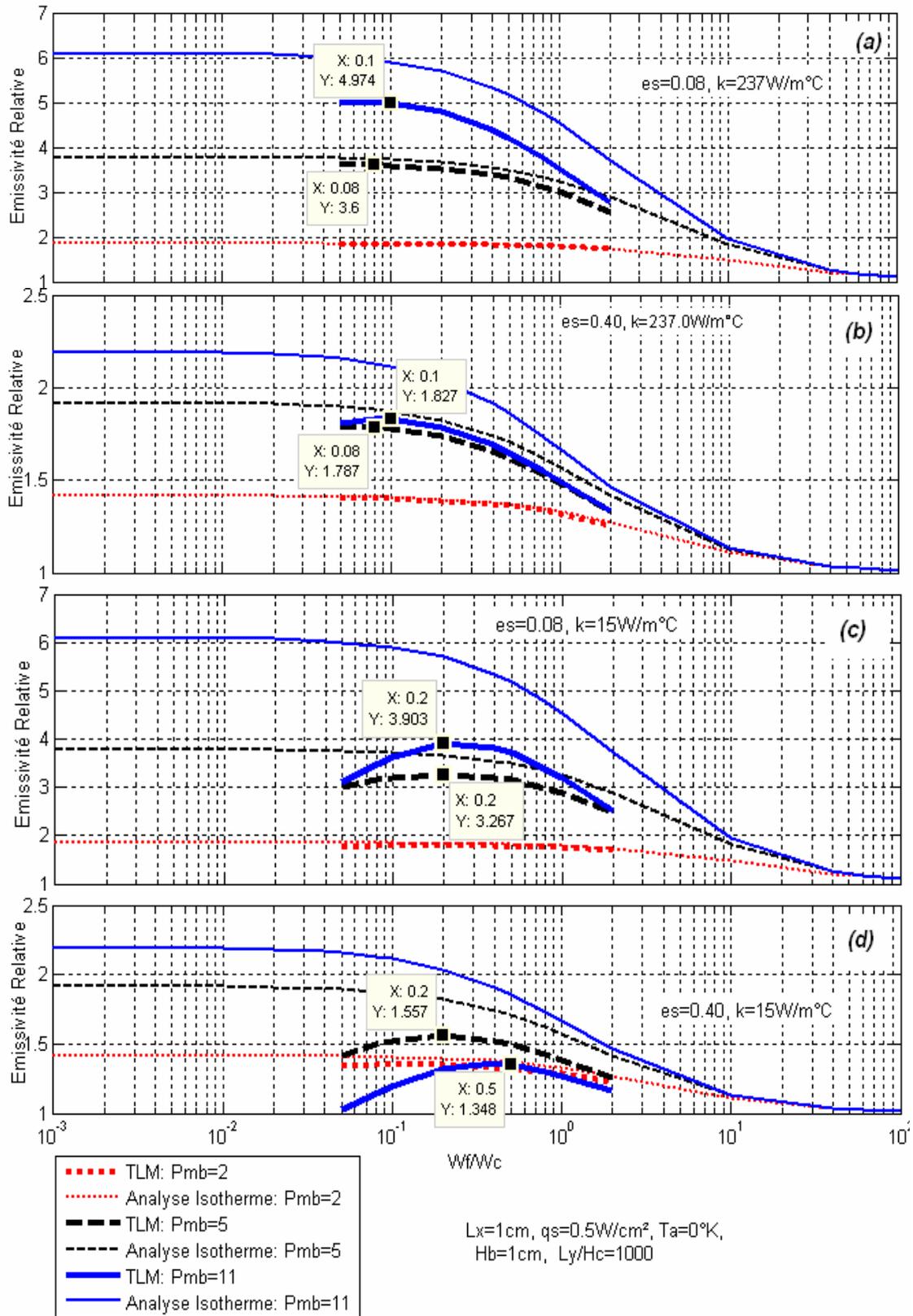


Fig. 5.9 : Effet de Wf/Wc sur l'émissivité relative pour des radiateur longs0

Ces graphes mettent tout d'abord en évidence que l'écart entre l'analyse isotherme et la TLM est fortement dépendant du ratio Pmb ; plus Pmb est grand plus l'écart est important. L'analyse isotherme révèle que l'émissivité relative maximale est atteinte asymptotiquement lorsque $Wf \rightarrow 0$, résultat tout à fait évident du fait de l'hypothèse considérant une conductivité infinie. Par contre, l'analyse TLM montre qu'il existe un net optimum au delà duquel l'effet inverse commence à se produire. En effet, la valeur optimale de Γ {i.e. $\varepsilon_{Gopt} = \varepsilon(\Gamma_{Opt})$ } est fonction de la conductivité thermique du matériau, de l'émissivité de surface et de Pmb . On constate que pour l'aluminium poli un gain notable est réalisé en diminuant Γ . En effet pour un $Pmb = 11$, ε_G passe de 3.5 pour $\Gamma = 1$ à environ 5 pour $\Gamma = 0.1$, soit un gain supplémentaire de 43%. Ce gain est moins important pour des matériaux peu conductibles tel que l'acier ayant des émissivités de surface plus grandes. Par exemple, le gain est de 20% pour l'aluminium avec une émissivité de surface de 0.4. Pour de l'acier à $15 W/m^{\circ}C$ et $\varepsilon = 0.4$, le gain maximum n'est que de l'ordre de 5 à 7%. En général, plus la conductivité thermique est grande et l'émissivité de surface est petite plus le gain est important en diminuant l'épaisseur des ailettes.

5.2.3. Effet de la densité des ailettes

Les simulations effectuées avec différentes densités montrent que l'échelle n'a aucune influence notable sur les résultats tel qu'illustré dans la figure 5.10 pour un radiateur infini en aluminium poli avec des rapports $Pmb < 10$. Ainsi, les résultats d'optimisation obtenus ci haut restent valables pour l'échelle microscopique aussi bien que l'échelle centimétrique. Au delà de cette limite une divergence commence à apparaître. Cependant, pour un matériau de plus faible conductivité thermique la divergence commence à de très faibles valeurs de Pmb . L'erreur est près de 86% pour un $Pmb = 21$. Dans tout les cas de figure, l'émissivité relative est beaucoup plus importante pour l'échelle microscopique que celle macroscopique. Cette constatation est d'une importance capitale ; ainsi, il est possible d'améliorer l'émissivité de surface d'une structure plane en exerçant des cannelures microscopiques. Ce phénomène est particulièrement intéressant pour les installations spatiales où la minimisation du volume et du poids a une importance capitale. Ainsi, il est possible d'augmenter l'émissivité d'une surface radiante en exerçant des cannelures microscopiques. Ce

phénomène est étudié avec plus de détails et pour des ailettes de différentes formes dans la section suivante, § 5.3.

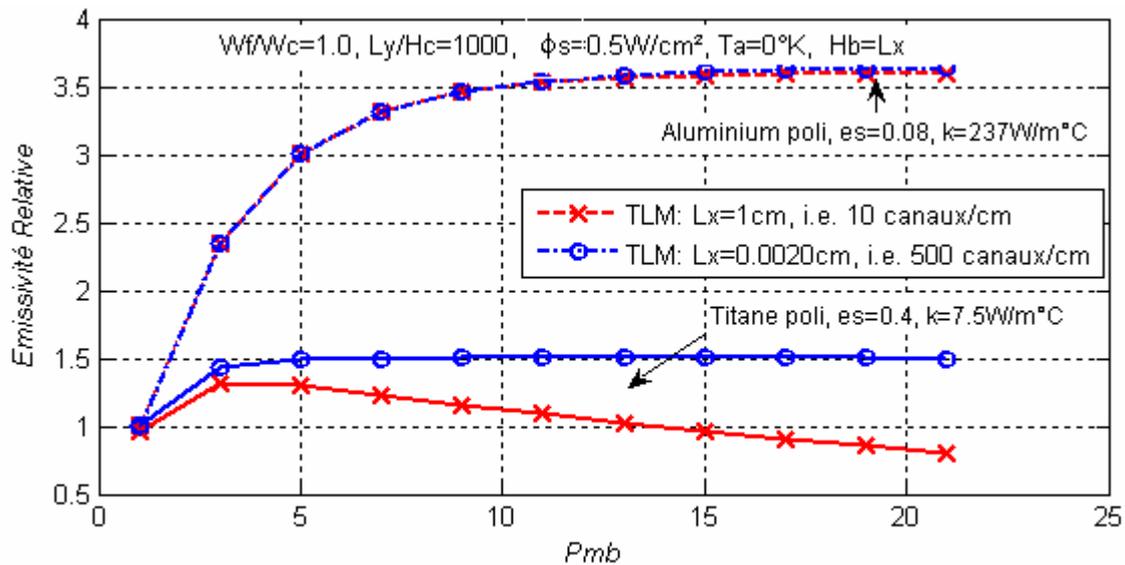


Fig. 5.10 : Effet de la densité des ailettes sur l'émissivité relative

5.3. Panneaux radiants à ailettes microscopiques

La régulation des flux calorifiques par des structures légères et peu volumineuses est d'une importance capitale dans maintes applications particulièrement dans celles de l'espace. Dans le cas des structures spatiales telles que les satellites, les stations et les navettes, la régulation de la température nécessite des procédés complexes et un contrôle minutieux afin d'assurer un fonctionnement adéquat de l'ensemble des infrastructures. Par exemple, certaines infrastructures de véhicules orbitaux peuvent être soumises à des altérations de température entre 116 et $400^{\circ}K$ suite au cycle diurnale. Ces altérations sont souvent à l'origine d'un problème épineux qui consiste à trouver des solutions adéquates pour le maintien d'une température optimale pour l'équipage, les équipements ainsi que les liquides de refroidissement à bord du véhicule. En plus du réchauffement externe, certaines parties propres au véhicule tels que les moteurs produisent une quantité de chaleur importante. Ces quantités de chaleur doivent être dissipées efficacement en vue de préserver un fonctionnement normal de l'ensemble des infrastructures et d'une manière rationnelle pour optimiser

le coût global du véhicule. Sachant que l'unique mode de transfert de la chaleur dans le vide est celui par rayonnement thermique, il serait donc primordial d'optimiser les surfaces radiantes de l'ensemble de l'engin. La pratique courante de nos jours consiste en l'application de revêtements noirâtres [108, 109, 110] en vue d'augmenter l'émissivité des faces des panneaux radiants orientés à l'opposé de la direction solaire. Par contre les faces exposées au soleil doivent être extrêmement lisses en vue de minimiser l'absorption de l'énergie solaire. Cette pratique des revêtements est confrontée à de nombreux problèmes. Parmi ces problèmes on note une durée de vie très limitée de la majorité des revêtements avec des coûts de réalisation relativement considérables. Aussi, ces revêtements peuvent être sujets à des détériorations prématurées tel que le gonflement et/ou l'altération de leurs propriétés initiales suite à leur exposition à de différents environnements. En outre les charges électrostatiques produites par ces revêtements peuvent être à l'origine de défauts d'équipements très sensibles. L'utilisation des panneaux à surfaces radiantes modifiées par la réalisation d'ailettes microscopiques de formes rectangulaires, carrées ou coniques peut donc être une solution définitive aux problèmes causés par les revêtements classiques. Dans la section précédente il a été vérifié que des améliorations non négligeables de l'émissivité d'une surface plane sont possibles en exerçant des cannelures microscopiques rectangulaires d'épaisseurs relativement faibles.

Dans cette section nous nous intéressons tout d'abord à l'amélioration de l'émissivité des plaques de titane par des ailettes rectangulaires et triangulaires. Pour ensuite étendre l'analyse à des formes d'ailettes carrées et coniques. Le titane est choisi dans cette analyse pour ses propriétés très intéressantes dans les applications spatiales. En effet, le titane est un matériau de plus en plus utilisé dans l'industrie en raison de sa faible masse volumique (4.54 g/cm^3) de son excellente résistance à la corrosion et des caractéristiques mécaniques élevées de ses alliages. Ces propriétés intéressantes associées à une température de fusion très élevée (1660°C) favorisent l'emploi de ce matériau dans le domaine aérospatial.

5.3.1. Optimisation de l'émissivité de surface du titane

Des simulations ont été effectuées sur une plaque de titane avec une émissivité de surface de base de $\varepsilon=0.4$ sur laquelle des canaux rectangulaires microscopiques ont été

exercés. Ces simulations sont synthétisées dans la figure 5.11, où les résultats de l'analyse isotherme sont mentionnés à titre indicatif, pour deux cas extrêmes du rapport Pmb étudiés. A partir de ces graphes on relève les points suivants:

- Compte tenu, des difficultés de fabrication de structures avec des Pmb très élevés (à l'échelle microscopique) et de l'apport supplémentaire relativement faible réalisé en augmentant Pmb de 4 à 7 ; il serait donc plus raisonnable d'exclure l'intervalle $Pmb > 4$. En effet, pour $\Gamma=1$ seul une amélioration de 2% est obtenue en passant de $Pmb = 4$ à $Pmb = 7$ pendant qu'un gain de près de 3% est réalisable entre $Pmb = 3$ et $Pmb = 4$. Une comparaison similaire peut être effectuée pour $\Gamma=0.1$; l'augmentation de Pmb de 3 à 4 produit une amélioration de 7.4% pendant qu'une augmentation de $Pmb = 4$ à 7 ne produit qu'une augmentation relative assez faible d'environ de 6.9%.
- La réduction de l'épaisseur des cannelures de $\Gamma=1$ à $\Gamma=0.1$ réalise une amélioration assez conséquente ($\approx 18\%$ pour $Pmb = 4$). Au-delà de $\Gamma=0.1$, l'amélioration est pratiquement négligeable. Des simulations plus poussées, qui ne sont pas représentées dans ces graphes, pour question de clarté, ont montré l'apparition d'effet inverse pour des épaisseurs très faibles. Ainsi l'optimum pour ce matériau peut être fixé à $\Gamma \approx 0.1$. La valeur efficace de Pmb peut donc être prise égale à 6 au lieu de 4 recommandée pour un $\Gamma=1$. Ainsi, on enregistre un gain net de 80% à 84% pour $6 \leq Pmb \leq 7$ avec $\Gamma=0.1$.

A la lumière de ce qui a précédé nous pouvons fixer un intervalle pratiquement efficace pour l'amélioration de l'émissivité de surface du titane par des microcanaux rectangulaires avec une densité de 500 canaux/cm, à $3 < Pmb < 4$ et $0.1 < \Gamma < 0.2$. Cependant, il serait utile de retenir que ces intervalles sont évalués sur la base d'une émissivité totale de la surface de base égale à 0.4. Il faut aussi noter que la valeur optimale de ε_G à $\Gamma = 0.1$ est obtenue pour un $Pmb \approx 7$. En vérité, elle tend asymptotiquement vers une valeur légèrement supérieur à 7 tel qu'il est mis en évidence plus loin en Fig. 5.12.

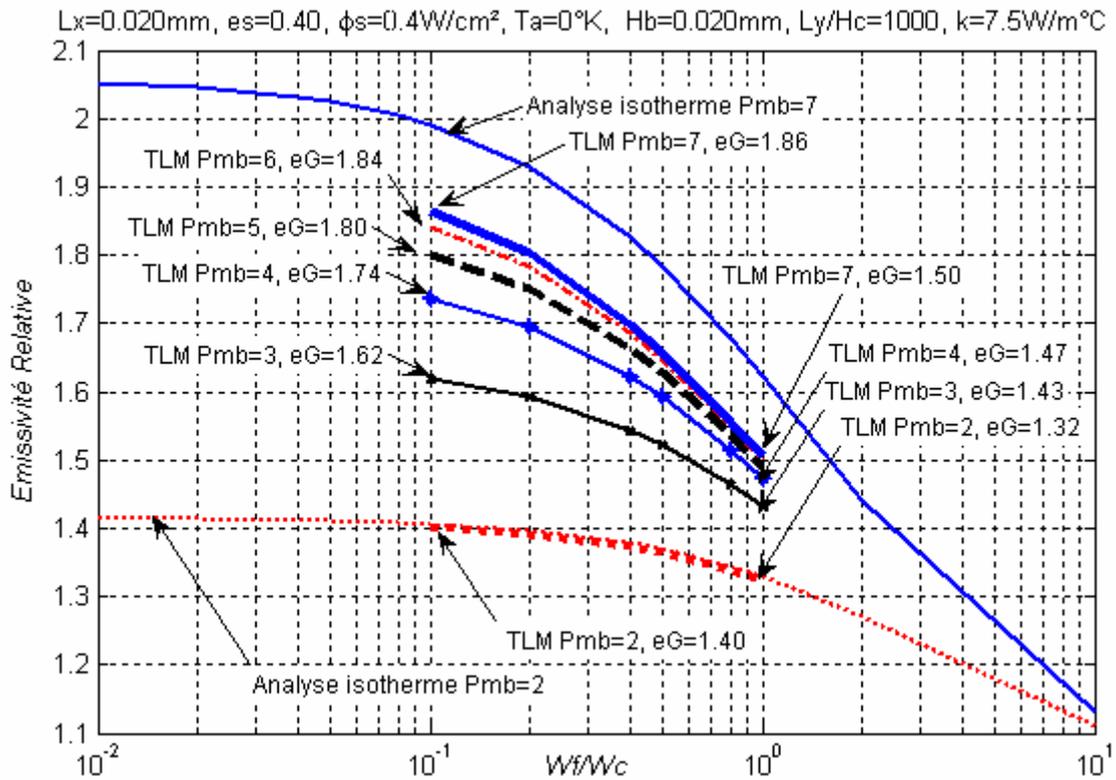


Fig. 5.11 : Optimisation de l'émissivité des structures en titane par canaux microscopiques. Effet de Wf/Wc et de P_{mb} pour des radiateurs très longs (i.e. dissipation latérale négligeable)

Par ailleurs, ces analyses ont permis de déduire que le flux thermique est acheminé par émission et réflexion à travers les faces internes de la cavité formée par les canaux et par conduction à travers les cannelures pour ensuite être dissipé par rayonnement à travers les surfaces supérieures exposées à l'environnement absorbant. Autrement dit, la diminution de l'épaisseur des cannelures fait augmenter le facteur de vue des faces de la cavité d'une part ce qui est en faveur d'une plus grande dissipation thermique vers l'environnement. Cependant, une épaisseur plus faible fait augmenter la résistance conductive dans les cannelures. Ce dernier point réduit l'acheminement du flux thermique, par conduction dans les cannelures, du substrat vers les parties supérieures les plus froides. Ainsi, une déduction logique pour améliorer en même temps ces deux types de flux consiste à remplacer les cannelures rectangulaires par des cannelures triangulaires. Les formes triangulaires permettent en même temps l'augmentation du facteur de vue des faces de la cavité formée par les canaux ainsi que la réduction de la résistance conductive des ailettes. Cependant, par intuition, il est prévisible que les ailettes de formes triangulaires seraient plus efficaces à de grandes

valeurs de Pmb . L'optimisation de ce type d'ailettes et leur comparaison avec des ailettes rectangulaires est traitée dans le paragraphe suivant.

5.3.2. Comparaison entre cannelures triangulaires et rectangulaires

Déduction logique de l'analyse précédente, effectuée au § 5.3.1, laisse supposer que des cannelures triangulaires seront plus efficaces pour des Pmb élevés. Ceci est déductible du fait que l'ouverture du sommet est plus importante pendant que la résistance conductive des cannelures triangulaires est plus faible en comparaison à celle des cannelures rectangulaires fines. La confirmation de ce phénomène est donnée par la figure 5.12 dans laquelle une comparaison entre cannelures rectangulaires et triangulaires est effectuée. Les simulations reflètent l'amélioration de l'émissivité relative en fonction du paramètre Pmb . Les données des simulations sont les mêmes que celles adoptées pour le titane poli dans la figure 5.11. A ce point, il serait judicieux de préciser que le paramètre Pmb tel que défini par l'équation (5.4) reste toujours valable pour la caractérisation des formes non rectangulaires. En effet, ce paramètre peut être utilisé pour caractériser la hauteur des aspérités pour différentes formes d'ailettes.

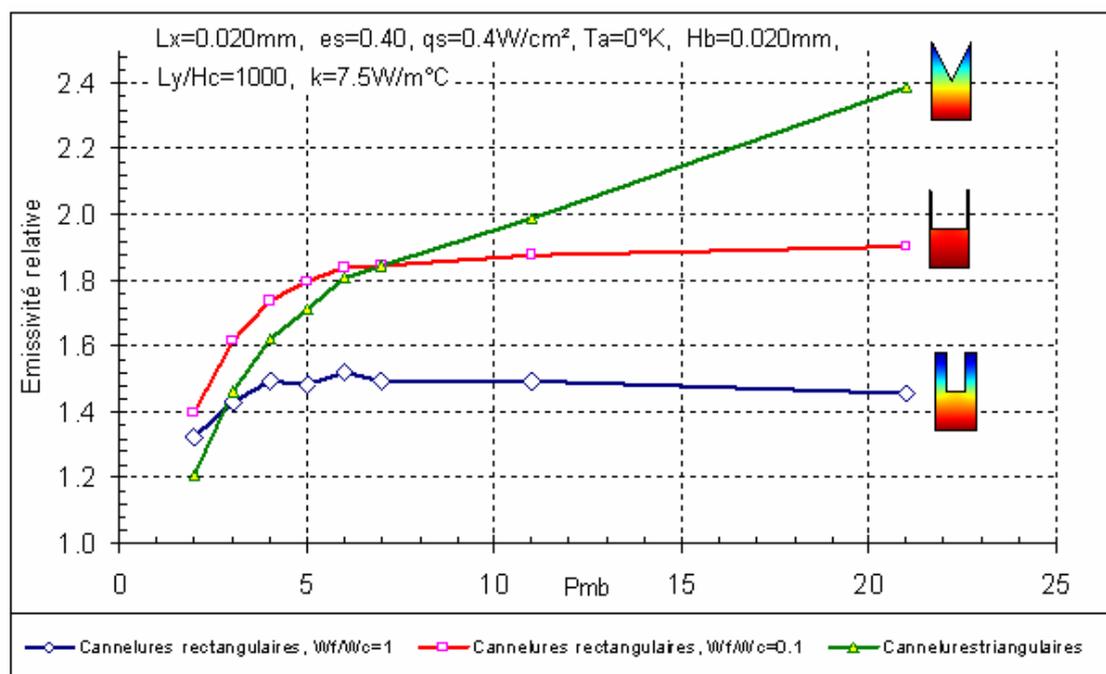


Fig. 5.12 : Variation de l'émissivité relative du titane en fonction de Pmb pour des cannelures rectangulaires et triangulaires à l'échelle microscopique

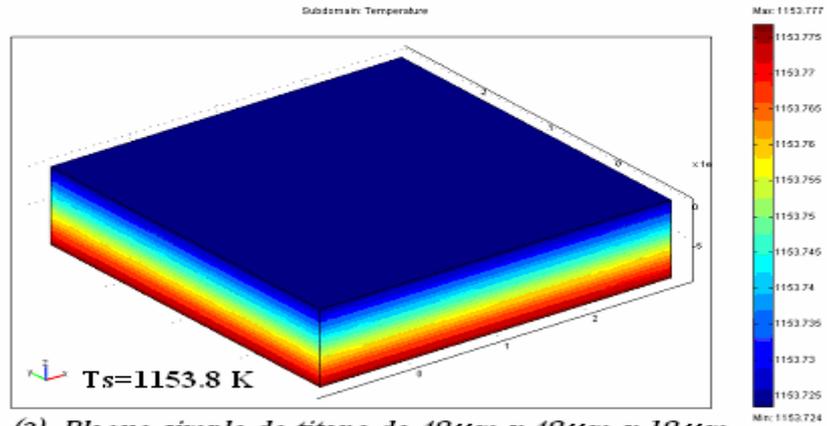
Les courbes sur la figure 5.12 mettent bien en évidence la supériorité des ailettes triangulaires par rapport à celles rectangulaires pour des valeurs de Pmb relativement grandes. Ainsi à partir de $Pmb=3$ les ailettes triangulaires sont plus efficace que celles rectangulaires avec $F=1$. Au-delà de $Pmb=7$ ces formes triangulaires sont encore plus performantes que les ailettes rectangulaires minces ($F=0.1$). Nous constatons une amélioration importante de l'émissivité apparente de la surface de titane par la fabrication d'aspérités de formes triangulaire avec $Pmb>7$. Pour $Pmb=21$, l'émissivité apparente est presque égale à l'émissivité d'un corps noir; i.e. $\varepsilon_{Ap} = \varepsilon_G \varepsilon_S = 2.4 \times 0.4 = 0.96$, bien entendu ce résultat reste fonction de émissivité de surface de base prise ici égale à 0.4. Quoique la réalisation pratique de saillies d'une aussi grande profondeur est pratiquement compromise par les coût de fabrication y afférents, ceci a met en évidence les potentialités d'une surface rendue artificiellement rugueuse à l'amélioration de l'émissivité de surfaces radiantes. A priori, il serait possible d'obtenir des taux d'amplification aussi importants avec des Pmb moins grands et ce en remplaçant la forme triangulaire par celle carrée, pyramidale ou même conique. Ces formes permettent une plus grande amélioration du facteur de vue des cavités internes tout en préservant une faible résistance conductive des ailettes. Ces surfaces rendues rugueuse artificiellement par la création d'aspérités souvent coniques sont connues en littérature anglaise comme étant des surfaces revêtues de micro colonnes, littéralement: «the Micro-Column Arrays structured surfaces» ou tout simplement «MCA-structured surfaces». L'étude de ces structures intéressantes, auxquelles nous nous référons désormais par la terminologie «surfaces ou structures MCA», est effectuée avec plus de détail dans la section suivante.

5.3.3. Etude de l'efficacité des surfaces MCA

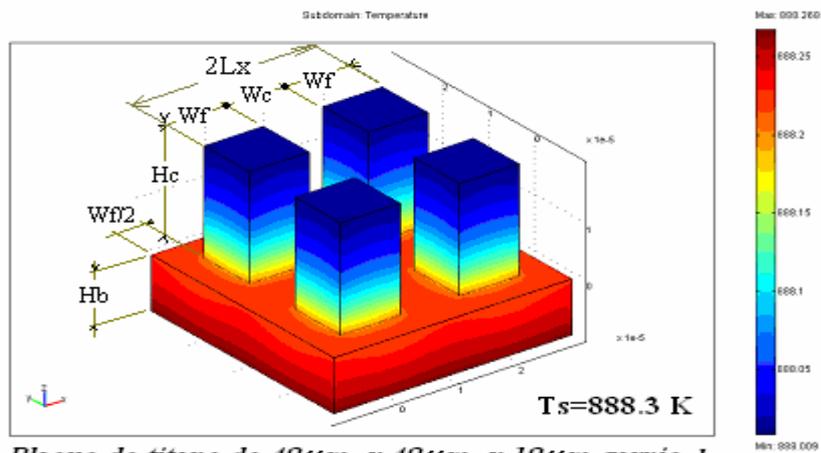
Par déduction logique de l'analyse effectuée au § 5.3.2, sur les structures à micro cannelures rectangulaires et triangulaires, des structures garnies de micro-cônes seraient d'une efficacité encore meilleure. Ces structures MCA sont très intéressantes par rapport à celles de formes rectangulaires, triangulaires ou même carrées du fait que leur réalisation est relativement plus simple. La réalisation pratique de ces structures par ablation laser est simple, efficace, relativement rapide et comparativement pas très onéreuse. Le taux de production de structures MCA de $20\mu m$ par $20\mu m$ a été vérifié comme étant directement proportionnel à la puissance moyenne du laser. Ainsi, la

puissance nécessaire pour un taux de production de $0.6\text{cm}^2/\text{s}$ de MCA est de 600W et pour $0.8\text{cm}^2/\text{s}$ est de 800W [111]. Il est ainsi possible de fabriquer ces structures MCA sur n'importe quel matériel, même sur les surfaces originales des équipements spatiaux. De cette manière, les surfaces radiantes d'un équipement spatial peut bénéficier d'un double avantage, à savoir, entre autres déjà évoqués ; a) la réduction du poids aussi minime soit-t-il est bien préférable dans l'espace au poids supplémentaire exigé par l'application de peintures classiques, b) la solutions est définitive et ne nécessite ni maintenance ni rénovation et ne risque pas de compromettre le fonctionnement d'une manière inattendue dû à des altération environnementales imprévues.

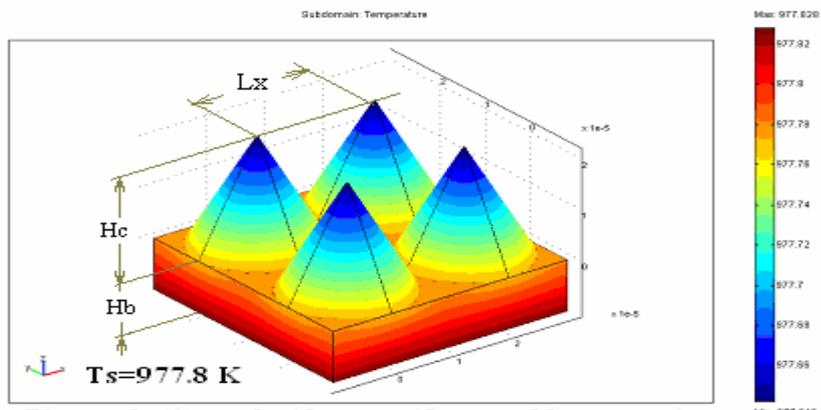
A cet effet nous procédons dans cette section à la comparaison à deux formes relativement intéressantes ; celles en colonnes carrées et coniques. Des simulations ont été effectuées sur des plaques en titane ($\varepsilon=0.4$) avec des colonnes carrées et coniques sous une contrainte thermique de $4\text{W}/\text{cm}^2$ et exposées à un environnement complètement absorbant à 0°K . Le résultat des simulations est illustré par la Fig. 5.13. De ces graphes, il en ressort que sous des conditions similaires avec un $Pmb=3$ calculé à partir de l'équation (5.4), la température de surface dans la structure à colonnes carrées est relativement plus faible que celle dans la structure à colonnes coniques. Une réduction de 265°K par rapport à la plaque simple est assurée par la structure carrée en comparaison à une réduction de 176°K assurée par les cônes. En terme d'émissivité relative calculée à partir de l'équation (5.3), un $\varepsilon_G=2.83$ est réalisée par structure carrée pendant que seulement un $\varepsilon_G=1.93$ est atteint par la structure conique. Malgré que les surfaces avec des colonnes carrées, associées avec des radiateurs courts et des Pmb relativement faibles, constituent des radiateurs plus efficaces, cependant, leur fabrication plus délicate en comparaison à celles des colonnes coniques constitue leur désavantage majeur. Par ailleurs, nous faisons remarquer que $\varepsilon_G=1.93$ pour les structures coniques a été obtenue pour un radiateur court (i.e. $Ly/Hc=20/20=1$) par conséquent l'émissivité relative d'un radiateur infini sera relativement plus faible. D'autres simulations ont été effectuées sur une plaque en acier avec une émissivité de surface $\varepsilon=0.3$ sur laquelle ont été exercées des colonnes coniques avec les même dimensions montrées sur la figure 5.13. Les simulations ont donné une température de surface égale à 1051.78 soit une émissivité relative $\varepsilon_G=1.92$



(a) *Plaque simple de titane de $40\mu\text{m} \times 40\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$*



Plaque de titane de $40\mu\text{m} \times 40\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$ garnie de colonnes carrées. $H_b = W_f = 10\mu\text{m}$, $H_c = 20\mu\text{m}$, $L_x = L_y = 20\mu\text{m}$



Plaque de titane de $40\mu\text{m} \times 40\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$ garnie de colonnes coniques. $H_b = 10\mu\text{m}$, $H_c = 20\mu\text{m}$, $L_x = L_y = 20\mu\text{m}$

Fig. 5.13 : Simulations de structures MCA carrées et coniques exercées sur une plaque de $40\mu\text{m} \times 40\mu\text{m} \times 10\mu\text{m}$ en titane avec une émissivité de base égale à 0.4 et soumise à une densité de flux de $4\text{W}/\text{cm}^2$ [111]

Afin de pouvoir vérifier l'applicabilité des simulations avec des structures coniques à des surfaces MCA réalisées par ablation laser en cônes approximatifs de $20\mu\text{m}$ x $20\mu\text{m}$, nous avons procédé à des vérifications expérimentales sur le spécimen en acier inoxydable (Alloy 321) illustré par la figure 5.14 (a). Le banc d'essai est relativement simple, il est constitué par une pompe à vide servant à créer une dépression maximale pour simuler le vide dans une cavité devant recevoir le spécimen traité. La densité du flux thermique appliquée à la base du spécimen est réalisée par un courant électrique et la température de la surface de base est mesurée à l'état d'équilibre thermodynamique par un thermocouple. La représentation schématique du banc d'essai est montrée sur la figure 5.14 (b). Des essais ont été effectués sur une plaque d'acier inoxydable d'épaisseur brute de $60\mu\text{m}$. Les résultats de l'expérimentation donnés dans la figure 5.15 mettent bien en évidence l'efficacité de la surface MCA traitée par laser.

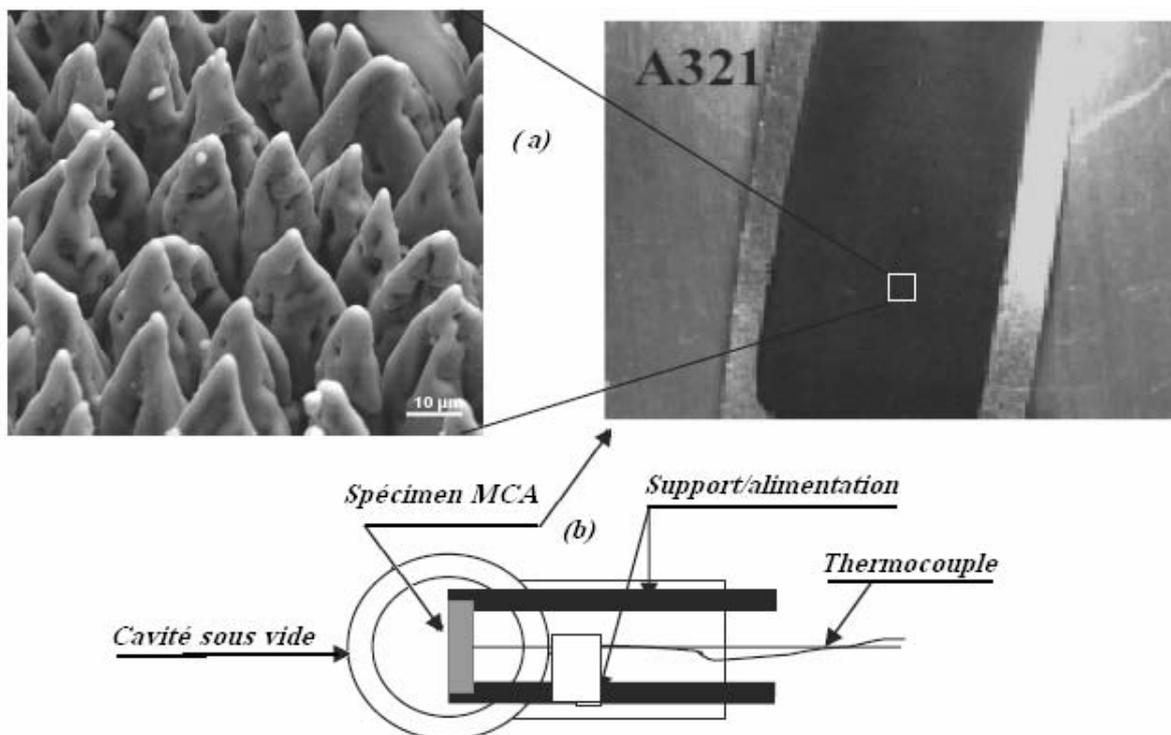


Fig. 5.14 : Schéma simplifié du banc d'essai pour la mesure de la température de surface d'un spécimen MCA sous une contrainte de densité de flux uniforme et exposé dans cavité dépressurisée. (a) spécimen MCA. (b) banc d'essai

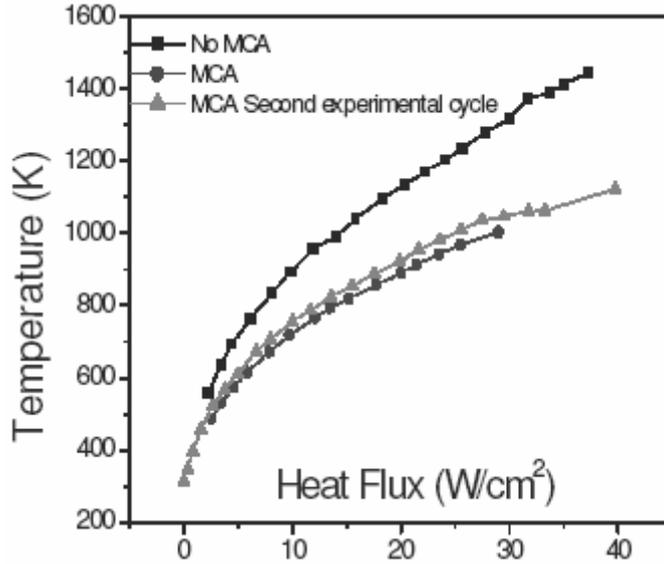


Fig. 5.15 : Résultats expérimentaux de la variation de la température de face traitée et celle non traitée de la plaque en acier en fonction de la densité du flux [111]

A partir des résultats de la figure 5.15, l'émissivité relative moyenne de la structure MCA est estimée dans le tableau 5.1 regroupant les flux expérimentés dans un intervalle allant de près de 3.4 à 25.6 W/cm^2 . Les calculs sont effectués en considérant que le flux radiatif est proportionnel à la densité de la puissance d'alimentation électrique ϕ_{elec} . Ainsi, en utilisant l'équation (5.2), on déduit:

$$\phi_{elec_{Plaque}}^{cst} = \varepsilon_{Plaque} \sigma (T_{Plaque}^4 - Ta^4) \quad \dots(a)$$

$$\phi_{elec_{MCA}}^{cst} = \varepsilon_{MCA} \sigma (T_{MCA}^4 - Ta^4) \quad \dots(b)$$

où cst est une constante ($cst < 1$) due aux différentes pertes par conduction à travers les bras de fixation entre autres. En effet, dans cette analyse nous négligeons la variation de cette constante avec la différence de température qui doit exister entre la plaque inaltérée et la structure MCA pour un flux électrique donné. En combinant les Eqs. (a) & (b), il vient :

$$\boxed{\varepsilon_G = \frac{\varepsilon_{MCA}}{\varepsilon_{Plaque}} = \frac{(T_{Plaque}^4 - Ta^4)}{(T_{MCA}^4 - Ta^4)}} \quad (5.5)$$

L'émissivité relative est estimée en utilisant l'équation (5.5) et en négligeant la différence qui existe entre $\phi_{elec_{Plaque}}$ et $\phi_{elec_{MCA}}$ pour chaque test dont le maximum est de l'ordre de 4% tel que spécifié dans le tableau 5.1. Les résultats obtenus

montrent que l'émissivité relative moyenne de la structure MCA (i.e. $\overline{\varepsilon_G} = 2.5$) est bien supérieure à celle obtenue par simple simulation de cônes effectuée précédemment (i.e. $\varepsilon_G = 1.92$). Ceci étant malgré le fait que la valeur simulée obtenue précédemment soit majorée dû aux dissipations latérales. Cette observation explique que le gain supplémentaire produit par les structures MCA traitée par laser peut être imputé à l'augmentation de l'émissivité de base provoquée par la création de micro-cavités telles qu'illustrées par la vue amplifiée du spécimen traité donné sur la figure 5.14 (a). Ainsi, les simulations numériques sur la base de cônes ayant une émissivité de base constante ne peuvent donner qu'une indication approximative pouvant être exploitée d'une manière rationnelle en vue d'obtention du modèle physique désiré.

Tableau 5.1 : Estimation de l'émissivité relative d'une surface MCA formée par ablation laser en cônes de $20\mu\text{m} \times 20\mu\text{m}$

Surface non traitée		Surface MCA traitée au laser		Erreur sur flux (%)	ε_G Eq. (5.5)
densité de flux ϕ_{elec_Plaque} (W/cm ²)	température de surface T_{Plaque} (°K)	densité de flux ϕ_{elec_MCA} (W/cm ²)	température de surface T_{MCA} (°K)		
3.4	637	3.4	531	0.02	2.1
4.5	693.6	4.6	574	-2.54	2.1
6.2	765.3	5.8	615	6.09	2.4
8.1	835	7.9	671.3	3.59	2.4
9.9	893	9.7	717.5	1.79	2.4
11.9	956	12.1	766.2	-1.58	2.4
14.0	992.2	13.5	793.3	4.05	2.4
15.8	1040	15.2	818.6	4.01	2.6
18.3	1096	17.7	857.1	3.24	2.7
20.4	1136	20.0	889	1.94	2.7
22.3	1170.8	21.4	913.4	3.86	2.7
24.1	1203	23.5	942	2.26	2.7
25.6	1234.8	25.5	967.7	0.67	2.7
Emissivité moyenne, $\overline{\varepsilon_G}$					2.5

Enfin à la lumière de ce qui a précédé, il peut être conclu que pour une densité donnée, les structures MCA sont d'autant plus efficaces pour la dissipation thermique que le rapport Pmb est grand. En conclusion il peut être affirmé que les paramètres d'optimisation d'une structure MCA sont le diamètre de base et l'angle de conicité des cônes. Pour un diamètre de base donné (i.e. densité fixée), l'efficacité à la dissipation augmente avec la réduction de l'angle de conicité.

5.4. Conclusion

Les modèles TLM développés pour l'étude du rayonnement thermique à travers des radiateurs à cannelures ont été validés avec les résultats obtenus par la méthode FEM en utilisant FemLab® et ceux disponibles dans la littérature pour les régimes d'équilibre. Une excellente concordance a été trouvée entre les différents résultats et ceux obtenus par les modèles TLM. L'application du modèle TLM constitué d'un générateur de courant équivalent pour la modélisation du rayonnement thermique dans ces structures cannelées a permis de déduire les résultats suivants:

- Un désaccord considérable existe entre les résultats de l'analyse simplifiée basée sur l'hypothèse de surfaces isothermes et ceux obtenus numériquement par les modèles TLM. L'erreur induite par cette l'analyse simplifiée est d'autant plus grande que Ly/Hc et Hc/Wc sont grands et que ε est petit pour un Γ et une conductivité k donnés. La variation de l'erreur relative peut être illustrée en général par le schéma suivant :

$$Ly/Hc \nearrow \text{ et/ou } Hc/Wc \nearrow \text{ et/ou } \varepsilon \searrow \text{ et/ou } \Gamma \searrow \text{ et/ou } k \searrow \Rightarrow \varepsilon_G \nearrow.$$

- Une classification des radiateurs courts et ceux longs a été effectuée sur la base du rapport Ly/Hc . Les radiateurs courts sont caractérisés par une dissipation importante de l'énergie calorifique à travers les ouvertures latérales pendant que cette dissipation est négligeable dans les radiateurs longs. Les premiers peuvent être classés dans l'intervalle $Ly/Hc < 10$ et les seconds dans l'intervalle $Ly/Hc > 20$ et ce quelque soient Pmb , ε et k . Dans la zone intermédiaire, on peut classer les radiateurs courts pour des $Pmb > 11$ et $\varepsilon < 0.3$ et les radiateurs longs pour $Pmb < 11$ et $\varepsilon > 0.3$. La dissipation

supplémentaire produite par les cannelures est beaucoup plus importante dans les radiateurs courts que ceux long. A titre d'exemple, une émissivité relative supérieure à 10 a été obtenue avec un radiateur court ($Ly/Hc=1$) en aluminium poli pendant que la valeur maximale réalisée par le même radiateur infiniment long ($Ly/Hc=1000$) n'était que de l'ordre de 3.6.

- Il a été mis en évidence l'inefficacité des cannelures rectangulaires pour des panneaux radiants très long ayant des émissivités de surface avoisinant celles des corps noirs. Aussi, il a été vérifié qu'une émissivité apparente égale à l'émissivité d'un corps noir n'est jamais atteinte dans les radiateurs à cannelures rectangulaires infiniment longs

- Pour un Hc/Wc donné, l'émissivité relative ε_G augmente avec l'augmentation de la conductivité thermique du matériau k et diminue avec la diminution de Ly/Hc et de l'émissivité de surface ε .

$$\text{i.e. } Ly/Hc \searrow \text{ et/ou } \varepsilon \searrow \text{ et/ou } k \nearrow \Rightarrow \varepsilon_G \nearrow.$$

- La valeur de α_{asp} correspondant à une émissivité relative optimale diminue avec la conductivité du matériau k et augmente avec l'augmentation de Ly/Hc et ε .

$$\text{i.e. } Ly/Hc \nearrow \text{ et/ou } \varepsilon \nearrow \text{ et/ou } k \searrow \Rightarrow \alpha_{aspOpt} \searrow. \text{ où } \varepsilon_{GOp} = \varepsilon_G \left(\alpha_{aspOpt} \right)$$

- Une amélioration notable des radiateurs rectangulaires infiniment longs en aluminium poli a été réalisée en réduisant l'épaisseur des cannelures. Un gain de 43% a été réalisé en réduisant Γ de 1 à 0.1 pour un $Pmb = 11$. Cependant, le gain réalisé par des radiateurs peu conductibles avec une émissivité de surface de 0.4 était comparativement faible. En général, plus la conductivité thermique est grande et l'émissivité de surface est petite plus le gain est important en diminuant l'épaisseur des ailettes.

$$\text{i.e. } \Gamma \searrow \text{ et/ou } \varepsilon \searrow \text{ et/ou } k \nearrow \Rightarrow \varepsilon_G \nearrow.$$

- L'augmentation de la densité des cannelures n'a aucune influence notable sur les résultats d'un radiateur en aluminium pour des valeurs de Pmb pratiques (i.e. <25). Ainsi les paramètres optimaux obtenus à l'échelle macroscopique restent valables à l'échelle microscopique. Cependant la divergence est plus accentuée avec le changement d'échelle pour un radiateur à très faible conductivité thermique. Pour un même Pmb , l'émissivité relative augmente avec l'augmentation de la densité.
- Les structures MCA traitées au laser bénéficient d'un double effet relatif à l'augmentation de leur efficacité. Le premier consiste en la formation de micro-cônes pouvant être simulés numériquement sur la base d'une émissivité de surface constante et le deuxième consiste en la formation de micro-cavités en faveur d'une augmentation de l'émissivité interstice très difficile à déterminer par simulation numérique.
- Pour une densité de cônes donnée, l'efficacité à la dissipation des structures MCA augmente avec la réduction de l'angle de conicité.

Dans le chapitre suivant, nous nous intéressons au développement d'un modèle TLM pour simuler le transport de l'énergie calorifique par le fluide caloporteur entre le radiateur classique traité dans ce paragraphe et les microcanaux.

Chapitre VI

Modélisation de l'équation de l'énergie pour un fluide incompressible

Dans le chapitre précédent nous nous sommes concentré sur le développement d'un modèle TLM pour l'estimation du flux thermique par rayonnement électromagnétique à travers des panneaux radiants constitués de cannelures macroscopiques aussi bien qu'à travers des plaques radiantes dont l'émissivité a été améliorée par des micro cannelures, des micro colonnes ou micro-cônes. Ces modèles sont destinés pour l'analyse du transfert de la chaleur par rayonnement dans le vide à travers le radiateur représenté par la figure 2.2. La quantité de la chaleur transmise par le fluide caloporteur au radiateur peut être caractérisée par une densité de flux appliquée au substrat de ce dernier. La quantité de chaleur à faire dissiper par ce radiateur doit être égale à celle dégagée par l'objet (ou les objets en cas d'un éventuel branchement en parallèle avec différents microcanaux) à refroidir (CI, etc.) afin d'assurer l'équilibre énergétique de l'ensemble du système de refroidissement. Dans ce chapitre, par contre, nous nous intéressons à l'étude du transport de la quantité de chaleur, dégagée par l'objet à refroidir, par le fluide caloporteur. Ce transport calorifique est régi par l'équation d'énergie pour un fluide incompressible. Nous nous limitons dans cette étude au développement d'une méthodologie pour la résolution de l'équation de l'énergie pour un fluide incompressible en 1D. Cette méthodologie est développée par analogie à l'équation de la diffusion de la chaleur en 1D. Le terme additionnel de la variation de l'enthalpie du fluide est traité par l'incorporation d'une nouvelle ligne de transmission composée d'une diode électrique. La ligne diode est introduite par analogie à la ligne *stub* utilisée couramment par la TLM pour modéliser des énergies locales dues particulièrement aux variations locales des propriétés thermodynamiques et/ou au maillage du milieu. Pour ce faire, nous décrivons succinctement la méthodologie TLM utilisée pour résoudre l'équation de la diffusion en 1D pour ensuite décrire l'analogie qui existe entre cette dernière et l'équation de l'énergie pour un fluide incompressible.

6.1. Modélisation de l'équation de la chaleur en 1D.

La diffusion monodimensionnelle de la chaleur dans un milieu solide avec sources thermique internes est régie par l'équation (6.1) déduite à partir de l'équation (3.30). Le terme de gauche représente l'emmagasinement de la chaleur par unité de volume pendant un temps élémentaire $\Delta t \rightarrow 0$ dû au flux conductif traversant les surfaces frontières du volume élémentaire et la quantité de chaleur générée au sein du volume élémentaire (par réactions chimiques et/ou par effet de joule par exemple) durant le même temps Δt .

$$\rho \, cp \frac{\partial T}{\partial t} = k_s \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \Phi_v \quad (6.1)$$

ρ , cp , k_s et Φ_v représentent respectivement la masse volumique, la chaleur massique, la conductivité thermique du matériau solide et la puissance générée par unité de volume due à la source thermique.

La méthode TLM standard utilisée pour résoudre l'équation (6.1) est généralisée pour un milieu 3D à la § 3.6. La discrétisation monodimensionnelle de cette équation en N nœuds est représentée sur la figure 6.1 et le potentiel nodal du point (i) peut être estimé par l'équation (6.2) suivante déduite à partir de l'équation (3.31), comme suit :

$$T(i) = \left[\frac{T_1^i(i)}{R_x + Z} + \frac{T_2^i(i)}{R_x + Z} + \frac{T_S^i(i)}{R_S + Z_S} + \frac{\Phi_p(i)}{2} \right] \frac{2}{Y} \quad \text{pour } i = 1..N \quad (6.2)$$

avec :

$$Y = \frac{2}{R_x + Z} + \frac{1}{R_S + Z_S}$$

$$\Phi_p = \Phi_v \Delta x S_x$$

$$R_x = \frac{0.5 \, dx}{S_x \, k_s}$$

$$C = \rho c_p S_x dx$$

$$Z = \frac{\Delta t}{C} \quad \text{et} \quad Z_s = \frac{\Delta t}{C_s}$$

où C_s est la capacitance modélisée par la ligne *stub* qui dépend des données spécifiques du problème.

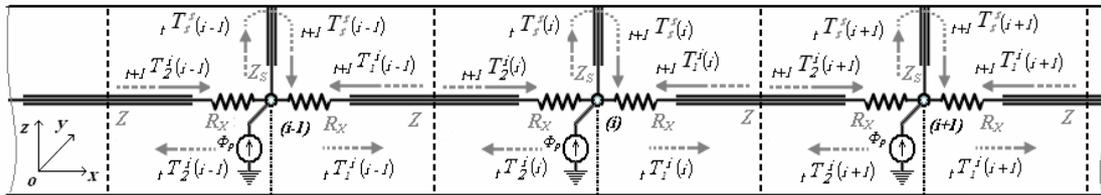


Fig. 6.1 : Discrétisation d'un milieu physique en 1D par la Méthode TLM standard

Dans cette discrétisation les points nodaux $i=1..N$ représentent les volumes élémentaires $\delta\mathcal{V} = \Delta x S_x$ où S_x est la section normale à la direction du flux thermique le long de l'axe \overline{ox} et les indices 1, 2 et S réfèrent, respectivement, aux impulsions dans la ligne de transmission de droite, la ligne de transmission de gauche et la ligne *stub* (Cf. Fig. A.5)

Les impulsions incidentes dans l'équation (6.2) sont déduites à partir des Eqs. (3.35) et réduite aux Eqs. (6.3) suivantes:

$$\begin{aligned} {}_{i+1}T_S^i(i) &= {}_i T_S^S(i) & \text{avec } i &= 1..N \\ {}_{i+1}T_2^i(i) &= {}_i T_1^S(i-1) & \text{avec } i &= 2..N \\ {}_{i+1}T_1^i(i) &= {}_i T_2^S(i+1) & \text{avec } i &= 1..N-1 \end{aligned} \quad (6.3)$$

Les impulsions réfléchies, dans les équations précédentes, sont estimées à partir des équations (3.32) comme suit:

$$\begin{aligned}
{}_tT_1^S(i) &= \left(\frac{Z}{R_x + Z} \right) {}_tT(i) + \left(\frac{R_x - Z}{R_x + Z} \right) {}_tT_1^i(i) \\
{}_tT_2^S(i) &= \left(\frac{Z}{R_x + Z} \right) {}_tT(i) + \left(\frac{R_x - Z}{R_x + Z} \right) {}_tT_2^i(i) \\
{}_tT_S^S(i) &= {}_tT(i) - {}_tT_S^i(i)
\end{aligned} \tag{6.4}$$

La solution approximative de l'équation (6.1) est obtenue par la résolution successive des équations (6.2) à (6.4).

6.2. Modélisation de l'énergie locale par une ligne « diode »

Une ligne *stub* est destinée pour modéliser un excès d'énergie locale provoquée par la variation locale des propriétés thermo physiques et/ou la densité du maillage. Une ligne *stub* {Cf. Fig. 6.2.(a)} est caractérisée par une résistance $R_s = 0$ et une impédance caractéristique Z_s avec une condition de flux nul telle que décrite au §.3.5.4.

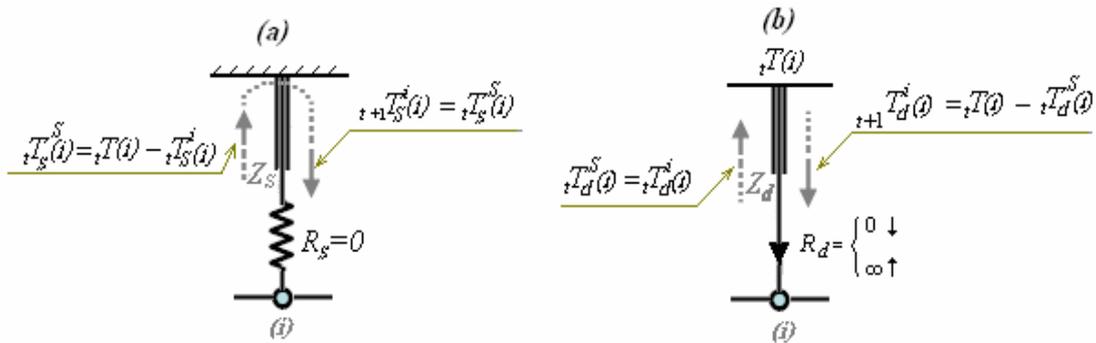


Fig. 6.2 : Représentation graphique a) d'une ligne stub et b) d'une ligne diode.

La ligne représentée par la figure 6.2 (b), caractérisée par une impédance $Z_d = Z_s/2$ avec $C_d = 2C_s$ et une diode, est une ligne équivalente à la ligne *stub* pourvue que :

- la condition de flux nul dans la ligne stub est remplacée par une condition de potentiel imposé à l'autre bout de la ligne et ayant une intensité égale au potentiel nodal du point (i) au temps t (i.e. $T_c = {}_tT(i)$).

- la résistance R_s est remplacée par une diode idéale qui laisse passer les impulsions incidentes et empêche les impulsions réfléchies. En d'autres termes R_d prend la valeur zéro pour le calcul de l'impulsion incidente sur (i) au temps $t+1$. Ainsi, en remplaçant V_c par ${}_tT(i)$ dans l'équation (3.21), on obtient : ${}_{t+1}T_d^i(i) = {}_tT(i) - {}_tT_d^S(i)$
- les impulsions réfléchies par le nœud (i) au temps t en direction de la ligne diode sont calculées par l'équation (3.32) en prenant la limite avec $R_b \equiv R_d \rightarrow \infty$. On obtient alors: ${}_tT_d^S(i) = {}_tT_d^i(i)$ qui après substitution dans l'équation précédente donne:

$${}_{t+1}T_d^i(i) = {}_tT(i) - {}_tT_d^i(i) \quad (6.5)$$

L'équation (6.5) est la même que celle prédite par une ligne *stub* à l'itération $(t+\Delta t)$ et peut donc être utilisée pour modéliser un excès d'énergie. Cette ligne diode constitue une meilleure représentativité pour la modélisation de la variation de l'enthalpie dans un fluide en mouvement et y sera utilisée dans le paragraphe suivant pour la modélisation de l'équation de l'énergie. En termes d'interprétation physique et même d'intuition, la diode est incorporée pour représenter aussi bien la variation de l'enthalpie que la direction de l'écoulement fluide.

6.3. Modélisation de l'équation d'énergie pour un fluide incompressibles en 1D

On considère un fluide incompressible et isotherme dans le plan normal à l'écoulement se produisant avec une vitesse moyenne \bar{u} modérée dans le canal rectangulaire de la figure 6.3. L'équation d'énergie en 1D peut être réduite à, [76]:

$$\rho_f c p_f \left(\frac{\partial T}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial T}{\partial y} \right) = k_f \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \Phi_v \quad (6.6)$$

où ρ_f , $c p_f$, k_f représentent respectivement la masse volumique, la chaleur massique, la conductivité thermique du fluide et Φ_v désigne une puissance thermique générée dans le volume $HcWc\Delta y$ due à des sources thermiques quelle que soit leur origine.

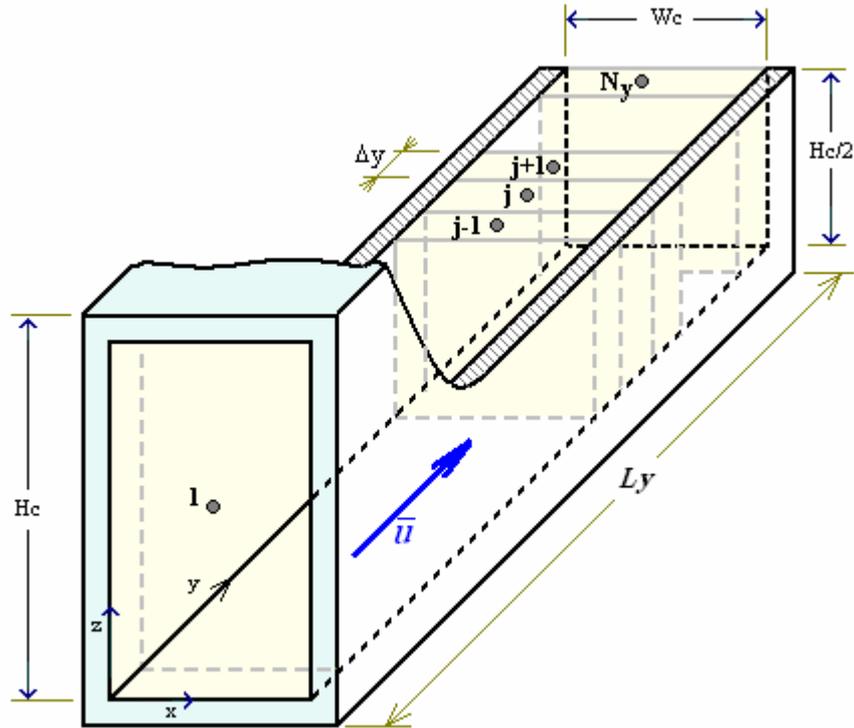


Fig. 6.3 : Discrétisation en 1D d'un écoulement dans un canal rectangulaire.

L'équation (6.6) se distingue de l'équation (6.1) par le terme additionnel $\rho_f c_p \bar{u} \partial T / \partial y$ qui représente la convection de l'enthalpie le long de l'écoulement. L'approximation de cette équation par des différences finie fournit un meilleur éclairage et une vision nuancée afin de modéliser ce terme par la technique TLM. En effet, lorsque l'équation (6.6) est appliquée pour décrire le transfert de la chaleur le long du canal à parois adiabatiques de la figure 6.3 dû à la génération des sources chaleur internes Φ_v , elle peut être approchée par l'équation aux différences finies suivante:

$$\frac{C_f}{\Delta t} [{}_{t+1}T(j) - {}_tT(j)] + \frac{C_h}{\Delta t} [{}_tT(j) - {}_tT(j-1)] = \frac{1}{2R_f} [{}_tT(j-1) - {}_tT(j)] + \frac{1}{2R_f} [{}_tT(j+1) - {}_tT(j)] + \Phi_p(j) \quad (6.7)$$

Les termes R_f , C_f , C_h et Φ_v dans l'équation (6.7) sont définis comme suit:

$$R_f = \frac{0.5 \Delta y}{S_x k_f},$$

$$C_f = \rho_f c p_f S_x \Delta y,$$

$$C_h = \frac{C_f \bar{u} \Delta t}{\Delta y},$$

$$\Phi_p = \Phi_v S_x \Delta y \text{ et}$$

$$S_x = HcWc.$$

En termes d'analogie électrique le terme représentant l'enthalpie dans l'équation (6.7) peut être visualisé comme étant un flux de courant dû la variation du potentiel de la capacitance C_h de la valeur $T(j-1)$ à $T(j)$ durant le pas temporel Δt . Il peut cependant être interprété comme étant une contribution à l'augmentation d'énergie locale du nœud j et peut ainsi être modélisé par une ligne de transmission caractérisée par une diode selon la description faite au § 6.2 ci haut. D'autre part, à l'exception des écoulements à très faible nombre de Reynolds et les écoulement des métaux liquides, la conduction axiale dans le fluide peut être négligée et ainsi l'équation (6.7) sera réduite à:

$$\frac{C_f}{\Delta t} [{}_{t+\Delta t}T(j) - {}_tT(j)] + \frac{C_h}{\Delta t} [{}_tT(j) - {}_tT(j-1)] = \Phi_p(j) \quad (6.8)$$

La représentation nodale de l'équation (6.8) par la méthode TLM avec l'incorporation d'une diode est illustrée graphiquement dans la figure 6.4 pour les nœuds $j=1..N_y$ discrétisant le milieu fluide dans le canal où T_{fe} est la température de la masse fluide à l'entrée du canal. En négligeant le transfert thermique par conduction selon l'axe oy , le potentiel T au nœud (j) sera alors estimé par l'équation (6.2) en remplaçant Z_s par Z_h comme suit :

$$T(j) = \left[\frac{2T_1^i(j) + 2T_2^i(j)}{Z} + \frac{2T_d^i(j)}{Z_h} + \Phi_p(j) \right] \cdot \frac{1}{Y} \quad (6.9-a)$$

où Y, Z, Z_h sont définis comme suit:

$$Y = \frac{2}{Z} + \frac{1}{Z_h} \quad (6.9-b)$$

$$Z = \frac{\Delta t}{C_f} \quad (6.9-c)$$

$$Z_h(j) = \frac{\Delta t}{C_h}, \quad j = 2..N \quad (6.9-d)$$

$$Z_h(1) = \frac{\Delta t}{2C_h} \quad (6.9-e)$$

En éliminant les résistances conductives et posant $R_d \rightarrow \infty$, les impulsions réfléchies sont déduites des Eqs. (3.32) comme suit :

$$\begin{aligned} {}_1^S T(j) &= T(j) - T_1^i(j) \quad \text{pour } j = 1..Ny \\ T_2^S(j) &= T(j) - T_2^i(j) \quad \text{pour } j = 1..Ny \\ T_d^S(j) &= T_d^i(j) \quad \text{pour } j = 1..Ny \end{aligned} \quad (6.10)$$

Les impulsions de droite et gauche à l'itération $t + \Delta t$ sont calculées par les Eqs. (3.35) comme suit:

$${}_{t+1}T_1^i(j) = {}_tT_2^S(j+1) \quad \text{et} \quad {}_{t+1}T_1^i(Ny) = {}_tT_1^S(Ny) \quad \text{pour } j = 1..Ny-1 \quad (6.11)$$

$${}_{t+1}T_2^i(j) = {}_tT_1^S(j-1) \quad \text{et} \quad {}_{t+1}T_2^i(1) = {}_tT_2^S(1) \quad \text{pour } j = 2..Ny$$

Les impulsions incidentes sur les nœuds ($j=1..Ny$) en provenance de la ligne diode sont évaluées par l'équation (3.21) en remplaçant V_c par ${}_tT(j-1)$, comme suit :

$${}_{t+1}T_d^i(1) = T_{fe} - {}_tT_d^S(1) \quad \text{et} \quad T_d^i(j) = {}_{t+1}T(j-1) - {}_tT_d^S(j) \quad \text{pour } j = 2..Ny \quad (6.12)$$

Finalement l'approximation de l'équation (6.1), par la méthodologie décrite ci haut, consiste à résoudre successivement les équations (6.9), (6.10), (6.11) et (6.12).

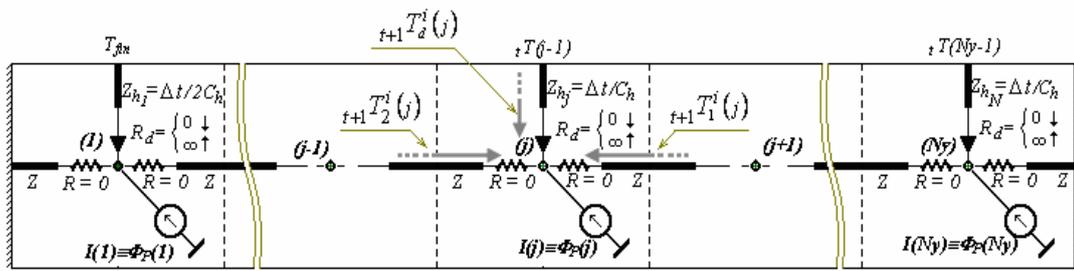


Fig. 6.4 : Discrétisation en 1D d'un écoulement soumis à des sources thermique dans un canal rectangulaire par la méthode TLM avec incorporation d'une ligne diode.

6.4. Validation de la méthode TLM-diode

Afin de vérifier la validité et la précision du modèle «diode» développé dans ce chapitre, ce dernier est utilisé pour l'estimation de la distribution de la température transitoire dans un écoulement fluide s'effectuant dans le canal de la figure 6.3 avec l'injection d'une source de chaleur de 1.2 W au nœud 5 situé à une distance $y = 1.125 \text{ mm}$ du bout du canal (voir programme *TLM1d_NormDiode* à l'annexe B).

Tableau 6.1 : Paramètres de simulation de l'écoulement dans le canal de la Fig. 6.3

Hauteur du canal, H_c (μm)	365
Largeur du canal, W_c (μm)	57
Longueur du canal, L_y (cm)	1
Conductivité thermique du fluide, k_f ($\text{Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$)	0.603
Chaleur massique du fluide, cp_f ($\text{J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$)	4183
Masse volumique du fluide, ρ_f (kg m^{-3})	997.89
Vitesse moyenne de l'écoulement, \bar{u} (ms^{-1})	6.0008
Viscosité cinématique, ν (m^2s^{-1})	$9.40 \cdot 10^{-7}$
Nombre de Prandtl ¹⁴ , Pr	6.5
Température initiale du fluide, T_0 ($^{\circ}\text{C}$)	23
Température d'entrée du fluide, T_{fe} ($^{\circ}\text{C}$)	23
Nombre de Reynolds, $Re_{D_{hy}}$	630

¹⁴ Le nombre de Prandtl représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement ν (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique α_k .

Le fluide sélectionné pour la simulation est de l'eau avec les propriétés thermodynamiques évaluées à une température de 23°C . Le milieu fluide est discrétisé par $N_y=40$ points nodaux de volumes élémentaires $H_c W_c \Delta y$ et la simulation est réalisée avec les paramètres donnés dans le tableau 6.1.

Une comparaison des résultats obtenus par le modèle « *diode* » avec ceux obtenus par la technique FDM standard en utilisant la méthode « *donor-cell* » [112] montre une excellente concordance dans la figure 6.5. L'erreur relative maximale entre les deux méthodes est de l'ordre de 0.026%, sans négliger l'effet de la conduction axiale dans la méthode FDM.

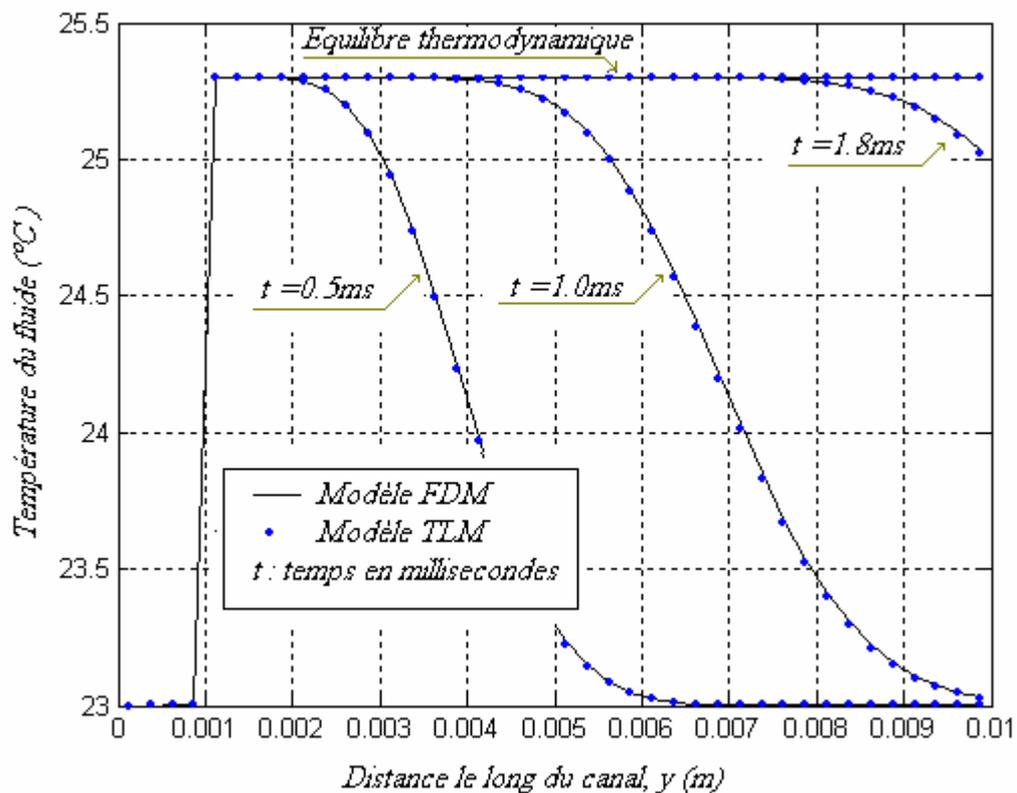


Fig. 6.5 : Distribution de la température dans le temps et l'espace de la masse fluide de l'écoulement de l'eau dans le canal de la figure 6.3 sous l'effet d'une source thermique de 1.2W injectée à $y=1.2125\text{mm}$ (selon les paramètres de simulation au tableau 6.1).

Afin d'analyser l'impact d'avoir négligé la conduction axiale dans le fluide sur les résultats TLM, plusieurs simulations ont été effectuées en variant la vitesse moyenne du fluide avec une contrainte thermique de $1.1536 \cdot 10^{+5} \bar{u} \text{ W/cm}^3$ injectée au nœud 5

($y=1.2125 \text{ mm}$). La variation de la contrainte thermique a été étudiée afin d'éviter des régimes diphasiques en limitant la température maximale de la masse fluide à moins de 30°C . Les résultats ont été enregistrés pour les périodes transitoires $t = 0.5Ly/\bar{u}$ en variant graduellement la vitesse moyenne de la masse fluide de $\bar{u} = 0.2 \text{ m/s}$ à $\bar{u} = 0.001 \text{ m/s}$ avec les autres paramètres maintenus constants. L'erreur relative maximale entre les résultats TLM et les résultats FDM est tracée en fonction du rapport $2R_f/Z_h$ dans la figure 6.6. Ce rapport n'est autre que le nombre de Péclet¹⁵ exprimé en fonction de la longueur caractéristique Δy . Il sert dans ce contexte à limiter la validité de l'hypothèse émise, ci haut, en négligeant la conduction axiale.

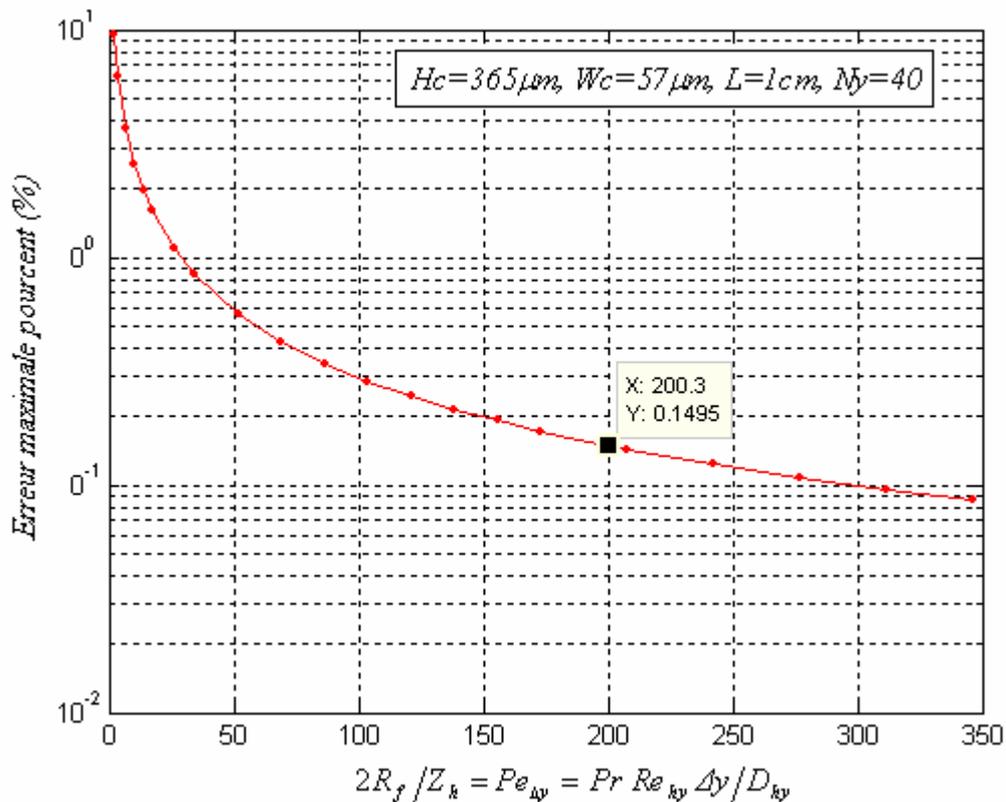


Fig. 6.6 : Erreur relative Maximale sur la température de masse fluide entre les prédictions TLM et FDM en fonction de $2Z_h/R_f$.

¹⁵ Le nombre de Péclet est un nombre sans dimension comparant, dans un système donné, l'importance du transfert de chaleur par convection forcée et par conduction thermique. Il est équivalent au produit du nombre de Reynolds et du nombre de Prandtl.

Le graphe de la figure 6.6 montre que l'erreur maximale (située toujours au point d'injection de la source thermique) entre les résultats TLM et ceux obtenus par la méthode FDM avec la conduction axiale non négligée est inférieure à 0.15% pour des nombre de Péclet supérieurs à 200 ce qui correspond à nombre de Reynolds $Re_{D_{hy}}$ inférieur à 12 ($Pe_{D_{hy}} = Pr Re_{D_{hy}} \Delta y / D_{hy}$).

Des designs optimaux dans la littérature des radiateurs à microcanaux ont révélé que la valeur minimale du nombre de Reynolds utilisé est de loin supérieure à la valeur de 12. En conclusion, la méthode TLM décrite ci haut peut être appliquée pour l'estimation des transferts de la chaleur dans les microcanaux pourvu qu'elle soit associée avec des nombres de Reynolds modérés. Une valeur minimale du nombre de Reynolds de l'ordre de 50 est largement suffisante pour négliger catégoriquement la conduction axiale dans tous les cas de figures.

Dans le chapitre VII suivant, nous nous intéressons au développement d'un modèle TLM complet pour modéliser le transfert thermique dans la partie microcanaux illustrée sur la figure 2.2. Dans ce modèle le transport de la chaleur par le fluide caloporteur en écoulement dans des microcanaux sera modélisé par la technique décrite ci haut (Cf. Fig. 6.4). La source thermique dans l'équation (6.9) sera utilisée pour simuler le transfert de la chaleur par convection à travers les parois solides des microcanaux. Les différentes autres conditions aux limites seront simulées par les différents modèles développés au chapitre IV.

Chapitre VII

Modélisation en 3D des microcanaux

7.1. Introduction

Comme déjà introduit au chapitre II, les échangeurs à microcanaux constituent une méthode innovante pour le transfert de grandes puissances thermiques issues de petites surfaces vers un fluide caloporteur. L'échangeur est couramment fabriqué dans un matériau à haute conductivité thermique comme l'aluminium, le cuivre ou le silicium dans lequel sont creusés des canaux. Ces canaux sont réalisés par micro-usinage et autres techniques complexes de micro fabrication tel que l'ablation laser, le plasma, l'épithaxie, la gravure chimique, l'érosion, le dépôt de vapeur, etc. Ils ont des dimensions de passage qui varient de 1mm à $10\mu\text{m}$ dans lesquels circule un fluide chargé d'évacuer la puissance absorbée vers un radiateur tel que indiqué par le schéma de principe sur la figure 2.2. Ces échangeurs combinent à la fois une énorme surface d'échange par rapport à leurs dimensions générales (rapport surface/volume important), un très grand coefficient d'échange convectif, un faible encombrement, une faible masse et enfin un faible besoin en débit de quelques cm^3/s à $1\text{dm}^3/\text{s}$ en général. Toutes ses caractéristiques attrayantes rendent ces structures tout à fait adaptées pour être intégrées facilement et refroidir efficacement les processeurs, les lasers, les gros électro-aimants, etc.

Les microstructures peuvent être intégrées de différentes manières, à savoir dans un bloc à part ou directement gravées sur les composants à refroidir comme illustré sur les figures 7.1 et 7.2, ci-dessous.

Dans la conception en monobloc les microcanaux sont gravés directement sur le silicium du core permettant ainsi:

- d'augmenter les performances en éliminant l'interface thermique
- de positionner les points chauds le plus près possible des canaux permettant ainsi une réduction accrue de la résistance conductive.

Cependant cette technique nécessite un processus technologique spécifique qui pour la rentabilisation demande des séries de fabrication assez importantes.

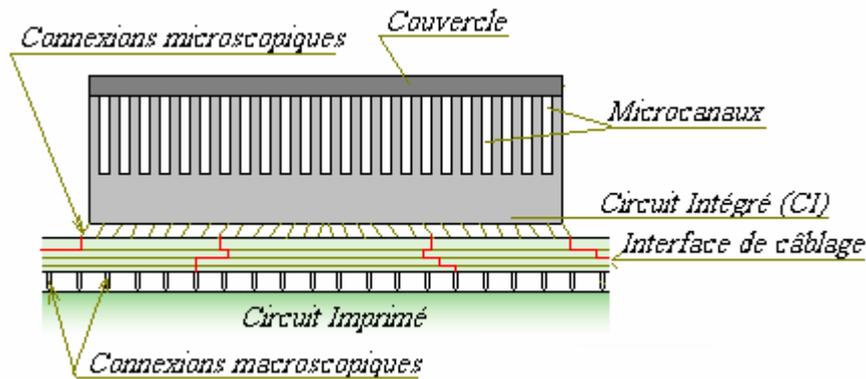


Fig. 7.1 : La réalisation d'un MCHS en monobloc. Microcanaux et CI directement gravés sur le même substrat

La réalisation en un bloc séparé du core permet :

- d'éviter le contact avec le fluide (réactions chimiques possibles si aucune précaution n'est prise).
- de changer le bloc si cela est nécessaire

Par contre, cette conception nécessite l'utilisation d'une interface thermique (pâte thermique, ou autre) pour combler l'espace entre les 2 dispositifs (core et MCHS) d'où une perte énorme de performances.

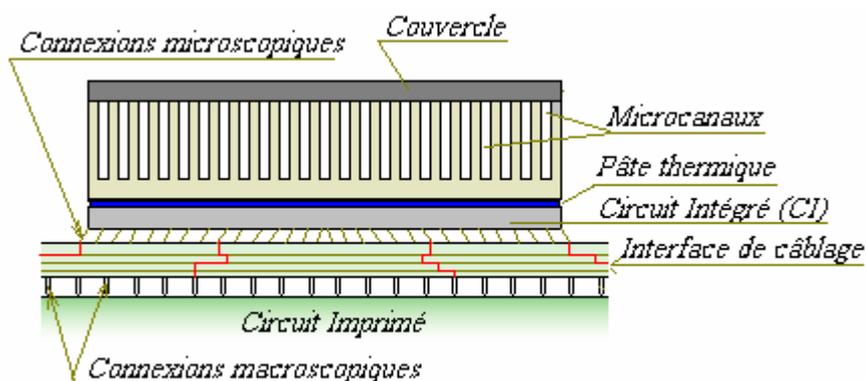


Fig. 7.2 : La réalisation d'un MCHS en blocs séparés. Microcanaux et CI gravés sur des substrats différents

Le développement de la microélectronique de nos jours reste, cependant, intimement liée aux procédés de refroidissement qui se doivent de plus en plus performants et maîtrisables du point de vue conceptuel, afin de ne pas entraver la progression exponentielle de la miniaturisation prévue pour les prochaines années à venir. De ce fait, une connaissance précise de la distribution de la température dans les dispositifs (MCHS et MEMS) dans le temps et l'espace est plus que souhaitable. Une solution exacte des équations différentielles de la conduction de la chaleur en 3-D couplées avec des conditions complexes aux limites spatio-temporelles (convection, flux variable dans le temps et l'espace etc.) n'existe pas mais les méthodes numériques peuvent être exploitées et optimisées.

La méthode des différences finies (FDM) et la méthode des éléments finis (FEM) ont été largement utilisées, par divers chercheurs pour étudier la distribution de la température en régimes permanents dans ces micro-radiateurs. Cependant, l'étude des régimes transitoires et/ou cycliques des contraintes thermiques exige une prise en charge sérieuse dans l'avenir afin de pouvoir exploiter ces dispositifs avec le maximum de rentabilité. Les méthodes numériques classiques implicites nécessitent des mémoires de stockages excessivement grandes et sont souvent inadéquates pour les régimes transitoires. Par contre, les méthodes explicites telles que les différences finies doivent satisfaire certaines conditions de stabilité et de consistances qui les rendent très lentes et par conséquent des outils informatiques plus performants sont exigés. La TLM, connue pour sa stabilité inconditionnelle, peut être une alternative incontournable pour remédier à cette contrainte. A nos jours cette méthode qui pourtant est très connue dans le domaine de l'électromagnétisme, n'a été appliquée que pour résoudre un cas très simple d'un micro échangeur à microcanaux idéaux avec des conditions aux limites modélisées par un court circuit et des contraintes thermiques uniformes [73].

Dans ce travail nous avons concentré notre effort pour développer des routines TLM capables de couvrir l'analyse thermique des microcanaux soumis à diverses conditions réelles aux limites spatio-temporelles. Le fluide caloporteur dans les canaux est modélisé en utilisant la ligne de transmission composée d'une diode telle que décrite dans le chapitre VI précédent en se basant sur les propriétés moyennes de l'écoulement fluide. Les conditions aux limites spécifiques sont simulées par les

modèles développés au chapitre IV. La distribution de la température dans le milieu solide du radiateur est estimée par la méthode TLM *link-line* en 3D (Cf. § 3.6). Les résultats du modèle TLM ainsi conçu seront comparés à ceux obtenus par la méthode FDM standard basées sur les mêmes hypothèses pour le régime transitoire. Pour le régime permanent les résultats TLM seront validés en plus avec ceux disponibles dans la littérature. Les performances de la technique TLM seront mise en relief et discutées.

7.2. Discrétisation du MCHS par la TLM

La vue schématique du MCHS considéré ci-dessous est montrée sur la figure 2.6 au chapitre II. Nous considérons un grand nombre de canaux et une densité de flux thermique uniformément répartie au niveau de la base du MCHS. Ainsi, l'effet des bouts peut être négligé et le domaine d'étude est réduit à celui représenté par la figure 7.3 ci-après.

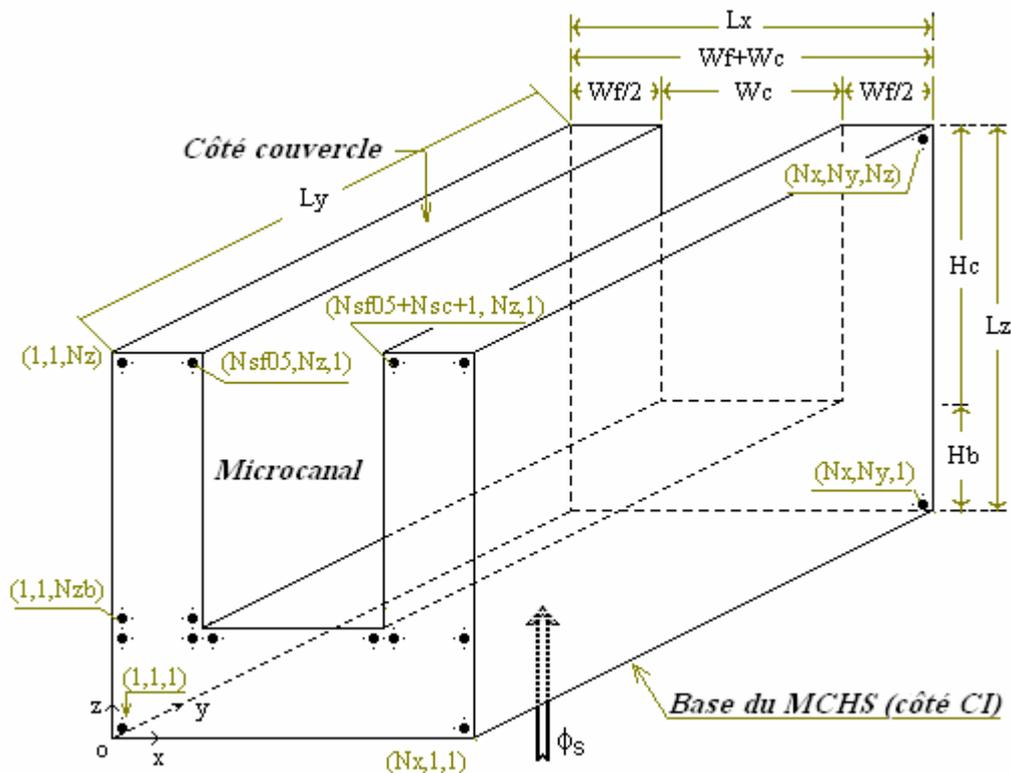


Fig. 7.3 : Domaine discrétisé d'un micro canal

Le couvercle a une conductivité thermique très faible et par conséquent le flux thermique entre le couvercle et son environnement est négligé. Du fait de la symétrie

un flux nul est imposé aux surfaces frontières du côté gauche et du côté droit. La quantité de chaleur dissipée directement vers l'atmosphère est négligée en comparaison à celle absorbée par le fluide caloporteur en écoulement forcé dans les canaux.

7.2.1. Discrétisation du milieu solide

Le transfert de chaleur dans le milieu solide du MCHS est modélisé en 3D selon la méthode TLM *link-line* décrite au chapitre III avec les frontières adiabatiques simulées par un circuit ouvert (O/C) et le flux de surface est modélisé par l'équation (4.7).

Le domaine restreint représenté dans la figure.7.3 est discrétisé en utilisant un maillage uniforme et un pas temporel constant. Les nœuds appartenant à l'interface solide/fluide sont connectés par une résistance $R_h = 1/(S_n h_c)$ aux nœuds correspondants du domaine fluide représenté par la température moyenne de la masse fluide $T_f(y,t)$.

L'évaluation du coefficient h_c de transfert convectif est plutôt problématique puisqu'il existe une grande disparité dans les résultats entre diverses recherches effectuées pour la corrélation de ce paramètre (voir § 1.2). En vérité, le coefficient de transfert convectif dans le cas de la présente étude est une fonction du temps et de l'espace $h_c = h_c(x, y, z, t)$. Cependant, pour la validation du modèle TLM considérée plus bas, ce coefficient est déduit à partir de nombres de Nusselt jugés acceptables.

La discrétisation du milieu solide proposée dans ce paragraphe est celle illustrée sur la figure 7.4 où les impulsions incidentes sur les noeuds frontières solides, en provenance de ceux correspondants de la masse fluide, sont modélisées par l'équation (4.1).

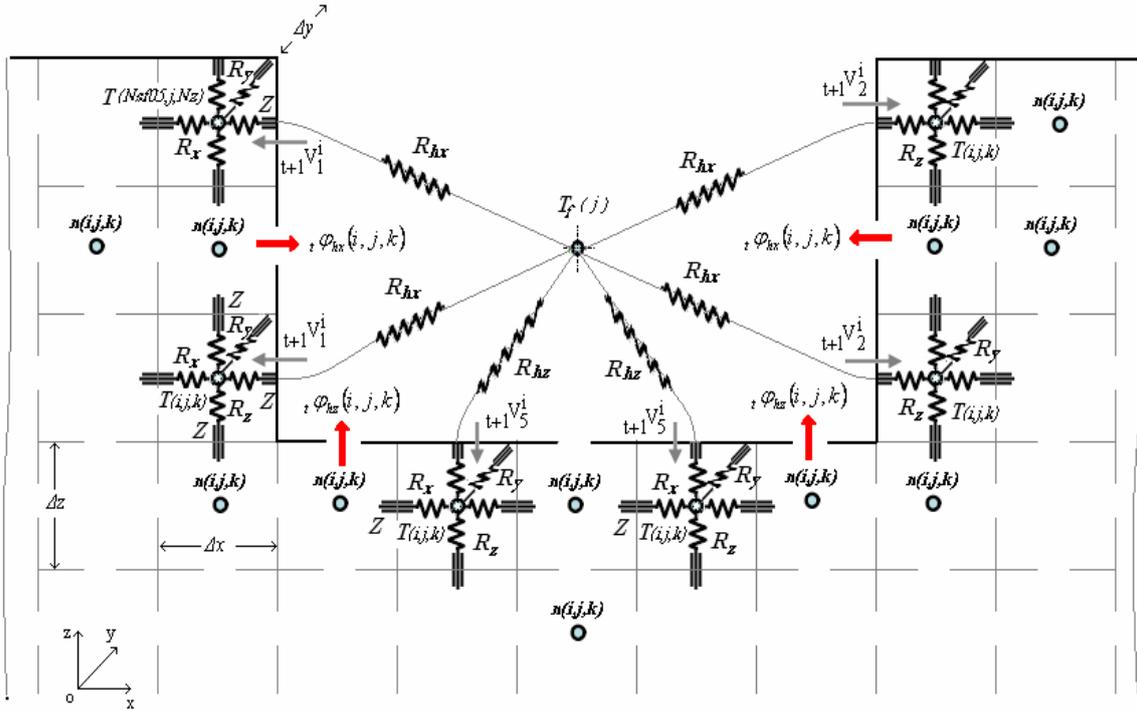


Fig. 7.4 : Discrétisation en TLM link-line 3D du milieu solide du MCHS et du milieu fluide en 1D

7.2.2. Discrétisation du milieu fluide

Le domaine fluide est discrétisé en N_y nœuds de volume élémentaire $\Delta\mathcal{V} = Hc Wc \Delta y$ isotherme. La température du fluide est évaluée par l'équation (6.9) dans laquelle le terme $\Phi_p(j)$ représentant les sources thermiques est utilisé pour modéliser la somme des flux convectifs élémentaires entre les nœuds du milieu solide (à l'interface fluide/solide) et le nœud du milieu fluide correspondant à la distance $y(j)$ et au temps t , selon l'équation(7.1) suivante:

$$\Phi_n(j) = \sum_{k=kb+1}^{Nz} {}_t\varphi_{hx}(i_L, j, k) + \sum_{k=kb+1}^{Nz} {}_t\varphi_{hx}(i_R, j, k) + \sum_{i=i_L+1}^{i_R-1} {}_t\varphi_{hz}(i, j, k_b) \quad (7.1)$$

avec

$$k_b = N_{zb},$$

$$i_L = N_{sf05},$$

$$i_R = N_{sf05} + N_{sc} + 1, \quad (\text{Cf. Fig. 7.3})$$

$$S_x = \Delta z \Delta y \text{ et}$$

$$S_z = \Delta x \Delta y.$$

où ${}_t\varphi_{hx}(i, j, k)$ est le flux convectif élémentaire normal à la section S_x à l'interface solide/fluide du point nodal $n(i, j, k)$ au temps t et ${}_t\varphi_{hz}(i, j, k)$ le flux convectif élémentaire normal à la section S_z à l'interface solide/fluide du point nodal $n(i, j, k)$ au temps t .

Les flux convectifs élémentaires ${}_t\varphi_{hx}(i, j, k)$ et ${}_t\varphi_{hz}(i, j, k)$ dans l'équation (7.1) peuvent être évalués par l'une des méthodes décrite en chapitre IV. Dans cette simulation, la méthode du potentiel d'interface décrite au § 4.1.1 est utilisée. Le flux convectif nécessaire pour l'estimation du potentiel fluide à l'itération $(t + \Delta t/2) + \Delta t$ est estimé par l'équation (4.2) en fonction du potentiel fluide à l'itération précédente $t + \Delta t/2$. Il est à faire remarquer que le potentiel fluide est estimé avec un déphasage en avance de $\Delta t/2$ tout le long de ces simulations. Le potentiel du milieu solide est estimé aux intervalles $0, \Delta t, 2\Delta t, 3\Delta t$ etc., par contre celui du fluide est estimé aux intervalles $\Delta t/2, 3\Delta t/2, 5\Delta t/2, 7\Delta t/2$ etc. La distribution initiale du potentiel fluide à $t = \Delta t/2$ peut être prise égale à celle au temps $t=0$, i.e. $Tf(y, \Delta t/2) \approx Tf(y, 0)$. On aura ainsi (Cf. figure A4 pour sens adopté des les impulsions):

- au niveau du mur de gauche

$${}_{t+\Delta t/2}\varphi_{hx}(i, j, k) = \frac{{}_{t+1}T_1^i(i, j, k) + {}_tV_1^S(i, j, k) - {}_{t+\Delta t/2}T_f(j)}{R_{hx}} \quad (7.2.a)$$

- au niveau du mur de droite

$${}_{t+\Delta t/2}\varphi_{hx}(i, j, k) = \frac{{}_{t+1}T_2^i(i, j, k) + {}_tV_2^S(i, j, k) - {}_{t+\Delta t/2}T_f(j)}{R_{hx}} \quad (7.2.b)$$

- au niveau des lits des canaux:

$${}_{t+\Delta t/2}\varphi_{hz}(i, j, k) = \frac{{}_{t+1}T_5^i(i, j, k) + {}_tV_5^S(i, j, k) - {}_{t+\Delta t/2}T_f(j)}{R_{hz}} \quad (7.2.c)$$

où $R_{hx} = 1/(h_c S_x)$ est la résistance convective à l'interface solide/fluide dans la direction ox et $R_{hz} = 1/(h_c R_z)$ la résistance convective à l'interface solide/fluide dans la direction oz .

Pour des conditions initiales données, l'algorithme simplifié du modèle numérique décrit ci haut consiste, grosso modo à:

- i) évaluer le potentiel nodal du milieu solide par l'Eq. (3.31). Le générateur de courant $\Phi p(n)$ est utilisé pour simuler la charge thermique à la base du MCHS en utilisant le modèle donné par Eq. (4.8). Le pas temporel est évalué par l'Eq. (3.34.a) avec $\alpha_D = 3$. Les résistances des points nodaux sont estimées par les Eqs. (3.33). Les conditions des limites adiabatiques sont modélisées par un circuit ouvert Eq. (3.19). Les impulsions incidentes sur les nœuds convectifs sont évaluées par l'Eq. (4.1).
- ii) le potentiel nodal du milieu fluide est actualisé à chaque pas temporel par l'Eq. (6.9) dans laquelle le générateur de courant est évalué, comme décrit plus haut, par l'Eq. (7.1) associée avec les Eqs. (7.2a) à (7.2c).

Le cycle (i-ii) est répété jusqu'à ce que les résultats au temps désiré sont atteints. Ce modèle est développé sous un environnement MatLab par la fonction *Tlm3dPnDiode1dStub_Nc* listée en détail dans l'annexe B.

7.3. Etude comparative TLM / FDM

L'échangeur à microcanaux (MCHS) considéré dans cette étude comparative est identique au modèle *ref. 41F9* examiné expérimentalement par Tuckerman [7]. Le coefficient d'échange convectif h_c est déduit à partir d'un nombre de Nusselt égale à 6 tel que recommandé par Tuckerman et Pease [1] et les propriétés thermo physiques

du milieu solide et celui fluide sont supposées constantes et sont évaluées à une température ambiante égale à la température du fluide de refroidissement à l'entrée des microcanaux. Enfin, le détail des paramètres géométriques et thermiques utilisés pour ces simulations sont récapitulés dans le tableau 7.1 ci-après.

Tableau 7.1 : Dimensions et propriétés thermiques du radiateur à microcanaux utilisé pour la validation du modèle TLM.

Dimensions du radiateur	
Longueur des canaux, L_y (cm)	1
Largeur du substrat du CI, W_x (cm)	1
Épaisseur de la base du radiateur, H_b (μm)	156
Hauteur des canaux, H_c (μm)	302
Largeur des canaux, W_c (μm)	50
Épaisseur des ailettes, W_f (μm)	50
Matériau: Silicium	
Conductivité thermique, k ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	148
Chaleur spécifique, cp ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	705
Masse volumique, ρ (kg m^{-3})	2330
température initiale, T_0 ($^{\circ}\text{C}$)	23
Liquide caloporteur: Eau	
Conductivité thermique, k_f ($\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$)	0.621
Chaleur spécifique, cp_f ($\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$)	4180
Masse volumique, ρ_f (kg m^{-3})	994.32
Viscosité cinématique, ν ($\text{m}^2 \text{s}^{-1}$)	$7.418 \cdot 10^{-7}$
Débit total, Q_{fT} ($\text{cm}^3 \text{s}^{-1}$)	8.6s
Température d'entrée, T_{fe} ($^{\circ}\text{C}$)	23
Paramètres thermiques	
Température de référence, T_{ref} ($^{\circ}\text{C}$)	34
Nombre de Nusselt, $Nu_{D_{hy}}$	6
Charge thermique, ϕ_s (W cm^{-2})	790
Valeurs déduites	
Nombre de canaux, N_c	≈ 100
Vitesse moyenne, \bar{u} (m s^{-1})	5.695
Nombre de Reynolds, $Re_{D_{hy}}$	659
Coefficient d'échange, h_c ($\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$)	43 103
Rapport caractéristique, α_{asp}	6.04

7.3.1. Estimation des erreurs

Afin de pouvoir comparer les résultats déduits par le modèle TLM décrit plus haut, un programme modélisant le problème en FDM a été développé basé sur les mêmes hypothèses. Le listing de ce programme «*Fdm3dFdm1d_Exp*» est donné en annexe B. Différentes simulations ont été effectuées en augmentant graduellement le nombre de points nodaux discrétisant le MCHS jusqu'à ce que les variations observées pour les résultats obtenus par la méthode FDM devenaient insignifiants (moins de 0.15 °C). Ces résultats ont été obtenus avec $N_x=12$, $N_y=50$, $N_z=47$, $N_f=3$, $N_s=16$ et un pas temporel Δt maximum autorisé par le critère de stabilité (i.e. $t=1.32 \cdot 10^{-7} s$). En adoptant cette discrétisation spatiale pour le modèle FDM et celui TLM les résultats illustrés sur la figure 7.5 ont été obtenus avec un pas temporel utilisé par la méthode TLM égal à 10 fois la valeur minimale de la constante du temps RC du matériau solide i.e. $t = 10RC_{\min}$. L'évolution temporelle de la température maximale de surface au niveau de la base du MCHS ($z=0$) a été obtenue par la méthode FDM et la méthode TLM en exécutant les deux programmes cités ci haut. Les résultats de cette simulation sont synthétisés dans la figure 7.5 (a) où une concordance acceptable est constatée entre les deux méthodes. L'écart maximum est observé au début du régime transitoire avec une erreur relative aux alentours de 1.72% pendant que l'erreur relative entre les deux méthodes est inférieure à 0.0006% pour le régime permanent. La représentation en échelle logarithmique sur la figure 7.5 (b) montre mieux l'écart qui existe au début du régime transitoire dont le maximum a été évalué à 1.72% au temps $t \approx 130 \mu s$. La distribution de la température au niveau de la base du MCHS, pour le régime d'équilibre, évaluée par les deux méthodes est donnée dans la figure 7.6. Ces valeurs, enregistrées pour les points nodaux (i,j,l) , montrent bien l'écart insignifiant qui existe entre les deux techniques lorsque le régime permanent est atteint. Par ailleurs, nous constatons que le temps d'exécution de la routine TLM est plus de 10 fois plus petit que celui de la routine FDM ; fait incontestable qui constitue l'avantage principal de la méthode TLM.

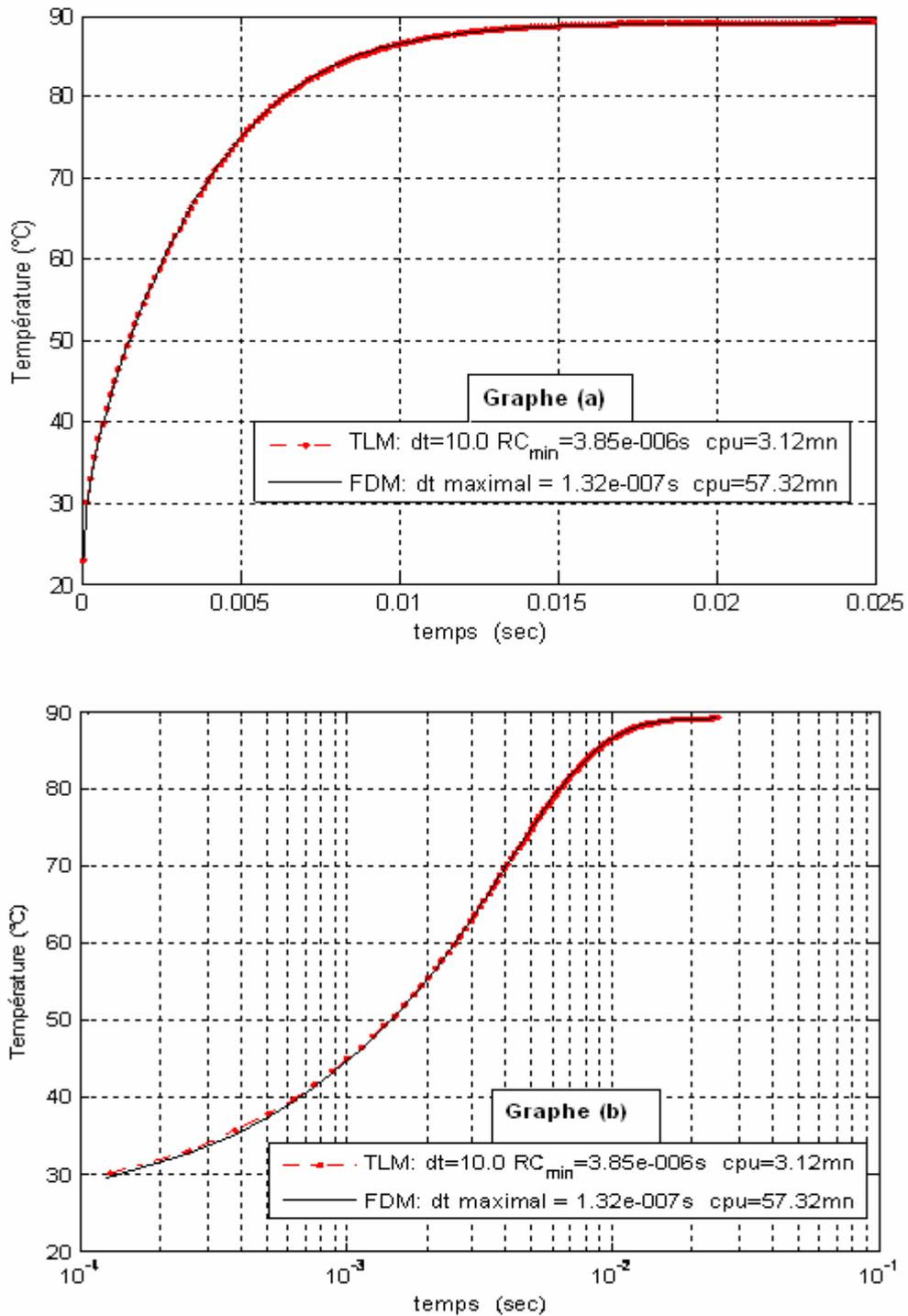


Fig. 7.5 : Evolution de la température maximale de surface avec le temps pour le MCHS de la figure 7.3 avec les données du tableau 7.1 et $[N_x=12, N_y=50, N_z=47, N_f=3, N_s=16]$. (a) vue échelle normale (b) échelle logarithmique.

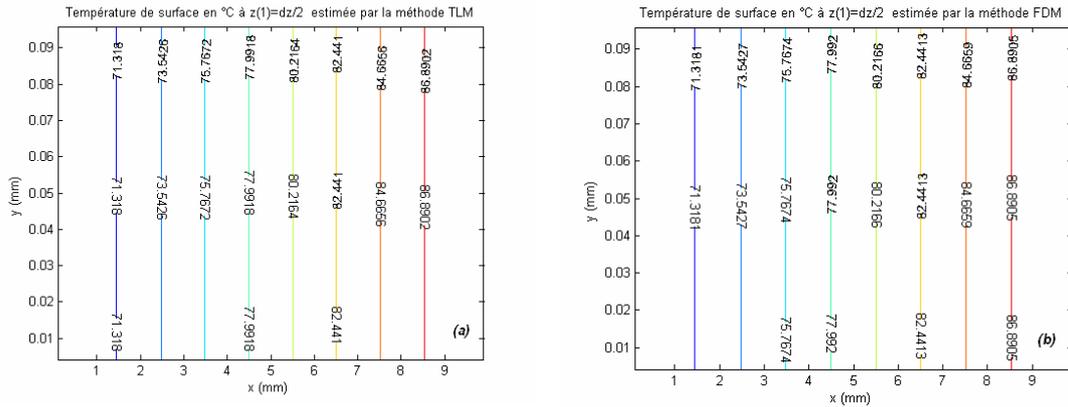


Fig. 7.6 : Distribution de la température au niveau du premier nœud $z=\Delta z/2$ pour le MCHS de la Fig.7.3 avec les données du tableau 7.1 et $[N_x=12, N_y=50, N_z=47, N_f=3, N_s=16]$. a) estimation TLM b) estimation FDM.

En effet, l'importante caractéristique du modèle TLM est sa grande stabilité en comparaison à la technique FDM. Pendant que la méthode FDM est limitée par le critère de stabilité exigeant ainsi en un temps CPU relativement élevé, le pas temporel Δt dans la méthode TLM peut être augmenté beaucoup plus. Quoique l'augmentation du pas temporel est effectuée au détriment de la précision, néanmoins, cette souplesse a été d'une grande utilité lors des premières simulations qui ont permis l'ajustement final des points nodaux à adopter.

Par exemple, le passage d'un Δt de 10 à 15 fois RC_{min} a fait passer l'erreur relative maximale de 1.72% à 4.08% pendant que le temps d'exécution a été 15 fois plus petit que celui de la méthode FDM soit une réduction supplémentaire assez consistante pour une augmentation supplémentaire de l'erreur maximale d'environ de 2%. Une plus grande augmentation du pas temporel à $\Delta t=25RC_{min}$ a permis un temps d'exécution 25 fois plus petit, par contre, l'erreur relative maximale est passée de 1.72% à 11.41% avec l'apparition de fluctuations de faibles amplitudes pour le régime transitoire. Une augmentation plus importante de Δt a produit des fluctuations de grandes amplitudes pour le régime transitoire. Cependant, il est important de noter que le régime d'équilibre a toujours été obtenu avec une erreur relative inférieure à 0.001% tel qu'illustré par la figure 7.7. L'erreur maximale s'observait toujours au début du régime transitoire à environ $130\mu s$. Un amortissement notable des amplitudes des fluctuations est observé lorsqu'on s'éloigne de cette région transitoire caractérisée par un gradient de température important. Ces fluctuations disparaissent complètement

lorsqu'on s'approche de l'état d'équilibre. Ce phénomène peut être exploité pour la modélisation des régimes permanents, néanmoins, il serait indispensable d'étudier l'efficacité de la méthode, du point de vue erreur et temps d'exécution ; ce travail est réalisé plus loin en section § 7.3.3 du présent chapitre.

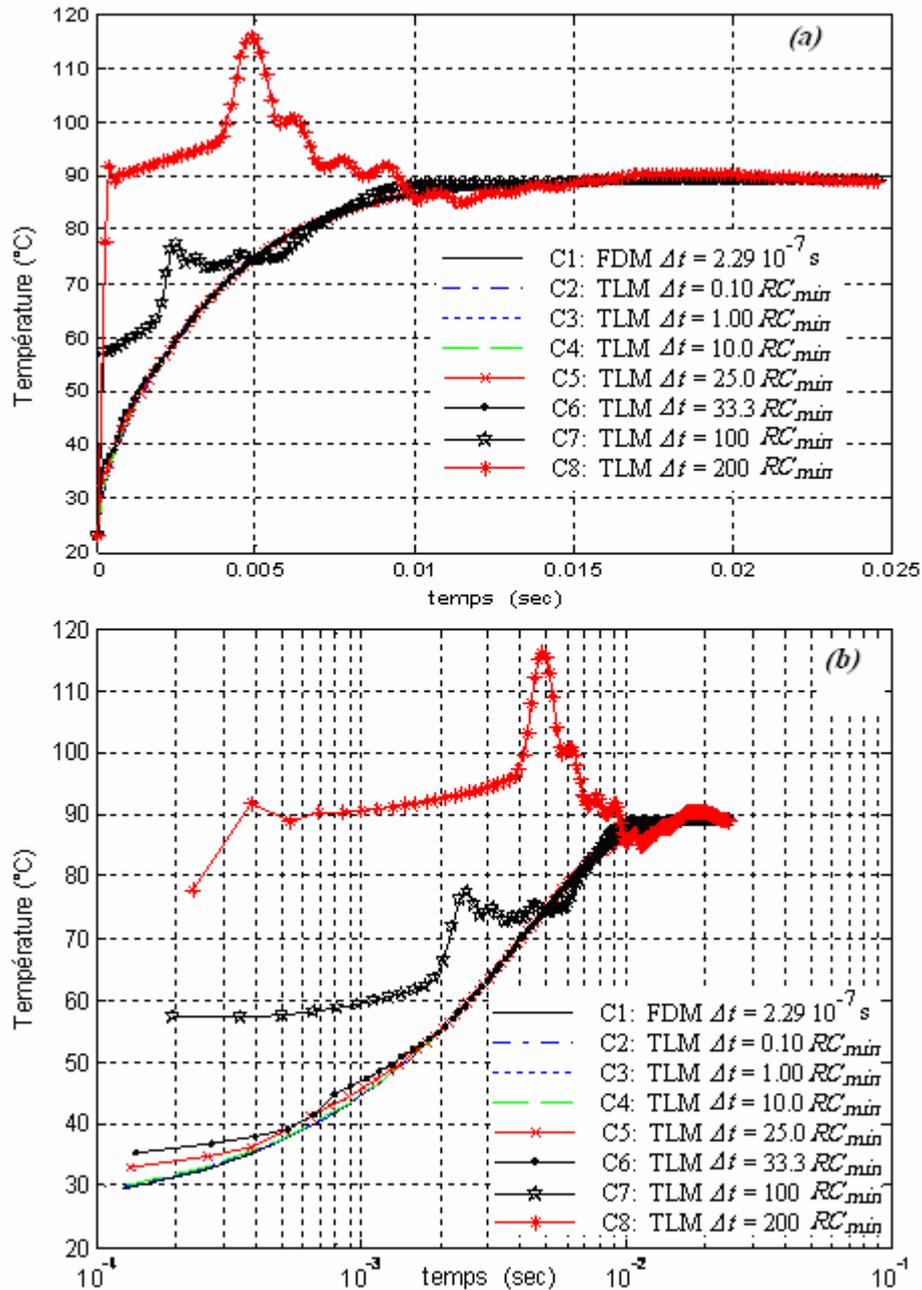


Fig. 7.7 : Effet du pas temporel sur l'évolution de la température maximale de surface avec le temps pour le MCHS de la Fig. 7.3 avec les données du tableau 7.1 et $[N_x=12, N_y=50, N_z=47, N_f=3, N_s=16]$. (a) vue échelle normale (b) échelle logarithmique.

C'est certainement ce phénomène de fluctuations au niveau du régime transitoire, associées avec un temps temporel relativement grand, qui a poussé certains chercheurs, dans le passé, l'utilisation d'un temps temporel variable dans certaines applications. La technique du temps variable a été utilisée pour la première fois en 1990 par Pulko et al. [70], elle a été améliorée en 1992 par Webb et Gui [71] pour inclure des milieux spatiaux non uniformément discrétisés et fût, finalement, étendue aux problèmes à 3D en 1996 par Russell et Webb [113].

En ce qui concerne l'application spécifique étudiée plus haut, le temps d'exécution de la routine TLM pourrait être amélioré énormément et ce en utilisant une progression automatique du pas temporel lorsque les résultats recherchés sont ceux du régime transitoire où éventuellement lorsque le problème à résoudre est sujet à des charges thermiques variables dans le temps. Cependant, l'estimation des régimes permanents peut être obtenue avec un temps d'exécution beaucoup plus court en exploitant le domaine du pas temporel caractérisé par des fluctuations modérées et ce sans avoir recours à une progression automatique du pas temporel. Les sections § 7.3.2 et § 7.3.3 suivantes sont destinées à donner une vision plus claire concernant le choix du pas temporel par la méthode TLM.

7.3.2. Estimation Erreur / temps d'exécution pour le régime transitoire

Afin de permettre d'établir un intervalle pratique pour le choix du pas temporel pour la méthode TLM. Des simulations, couvrant le domaine d'un pas temporel variant de $0.1RC_{min}$ à $600RC_{min}$, ont été effectuées. Comme précédemment l'erreur relative maximale entre la température de surface maximale estimée par les méthodes FDM et TLM a été enregistrée en fonction de la variation du pas temporel Δt de la méthode TLM. Les résultats sont synthétisés sur la figure 7.8 où l'erreur maximale est portée en ordonnée et le rapport entre le temps d'exécution de la méthode FDM et celui de la méthode TLM est porté en abscisse. A partir de ce graphe quatre intervalles peuvent être désignés en se basant sur la comparaison du temps d'exécution et de l'écart maximal entre les deux méthodes, à savoir:

- $\Delta t < RC_{min}$: Cet intervalle est caractérisé par un temps d'exécution très long, supérieur au temps minimal requis par la méthode FDM sans pour

autant avoir une amélioration du point de vue précision. Cet intervalle est en conséquence inefficace et serait à éviter.

- $\Delta t > 400RC_{\min}$: Cet intervalle a été distingué dans notre choix par l'apparition de fluctuations pour le régime permanent. Ces fluctuations ne s'atténuent pas avec la progression de la simulation et souvent conduisent à une instabilité pure et simple. Ce domaine serait certainement inutilisable pour le choix du pas temporel que se soit pour les régimes transitoires ou permanents.
- $25RC_{\min} < \Delta t < 400RC_{\min}$: Cet intervalle est caractérisé par des fluctuations avec un amortissement des amplitudes lorsque la simulation progresse vers le régime permanent. Toutes les courbes de variation température/temps enregistrées dans cette région sont du type C6, C7 et C8 telles que représentées par la figure 7.7. Ce domaine serait donc plus efficace à exploiter mais seulement avec un temps temporel automatique pour l'estimation des régimes transitoires. Il serait, cependant, possible d'utiliser cet intervalle avec un pas temporel fixe pour l'estimation des régimes permanents ; cette possibilité est étudiée dans la section suivante § 7.3.3 suivante.
- $RC_{\min} \leq \Delta t \leq 25RC_{\min}$: Cet intervalle est certainement le plus intéressant pour le problème de discrétisation spatio-temporelle uniforme considérée dans cette application. Sa limite inférieure correspond à un rapport égal à l'unité entre les temps d'exécution des deux méthodes (FDM & TLM) et celle supérieure coïncide avec l'apparition des premières fluctuations de très faibles amplitudes au cours du régime transitoire. Ce domaine est particulièrement distingué par un point optimal correspondant à $\Delta t = 5RC_{\min}$ où l'on constate que le temps d'exécution est 5 fois plus petit par rapport à celui correspondant à $\Delta t = RC_{\min}$ pour une augmentation d'erreur relativement faible de l'ordre de 0.1% (i.e. l'écart relatif passe de 0.78% à 0.88%, soit une différence de 0.1%). Il serait, néanmoins, judicieux de subdiviser cet intervalle en deux sous domaines. Le premier sous domaine compris dans l'intervalle $RC_{\min} < \Delta t < 10RC_{\min}$ peut servir

pour des simulations exigeant une précision acceptable avec une erreur relative inférieure à 2%. Dans ce dernier les valeurs comprises entre $RC_{\min} < \Delta t$ et $\Delta t < 5RC_{\min}$ seront réservées aux simulations avec une précision maximale. Le deuxième sous domaine compris dans l'intervalle $10RC_{\min} \leq \Delta t \leq 25RC_{\min}$ sera éventuellement réservé aux simulations préliminaires caractérisées par un temps d'exécution relativement faible et une erreur maximale tolérable ne dépassant pas le seuil des 11%.

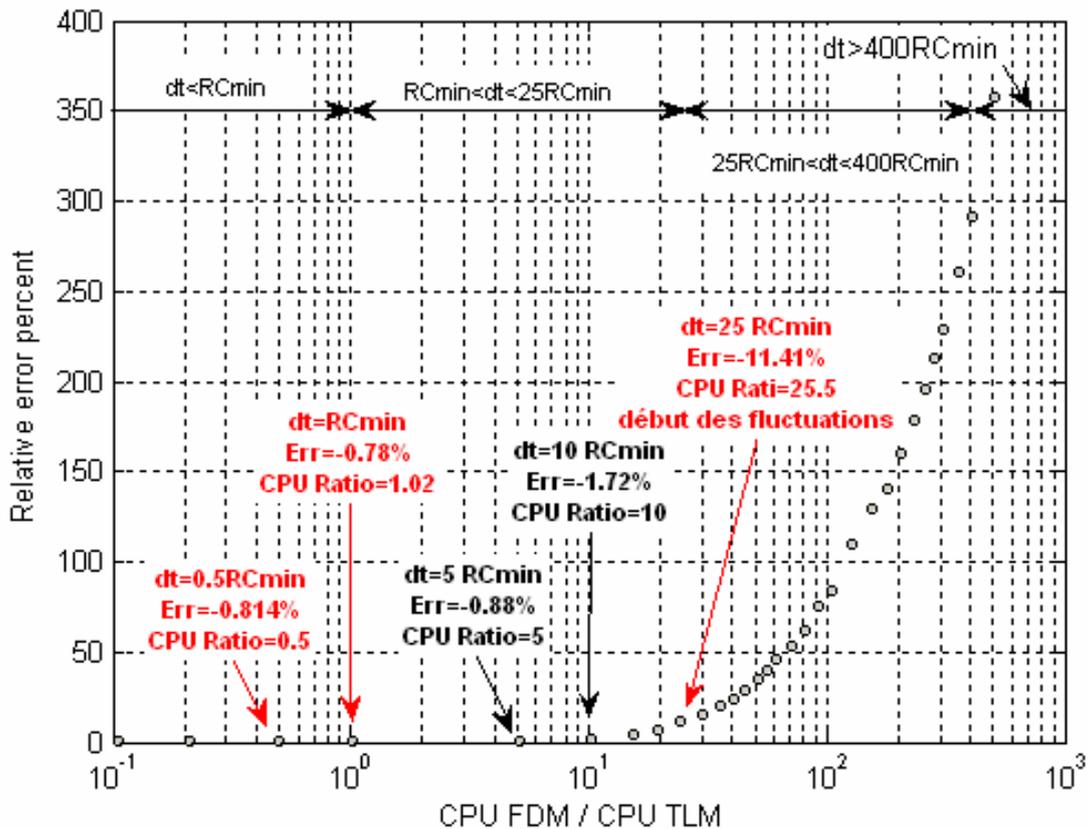


Fig. 7.8 : Estimation de l'erreur maximale sur la température transitoire de surface et les temps d'exécution entre les techniques FDM et TLM en fonction de la variation du pas temporel pour la technique TLM. Le MCHS simulé et celui de la Fig. 7.3 avec les données du tableau 7.1

7.3.3. Estimation Erreur / temps d'exécution pour le régime permanent

En étudiant précédemment les performances de la TLM pour l'estimation des régimes transitoires, il a été constaté que le régime permanent a été toujours obtenu avec une assez grande précision et ce pour pratiquement tous les intervalles temporels testés. Cet avantage a permis dans le passé une utilisation rationnelle de la TLM pour la modélisation des régimes permanents Gui et al. [114, 115].

L'efficacité de la TLM, en comparaison à la technique FDM, quant à la prédiction des régimes permanents est étudiée dans cette section. Une analyse comparative entre les résultats de la méthode FDM et ceux de la TLM est effectuée sur le même modèle étudié ci haut avec le même nombre de points nodaux. Comme précédemment, les paramètres constants des simulations sont ceux donnés au tableau 7.1. Les simulations sont effectuées avec le modèle FDM en adoptant la valeur optimale du pas temporel pendant que le modèle TLM est exécuté en variant le pas temporel de $0.8RC_{\min}$ à $400RC_{\min}$. Les résultats des ces simulations sont synthétisés dans les graphes de la figure 7.9, ci-dessous. Ces graphes mettent, sans aucune équivoque, en exergue la supériorité incontestable de la méthode TLM par rapport à la technique FDM. En effet, le temps d'exécution de la TLM est largement plus faible et ce pour des écarts relatifs entre les deux méthodes négligeables. On constate que pour des erreurs de l'ordre de 0.01% sur la température maximale de surface, de l'ordre de 0.015% sur la résistance du MCHS {Cf. Figs. 7.9 (a) & 7.9 (b)}, le temps d'exécution de la TLM peut être 125 fois plus petit que celui de la méthode FDM ; ce dernier point correspond à un pas temporel aux alentours de $160.RC_{\min}$. Ces simulations révèlent une parfaite stabilité pour la région correspondant à $\Delta t < 90RC_{\min}$ pendant que la région correspondant à $90RC_{\min} < \Delta t < 400RC_{\min}$ est caractérisée par des fluctuations du type sinusoïdal à l'approche du régime d'équilibre thermique tel qu'illustré par la figure 7.9 (c). Cependant, la méthode reste toujours stable et consistante du faite qu'elle converge toujours vers la solution. Ces fluctuations persistent et sont graduellement amorties au fur et à mesure que la simulation progresse. Ce phénomène, peut cependant, être à l'origine d'une augmentation du CPU lorsque une grande

précision est recherchée. A partir du point $\Delta t = 400RC_{\min}$ le modèle TLM perd complètement son étiquette de stabilité.

Finalement, on peut conclure que le modèle TLM proposé est très performant pour l'estimation des régimes permanents. Les résultats ont été obtenus avec une très grande précision et un temps d'exécution près de 100 fois plus petit que celui minimal exigé par la méthode FDM. La méthode perd sa vertu de stabilité inconditionnelle pour des pas temporels exagérément très grands en comparaison à ceux utilisés pour la FDM. Le point optimal peut être pris à $\Delta t_{opt} = 90RC_{\min}$ correspondant à un rapport des temps CPU d'environ 100 et appartenant à la région exempte de fluctuations à l'approche de l'état d'équilibre.

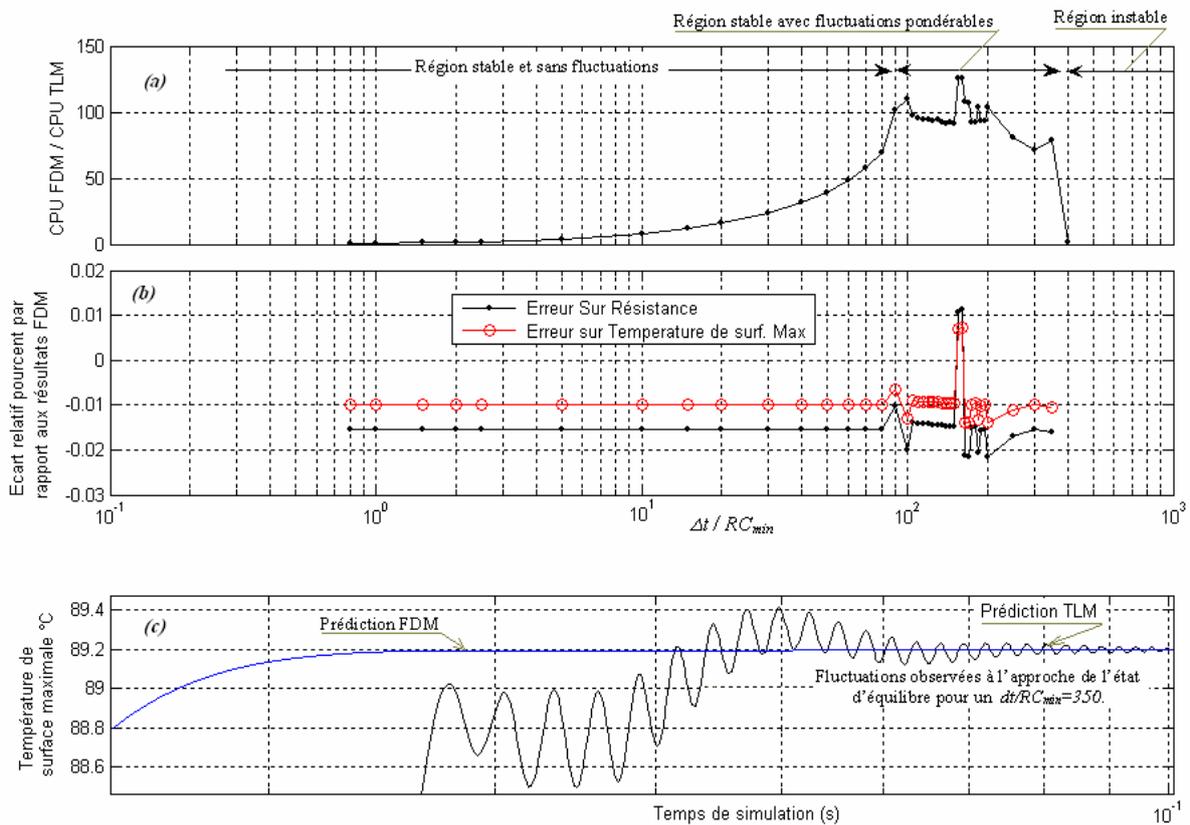


Fig. 7.9 : Effet de la variation du pas temporel de la TLM sur les résultats du régime permanent pour le MCHS de la Fig. 7.3 simulé avec les données du tableau 7.1. (a) variation du rapport des temps d'exécution avec le rapport $\Delta t/RC_{\min}$, (b) variation de l'erreur relative maximale avec le rapport $\Delta t/RC_{\min}$, (c) fluctuations sinusoïdales pondérées à l'approche de l'équilibre thermique.

Afin de s'assurer de la répétitivité des résultats plusieurs simulations ont été refaites en variant le nombre de Nusselt, la vitesse de l'écoulement et la conductivité du milieu solide. Ces dernières ont révélé que le point optimal Δt_{opt} diminue légèrement avec l'augmentation de Nu et \bar{u} , et augmente avec la conductivité du milieu solide. En d'autres termes, le temps d'exécution de la routine TLM est d'autant plus rapide que la résistance conductive du milieu solide est petite en comparaison à la résistance convective des surfaces frontières. Evidemment, des études plus poussées peuvent être effectuées pour caractériser le pas temporel de la technique TLM en fonction du nombre de Biot¹⁶ évalué avec une certaine longueur caractéristique qui reste à déterminer.

7.3.4. Conclusion

Pour le modèle étudié dans ce paragraphe, il a été constaté que :

A. L'estimation du régime transitoire par la technique TLM peut être obtenue avec un temps d'exécution 10 fois plus petit que celui requis par la technique FDM et ce pour un écart relatif maximum entre les deux techniques de l'ordre de 2% évalué sur la température maximale de surface. Trois régions distinctes ont été tracées à savoir :

- $\Delta t/RC_{min} < 1$: le temps d'exécution la méthode TLM est supérieure à celui de la méthode FDM
- $1 < \Delta t/RC_{min} < 10$: intervalle recommandé pour des simulations avec un écart entre FDM et TLM moins de 2% et un temps d'exécution relativement faible.
- $10 < RC_{min} < 25$: intervalle recommandable pour des simulations préliminaires avec des erreurs relatives maximales inférieures à 12% et un temps d'exécution de 10 à 25 fois plus petit en comparaison avec celui minimal exigé par la méthode FDM.

¹⁶ Le nombre de Biot est le rapport de la résistance thermique interne d'un corps (conduction), à sa résistance thermique de surface (convection+rayonnement), dans la direction de propagation de la chaleur.

- Le point optimal recommandable est celui correspondant à $\Delta t/RC_{\min} = 5$ où l'erreur maximale est inférieure à 0.9% et le temps CPU est 5 fois plus faible.

C. Pour l'estimation du régime permanent, la technique TLM a révélé une supériorité incontestable par rapport à la technique FDM, et ce, en analysant les paramètres erreur et temps d'exécution. En effet il a été observé que :

- La technique TLM était beaucoup plus rapide que la technique FDM ; le rapport entre les temps d'exécution était aux alentours de 100, et ce, pour des écarts relatifs inférieurs à 0.01% sur la température maximale de surface
- Le pas temporel optimal était évalué aux alentours de $90RC_{\min}$ pour les données spécifiques utilisées dans cette simulation. Le temps d'exécution de la routine TLM est d'autant plus rapide que la résistance conductive du milieu solide est petite en comparaison à la résistance convective des surface frontières. Il a aussi été vérifié que Δt_{op} augmente avec l'augmentation de la résistance calorique du fluide caloporteur.
- La valeur $\Delta t_{opt} = 90RC_{\min}$ peut être généralisée et ce quelques soient les paramètres de simulations.

7.4. Comparaisons des résultats TLM avec les résultats disponibles dans la littérature

A l'heure actuelle, des études approfondies pour inclure les régimes transitoires ne se sont pas encore fait sentir et l'étude des microcanaux a toujours été basée sur les régimes permanents avec le développement de plusieurs modèles approchés. La majorité des études étaient basées sur le développement de modèles pour l'estimation de la résistance thermique de l'ensemble du MCHS tel que décrit au chapitre II.

Dans cette partie, nous essayons de comparer les résultats obtenus par la méthode TLM à ceux obtenus expérimentalement par Tuckerman [7] aussi bien qu'à certains

modèles analytiques existants dans la littérature des microcanaux pour les régimes permanents.

7.4.1. Validation du Présent modèle TLM avec des résultats expérimentaux

La comparaison des résultats obtenus par le modèle TLM pour le régime permanent avec les données expérimentales obtenues par Tuckerman [7], pour son modèle référencé 81F9, est synthétisée dans le tableau 7.2.

Tableau 7.2 : Comparaison des résultats expérimentaux avec les résultats TLM

MCHS	Silicium/Eau en régime laminaire				
Ly, cm	1.0				
$Hb, \mu m$	156				
$Hc, \mu m$	302				
$Wc, \mu m$	50				
$Wf, \mu m$	50				
$\phi s, W cm^{-2}$	790				
$\bar{u}, m s^{-1}$	5.695				
α_{asp}	6.04				
$T_{fe}, ^\circ C$	23				
	Données expérimentales [7]	TLM			
		No.1	No.2	No.3	No.4
$\Delta P, atm$	2.109	-	-	-	-
$Q_{fT}, cm^3 s^{-1}$	8.6	-	-	-	-
Nc	≈ 100	-	-	-	-
Nu_{Dhy}	-	6	6	6.34	6.34
$T_{ref}, ^\circ C$	-	23	34	23	34
$\nu, m^2 10^{+7} s^{-1}$	-	9.394	7.418	9.394	7.418
$k, W m^{-1} K^{-1}$		148.00 à $\approx 31^\circ C$			
Résultats					
Re_{Dhy}	-	520	6.58.7	520	658.7
T_{sMax}		89.9347	89.1873	88.3831	87.6783
T_{fs}		46.1311	45.0719	44.9775	45.0724
$R_{hs}, cm^2 - K W^{-1}$	0.090	0.085	0.084	0.083	0.082
Erreur %	-	5.56%	6.67%	7.78%	8.89%

Les résultats dépendent énormément du nombre de Nusselt et de la température de référence choisie pour l'estimation de la conductivité thermique de l'eau. Cependant, des erreurs relatives moins de 9% ont été observées avec un choix raisonnable du nombre de Nusselt et de la température de référence T_{ref} utilisée pour l'estimation des propriétés thermo physiques du de l'eau. La plus grande erreur, d'environ 9%, a été obtenue par la simulation No.4 lorsque le nombre de Nusselt a été pris égal à 6.34 et les propriétés thermiques de l'eau évaluées à 34 °C valeur qui correspond à la température moyenne de l'eau entre l'admission et le refoulement. La valeur $Nu = 6.34$ a été évaluée à partir de la référence [82] pour un écoulement laminaire entièrement établi et trois côtés transférant de la chaleur à un rythme uniforme. Cependant, une erreur moins importante, de l'ordre de 6%, a été trouvée lorsque le nombre de Nusselt a été pris égal à 6 et les propriétés thermiques du liquide évaluées à la température de l'eau à l'admission.

Naturellement, une étude comparative réaliste dépend énormément des conditions expérimentales spécifiques et particulièrement de l'estimation de l'erreur expérimentale globale en fonctions de la fiabilité du procédé adopté et de la précision des instruments utilisés pour les mesures et la fabrication des modèles. En considérant une erreur de 4%, à titre exemple, sur la mesure du débit réduira l'erreur de 5.56% à 4.44% pour la première simulation évalué avec $Nu = 6$ et $T_{ref}=23$. Aussi, il est à noter qu'une erreur de l'ordre de 10% du côté design du modèle peut entraîner une réduction important de transfert, estimée aux environs de 25% par Shah et London [116]. Un cumul d'erreurs de ce type durant le procédé expérimental peut facilement dépasser les 10% particulièrement à l'époque de Tuckerman où des instruments de mesures utilisés dans le domaine de la micro-fluidique n'étaient pas aussi développés que ceux disponibles actuellement. A l'ère contemporaine, le domaine thermique de la microfluidique du point de vue expérimental et analytique est, cependant, loin d'être entièrement maîtrisé et le tout reste à développer avec le maximum de précision et ce en ayant recours à des laboratoires très appropriés. Entre autres, l'utilisation de matériels adéquats de visualisation se fait sentir de plus en plus afin de permettre de conclure si réellement les mêmes phénomènes observés à l'échelle macro se reproduisent à échelle microscopique. Le phénomène d'entrée, par exemple, peut influencer énormément sur le transfert de la chaleur. A l'entrée du canal, le régime non

entièrement établi est caractérisé par une couche limite d'épaisseur moins importante et par conséquent il est en faveur d'une plus faible résistance thermique. Si, au contraire, un décollement de la veine liquide est provoqué par une contraction brusque, la résistance thermique devient beaucoup plus importante et ainsi l'effet inverse peut se produire pour entacher les résultats expérimentaux d'erreurs non négligeables. Dans le même ordre d'idées et pour des situations modérées n'allant pas jusqu'à un décollement complet de la veine liquide, Rohsenow & al. [117] avaient reporté que les écoulements secondaires, susceptibles de se produire dans un canal, entraînent une réduction du nombre de Nusselt. Donc afin de pouvoir conclure sur l'ordre de grandeur des erreurs entre expérimentations et théories il serait indispensable de citer toutes les sources d'erreur pratiquement possible lors d'une expérimentation et évaluer l'erreur maximale en fonction des moyens expérimentaux mis en oeuvre pour la mesure et d'observation des phénomènes physiques de l'écoulement à l'échelle microscopique.

Par ailleurs, en ce qui concerne le calcul théorique effectué, il est à noter que les hypothèses simplificatrices posées tel que la considération, par exemple, des propriétés thermo physiques comme étant constantes, peuvent introduire des erreurs relativement non négligeables. A titre d'exemple, la simulation No.1 du tableau 7.2 dont les résultats ont été obtenus en évaluant la conductivité du silicium à une température d'environ 31°C a été refaite avec une conductivité thermique évaluée à 70°C . Une résistance thermique de $0.0884\text{ cm}^2 \cdot ^{\circ}\text{C}/\text{W}$ a été obtenue ce qui a réduit l'erreur relative de 5.56% à environ de 1.78%. En conclusion, l'hypothèse simplificatrice considérant les propriétés thermiques constantes a un effet considérable sur les résultats. Cette dernière hypothèse peut être aisément écartée par la méthode TLM où la prise en considération des variations des propriétés thermiques ne cause aucun problème.

L'analyse des résultats du tableau 7.2 révèle clairement l'influence du choix du nombre de Nusselt et de la température de référence pour l'estimation des propriétés thermiques sur les résultats. L'erreur induite par le choix de la température de référence pour l'estimation des propriétés thermiques peut être écartée en développant une routine appropriée tenant compte des variations thermo physiques en fonction de la température. Cependant, l'estimation du nombre de Nusselt reste sujette aux

développements futurs dans le domaine de la micro-fluidique en vue d'établir une corrélation plus universelle parmi les innombrables formulations existantes à l'heure actuelle.

Enfin, en considérant les différentes sources d'erreur discutées, ci haut, il peut être conclu que les résultats obtenus par la méthode TLM sont conditionnés par le coefficient du transfert convectif adopté et les propriétés thermo physiques des milieux solides et fluides. Néanmoins, un choix raisonnable de ces paramètres a permis de conclure l'existence d'une cohérence entre les résultats.

7.4.2. Validation du présent modèle TLM avec des modèles analytiques

Nous entamons dans cette section une étude comparative entre les résultats obtenus par le modèle TLM et ceux prédits avec les modèles analytiques disponibles dans la littérature des microcanaux.

7.4.2.1. Comparaison des résultats TLM avec les modèles de Tuckerman et de Samalam

Les résultats obtenus par la TLM au régime permanent sont comparés dans la figure 7.10 avec ceux obtenus par le modèle de Samalam décrit au § 2.6.1. Nous faisons remarquer que l'erreur est évaluée sur la résistance R_{vc} (et non sur R_{hs}) telle que définie ultérieurement par l'équation (8.1) en chapitre VIII. On constate que, pour un $\alpha_{asp} \ll 4$, l'erreur entre les deux méthodes est très grande ceci est justifié par l'hypothèse d'un α_{asp} très grand posée par Samalam. Cependant, pour un $4 \leq \alpha_{asp} \leq 8$ l'erreur relative entre les deux méthodes est inférieure à 9.1%.

Cette marge d'erreur est certainement due en grande partie au fait que la dissipation d'énergie à travers le fond du canal a été négligée dans le modèle de Samalam. Il est à noter que des erreurs plus importantes ont été enregistrées dans une étude comparative effectuée entre les résultats de Samalam et ceux obtenus par Weisberg et al. [30].

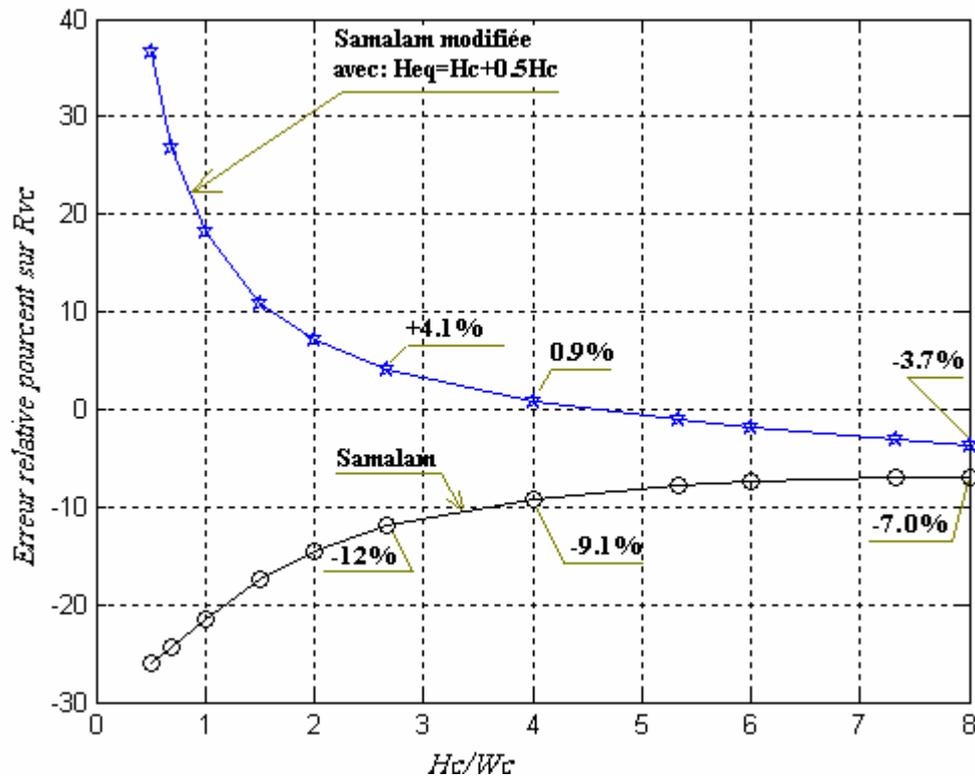


Fig. 7.10 : Comparaison des résultats obtenus par le modèle TLM avec ceux obtenus par le modèle théorique de Samalam [28]. L'erreur relative pourcent est évaluée sur la résistance R_{vc} .

En modifiant la méthode de Samalam et ce en utilisant une hauteur équivalente $H_{eq}=H_c+0.5W_c$ à la place de la hauteur réelle H_c , une amélioration notable est observée. Dans ce cas l'erreur maximale entre les deux prédictions est réduite à 3.7% dans l'intervalle $4 \leq \alpha_{asp} \leq 8$.

La comparaison des résultats de la TLM, avec ceux obtenus analytiquement par la méthode simplifiée de Tuckerman & Pease [1] et ceux obtenus par la méthode de Samalam [28], est synthétisée au tableau 7.3.

Tableau 7.3 : Comparaison avec prédictions analytiques de Tuckerman et Samalam

	Tuckerman et Pease [1].	Samalam [28].	TLM
données			
Matériau/Fluide	Silicium/Eau		
propriétés thermiques	Constantes	Constantes	Constantes
T_{ref} (°C)	23	23	23
ks (W/mK)	148		148
W_x (cm)	1	1	1
L_y (cm)	1	1	1
Q_{IT} (cm ³ /s)	11		
ΔP (kPa/psi)	207 / 30		
$Nu_{D_{hy}}$	6	6	6
W_f (μm)	57	57	57
W_c (μm)	57	57	57
H_c (μm)	365	365	365
N_c	≈88		
Résultats			
\bar{u} (m/s)	6.008	6.008	6.008
α_{asp}	6.4	6.4	6.4
$Re_{D_{hy}}$	640	640	640
Re_{w_c}	740	740	740
Pr	6.4	6.4	6.4
X_{eh}	0.18≈0.02	0.18≈0.02	0.18≈0.02
R_{vc} (cm ² -°C/W)	0.086	0.079	0.074
Erreur (%)	13.93	6.68	-

Les paramètres de la simulation ont été pris identiques à ceux adoptés par Tuckerman Et Pease [1]. Cette comparaison révèle des écarts assez importants ; de l'ordre de 14% entre les résultats TLM et ceux de Tuckerman et de l'ordre de 7% entre les résultats de la TLM et ceux de Samalam. Ces écarts importants peuvent être imputables aux différentes approximations effectuées lors des dites méthodes analytiques. Afin de mieux cerner l'écart type entre le présent modèle TLM, les résultats obtenus par ce dernier sont comparés plus loin à d'autres modèles analytiques plus récents.

7.4.2.2. Comparaison des résultats TLM avec le modèle de Zhimin & Fah

L'estimation de la résistance thermique pour un régime laminaire avec un profil des vitesses établi et un profil des températures en développement est considérée dans cette section. Le nombre de Nusselt est estimé par l'équation (A.3), recommandée

récemment par Zhang & al. [45], au lieu de l'expression polynomiale complexe utilisée par Zhimin & Fah [38] nécessitant l'évaluation de coefficients interpolés à partir de valeurs tabulées. Les propriétés thermo physiques de l'eau et du silicium ont été prises à partir de la publication de Zhimin & Fah correspondant à une température ambiante aux alentours de 20°C. Les résultats de calcul sont synthétisés dans le tableau 7.4 suivant :

Tableau 7.4 : Comparaison des résultats TLM avec le modèle analytique de Zhimin

	Zhimin & Fah [38]	TLM
Matériau/fluide	Silicium/Eau	
Propriétés thermiques	Évaluées à température ambiante	
k_f/k_s	0.0049	
$Nu_{D_{hy}}$	6.2432 *	
$W_f (\mu m)$	50	
$W_c (\mu m)$	50	
$H_c (\mu m)$	200	
α_{asp}	4	
W_c/L_x (porosité)	0.5	
N_c	100	-
ΔP (kPa)	68.9	-
\bar{u} (m/s)	1.3571 **	
$Re_{D_{hy}}$	121	
Rhs ($cm^2 \cdot ^\circ C/W$)	0.2414	0.2353
Erreur (%)	2.53%	

* estimé par l'Eq. (A.3)

** estimé par Eqs.(A.7 & A.9) en fonction de ΔP

L'erreur relative entre les résultats obtenus par le modèle TLM et ceux obtenus par le modèle de Zhimin & Fah est de 2.53%, valeur relativement faible en comparaison à l'erreur observée précédemment par rapport à aux modèles plus anciens de Samalam et Tuckerman. En outre, il est à noter que la valeur de la résistance thermique publiée par Zhimin & Fah a été évaluée pour les mêmes données à approximativement $0.24 \text{ cm}^2 \cdot K/W$ (valeur obtenue après amplification du graphe de la figure 2 dans la publication de Zhimin & Fah). Cette valeur est à comparer avec $0.2414 \text{ cm}^2 \cdot K/W$ obtenue par le model de Zhimin & Fah dans cette étude avec le nombre de Nusselt estimé par l'équation (A.3) et la vitesse moyenne de l'écoulement fluide estimée par les équations (A.7) & (A.9).

7.4.2.3. Comparaison des résultats TLM avec le modèle de Kim & Kim

La comparaison des résultats TLM avec ceux obtenus analytiquement par le modèle de Kim et Kim [39] est donnée par le tableau 7.5 ci-après.

Tableau 7.5 : Comparaison avec prédictions analytiques de Kim & Kim,

	Kim & Kim [39]	TLM
Matériau / Fluide	Eau / Silicium	
Propriétés thermiques	constantes	
k_f / k_s	0.0040608	
Nu_{Dhy}	6	
Wx (cm)	1	
Ly (cm)	1	
W_f (μm)	59	
Wc (μm)	59	
Hc (μm)	378	
α_{asp}	6.4	
Wc/Lx (porosité)	0.5	
Nc	≈ 85	-
ΔP (kPa)	206.8	-
Q_{JT} (cm^3/s)	11.3	-
\bar{u} (m/s)	5.961	
Re_{wc}	733	
Re_{Dhy}	634	
Rvc ($cm^2 \cdot ^\circ C/W$)	0.075	0.07541
Erreur (%)	-0.55	

Les propriétés thermo physiques de l'eau de refroidissement ont été évaluées à une température de 23°C et les calculs TLM ont été effectués sur la base d'un $Nu_{Dhy}=6$ et d'une vitesse moyenne de 5.961 m/s ; valeur estimée en fonction du débit total Q_{JT} . Les résultats obtenus par le modèle des Kim ont été pris directement de la publication en question. L'erreur relative entre les deux méthodes a été évaluée à -0.55% donc une surestimation négligeable des résultats TLM par rapport à ceux obtenu par Kim et Kim. Rappelons que le model des Kim est supposé être plus précis que celui proposé par Knight et al. [29] tout deux basés sur le concept des milieux poreux. Le modèle de Knight a été développé sur la base de la loi de Darcy classique pendant que celui des Kim a été amélioré en introduisant la loi de Darcy modifiée par Tien & Kuo [20].

Notons que cette comparaison a été effectuée sur la base de la résistance thermique R_{vc} .

7.4.2.4. Comparaison du modèle TLM avec le modèle FEM de Quadir

Les mêmes données thermo physiques adoptés par Zhimin et Fah [38] ont été utilisées par Quadir et al. [40] pour l'évaluation de la résistance thermique par la méthode FEM. Les paramètres de simulation ont été pris directement du tableau VI dans la publication de Quadir et al. [40]. La comparaison avec le modèle TLM est effectuée dans le tableau 7.6 ci-dessous avec une erreur de 6% sur la résistance R_{hs} .

Tableau 7.6 : Comparaison du modèle TLM avec le modèle de Quadir établie par FEM

	Quadir & al. [40]	TLM
Matériau / Fluide	Silicium/Eau	
Propriétés thermiques	Constantes	
k_f/k_s	0.0049	
Nu_{Dhy}	8.483	
W_x (cm)	1	
L_y (cm)	1	
W_f (μm)	59	
W_c (μm)	59	
H_c (μm)	378	
H_b (μm)	59	
α_{asp}	6.4	
W_c/L_x (porosité)	0.5	
Nc	≈ 85	-
ΔP (kPa)	206.8	-
Q_{IT} (cm^3/s)	11.3	-
\bar{u} (m/s)	5.961	
Re_{Dhy}	681	
R_{hs} ($cm^2 \cdot ^\circ C/W$)	0.075	0.0705
Erreur (%)	6	

Cette erreur est relativement acceptable si on considère le fait que Quadir avait négligé le gradient de température $\partial T/\partial x$ dans les ailettes. Cependant, il faut noter que les résultats estimés par Quadir étaient comparés dans sa publication avec une erreur de 7% sur la résistance obtenue par le modèle de Zhimin & Fah [38] pour exactement les mêmes paramètres de simulation.

7.4.2.5. Comparaison du modèle TLM avec le modèle de Zhang & al.

Le modèle analytique de Zhang, décrit succinctement au § 2.6.3, a été obtenu sur la base de résultats expérimentaux réalisés avec une grande rigueur scientifique et par ce fait peut être considéré comme étant le modèle le plus précis existant à l'heure actuelle pour la modélisation du MCHS considéré dans cette étude. La comparaison du modèle TLM avec le modèle de Zhang est effectuée avec un écart relatif de 0.47% évalué sur la base Rhs . Dans ces calculs, le nombre de Nusselt est évalué par équation (A.3), la vitesse moyenne est estimée en fonction du débit $Q_{JT} = 1.67 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 / \text{s}$ et la perte de charge ΔP est évaluée en combinant les équations (A.6), (2.4) & (2.9) avec le coefficient des pertes de charge secondaires évalué par l'équation (A.8).

Tableau 7.7 : Comparaison TLM avec le Modèle de Zhang

	Zhang et al. [45]	TLM
Matériau / Fluide	Aluminium / Eau	
Propriétés thermiques	Constantes	
k_f / k_s	0.0025269	
$Nu_{D_{hy}}$ Eq. (A.3)	13.2554	
W_f (μm)	266	
W_c (μm)	210	
H_c (μm)	2000	
H_b (μm)	500	
α_{asp}	9.5	
W_f / W_c	1.27	
W_c / L_x (porosité)	0.44	
N_c	21	-
ΔP (kPa)	9.3	-
\bar{u} (m/s)	1.89	
$Re_{D_{hy}}$	718	
X_{ev}	0.03653	
X_{eh}	0.00517	
R_{hs} ($\text{cm}^2 \cdot ^\circ\text{C} / \text{W}$)	0.12671	0.12612
Erreur (%)	0.47	

7.4.2.6. Récapitulation des résultats de la comparaison avec les différents modèles

La synthèse de l'étude comparative effectuée ci haut, avec différents modèles analytiques en régimes permanents est illustrée sur la figure 7.11. Il en ressort que

l'écart entre la TLM et les modèles récents de Kim & Kim [39] et de Zhang & al. [45] est de l'ordre de 0.5%. L'écart le plus important de 13.93% a été enregistré avec le modèle rudimentaire de Tuckerman et Pease [1]. L'erreur de 6%, considérée relativement importante, entre le modèle TLM et celui FEM de Quadir & al. [40] est sans aucun doute due en grande partie au fait que le gradient de température $\partial T/\partial x$ a été négligé par ces derniers dans leur analyse. Cependant, l'écart entre TLM et le modèle FDM développé dans cette étude sous les mêmes hypothèses, en utilisant la méthode *donor-cell* [112], est pratiquement nul ($\approx 0.0006\%$ erreur due à la précision de la machine).

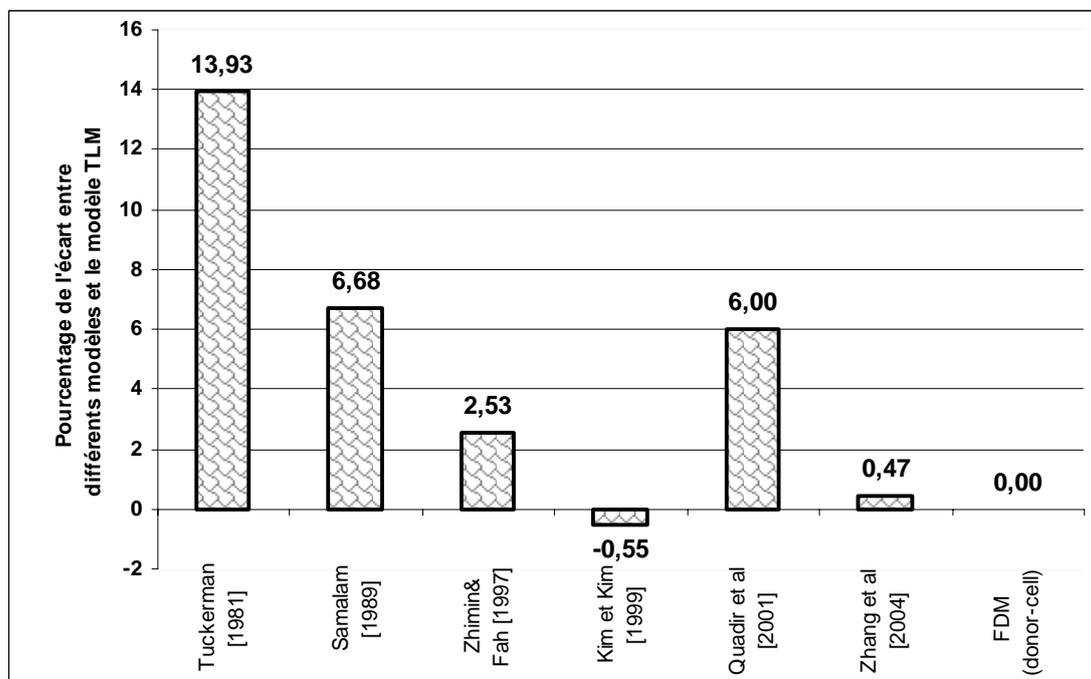


Fig. 7.11 : Synthèse des résultats de la validation du modèle TLM en comparaison avec différents autres modèles pour la prédiction de la résistance thermique du MCHS aux régimes d'équilibre thermodynamique.

A la lumière de cette étude, la validation du modèle TLM développé dans ce chapitre peut être affirmée sans aucune équivoque. Cette étude a révélé une parfaite concordance entre les résultats TLM et les modèles analytiques les plus récents développés à nos jours pour les régimes permanents pendant que les résultats évalués par la méthode FDM sont identiques à ceux trouvés par le modèle TLM pour les régime permanent considérés dans cette étude comparative.

7.4.3. Conclusion

Dans cette section, il a été procédé à la validation du modèle TLM *Tlm3dPnDiode1dStub_Nc* développé au § 7.2 pour l'analyse du transfert thermique dans un MCHS silicium/eau en régime permanent. Une étude comparative des résultats du modèle TLM avec différents autres résultats été très satisfaisante. En effet, il a été observé que :

- A. Les résultats du modèle TLM obtenus à l'état d'équilibre thermique concordaient favorablement avec ceux obtenus expérimentalement par Tuckerman [7]. Les résultats de la TLM dépendent du choix du nombre de Nusselt pour l'évaluation du coefficient de transfert thermique et de la température de référence utilisée pour l'évaluation des propriétés thermo physiques de l'eau et du silicium. Une erreur maximale de 8.89% était enregistrée lorsque le nombre de Nusselt était évalué à partir des données de Shah et London [82] et les propriétés thermo physiques étaient évaluées à la température moyenne de l'eau entre l'entrée et la sortie. Cet écart a été réduit à moins de 6% avec un nombre de Nusselt pris égale à 6 et les propriétés thermiques évaluées à une température ambiante de 20°C.
- B. La comparaison du modèle TLM avec des méthodes analytiques disponibles dans la littérature a montré une réduction de l'écart de près de 14% en comparaison au premier model analytique développé en 1981 par Tuckerman et Pease [1] à moins de 0.5% en comparaison au tout dernier model développé en 2004 par Zhang & al. [45]. En outre l'écart entre TLM et FDM basé sur les mêmes hypothèses était évalué à moins de 0.001%. Par conséquent le modèle TLM «*Tlm3dPnDiode1dStub_Nc*» développé dans ce chapitre est tout à fait convenable pour l'étude du transfert thermique dans les MCHS.

Le modèle TLM «*Tlm3dPnDiode1dStub_Nc*» développé et validé dans ce chapitre sera utilisé dans le chapitre suivant pour optimiser les MCHS à l'état d'équilibre thermodynamique. Ce modèle sera ensuite appliqué pour résoudre un problème plus complexe englobant des contraintes thermiques cycliques.

Chapitre VIII

Optimisation des microcanaux par le modèle TLM

Le modèle numérique TLM développé au chapitre VII et formulé par la fonction « *Tlm3dPnDiode1dStub_Nc* » listée en annexe B a été validé avec une grande précision en comparaison avec différents modèles. Les différentes comparaisons ont été réalisées sur des bases de données originales publiées et en aucun cas l'optimisation des MCHS n'a été évoquée. Dans ce chapitre nous abordons l'optimisation de ces microstructures par le modèle TLM cité plus haut. La méthodologie d'optimisation adoptée est basée sur l'évaluation des pertes de charge et du nombre de Nusselt par des expressions disponibles dans la littérature et jugées relativement appropriées.

8.1. Optimisation du MCHS par La TLM

Les variables dimensionnelles, qui affectent l'efficacité du MCHS illustré dans la figure 7.3, sont Wc , α_{asp} et Γ . En général, l'optimisation consiste à déterminer les valeurs de ces variables qui produisent la plus faible résistance au transfert de la chaleur sous trois contraintes différentes. La première contrainte consiste à fixer le débit du fluide caloporteur et déterminer les valeurs de Wc , α_{asp} et/ou Γ qui produisent une résistance thermique minimale, la deuxième contrainte consiste à fixer la perte de charge et la troisième, certainement la plus intéressante, consiste à fixer la puissance de pompage nécessaire à faire circuler le fluide caloporteur à travers les microcanaux. Cependant, étant donné la perte de charge importante occasionnée par les dimensions microscopiques des canaux, particulièrement à des vitesses d'écoulement relativement grandes, l'intérêt est focalisé exclusivement sur l'optimisation des régimes laminaires. En effet, ceci a été généralement le cas depuis la réalisation du premier MCHS en 1981 par Tuckerman et Pease [1], puisque la majorité des recherches ont été orientées vers les régimes laminaires plutôt que ceux turbulents et ce à cause de la faible puissance de pompage exigée.

Si le régime turbulent n'est pas considéré pour des raisons de réalisations techniques (outre la question d'économie, les grosses puissances de pompages mises en jeu peuvent être à l'origine de défauts fonctionnelles très sévères), le régime hydrodynamique en cours d'établissement, par contre, ne peut en aucun cas être écarté puisqu'il est caractérisé par une couche limite d'épaisseur plus faible ainsi opposant moins de résistance au transfert convectif. Il est généralement accepté que le profil des températures est complètement établi lorsque $X_{eh} = Ly / (Re_{D_{hy}} D_{hy} Pr) \geq 0.02$ [1]. Sachant que le diamètre hydraulique pour un canal rectangulaire est donné par $D_{hy} = 4R_{hy} = 2\alpha_{asp} Wc / (\alpha_{asp} + 1)$, la condition précédente sera donc satisfaite lorsque $Wc \leq Ly (1 + \alpha_{asp}) / (0.04\alpha_{asp} Pr Re_{D_{hy}})$ or pour un micro-radiateur type en régime laminaire et refroidi à l'eau il faut avoir $Wc \leq 21\mu m$ pour un nombre de Reynolds de l'ordre de 2000, $Pr = 7$ et $Ly = 1cm$ (ou $Wc \leq 59\mu m$ pour $Re_{D_{hy}} = 700$). En d'autres termes, pour avoir le régime établi il faut que la largeur du canal soit relativement petite pour un Ly donné. Par conséquent des canaux relativement courts seraient en faveur d'un meilleur transfert. Dans ce travail nous adoptons une longueur $Ly = 1cm$ correspondant généralement aux dimensions d'un microprocesseur de nos jours.

Avant d'aborder l'optimisation proprement dite, nous procédons tout d'abord à une étude comparative entre plusieurs expressions pour l'estimation du nombre de Nusselt et du coefficient des pertes de charge linéaires en vue de sélectionner les formulations les plus appropriées à utiliser dans le reste de ce chapitre. Dans cette étude comparative, l'intérêt est porté particulièrement sur les expressions mentionnées en annexe A.

8.1.1. Estimation du nombre de Nusselt

Une étude comparative de l'équation (A.3) de Copeland avec les données de Shah et London [118] est représentée sur la figure 8.1 pour les valeurs de $\alpha_{asp} = 1$ et $\alpha_{asp} = 4$. Ces graphes révèlent une variation similaire de $Nu_{D_{hy}}$ en fonction de X_{eh} pour les deux types de données. On constate que les données de Shah et London établies pour les conditions de flux uniformes sous évaluent $Nu_{D_{hy}}$ et ce pour

l'intervalle $X_{eh} > 0.1$ pendant que l'on constate l'inverse pour l'intervalle $X_{eh} < 0.1$. Un désaccord maximum de l'ordre de 14% entre les résultats est observé pour $\alpha_{asp} = 4$ à $1/X_{eh} = 220$, cette divergence est inférieure à 8% pour $X_{eh} < 0.02$. Pour l'intervalle concerné dans cette étude $0.05 < X_{eh} < 0.1$ l'erreur est inférieure à 2%.

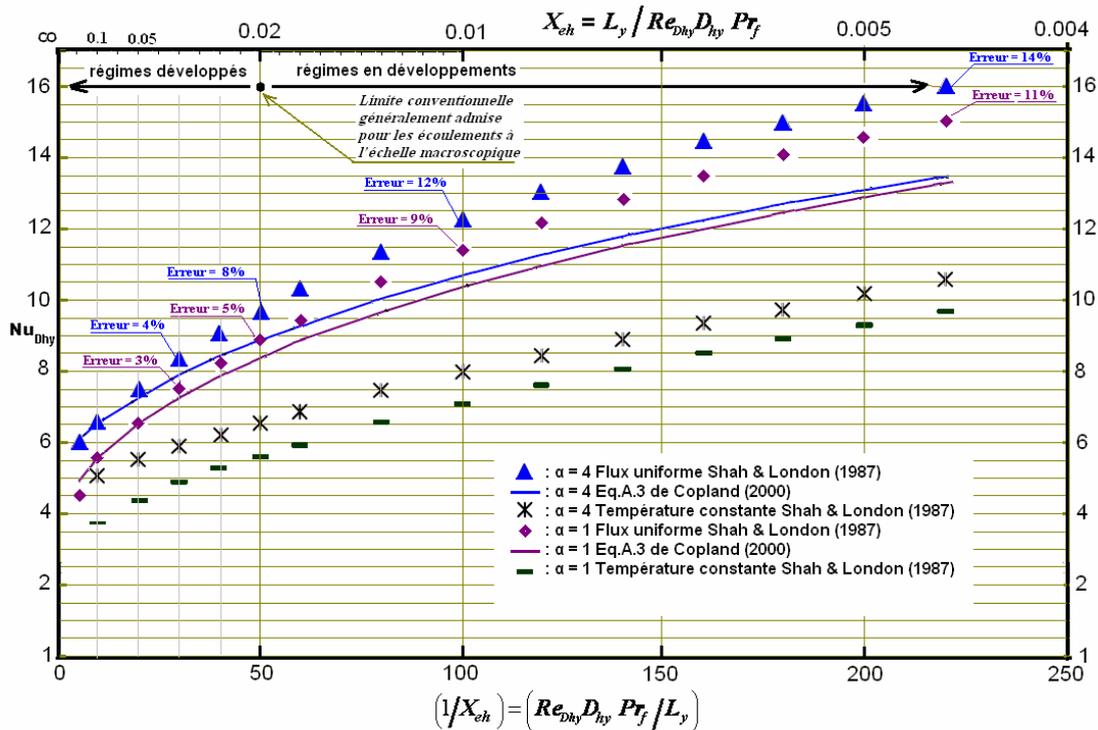


Fig. 8.1 : Etude comparative entre l'Eq. (A.3) de Copland [46] et les données de Shah et London [118] pour l'estimation de $Nu_{D_{hy}}$

Dans cette comparaison, il ne peut nullement être affirmé lesquelles des données sont les plus fiables du fait du désaccord important qui existe à l'heure actuelle pour l'estimation du coefficient d'échange convectif, dans la littérature des microcanaux, néanmoins, il peut être argumenté que l'utilisation de l'équation (A.3) donne plus de sécurité par rapport aux données de Shah et London sur l'intervalle $X_{eh} \leq 0.1$. Le nombre de Nusselt estimé étant inférieur; donc en faveur d'une surestimation de la résistance du MCHS et par conséquent un surdimensionnement est à prévoir par rapport aux calculs effectués avec les données de Shah et London fréquemment utilisées dans la littérature. Pour les valeurs de $X_{eh} > 0.1$, nous considérons dans cette études que l'écoulement est thermiquement établi et les valeurs de Nusselt seront

évaluées à partir de l'équation (A2) corrélée à partir des données de la colonne no. 2 du tableau A.2 dont la comparaison sur la figure 8.2 montre une divergence maximale inférieure à 1.7%.

En définitif, dans cette étude, le nombre de Nusselt sera évalué par l'équation (A.3) pour $X_{eh} \leq 0.1$ et par l'équation (A2) pour les valeur de $X_{eh} > 0.1$.

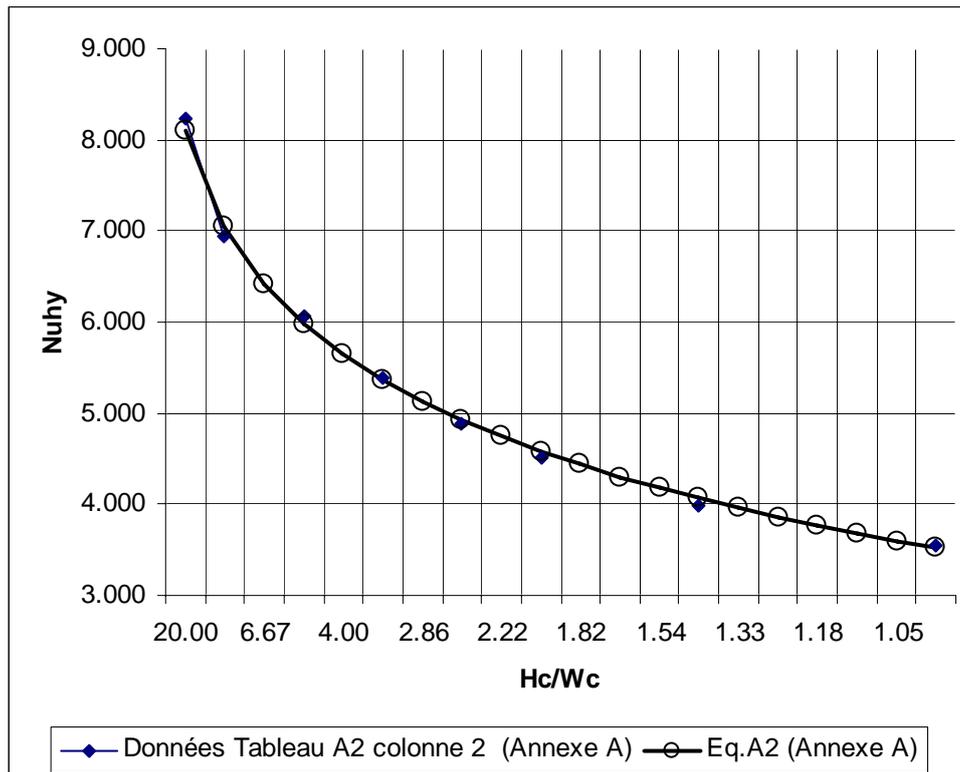


Fig. 8.2 : Comparaison de l'Eq. (A2) avec les données du tableau A.2 pour un profil de température établi et trois parois soumises à un flux constant

8.1.2. Estimation du coefficient de frottement

Les équations (A.5) et (A.6) pour l'estimation du coefficient de frottement dans un écoulement laminaire en cours d'établissement sont comparées avec d'autres équations proposées pour les régimes établis (Cf. Fig. 8.3).

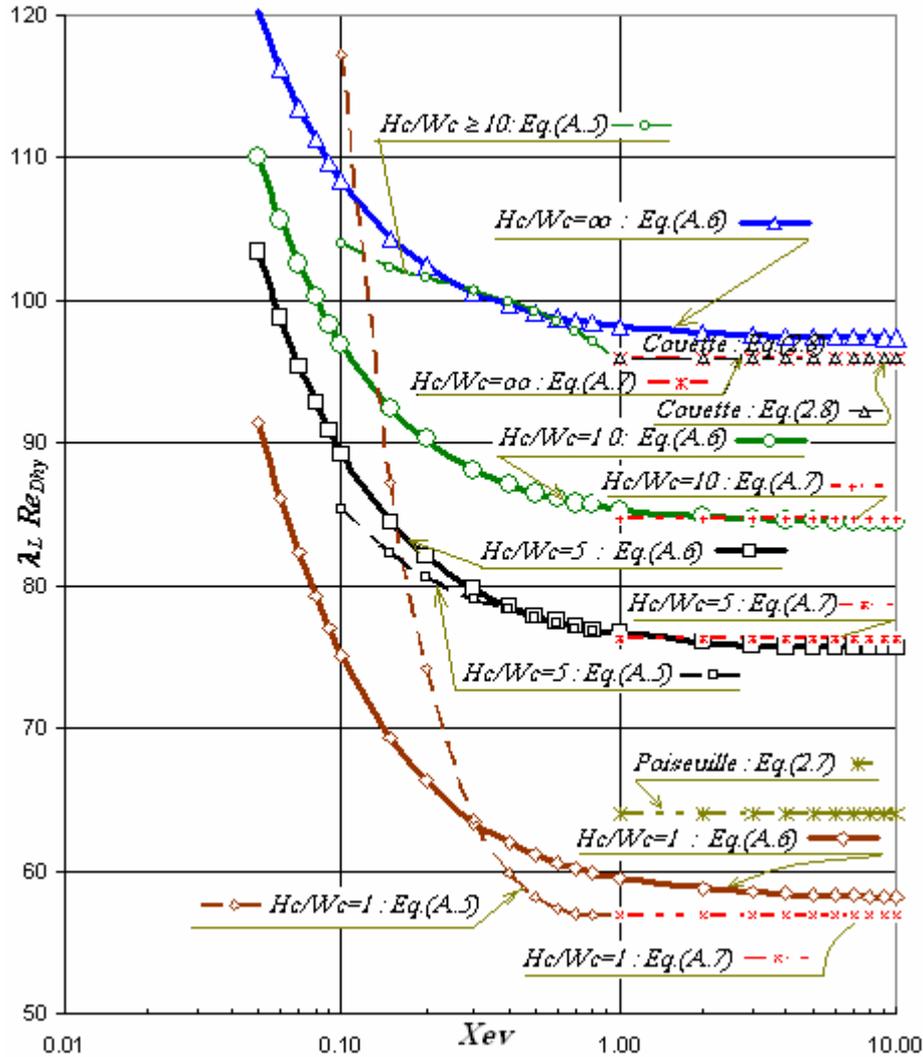


Fig. 8.3 : Comparaison de différentes formules pour l'estimation du coefficient de frottement

Nous constatons que l'équation (A.6) de Copland présente une corrélation qui semble, à priori, physiquement plus représentative pour le régime établi et celui en cours d'établissement. En effet, pour $\alpha_{asp} = 5$ une concordance acceptable existe sur l'intervalle $0.1 \leq X_{ev} \leq 1$ entre les équations (A.6) et (A.5). La concordance est encore meilleure entre les équations (A.6) et (A.7) pour le régime établi sur l'intervalle $1 \leq X_{ev} \leq 10$. Cependant, pour $\alpha_{asp} = 1$, l'équation (A.6) surestime légèrement la valeur du coefficient de frottement dans l'intervalle $X_{ev} > 0.2$ et la sous-estime dans l'intervalle $X_{ev} < 0.2$. Lorsque $\alpha_{asp} \rightarrow \infty$, une légère discordance existe entre l'équation (A.6) et les autres corrélations. Par ailleurs, l'équation (A.6) de Copland est en bonne concordance avec les autres équations du régime développé dans

l'intervalle $\infty \gg \alpha_{asp} \geq 2$. Elle a une allure générale physiquement plus représentative que celle de Zhimin et Fah et semble être une excellente corrélation qui couvre les deux régimes. Aussi, il est important de préciser que cette équation a été vérifiée expérimentalement d'une manière rigoureuse par Zhang et al. [45] avec une erreur maximale inférieure à 15% et ce en majorant les pertes de charge singulières à l'entrée et à la sortie des canaux. Dans ce travail nous utilisons uniquement l'équation (A.6) pour évaluer les pertes de charges plus loin dans ce travail.

Ainsi nous procédons à la suite de ce chapitre à l'optimisation du MCHS illustré sur la figure 7.3 en utilisant la fonction «*Tlm3dPnDiode1dStub_Nc*» et en estimant le nombre de Nusselt et le coefficient de frottement, nécessaires aux différents calculs, à partir des Eqs. (A.2, A.3 & A.6). Nous considérons un MCHS en silicium et refroidi à l'eau en régime laminaire. Les propriétés thermo physiques du silicium ainsi que celles de l'eau seront considérées constantes et seront estimées en fonction d'une température de référence T_{ref} . Cette dernière sera prise égale la moyenne algébrique entre la température d'entrée et de celle de sortie du fluide caloporteur. La surface de chauffe du substrat sera prise égale à $1 \times 1 \text{ cm}^2$ avec une épaisseur Hb égale à $Hc/2$. Puisque l'épaisseur du substrat est considérée variable avec Hc (pour convenance de calculs du fait que seule la discrétisation uniforme est considérée), sa résistance sera soustraite de la résistance totale du MCHS afin de ne pas fausser les résultats. Donc, seule la résistance Rvc qui résulte de la différence est considérée. Cette résistance est obtenue par la différence entre l'équation (2.2) et l'équation (2.3) comme suit:

$$Rvc = R_{hs} - Hb / (k_s LyWx) \quad \text{avec} \quad LyWx = 1 \text{ cm}^2 = 10^{-4} \text{ m}^2 \quad (8.1)$$

Les effets des rapports α_{asp} et Γ ainsi que celui de la largeur des canaux Wc sur la résistance thermique Rvc du MCHS sont étudiés séparément. Par ailleurs, du fait que la variation des propriétés thermo physiques du milieu est prise partiellement en considération dans cette étude, l'effet de la charge thermique sur la résistance est aussi évalué.

Dans toutes les simulations effectuées, ci-après, dans le cadre cette optimisation, les paramètres Hc , Wf et Nc , seront calculés par les relations suivantes:

$$Nc = \frac{Wx}{Wc} \left(\frac{1}{\Gamma + 1} \right), \quad Wf = Wc \Gamma \quad \text{et} \quad Hc = Wc \alpha_{asp} \quad (8.2)$$

8.1.3. Optimisation sous la contrainte de débit imposé

L'optimisation du MCHS sous la contrainte d'un débit donné est directe et ne nécessite pas d'itérations. Pour un débit donné, Nu_{Dhy} est estimé directement par l'équation (A.2) ou l'équation (A.3) selon que le régime thermique soit établi ou en cours d'établissement. Ces calculs sont assurés par la fonction *GetNu* donnée en annexe B. Les pertes de charges sont estimées par les équations (2.4) & (2.9) avec le coefficient des pertes linéaires λ_L évalué exclusivement par l'équation (A.6) et celui des pertes singulières par l'équation (A.8). A ce propos la fonction *GetDpForU* listée en annexe B a été développée. La température de référence T_{ref} pour l'estimation des propriétés thermo physiques ainsi que les propriétés de l'eau sont estimées par *GetTrefEau* donné en annexe B. La conductivité du silicium est évaluée avec la même température de référence utilisée pour l'eau afin d'éviter des itérations supplémentaires. Les propriétés thermo physiques du silicium sont estimées par la fonction *SiliconTable* données en annexe B. Les différentes simulations sont effectuées pour un MCHS en silicium refroidi à l'eau selon l'algorithme simplifié suivant :

Etant donné le débit, la charge thermique et les dimensions du MCHS, on estime:

- i) la température de référence et les propriétés de l'eau par *GetTrefEau*
- ii) les propriétés du silicium par *SiliconTable*
- iii) la perte de charge par *GetDpForU* (N.B. calculé à titre indicatif)
- iv) le nombre de Nusselt par *GetNu*
- v) et enfin la résistance thermique par *Tlm3dPnDiode1dStub_Nc*

8.1.3.1. Effet de Hc/Wc sur la résistance

L'effet de la variation de α_{asp} avec une contrainte de débit fixe est analysé dans cette section en maintenant Γ et Wc constants. Les paramètres Nc et Γ étant constants donc Wf demeure constant {Cf. équation (8.2)} et seule la hauteur des canaux Hc varie avec α_{asp} , ce qui entraîne une augmentation de la section droite d'écoulement et par conséquent une réduction de la perte de charge et de la puissance de pompage avec

l'augmentation de α_{asp} . Les résultats des simulations sont synthétisés par les graphes de la figure 8.4. Afin de valider, une fois de plus les résultats obtenus par le modèle TLM, ces derniers sont comparés dans la figure 8.4 (a) avec ceux obtenus par les modèles de Zhimin (§ 2.6.2) et de Zhang (§ 2.6.3); on constate une parfaite concordance. Un écart maximum de 1.07% est observé entre les résultats de la TLM et ceux obtenus par le modèle de Zhimin et de 0.64% entre les résultats de la TLM et ceux obtenus par le modèle de Zhang. On remarque, par ailleurs, que la valeur de la résistance correspondante à un $\alpha_{asp} = 6.4$ est environ 30% plus faible $\{i.e. (0.086 - 0.0607)100/0.086 = 29.42\}$ que celle estimée par l'analyse rudimentaire de Tuckerman et Pease. Sans doute que l'un des facteurs les plus importants, parmi autres, à l'origine de cette discordance est le coefficient de transfert convectif; ce dernier a été évalué sur la base d'un nombre de Nusselt de 6 par Tuckerman et Pease pendant que le nombre de Nusselt obtenu par *GetNu*, dans cette analyse, est égal à 8.85. Par contre, la perte de charge obtenue par la présente analyse est plus importante que celle estimée pour le même débit et $\alpha_{asp} = 6.4$ par Tuckerman et Pease. Ceci est dû au fait que Tuckerman et Pease avaient négligé les pertes de charge secondaires et supposé un écoulement de couette hydrodynamiquement développé. Pendant que la présente analyse montre sur la figure 8.4 (b) que le profile des vitesses est non établi (i.e. $X_{ev} < 1$) et ce sur tout l'intervalle d'étude ($1.2 < \alpha_{asp} < 25$). On déduit du graphe de la figure 8.3 que le nombre de Poiseuille¹⁷ correspondant à $\alpha = 6.4$ et $X_{ev} \approx 0.15$ est environ 80 pendant que ce nombre est égal à 96 dans l'écoulement de couette équation (2.8) considéré par Tuckerman et Pease. Ce qui a conduit à une plus grande perte de charge dans leur analyse.

Pour l'optimisation à débit fixe, il est à noter que selon le graphe (a) de la figure 8.4, il n'existe aucun minimum absolu pour la résistance thermique R_{vc} du MCHS. La résistance diminue avec l'augmentation de α_{asp} jusqu'au point $\alpha_{asp} \approx 10$. Au-delà de

¹⁷ Le produit $\lambda_L Re_{D_{hy}}$ est souvent appelé nombre de Poiseuille.

ce rapport aucune amélioration notable ne semble possible et la résistance semble tendre asymptotiquement vers une valeur au alentours de $R_{vc}=0.058 \text{ cm}^2\text{-}^\circ\text{C}/\text{W}$. Cette observation concorde parfaitement avec celle faite par Zhimin et Fah [38].

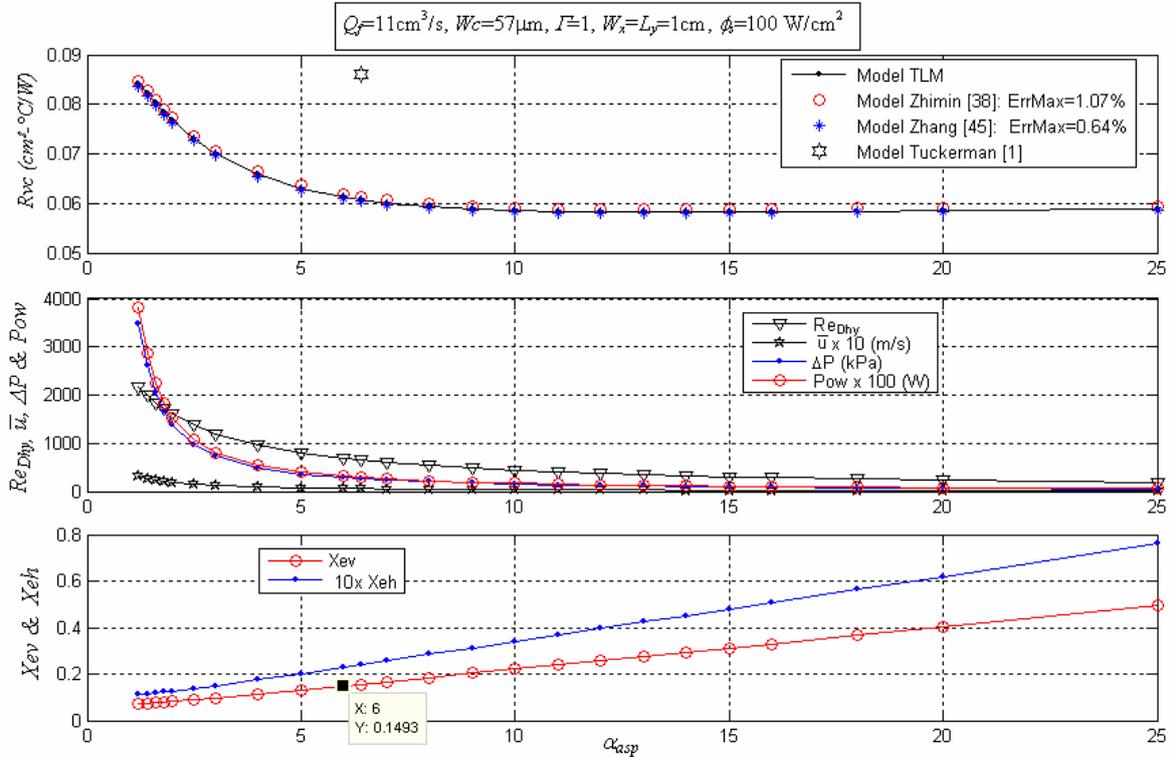


Fig. 8.4 : Effet de α_{asp} sur les paramètres d'un MCHS silicium/eau sous la contrainte d'un débit imposé, (a) Variation de R_{vc} avec α_{asp} , (b) Variation des paramètres hydrodynamiques avec α_{asp} (c) variation des longueurs d'établissement avec α_{asp} .

Cependant, un examen minutieux de ces graphes de la figure 8.4 permet l'observation, au-delà de $\alpha_{asp} = 13$, d'une légère augmentation de R_{vc} , à peine perceptible à la vue dû aux échelles utilisées. La variation de R_{vc} avec la puissance de pompage tracée à l'échelle logarithmique dans la figure 8.5, permet une meilleure vision quant à la variation de la résistance dans cet intervalle ($\alpha_{asp} \approx 13$). En effet, on aperçoit clairement un minimum qui correspond à $\alpha_{asp} = \alpha_{asp\text{Opt}} = 13$; ce phénomène est dû à la diminution de l'efficacité des ailettes avec l'augmentation de α_{asp} . Contrairement, donc à ce qui a été avancé par Zhimin et Fah [38] on peut affirmer que pour l'optimisation du MCHS à débit fixe, il existe bien un minima. Ce dernier correspond à $\alpha_{asp} = 13$ pour les paramètres considérés dans cette étude (Micro radiateur :

Silicium/eau avec $Wc=57\mu\text{m}$, $Q_{fr}=11\text{cm}^3/\text{s}$, $\Gamma=1$, $\phi_s=100\text{W}/\text{cm}^2$). Compte tenu des contraintes de fabrication, il serait très onéreux de réaliser en pratique des rapport Hc/Wc très grands et de ce fait tout l'intervalle $6 \leq \alpha_{asp} \leq 13$ peut être recommandable comme étant un domaine efficace pour un design pratique

Cependant, il faut être prudent quant à la validité de cet intervalle associé avec des paramètres de simulation différents de ceux adoptés dans la présente étude. En général, $\alpha_{asp Opt}$ est fonction de la conductivité du matériau, de l'épaisseur des ailettes, du débit et de la charge thermique. Comme le matériau de base, communément utilisé pour les microcanaux, est le silicium avec un refroidissement à l'eau, le paramètre conductivité ne sera pas étudié dans les sections suivantes. Par contre, les effets de la largeur des canaux, de Γ , du débit et même de la charge thermique sont analysés plus loin

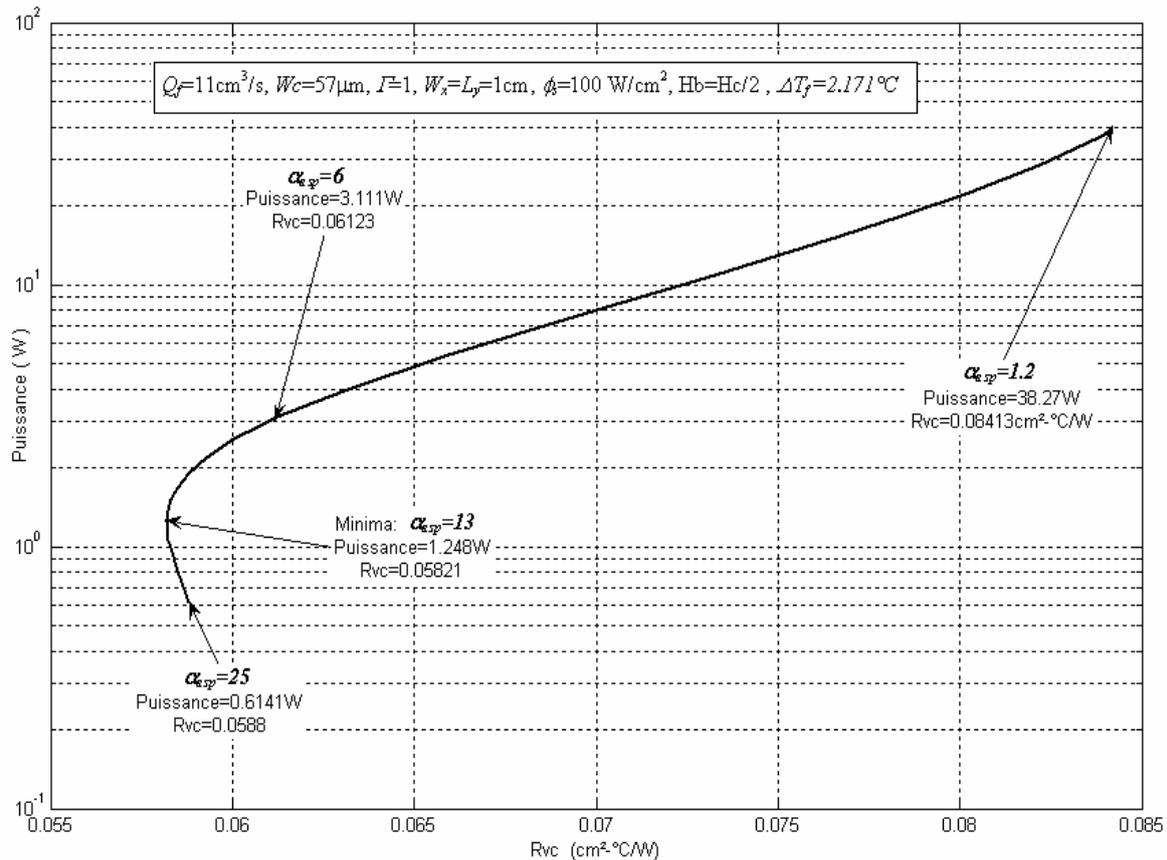


Fig. 8.5 : Effet de la variation de α_{asp} sur la résistance thermique et la puissance de pompage d'un MCHS silicium/eau sous la contrainte d'un débit fixe. Mise en évidence d'un optimum à $\alpha_{asp} = 13$.

8.1.3.2. Effet de la charge thermique et du débit sur la résistance

L'influence de la charge thermique ϕ_s et du débit du fluide caloporteur sur la résistance du MCHS est analysée en faisant varier ϕ_s de $10 W/cm^2$ à $2000 W/cm^2$ et Q_{JT} de $8 cm^3/s$ à $22 cm^3/cm^2$. Les résultats sont synthétisés par les graphes de la figure 8.6. La variation de la résistance avec différentes valeurs de α_{asp} est tracée pour des charges de $10, 1000$ et $2000 W/cm^2$ dans la figure 8.6 (a) et la variation de la résistance avec la puissance de pompage est tracée pour trois débits différents avec différentes charges thermiques dans la figure 8.9 (b).

Les courbes de la figure 8.6 (a) révèlent une diminution de la résistance avec l'augmentation de la charge thermique pour un α_{asp} donné. Ceci est provoqué par la diminution de la viscosité du fluide avec la température. Ainsi Re_{Dhy} augmente, ce qui entraîne une réduction de Xeh et par conséquent un plus grand Nu_{Dhy} est déduit de l'équation (A.3) pour le régime en cours d'établissement en question. La résistance convective est par conséquent plus faible ce qui donne une plus faible résistance thermique du MCHS.

Les courbes de la figure 8.6 (b) montrent, de leur côté, que le foyer des minima varie de $\alpha_{asp} = 8$ pour $\phi_s = 2000 W/cm^2$ avec un débit de $22 cm^3/s$ à $\alpha_{asp} = 18$ pour $\phi_s = 10 W/cm^2$ avec un débit de $8 cm^3/s$. Bien entendu, une charge thermique de $2000 W/cm^2$ produit une augmentation de la température de surface supérieure à celle admissible par un dispositif électronique usuel, mais cette valeur est utilisée dans ces graphes pour la représentativité des limites transitoires entre les écoulements laminaires et ceux turbulents. On remarque que le foyer des minima se déplace en fonction du débit le long de trajectoires quasi-linéaires avec une translation d'environ de $0.14W$ entre celle associée avec la contrainte de $10W/cm^2$ et celle associée avec une contrainte de $2000W/cm^2$ soit une puissance thermique deux cents fois plus importante. Autrement dit, l'influence de la charge thermique sur les minima est relativement faible.

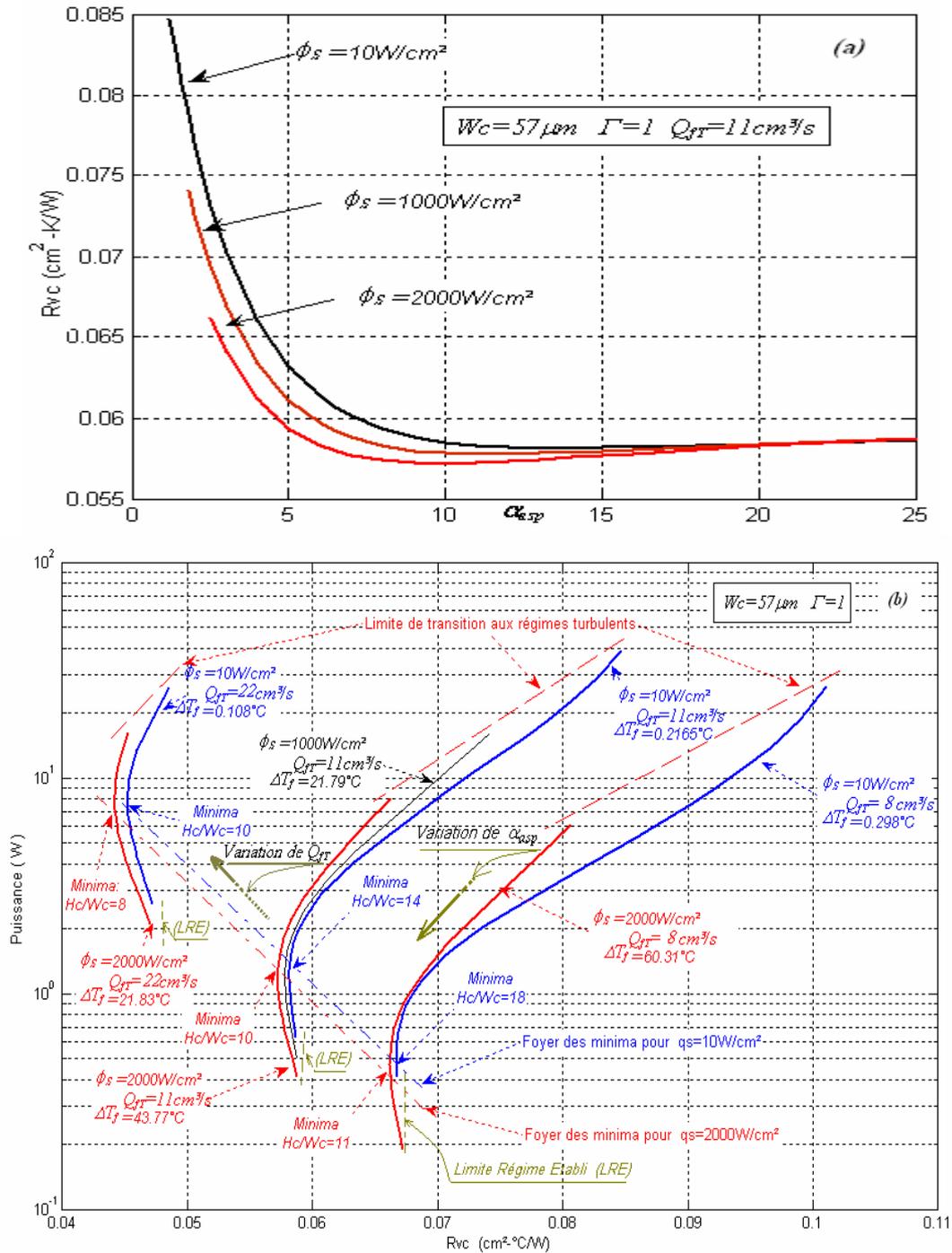


Fig. 8.6 : Variation des paramètres thermique et hydrodynamique d'un MCHS en silicium/eau sous la contrainte d'un débit imposé. Mise en évidence d'optima. (a) Effet combiné de la charge thermique et de α_{asp} sur la résistance thermique. (b) Relation entre puissance de pompage et résistance thermique en fonction du débit, α_{asp} et de la charge thermique.

En général, l'examen de ces graphes montre que pour tout les cas étudiés, les minima se situent dans l'intervalle $8 \leq \alpha_{aspOpt} \leq 18$. Donc, on peut conclure que, pour un

MCHS silicium/eau, l'intervalle pratique efficace peut être fixé à $8 \leq \alpha_{asp Opt} \leq 18$ et ce quelque soient le débit et la charge thermique d'ordre pratique utilisés. Pour question de commodité pratique cet intervalle peut être étendu à $6 \leq \alpha_{asp Opt} \leq 18$ sans pour autant trop s'écarter des résultats optimaux. Ces mêmes courbes montrent clairement qu'un débit supérieur à $22 \text{ cm}^3/\text{s}$ entraînera le foyer des minima vers des régimes turbulents. Donc, pour le cas du MCHS étudié dans cette section, il serait inefficace de recourir à des débits supérieurs à environ de $20-25 \text{ cm}^3/\text{s}$ pour améliorer l'efficacité. Donc, à partir de l'allure de ces courbes, il peut être interprété que des débits plus importants entraîneraient des écoulements turbulents produisant ainsi des résistances relativement plus faibles mais associés avec des puissances de pompages assez conséquentes.

8.1.3.3. Effet de la largeur des canaux sur la résistance

On sait que pour un écoulement laminaire établi que $Wc = 2\delta_c$, donc plus Wc est réduite plus l'épaisseur de la couche limite diminue entraînant ainsi une augmentation de h_c {Cf. Eq. (1.3)} sans limite théorique. Néanmoins, la réduction de Wc entraîne d'autre part l'augmentation de la puissance de pompage qui résulte de l'augmentation des pertes de charge. A priori, la réduction de Wc est conditionnée uniquement par la puissance de pompage. Les résultats de simulations effectuées pour le MCHS silicium/eau avec $\Gamma=1$ et $\alpha_{asp} = 6.4$ en variant Wc de 40 à $200 \mu\text{m}$ synthétisés dans la figure 8.7 confirment ce fait. En effet, on constate qu'il n'existe pas de minima absolu de la résistance thermique du MCHS et que seule la puissance de pompage en association avec la charge thermique à dissiper peuvent limiter la largeur des canaux. On constate aussi que Rvc est une fonction linéaire inversement proportionnelle à Wc pendant que la puissance de pompage a une allure exponentielle. De simples estimations des pentes de ces fonctions montrent que la puissance de pompage augmente de l'ordre de 12% dans l'intervalle $100 \mu\text{m} < Wc < 120 \mu\text{m}$ à environ 680% dans l'intervalle $60 \mu\text{m} < Wc < 80 \mu\text{m}$. Dans le cas actuel étudié il serait donc d'autant plus économique de prendre Wc aux alentours de 100 (50 canal/cm) dans la mesure où la résistance maximale admissible ne soit pas dépassée.

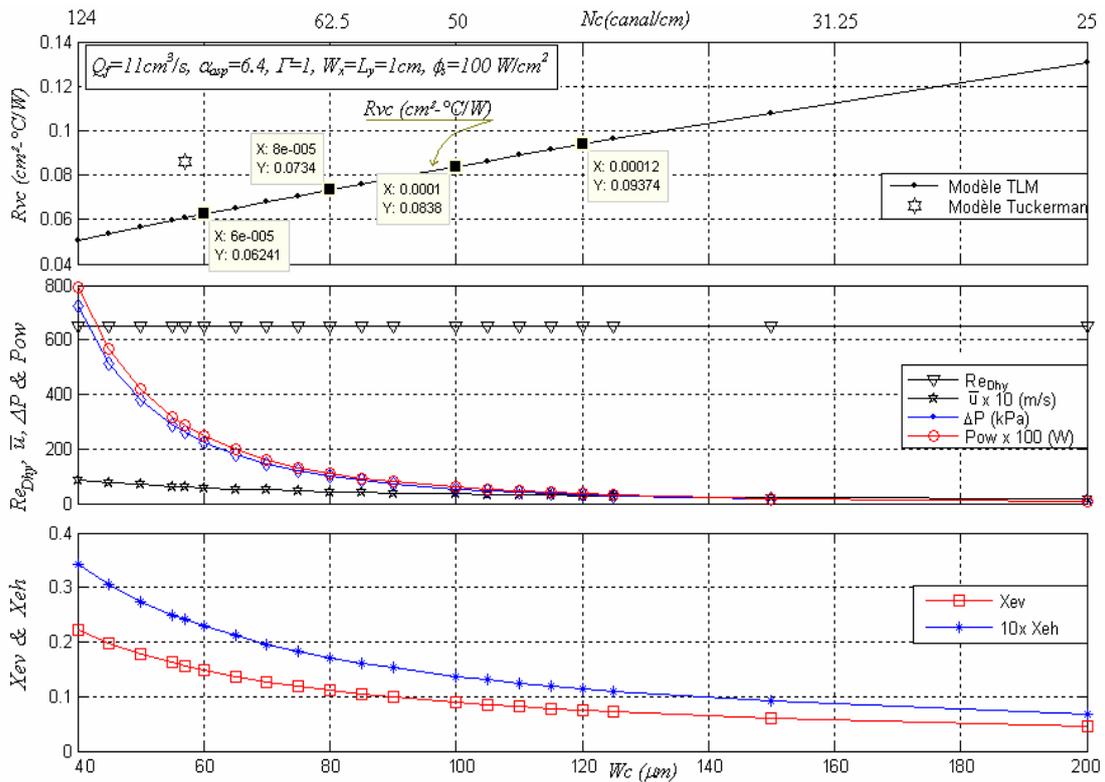


Fig. 8.7 : Effet de la largeur des canaux sur la résistance thermique d'un MCHS en silicium/eau sous une contrainte de débit imposé. (a) Variation de R_{vc} avec W_c , (b) Variation des paramètres hydrodynamiques avec W_c , (c) Variation des longueurs d'établissement avec W_c .

8.1.3.4. Effet de W_f/W_c sur la résistance

La contrainte de $\Gamma = 1$ imposée par Tuckerman et Pease dans leur conception embryonnaire des MCHS est analysée dans ce paragraphe en faisant varier Γ de 0.1 à 1.6. Dans ces simulations la largeur des canaux W_c ainsi que le rapport α_{asp} sont maintenus constants ainsi seulement l'effet de la variation de Γ est étudié. La variation de Γ entraîne la variation de W_f , N_c pendant que H_c demeure constante {Cf. Eq. (8.2)}. Les résultats de la simulation sont synthétisés sur la figure 8.8. Les variations de la résistance thermique et de la puissance de pompage sont tracées en fonction de Γ pour quatre valeurs différentes de α_{asp} . La valeur $\alpha_{asp} = 6.4$ recommandée par Tuckerman et Pease, la valeur $\alpha_{asp} = 13$ déterminée comme étant une valeur optimale à la § 8.1.3.1 et la valeur $\alpha_{asp} = 4$ comme limite minimale ont été choisies pour cette simulation. Ces graphes révèlent clairement que la valeur optimale

de Γ est fonction de α_{asp} (où vis versa), mais toujours inférieure à l'unité. En effet, Γ_{Opt} est égale à 0.45 pour $\alpha_{asp} = 4$ elle est égale à 0.65 pour $\alpha_{asp} = 6.4$ et à 0.9 pour $\alpha_{asp} = 13$. D'autres simulations effectuées avec des valeurs excessives de α_{asp} (jusqu'à $\alpha_{asp} = 40$) ont montré que la valeur optimale Γ ne dépasse jamais 1. Il faut remarquer que l'adoption de Γ_{Opt} au lieu de $\Gamma = 1$ entraîne en une amélioration non négligeable lorsque les rapport α_{asp} sont relativement faibles. On enregistre, une réduction de l'ordre de 0.07% sur Rvc et de 5% sur la puissance de pompage en adoptant $\Gamma = \Gamma_{Opt}$ lorsque $\alpha_{asp} = 13$ i.e. un gain relativement faible. Toutefois, des améliorations notables de 2% de réduction sur Rvc et 19% sur la puissance lorsque $\alpha_{asp} = 6.4$. Cependant, les améliorations atteignent des valeurs non négligeables pour un $\alpha_{asp} = 6.4$, ainsi, on obtient une amélioration de l'ordre de 5.5% de réduction sur Rvc et de 30% sur la puissance de pompage.

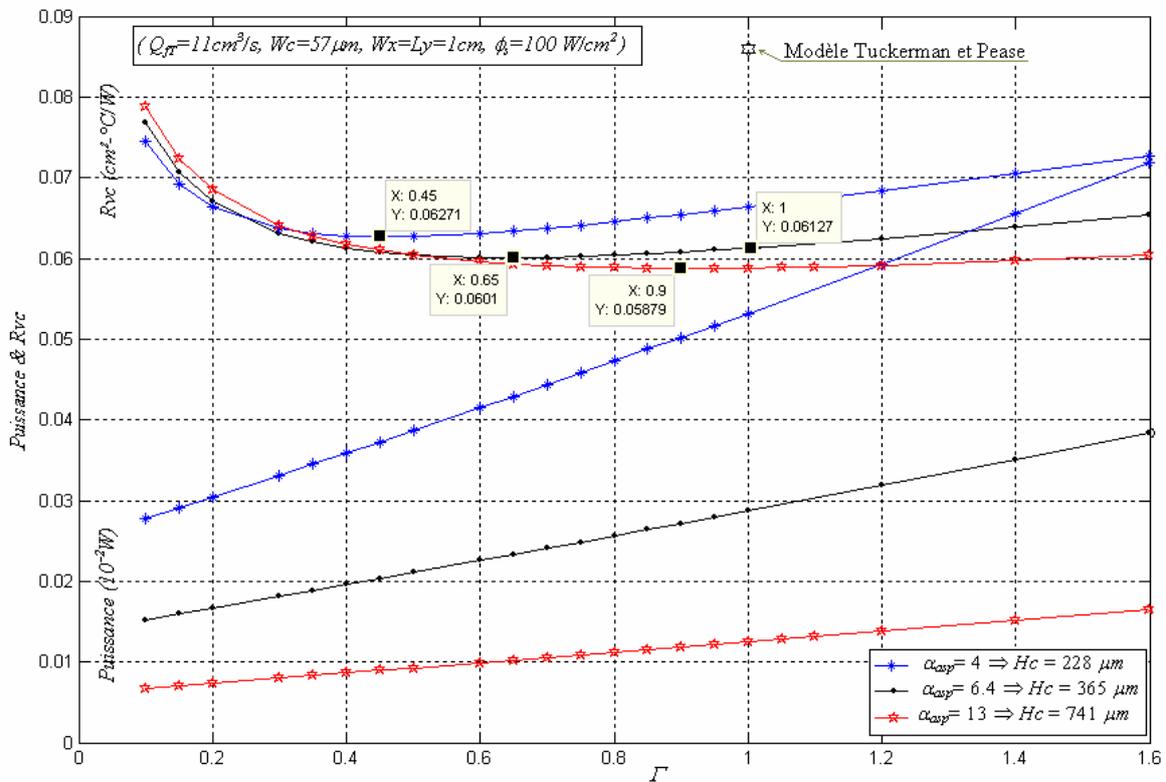


Fig. 8.8 : Effet de la variation Γ sur la puissance de pompage et la résistance thermique d'un MCHS en silicium/eau sous une contrainte de débit imposé

8.1.4. Optimisation avec la perte de charge imposée

L'optimisation sous la condition d'une perte de charge imposée nécessite des calculs itératifs pour l'estimation du débit. Ceci est dû à la forme implicite des équations reliant λ_L au débit Q_f . La fonction *GetUForDp*, en annexe B, a été développée pour résoudre itérativement les Eqs. (A.6, A8 & A9) et ainsi obtenir le débit pour une perte de charge $\Delta P/(\rho g)$ donnée. L'algorithme simplifié utilisé pour l'optimisation du MCHS sous une contrainte de ΔP fixe est le suivant :

Etant donné: ΔP , la charge thermique et les dimensions du MCHS, on estime:

- i) la température de référence et les propriétés de l'eau par *GetTrefEau*
- ii) les propriétés thermo physiques du silicium par *SiliconTable*
- iii) la vitesse moyenne \bar{u} par *GetUForDp*
- iv) le nombre de Nusselt par *GetNu*
- v) et enfin la résistance thermique par *Tlm3dPnDiode1dStub_Nc*

8.1.4.1. Effet de H_c/W_c de sur la résistance

Les effets de α_{asp} sur la résistance thermique du MCHS silicium /eau sous une contrainte de pression fixée à 206.84 kPa (i.e. 30 psi) avec une charge thermique de 100 W/cm^2 est illustré dans la figure 8.9 pour $W_c=57 \mu\text{m}$ et $\Gamma = 1$. Evidemment, comme le montrent ces graphes, pour un ΔP donné, la section droite d'écoulement et par conséquent le débit du fluide augmentent avec l'augmentation de α_{asp} ce qui entraîne en une réduction de la résistance du MCHS accompagnée par une augmentation de la puissance de pompage qui résulte de l'augmentation du débit, voir Eq. (2.10). Une valeur minimale d'environ de $0.046 \text{ cm}^2 \cdot ^\circ\text{C/W}$ est atteinte asymptotiquement. Audelà de $\alpha_{asp} = 7$, le taux de réduction de la résistance thermique commence à s'atténuer pendant que celui de la puissance de pompage demeure pratiquement invariable. Les valeurs les plus intéressantes de α_{asp} se situent dans l'intervalle $6 \leq \alpha_{asp\text{Eff}} \leq 7$. Par ailleurs, nous faisons remarquer que pour les mêmes dimensions et la même perte de charge adoptés par Tuckerman et Pease [1], le

débit déduit par la présente analyse est égale à $9.008 \text{ cm}^3/\text{s}$ au lieu de $11 \text{ cm}^3/\text{s}$ estimé analytiquement par ces derniers. Donc, pour la même perte de charge, le débit estimé par la présente analyse est inférieur celui déduit par Tuckerman et Pease malgré la prise en charge des pertes singulières. Ceci peut s'expliquer par le fait que la présente analyse, considère un α_{asp} fini ce qui donne nombre de Poiseuille inférieur à 96 (Cf. Fig. 8.3) et par conséquent une vitesse moyenne plus faible est déduite de l'équation (A.8) d'où un plus faible débit pour une même section mouillée.

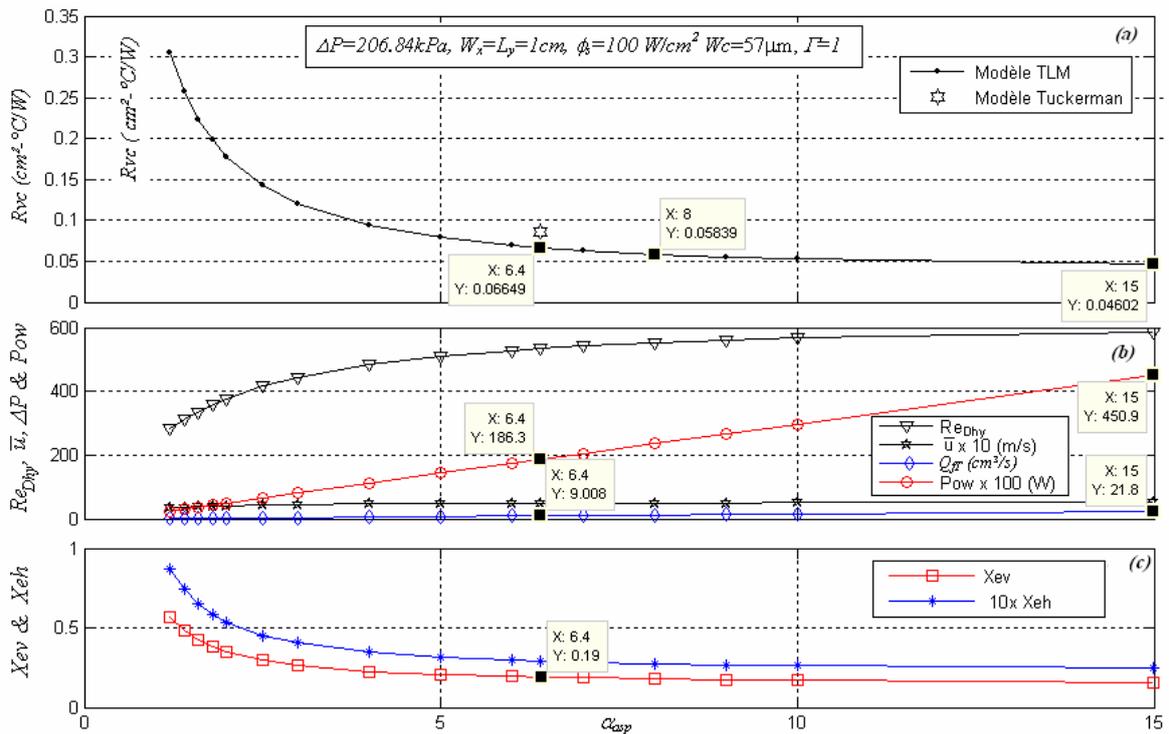


Fig. 8.9 : Effet de α_{asp} sur les paramètres thermiques et hydrodynamiques d'un MCHS en silicium/eau sous la contrainte d'une perte de charge imposée. (a) Variation de R_{vc} avec α_{asp} (b) Variation des paramètres hydrodynamiques avec α_{asp} , (c) Variation des longueurs d'établissement avec α_{asp} .

8.1.4.2. Effet de la largeur des canaux sur la résistance

Les résultats de ces simulations représentés sur la figure 8.10 montrent l'influence de la largeur des canaux (densité des canaux) sur la résistance thermique du MCHS silicium/eau sous une contrainte d'une perte de charge imposée, fixée dans cette simulation comme précédemment à 206.84 kPa (i.e. 30 psi). Les différentes courbes représentent la relation entre la résistance R_{vc} et la puissance de pompage en fonction

des paramètres α_{asp} et Nc . Ces courbes mettent bien en évidence l'existence de minima locaux. Ces minima se situent sur une trajectoire quasi-linéaire pouvant être approchée par la droite AC ayant pour équation $Nc_{Opt} = 3\alpha_{asp} + 38$ avec une erreur maximale de $\pm 4\%$ sur l'intervalle $18 \geq \alpha_{asp} \geq 4$. On conclut donc que la densité optimale des canaux augmente avec α_{asp} en d'autres termes plus α_{asp} est grand plus Wc_{Opt} est petit. A titre d'exemple pour $\Gamma = 1$, $\alpha_{asp} = 6.4$ et $Wc = 57 \mu m$ (soit 87.7 canaux/cm) la résistance est estimée dans la figure 8.9 égale à $0.06649 \text{ cm}^2 \cdot ^\circ C/W$. Le passage de $Wc = 57 \mu m$ à $Wc = 84 \mu m$ (soit 59.5 canaux/cm) donne une résistance $Rvc = 0.0593 \text{ cm}^2 \cdot ^\circ C/W$ soit une réduction de la résistance de 10.81%. Donc une réduction de près de 11% est obtenue avec le design de Tuckerman et Pease sous une chute pression de 206.84 kPa en augmentant Wc de $57 \mu m$ à $84 \mu m$. Nous faisons remarquer le nombre de Reynolds maximum pour ces valeurs optimale était enregistré égal à 1682 avec $\alpha_{asp} = 4$.

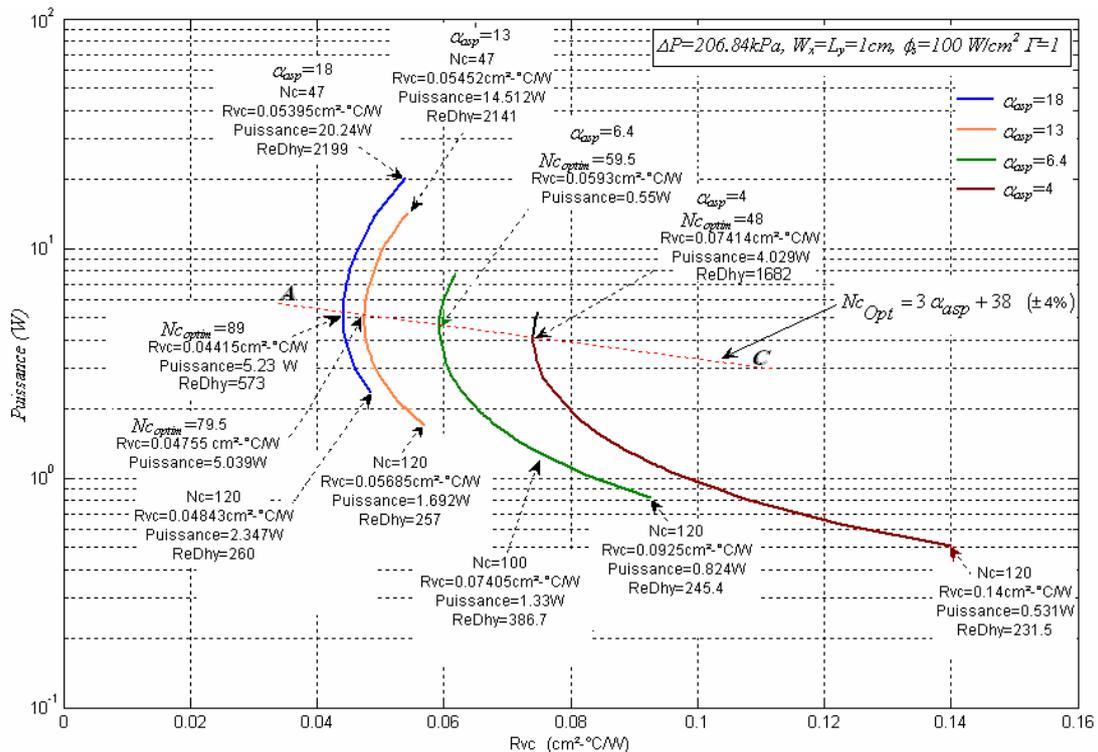


Fig. 8.10 : Relation entre la puissance de pompage et la résistance thermique en fonctions de α_{asp} et de Nc pour un MCHS en silicium/eau sous la contrainte d'une perte de charge imposé. Mise en évidence d'optima.

8.1.4.3. Effet de Wf/Wc sur la résistance

Des simulations ont été effectuées en variant Γ tout en fixant $\alpha_{asp} = 6.4$, $Wc=57\mu m$ et $Hc=365\mu m$ avec $\Delta P = 206.84 kPa$ (i.e. 30 *psi*); données du modèle analytique de Tuckerman et Pease [1]. Puisque Wc est fixe donc la variation de Γ entraîne uniquement la variation de la densité des canaux. La valeur optimale pour ces simulations était évaluée à $\Gamma_{Opt} = 0.4$. Comme pour l'optimisation à débit constant, en variant α_{asp} , il a été vérifié que la valeur optimale de Γ augmente avec α_{asp} mais elle reste toujours inférieur à 1 (la valeur maximale testée est $\alpha_{asp} = 100$). Ceci s'explique par le fait que plus Hc est grand plus la largeur des ailettes Wf doit être grande afin de réduire la résistance conductive. Quelques valeurs sélectionnées des résultats de ces simulations sont données à titre d'exemple:

α_{asp}	4	6.4	100
Γ_{Opt}	0.2	0.4	0.8

Des simulations effectuées avec la valeur optimale de Wc (i.e. $Wc = 84 \mu m$) déterminée au § 8.1.4.2 et la valeur optimale de $\Gamma = 0.4$ pour $\alpha_{asp} = 6.4$ donne une réduction de 17% sur la résistance R_{vc} en comparaison à celle obtenue en adoptant les restrictions de Tuckerman (i.e. $Wc=57\mu m$ & $\Gamma=1$)

8.1.5. Optimisation sous la contrainte d'une puissance imposée

L'optimisation du MCHS sous une contrainte de puissance de pompage imposée est certainement la plus décisive en pratique. En effet, il est souvent demandé à l'ingénieur d'optimiser le MCHS en fonction des caractéristiques des pompes disponibles et éventuellement la sélection de ces dernières en fonction de l'encombrement, des coûts de fabrication et exploitation, de la fiabilité et la de la durée de vie, entre autres. La procédure de calcul, comme pour l'optimisation précédente, nécessite des itérations pour l'estimation du débit en fonction de la puissance imposée. La fonction *GetUForPow*, détaillée en annexe B, a été développée à cet effet. Les simulations réalisées, dans le cadre cette optimisation à puissance de pompage fixe, ont été effectuées selon l'algorithme suivant :

Etant donné: Puissance de pompage, charge thermique et dimensions du MCH ;
on estime:

- i) la température de référence et les propriétés de l'eau par *GetTrefEau*
- ii) les propriétés thermo physiques du silicium par *SiliconTable*
- iii) la vitesse moyenne \bar{u} par *GetUForPow*
- iv) le nombre de Nusselt par *GetNu*
- v) et enfin la résistance thermique par *Tlm3dPnDiode1dStub_Nc*

L'optimisation à puissance de pompage constante, a été effectuée dans cette section avec les données de Tuckerman et Pease [1] correspondant à une puissance de pompage $Pow=2.275W$ déduite à partir d'une perte de charge $\Delta P=206.84kPa$ (i.e. $30psi$) et d'un débit $Q_{IT}=11 cm^3/s$. Le rapport caractéristique α_{asp} a été pris comme variable pendant que Γ et Wc ont été pris comme paramètres fixes. Les résultats de ces simulations, représentés dans la figure 8.11, ne révèlent aucun minimum absolu en fonction de α_{asp} et que la valeur minimale de la résistance semble tendre asymptotiquement vers une valeur inférieure à $0.051 cm^2 - ^\circ C / W$ quand $\alpha_{asp} \rightarrow \infty$. Du fait que la puissance de pompage est constante, donc le choix de α_{asp} est beaucoup plus facile car il ne dépend que de la contrainte de fabrication où il doit être pris aussi grand que possible. Il est cependant à noter que des valeurs très grandes de α_{asp} , même si physiquement sont réalisables, ne contribuent que très faiblement à la réduction de Rvc . Pour le cas de la présente simulation à $Pow=2.275W$, on fait remarquer que des valeurs de α_{asp} au-delà de 10 sont certainement non souhaitables du fait que le taux de réduction de Rvc est pratiquement nul au-delà de cette limite.

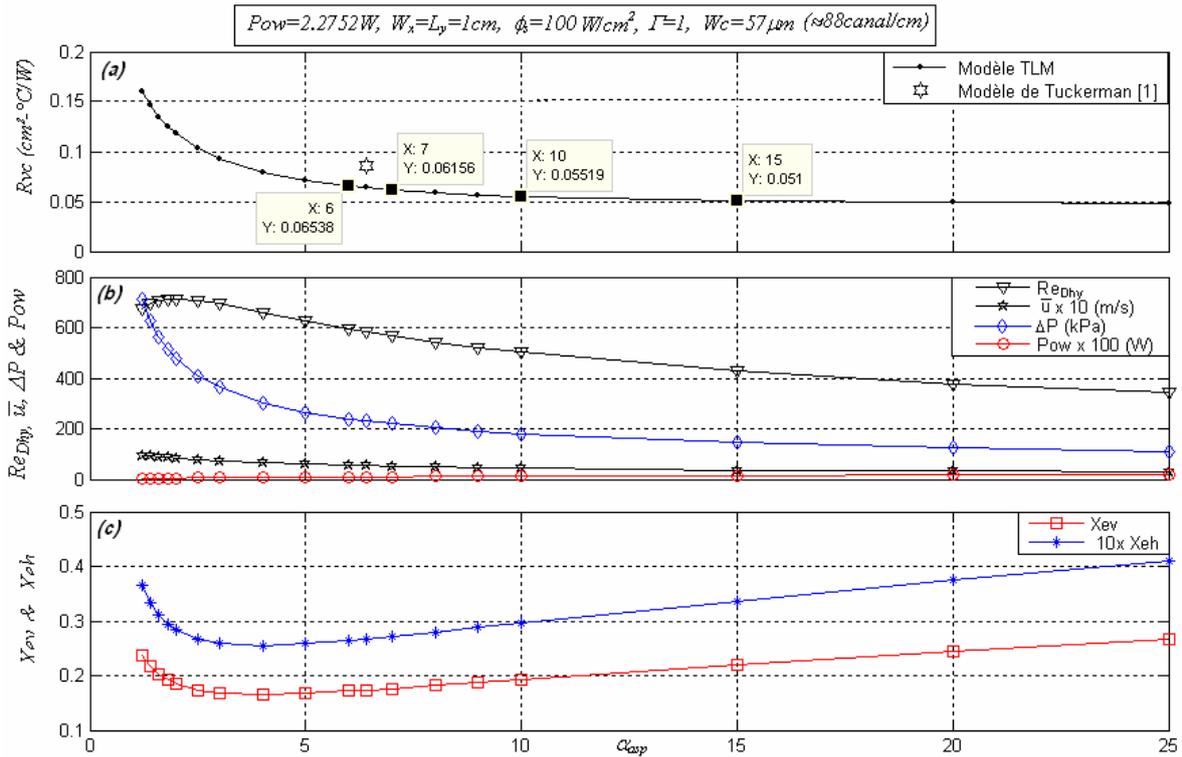


Fig. 8.11 : Effet de α_{asp} sur les paramètres d'un MCHS silicium/eau sous la contrainte d'une puissance de pompage imposée. (a) Variation de R_{vc} avec α_{asp} , (b) Variation des paramètres hydrodynamiques avec α_{asp} , (c) Variation des longueurs d'établissement avec α_{asp} .

Les résultats de simulations effectuées en variant Wc et Γ pour plusieurs valeurs de α_{asp} ont révélé l'existence de minima absolus associés avec ces paramètres, Cf. Fig. 8.12. Comme pour les optimisations précédentes la diminution de Γ contribue à la réduction de la résistance thermique et que la valeur Γ_{Opt} est toujours inférieure à 1. Cette valeur optimale s'éloigne de 1 au fur et à mesure que α_{asp} diminue. Aussi comme précédemment la valeur optimale de Wc diminue avec l'augmentation de α_{asp} , i.e. $\alpha_{asp} \nearrow \Rightarrow Wc_{Opt} \searrow$ et $\alpha_{asp} \searrow \Rightarrow \Gamma_{Opt} \searrow$. Nous faisons remarquer par ailleurs que la valeur de $Wc=57\mu m$ recommandée par Tuckerman et Pease [1] pour $\alpha_{asp} = 6.4$ se situe bien dans l'intervalle optimal tel que montré sur la figure 8.12 (a).

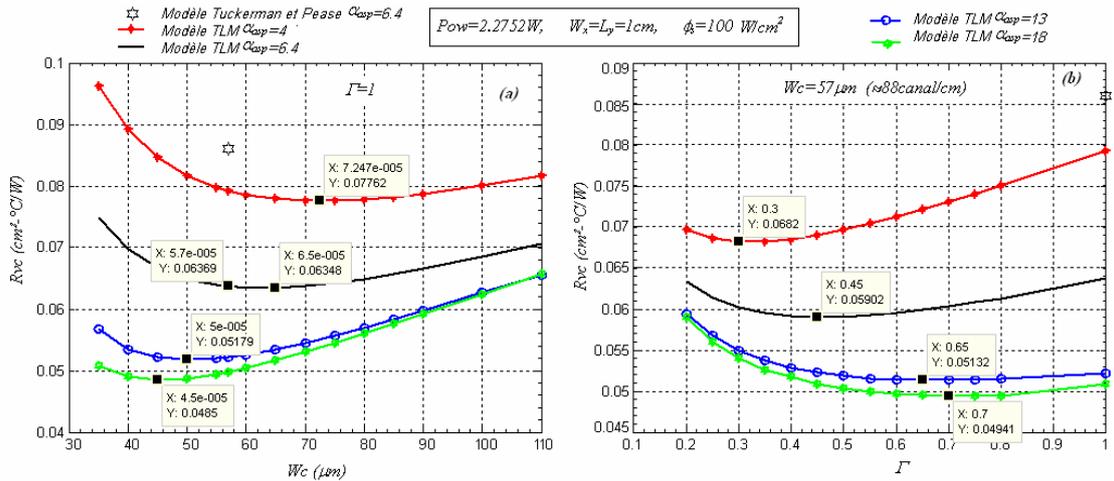


Fig. 8.12 : Effet de Wc et Γ sur la résistance d'un MCHS silicium/eau sous la contrainte d'une puissance de pompage imposée. (a) Variation de R_{vc} avec Wc (b) Variation de R_{vc} avec Γ

8.2. Charge thermique variable dans le temps; effet d'inertie¹⁸

Il est très fréquent d'avoir des transistors qui fonctionnent momentanément en surcharge sans que le phénomène en soit visible. La surcharge thermique qui en découle est souvent déguisée par l'inertie thermique du MCHS. En effet, l'excès momentané de la chaleur est absorbé d'une manière quasi-instantanée par la masse solide du MCHS et y sera restitué progressivement au fluide caloporteur à travers la résistance convective. Ce phénomène, joue donc un rôle important dans la protection des systèmes électroniques contre les surcharges accidentelles et peut aussi être exploité pour dissiper de plus grosses puissances thermiques en fonctionnement discontinu. Dans cette situation l'analogie électrique du MEMS en régime permanent représenté par la figure 2.5 peut être modifié tel que représenté par la figure 8.13.

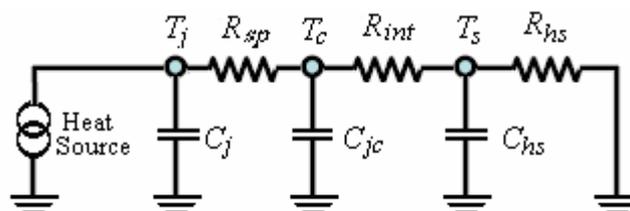


Fig. 8.13 : Analogie électrique du transfert de la chaleur en régime transitoire dans un MCHS

¹⁸L'inertie thermique est la capacité d'un corps à stocker de la chaleur.

En plus des résistances thermiques telles que décrites au § 2.4, l'inertie thermique de la jonction, de l'encapsulage et celle du MCHS sont représentées par des condensateurs de capacités respectives C_j , C_{jc} et C_{hs} . Afin d'illustrer l'effet de l'inertie thermique, nous analysons dans ce paragraphe, par la technique TLM, un état de sollicitation thermique alterné constitué par deux alternances de charges respectives ϕ_{SC} et ϕ_{SR} . Les charges sont supposées uniformes dans l'espace et de durées respectives t_C et t_R . Le cas particulier, où la durée des deux alternances est identique avec $\phi_{SC}=100 \text{ W/cm}^2$ et $\phi_{SR}=0$, est illustré par les graphes de la figure 8.14. Ces résultats sont comparés dans la même figure avec ceux obtenus sous l'effet d'une charge de 100 W/cm^2 appliquée en continue. En effet, on constate que la température de surface maximale pour une sollicitation alternée est relativement inférieure à celle produite par l'application d'une même contrainte en continu. Ces résultats mettent bien en évidence l'effet de l'inertie thermique tout en révélant la possibilité de pouvoir extraire de plus grandes puissances thermiques dans les dispositifs fonctionnant en alternance par rapport à ceux fonctionnant en continu. Cependant, il est important à noter que l'énergie totale dissipée après un certain nombre de cycles est la même dans les deux cas de figure.

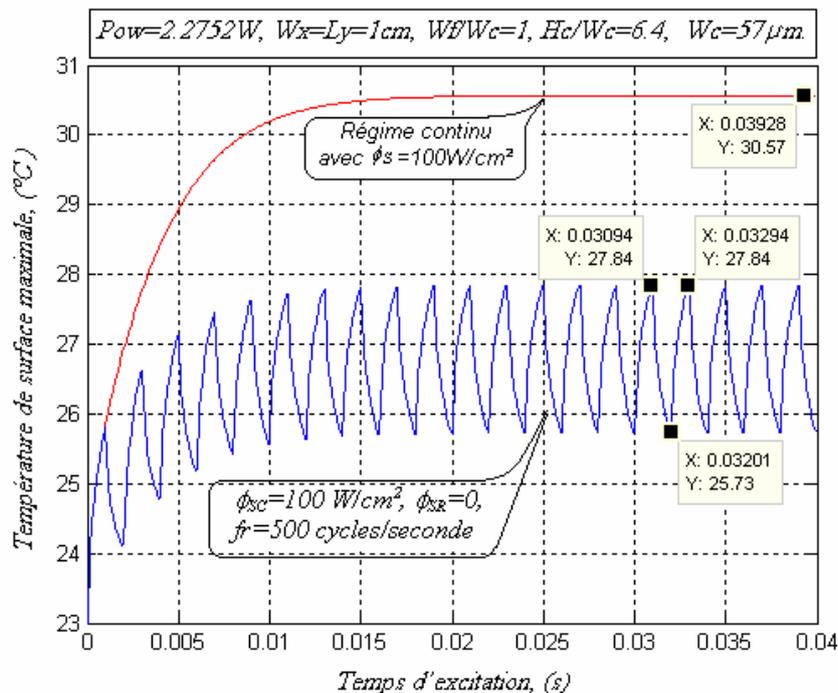


Fig. 8.14 : Variation de la température de surface maximale d'un MCHS sous l'effet d'une charge thermique (a) continue (b) alternée

L'effet de la variation de la fréquence de la sollicitation thermique est illustré dans la figure 8.15. Les intensités des charges ϕ_{SC} et ϕ_{SR} sont maintenues invariantes durant les simulations pendant que les fréquences des sollicitations thermiques ont été variées. Ces graphes révèlent que la température maximale de surface diminue avec l'augmentation de la fréquence de sollicitation. Cet état de fait laisse supposer qu'il serait théoriquement possible de dissiper une puissance d'intensité plus grande en augmentant la fréquence sans que pour cela dépasser la température maximale du régime continu qui est égale à 30.57°C dans cette simulation.

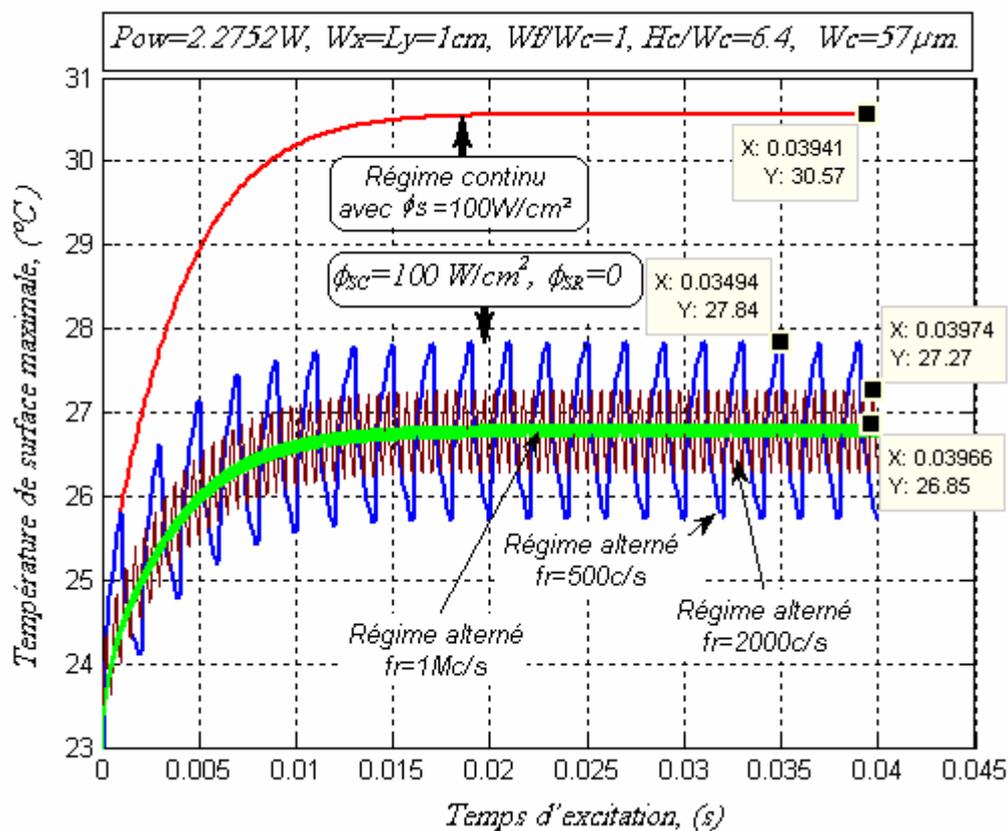


Fig. 8.15 : Variation de la température maximale d'un MCHS sous l'effet d'une charge thermique alternée à différentes fréquences

Afin de confirmer cette déduction une troisième simulation a été effectuée en doublant la puissance thermique avec une excitation à un rythme de 10^5 cycles /s. Les résultats de cette simulation sont synthétisés par la figure 8.16. Ils confirment les déductions faites ci-haut. En effet une puissance double de 200 W/cm^2 est dissipée, en un fonctionnement discontinu, avec pratiquement la même température maximale de surface (30.66°C) que celle produite en cycle normale avec une contrainte de 100 W/cm^2 en continu.

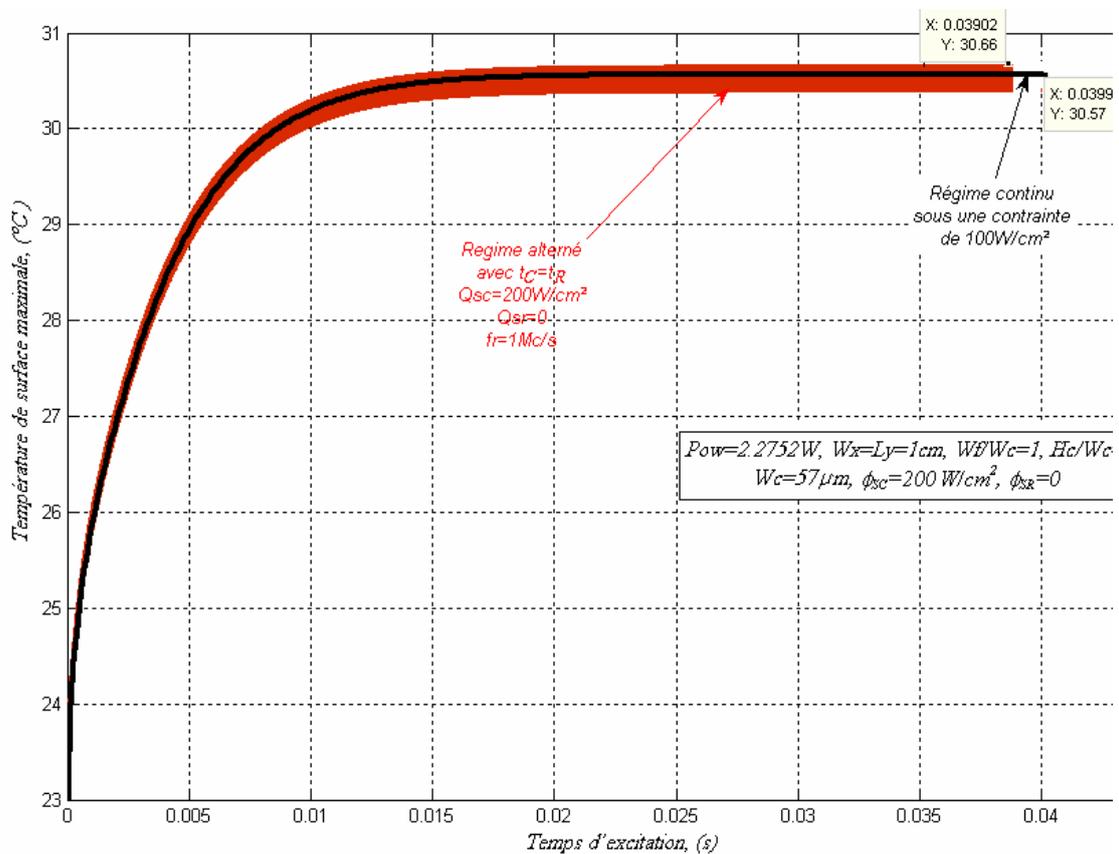


Fig. 8.16 : Variation de la température maximale d'un MCHS sous l'effet d'une charge thermique alternée à 105 cycles / seconde.

8.3. Conclusion

A partir des différentes simulations effectuées dans ce chapitre pour l'optimisation d'un MCHS silicium/eau en régime d'écoulement laminaire ; il a été constaté que :

- L'optimisation à débit imposé a mis en évidence l'existence d'un optimum qui varie en fonction du débit de pompage fixé et légèrement en fonction de la charge thermique qui jusqu'ici n'a jamais été prise en considération dans la littérature des microcanaux à régime monophasique. En effet, dans deux cas pratiquement extrêmes de débit et de charge thermique, il a été déduit que l'optimum est obtenu à $\alpha_{asp} = 8$ pour un débit de $22 \text{ cm}^3/\text{s}$ et une charge thermique de $2000 \text{ W}/\text{cm}^2$ et à $\alpha_{asp} = 18$ pour un débit de $8 \text{ cm}^3/\text{s}$ et une charge thermique de $10 \text{ W}/\text{cm}^2$ avec Wc et Γ fixés respectivement à $57 \mu\text{m}$ et 1. La variation de Γ d'autre part a révélé l'existence de minima qui correspondent à des valeurs de $\Gamma < 1$; plus α_{asp} est petit plus Γ_{Opt} s'éloigne de la valeur $\Gamma = 1$. La variation de Wc , par contre n'a révélée aucun minimum absolu et par conséquent le dimensionnement de la densité des canaux doit être effectué en se basant sur la puissance de pompage et la valeur maximale admissible de la résistance thermique. Un intervalle pour un design pratique fixant α_{asp} entre 6 et 18, indépendamment du débit et de la charge thermique, peut être recommandé pourvu que le régime laminaire soit préservé pour le MCHS silicium/eau avec aux alentours de $100 \text{ canaux}/\text{cm}$ et un rapport $0.65 < \Gamma < 1$.
- A perte de charge imposée, aucun minimum absolu de la résistance thermique n'est possible avec la variation de α_{asp} . Comme α_{asp} augmente, le débit augmente et par conséquent la résistance diminue d'une part et la puissance de pompage augmente d'autre part. Pour les paramètres $\Delta P = 206.84 \text{ kPa}$, $Wc = 57 \mu\text{m}$ et $\Gamma = 1$, la valeur efficace de α_{asp} se situe dans l'intervalle $6 \leq \alpha_{aspEff} \leq 7$. Contrairement à la variation de α_{asp} , la variation des deux autres paramètres a révélé l'existence de minima absolus. La valeur optimale de Wc augmente avec la diminution de α_{asp} par contre celles Γ diminuent avec la diminution de α_{asp} .

i.e. $\alpha_{asp} \nearrow \Rightarrow Wc_{Opt} \searrow$ et $\alpha_{asp} \searrow \Rightarrow \Gamma_{Opt} \searrow$. La résistance dans le MCHS du design initial de Tuckerman et Pease [1], pris bien entendu comme référence dans ce travail, se trouve réduite de l'ordre de 17% en prenant $Wc=84\mu m$ au lieu de $57\mu m$ et $\Gamma = 0.4$ au lieu de 1 avec bien entendu $\alpha_{asp} = 6.4$ et $\Delta P=206.84 kPa$.

- A puissance constante, aucun point de déflexion de la fonction Rvc n'est associé avec la variable α_{asp} . Toutefois, il est important de noter, que la résistance diminue continuellement avec l'augmentation de α_{asp} pour une puissance constante. Les critères permettant de dimensionner α_{asp} dans cette situation ne sont autres que les contraintes de fabrication. Donc α_{asp} doit être pris aussi grand que possible tout en considérant que la contribution des valeurs de α_{asp} supérieures à 10 est négligeable. Par contre, la variation, des deux autres paramètres dimensionnels, a révélée l'existence de points de déflexion minimums de la fonction Rvc associés avec les variables Wc et Γ . Comme pour l'optimisation à pertes constantes, les valeurs optimales de Wc sont inversement proportionnelles à α_{asp} pendant que celles de Γ sont directement proportionnelles à α_{asp}

i.e. $\alpha_{asp} \nearrow \Rightarrow Wc_{Opt} \searrow$ et $\alpha_{asp} \searrow \Rightarrow \Gamma_{Opt} \searrow$

- L'application de la TLM à un MCHS sollicité thermiquement par intermittences à très hautes fréquences, a montré qu'il est possible de dissiper des puissances thermiques plus importantes que celles dissipées en régime continu. Ce phénomène est assuré par l'inertie thermique du MCHS qui absorbe la chaleur en excès pendant les sollicitations de pointes et la restitue graduellement à travers la résistance convective au fluide

caloriporteur lors des périodes de repos ou lors de sollicitations moins intenses.

Conclusions générales et perspectives

La technique TLM a été utilisée pour estimer numériquement et optimiser la dissipation de l'énergie calorifique dans les systèmes de refroidissement à microcanaux. Le système à résoudre est un problème de conditions aux limites régi par des équations différentielles impossible à résoudre analytiquement. A cette fin onze modèles différents de conditions aux limites ont été développés. Leurs utilisations ont été proposées dans différentes situations. Les différents modèles de conditions aux limites développés dans ce travail ont été validés favorablement avec des résultats obtenus par les méthodes numériques classiques FEM et FDM aussi bien qu'avec les méthodes analytiques disponibles dans la littérature. Certains de ces modèles ont même été plus performants que certains modèles proposés dans la littérature de la technique TLM.

La prise en charge du transport de l'énergie par le fluide a été abordée par l'introduction d'une ligne de transmission composée d'une diode électrique. La ligne diode a été introduite pour modéliser la variation de l'enthalpie du fluide dans le temps et l'espace. La validation de ce modèle a été effectuée en comparaison aux résultats obtenus par la méthode FDM en 1D en termes des propriétés moyennes de la masse fluide. Deux applications importantes spécifiques aux systèmes de refroidissement par micro-canaux ont été ensuite abordées. La première consistant en l'optimisation des panneaux radiants pour la dissipation de l'énergie calorifique dans les installations spatiales. A cette fin les modèles de limites radiatives développés dans ce mémoire ont été utilisés. La deuxième application a consisté en l'étude de la distribution de la température et la résistance thermique dans un micro canal silicium/eau fonctionnant en régime laminaire. A cet effet les modèles de limites convectives, de densité de flux imposée ainsi que le modèle composé de la ligne diode pour la résolution de l'équation de l'énergie ont été utilisés. Le modèle global ainsi obtenu a été validé favorablement avec des résultats obtenus par la méthode FDM et d'autres méthodes analytiques disponibles. Ce modèle a été ensuite utilisé pour optimiser les microcanaux sous la contrainte de débit imposé, de pertes de charge imposée et de puissance de pompage imposée. L'effet de l'inertie du MCHS a été ensuite étudié en

appliquant une charge thermique variable dans le temps. Les principaux résultats déduits à partir de ces deux applications sont succinctement rappelés ci-dessous.

A. Optimisation des panneaux radiants dans le vide

L'étude des panneaux radiants à cannelure rectangulaires par le modèle TLM a permis de déduire ce qui suit :

A.1. L'erreur induite par l'analyse des surfaces isothermes peut atteindre des proportions importantes. Cette erreur est directement proportionnelle aux rapports Ly/Hc et Hc/Wc et inversement proportionnelle à l'émissivité de surface et la conductivité thermique du matériau.

A.2. L'analyse isotherme a révélé que l'émissivité relative reste égale à l'émissivité de surface pour des radiateurs noirs infiniment longs. L'analyse TLM, par contre, a révélé une réduction de cette dernière avec l'augmentation de Hc/Wc . Des valeurs de ε_G inférieures à l'unité ont été obtenues. Ce résultat explique l'inutilité des cannelures pour ce type de radiateur dans le vide.

A.3. Ces types de radiateurs peuvent être classés en deux catégories distinctes. Les radiateurs courts et les radiateurs longs en fonction du rapport Ly/Hc . Les radiateurs courts sont caractérisés par une dissipation latérale importante. Ils ont été classés dans l'intervalle $Ly/Hc < 10$ et les radiateurs longs, caractérisés par une dissipation latérale négligeable, ont été classés dans l'intervalle $Ly/Hc > 20$. La région intermédiaire $10 < Ly/Hc < 20$ est plutôt en faveur des radiateurs courts avec des rapports $Pmb < 5$.

A.4. Il a été mis en évidence l'apport important de la dissipation par les ouvertures latérales pour des radiateurs très courts. Une émissivité relative supérieur à 10 a été obtenue par un radiateur court en aluminium poli ayant une largeur $Ly=Hc$ et un rapport $F=1$. Seule une émissivité relative inférieur à 3.8 a été obtenue pour le même radiateur ayant une longueur infinie ($Ly/Hc=1000$).

A.5. Une amélioration notable des radiateurs longs a été possible en réduisant l'épaisseur des cannelures. En effet l'émissivité du radiateur précédent

est passé de 3.8 à 4.974 en réduisant l'épaisseur des ailettes de $Wf = Wc$ à $Wf = 0.1Wc$.

A.7. L'augmentation de la densité des cannelures n'a aucune influence notable sur les résultats pour un radiateur en aluminium. Ainsi les paramètres optimaux obtenus à l'échelle macroscopique restent valables à l'échelle microscopique. Pour un matériau de plus faible conductivité thermique une divergence notable existe entre une échelle centimétrique et une échelle microscopique. Cependant, l'émissivité relative est beaucoup plus importante pour l'échelle microscopique que celle macroscopique et ce dans tous les cas de figure.

A.8. L'intervalle efficace, pour l'amélioration de l'émissivité de surface du titane par des microcanaux rectangulaires avec une densité aux alentours de 500 canaux/cm et une émissivité de surface $\varepsilon=0.4$, a été fixé à $3 < Pmb < 4$ et $0.1 < I < 0.2$. En effet une amélioration importante (i.e. $\varepsilon_G=1.74$) était possible avec un $Pmb=4$ et $I=0.1$ au-delà de $Pmb=4$, le taux d'accroissement de ε_G est relativement plus faible.

B. Etudes des structures MCA

L'étude des structures MCA a permis de déduire:

B.1. Les radiateurs courts à épinglettes carrées sont plus efficaces que ceux à épinglettes coniques. La vérification des résultats pour des radiateurs très longs n'a pas pu être réalisée. Cette dernière nécessite une mémoire de stockage très importante pour la réalisation des simulations y afférentes. Cependant une déduction logique des résultats obtenus pour les radiateurs à cannelures rectangulaires, notamment le point (A.5) mentionné ci-haut, laisse supposer plutôt la supériorité des structures coniques par rapport à celle carrées pour les radiateurs très longs ayant un Pmb très élevé.

B.2. L'efficacité des structures MCA a été vérifiée expérimentalement. Des cônes d'environ $20\mu m$ de haut et de $20\mu m$ de diamètre de base ont donné une émissivité relative aux alentours de 2.5. Par contre, les simulations effectuées sur des cônes identiques ont révélé une plus faible émissivité

relative (i.e. $\varepsilon_G=1.92$). Ceci explique le fait que les structures MCA traitée au laser bénéficient d'un double effet relatif à l'augmentation de leur efficacité. Le premier consiste en la formation de micro-cônes pouvant être simulés numériquement sur la base d'une émissivité de surface constante et le deuxième consiste en la formation de micro-cavités en faveur d'une augmentation de l'émissivité d'interstice très difficile à déterminer par simulation numérique.

B.3. Pour une densité de cônes donnée, l'efficacité à la dissipation des structures MCA augmente avec la réduction de l'angle de conicité qui est accompagnée en même temps par une augmentation de la puissance de traitement par ablation laser. A priori, l'augmentation de la densité des cônes n'est pas susceptible d'améliorer l'efficacité pour un angle de conicité donné. Ce point reste à confirmer expérimentalement, néanmoins, le phénomène peut être expliqué par une réduction de l'émissivité d'interstice associée à la diminution de la hauteur des cônes.

C. Validation du modèle TLM pour l'analyse thermique des MCHS:

La validation du modèle TLM a été effectuée sur la base d'une étude comparative avec des résultats obtenus par la technique FDM pour le régime transitoire. En outre, les prédictions du régime d'équilibre thermodynamique ont été validées avec de nombreux modèles analytiques disponibles dans la littérature. Une excellente concordance a été enregistrée entre les résultats du modèle TLM et ceux du modèle FDM à l'état d'équilibre thermodynamique. Par ailleurs, la comparaison des résultats du régime d'équilibre avec le modèle analytique le plus récent disponible dans la littérature a été effectuée avec une erreur maximale de 0.47% sur la température de surface. Pour le régime transitoire, une erreur maximale sur la température de surface de l'ordre de 0.9% en comparaison aux résultats FDM a été enregistrée. Cependant, la supériorité de la technique TLM en comparaison à la technique FDM a été marquée par une flexibilité relative à l'adaptation de pas temporels relativement grands. Ceci a permis la réalisations de simulations beaucoup plus rapides. En effet, a titre d'exemple, il a été possible d'obtenir des résultats acceptable (Erreur Max.

<12%) avec un temps d'exécution 25 fois plus faible par rapport à celui minimal exigé par la FDM en adaptant un pas temporel de $25RC_{min}$.

D. Optimisation des microcanaux par le modèle TLM

L'étude du phénomène thermique d'un MCHS silicium/eau en régime laminaire été effectuée par le modèle TLM sous trois différentes contraintes. A savoir, la contrainte du débit imposé, celle de la perte de charge imposée et enfin celle de la puissance de pompage imposée.

D.1. Contrainte du débit imposé : Un point de déflexion minimal de la fonction Rvc a été enregistré avec la variation de α_{asp} . La valeur optimale de α_{asp} était vérifiée comme étant inversement proportionnelle au débit du fluide caloporteur et à la charge thermique. En effet, plus Q_{JT} et ϕ_s étaient grands plus $\alpha_{asp\,Opt}$ était petit. D'autre part, pour un α_{asp} donné, un point de déflexion minimum a été observé avec la variation de Γ . Plus α_{asp} était petit plus Γ_{Opt} était inférieur à 1. Par contre, la variation de Wc n'a révélé aucun point de déflexion. Il a été observé que Rvc décroît linéairement pendant que Pow croit exponentiellement avec la diminution de Wc . La valeur minimale de Wc reste donc conditionnée par la puissance de pompage maximale admissible.

D.2. Contrainte de la perte de charge imposée : Aucun point de déflexion n'a été enregistré par la variation de α_{asp} . La valeur de cette variable reste conditionnée par la puissance de pompage qui augmente avec l'augmentation du débit provoqué par l'augmentation de la section mouillée. Par contre les variations de Γ et de Wc ont révélé des points de déflexion de la fonction Rvc . La valeur optimale de Γ était directement proportionnelle à α_{asp} pendant que celle Wc était inversement proportionnelle. i.e. $\alpha_{asp} \searrow \Rightarrow \Gamma_{Opt} \searrow$ et $\alpha_{asp} \nearrow \Rightarrow Wc_{Opt} \searrow$.

D.4. Contrainte de la puissance de pompage imposée : A puissance constante, aucun point de déflexion de la fonction Rvc n'a été observé avec la

variable α_{asp} . La résistance R_{vc} diminuait continuellement avec l'augmentation de α_{asp} pour une puissance donnée. Le critère du dimensionnement de α_{asp} dans cette situation est conditionné par les contraintes de fabrication et le basculement vers un écoulement à profil de température établi. Les variations des deux autres paramètres ont par contre révélé l'existence de points de déflexion minimaux. Des variations similaires à celles observées avec des pertes imposées ont été enregistrées i.e. $\alpha_{asp} \nearrow \Rightarrow Wc_{Opt} \searrow$ et $\alpha_{asp} \searrow \Rightarrow \Gamma_{Opt} \searrow$.

E. Effet d'inertie d'un MCHS

L'application de la TLM à un MCHS sollicité thermiquement par intermittences à très hautes fréquences, a montré qu'il est possible de dissiper des puissances thermiques plus importantes que celles dissipées en régime continu. Ce phénomène est assuré par l'inertie thermique du MCHS qui absorbe la chaleur en excès pendant les sollicitations de pointes et la restitue graduellement à travers la résistance convective au fluide calorporteur lors des périodes de repos ou lors de sollicitations moins intenses

Finalement, cette étude a permis d'appliquer avec succès la technique TLM pour étudier le cycle complet du phénomène de dissipation calorifique à travers un système de refroidissement constitué de microcanaux. Ceci, a été la continuité de ce qui a été entamé par Belhardj et al. [73] en se limitant à un simple MCHS idéal. En perspective d'améliorer encore plus la technique TLM relative à l'étude du transfert thermique dans les microcanaux, il serait souhaitable de l'étendre pour résoudre le phénomène de transport d'énergie par le fluide caloporteur en 2D et 3D. Aussi, l'application de la TLM standard à l'étude d'un phénomène réel de dissipation par rayonnement thermique, abordé avec succès pour la première fois dans cette étude, est un début encourageant en vue de généraliser cette technique à d'autres problèmes physiques concernés par le transfert radiatif tels que les milieux semi transparents. En ce qui concerne l'optimisation des surfaces MCA, il serait d'un apport scientifique non négligeable de pouvoir coupler la recherche numérique à celle expérimentale en vue de mieux cerner l'apport des microcavités engendrées par ablation laser en fonction des différents paramètres de fabrication ainsi que ceux dimensionnels.

Bibliographie

- [1]. **Tuckerman D. B. and Pease R. F. W.** (1981a). High-performance heat sinking for VLSI. IEEE Electron Device Letters, Vol. EDL-2, No. 5 May 1981, 126-129.
- [2]. **Derosiaux D.** (2004). Les water blocks à microstructures (Rapport publié le lundi 26 janvier 2004.), <http://www.presence-pc.com/tests>.
- [3]. **Tuckerman D.B. and Pease R.F.W.** (1981b). Errata, IEEE Electron Device Letters, EDL-2, 213.
- [4]. **Tuckerman D.B and Pease R.F.W.** (1981C). Ultrahigh thermal conductance microstructures for cooling integrated circuits, Proc 32nd Electronics Components Conf, 145-149.
- [5]. **Tuckerman D.B and Pease R.F.W.** (1982). Optimized convective cooling using micromachined structures, Electrochemical Society Extended Abstract, 82,197-198.
- [6]. **Fields S.W.** (1982). Grooved substrate boosts IC cooling, Electronics, 55, (1982) 46-47.
- [7]. **Tuckerman David Bazeley** (1984). Heat-Transfer Microstructures for Integrated Circuits, Stanford University, PhD Thesis (Feb 1984).
- [8]. **Pease R.F., Tuckerman D.B. and Swanson R.** (1986). Heat sink and method of attaching heat sink to a semiconductor integrated circuit and the like, U.S. Patent 4,567,505.means for improved heat removal in compact semiconductor integrated circuits. Patent 4, 573, 067.

- [9]. **Tuckerman D.B and Pease R.F.W.** (1983). Microcapillarity thermal interface technology for VLSI packaging, Symp VLSI Technology Digest of Technical Papers, 60-61.
- [10]. **Goldberg N.** (1984). Narrow channel forced air heat sink, IEEE Transaction on Components, Hybrid, and Manufacturing Technology, GHMT-7, 154-159.
- [11]. **KEYES R. W.** (1984). Heat transfer in forced convection through fins, IEEE Transaction on Electronic Devices, ED-31 (1984) 1218-1221.
- [12]. **Acosta R.E., Muller R.H. and Tobias C.W.** (1985). Transport process in narrow (capillary) channels, AIChE J, 31 473-482.
- [13]. **Mahalingam M.** (1985). Thermal management in semiconductor device packing, IEEE Proc. 73, 1396-1404.
- [14]. **Mahalingam M. and Andrews J.** (1987). High performance air cooling for microelectronics, Honolulu, HI, 608-625.
- [15]. **Koh J.C.Y. and Colony R.** (1986). Heat Transfer of Microstructures for Integrated Circuit, Int. Comm. Heat Mass Transfer vol.13, 89-98.
- [16]. **Vafai K. and Tien C. L.** (1980). Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media, Int. J. Heat Mass Transfer, vol.24, 195-203.
- [17]. **Kishimoto T. and Ohsak T.** (1986). VLSI packaging technique using liquid-cooled channels, Pro. 1986 IEEE Electronic Component Conf., 595-601.
- [18]. **Kishimoto T. and Saaki S.** (1987). Cooling characteristics of diamond-shaped interrupted cooling fin for high-power LSI devices, Electronics Letters, 23, 456-457.

- [19]. **Sasaki S. and Kishimoto T.** (1986). Optimal structure for microgrooved cooling fins for high-power LSI devices, *Electronics Letters*, 22, 1332-1334.
- [20]. **Tien C. L. and Kuo S. M.** (1987). Analysis of forced convection in microstructures for electronic system cooling, *Proc Int. Symp., Cooling Technology for Electronic Equipment*, Honolulu, HI, 217-26.
- [21]. **Vafai K. and Tien C.L.** (1981). Boundary and inertia effects on flow and heat transfer in porous media, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol.37 Suppl.1, 73-82.
- [22]. **Phillips R. J.** (1987). Forced-convection, liquid-cooled, microchannel heat sinks, Master Thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, MA.
- [23]. **Phillips R. J.** (1988a). microchannel heat sinks, *The Lincoln Laboratory J*, 1, 31.
- [24]. **Phillips R. J.** (1988b) Errata. *The Lincoln Laboratory J*, 1, 258-259.
- [25]. **Phillips R. J., Glicksman L. and Larson R.** (1987). Forced-convection, liquid-cooled, microchannel heat sinks for high power density microelectronics, *Proc. Intl Symp. Cooling Technology for Electronics Equipment*, Honolulu, HU, 227-248.
- [26]. **Nayak D., Hwang L.T., Turlik I. and Reisman A.** (1987). A high performance thermal module for computer packing, *J Electronic Materials*, 16, 357-364.
- [27]. **Hwang L. T., Turlik I. and Reisman A.** (1987). A thermal module design for advanced packaging, *J Electronic Materials*, 16, 347-355.

- [28]. **Samalam V. K.** (1989). Convective heat transfer in microchannels, *Journal of Electronic Materials*, Vol. 18, No. 5, 611-18.
- [29]. **Knight R. W., Goodling J. S. and Hall D. J.** (1991). Optimal Thermal Design of Forced Convection Heat Sink-Analytical, *ASME Journal of Electronic Packaging*, Vol. 113, pp. 313-321.
- [30]. **Weisberg A., Bau H. H. and Zamel J. N.** (1992). Analysis of microchannels for integrated cooling, *Int. J. heat Mass Transfer*, Vol. 35, No. 10, 2465-2474.
- [31]. **Knight R.W., Hall D.J., Goodling J.S. and Jaeger R.C.** (1992A). Heat sink optimization with application to microchannels, *IEEE Transactions, Hybrids, and Manufacturing technology*, Vol.15, No.5, 832-842
- [32]. **Knight R.W., Goodling J.S. and Gross B. E.** (1992b). Optimal thermal design of air cooled forced convection finned heat sinks- experimental verification, *IEEE Transactions on components, Hybrids, and Manufacturing Technology*, Vol.15, No.5, (October 1992), 754-760
- [33]. **Yu S.P. and Xln M.D.** (1994). Analysis and experiment on Gas Convection Microchannel heat Exchangers, *Proceedings of the tenth International Heat Transfer Conference*, Vol.4, 459-464.
- [34]. **Wang B.X. and Peng X.F.** (1994). Experimental investigation on liquid forced convection heat transfer through microchannels, *Int. J. heat Mass. Transfer*, Vol.37 suppl.1 (1994) 73-82.
- [35]. **Peng X. F. and Peterson G. P.** (1995). The effect of thermofluid and geometrical parameters on convection of liquids through rectangular microchannels, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 38, No. 4, pp. 755-758.

- [36]. **Peng X. F. and Peterson G. P.** (1996). Convective heat transfer and flow friction for water flow in microchannel structures, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 39, No. 12, 2599-2608.
- [37]. **Copeland D., Behnia M., and Nakayama W.** (1997). Manifold Microchannel Heat Sinks: Isothermal Analysis, *IEEE Transaction on Components, Packaging and Manufacturing Technology – Part A*, Vol. 20, No. 2, June 1997.
- [38]. **Zhimin W and Fah C. K.** (1997). The optimum thermal design of microchannel heat sinks, *IEEE/CPMT Electronic Packaging Technology Conference*, 123-129
- [39]. **Kim S. J. and Kim D.** (1999). Forced convection in microstructures for electronic equipment cooling, *ASME Journal of Heat Transfer*, Vol. 121, 639-45.
- [40]. **Quadir G. A., Mydin A. and Seethramu K. N.** (2001). Analysis of microchannel heat exchangers using FEM, *Int. J. Num. Meth. Heat and fluid flow*, vol. 11, No. 1, 59 –75.
- [41]. **Leng C. S.** (1997). Electronic cooling using microchannels, Final year project, B.S. School of Mechanical Eng., USM (KCP), Malaysia.
- [42]. **Wu H. Y. and Cheng P.** (2003). An experimental study of convective heat transfer in silicon microchannels with different surface conditions, *Int. J. Heat Mass Transfer* 46 (14), 2547-2556.
- [43]. **Croce G., D’Agaro P.** (2004). Numerical analysis of roughness effect on microtube heat transfer, *Superlattices and Microstructures* 35, 601–616.
- [44]. **Li J., Peterson G. P. and Cheng P.** (2004). Three-dimensional analysis of heat transfer in a micro-heat sinks with single phase flow, *International Journal of Heat and Mass Transfer* 47, 4215–4231.

- [45]. **Zhang H. Y., Pinjala D., Wong T. N., Toh K. C., and Joshi Y. K.** (2004). Single-phase liquid cooled microchannel heat sink, for electronic packages, *Applied Thermal Engineering*, Vol. 25, Issue 10, 1472-1487.
- [46]. **Copeland D.** (2000). Optimization of parallel plate heat sinks for forced convection, in: *Proceedings of 16th IEEE SEMITHERM, Symposium*, San Jose, pp. 266–272.
- [47]. **Bahrami M., Yovanovich M. M. and Culham J. R.** (2005). Pressure drop of fully-developed, laminar flow in rough microtubes, *Proceedings of MICROMINI 2005, 3rd International Conference on Microchannels and Minichannels*, June 13-15, 2005, Toronto, Ontario, Canada.
- [48]. **Abdelall F. et Hahn G., Ghiaasiaan S. M., Abdel-Khalik S. I., Jeter S. S., Yoda M. and Sadowski D. L.** (2005). Pressure drop caused by abrupt flow area changes in small channels, *Experimental Thermal and Fluid Science* 29, pp 425–434.
- [49]. **Ferguson A. D., Bahrami M. and Culham J. R.** (2005). Review of experimental procedure for determining liquid flow in microchannels, *Proceedings of ICMM 2005, 3rd International Conference on Microchannels and Minichannels*, June 13-15, 2005, Toronto, Ontario, Canada.
- [50]. **Johns P. B. and Beurle R. L.** (1971). Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix, *Proc. IEE*, vol. 118, No.9, 1203–1208.
- [51]. **Johns P. B.** (1972). Application of the transmission-line matrix method to homogenous waveguides of arbitrary cross-section, *Proceedings of the IEE*, 119 (1972), 1986-1991.

- [52]. **Johns P. B.** (1974). The solution of inhomogeneous waveguide problems using a transmission-line matrix, *IEEE Trans., Microwave Theory and Techniques*, MTT22, (3), (1974), 209-215.
- [53]. **Johns P. B. and Slater G. F.** (1973). Transient analysis of waveguides with curved boundaries, *Electronic letters*, 9, 486-487.
- [54]. **Johns. P. B.** (1977). A simple explicit and unconditionally stable numerical routine for the solution of the diffusion equation. *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 11, 1307-1328.
- [55]. **Butler G. and Johns P. B.**, (1979). The solution of moving boundary heat problems using the TLM method of numerical analysis, *Numerical Methods in thermal Problems* (Ed. R. W. Lewis and K. Morgan), Pineridge Press, Swansea, 1979, pp. 189-195.
- [56]. **Al-Mukhtar D.A. and Sitch J. E.** (1981). Transmission line matrix method with irregularly graded space, *IEE Proc. (H)*, 128 (1981) 299-305.
- [57]. **Naylor P.** (1982). Variable mesh size and circular TLM, MSc thesis, Nottingham University 1982.
- [58]. **De Cogan D. and Johns S. A.** (1985). A Two Dimensional TLM Model for the Punch-Through Diode, *J. Phys. D.*, 18 (1985) 507-515.
- [59]. **De Cogan D. and Henini M.** (1987). 3D-TLM modeling of the thermal behaviour of conducting films on insulating substrate *J. Phys. D., Appl. Phys.* 20 (1987) 1445-1450.
- [60]. **De Cogan D., Shah A.K. and Henini M.** (1985). Variable mesh TLM Modelling of Heat Flow in Semiconductors, *Proc. of Fourth Int. Conf. on Numerical Analysis of Semiconductors Devices (NASECODE IV)*, Dublin 1985, pp. 255.

- [61]. **De Cogan D. and Shah A.K.**, 1986). Stub TLM Modelling of heat Flow in Semiconductors, *J. Phys. D.*, 19 (1986) 721-715.
- [62]. **Pulko S. H. and Johns P. B.** (1987). Modeling of thermal diffusion in three dimensions by the Transmission Line Matrix method and the incorporation of nonlinear thermal properties. *Commun. Appl. Numer. Meth.* 3 (1987) 571-579
- [63]. **Wong G. C. and Wong W. S.** (1989). Multigrid TLM for diffusion problems, *International Journal of Numerical Modelling*, 2 (1989) 103-111
- [64]. **Ait-Sadi R., Lowery A. J. and Tuck B.** (1990). Combined Coarse-fine transmission line modeling method for diffusion problems, *International Journal of Numerical Modelling*, 3 (1990) 111-126.
- [65]. **Pulko S. H., Halleron J. A. and Phizacklea C.F.** (1990). Substructuring of space and time in TLM diffusion applications, *International Journal of Numerical Modelling*, 3 (1990) 207-214.
- [66]. **De Cogan D. and Enders P. and Gui X.** (1992). Impedance Transformation and Mesh Coarsening in TLM heat Flow Modeling, *Numerical Heat Transfer*, 21 (B) (1992) 327-342
- [67]. **De Cogan D.** (1998). *Transmission Line Matrix (TLM) Techniques for diffusion applications*, Gordon & Breach Science Publishers, OPA 1998.
- [68]. **Pulko S. H., Mallik A. and Johns P. B.** (1986). Application of transmission line Modelling (TLM) to thermal diffusion to bodies of complex geometry, *Int. J. NUMERICAL. METHODS IN ENGINEERING* 23 (1986) 2303-2313.
- [69]. **Pulko S., Green W. A. and Johns P. B.** (1987). An Extension of the Application of Transmission Line Modelling (TLM) tot thermal

- diffusion to include non-infinite heat sources, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, 24 (1987) 1333-1341.
- [70]. **Pulko S.H., Mallik A., Allen R. and Johns P.B.** (1990). Automatic time stepping in TLM routines for the modeling of thermal diffusion processes, *International Journal of Numerical Modelling*, 3 (1990) 127-136.
- [71]. **Webb P. W. and Gui X.** (1992). Time-step changes in TLM diffusion modeling, *International Journal of Numerical Modelling*, 5 (1992) 251-257.
- [72]. **Smy T., Walkey D. and Dew S. K.** (2001). Transient 3D heat flow for integrated circuit devices using the transmission line matrix method on a quad tree mesh, *Solid-State Electronics* 45 (2001) 1137-1148.
- [73]. **Belhardj S., Mimouni S., Saidane A. and Benzohra M.** (2003). Using microchannels to cool microprocessors: a transmission-line-matrix study, *Microelectronics J.* 34 (2003) 247-253.
- [74]. **Adjim M.** (1979). Methods of predicting heat transfer in fully developed turbulent pipe flows with large temperature differences, M.Sc Dissertation, University of Salford, England.
- [75]. **Planck M.** (1923). *The theory of Heat Radiation*, Dover, New York, 1959 (Traduction anglaise de “Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung”, Leipzig, 1923.
- [76]. **Lienhard IV J. H., Lienhard V J.,** 2002). *A Heat Transfer Textbook*, third ed., Phlogiston Press, Cambridge Massachusetts, 2002.
- [77]. **Kraus Allan D. and Bar-Cohen Avram** (1995). *Design and Analysis of Heat Sinks*, John Wiley & Sons, Inc., New York.

- [78]. **Sacadura J. F.** (1978). Initiation aux transferts thermiques, ed. Technique et documentation, Paris, 1978.
- [79]. **Colebrook C.F.** (1939). Turbulent flow in pipes, with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws, *J. Instn civ. Engrs*, 11, 133-156.
- [80]. **Sobhan C.B. and Garimella, S.V.** (2001). A comparative analysis of studies on heat transfer and fluid flow in microchannels, *Microscale Thermophys. Eng.* 5, 293–311.
- [81]. **Palm B.** (2001). Heat transfer in microchannels, *Microscale Thermophys. Eng.* 5, 155–175.
- [82]. **Shah, R. K. and London, A. L.** (1978). Laminar flow forced convection in ducts, supplement 1 in advances in heat transfer, Academic Press, New York, (1978), 196-223.
- [83]. **Phillips R.J.** (1990). Microchannel heat sinks, *Advances in thermal modelling of electronic components and systems*, Ed. A Bar-Cohen and A.D. Krauss, ASME New York, 1990.
- [84]. **Gnielinski V.** (1976). New equations for heat and mass transfer in turbulent pipe and channel flow. *International Chemical Engineering*, Vol. 16, 359-368.
- [85]. **Choquette S.F. Maghri M., etc.** (1996). Optimum Design of Microchannel Heat Sinks, *Microelectromechanical Systems, (MEMS)*, ASME DSC, Vol. 59, 115-126.
- [86]. **Lee S., Song S., Au V. and Moran K.P.** (1995). Optimization and selection of heat sinks, *IEEE Trans. Compon. Pack. Manuf. Technol.* A 18, pp.812-817.

- [87]. **Bok j. et N. Hulin-Jung** (1975). Ondes électromagnétiques relativité, Hermann Collection Méthodes, Paris, 1975.
- [88]. **Weiner M.** (2001). Electromagnetic analysis using Transmission Line Variables. World Scientific publishing Co. Ltd., 2001.
- [89]. **Christopoulos Christos** (1996). The Transmission-Line Modeling Method TLM, Oxford University press, Oxford.
- [90]. **Lowery A. J.** (1988). A study of the static and multigigabit dynamic effects of gain spectra carrier dependence in semiconductor lasers using a transmission-line laser model, IEEE Journal of Quantum Electronics, vol. 24, 12, pp. 2376-2385, (1988)
- [91]. **De Cogan D. and Enders P.** (1991). Microscopic effects in TLM heat flow, IEE Colloquium on Transmission Line Matrix Modelling – TLM, Digest No.1991, pp. 8/1-8/11, London, October 1991.
- [92]. **Gui X. and Webb P. W.** (1993). A comparative study of two TLM networks for the modelling of diffusion process. (1993)
- [93]. **Eckert E. R. G. & Robert M. Drake JR.** (1972). Analysis of heat and mass transfer. McGraw-Hill, Kogakusha, Ltd. 1972.
- [94]. **De Cogan D.,** (1993). Thermal radiative boundaries in TLM, Int. J. Numerical Modelling, 6 (1993) 165-166.
- [95]. **Saguet P. et Pic E.** (1981). Le maillage rectangulaire et le changement de maille dans la méthode TLM en deux dimensions, Electronics Letters, 17 277-279.
- [96]. **Van de Poland D.W. and Tierney J.K.** (1974). Free convection heat transfer from vertical fin-arrays, IEEE Trans., vol. PHP-10, pp. 267-271, 1974.

- Free convection heat transfer from vertical fin-arrays, IEEE Trans., vol. PHP-10, pp. 267-271, 1974.
- [97]. **Culham J. R., Yovanovich M. M. and Lee S.** (1995). Thermal Modeling of Isothermal Cuboids and rectangular Heat Sinks Cooled by Natural Convection, IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology-Part A, Vol. 18, No 3, Sept 1995.
- [98]. **Kobus C. J. and Wedekind G. L.** (1996). Modeling local and average heat transfer coefficient for isothermal vertical flat plate with assisting and opposing combined forced and natural convection, Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.39, No.13,(1996) 2723-2733
- [99]. **Buller L. and McNelis B.** (1988). Effects of radiation on Enhanced Electronic Cooling, IEEE Transactions on Components, Hybrids. and Manufacturing Technology, Vol. 11 No. 4 (December 1988).
- [100]. **Maudgal V. K. and Sunderland J. E.** (1997). An experimental study of forced convection heat transfer from in-line pin fin arrays, IEEE 1997, thirteenth IEEE Semi-therm Symposium, 149-157
- [101]. **Kobus, C.J., Oshio, T.** (2005). Predicting the thermal performance characteristics of staggered vertical pin fin array heat sinks under combined mode radiation and mixed convection with impinging flow, International Journal of Heat and Mass Transfer 48 (13), pp. 2684-2696.
- [102]. **Rea S. N. and West, S. E.** (1976). Thermal Radiation from Finned Heat Sinks, IEEE Transactions on Parts, Hybrids, and Packaging, Volume12, No.2, June 1976, pp 115 – 117.
- [103]. **Ellison, G.** (1979). Generalized Computations of the Gray Body Shape Factor for Thermal Radiation from a Rectangular U-Channel, IEEE

- Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology, Vol.2, No 4, Dec 1979, pp 517 – 522.
- [104]. **Dolgaev S. I., Lavrishev S. V., Lyalin A. A., Simakin A. V., Voronov V. V. and Shafeev G. A.** (2001). Formation of conical microstructures upon laser evaporation of solids, *Appl. Phys. Lett. A* 73(2), pp 177-181.
- [105]. **Hultberg J. A. and O'Brien P. F.** (1971). TAS (Thermal Analyzer System), Pasadena, CA, Jet Propulsion Laboratory, California Institute of Technology, Tech. Rep. 32-1416, Mar. 1971.
- [106]. **Bell Telephone Laboratories**, Physical Design of Electronic Systems, vol. 1, Design Technology, C. A. Fritsch, Radiative Heat Transfer, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc. ch. 7, pp. 282-285.
- [107]. **Scott A. W.** (1974). Cooling Electronic Equipment. New York: Wiley, 1974, pp.50.
- [108]. **Grob, L.M. and Swanson, T. D.** (2000). Parametric Study of Variable Emissivity Radiators, *Proc. AIP* 504, 809.
- [109]. **Darrin A. G., Osiander R., Champion J., Swanson T. and Douglas D.** (2000). Variable emissivity through MEMS Technology, *Proc. AIP* 504, 803.
- [110]. **Razelos P.** (2003). A Critical Review of Extended Surface Heat Transfer, *Heat Transfer Engineering*, 24(6), 11–28.
- [111]. **Adjim M., Pillai R., Bensaoula A., Starikov D., Boney C. and Saidane A.** (2007). Thermal Analysis of Micro-Column Arrays for Tailored Temperature Control in Space, *Journal of Heat Transfer*, (sous presse)

- [112]. **Runchal A. K. and Wolfshtein M. W.** (1964). A Finite Difference Procedure for the Integration of the Navier-Stokes Equation, Imperial College Mech. Eng. Dept. Rep. SF/TN/1, 1964.
- [113]. **Russell L. A. D. and Webb P. W.** (1996). Automatic time-step control in TLM diffusion modelling for problems with time-varying load conditions, *Int. J. Numerical Modelling*, 9, (1996) 417-428.
- [114]. **Gui X., Webb P. W. and Gao G.** (1992). Use of three-dimensional TLM Method in the thermal simulation and design of semiconductor devices, *IEEE Transactions on Electron Devices*, 39, (6) (1992).
- [115]. **Gui X., Gao G. and Morkoc H.** (1994). The effect of surface Metallization the thermal behavior of GaAs Microwave Power Devices, *IEEE Trans. Microwave Th. Techniques*, bf 42 (2) 9 (1994) 342-344.
- [116]. **Shah R. K. and London A. L.** (1980). Effect of non Uniform Passages on Compact Heat Exchanger Performance, *Journal of Engineering for Power*, Vol. 102, No. 3, July 1980, pp. 653-659.
- [117]. **Rohsenow W. M., Hartnett J. P. and Ganic E. N.** (1985). *Handbook of Heat Transfer Applications*, McGraw-Hill, New York NY.
- [118]. **Shah R. K. and London A. L.** (1987). Laminar flow forced convection in ducts, *Handbook of single-phase Convective Heat Transfer*, John Wiley & Sons, 1987.
- [119]. **Taine J. et Petit J. P.** (1998). *Transferts thermiques: Mécanique des fluides anisothermes: cours et données de base*, Dunod, ISBN: 2100036246, 2^eéd Paris 1998.
- [120]. **Holman J.P.** (1990). *Heat Transfer 7th ed.*, London: McGraw-Hill, 1990.

- [121]. **Kays W.M. and London A.L.** (1984). Compact heat exchangers, third ed., McGraw-Hill, New York.
- [122]. **Pitts D. R. and Sissom L.E.** (1977). Heat Transfer, Schaum's outline series, McGraw-Hill, ISBN 0-07-050203-X, 19787
- [123]. **Orfeuil M.** (1981). Electrothermie industrielle, Fours et équipements thermiques électriques industriels, Bordas, Paris, 1981, ISBN 2-04-012179-X.
- [124]. **Coblentz W. W** (1913). the diffuse Reflecting Power of Various Substances, Natl. Bur. Std. U.S. Bull., 9:283-324 (1913)
- [125]. **Randolf C.F. and Overholzer M.J.** (1915). Phys. Rev., 2:144 (1915).
- [126]. **Rayteck**, <http://www.raytek.fr>,
- [127]. **Boeke W. and Wall L.** (1976). Radiative exchange factors in rectangular spaces for the determination of mean radiant temperatures, Build. Serv. Engng., vol. 43, pp. 244- 253, March 1976.
- [128]. **Chekhovskii I.R., Sirotkin V.V., Chu-Dun-Chu Yu. V. and Chebanov V.A.** (1979). Determination of radiative view factors for rectangles of different sizes, High Temp., July (Trans. of Russian original, vol. 17, no. 1, Jan.-Feb., (1979)
- [129]. **Ehlert J. R. and Smith T.F.** (1993). View Factors for Perpendicular and Parallel, Rectangular Plates, J. Thermophys. Heat Trans., vol. 7, no. 1, pp. 173-174
- [130]. **Gross U., Spindler K. and Hahne E.** (1981). Shape factor equations for radiation heat transfer between plane rectangular surfaces of arbitrary position and size with rectangular boundaries, Lett. Heat Mass Transfer, vol. 8, pp. 219-227.

- [131]. **Howell J. R.** A catalog of radiation heat transfer configuration factors, John R. Howell, University of Texas at Austin
<http://www.me.utexas.edu/~howell/intro.html>.
- [132]. **Byrd L.W.** (1993). View factor algebra for two arbitrary sized non opposing parallel rectangles, *J. Heat Transfer*, vol. 115, no. 2, pp. 517-518.
- [133]. **Hsu Chia-Jung** (1967). Shape factor equations for radiant heat transfer between two arbitrary sizes of rectangular planes, *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 45, no.1, pp. 58-60.

Annexe A

A.1. Coefficients de transfert et de frottement.

A.1.1 Coefficient d'échange convectif

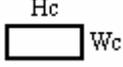
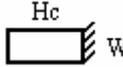
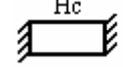
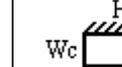
Tableau A.1 : Quelques valeurs du coefficient d'échange convectif [120]

Mode d'écoulement		Ordre de grandeur de h_c ($W / m^2.K$)
Air	Convection naturelle	5-25
	Convection forcée	10-500
Eau	Convection naturelle	500-1000
	Convection forcée	1000-15000
	Point d'impact d'un jet	10000-100000
	Ebullition	5000-1000000

A.1.2. Estimation du nombre de Nusselt

A.1.2.1. Ecoulement laminaire complètement établi ($X_{eh} \gg 0.02$)

Tableau A.2 : Nombre de Nusselt $Nu_{D_{hy}}$ pour canaux rectangulaires, écoulement laminaire avec profil des températures et des vitesses établis. [82 in 119]

Wc/Hc					
0	8.235	8.235	8.235	0	5.385
0.1	6.700	6.939	7.248	0.538	4.410
0.2	5.704	6.072	6.561	0.964	3.914
0.3	4.969	5.393	5.997	1.312	3.538
0.4	4.457	4.885	5.555	1.604	3.279
0.5	4.111	4.505	5.203	1.854	3.104
0.6	3.884	-	-	-	2.987
0.7	3.740	3.991	4.662	2.263	2.911
0.8	3.655	-	-	-	2.866
0.9	3.612	-	-	-	2.843
1	3.599	3.556	4.094	2.712	2.836
2	4.111	4.505	5.203	1.854	3.104
5	5.704	6.072	6.561	0.964	3.914
10	6.780	6.939	7.248	0.538	4.410
∞	8.235	8.235	8.235	0	5.385

 Paroi adiabatique

L'approximation approchée pour le cas où les quatre parois sont soumises à un flux constant ($\pm 0.03\%$), Shah & London [82 in 119]

$$Nu_{D_{hy}} = 8.235 \left(1 - 2.0421\alpha_{asp}^{-1} + 3.0853\alpha_{asp}^{-2} - 2.4765\alpha_{asp}^{-3} + 1.0578\alpha_{asp}^{-4} - 0.1862\alpha_{asp}^{-5} \right) \quad (\text{A.1})$$

L'approximation approchée pour le cas où seulement TROIS parois sont soumises à un flux constant est obtenue par corrélation des données du tableau A.2 colonne no. 3 avec une erreur maximale de ($\mp 1.7\%$) sur l'intervalle $1 \leq \alpha_{asp} \leq 20$ (voir Fig. 8.2):

$$Nu_{hy} = 1.53 \ln(\alpha_{asp}) + 3.52 \quad (\text{A.2})$$

A.1.2.2. Écoulement laminaire en développement

La formule suivante a été proposée par Copland [46] et adaptée par Zhang et al. [45] pour un écoulement laminaire avec un profil de température non établi et établi avec un Xeh modéré. Cette formule est adoptée dans cette étude pour $Xeh \leq 0.1$ voir §.2.1.1.

$$Nu_{D_{hy}} = \left\{ \left[2.22 \left(\frac{Re_{D_{hy}} Pr_f D_{D_{hy}}}{Ly} \right)^{0.33} \right]^3 + (8.31G - 0.02)^3 \right\}^{1/3} \quad \text{avec } G = \frac{\alpha_{asp}^2 + 1}{(\alpha_{asp} + 1)^2} \quad (\text{A.3})$$

A.1.2.3. Écoulements turbulents

La formule suivante a été proposée par Gnielinski [84] et adaptée par Zhimin et Fah [38] pour la modélisation des écoulements turbulents dans les microcanaux :

$$Nu_{D_{hy}} = 0.012 \left[\left(1.0 + (D_{hy}/Ly)^{2/3} \right) + (Re_{D_{hy}}^{0.87} - 280) Pr^{0.4} \right] \quad (\text{A.4})$$

A.1.3. Coefficient de Frottement pour canaux rectangulaires

A.1.3.1. Pour l'écoulement laminaire avec profil des vitesses en cours d'établissement:

La formule suivante a été recommandée pour les écoulements laminaires par Zhimin et Fah [38] pour l'estimation du coefficient des frottements linéaires dans les

microcanaux avec le profil des vitesses en cours d'établissement dans l'intervalle $X_{ev} = Ly / (D_{hy} Re_{D_{hy}}) \leq 1$

$$\lambda_L Re_{D_{hy}} = A_0 + A_1 \ln(X_{ev}) + A_2 \ln^2(X_{ev}) + A_3 \ln^3(X_{ev}) + A_4 \ln^4(X_{ev}) \quad (A.5)$$

Tableau A.3 : Coefficients pour Eq. (A.5)

coef.	$\alpha=1$	$\alpha=2$	$\alpha=5$	$\alpha \geq 10, \alpha \leq 0.1$
A0	14.206	15.510	19.099	23.920
A1	0.1725	0.2265	-0.445	-1.743
A2	0.8207	0.8124	0.04009	-0.7068
A3	0.1366	0.1539	0.00786	-0.0562
A4	0.4560	0.0479	0.0393	0.0401

La formule suivante de Copland [46] a été adaptée vérifiée expérimentalement et validée par Zhang et al. [45] pour l'estimation du coefficient des frottements linéaires dans un écoulement laminaire. Cette formule est adoptée dans ce travail pour les écoulements laminaire en établissement et établis voir § 8.1.2

$$\lambda_L Re_{D_{hy}} = 4 \left\{ \left[3.2 \left(\frac{D_{D_{hy}} Re_{D_{hy}}}{Ly} \right)^{0.57} \right]^2 + (4.70 + 19.64G)^2 \right\}^{1/2} \quad \text{avec} \quad G = \frac{\alpha_{asp}^2 + 1}{(\alpha_{asp} + 1)^2} \quad (A.6)$$

A.1.3.2. Pour l'écoulement laminaire avec profil des vitesses établi

La formule suivante a été de Pillips a été adaptée par Zhimin pour modéliser les écoulements laminaire développés dans l'intervalle :

$$X_{ev} = Ly / (D_{hy} Re_{D_{hy}}) \geq 1, \text{ Pillips [83 in 38].}$$

$$\lambda_L Re_{D_{hy}} = 96 \left(1 - 1.3553\alpha^{-1} + 1.9467\alpha^{-2} - 1.7012\alpha^{-3} + 0.9564\alpha^{-4} - 0.2537\alpha^{-5} \right) \quad (A.7)$$

A.1.3.3. Coefficient de pertes singulières

L'expression suivante, établie pour les écoulements laminaires, a été corrélée par Zhang et al. [45] à partir des données de Kays et London [121].

$$K_p = 0.6\sigma^2 - 2.4\sigma + 1.8 \quad \text{avec} \quad \sigma = \frac{Nc Wf Hc}{Wx Hc} \quad (\text{A.8})$$

A.1.3.4. Estimation de la vitesse moyenne

Une fois les coefficients des pertes linéaires et secondaires sont déterminés, la vitesse moyenne de l'écoulement pour une chute de pression ΔP donnée, peut être estimée en posant $\Delta P = \rho g(H_L + H_s)$ avec H_L et H_s évalués respectivement par Eqs.(2.4 & 2.9).

Ainsi, après réarrangement on obtient :

$$\bar{u} = \sqrt{\frac{2\Delta P}{\rho(\lambda(\bar{u}) Ly / D_{hy} + K_p)}} \quad (\text{A.9})$$

Sachant que la puissance perdue par frottements dans un MCHS est égale à $Pow = \Delta P Q_{fT}$ et que $Q_{fT} = \bar{u} Hc Wc Nc \Rightarrow Pow = \Delta P \bar{u} Hc Wc Nc$. Donc en substituant cette dernière en équation (A.9) on obtient l'expression suivante pour l'estimation de la vitesse en fonction d'une puissance de pompage donnée :

$$\bar{u}(\lambda(\bar{u})) = \left(\frac{2Pow}{\rho(L_y \lambda + D_{hy} K_p)} \frac{D_{hy}}{Hc Wc Nc} \right)^{1/3} \quad (\text{A.10})$$

A.2. Propriétés thermo physiques

A.2.1. Propriétés de l'eau

Tableau A.4 : Propriétés physico thermique de l'eau. [76]

température		ρ (kg/m^3)	cp (J/kgK)	k (W/mK)	α_k ($10^{-7}m^2/s$)	ν ($10^{-7}m^2/s$)	Pr
°K	°C						
273.16	0.010	999.8	4220	0.5610	1.330	17.91	13.5
275	2.000	999.9	4214	0.5645	1.340	16.82	12.6
280	7.000	999.9	4201	0.5740	1.366	14.34	10.6
285	12.000	999.5	4193	0.5835	1.392	12.40	8.91
290	17.000	998.8	4187	0.5927	1.417	10.85	7.66
295	22.000	997.8	4183	0.6017	1.442	9.600	6.66
300	27.000	996.5	4181	0.6103	1.465	8.568	5.85
305	32.000	995.000	4180	0.6184	1.487	7.708	5.18
307.16	34	994.320	4180	0.6214		7.418	
307.16	34	994.314	4179	0.6222		7.334	
310	37.000	993.300	4179	0.6260	1.508	6.982	4.63
320	47.000	989.300	4181	0.6396	1.546	5.832	3.77
340	67.000	979.500	4189	0.6605	1.610	4.308	2.68
360	87.000	967.400	4202	0.6737	1.657	3.371	2.03
373.15	100.000	958.300	4216	0.6791	1.681	2.940	1.75

A.2.2. Propriétés de quelques métaux à 20°C

Tableau A.5 : Propriétés des métaux solides à 20°C [76].

	ρ (kg/m^3)	cp (J/kgK)	k (W/mK)	ν ($10^{-5}m^2/s$)
Silicium (Silicon single crystal form)	2330	705.5	153	9.31
Aluminium pur	2707	905	237	9.61
Cuivre pur	8954	384	398	11.57
Acier inoxydable AISI 347	8000	420	15	0.44
Titane pur (titanium polycrystalline form)	4.54	523	22	0.93
Ti-6%Al-4%V	4.43	580	7.1	0.28
Al-4%V	4.43	580	7.1	0.28

A.2.3. Propriétés des briques réfractaires, d'isolation

Tableau A.6 : Propriétés des briques réfractaires, d'isolation [76]

température °C	ρ (kg / m ³)	cp (J / kgK)	k (W / mK)	ν (10 ⁻⁸ m ² / s)
300	2000	960	0.1	5.4
1000			0.2	

A.2.4. Conductivité thermique de quelques solides

Tableau A.7 : Conductivité thermique de quelques solides, k (W/m K) [76]

Température °C	Aluminium pur	Silicium	Acier inoxydable AISI 347
-170	302	856	
-100	242	342	13
0	236	168	
100	240	112	16
200	238	82	18
300	234	66	19
400	228	54	20
600	215	38	23
800	≈95(liq)	29	26
1000		25	28

A.2.1. Spectre électromagnétique et émissivités de divers surfaces

A.2.1.1. Spectre électromagnétique

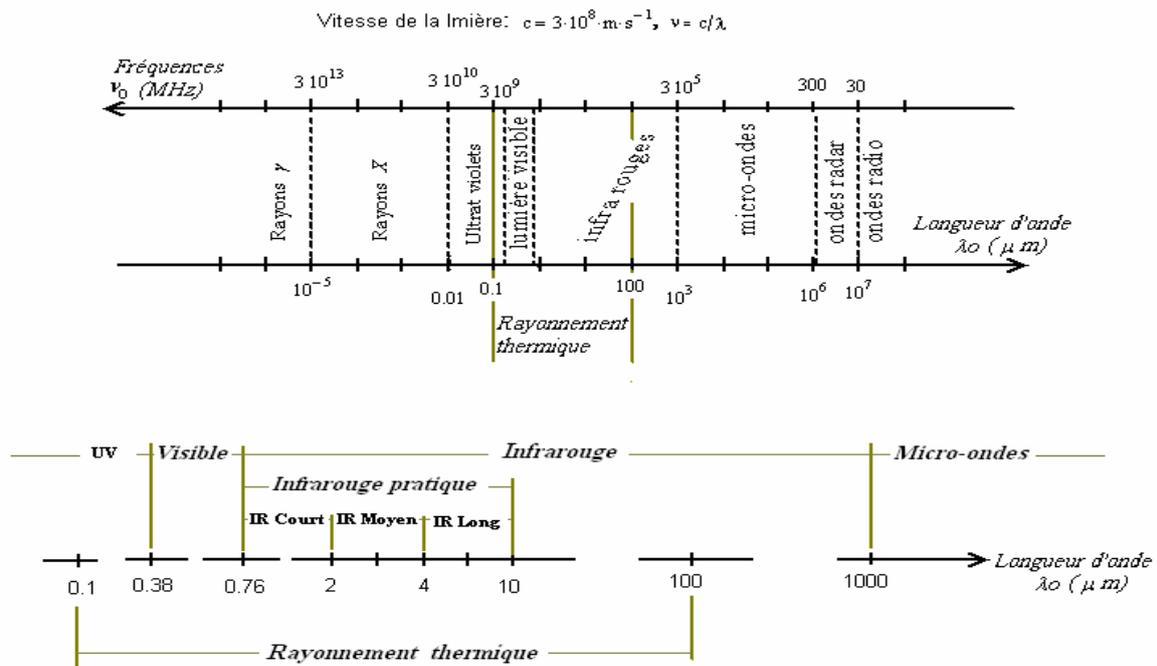


Fig. A.1 : Spectre des ondes électromagnétiques. [122, 123]

A.2.1.2. Emissivités de divers surfaces

Tableau A. 8 : Emissivités de diverses surfaces à de différentes longueurs d'ondes

longueur d'onde μm	0.95	1.0	1.6	2.1	3.6	4.4	5.4	8.8	9.3	8-14
Aluminium poli*	0.26			0.17	0.08		0.05		0.04	
Aluminium oxydé**					0.18		0.12		0.11	
Titane poli***		0.5-0.75	0.3-0.5							
Titane oxydé***			0.6-0.8							0.5-0.6

* [124 in 93], ** [125 in 93], *** [126 in 93]

A.2.1.3. Loi de Wien

Tableau A.9 : Bande spectrale correspondante à 95% de l'énergie émise [123]

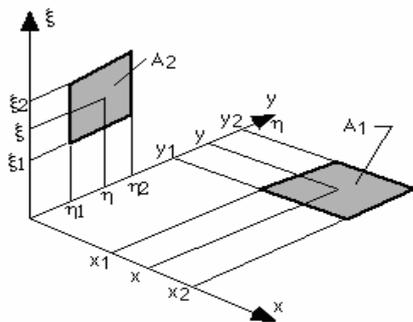
Température absolue (°K)	Température Celsius (°C)	Longueur d'onde du maximum (μm) *	Limites approximatives du spectre (μm)**
300	27	9.6	4.8-41
500	227	5.7	3-25
750	477	3.8	2-16
1000	727	2.9	1.5-12
1200	927	2.4	1.2-11
1500	1227	1.9	1-8
2000	1727	1.4	0.7-6
3000	2727	0.96	0.5-4

* Loi de Wien : $\lambda m = C/T$ avec $C = 2898 \mu m^\circ K$

** $\approx 95\%$ de l'énergie émise est rayonnée dans les limites de $0.5\lambda m$ et $5\lambda m$.

A.3. Formules pour l'estimation des facteurs de vue

A.3.1. Formule pour l'estimation des facteurs de vue entre surfaces élémentaires dans des plans perpendiculaires.



$$F_{1-2} = \frac{1}{(x_2 - x_1)(y_2 - y_1)} \sum_{i=1}^2 \sum_{k=1}^2 \sum_{j=1}^2 \sum_{l=1}^2 [(-1)^{i+j+k+l}] G(x_i, y_j, \eta)$$

where

$$G = \frac{1}{2\pi} \left\{ \begin{aligned} & (y - \eta) (x^2 + \xi^2)^{1/2} \tan^{-1} \left[\frac{(y - \eta)}{(x^2 + \xi^2)^{1/2}} \right] \\ & - \frac{1}{4} [x^2 + \xi^2 - (y - \eta)^2] \ln [x^2 + \xi^2 + (y - \eta)^2] \end{aligned} \right\}$$

Fig. A.2 : Equation pour l'estimation du facteur de vue entre deux surface perpendiculaires [127, 128, 129 & 130 in 131]

A.3.2. Formule pour l'estimation des facteurs de vue entre surfaces élémentaires dans des plans parallèles.

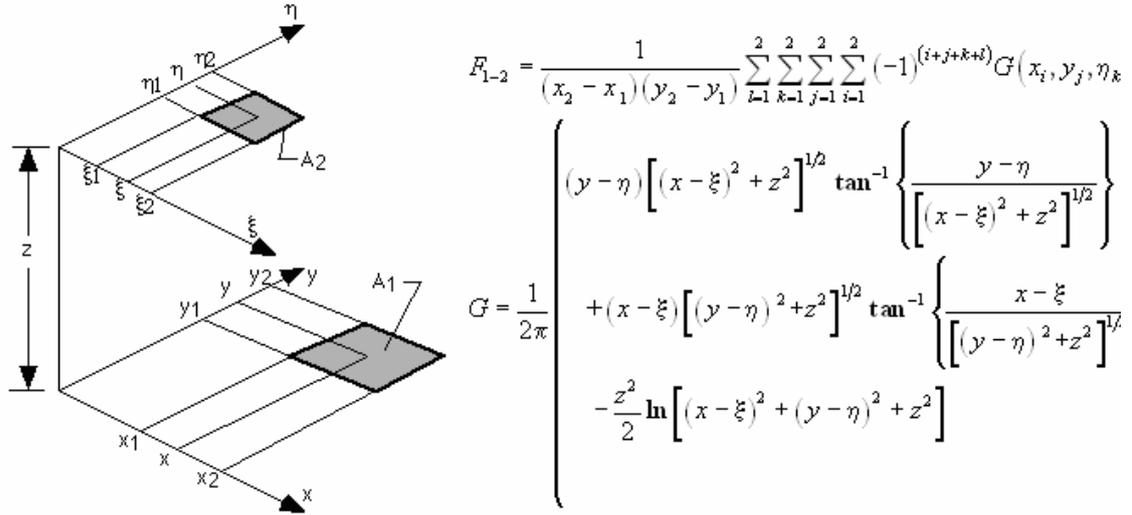


Fig. A.3 : Equation pour l'estimation du facteur de vue entre deux surface parallèles. [127, 132, 128, 129, 130, 133 in 131]

A.4. Notation vectorielle

Soit un vecteur $\vec{U} = u_x \vec{i} + u_y \vec{j} + u_z \vec{k}$ et un scalaire P.

Soit l'opérateur vectoriel Nabla, $\vec{\nabla} = \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial}{\partial z} \equiv \overline{\text{grad}}$

En coordonnées cartésiennes où $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ sont les vecteurs unitaires du trièdre Oxyz, on manipule $\vec{\nabla}$ comme un vecteur. on peut alors écrire:

Gradient d'un scalaire:

$$\overline{\text{grad}}P = \vec{\nabla}P = \vec{i} \frac{\partial P}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial P}{\partial y} + \vec{k} \frac{\partial P}{\partial z} \equiv \text{Vecteur}$$

Divergence d'un vecteur:

$$\text{div} \vec{U} = \vec{\nabla} \cdot \vec{U} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \equiv \text{Scalaire (produit scalaire de 2 vecteurs)}$$

Rotationnel d'un vecteur :

$$\text{rot} \vec{U} = \vec{\nabla} \wedge \vec{U} = \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) \vec{i} + \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \vec{j} + \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \vec{k} \equiv \text{Produit vectoriel}$$

Le Laplacien d'un scalaire:

$$\Delta P = \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla}P = \nabla^2 P = \overline{\text{div.grad}}P = \frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial z^2} \equiv \text{Scalaire}$$

A.5. Sens des impulsions adopté

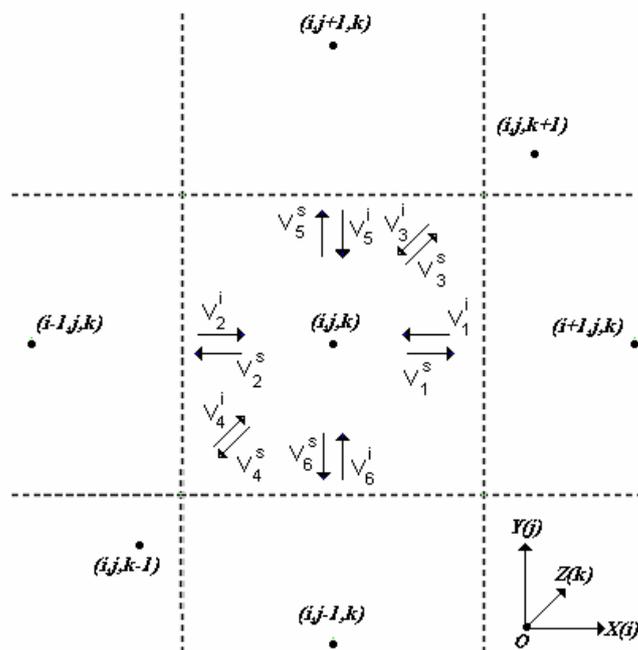


Fig. A.4 : Sens des impulsions adopté

Annexe B

Programmes Principaux

Les principaux programmes développés dans le cadre de cette recherche ont été rédigés sous un environnement MatLab. Le listing complet des ces programmes est donné, ci-après, dans cette annexe.

B.1. Programmes utilisés en Chapitre IV

B.1.1. Fonction : LimitTLM

```
function [T,x,Ts,t, cpuTime]=LimitTLM(Lx, rho, cp, kt, hc_qs_Emis,Tf, T0, Nx, tempSimul, td,
dimTp, Type);
```

```
% Retourne: T(x) au temps =tempSimul et Ts(t)=T(n,t) évalués par TLM & FDM Pour
% l'échauffement ou refroidissement de la barre de la figure 4.5 § 4.1.3 à travers le
% mure de droite :
```

```
% A) Par convection vers un fluide de température Tf avec hc= hc_qs_Emis
```

```
% Différents Modèles :
```

```
% Type 1. Pulko Eq. (3.36)
```

```
% Type 2. Eq. (4.1) : estimation du potentiel d'interface
```

```
% Type 3. Eq. (4.3) : générateur de courant
```

```
% Type 4. FDM
```

```
% B) Par un flux imposé qs = hc_qs_Emis
```

```
% Type 5. Eq. (4.7) : estimation du potentiel d'interface
```

```
% Type 6. Eq. (4.8) : générateur de courant
```

```
% Type 7. FDM :
```

```
% C) Par radiation vers un environnement de température Ta avec es= hc_qs_Emis
```

```
% Type 8. Eq. (4.10) : estimation du potentiel d'interface
```

```
% Type 9. Eq. (4.11) : générateur de courant
```

```
% Type 10. FDM
```

```
tic;
```

```
% Calcul des paramètres fixes
```

```
Sx=1; dx=Lx/(Nx); Rx=0.5*dx/Sx/kt; x= linspace(0.5*dx,Lx-0.5*dx, Nx); C=rho*cp*dx*Sx;
```

```
dt_max =Rx*C; dt= dt_max/td; Z=dt/C; Nt=round (tempSimul/dt); step=1+fix (Nt/dimTp);
```

```
% Choix du Type
```

```
switch Type,
```

```
case{1,2,3}, %TLM convection 3 modèles
```

```
hc= hc_qs_Emis; Rh=1/Sx/hc; Rheq=Rh+Rx; ax=Z /(Z+Rx); bx=(Rx-Z)/(Z+Rx);
```

```
axN=Z/(Z+Rh); bxN=(Rh-Z)/(Z+Rh);
```

```
case{4}, % FDM convection
```

```
hc= hc_qs_Emis; Rh=1/Sx/hc; Rheq=Rh+Rx; ax=Z / Rx;
```

```
case{5,6}, % TLM densité de flux
```

```
qs= hc_qs_Emis; Q=1e4*qs*Sx; ax=Z /(Z+Rx); bx=(Rx-Z)/(Z+Rx);
```

```
case{7}, % FDM densité de flux
```

```

qs= hc_qs_Emis; Q=1e4*qs*Sx; ax=Z / Rx;
case {8,9},           %TLM rayonnement 2 modèles
es= hc_qs_Emis; TKelvin=273; Tf=Tf+TKelvin; T0=T0+TKelvin ; Tc=T0 ;
sig=5.6703e-8; ax=Z /(Z+Rx); bx=(Rx-Z)/(Z+Rx);
case {10},           %FDM rayonnement
es= hc_qs_Emis ; TKelvin =273; Tf=Tf+TKelvin; T0=T0+TKelvin ; Tc=T0 ; sig=5.6703e-8; ax=Z/Rx;
end ;               % end Type
% Initialisation
T=ones (1, Nx)*T0; Ti1=T/2; Ti2=T/2; t=[0]; Ts=[T0]; Told=T; compteur=0;
% Calculs
disp (' Computing Limits in Progress: ', num2str (0/Nt), ' %');
if Type==1 Ts_(Nx)=ax*T(Nx)+bx*Ti1(Nx); end; % initialisation pour modèle Pulko
for nt=1:Nt
switch Type
% Modèle TLM
case {1,2,3,5,6,8,9},           % Modèles TLM
% Impulsion réfléchies
Ts1= ax*T+bx*Ti1;
Ts2= ax*T+bx*Ti2;
% Impulsion incidentes 2..Nx-1
Ti1 (1: Nx-1) =Ts2 (2: Nx);
Ti2 (2: Nx) =Ts1 (1: Nx-1);
% Limite de gauche
Ti2 (1) =Ts2 (1); % adiabatique
% Limites de droite et potentiel nodal
switch Type,
case {1},           % Modèles convectif de Pulko convectif
FctName= ' TLM1d_LimitConv Modèle Pulko et al ';
Ti1 (Nx)=axN*Tf+bxN*Ts_(Nx) ; % Eq. (3.36) Limite de droite
Ts_(Nx) =ax*T (Nx) +bx*Ti1 (Nx);
T=Ti1+Ti2;
case {2},           % Modèles convectif avec potentiel d'interface convectif
FctName= ' TLM1d_LimitConv Modèle avec potentiel d'interface';
Ti1(Nx)=axN*Tf+bxN*Ts1(Nx) ; % Eq. (4.1) Limite de droite
T=Ti1+Ti2;
case {3},           % Modèles convectif avec générateur convectif
FctName= ' TLM1d_LimitConv Modèle avec générateur';
Ti1 (Nx) =Ts1 (Nx); % surface de droite adiabatique +générateur nodal
Qheq= (Tf-T (Nx))/Rheq; % Eq. (4.3) Limite de droite
T=Ti1+Ti2;
T (Nx) =T (Nx) + (Rx+Z)*0.5*Qheq; % potentiel du noeud Nx
case {5},           % densité de flux avec potentiel d'interface pour flux de surface
FctName= ' TLM1d_Limit_densité_de_flux Modèle avec potentiel d'interface';
Ti1(Nx)=Ts1(Nx)+ Z*Q ; % Eq. (4.7) Limite de droite
T=Ti1+Ti2;
case {6},           % densité de flux avec générateur densité de flux

```

```

FctName= 'TLM1d_Limit_densité_de_flux Modèle avec générateur';
Ti1(Nx)=Ts1(Nx); % Eq. (4.8) surface adiabatique Limite de droite
T=Ti1+Ti2;
T (Nx)=T (Nx) + (Rx+Z)*0.5*Q; %Générateur du noeud Nx
case {8}, % Modèles radiatif avec potentiel d'interface convectif
FctName= 'TLM1d_LimitRad Modèle avec potentiel d'interface';
A=es*sig*Sx*Z;
B=2*Ts1 (Nx) +A*Tf^4; % Tf=Tatm
Tc =SolveEq_4_10d (T (Nx), A, B); % Eq.4.10-d
It= es*sig*Sx*(Tc^4-Tf^4); % Eq.4.10-c
Ti1(Nx)= Ts1(Nx)-Z*It ; % Eq. (4.10-a) Limite de droite
T=Ti1+Ti2;
case {9}, % Modèles radiatif avec générateur I et surface adiabatique
FctName= 'TLM1d_LimitRad Modèle avec générateur';
Ti1(Nx)=Ts1(Nx); % Eq. (4.11-c) : surface adiabatique Limite de droite
Rrad=1/(es*sig*Sx*(Tc^2+Tf^2)*(Tc+Tf)); % Eq. (4.11-a) résistance radiative
Req=Rx+Rrad;
Irad= (Tf-T (Nx))/Req; % Eq. (4.11-c) : générateur Limite de droite
Tc= (Rx*Tf+Rrad*T (Nx))/Req; % Eq. (4.11-b) résistance radiative
T=Ti1+Ti2;
T (Nx)=T (Nx) + (Rx+Z)*0.5*Irad; % potentiel du noeud Nx
end;
% Modèles FDM
otherwise, % FDM 1D convection, flux de surface et rayonnement
% Potentiel nodal des noeuds internes et noeud de droite
T (1) = (1-0.5*ax)*Told (1) +0.5*ax*Told (2); % Potentiel du noeud 1
T(2:Nx-1)= (1-ax)*Told(2:Nx-1)+0.5*ax*Told(1:Nx-2)+ 0.5*ax*Told(3:Nx);% Potentiel du noeud 2..Nx-1
% C.L. de droite
switch Type
case {4} % Modèle convectif: noeud Nx
FctName= 'FDM en Pi: convection';
QhR= (Tf-T (Nx))/Rheq;
T (Nx) = (1-0.5*ax)*Told (Nx) +0.5*ax*Told (Nx-1) + Z*QhR; % Potentiel du noeud Nx
Told=T;
case {7}, % Modèle Flux de surface: noeud Nx
FctName='FDM en Pi : Flux de surface ';
T(Nx)=(1-0.5*ax)*Told(Nx)+0.5*ax*Told(Nx-1)+ Z*Q; % Potentiel du noeud Nx
Told=T;
case {10} % Modèle Flux rayonnant: noeud Nx
FctName='FDM en Pi: Flux radiatif ';
A=es*sig*Sx*Rx;
B=T(Nx)+A*Tf^4; % Tf=Tatm
Tc =SolveEq_4_10d(T (Nx), A, B); % Eq.4.10-d
Qrad= (Tc-T (Nx))/Rx;
T (Nx) = (1-0.5*ax)*Told (Nx) +0.5*ax*Told (Nx-1) + Z* Qrad; % Potentiel du noeud Nx
Told=T;
end; % case 10

```

```

end; % Type
% record Ts(t)=T(Nx)
compteur=compteur+1;
if compteur==step
compteur=0; t=[t,(nt)*dt]; Ts=[Ts,T(Nx)]; disp([FctName,' Computing Progress:',
num2str(nt*100/Nt,'%');]);
end; %step
end; % inc Nt
t= [t, (nt)*dt]; Ts= [Ts, T (Nx)];
switch Type,
case {8,9,10} ,
T=T- TKelvin; Ts=Ts-TKelvin;
end; % end switch type
cpuTime=toc;

```

B.1.2.Fonction: SolveEq_4_4

```

function [T, x, cpuTime, Delta]=SolveEq_4_4(kt, rho, cp, h, Lx, Tf, T0, temps, Nx, Nroot);
tic; Tol_LandaRoot=1e-10; iterMaxN_landa=1000; a=kt/(h*Lx);
% Trouver  $\delta$ 
for j=1: Nroot,
xn= (0.000001) + (pi*(j-1));iter=0;Cond=-1;
while (Cond==-1)
iter=iter+1; fx=cot(xn)-a*xn; dfx=-(a+(1/(sin(xn))^2)); xn1=xn-(fx/dfx); Err=abs(xn1-xn); xn=xn1;
if Err<Tol_LandaRoot Cond=1; else Cond=-1; end; if iter>iterMaxN_landa Cond=1; else Cond=-1;end;
end; % while (Cond==-1)
Delta (j) =xn1;
end; % for j=1: Nroot,
% Estimer la distribution de température
dx=Lx/Nx; Fo=kt*temps/ (Lx*Lx*rho*cp);
for i=1:Nx, sum=0; x (i) =dx*i-0.5*dx;
for j=1:Nroot, num=exp(-Fo*(Delta(j))^2); num=num*sin(Delta(j))*cos(Delta(j)*x(i)/Lx);
deno=Delta (j) +sin (Delta (j))*cos (Delta (j)); sum=sum+ (num/deno);
end; T (i) =sum*2*(T0-Tf) +Tf;
end; cpuTime=toc;

```

B.1.3. Fonction: SolveEq_4_10d

```

function [Tc] =SolveEq_4_10d(Tnx, A, B);
% Cette routine retourne le zéro de l'Eq. (4.10-d) en utilisant Newton Raphson avec une précision de
ErrPcTol. Tnx est une valeur initiale de préférence égale à T(Nx) au temps t à l'itération
précédente.
% Retourne Tc=-999 en cas de non convergence.
compteur=0; ErrPcTol=0.01; ErrPc=2*ErrPcTol; compteurMax=1000; Xo=Tnx;
while ErrPc>ErrPcTol, compteur=compteur+1; if compteur==compteurMax, Tc=-999; return; end;
fXo= Xo +A*Xo^4 -B ; fpXo=4*A*Xo^3+1 ; Xnew=Xo- fXo /fpXo; ErrPc=100*abs(Xnew-
Xo)/abs(Xnew) ; Xo=Xnew ; end ; Tc= Xnew ;

```

B.2 Programmes utilisés en Chapitre V

B.2.1. Fonction: TlmodelA2_RadUfin2D

```
function [T, x, z, QradTop, QradLat, QradTip, Tp, t, cpu]=TlmodelA2_RadUfin2D(In, Ly);
```

```
% Retourne:
```

```
% 1) la distribution de la température en 2D,  $T(x,z)$  au temps  $t=length(t)$  dans la demi ailette de la figure Fig.5.3 en utilisant le model TLM générateur de courant, Eq. (4.7) pour simuler le flux de surface  $q_s$  W/cm2 constant et uniforme imposé sur le substrat SB et le flux radiatif  $Q_{rad}(t)$ , non uniforme et fonction du temps à travers les surfaces frontières du contour  $P_m=Lx+2Hc$  est modélisé par Eq.(4.10a). La surface de gauche et de droite sont des surfaces de symétrie et y sont modélisées adiabatiques. Le model considéré est 2D par conséquent  $L_y$  n'est utilisée que pour l'estimation des facteurs de vue par ViewRectCavity appelée à travers FinCNN . La température  $T_c$  au temps  $(t+1/2)$  surface rayonnante est évaluée par Eq. (3.21) pour estimer le flux rayonnant déduit par FinCNN au temps  $t+1/2$ .
```

```
% 2) l'évolution de la température avec le temps au point  $T_p(t)=T(Nx05,z=0,t)$ .
```

```
Note: pour  $H_b=0$  une autre routine est appelée.
```

```
% Variables
```

```
% entrée
```

```
rho=In(1); cp=In(2); kt=In(3); Tatm=In(4); T0=In(5); es=In(6); qs=In(7); Wf05=In(8); Wc05=In(9);  
Hb=In(10); Hc=In(11); dx= In(12); Nsf05=In(13); Nsc05=In(14); dz=In(15); NsHb=In(16);  
NsHc=In(17); td=In(18); tempSimul=In (19); dimTp=In (20); stepMin=In (21); ao=In (22);
```

```
% Locales
```

```
FctName = ' TlmodelA2-RadUfin2D ';
```

```
eatm=1; stepMax=1e5; ErrMaxSurFlux=0.01; atmK=Tatm+273.2; T0K=T0+273.2; sig=5.67e-8;dy=1;  
Nx05=Nsf05+Nsc05; Nz=NsHb+Nshc; Nz=Nshb + Nshc; Nzb=Nshb+1;
```

```
% Hc=0 appel plate
```

```
if Hc==0, td=1;
```

```
[T, z, QradTop, Tp, t, cpu, sst]=TlmRad1D(Hb, rho, cp, kt, qs, es, Tatm, T0, NsHb, tempSimul,td,  
dimTp);
```

```
x=Inf; QradLat=0; QradTip=0; return; end; tic;
```

```
% Calcul des paramètres
```

```
% Calcul des surface élémentaires :
```

```
Ax=1*dz; Az=dx*1; Qs=1.0e4*qs*Az ; Rx=0.5*dx/(Ax*kt); Rz=0.5*dz/(Az*kt);  
Rr=1/(1*sig*Az*(T0K+TatmK)*(T0K^2+TatmK^2)); Lx05=(Wf05+Wc05) ;
```

```
x= linspace(0.5*dx,Lx05-0.5*dx,Nx05); Lz=Hb+Hc ; z= linspace(0.5*dz,Lz-0.5*dz,Nz);  
C=rho*cp*dx*1*dz;
```

```
% Discretisation temporelle
```

```
if td==0 dt=ao*C* min(sqrt(Rr*Rx), sqrt(Rr*Rz) ); else; dt_max=min(Rx, Rz)*C; dt=dt_max /td; end ;  
NT=round (tempSimul/dt); step=1+fix (Nt/dimTp);
```

```
if step< stepMin; step=stepMin; Nt=dimTp*step; dt=tempSimul/Nt; end;
```

```
% Calcul impédance
```

```
Z=2*dt /C; ax=Z /(Rx+Z); bx=(Rx-Z)/(Rx+Z); az=Z /(Rz+Z); bz=(Rz-Z)/(Rz+Z);  
=2/(Rx+Z)+2/(Rz+Z);
```

```
% Initialisations
```

```
T=ones(Nx05,Nz)*T0; T1i=0.5*T ; T2i=0.5*T ; T5i=0.5*T ; T6i=0.5*T ; TStip=ones(1,Nsf05)*T0;  
Irad_tip=zeros(1,Nsf05); TSwall=ones(1,Nshc)*T0; Irad_wall=zeros(1,Nshc);  
TSbed=ones(1,Nsc05)*T0; Irad_bed=zeros(1,Nsc05); TSub=ones(1,Nx05)*T0;
```

```
Tp(1)=T0; t=[0] ; QradTop=[0]; QradLat=[0]; QradTip=[0]; compteur=0;
```

```
% call the view factors computing routine
```

```
Nsc=2*Nsc05; [F, errPc]=ViewRectCavity(Nshc, Nsc, dz, dx, Ly) ;
```

```

% Début des itérations temporelles
disp ([FctName, ': ', int2str (0), '% done Please wait ']);
for nt=1 :Nt
% Impulsions réfléchies : T1s, T2s, T5s, T6s
T1s=ax*T+bx*T1i; T2s=ax*T+bx*T2i; T5s=az*T+bz*T5i; T6s=az*T+bz*T6i; k
% Pulsions incidentes: T1i, T2i, T5i, T16
T1i(1:Nx05-1,1:Nzb-1)=T2s(2 :Nx05,1:Nzb-1); T1i(1:Nsf05-1,Nzb:Nz)=T2s(2:Nsf05,Nzb:Nz);
T2i(2 :Nx05,1 :Nzb-1)= T1s(1 :Nx05-1,1 :Nzb-1); T2i(2:Nsf05,Nzb :Nz)= T1s(1 :Nsf05-1,Nzb :Nz);
T5i(1:Nx05,1:Nzb-2)=T6s(1:Nx05,2:Nzb-1); T5i(1:Nsf05,Nzb-1:Nz-1)=T6s(1:Nsf05,Nzb:Nz);
T6i(1:Nx05,2:Nzb-1)=T5s(1 :Nx05,1:Nzb-2); T6i(1:Nsf05,Nzb:Nz)=T5s(1:Nsf05,Nzb-1:Nz-1);
% Calcul des flux radiatif au temps t. Appel à FinCNN
Tip= [TStip, rot90(TStip)']; Tcav=[TSwall , TSbed , rot90([TSwall , TSbed])', Tatm, Tatm, Tatm];
[Qcav, QTopOpening, QRearOpening, QFrontOpening, QTcav, Qtip, QTip]=FinCNN(dx, dz,2* Nsf05,
Nsc, NsHc, Hb, es, Tcav, Tip, F);
Irad_wall=rot90(Qcav(1: NsHc));
Irad_bed(1 :Nsc05)=Qcav(NsHc+1 :NsHc+Nsc05);
Irad_tip=Qtip(1 :Nsf05) ;
% Condition aux limites:
T1i (Nx05, 1: Nzb-1) =T1s (Nx05, 1: Nzb-1);%adiabatique sur SD axe de symétrie milieu canal
T2i (1, 1: Nz) = T2s (1, 1: Nz); % adiabatique sur SG axe de symétrie gauche milieu ailette
% Limite radiatives: Eq. (4.10a) & Eq. (3.21)
T5i (1:Nsf05, Nz) =-Irad_tip (1:Nsf05)'*Z+T5s (1:Nsf05, Nz); % sur ST : Eq. (4.10a)
TStip(1:Nsf05)=T5i(1:Nsf05,Nz)+ T5s(1:Nsf05,Nz); % Ts au temps( t+1/2) :
T1i (Nsf05, Nzb: Nz) =-Irad_wall *Z+T1s (Nsf05, Nzb: Nz); %sur SL
TSwall(1:NsHc)=T1i(Nsf05,Nzb:Nz)+ T1s(Nsf05,Nzb:Nz); % Ts ( t+1/2) : Eq. (3.21)
TSwall=rot90 (TSwall)'; % from up down
T5i (Nsf05+1:Nx05, Nzb-1) =- Irad_bed'*Z+T5s (Nsf05+1:Nx05, Nzb-1); % sur lit
TSbed (1:Nsc05) =T5i (Nsf05+1:Nx05, Nzb-1) + T5s (Nsf05+1:Nx05, Nzb-1); % Eq. (3.21)
% Limites avec flux de surface impose sur SB
T6i (1:Nx05, 1) =Qs*Z+T6s (1:Nx05, 1); % Eq. (4.7)
TSSub (1:Nx05) = T6i (1:Nx05, 1) + T6s (1:Nx05, 1);% Eq. (3.21)
Tps= TSSub(Nx05) ; % Température du point de contrôle de surface au substrat
% Potentiel total au temps t+dt:
T=(2*T1i/(Rx+Z) +2*T2i/( Rx+Z)+ 2*T5i/(Rz+Z) +2*T6i/( Rz+Z))/ Y;
% Contrôle et évolution avec le temps de la température
compteur=compteur+1; qrs= (QTcav+QTip)*1e-4/ (dy*2*(Wf05+Wc05)); Err= (qs-qrs)*100/qs;
if nt==Nt compteur=step; elseif Err < ErrMaxSurFlux ; compteur=step; end;
if compteur==step
compteur=0 ; t=[t,(nt)*dt] ; Tp=[Tp, Tps]; QradTop=[QradTop, QTopOpening] ;
QradLat= [QradLat, (QRearOpening+QFrontOpening)]; QradTip= [QradTip, QTip];
disp ([FctName, ': ', int2str (nt*100/Nt), '% done']); if Err<ErrMaxSurFlux break; end;
end; % for step
end; % inc Nt
cpu=toc ; T(Nsf05+1:Nx05,Nzb:Nz)=Tatm;

```

B.2.2. Fonction: TlmRadUfinGen2D

function [T, x, z, QradTop, QradLat, QradTip, Tp, t, cpu]=TlmRadUfinGen2D(In, Ly);

% **Retourne:**

% **1)** la distribution de la température en 2D, $T(x,z)$ au temps $t=length(t)$ dans la demi ailette de la figure Fig.5.3 en utilisant le model TLM générateur de courant, Eq. (4.8) pour simuler le flux de surface q_s en W/cm^2 constant et uniforme imposé sur le substrat SB et le flux radiatif $Qrad(t)$, non uniforme et fonction du temps à travers les surfaces frontières du contour $Pm=Lx+2Hc$ est modélisé par Eq. (4.11c). La surface de gauche et de droite sont des surfaces de symétrie et y sont modélisées adiabatiques. Le model considéré est 2D par conséquent Ly n'est utilisée que pour l'estimation des facteurs de vue par ViewRectCavity appelée à travers FinCNN. La température T_c au temps $(t+1/2)$ surface rayonnante est évaluée par Eq. (4.11b). avec le flux déduit par FinCNN au temps t.

% **2)** l'évolution de la température avec le temps au point $Tp(t)=T(Nx05,z=0,t)$.

% **Note:** Si $Hb=0$ une autre routine est appelée.

% **Variables**

rho=In(1); cp=In(2); kt=In(3); Tatm=In(4); T0=In(5); es=In(6); qs=In(7); Wf05=In(8); Wc05=In(9);

Hb =In(10); Hc=In(11); dx=In(12); Nsf05=In(13); Nsc05=In(14); dz=In(15); NsHb=In(16);

NsHc=In(17);

td= In(18); tempSimul=In(19); dimTp=In (20); stepMin=In(21); ao=In (22);

% **Locales**

% **affectation**

FctName ='TlmRadUfinGen2D'; eatm=1; stepMax=1⁶; ErrMaxSurFlux=0.01; TatmK=Tatm+273.2;

T0K=T0+273.2 ;

sig=5.67e-8; dy=1; Nx05=Nsf05+Nsc05; Nz =NsHb + NsHc; Nz =NsHb + NsHc; Nzb=NsHb+1;

% **Hc=0 appel plate**

if Hc==0

[T,z,QradTop,Tp,t,cpu,sst]=TlmRad1D(Hb,rho,cp,kt,qs,es,Tatm,T0,NsHb,tempSimul,td,dimTp,0.1*ao);
x=Inf; QradLat=0, QradTip=0; **return**;

end; tic;

% **Calcul des paramètres**

Ax=1*dz; Az=dx*1; Qs=1.0e4*qs*Az ; Rx=0.5*dx/(Ax*kt); Rz=0.5*dz/(Az*kt);

Rr=1/(1*sig*Az*(T0K+TatmK)*(T0K²+TatmK²)); Lx05=(Wf05+Wc05);

x= linspace(0.5*dx,Lx05-0.5*dx,Nx05); Lz=Hb+Hc; z= linspace(0.5*dz,Lz-0.5*dz,Nz);

C=rho*cp*dx*1*dz;

% **Discretisation temporelle**

if td==0

dt=ao*C* min(sqrt(Rr*Rx), sqrt(Rr*Rz));

else; dt_max=min(Rx,Rz)*C; dt=dt_max /td;

end;

Nt=round (tempSimul/dt); step=1+fix (Nt/dimTp);

if step< stepMin; step=stepMin; Nt=dimTp*step; dt=tempSimul/Nt; **end**;

% **Calcul impédance**

Z=2*dt /C; ax=Z /(Rx+Z); bx=(Rx-Z)/(Rx+Z) ; az=Z /(Rz+Z); bz=(Rz-Z)/(Rz+Z) ;

Y=2/(Rx+Z)+2/(Rz+Z);

% **Initialisations**

% **Potentiel**

T=ones (Nx05, Nz)*T0;

% **Pulsions incidentes**

T1i=0.5*T; T2i=0.5*T; T5i=0.5*T; T6i=0.5*T;

% **Potentiels de surface**

```

TStip=ones(1,Nsf05)*T0; TSwall=ones(1,NsHc)*T0; TSbed=ones(1,Nsc05)*T0;
TSSub=ones(1,Nx05)*T0;
% évolution avec le temps
Tp(1)=T0; t=[0]; QradTop=[0]; QradLat=[0]; QradTip=[0]; compteur=0; G=zeros(Nx05,Nz);
G(:,1)=Qs;
% call the view factors computing routine
Nsc=2*Nsc05; [F, errPc]=ViewRectCavity(NsHc, Nsc, dz, dx, Ly);
% Début des itérations temporelles
disp(['TlmRadUfinGen2D: ', num2str(0*100/Nt),' % Done. Please wait ']);
for nt=1 :Nt
% Impulsions réfléchies : T1s, T2s, T5s, T6s
T1s=ax*T+bx*T1i; T2s=ax*T+bx*T2i; T5s=az*T+bz*T5i; T6s=az*T+bz*T6i;
% Pulsions incidentes: T1i, T2i, T5i, T6i
% direction ox de droite à gauche ←:
T1i(1:Nx05-1, 1:Nzb-1) = T2s(2:Nx05, 1:Nzb-1); % x-dir IN Substrate Hb
T1i(1:Nsf05-1, Nzb:Nz) = T2s(2:Nsf05, Nzb:Nz); % x-dir IN Fin Wf05
% direction ox de gauche à droite →:
T2i(2:Nx05,1:Nzb-1)= T1s(1:Nx05-1,1:Nzb-1); % ox-dir IN Substrate
T2i(2:Nsf05,Nzb:Nz)= T1s(1:Nsf05-1,Nzb:Nz); % ox-dir IN Fin
% direction oz de haut vers le bas ↓:
T5i(1:Nx05,1:Nzb-2)= T6s(1:Nx05,2:Nzb-1); % z-dir IN Substrate
T5i(1:Nsf05,Nzb-1:Nz-1)= T6s(1:Nsf05,Nzb:Nz); % z-dir IN Fin
% direction oz de bas vers le haut ↑:
T6i(1:Nx05,2:Nzb-1)= T5s(1:Nx05,1:Nzb-2); % z-dir IN Substrate
T6i(1:Nsf05,Nzb:Nz)= T5s(1:Nsf05,Nzb-1:Nz-1); % z-dir IN Fin
% Calcul des flux radiatif au temps t. Appel à FinCNN
Tip=[TStip, rot90(TStip)']; Tcav=[TSwall, TSbed, rot90([TSwall, TSbed])', Tatm, Tatm, Tatm];
[Qcav, QTopOpening, QRearOpening, QFrontOpening, QTcav, Qtip, QTip]=FinCNN(dx, dz, 2*Nsf05,
Nsc, NsHc, Hb, es, Tcav, Tip, F); Qcav=-Qcav; Qtip=-Qtip;
% Condition aux limites:
% 1. Note que G(n) est initialisé à zéro pour tous les nœuds concernés et à Qs sur le substrat
% 2. les nœuds Radiatifs de frontières sont initialisés ci-après par des générateurs de courant et
une condition de no
% flux sur les surfaces frontières concernées
% C.L. sur SD axe de symétrie droit milieu canal
T1i(Nx05,1:Nzb-1)=T1s(Nx05,1:Nzb-1); % adiabatique Impulsion incident est retournée égale à elle après
dt
% C.L. sur SG axe de symétrie gauche milieu ailette:
T2i(1,1:Nz)= T2s(1,1:Nz); % adiabatique Impulsion incident est retournée égale à elle après dt
% C.L. sur ST surface radiante du sommet de la demi ailette Eq. (4.11c)
T5i(1:Nsf05, Nz) =T5s(1:Nsf05, Nz); %condition adiabatique
G(1:Nsf05-1,Nz)= Qtip(1:Nsf05-1)'; %Générateur radiatif sur ST pour i=1..Nsf05-1. Nœud de coin contenant
deux générateurs est traité ultérieurement. Qtip est calculé par FinCNN en fonction des températures de surface
estimées au temps t+1/2.
% C.L. sur SL surface radiante du mur gauche : Eq. (4.11c)
T1i(Nsf05, Nzb:Nz) =T1s(Nsf05, Nzb:Nz); %condition adiabatique
G(Nsf05, Nzb:Nz-1) =rot90(Qcav(2:NsHc)')'; %Générateur radiatif sur SL. Nœud de coin
contenant deux générateurs est traité ultérieurement

```

```

% C.L. sur SC surface radiante du demi canal: Eq. (4.11c)
T5i(Nsf05+1:Nx05, Nz-1) = T5s(Nsf05 +1: Nx05, Nz-1); %condition adiabatique sur Sc
G(Nsf05+1: Nx05, Nz-1) = Qcav(NsHc+1: NsHc+Nsc05); %Générateur radiatif sur SC

% Générateur radiatif du nœud de coin (Nsf05,Nz)
G(Nsf05, Nz) =Qtip (Nsf05) +Qcav (1);

% Condition sur le substrat SB
T6i(1: Nx05, 1) =T6s(1: Nx05, 1); %condition adiabatique Eq. (4.8)

% Potentiel total au temps t+dt:
T=(2*T1i/(Rx+Z) +2*T2i/(Rx+Z)+ 2*T5i/(Rz+Z) +2*T6i/(Rz+Z)+G)/ Y;
% Enregistrement des température de surface sur les frontières avec flux

% Sur le sommet de l'ailette ST
TStip(1: Nsf05) =T(1: Nsf05, Nz)+Rz*G(1: Nsf05, Nz); % Eq. (4.11b)

% Sur la surface latérale de l'ailette SL
TSwall(1:NsHc)=T(Nsf05,Nzb:Nz)+ Rx*G(Nsf05,Nzb:Nz); % Eq. (4.11b)
TSwall=rot90(TSwall)';

% Sur la surface du fond du canal SC
TSbed(1:Nsc05)=T(Nsf05+1:Nx05,Nzb-1)+Rz*G(Nsf05+1:Nx05,Nzb-1); % Eq. (4.11b)

% Sur la surface du substrat SB
TSub(1:Nx05)=T(1:Nx05,1)+Rz*G(1,1); % Eq. (4.11b)

% Contrôle et évolution avec le temps de la température
compteur=compteur+1;
qrs=(QTcav+QTip)*1e-4/(dy*2*(Wf05+Wc05));%QTcav=(QTopOpening+ QRearOpening+
QFrontOpening)
Err=abs((qs-qrs)*100/qs); if nt==Nt compteur=step; elseif Err < ErrMaxSurFlux ; compteur=step;end ;
if compteur==step
compteur=0; t=[t,(nt)*dt]; Tp=[Tp, TSub(Nx05)]; QradTop=[QradTop, QTopOpening];
QradLat=[QradLat, (QRearOpening+QFrontOpening)]; QradTip=[QradTip, QTip];
ErrTemp=abs(Tp(length(Tp))-Tp(length(Tp)-1))*100/Tp(length(Tp)) ;
disp(['FctName, ',int2str(nt*100/Nt), '% done: Hc/Wc=',num2str(0.5*Hc/Wc05), '
Ly/Hc=',num2str(Ly/Hc), ' ao=',num2str(ao), ' Err/ErrMax=',num2str(ErrTemp),
',',num2str(0.5*ErrMaxSurFlux)]);
if ErrTemp<0.5*ErrMaxSurFlux if Err<ErrMaxSurFlux break; end;
elseif Err<ErrMaxSurFlux if ErrTemp<0.5*ErrMaxSurFlux break; end;
end; % if ErrTemp
end; % for step
end; % inc Nt
cpu=toc; T(Nsf05+1:Nx05,Nzb:Nz)=Tatm;

```

B.2.3. Fonction: FinCNN

```

function [Qcav , QTopOpening, QRearOpening, QFrontOpening, QTcav, Qtip, QTip]=FinCNN(dx, dz,
Nsf, Nsc, NsHc, Hb, es, Tcav, Tip, F);

```

```

% Retourne flux par unité de profondeur en W/cm pour 1 cm de large (i.e. qs en W/cm de largeur)
% Aim : Estimation of radiation heat between Gray elements of the rectangular channel
% represented by fig.5.3 and an atmosphere of emissivity eA characterized by the
% opening: St, the top opening, Sr, the rear opening, Sf, the front opening
% Input:
% dx : the elementary length in the x-dir. [m]
% dz : the elementary length in the z-dir. [m]

```

```

% Nsf: the number of nodes along Wf (Nsf=2*Nsf050 [-]
% Nsc: the number of nodes in the channel bed.
% NsHc: the number of nodes in the Hc (height of fin). Note NsHc may be zero and then the
% system will simulate a flat plate
% Hb: the substrate thickness. [m]
% Ly: the channel length. [m]
% es: the emissivity of the surfaces

% Tip: the tip of the fin temperature. So, j=1..Nsf top of the fin elementary surfaces from left to
% right j=1 is on LHS. j=Nsf05 is on the right of the LHS. The half fin. j=Nsf05+1 is on
% the left of the RHS half fin and j=Nsf is the last nodal point of the discretized top
% surface. ST
% Tcav: the temperature [oC] distribution of the inner cavity surface elements, Sj of length Ly
% with j=1..Nt. Sj ,j=1..NsHc : the surface elements of the LHS wall starting from the
% top. Sj ,j=NsHc+1..NsHc+Nsc : the surface elements of the bed of the channel starting
% from. LHS. Nt1=NsH+Nsc. Sj, j=Nt1..Nt2: the surface elements of the RHS wall
% starting from the bottom. Nt2=Nt1+NsH or Nt2=Nsc+2NsHc. Sj, j=Nt2+1: the surface
% of the top opening. St. the channel. Sj, j=Nt2+2: the surface of the rear opening, Sr.
% Sj, j=Nt2 +3: the surface of the front opening, Sf.

% Note: Tc(Nt2+1:Nt) represent the ambient atmospheric temperature
% Output:
% Qcav: Exchange of sink cavity elements i=1..Nt2 to surroundings: Qcav(1..Nt2)
% QTcav: Total atmosphere heat to sink cavity( i.e. to (2Hc+Wc).Ly)
% Qtip: Heat from fin tip elements So(1..Nsf) to the atmosphere Qtip(1..Nsf)
% QTip: Total Heat lost by the top of fin ST=Wf.Ly to the atmosphere QTip
% QL:Heat from lateral sides SL=2.(Hc+Hb).Ly
% errPc: relative error percent in estimating the view factors
% The local variables:
% F: the geometric view factors of the surfaces Si to Sj of the cavity as defined in fig.5.3
% are predicted by the routine ViewRectCavity called within this procedure
% Note:
% 1 the geometric view factor of the top (ST) elementary surfaces So(1..Nsf) to the
% ambient atmosphere are taken equal to unity
% 2 the top opening, rear opening & front opening surfaces St, Sr & Sf represent the
% ambient atmosphere relative to the cavity with emissivity eA

```

% Locales constants:

```

sig=5.67e-8;
Tkelvin=273.16;
ea=1; %emissivity of the environment
Ly=1; % retourne flux rayonnant / unité de profondeur

```

% Initialization:

```

Nt1=NsHc+Nsc; Nt2=Nt1+NsHc; Nt=Nt2+3; J=zeros(1,Nt); %Radiosities
delta=eye(Nt, Nt); %Knonecker =1 for i=j & 0 for i≠j
A=zeros(Nt);
Tcav=Tcav+Tkelvin; % the temperature of the cavity surface elements including the top and the sides openings.
i.e : i=1..Nt2+3 see fig.5.3
Tip= Tip+ Tkelvin; % the temperature of the tip of the fin Tip=Tip(1..Nsf)
Tatm=Tcav(Nt2+1);

```

% Compute surfaces

% Cavity surfaces

```

Wf=Nsf*dx;
Wc=dx*Nsc;
Hc=dz*NsHc;
Scav(1:NsHc)=dz*Ly; % The left wall elementary surfaces
Scav(NsHc+1:Nt1)=dx*Ly; % the bed elementary surfaces

```

```

Scav(Nt1+1:Nt2)=dz*Ly;           % The right wall elementary surfaces
St=Wc*Ly;                       % top opening
Sr=Wc*Hc;                       % rear and front opening Sf=Sr;
Scav=[Scav, St, Sr, Sr];        % the top opening :St=S(Nt2+1) & latéral opening
%   The Top Of the fin elementary surfaces : So(1..Nsf)
Stip=(dx*Ly)*ones(1,Nsf); ST=Wf*Ly;
%   The substrate surface Ssub
Sub=ST+St;
%   compute radiosities J
A=delta-[(1-es)*F(1:NsHc,:);(1-es)*F(NsHc+1:Nt1,:); (1-es)*F(Nt1+1:Nt2,:); (1-ea)*F(Nt2+1:Nt,:)]; %
eq. (1.13)
B=[sig*es*Tcav(1:NsHc).^4,sig*es*Tcav(NsHc+1:Nt1).^4,sig*es*Tcav(Nt1+1:Nt2).^4,sig*ea*Tcav(N
t2+1:Nt).^4]; % eq. (1.13)
J=A\B; % J=inv(A)*B;
%   Heat exchange between the cavity elements i, j =1,1..Nt,Nt: Q(i, j)
for i=1:Nt
for j=1:Nt Q(i, j)=Scav(i)*F(i, j)*(J(i)-J(j)); end ; Eq. (1.11)
end ;
%   Heat from surface elements of cavity to Surroundings (j=1..Nt)
%   Exchange of sink cavity elements i=1..Nt2 to surroundings: Qcav(1..Nt2)
%   Qcav is radiant heat exchange of an elementary surface Sj (j=1..Nt2) of the surface cavity with the
Whole of its surroundings. This is the main output variable with Qtip which gives the exchange of
the elementary surface of the tip of the fin with the surrounding atmosphere.
Qcav=sum(Q(1:Nt2,:),2);
%   Heat from atmosphere to sink:
QTopOpening=sum(Q(:,Nt2+1),1);% Heat from sink cavity through top opening to ambient
QRearOpening=sum(Q(:,Nt2+2),1);% Heat from sink cavity through rear opening to ambient
QFrontOpening=sum(Q(:,Nt),1);% Heat from sink cavity through front opening to environment
QTcav=QTopOpening + QRearOpening+ QFrontOpening;% Total cavity( i.e. to (2Hc+Wc).Ly) heat to
environment
%   Heat from fin tip To atmosphere:
%   Heat from fin tip elements So(1.Nsf) to the atmosphere Qtip(1..Nsf)
%   This variable returns the radiant heat exchange of the elementary surface areas of the tip of the fin
with the ambient atmosphere. Qtip(1..Nsf) with Nsf=2*Nsf05 over the two half's of the fins
Qtip=es*sig*1*Stip.*(Tip.^4-Tatm^4);
%   Total heat lost by the top of fin ST=Wf.Ly to the atmosphere QTip
QTip=sum(Qtip);

```

B.3. Programmes utilisés en Chapitre VI

B.3.1. Fonction: FDM1d

```

function [FctName, Tf, y, Gy, Z, Cf, kf, vf, tempsFinal, CompTime, GyOverZh, QInjected, QNet,
Le]=FDM1d (rhof, kf, cpf, Wc, Hc, Ly, Ny, Nsup, Nc, temps, td, Tf0, Tfin, vf, qv);
FctName= 'FDM1D';
%   DEALS WITH ALL CASES IN A FLUID 1D With Heat Source :
%   Condition de flux nul à j=NT (i.e. Nsup+Ny)
%   Prise en charge de kf≥0 et vf>=0
%   qx(1:Nc,1:Ny) where qs in W/cm3
%   kl=Inf => Gy=Inf correspond à TLM with Ry→∞

```

```

% kf=0 => Gy=0 correspond à TLM with Ry=0
% if kf=Inf and vf=0 ==> td > 1 is recommended . dtMax=temps/10 is the default value in this case
% Tfin température d'entrée du fluide constante
% Tf0 température initiale du fluide
% INITIALISATION:
if Nsup==0 Nsup=1; end; NT=Ny+Nsup; Tf=Tf0*ones(Nc, NT); qv(1:Nc,Ny+1:NT)=0; tempsFinal=0;
QinConductivity=0; QinHenthalpy=0; QInOutHenthalpy=0; LongCompTime=1; Compteur=0;
dimTp=30;
% Calcul paramètres:
% dy,dx,dz,Sy,Cf,Gy,Ry, Zh , GyOverGy,y
dy=Ly/Ny; dx=Wc ; dz=Hc; Sy=dz*dx; Cf=rhof*cpf*Sy*dy; Gy=2*Sy*kf/dy; Ry=1/Gy;
Zh=Cf*vf/dy; % Zh=dt/Ch with Ch=Cf*vf/(dy*dt) formally Zh
GyOverZh=Gy/Zh; y=linspace(0.5*dy, Nsup*dy+Ly-0.5*dy, Ny+Nsup); Q=qv*1e6*Sy*dy; % in Watts
at volume Sy*dy
% Condition de stabilité
Denominateur=2*Zh+1.5*Gy;
dtMax=Cf/Denominateur;
if dtMax ==Inf
dtMax=temps/10;
disp([' dtMax = ',Num2STR(dtMax) ' It is recommended to set a high td to have a good precision ']);
disp([' The actual td= ',INT2STR(td)];
Rep = input('Do Want to exit and set a new value of td ? [y/n] : ','s ');
if Rep=='y' return;end;
end; dt=dtMax/td;
% Estimation of Z & Ch
Z=dt/Cf; Ch= dt/Zh;% Cf*vf/(dy*dt)
% Estimation de Nt
Nt=round(temps/dt)+1; step=1+fix(Nt/dimTp); NbrOperation=Nt*NT;
if Nt<=1 disp(['Nt= ',INT2STR(Nt), ' It is Formally recommended to increase td ']); end;
% calcul de aj,bj,aj
% premier nœud
a1=1-2*Z*Zh-1.5*Z*Gy; b1=2*Z*Zh+Z*Gy; c1=0.5*Z*Gy;
% nœuds j=2..NT-1
aj=1-Z*Zh-Z*Gy; bj=Z*Zh+0.5*Z*Gy; cj=0.5*Z*Gy;
% dernier nœud j=NT
aN=1-Z*Zh-0.5*Z*Gy; bN=Z*Zh+0.5*Z*Gy; NT=Ny+Nsup
% Début des calculs
tic; disp([' Computing : ',FctName, ' in progress ']);
for jt=2:Nt+1 ,
% Progression records
Compteur=Compteur+1;
if Compteur==step , Pc(FctName,jt,Nt+1) ; Compteur=0 ;end;tempsFinal= tempsFinal+dt;
% calcul du potentiel nodal: Tf
% Calculer Tf(ic,1): nœud j=1:
Tf(:,1)=a1*Tf(:,1)+b1*Tfin+c1*Tf(:,2)+Z*Q(:,1);
% dernier nœud Ny+Nsup
Tf(:,NT)=aN*Tf(:,NT)+bN*Tf(:,NT-1)+Z*Q(:,NT);
% Calcul Tf(ic,2..Ny+Nsup-1): nœuds internes

```

```
Tf(:,2:NT-1)=aj*Tf(:,2:NT-1)+bj*Tf(:,1:NT-2)+cj*Tf(:,3:NT)+Z*Q(:,2:NT-1);
% calcul des énergies
QoutConductivity=0; % adiabatic on RHS
QinConductivity=QinConductivity+Gy*(Tf(:,1)-Tfin)*dt; % heat energy output from LHS due to
conductivity note RHS being considered Adiabatic
QInOutHenthalpy= QInOutHenthalpy +Zh*(Tf(:,Ny+1)-Tfin)*dt; % Heat Out of the system trough RHS -
Heat in the sytem trough LHS due to entalpy in time dt & the sum in time tempsfinal
end; % for jt=2:Nt+1
Le=dt*dt*Ly/Cf/tempsFinal/tempsFinal; %dt**2/(cf*temps**2)
QInjected=sum(Q,2)* tempsFinal; DT=Tf-Tf0;
Qstored=Cf*sum(DT,2); % The heat stored in the fluid during the time tempsFinal due to the rise of it final
temperature
QNet=Qstored+QinConductivity + QoutConductivity +QInOutHenthalpy ; CompTime=toc;
```

B.3.2. Fonction: TLM1d_NormDiode

```
function [FctName, Tf, y, Gy, Zf, Cf, kf, vf, tempsFinal, CompTime, GyOverGh, QInjected, QNet,
Le]=TLM1d_NormDiode (rhof, kf, cpf, Wc, Hc, Ly, Ny, Nsup, Nc, temps, td, Tf0, Tfin, vf, qv);
```

```
% Résolution de l'équation de l'énergie par la TLM Diode avec conduction axiale négligée
```

```
% Variable locales et initialisation
```

```
FctName=' TLM1d-NormDiode ';
```

```
if Nsup==0 Nsup=1;end; NT=Ny+Nsup; dimTp=30; qv(1:Nc,Ny+1:NT)=0;
```

```
tempsFinal=0; QinConductivity=0; QinHenthalpy=0; QInOutHenthalpy=0 ; LongCompTime=1;
Compteur=0; Tf=Tf0*ones(Nc, NT); TfiL=Tf/2; TfiR=Tf/2; TfiD=Tf/2;
```

```
% Calcul des paramètre constants
```

```
% discrétisation spatial
```

```
dy=Ly/Ny; dx=Wc ; dz=Hc; Sy=dz*dx; Cf=rhof*cpf*Sy*dy; Ryf=0.5*dy/Sy/kf;
```

```
Gy=1/Ryf; % needed for output only
```

```
Gh=Cf*vf/dy; % Gh=0 since vf=0
```

```
GyOverGh=Gy/Gh; % GyOverGh=Inf since Gh=0;
```

```
y= linspace(0.5*dy, Nsup*dy+Ly-0.5*dy, Ny+Nsup);
```

```
% calcul Q
```

```
Q=qv*1e6*Sy*dy; % enW at volume Sy*dy
```

```
% contrôle
```

```
if vf<=0 disp('vf= ',Num2STR(vf), ' : This routine deals only with vf>0 ');
```

```
Rep = input('Press a key to return : ','s '); FctName=0; return ;
```

```
end;
```

```
% discrétisation temporelle
```

```
dtMax=2*dy/(vf); dt=dtMax/td;
```

```
% estimation impédance et débitante
```

```
Zf=dt/Cf; Zd=dy/Cf/vf ; Zd1=Zd/2;
```

```
Yf=(2/Zf) + (1/Zd) ; %Yf=(1/(Ryf+Zf))+1/(Ryf+Zf); with Ryf=0
```

```
Yf1=(2/Zf) + (1/Zd1);
```

```
% estimation de Nt
```

```
Nt=round(temps/dt)+1; step=1+fix(Nt/dimTp);
```

```
if Nt<=1 disp(['Nt= ',int2str(Nt), ' It is Formally recommended to increase td ']);
```

```
Rep = input('Do Want to exit ? [y/n] : ','s'); if Rep=='y' return; end;
```

```
end;
```

```

% début des calculs
tic; disp([' Computing : ',FctName,' in progress']) ;
for jt=2:Nt+1,
% Progression records
Compteur=Compteur+1;
if Compteur== step, Pc(FctName,jt,Nt+1) ; Compteur=0 ; end ; tempsFinal=tempsFinal+dt;
% impulsions réfléchies : j=1..NT
TfrL= Tf-TfiL; %Since Ryf=0;
TfrR= Tf-TfiR; %Since Ryf#0;
TfrD=TfiD; %Since Rd=oo for reflected pulses
% impulsions incidentes
TfiL=TfrR; %Since effect of conductivity neglected Ryf=0 or no flow condition
TfiR=TfrR; TfiD(:,1)=Tfin-TfrD(:,1); TfiD(:,2:NT)=Tf(:,1:NT-1)-TfrD(:,2:NT);
% potentiel total fluide
% premier nœud :
Tf(:,1)=((2*TfiL(:,1)/ Zf)+(2*TfiR(:,1)/ Zf)+(2*TfiD(:,1)/Zd1)+Q(:,1))/Yf1;
% les nœuds : j=2..Ny:
Tf(:,2:Ny)=((2*TfiL(:,2:Ny)/ Zf)+(2*TfiR(:,2:Ny)/ Zf)+(2*TfiD(:,2:Ny)/Zd)+Q(:,2:Ny))/Yf;
%since Ryf=Rd=0 Ryf+Zf=Zf
% les nœud non chauffés en dehors du canal
Tf(:,Ny+1:NT)=((2*TfiL(:,Ny+1:NT)/ Zf)+(2*TfiR(:,Ny+1:NT)/ Zf)+(2*TfiD(:,Ny+1:NT)/ Zd))/ Yf;
% Calcul des énergies
QoutConductivity=0; %since adiabatic on RHS
QinConductivity=QinConductivity+Gy*(Tf(:,1)-Tfin)*dt; % heat energy output from LHS due to
conductivity note RHS being considered Adiabatic
QInOutHenthalpy= QInOutHenthalpy +Gh*(Tf(:,Ny+1)-Tfin)*dt; % Heat Out of the system trough
RHS - Heat in the sytem trough LHS due to entalpy in time dt & the sum in time tempsfinal
end; %for jt=2:Nt+
Le=dt*dt*Ly/Cf/tempsFinal/tempsFinal; %dt**2/(cf*temps**2)
QInjected=sum(Q,2)* tempsFinal; DT=Tf-Tf0;
Qstored=Cf*sum(DT,2); % The heat stored in the fluid during the time tempsFinal due to the rise of it final
temperature
QNet=Qstored+QinConductivity + QoutConductivity +QInOutHenthalpy ; CompTime=toc;

```

B.4. Programmes utilisés en Chapitre VII

B.4.1. Fonction: Tlm3dPnDiode1dStub_Nc

```

function[T, Ts, x, y, z, Tf, yf, Tp, Qw, Qh, t, Xp, sXp, Cpu, Nsf05, Nsc, NsHb, NsHc, Wf05, Wc, Hb, Hc, h, De, dt, sst] =Tlm3dPnDiode1dStub_Nc(SinkData, FluidData, CompData, qsCharge, qsRelaxe, DureeCharge, DureeRelaxe, ShowProgress, GetSteadySate, ErrPcInAlfa);

```

```

% Données:

```

```

% extenes

```

```

% SinkData=[rho, kt, cp, T0, Wf05, Wc, Hc, Hb, Ly];

```

```

rho=SinkData(1) ; kt=SinkData(2) ; cp=SinkData(3) ; T0=SinkData(4) ; Wf05=SinkData(5) ;

```

```

Wc=SinkData(6) ; Hc=SinkData(7) ; Hb=SinkData(8) ; Ly=SinkData(9) ;

```

```

% FluidData=[rhof, kf, cpf, Tf0, vf, Nu, visc];

```

```

rhof=FluidData(1) ; kf=FluidData(2) ; cpf=FluidData(3) ; Tf0=FluidData(4) ;

```

```

vf=FluidData(5) ; Nu=FluidData(6) ; visc=FluidData(7) ;

```

```

% CompData=[tempSimul, NxMin, NzMin, Nyn, td]
tempSimul=CompData(1); NxMin=CompData(2); NzMin=CompData(3); Ny =CompData(4);
td =CompData(5); dimTp= CompData(6); stepMin= CompData(7);
% Internes
NameProc=' Tlm3dPnDiode1d'; compteur=0; Nc=1; sst=0; Err=Inf; TcItOld=T0;
% Variables internes
% nc=1..Nc Nc=Nbr Canaux ;
% ia : pointe au debut de chaque ailette ia=1 :ms :Nx
% ms : the step = Nsf+Nsc
% ic pointe au debut de chaque canal ic=nsf+1 :ms :Nx
% Nz b : base fin Nz b=Nshb+1
% Nz t : top fin Nz t=Nshb+Nshc
% Nsh t : nbr node dans le couvercle Ht
% Discrétisation spatiale
Wf=2*Wf05; clt=' ';
[Hb,Hc,Wf,Wc,dx,dz,Nshb,Nshc,Nsc,Nsf05,clt]=AdoptedDim(Hb, Hc, Wf, Wc, NxMin, NzMin,
ErrPcInAlfa, clt);
Nzt=Nshb+Nshc; Hb=Nshb*dz; Hc=Nshc*dz; Lz=Nzt*dz; Nz b=Nshb+1;
if Nc==1, Nsf=Nsf05; else, Nsf=2*Nsf05; end;
ms=Nsf+Nsc; Nx=Nc*ms+Nsf; Lx= Nx*dx; dy=Ly/Ny;
x=linspace(0.5*dx,Lx-0.5*dx, Nx); y=linspace(0.5*dy,Ly-0.5*dy, Ny); z=linspace(0.5*dz,Lz-0.5*dz,
Nzt);
% Calcul du coefficient de convection h
Sm=Hc*Wc; Pm=2*(Hc+Wc); Rh=Sm/Pm; De=4*Rh; h=Nu*kf/De; % hf=54.29e3 value used by Quadir
% détermination du point de contrôle
xp= round(Nsf05+Nsc/2); yp= Ny; zp=1; Xp=[xp,yp,zp]; sxp=['x(',int2str(xp),')='], num2str(dx*xp-
0.5*dx), ' m '];
syp=['y=Ly=', num2str(Ly), ' m ']; szp=['z=', num2str(0), ' m ']; sXp=[sxp,syp,szp];
% Calcul des résistances
% x-dir
Sx=dy*dz;
Rx=0.5*dx/(Sx*kt); % résistance du radiateur x-dir
Rhx=1/(Sx*h); % résistance convective des murs x-dir
% Rhx_eq=Rx+Rhx; % résistance Equivalente convective des murs x-dir
% y-dir
Sy=dx*dz; Sfy=Wc*Hc; Ry=0.5*dy/(Sy*kt); % résistance du radiateur y-dir
% Rf=0.5*dy/(Sfy*kf); % résistance fluide le long du canal y-dir : not required for TLM
Rf=0; Rs=0; Rd=0; % the diode resistance;
% z-dir
Sz=dx*dy; Rz=0.5*dz/(Sz*kt); % résistance du radiateur z-dir
Rhzb=1/(Sz*h); % résistance convective des lits z-dir
% Rhzb_eq=Rz+Rhzb; % résistance équivalente convective des lits z-dir
% Calcul des capacités
% radiateur
dv=dx*dy*dz; C=rho*cp*dv;
% fluide
dvf=Wc*Hc*dy; Cf=rhof*cpf*dvf;
% Discrétisation temporelle et impédances
% Du radiateur

```

```

dl=min([dx dy dz]); RC=rho*cp*dl*dl/kt/2; dt=RC/td; Nt=round(tempSimul/dt)+1;
step=1+fix(Nt/dimTp);
if step<stepMin , step=stepMin ; Nt=round((step-1)*dimTp) ; dt= tempSimul/(Nt+1) ; end ;
Z=3*dt/C; % impédance caractéristique du radiateur
% Du fluide
Zf=dt/Cf ; % impédance caractéristique du fluide
Zs=Zf/2;
Zd=dy/(Cf*vf) ; % impédance caractéristique de l'enthalpie
Zd1=0.5*dy/(Cf*vf) ; % impédance caractéristique de l'enthalpie first node
% Débitantes
% Du radiateur
Y1=1/(Rx+Z); % x-dir: Left ←Right
Y2=1/(Rx+Z); % x-dir: Left→Righ
Y3=1/(Ry+Z); % x-dir Front:← Back
Y4=1/(Ry+Z); % x-dir: Front→Back
Y5=1/(Rz+Z) ; % z-dir: Bottom↓ Top
Y6=1/(Rz+Z) ; % z-dir: Bottom↑ Top
YR=Y1+Y2+Y3+Y4+Y5+Y6; % Ys former
% Du fluide
% Yf=2/(Zf+Rf)+1/(Zd+Rd); % débitante fluide
% Y1f=2/(Zf+Rf)+1/(Zd1+Rd); % débitante fluide première node
Ys=1/(Zs+Rf)+1/(Zd+Rd); %débitante fluide
Y1s=1/(Zs+Rf)+1/(Zd1+Rd); % débitante fluide première node
% Calcul parameter de reflection
% radiateur
ax=Z/(Z+Rx); bx=(Rx-Z)/(Z+Rx);
ay=Z/(Z+Ry); by=(Ry-Z)/(Z+Ry);
az=Z/(Z+Rz); bz=(Rz-Z)/(Z+Rz);
% fluide
ahx=Z/(Z+Rhx); bhx=(Rhx-Z)/(Z+Rhx) ;
ahzb=Z/(Z+Rhzb); bhzb=(Rhzb-Z)/(Z+Rhzb);
% Source thermique
QsNormal=qsCharge*1e4*Sz; QsRelaxe= qsRelaxe*1e4*Sz; Qs= QsNormal;
t_Period=0; Qout=0; Qin=(qsCharge*1e4*Lx*Ly) ;
% INITIALISATION:
% Initialisation des potentiels
% Potentiel du bloc cubique
T=T0*ones(Nx,Ny,Nzt); % canaux inclus
% Potentiel canaux
for ic=Nsf+1: ms: Nx , T(ic:ic+Nsc-1,;,Nzb:Nzt)=Tf0; end; % Channels Void Space
% Température de contrôle au niveau du substrat
Tp=T0; % à i=Nsf+Nsc/2 milieu du premier canal Tp=Tp(t)=T(Nsf+Nsc05,Ny,1)
% Potentiel fluide Tf
Tf=Tf0*ones(Nc,Ny);
% Initialisation des pulsions incidentes dans le radiateur :Ti (1..6)
Ti1=0.5*T; Ti2=Ti1; Ti3=Ti1; Ti4=Ti1; Ti5=Ti1; Ti6=Ti1;
% Initialisation des impulsions incidentes dans le fluide

```

```

% TiLf=Tf/2; % Normale pulsion le long de l'écoulement
% TiRf=Tf/2; % Normale pulsion le long de l'écoulement
Tidf=Tf/2; %Impulsion le long de l'écoulement due à l'enthalpie (diode)
Tis=Tf/2;
% initialisation d'autres variables
t=[0];
Qh=0; % net enthalpy change between inlet to channel outlet
Qw=0; % net rate of heat out from walls to fluid
nnt=0; tic;
% Debut des iterratins:
disp([NameProc, ' Progress=', num2str(2/Nt, '%4.2f'), ' % Qin/Qout=', num2str(Qin/Qout, '%4.2f')]);
for nt=2:Nt
compteur = compteur +1;
% Pulsions réfléchies : Tr: could be done for all pulses i.e. :, :, :
% Pulsions réfléchies ailettes + base ailettes : (Hc+Hb).Wf.Ly for i=1..Nc
for m=1: ms : Nx
Tr1(m:m+Nsf-1, :, :) = ax*T(m:m+Nsf-1, :, :) + bx*Ti1(m:m+Nsf-1, :, :); % → à droite du noeud
Tr2(m:m+Nsf-1, :, :) = ax*T(m:m+Nsf-1, :, :) + bx*Ti2(m:m+Nsf-1, :, :); % ← à gauche du noeud
Tr3(m:m+Nsf-1, :, :) = ay*T(m:m+Nsf-1, :, :) + by*Ti3(m:m+Nsf-1, :, :); % → du noeud vers l'arrière
Tr4(m:m+Nsf-1, :, :) = ay*T(m:m+Nsf-1, :, :) + by*Ti4(m:m+Nsf-1, :, :); % ← du noeud vers l'avant
Tr5(m:m+Nsf-1, :, :) = az*T(m:m+Nsf-1, :, :) + bz*Ti5(m:m+Nsf-1, :, :); % ↑ du noeud vers le haut
Tr6(m:m+Nsf-1, :, :) = az*T(m:m+Nsf-1, :, :) + bz*Ti6(m:m+Nsf-1, :, :); % ↓ du noeud vers le bas
end
% Pulsions réfléchies base des canaux : Hb.Wc.Ly for i=1..Nc
for m=1+Nsf: ms:Nx
Tr1(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) = ax*T(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) + bx*Ti1(m:m+Nsc-1, :, 1:Nzb-1);
Tr2(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) = ax*T(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) + bx*Ti2(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb);
Tr3(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) = ay*T(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) + by*Ti3(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb);
Tr4(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) = ay*T(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) + by*Ti4(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb);
Tr5(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) = az*T(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) + bz*Ti5(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb);
Tr6(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) = az*T(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) + bz*Ti6(m:m+Nsc-1, :, 1:NsHb);
end;
% Impulsions incidentes :Ti
% Impulsions incidentes du Bloc ailettes ( base incluse ).S5=Wf.(Hc+Hb) Ly
for m=1:ms:Nx
Ti1(m:m+Nsf-2, :, :) = Tr2(m+1:m+Nsf-1, :, :); % S5.Ly
Ti2(m+1:m+Nsf-1, :, :) = Tr1(m:m+Nsf-2, :, :); % S5.Ly
Ti3(m:m+Nsf-1, 1:Ny-1, :) = Tr4(m:m+Nsf-1, 2:Ny, :); % S10.(Hc+Hb)
Ti4(m:m+Nsf-1, 2:Ny, :) = Tr3(m:m+Nsf-1, 1:Ny-1, :); % S10.(Hc+Hb)
Ti5(m:m+Nsf-1, :, 1:Nzt-1) = Tr6(m:m+Nsf-1, :, 2:Nzt); % S5.(Ly Wf)
Ti6(m:m+Nsf-1, :, 2:Nzt) = Tr5(m:m+Nsf-1, :, 1:Nzt-1); % S5.(Ly Wf)
end ;
% Impulsions incidents dans les bases des canaux . S7=Wc.Hb. Ly
for m=1+Nsf:ms:Nx
Ti1(m-1:m+Nsc-1, :, 1:NsHb) = Tr2(m:m+Nsc, :, 1:NsHb); % S7.=Wc.Hb.Ly

```

```

Ti2(m:m+Nsc,;, 1: NsHb)=Tr1(m-1:m+Nsc-1,;, 1: NsHb); % S7.=Wc.Hb.Ly
Ti3(m:m+Nsc-1,1:Ny-1, 1: NsHb)=Tr4(m:m+Nsc-1,2:Ny, 1: NsHb); % S7.=Wc.Hb.Ly
Ti4(m:m+Nsc-1,2:Ny, 1:NsHb)=Tr3(m:m+Nsc-1,1:Ny-1, 1: NsHb); % S7.=Wc.Hb.Ly
Ti5(m:m+Nsc-1,;, 1:NsHb-1)=Tr6(m:m+Nsc-1,;, 2: NsHb); % S7.=Wb.Hc.
Ti6(m:m+Nsc-1,;, 2: NsHb)=Tr5(m:m+Nsc-1,;, 1: NsHb-1); % S7.=Wb.Hc.
end ;

% CONDITIONS AUX LIMITES:
% Condition adiabatiques
% Face arriere
for m=1:ms:Nx
Ti3(m:m+Nsf-1,Ny,;)= Tr3(m:m+Nsf-1,Ny,;); % Ailettes +base ailettes: S6=Wf.(Hc+Hb)
end ;
for m=Nsf+1:ms:Nx
Ti3(m:m+Nsc-1,Ny,1:NsHb)= Tr3(m:m+Nsc-1,Ny, 1:NsHb); % Base des canaux : S8=Wc.Hb
end ;
% Face avant
for m=1:ms:Nx
Ti4(m:m+Nsf-1,1,;)= Tr4(m:m+Nsf-1,1,;); % Ailettes +base ailettes : S5=Wf.(Hc+Hb)
end ;
for m=Nsf+1: ms:Nx
Ti4(m:m+Nsc-1,1,1:NsHb)= Tr4 (m:m+Nsc-1,1,1:NsHb);% Base des canaux avant du radiateur:S7=Wc.Hb
end ;
% coté droit
Ti1(Nx,;,;)= Tr1(Nx,;,;); % S2=(Hc+Hb) Ly
% cote gauche
Ti2(1,;,;)= Tr2(1,;,;); % S1=(Hc+Hb) Ly
% Tip des ailettes
for m=1:ms:Nx
Ti5(m:m+Nsf-1,;,Nzt)=Tr5(m:m+Nsf-1,;,Nzt); % S10= Wf. Ly
end ;
% substrat
Ti6(:,,1)=Tr6(:,,1); % Substrat Coté source thermique S9= Lx. Ly
% Condition flux convectif estimation impulsions incidentes
% mure gauche
for m=Nsf:ms:Nx-ms
Ti1(m,;,Nzb:Nzt)=ahx* T(m+1,;,Nzb:Nzt)+bhx*Tr1(m,;,Nzb:Nzt); % flux convectif mure de gauche :
S3=Hc.Ly Eq.4.1
end;
% mure droit
for m=ms+1: ms: Nx
Ti2(m,;,Nzb:Nzt)= ahx*T(m-1,;,Nzb:Nzt)+ bhx*Tr2(m,;,Nzb:Nzt); % flux convectif mure de droit :
S4=Hc.Ly Eq.4.1
end;
% Lit du canal
for m=Nsf+1:ms:Nx
Ti5(m:m+Nsc-1,;,NsHb)=ahzb*T(m:m+Nsc-1,;, NsHb+1)+bhzb*Tr5(m:m+Nsc-1,;, NsHb); % flux
convectif du lit du canal : S10=Hc.Ly Eq.4.1

```

```

end ;
% Flux convectif (Nc,Ny) estimation du transfert vers les canaux
% mur de gauche
nc=0;
for m=Nsf:ms:Nx-ms
nc=nc+1;
%  $Ql(nc,:,1:NsHc)=(T(m,:,Nzb:Nzt)-T(m+1,:,Nzb:Nzt))/Rh_x$  eq %Eq.4.3
Ql(nc,:,1:NsHc)=(Ti1(m,:,Nzb:Nzt)+ Tr1(m,:,Nzb:Nzt) -T(m+1,:,Nzb:Nzt))/Rh_x;
end; %Eq.4.2
QL=sum(Ql,3);% flux élémentaire QL(1..Nc,1..Ny) a travers dy mure gauche: S3=Hc.Ly
% mur droit
nc=0;
for m=ms+1:ms:Nx-Nsf+1
nc=nc+1;
%  $Qr(nc,:,1:NsHc)=(T(m,:,Nzb:Nzt)-T(m-1,:,Nzb:Nzt))/Rh_x$  eq
Qr(nc,:,1:NsHc)=(Ti2(m,:,Nzb:Nzt)+ Tr2(m,:,Nzb:Nzt)-T(m-1,:,Nzb:Nzt))/Rh_x;
end;
QR=sum(Qr,3); % flux élémentaire QR(1..Nc,1..Ny) a travers dy mure droit: S4=Hc.Ly
% lit du canal
nc=0;
for m=Nsf+1:ms:Nx-ms+1
nc=nc+1;
%  $Qb(1:Nsc,:)=(T(m:m+Nsc-1,:,Nzb-1)-T(m:m+Nsc-1,:,Nzb))/Rh_{zb}$  eq;
Qb(1:Nsc,:)=(Ti5(m:m+Nsc-1,:,Nzb-1)+Tr5(m:m+Nsc-1,:,Nzb-1)-T(m:m+Nsc-1,:,Nzb))/ Rhzb;
QB(nc,:)=sum(Qb,1); % flux élémentaire QB(1..Nc,1..Ny) a travers dy du lit: S11=Wc.Ly
end;
Qc=QL+QR+QB; % flux élémentaire Qc(1..Nc,1..Ny) a travers la surface latérale élémentaire dy (Hc+Wc+Hc)
du canal.
clear Ql Qr Qb QL QR QB ;
% Calcul de la température fluide Tf(1..Nc,1..Ny)
for nc=1:Nc
% Pulsions réfléchies dans le fluide:
Trdf=Tidf; % Rd= $\infty$  enthalpy
% Pulsions incidentes:
Tidf(nc,1)=Tf0-Trdf(nc,1); % Rd=0 dans le sens d'écoulement node 1
Tidf(nc,2:Ny)=Tf(nc,1:Ny-1)-Trdf(nc,2:Ny);% Rd=0 dans le sens d'écoulement
Trs=Tf-Tis; % scattered
Tis=Trs; % adiabatic
% Potentiel Total du milieu fluide
Tf(nc,1:Ny)=((2*Tis(nc,1:Ny)/Zs)+ (2*Tidf(nc,1:Ny)/Zd)+Qc(nc,1:Ny))/Ys; %j=2..Ny
Tf(nc,1)=((2*Tis(nc,1)/Zs)+(2*Tidf(nc,1)/ Zd1)+Qc(nc,1))/Y1s; %j=1 first node
end; % for nc=1:Nc
% Actualisation du potentiel nodal dans les canaux:
nc=0;
for m=Nsf+1: ms:Nx-ms+1
nc=nc+1;

```

```

for i=m:m+Nsc-1
for k=Nzb:Nzt
T(i,1:Ny,k)=Tf0;
T(i,1:Ny,k)=Tf(nc,1:Ny);
end
end
end
% COMPUTE THE TOTAL POTENTIEL: T
% for fins and their bases
for m=1:ms:Nx-Nsf+1
T(m:m+Nsf-1,,:)= (2*Y1*Ti1(m:m+Nsf-1,,:)+ 2*Y2*Ti2(m:m+Nsf-1,,:)+ 2*Y3*Ti3(m:m+Nsf-1,,:)+ 2*Y4*Ti4(m:m+Nsf-1,,:)+ 2*Y5*Ti5(m:m+Nsf-1,,:)+ 2*Y6*Ti6(m:m+Nsf-1,,:))/YR;
end;
% for channels bases
for m=Nsf+1: ms: Nx- ms +1
T (m:m+Nsc-1,;,1:NsHb)= (2*Y1*Ti1(m:m+Nsc-1,;,1:Nzb-1) + 2*Y2*Ti2(m:m+Nsc-1,;,1:Nzb-1) + 2*Y3*Ti3(m:m+Nsc-1,;, 1:NsHb) + 2*Y4*Ti4(m:m+Nsc-1,;, 1:NsHb) + 2*Y5*Ti5(m:m+Nsc-1,;, 1:NsHb) + 2*Y6*Ti6(m:m+Nsc-1,;, 1:NsHb))/ YR;
end;
% ADD uniform heat source term to the substratum S9.
T(:,;,1)=T(:,;,1)+Qs /YR; % Surface heat Eq.4.8
% Charge périodique
switch Qs
case { QsNormal}
t_Period=t_Period+dt;
if t_Period>= DureeCharge , Qs= QsRelaxe; t_Period=0; compteur=step; end;
case { QsRelaxe,},
t_Period= t_Period+dt; if t_Period>= DureeRelaxe, Qs= QsNormal ; t_Period=0 ; compteur=step; end ;
end ;
% Calcul Tp(t) Control de température additionnel
TcltNew=T(Nsf05,Ny,1); Err= abs((TcltNew-TcltOld)*100*step/TcltNew) ; TcltOld=TcltNew;
if Err < abs(GetSteadySate)/10 ; compteur=step; end ;
if compteur==step
t=[t, nt*dt] ; Ts=Rz*Qs+ T(:,;,1); % température de surface du plan (X,Y,0)
Ts2= Ts(xp, yp-1,1); Ts1= Ts(xp, yp,1);
TsLy=1.5*Ts1-0.5*Ts2 ; % Estimation de la température maximale de surface Ts(Lx/2,Ly,0) pare interpolation linéaire.
Tp=[Tp, TsLy]; % température du point de contrôle Tp(x(xp),Ly,0)
TfLy=1.5*Tf(nc,Ny)-0.5*Tf(nc,Ny-1);% interpolation lineaire pour estimation température de sortie du fluide
yf=[0,y, Ly] ; % abscisse de la température fluide
Qh=[ Qh,rhof*cpf*Sm*Ly*vf*(TfLy- Tf0)/Ly] ; % net enthalpy change between channel inlet and channel outlet must be equal to heat input Qs when equilibrium reached
Qw=[Qw ,sum(Qc)] ; % net rate of heat out from walls (bed included) to fluid
compteur=0 ;
% évaluer l'erreur

```

```

Long=length(Tp) ; Qout= rhof*cpf*Sm*Ly*vf*(TfLy- Tf0)/Ly ;
% Err= abs((Qin-Qout)*100/ Qin) ; % sur énergie
Err= abs((Tp(Long)- Tp(Long-1))*100/ Tp(Long)) ; % sur température max.
if ShowProgress~=0
disp([NameProc, 'Cpu= ', num2str(toc), ' Sec Progress= ', num2str(nt*100/Nt, '%4.2f'), ' % ']) ;
disp([' Qin/Qout= ', num2str(Qin/Qout, '%4.4f'), ' Err%= ', num2str(Err), ' Tmax= ',
num2str(Tp(Long)), ' °C Tmax= ', num2str(TfLy), ' °C ']) ;
end;
if Err < abs(GetSteadySate) ; sst=1 ; break ; end ;
end; % if compeur=step
end; % for nt=2:Nt END of time incrementation
TfLy=1.5*Tf(nc,Ny)-0.5*Tf(nc,Ny-1); % interpolation lineaire
yf=[0,y, Ly]; Tf=[Tf0, Tf(1,1:Ny), TfLy]; Cpu=toc;

```

B.4.2. Fonction: Fdm3dFdm1d_Exp

```

function [T, Ts, x, y, z, Tf, yf, Tp, Qw, Qh, t, Xp, sXp, Cpu, Nsf05, Nsc, NsHb, NsHc, Wf05, Wc, Hb, Hc, h,
De, dt, sst] = Fdm3dFdm1d_Exp(SinkData, FluidData, CompData, qs, ShowProgress, GetSteadySate);

```

```
% Données:
```

```
% externes
```

```
% SinkData=[rho, kt, cp, T0, Wf05, Wc, Hc, Hb, Ly];
```

```
rho=SinkData(1); kt=SinkData(2); cp=SinkData(3); T0=SinkData(4); Wf05=SinkData(5);
```

```
Wc=SinkData(6); Hc=SinkData(7); Hb=SinkData(8); Ly=SinkData(9);
```

```
% FluidData=[ rhof, kf, cpf, Tf0, vf, Nu, visc];
```

```
rhof=FluidData(1); kf=FluidData(2); cpf=FluidData(3); Tf0=FluidData(4);
```

```
vf=FluidData(5); Nu=FluidData(6); visc=FluidData(7);
```

```
% CompData=[ tempSimul NxMin, NzMin Ny td]
```

```
tempSimul=CompData(1); NxMin=CompData(2); NzMin=CompData(3); Ny =CompData(4);
```

```
td =CompData(5); dimTp= CompData(6); stepMin= CompData(7);
```

```
% internes
```

```
NameProc='Fdm3dFdm1d_Exp'; sst=0; compteur=0; Err=Inf; TcItOld=T0;
```

```
% Discrétisation spatiale
```

```
% le long oz
```

```
if Hb<=Hc, NsHb=NzMin; dz=Hb/NsHb; NsHc=round(Hc/dz); Hc=NsHc*dz;
```

```
else, NsHc=NzMin; dz=Hc/NsHc; NsHb=round(Hb/dz); Hb=NsHb*dz;
```

```
end;
```

```
Hb=NsHb*dz ; Hc=NsHc*dz ; Lz=Hb+Hc; Nz=NsHb+NsHc; z=linspace(0.5*dz, Lz-0.5*dz, Nz);
```

```
Nzb=NsHb+1;
```

```
% le long ox
```

```
if Wf05<=Wc, Nsf05=NxMin; dx=Wf05/Nsf05; Nsc=round(Wc/dx);
```

```
else, Nsc=NxMin; dx=Wc/Nsc; Nsf05=round(Wf05/dx); Wf05=Nsf05*dx;
```

```
end ;
```

```
Wc=Nsc*dx; Wf05=Nsf05*dx; Lx= 2*Wf05+Wc; Nx=2*Nsf05+Nsc; x=linspace(0.5*dx, Lx-0.5*dx,
```

```
Nx);
```

```
% le long oy
```

```
dy=Ly/Ny; y=linspace(0.5*dy, Ly-0.5*dy, Ny);
```

```
% Calcul du coefficient de convection h
```

```
Sm=Hc*Wc; Pm=2*(Hc+Wc); Rh=Sm/Pm; De=4*Rh; h=Nu*kf/De;
```

```

% détermination du point de contrôle
xp= round((Nsf05+Nsc)/2); yp= Ny; zp=1; Xp=[xp, yp, zp]; sxp=['x(',int2str(xp),')= ',num2str(dx*xp-0.5*dx),' m '];
syp=['y=Ly=',num2str(Ly),' m ']; szp=['z=',num2str(0),' m ']; sXp=[sxp, syp, szp];
% Calcul des résistances
% x-dir
Rx=0.5*dx/( dy*dz *kt); % résistance du radiateur x-dir
Rhx=1/( dy*dz *h); % résistance convective des murs x-dir
% y-dir
Ry=0.5*dy/( dx*dz *kt); % résistance du radiateur y-dir
Rf=0.5*dy/( Wc*Hc *kf); % résistance fluide le long du canal y-dir n'est pas nécessaire pour TLM
% z-dir
Rz=0.5*dz/( dx*dy *kt); % résistance du radiateur z-dir
Rhz=1/( dx*dy *h); % résistance convective des lits z-dir
% Conductance totale
GT=(1/Rx)+(1/Ry)+(1/Rz);
% Calcul des capacités
% radiateur
C=rho*cp* dx*dy*dz;
% fluide
Cf=rho*cp*( Wc*Hc*dy);
% Discrétisation temporelle et impédances
% Du radiateur
dt=C/(GT*td); Nt=round(tempSimul/dt)+1; step=1+fix(Nt/dimTp);
if step<stepMin , step=stepMin; Nt=round((step-1)*dimTp); dt= tempSimul/(Nt+1); end;
Z=dt/C; % impédance caractéristique du radiateur
% Du fluide
Zf=dt/Cf; % impédance caractéristique du fluide
% Enthalpy
Zd=dy/(Cf*vf);
Zd1=0.5*dy/(Cf*vf);
% Compute : Qs
Qs=qs*dx*dy*1e4; Qout=0; Qin=(qs*1e4*Lx*Ly);
% INITIALISATION:
% Initialisation des potentiels
% Potentiel du bloc cubique
T=T0*ones(Nx, Ny, Nz); % canaux inclus
% potentiel canaux
T(Nsf05+1:Nsf05+Nsc,:,Nzb:Nz)=Tf0;
% température de contrôle au niveau du substrat
Tp=T0; % à i=Nsf+Nsc/2 milieu du premier canal Tp=Tp(t)=T(Nsf+Nsc05,Ny,1)
% potentiel fluide Tf
Tf=Tf0*ones(1,Ny);
% flux incidents
Fi1=zeros(Nx, Ny, Nz); Fi2=Fi1; Fi3=Fi1; Fi4=Fi1; Fi5=Fi1; Fi6=Fi1; Fi6(:,,1)=Qs;
% initialisation d'autre variables
Qh=0; % net enthalpy change between inlet to channel outlet

```

```

Qw=0; % net rate of heat out from walls to fluid
t=0; compteur=0; tic;
% START TIME INCREMENTATION:
disp([NameProc, ' Progress=', num2str(2/Nt, '%4.2f'), ' % Qin/Qout=', num2str(Qin/Qout, '%4.2f')]);
for jt=2:Nt
compteur= compteur+1;
% Compute the block internal points flux:
% flux de droite
Fi1(1: Nsf05-1,:)= (T(2: Nsf05,:)-T(1: Nsf05-1,:))/2/Rx; % ailette gauche
Fi1(Nsf05+Nsc+1:Nx-1,:)= (T(Nsf05+Nsc+2:Nx,:)-T(Nsf05+Nsc+1:Nx-1,:))/2/Rx; % ailette droit
Fi1(1:Nx-1,1:Nzb-1)= (T(2:Nx,1:Nzb-1)-T(1:Nx-1,1:Nzb-1))/2/Rx; % substrat
% flux de gauche
Fi2(2: Nsf05,:)= (T(1: Nsf05-1,:)-T(2: Nsf05,:))/2/Rx; % ailette gauche
Fi2(Nsf05+Nsc+2:Nx,:)= (T(Nsf05+Nsc+1:Nx-1,:)-T(Nsf05+Nsc+2:Nx,:))/2/Rx; % ailette droit
Fi2(2:Nx,1:Nzb-1)= (T(1:Nx-1,1:Nzb-1)-T(2:Nx,1:Nzb-1))/2/Rx; % substrat
% flux de l'arriere
Fi3(1: Nsf05,1:Ny-1,)= (T(1: Nsf05,2:Ny,)-T(1: Nsf05,1:Ny-1,))/2/Ry; % ailette gauche
Fi3(Nsf05+Nsc+1:Nx,1:Ny-1,)= (T(Nsf05+Nsc+1:Nx,2:Ny,)-T(Nsf05+Nsc+1:Nx,1:Ny-1,))/2/Ry; % ailette droit
Fi3(:,1:Ny-1,1:NsHb)= (T(:,2:Ny,1:NsHb)-T(:,1:Ny-1,1:NsHb))/2/Ry; % substrat
% flux avant vers arriere
% ailettes gauches
Fi4(1: Nsf05,2:Ny,)= (T(1: Nsf05,1:Ny-1,)-T(1: Nsf05,2:Ny,))/2/Ry; % ailette gauche
% ailettes droite
Fi4(Nsf05+Nsc+1:Nx,2:Ny,)= (T(Nsf05+Nsc+1:Nx,1:Ny-1,)-T(Nsf05+Nsc+1:Nx,2:Ny,))/2/Ry; % ailette droit
% substrat
Fi4(:,2:Ny,1:NsHb)= (T(:,1:Ny-1,1:NsHb)-T(:,2:Ny,1:NsHb))/2/Ry; % substrat
% flux de haut vers bas
Fi5(1: Nsf05, :,1:Nz-1)= (T(1: Nsf05, :,2:Nz)-T(1: Nsf05, :,1:Nz-1))/2/Rz; % ailette gauche
Fi5(1:Nsf05, :,Nz)=0; %CL Tip left adiabatique
Fi5(Nsf05+Nsc+1:Nx, :,1:Nz-1)= (T(Nsf05+Nsc+1:Nx, :,2:Nz)-T(Nsf05+Nsc+1:Nx, :,1:Nz-1))/2/Rz; % ailette droit
Fi5(Nsf05+Nsc+1:Nx, :,Nz)=0; %Tip droit adiabatique
Fi5(Nsf05+1:Nsf05+Nsc, :,1: NsHb-1)= (T(Nsf05+1:Nsf05+Nsc, :,2: NsHb)-T(Nsf05+1:Nsf05+Nsc, :,1: NsHb -1))/2/Rz; % substrat n dessous canal
% Flux de bat vers haut
Fi6(1: Nsf05, :,2:Nz)= (T(1: Nsf05, :,1:Nz-1)-T(1: Nsf05, :,2:Nz))/2/Rz; % ailette gauche
Fi6(Nsf05+Nsc+1:Nx, :,2:Nz)= (T(Nsf05+Nsc+1:Nx, :,1:Nz-1)-T(Nsf05+Nsc+1:Nx, :,2:Nz))/2/Rz; % ailette droit
Fi6(Nsf05+1:Nsf05+Nsc, :,2: NsHb)= (T(Nsf05+1:Nsf05+Nsc, :,1: NsHb -1)-T(Nsf05+1:Nsf05+Nsc, :,2: NsHb))/2/Rz; % substrat en dessou canal
% Conditions aux limmites
% condition adiabatiques:
Fi1(Nx, :)=0; % Coté droit
Fi2(1, :)= 0; % Coté gauche
Fi3(:, Ny, :)=0; % arriere
Fi4(:, 1, :)=0; %avant

```

```

% Flux de surface
Fi6(:,1)=Qs; %substrat
% flux convectif
% flux vers Mur gauche
for j= 1:Ny
FL(j)=0;
for k= Nzb:Nz
Fi1(Nsf05,j,k)=(Tf(j)-T(Nsf05,j,k))/(Rhx+Rx); % mure gauche
FL(j)= FL(j)+ Fi1(Nsf05,j,k);
end ;
end ;
% flux vers Mure droit
for j= 1:Ny
FR(j)=0;
for k= Nzb:Nz
Fi2(Nsf05+Nsc+1,j,k)=(Tf(j)-T(Nsf05+Nsc+1,j,k))/(Rhx+Rx);% mure droite
FR(j)= FR(j)+ Fi2(Nsf05+Nsc+1,j,k);
end ;
end ;
% flux vers le lit
for j= 1:Ny
FB(j)=0;
for i= Nsf05+1:Nsf05+Nsc
Fi5(i,j,NsHb)=(Tf(j)-T(i,j, NsHb))/(Rhz+Rz);% Lit
FB(j)= FB(j)+ Fi5(i,j,NsHb);
end ;
end ;
% flux elementaire a HC.Wc.dy
Qc= - (FL+FR+FB );
% Compute the fluid temperature: Tf(1:Ny)
Tf(1)=(1-Zf/Zd1)*Tf(1)+Tf0*Zf/Zd1 +Zf*Qc(1);
Tf(2:Ny)=(1-Zf/Zd)*Tf(2:Ny)+Tf(1:Ny-1)*Zf/Zd +Zf*Qc(2:Ny);
% COMPUTE THE TOTAL POTENTIEL: T
T=T+Z*(Fi1+Fi2+Fi3+Fi4+Fi5+Fi6);
% actualiser le vide
for i=1:Ny
T(Nsf05+1:Nsf05+Nsc,i,Nzb:Nz)=Tf(i);
end ;
% Calcul Tp(t) Contrôle de température
TcltNew=T(Nsf05,Ny,1);
Err= abs((TcltNew-TcltOld)*100*step/TcltNew);
TcltOld=TcltNew;
if Err < abs(GetSteadySate) ; compteur=step; end ;
if compteur==step
t=[t, jt*dt] ;
Ts=Rz*Qs+ T(:,1); % surface temperature at the surface XY for Z=0
Ts2= Ts(xp, yp-1,1);

```

```

Ts1= Ts(xp, yp,1);
TsLy=1.5*Ts1-0.5*Ts2; % interpolation lineaire pour estimation Ts a Ly, Lx/2 et z=0 temperature maximale
Tp=[Tp, TsLy] ; % temperature at y=Ly, z=0 and x=x(xp)
TfLy=1.5*Tf(Ny)-0.5*Tf(Ny-1);% outlet fluid temperature : interpolation lineaire
yf=[0,y, Ly] ; % abscisse fluid temperature
Qh=[ Qh,rhof*cpf*Sm*Ly*vf*(TfLy- Tf0)/Ly] ; % net enthalpy change between channel inlet and channel
outlet must be equal to heat input Qs when equilibrium reached
Qw=[Qw ,sum(Qc)] ; % net rate of heat out from walls (bed included) to fluid
compteur=0 ;
% évaluer l'erreur
Long=length(Tp) ; Qout= rhof*cpf*Sm*Ly*vf*(TfLy- Tf0)/Ly ;
% Err= abs((Qin-Qout)*100/ Qin) ; % sur énergie
Err= abs((Tp(Long)- Tp(Long-1))*100/ Tp(Long)) ;%sur température max.
if ShowProgress ==1
disp([NameProc, 'Cpu= ',num2str(toc), ' Sec Progress= ', num2str(jt*100/Nt, '%4.2f '), ' % ']);
disp([' Qin/Qout=',num2str(Qin/Qout, '%4.4f '), ' Err%=', num2str(Err) , ' Tmax= ',
num2str(Tp(Long)), '°C Tffmax=', num2str(TfLy), '°C ']);
end;
if Err < abs(GetSteadySate); sst=1; break; end;
end; % Step
end; %end ; of time inc
TfLy=1.5*Tf(Ny)-0.5*Tf(Ny-1); % interpolation lineaire
yf=[0,y, Ly]; Tf=[Tf0, Tf(1,1:Ny), TfLy]; Cpu=toc;

```

B.4.3. Fonction: ZhangModel

```

function [NuCop, vf, Xev, Xeh, dPT, Rvc_cm, Rhs_cm]=ZhangModel(Wx, Hc, Hb, Wf, Wc, Ly, rhof,
cpf, kf, ks, nuf, Prf, QvT);

```

```

% 1. calcul Perte Eq.(A.6) ∇ Xev
% 2. calcul Nu par Eq.(A.3) for Xeh<0.1

```

```

% A/Perte de charges & Xev Eq.(A.6)

```

```

Nc=Wx/(Wf+Wc); vf=QvT/(Nc*Hc*Wc); Dhy=2*Hc*Wc/(Hc+Wc); Rehy=vf*Dhy/nuf;
Xev=Ly/(Rehy*Dhy); alfa=Hc/Wc; G=(alfa^2+1)/(1+alfa)^2;
Lambda=(4*((3.2*(Rehy*Dhy/Ly)^0.57)^2+(4.70+19.64*(G)^2)^0.5)/Rehy;
sigma=Nc*Wc*Hc/(Wx*Hc); Kp=0.6*sigma^2-2.4*sigma+1.8; dP=0.5*Lambda*Ly*rhof*vf*vf/Dhy;
dPs=rhof*vf*vf*Kp/2; dPT=dP+dPs;

```

```

% B/ Nu Xeh Eq.(A.3)

```

```

Xeh=Ly/(Rehy*Dhy*Prf); NuCop=((2.22*(1/Xeh)^0.33)^3+(8.31*G-0.02)^3)^(1/3);
mo=(2*NuCop*kf/(ks*Wf*Dhy))^0.5; eta=tanh(mo*Hc)/(mo*Hc);
heq=NuCop*kf*(2*Nc*eta*Hc+Wx-(Nc-1)*Wf)/(Wx*Dhy);
Rvc=(1/(heq*Wx*Ly))+1/(1*rhof*cpf*QvT); Rvc_cm=Rvc*1e-4/(Wx*Ly);

```

```

% Estimation de la résistance d'expansion dans Hb Rs

```

```

As=Wx*Ly; a=sqrt(As/pi); b=sqrt(Wx*Ly/pi); eps=a/b; tau=Hb/b; BI=1/(ks*pi*b*Rvc);
Lamb=pi+1/(eps*sqrt(pi)); Fi=(tanh(Lamb*tau)+(Lamb/BI))/(1+Lamb*tanh(tau*Lamb/BI));
Rsp=(eps*tau+0.5*sqrt(pi)*(1-eps)^(3/2)*Fi)/(ks*pi*a);

```

```

% Estimation de la résistance du radiateur Rhs

```

```

Rhs=Rvc+Rsp; Rhs_cm=Rhs*1e-4/(Wx*Ly);

```

B.5. Programmes utilisés en Chapitre VIII

B.5.1. Fonction: GetNu

```
function [Nu, clt]=GetNu(alfa, Xeh, ReDhy, clt)
% Retourne : le nombre de Nusselt pour l'écoulement laminaire ReDhy<2200, thermiquement
% développé ou non développé à partir de l'Eq. (A.3) pour Xeh ≤0.1 et de Eq. A2 pour Xeh>0.1.
% Pour ReDhy>2200 et/ou αasp<1, la valeur Nu=0 est retournée avec clt commentée. Xeh: longueur
% d'établissement thermique = Ly/RePr D
ReMax=2200; % valeur minimale pour ReDhy laminaire
if ReDhy>ReMax
clt=[clt, ' ReDhy=', num2str(ReDhy), ' ReDhy>', num2str(ReMax), ' Procedure n'est pas valable'];
Nu=0; return;
end;
if alfa<1 clt=[clt, ' α<1: Procédure n'est pas valable']; Nu=0; return; end;
if Xeh<=0.1; % Nu estimé par l'Eq. (A.3) de Copland
G=(alfa*alfa+1)/(alfa+1)^2 ;
Nu=((2.22 *(1/Xeh)^0.33)^3+(8.31*G-0.02)^3)^(1/3) ;%
else % Nu estimé par Eq. A2 pour écoulement établi
Nu=1.53*log(alfa)+3.52 ;
end;
```

B.5.2. Fonction: GetTrefEau

```
function [Tref, Tfout, rhof, cpf, kf, nuf, Prf]= GetTrefEau (Hc, Wf, Wc, Ly, vf, Tfin, qs);
% Estime Tfout et calcule Tref=0.5(Tfin+Tfout) puis retourne les propriétés de l'eau à cette
% température. Note si qs=0
% Retourne les propriétés à Tfin.
% variables
% Tfin température de l'eau à l'entrée
% Tfout température de l'eau à la sortie après itérations
% Tref=(Tfin+Tfout)/2
% vt : vitesse moyenne
% qs W/cm2 : Q=qs*1^4 *Ly*(Wf+Wc).
% Note : Retourne zéros en cas Tref>37°C ou Tref<7°C ou pas de convergence
TolPc=0.01 ; compteur=0; compteurMax=100; Err=Inf;
% calcul à Tref=Tfin
Tref=Tfin;
[rhof, cpf, kf, nuf, muf, Prf, difusf]=WaterTable(Tref);
if qs<=0, Tfout=Tfin;
else
Tfout=Tfin+qs*1^4*Ly*(Wf+Wc)/(rhof*cpf*Hc*Wc*vf);
while Err>TolPc
Tref=(Tfin+Tfout)/2; compteur=compteur+1;
[rhoEau, cpEau, kEau, nuEau, muEau, PrEau, difusEau]=WaterTable(Tref);
Errho=(rhoEau-rhof)*100/rhoEau; Ercp=(cpEau-cpf)*100/cpEau; Erk=(kEau-kf)*100/kEau;
Ernu=(nuEau-nuf)*100/nuEau; Err=max(abs([Errho, Ercp, Erk, Ernu]));
if compteur>compteurMax Err=-1; end;
rhof=rhoEau; cpf=cpEau; kf=kEau; nuf=nuEau;
Tfout=Tfin+qs*1^4*Ly*(Wf+Wc)/(rhof*cpf*Hc*Wc*vf) ;
end; % while
```

end;

B.5.3. Fonction: WaterTable

function [rhoE, cpf, kf, nuf, muf, Prf, difusf]=WaterTable(Tref);

% **Retourne** : rhoE, cpf et kf, nu & mu de l'eau à T=Tref en °C par interpolation linéaire du tableau A4. Si Tref<0.010°C retourne les propriétés à 0.010. Si Tref>100°C retourne les propriétés à 100

```
% Donnée
T=[0.010, 2.000, 7.000, 12.000, 17.000, 22.000, 27.000, 32.000, 37.000,47.000, 67.000, 87.000, 100.000];
rhoEau=[999.8, 999.9, 999.9, 999.5, 998.8, 997.8, 996.5, 995.000, 993.300, 989.300, 979.500, 967.400, 958.300];
cpEau=[4220, 4214, 4201, 4193, 4187, 4183, 4181, 4180, 4179, 4181, 4189, 4202, 4216 ];
kEau=[0.5610, 0.5645, 0.5740, 0.5835, 0.5927, 0.6017, 0.6103, 0.6184, 0.6260, 0.6396, 0.6605, 0.6737,0.6791];
difusivityThermique=[1.330, 1.340, 1.366, 1.392, 1.417, 1.442, 1.465, 1.487, 1.508, 1.546, 1.610,1.657, 1.681] ;
difusivityThermique= 1e-7*difusivityThermique;
ViscoCeni=[17.91, 16.82, 14.34, 12.40, 10.85, 9.600, 8.568, 7.708, 6.982, 5.832, 4.308, 3.371, 2.940];
ViscoCeni=1e-7* ViscoCeni;
Prandtl=[13.5,12.6,10.6, 8.91, 7.66, 6.66, 5.85, 5.18, 4.63, 3.77, 2.68, 2.03, 1.75]; Long=(length(T));
if Tref>=T(Long)
rhoE= rhoEau(Long); cpf= cpEau(Long); kf= kEau(Long); difusf= difusivityThermique(Long);
nuf= ViscoCeni(Long); Prf= Prandtl(Long); muf= nuf.* cpf; return;
end;
if Tref<=T(1)
rhoE= rhoEau(1); cpf= cpEau(1); kf= kEau(1); difusf= difusivityThermique(1); nuf= ViscoCeni(1);
Prf= Prandtl(1); muf= nuf.*cpf; return;
end;
for i=1:Long, if Tref<T(i) iref=i-1; break; end; end;
i=1;
if abs(Tref-T(iref))<abs(Tref-T(iref+1))
rhoE=rhoEau(iref)+(rhoEau(iref+1)-rhoEau(iref))*(Tref-T(iref))/(T(iref+1)-T(iref));
cpf= cpEau(iref)+( cpEau(iref+1)- cpEau(iref))*(Tref-T(iref))/(T(iref+1)-T(iref));
kf= kEau(iref)+( kEau(iref+1)- kEau(iref))*(Tref-T(iref))/(T(iref+1)-T(iref));
difusf =difusivityThermique(iref)+( difusivityThermique(iref+1)- difusivityThermique(iref))*(Tref-
T(iref))/(T(iref+1)-T(iref)); nuf = ViscoCeni(iref)+( ViscoCeni(iref+1)- ViscoCeni(iref))*(Tref-
T(iref))/(T(iref+1)-T(iref));
Prf = Prandtl(iref)+( Prandtl(iref+1)- Prandtl(iref))*(Tref-T(iref))/(T(iref+1)-T(iref)); muf= nuf.*cpf;
else
rhoE= rhoEau(iref+1)-(rhoEau(iref+1)-rhoEau(iref))*(T(iref+1)- Tref)/(T(iref+1)-T(iref));
cpf= cpEau(iref+1)-( cpEau(iref+1)- cpEau(iref))*(T(iref+1)- Tref)/(T(iref+1)-T(iref));
kf= kEau(iref+1)-( kEau(iref+1)- kEau(iref))*(T(iref+1)- Tref)/(T(iref+1)-T(iref));
difusf = difusivityThermique(iref+1)-( difusivityThermique(iref+1)-
difusivityThermique(iref))*(T(iref+1)- Tref)/(T(iref+1)-T(iref)); nuf = ViscoCeni(iref+1)-(
ViscoCeni(iref+1)- ViscoCeni(iref))*(T(iref+1)- Tref)/(T(iref+1)-T(iref));
Prf = Prandtl(iref+1)-( Prandtl(iref+1)- Prandtl(iref))*(T(iref+1)- Tref)/(T(iref+1)-T(iref)); muf=
nuf.*cpf; end; % end if
```

B.5.4. Fonction: SiliconTable

```
function [rho, cp, ks, difus]=SiliconTable(Tref);
% Retourne propriété du Silcon single crystal form [2002]
% si Tref=20 : rho, cp et k,  $\alpha k$  à 20 °C
% si Tref $\neq$ 20 : rho, cp à 20 °C et k,  $\alpha k$  à Tref après interpolation
% si Tref<-170°C retourne les peroppropriétés à -170°C
% si Tref>1000°C retourne les peroppropriétés à 1000°C
if Tref==20, rho=2330; cp= 705.5;k= 153;difus= k/(rho*cp); return; end;
% Donnée [Lienhard IV , Lienhard V , 2002]
rho=2330 ; cp= 705.5; k=[856, 342, 168, 148.47, 112, 82, 66, 54, 38, 29, 25] ;
T=[-170,-100,0, 30, 100, 200, 300, 400, 600, 800, 1000]; Long=(length(T));
if Tref>=T(Long) ; ks= k(Long); difus= k(Long)/(rho*cp); return; end;
if Tref<=T(1) , ks= k(1); difus= k(1)/(rho*cp); return; end;
for i=1:Long if Tref<T(i) iref=i-1; break; end; end; i=1;
if abs(Tref-T(iref))<abs(Tref-T(iref+1)), ks=k(iref)+(k(iref+1)-k(iref))*(Tref-T(iref))/(T(iref+1)-T(iref));
difus= ks/(rho*cp) ; else, ks= k(iref+1)-(k(iref+1)-k(iref))*(T(iref+1)- Tref)/(T(iref+1)-T(iref)); difus=
ks/(rho*cp) ; end ;
```

B.5.5. Fonction: GetDpForU

```
function [dP,dPL,dPp,Rehy,Xev,Xeh, Lambda,clt]=GetDpForU(Hc, Wc, Wf, Ly, rhof, Prf ,nu,U,clt)
% Retourne: dP pour écoulement laminaire Re<2300 établi ou non établi par l'équation de Copland Eq. (A.6) pour estimer  $\lambda$  et Eq. (A.9) de Darcy pour estimer dP. avec majoration des pertes secondaires par l'équation Eq. (A.8)  $\forall$  Xev, & Rehy<2300
% algorithme:
% Etant donnée: U, dimensions, propriétés
% 1).Estimer  $\alpha_{sp}$ , Dhy, Rehy,
% 2) calculer  $\lambda$ =Eq. (A.6)
% 3) Kp=Eq. (A.8)
% 4) calcule  $\Delta P$ = Eq. (A.9)
ReMax=2300; % valeur maximale pour Rehy laminaire
% Calcul
Dhy=2*Hc*Wc/(Hc+Wc); Rehy=U*Dhy/nu ; alfa=Hc/Wc ; G=(alfa^2 +1)/(alfa+1)^2 ;
Xev=Ly/(Dhy*Rehy) ; inXev=1/Xev ; Xeh=Ly/(Dhy*Rehy*Prf) ;
% Calcul dP
Lambda=(4*((3.2*(inXev)^0.57)^2+(4.70+19.64*G)^2)^0.5)/Rehy;
if Rehy> ReMax
ctl=[clt, ' GetDpForU: Rehy=', num2str(Rehy) , ' Rehy>', num2str(ReMax) , ' Procedure n'est pas valable']; end;
sigma=Wf/(Wf+Wc); Kp=0.6* sigma^2-2.4* sigma+1.8;
dPL= 0.5* Lambda*Ly*rhof*U^2/Dhy ; dPp=0.5*Kp*rhof*U^2 ; dP=dPL+dPp ;
```

B.5.6. Fonction: GetUForDp

```
function [Unew,Rehy,Xev, Xeh,clt]=GetUForDp(Hc, Wc, Wf, Ly, rhof,Prf,nu,dP,clt)
% Retourne:
% U pour écoulement laminaire Re<2300 établi ou non établi à partir de: Copland Eq.(A.6) pour estimer  $\lambda$  et Eq. (A.9) estimer U(dP). majoration de la perte secondaire par Eq. (A.8)
% Algorithme:
% étant donné (P linéaire + secondaire) , dimensions, propriétés
% 1. Calculer Kp= Eq. (A.8), 2. Supposer  $\lambda_0=0.1$ 
```

```

% 3. Estimer Unew= Eq. (A.9)          4. Calculer Rehy=UnewDhy/v
% 5. Estimer λNew= Eq. (A.6)       6. Erreur=abs((New-λo)100/(New
% 7. if Erreur>TolPc poser (λo=(New goto 3 else output dP
ReMax=2300; TolPc=0.01; Err=Inf; CompteurMax=1000; Compteur=0; Cond=0;
% Calcul paramètres fixes
Dhy=2*Hc*Wc/(Hc+Wc); alfa=Hc/Wc; G=(alfa^2 +1)/(alfa+1)^2 ; gma=Wf/(Wf+Wc);
Kp=0.6* sigma^2-2.4* sigma+1.8; Lambda0=0.05; Cond=0;
% Calcul itératif
while Cond~=1
Compteur= Compteur+1; Unew=sqrt(2*dP/(rhof*( (Lambda0*Ly/Dhy)+Kp))); % Eq. (A.9)
Rehy= Unew*Dhy/nu; Xev=Ly/(Dhy*Rehy); inXev=1/Xev;
LambdaNew= (4*((3.2*(inXev)^0.57)^2+(4.70+19.64*G)^2)^0.5)/Rehy; % Eq. (A.6)
Err=abs((LambdaNew - Lambda0)*100/ LambdaNew); Lambda0= LambdaNew;
if Err<TolPc
Cond=1;
elseif Compteur> CompteurMax
clt=[clt, ' GetUForDp ne converge pas']; dPn=0; U=0; Cond=1;
end; % end if
end; % end while
Xeh=Ly/(Dhy*Rehy*Prf);

```

B.5.7. Fonction: GetUForPow

```

function [Unew, Rehy, Xev, Xeh, clt]=GetUForPow(Hc, Wc, Wf, Wx, Ly, rhof, Prf, nu, Pow, clt)
% Retourne:
% U pour écoulement laminaire Re<2300 établi ou non établi en l'Eq. (A.6) de Copland
% pour estimer λ et l'Eq. (A.8) pour Kp perte singulière l'Eq. (A.9) pour estimer U(dP)
% et finalement Eq. (A.10) pour l'estimation de la puissance de pompage. Les calculs
% sont réalisés selon l'algorithme suivant.
% Algorithme:
% Etant donné: Pow , dimensions, propriétés
% 1. Calculer Kp=Eq. (A.8)          2. Supposer λo=0.1
% 3. Estimer Unew=Eq. (A.10)       5. Calculer ReDhy=UDhy/v
% 6. Estimer λNew=Eq. (A.6)       7. CalculerErreur=abs(λNew-λo)100/ λNew
% 8. Si Erreur>TolPc poser λo=λNew goto (3) else get results
% variables locales
ReMax=2300; TolPc=0.01; Err=Inf; CompteurMax=1000; Compteur=0; Cond=0;
% Calcul paramètres fixes
Dhy=2*Hc*Wc/(Hc+Wc); alfa=Hc/Wc; G=(alfa^2 +1)/(alfa+1)^2;
sigma=Wf/(Wf+Wc); Kp=0.6*sigma^2-2.4*sigma+1.8; Nc=Wx/(Wc+Wf); Sm=Hc*Wc;
% Calcul itératif
Lambda0=0.05; Cond=0;
while Cond~=1
Compteur= Compteur+1;
Unew=(2*Pow*Dhy/(Nc*Sm*rhof*(Ly* Lambda0+Dhy*Kp)))^(1/3); % Eq. (4) Darcy
Rehy= Unew*Dhy/nu ; Xev=Ly/(Dhy*Rehy); inXev=1/Xev;
LambdaNew= (4*((3.2*(inXev)^0.57)^2+(4.70+19.64*G)^2)^0.5)/Rehy;
Err=abs((LambdaNew-Lambda0)*100/LambdaNew); Lambda0=LambdaNew;
if Err<TolPc
Cond=1;

```

```
elseif Compteur> CompteurMax
clt=[clt, ' GetUForDp ne converge pas']; Pow=0; Unew =0; Cond=1;
end; % end if
end; % while Cond~=1
Xeh=Ly/(Dhy*Rehy*Prf) ;
```

B.5.8. Fonction: GetTrefEau

```
function [Tref, Tfout, rhof, cpf, kf, nuf, Prf]=GetTrefEau(Hc, Wf, Wc, Ly, vf, Tfin, qs);

% Retourne :
% Tref et les propriétés de l'eau à cette température.
% 1. calcul Tout en fonction de  $Q=qs*1^4 *Ly(Wf+Wc)$  et vf.
% 2. calcul Tref=(Tfin+Tfout)/2
% 3. appeler WaterTable(Tref) pour retourner les propriétés de l'eau interpolées à partir
% du tableau A.4
% Note: retourner zeros en cas Tref>37°C ou Tref<7°C ou pas de convergence. Si qs=0 retourner la
% propriété à Tfin

% Variables
% Tfin température de l'eau à l'entrée
% Tfout température de l'eau à la sortie après itérations
% Tref=(Tfin+Tfout)/2
% vt : vitesse moyenne
% qs W/cm2
TolPc=0.01; compteur=0 ; compteurMax=100 ; Err=Inf ;

% calcul à Tref=Tfin
Tref=Tfin; [rhof, cpf, kf, nuf, Prf, difusf]=WaterTable(Tref);
if qs<=0 Tfout=Tfin;
else Tfout=Tfin+qs*1^4*Ly*(Wf+Wc)/(rhof*cpf*Hc*Wc*vf) ;
while Err>TolPc
Tref= (Tfin+Tfout)/2; compteur=compteur+1;
[rhoEau, cpEau, kEau, nuEau, muEau, PrEau, difusEau]=WaterTable(Tref);
Errrho=(rhoEau-rhof)*100/rhoEau; Ercp=(cpEau-cpf)*100/cpEau;
Erk=(kEau-kf)*100/kEau; Ernu=(nuEau-nuf)*100/nuEau;
Err=max(abs([Errrho, Ercp, Erk, Ernu])); if compteur>compteurMax Err=-1; end;
rhof=rhoEau; cpf=cpEau; kf=kEau; nuf=nuEau;
Tfout=Tfin+qs*1^4*Ly*(Wf+Wc)/(rhof*cpf*Hc*Wc*vf) ;
end; % end while
end; % end if
```

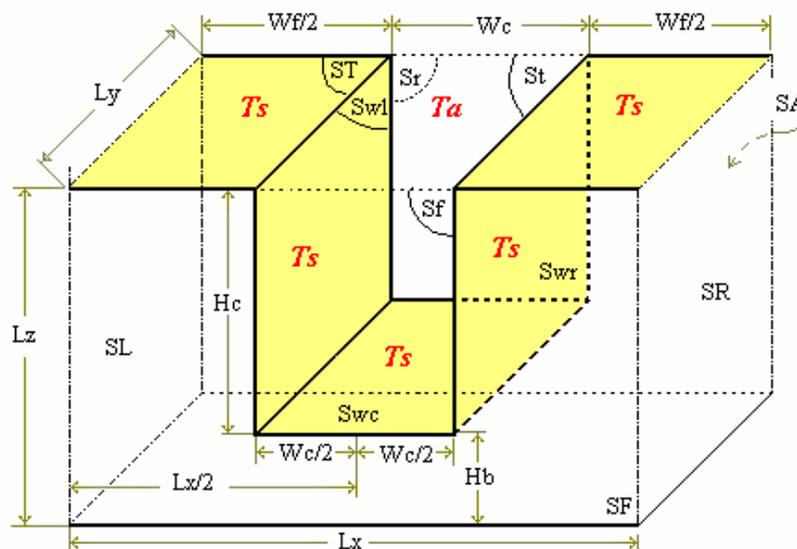
Annexe C

Facteurs de vue et radiateurs isothermes

La fonction *FinIsoTimpo* a été développée pour l'estimation du flux radiant à travers les surfaces isothermes de l'élément du radiateur illustrée dans la figure C1 pour une température T_s imposée, tandis que la fonction *FinIsoQimpo* estime le flux pour une densité de flux imposée à la base du radiateur. Les facteurs de vue des différentes surface sont estimés par la routine *ViewRectCavity* qui à son tour fait appel aux fonctions *ViewLines_90*, *ViewLines_180* et *ViewLines_90bis* pour l'estimation des facteurs de vues entre surfaces dans des plans parallèles et perpendiculaires.

C.1. Flux radiant dans un radiateur isotherme à cannelures rectangulaires.

Dans cette partie nous considérons l'élément de l'échangeur à ailettes rectangulaires représenté par la figure C1 comme étant un corps isotherme à surfaces frontières grises à rayonnement diffus ayant une émittance $\varepsilon \in]0,1[$.



Contour: $S_m = S_T + S_{w1} + S_{w2} + S_{w3}$ $S_T = L_y \cdot W_f$ $S_{w1} = L_y \cdot H_c$ $S_{w2} = L_y \cdot W_c$ $S_{w3} = L_y \cdot H_c$
Lateral: $S_G = L_y \cdot L_z$ $S_D = L_y \cdot L_z$ $S_R = W_f \cdot H_c \cdot L_x \cdot H_b$ $S_F = W_f \cdot H_c + L_x \cdot H_b$
Ouverture $S_t = L_y \cdot W_c$ $S_r = H_c \cdot W_c$ $S_f = H_c \cdot W_c$ Substrat $S_B = L_y \cdot L_x$

Fig. C.1 : Élément d'un radiateur à ailettes rectangulaire isothermes.

C.1.1. Fonction: FinIsoTimpo

```
function [Qtip,QwL,QwR,QwC]= FinIsoTimpo(Wf, Wc, Hc, Ly , es, Ta, Ts);
% Estimation de la radiation entre les surfaces du radiateur rectangulaire isotherme fig.C1 et son
% environnement sous la contrainte de température imposee..
% Retourne :
%      1. Flux total=Qtip+QwL+QwR+QwC
%      2. flux à travers Sf, Sr,Sg et SD n'est pas considéré
% Note :  $\epsilon=]0,1]$ ,  $Hc \geq 0$ , atmosphère caractérisé par  $\epsilon=1$ .  $T_{cav}=T_{cav}(1..NsHc+Nsc+N_sHc+3)$ 
%      constants locales
ea=1; sig=5.67e-8; Tkelvin=273.16;      Ts= Ts+ Tkelvin; Ta=Ta+ Tkelvin;% (à ne pas changer)
%      Plaque 1D Hc=0
if Hc==0 QwL=0; QwR= 0; QwC=es*(Wc)*Ly*sig*(Ts^4-Ta^4);Qtip= es*(Wf)*Ly*sig*(Ts^4-Ta^4);
return; end;
%      Initialisation:
NsHc=1; Nsc=1;
Nt=N_sHc+Nsc+N_sHc+3;Nt1=N_sHc+Nsc;Nt2=Nt1+N_sHc;Tcav=[Ts,Ts,Ts,Ta,Ta,Ta];
Scav=[Hc*Ly, Wc*Ly, Hc*Ly, Wc*Ly, Wc*Hc,Wc*Hc];Ttip=Ts ;Stip=Wf*Ly ; % Wf=2Wf05
J=zeros(1,Nt); %Radiosities
delta=eye(Nt,Nt);%Knonecker =1 pour i=j et 0 pour i≠j
%      Estimation Facteurs de vue
[F, errPc]=ViewRectCavity(N_sHc,Nsc,Hc,Wc,Ly) ;
%      Calcul des radiosités J(1..Nt)
A=delta-[(1-es)*F(1:N_sHc,:);(1-es)*F(N_sHc+1:Nt1,:); (1-es)*F(Nt1+1:Nt2,:); (1-ea)*F(Nt2+1:Nt,:)]; %
Eq. (1.15)
B=[sig*es*Tcav(1:N_sHc).^4, sig*es*Tcav(N_sHc+1:Nt1).^4,
sig*es*Tcav(Nt1+1:Nt2).^4,sig*ea*Tcav(Nt2+1:Nt).^4]';
J=A\B ; % J=J(1..Nt) % J=inv(A)*B;
%      Echange radiatif entre surfaces de la cavité i, j =1,1..Nt,Nt: Qc(i,j)
for i=1:Nt for j=1:Nt Q(i,j)=Scav(i)*F(i,j)*(J(i)-J(j)); end ;end ;
Qex=sum(Q,2);QwL=Qex(1); QwC=Qex(2) ;QwR=Qex(3) ;
%      Echange radiatif entre sommet des demi ailettes et l'atmosphère Qtip
Qtip= es*sig*1*Stip.*(Ttip.^4-Ta^4); Ts= Ts- Tkelvin;Ta=Ta- Tkelvin;
```

C.1.2. Fonction : FinIsoQimpo

```
function [Ts, qsRel]=FinIsoQimpo(Wf, Wc, Hc, Ly, es, Ta, qs);
% Estimation de la radiation entre les surfaces du radiateur rectangulaire isotherme fig.C1 et son
% environnement sous la contrainte de densité de flux imposée
% Retourne: 1. Ts la température isotherme du radiateur dont la base est soumise à qs en W/cm²
%           2. qsRel le flux réel pour une tolérance Tol exigée avec un flux suggéré égal à qs.
% Note:  $\epsilon=]0,1]$ ,  $Hc \geq 0$ , atmosphère caractérisé par  $\epsilon=1$ .  $T_{cav}=T_{cav}(1..NsHc+Nsc+N_sHc+3)$ ,
% Appelle: FinIsoTimpo
%      constants locales
ea=1; sig=5.67e-8; Tkelvin=273.16; Tol=0.01; Tak=Ta+Tkelvin; Error=Inf;
%      calcul
Tsini=((qs*1.0^4/(es*sig))+Tak^4)^0.25 ;Ts=Tsini-Tkelvin ; Qs=qs*10^4*(Wf+Wc)*Ly;
if Hc==0 qsRel=qs; Ts=Tsini; return; end;
while Error > Tol,
[Qtip,QwL,QwR,QwC]=FinIsoTimpo(Wf, Wc, Hc, Ly, es,Ta, Ts);
QTotal=Qtip+QwL+QwC+QwR; Error=abs(QTotal-Qs)*100/QTotal;
if (QTotal-Qs) > 0 Ts=Ts-Ts*Error/1000
```

```

else Ts=Ts+Ts*Error/1000;
end; %end while
end; % end while
qsRel=QTotal/(1.0e+4*(Wf+Wc)*Ly);

```

C.2. Facteurs de vue entre surfaces élémentaires d'une cavité parallélépipédique rectangulaire.

Les facteurs de formes entre les différentes surfaces élémentaires des faces internes d'un canal rectangulaire tel que représenté par la figure 5.3 sont estimés par la fonction *ViewRectCavity* listé, ci-après. Les facteurs de vue sont retournés par la matrice carrée F de dimension $Nt \times Nt$. Les éléments, f_{ij} , de la matrice représentent les facteurs de vue des surfaces S_i vers les surfaces S_j . L'indice i (ou j) est pris égal à 1 à partir du coin haut gauche (Cf. Fig 5.3), sa valeur maximale est égale à $Nt2+3$. L'indice $j = Nt2+1$ représente l'ouverture d'en haut tandis que $Nt2+2$ et $Nt2+3$ désignent respectivement l'ouverture arrière et frontal du canal (c-a-d. S_r et S_f). $Nt1 = NsHc + Nsc$ et $Nt2 = Nt1 + NsHc$.

C.2.1. Fonction: ViewRectCavity

```

function [F, errPc]=ViewRectCavity(NsHc, Nsc, dz, dx, Ly);
% Retourne: facteur de vue  $F_{ij}$  avec une erreur pourcent =  $errPc \approx 0$  entre surfaces élémentaires
% dans la figure 5.3.
% Returns: The view factors  $F_{ij}$  of the rectangular cavity as specified in figure 5.3 of  $S_i$  to  $S_j$ 
% with  $i=1..Nt$  and  $j=1..Nt$ .  $Nt=NsHc+Nsc+NsHc+3$ 
% Options:  $Ly \leq 0$  represents an infinitely long channel
% Notes:  $Nt1, Nt2, Nt$  represent respectively, the top  $S_t$ , the rear  $S_r$  and the front  $S_f$  opening of
% the channel.
% Routine called: ViewLines_90, ViewLines_180, ViewLines_90bis
% Initialization
if Ly<=0 Ly=(dz+dx)* 1.0e4; elseif Ly==Inf; Ly=(dz+dx)* 1.0e4; end;
Nt1=NsHc+Nsc; Nt2=Nt1+NsHc; Nt=Nt2+3; jt=Nt2+1; jr=Nt2+2; jf=Nt; F=zeros(Nt);
% Plain plate
if or(dz,NsHc)==1 F=1; errPc=0; return; end; %dz or NsHc=0
% compute Hc & Wc
Hc=dz*NsHc; Wc=dx*Nsc;
% Elements seeing themselves
% elements on the same planes are set to zero above in the initialized matrix F.
% Views of perpendicular elements
% Left wall to the bed and vice versa  $i=1..NsHc$  &  $j=NsHc+1..Nt1$ 
dx1=dz; dx2=dx; for i=1:NsHc; X1=Hc-(i-0.5)*dx1; for j=NsHc+1:Nt1
X2=(j-0.5-NsHc)*dx2; [f12, f21]=ViewLines_90(X1,dx1,X2,dx2,Ly); F(i,j)=f12; F(j,i)=f21;end; end;
% The bed to right wall and vice versa,  $i=NsHc+1..Nt1, j=Nt1+1..Nt2$ 
dx1=dx; dx2=dz; for i=NsHc+1:Nt1; X1=Wc-(i-0.5-NsHc)*dx1; for j=Nt1+1:Nt2

```

```

X2=(j-0.5-Nt1)*dx2; [f12,f21]=ViewLines_90(X1,dx1,X2,dx2,Ly); F(i,j)=f12; F(j,i)=f21; end; end;
% View of bed to Rear opening and Front opening and vice versa, i=Nshc+1..Nt2;jr=Nt-1,jf=Nt
h=Wc; w=Hc; dx2=dx; for i=Nshc+1:Nt1
X2=(i-Nshc-0.5)*dx2; [f12, f21]=ViewLines_90bis(h,w,X2,dx2,Ly); F(i,jr)=f21; F(jr,i)=f12;
F(i,jf)=f21; F(jf,i)=f12; end;
% The Right wall to the top opening and vice versa, i=Nt1+1..Nt2 j=Nt2+1
dx1=dz; dx2=Wc; X2=Wc/2; for i=Nt1+1:Nt2;
X1=Hc-(i-0.5-Nt1)*dx1; [f12, f21]=ViewLines_90(X1,dx1,X2,dx2,Ly); F(i,jt)=f12; F(jt,i)=f21; end;
% View of Right wall to Rear and Front opening and vice versa
w=Wc; h=Hc; dx2=dz; for i=Nt1+1:Nt2;
X2=Hc-(i-0.5-Nt1)*dx2; [f12, f21]=ViewLines_90bis(h,w,X2,dx2,Ly); F(i,jr)=f21; F(jr,i)=f12;
F(i,jf)=f21; F(jf,i)=f12; end;
% The view of Left wall to Top opening, i=1..Nshc, j=Nt2+1
X2=Wc/2; dx2=Wc; dx1=dz; for i=1:Nshc
X1=(i-0.5)*dx1; [f12, f21]=ViewLines_90(X1,dx1,X2,dx2,Ly); F(i,jt)=f12; F(jt,i)=f21; end;
% View of Left wall to Rear and Front openings, i=1..Nshc, j=Nt-1 et Nt and vice versa
w=Wc; h=Hc; dx2=dz; for i=1:Nshc
X2=(i-0.5)*dx2; [f12, f21]=ViewLines_90bis(h,w,X2,dx2,Ly); F(i,jr)=f21; F(jr,i)=f12;
F(i,jf)=f21; F(jf,i)=f12; end;
% View of the Top opening to the rear opening and vice versa
X1=Lx/2; dx1=Lx; X2=Hc/2; dx2=Hc; ly=Wc; [f12, f21]=ViewLines_90(X1,dx1,X2,dx2,ly);
F(jt,jr)=f12; F(jr,jt)=f21;
% View of the Top opening to the front opening and vice versa, the same as before
F(jt,jf)=F(jt,jr); F(jf,jt)=F(jr,jt);
% Views of parallel elements
% View of Left wall to Right wall
X12=Wc; dx2=dz; dx1=dz; for i=1:Nshc; X1=Hc-(i-0.5)*dx1; for j=Nt1+1:Nt2
X2=(j-0.5-Nt1)*dx2; [f12, f21]=ViewLines_180(X1,dx1,X2,dx2,Ly,X12); F(i,j)=f12; F(j,i)=f21; end;
end;
% View of bed to top opening and vice versa
X12=Hc; dx2=dx; dx1=Wc; X1=Wc/2; for i=Nshc+1:Nt1
X2=(i-0.5-Nshc)*dx2; [f12, f21]=ViewLines_180(X1,dx1,X2,dx2,Ly,X12); F(i,jt)=f21; F(jt,i)=f12;
end;
% Rear to front and vice versa
X12=Lx; dx2=Hc; dx1=Hc; X1=Hc/2; X2=Hc/2; ly=Wc;
[f12, f21]=ViewLines_180(X1,dx1,X2,dx2,ly,X12); F(jr,jf)=f21; F(jf,jr)=f12;
% Control sum of the rows should be ones & Error percent
Srows= sum(F,2); a= sum(Srows); [r,c]=size(F); a=a/r; errPc=(1-a)*100/1;

```

C.3. Facteurs de forme entre des surfaces de même longueurs dans des plans perpendiculaires.

Les facteurs de formes entre les surfaces élémentaires situées dans des plans perpendiculaires telles que représentées par la figure C2 ont été déduit à partir des de l'expression donnée en figure A2. A cet effet la fonction *ViewLines_90* suivante a été développée pour estimer le facteur de vue F_{12} de dx_1 vers dx_2 et vice versa.

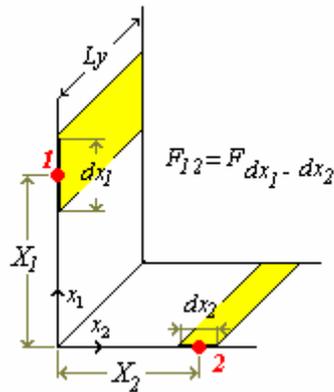


Fig. C2 : facteur de vue entre des bandes perpendiculaires

C.3.1. Fonction : ViewLines_90

function [F12, F21] =ViewLines_90(X1,dx1,X2,dx2,Ly) ;

% **Returns:** the view factors F12 and F21 of Two Perpendicular lines or Planes of the same
 % length as described in fig.C2
 % **Options:** If Ly<=0 or infinity , the value of Ly=10+3.(dx1+dx2) is taken as a default value
 % suitable for Ly→∞
 % **MODEL:** Using formula in figure A.2: with $\xi_1=Z-0.5*dz$, $\xi_2=Z+0.5*dz$, $\eta_1=y_1=0$, $\eta_2=y_2=Ly$,
 % $x_1=X-dx/2$, $x_2=X+dx/2$

% Initialisation

if Ly<=0 Ly=(dx1+dx2)*1.0^3; elseif Ly==Inf ; Ly=(dx1+dx2)* 1.0^3; end; sum=0;

% Compute Fdx_dz & Fdz_dx (base to left elements and vice versa)

% Convesion of variables to compute Fdz-dx & Fdx-dz

x(1)=X2-0.5*dx2; x(2)=X2+0.5*dx2;zeta(1)=X1-0.5*dx1;zeta(2)=X1+0.5*dx1;
 y(1)=0;y(2)=Ly;eta(1)=0;eta(2)=Ly;

% Compute base to left (Fdx_dz) & left to base (Fdz_dx) view factors

for m=1:2 for j=1:2 for n=1:2 for l=1:2

a= sqrt(x(m)*x(m)+zeta(l)*zeta(l)); b= y(j)-eta(n);

if a==0 G1=0; else G1=b*a*atan(b/a); end;

a= x(m)*x(m)+zeta(l)*zeta(l)-(y(j)-eta(n))*(y(j)-eta(n)); b= x(m)*x(m)+zeta(l)*zeta(l)+(y(j)-eta(n))*(y(j)-eta(n));

if a==0 G2=0; else G2=0.25*a*log(b); end; G=(G1-G2)/2/pi; sum=sum+(-1)^(m+j+n+1)*G;

end ; end ;end ; end ;F21=sum/(dx2*Ly) ; F12=dx2*F21/dx1;

C.4. Facteurs de forme entre des surfaces de longueurs différentes dans des plans perpendiculaires.

Les facteurs de formes entre les surfaces élémentaires situées dans des plans perpendiculaires telles que représentées par la figure C3 ont été déduits, comme

précédemment, à partir de l'expression donnée en figure A2. La fonction *ViewLines_90bis*, ci-après, a été développée pour la prédiction de ces derniers. Cette fonction permet le calcul de F12 et F21 entre les deux surfaces rectangulaires ($s1=w.h$ et $s2=dx2.Ly$) se trouvant dans des plan perpendiculaires n'ayant pas la même hauteur ($h \neq dx2$).

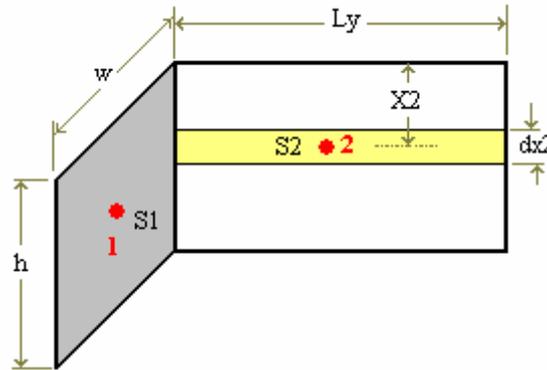


Fig. C3 : Facteurs de vue entre surfaces perpendiculaires.

C.4.1. Fonction: ViewLines_90bis

```
function [F12, F21]=ViewLines_90bis(h,w,X2,dx2,Ly);
```

% Returns: the view factors F12 and F21 of Two Perpendicular Planes of a different length as described in fig.C3
% Options: If $Ly \leq 0$ the value of $Ly = 10 + 4 \cdot (dx1 + dx2)$ is taken as a default value suitable for $Ly \rightarrow \infty$
% MODEL: Using formula in figure C5: with $\xi_1 = 0$ $\xi_2 = Ly$ $\eta_1 = X2 - 0.5 \cdot dx2$ $\eta_2 = X2 + 0.5 \cdot dx2$ $x_1 = 0$ $x_2 = w$ $y_1 = 0$ $y_2 = h$

```
% Initialization
```

```
if Ly <= 0 Ly = (dx1 + dx2) * 1.0^4; elseif Ly == Inf; Ly = (dx1 + dx2) * 1.0^4; end; sum = 0;
```

```
% Compute F12 & F21 (front and rear opening)
```

```
% Conversion of variables
```

```
x(1)=0; x(2)=w; y(1)=0; y(2)=h; zeta(1)=0; zeta(2)=Ly;
```

```
eta(1)=X2-0.5*dx2; eta(2)=X2+0.5*dx2;
```

```
% Compute base to left (Fdx_dz) & left to base (Fdz_dx) view factors
```

```
for m=1:2 for j=1:2 for n=1:2 for l=1:2
```

```
a=sqrt(x(m)*x(m)+zeta(l)*zeta(l)); b=y(j)-eta(n);
```

```
if a==0 G1=0; else G1=b*a*atan(b/a); end;
```

```
a=x(m)*x(m)+zeta(l)*zeta(l)-(y(j)-eta(n))*(y(j)-eta(n)); b=x(m)*x(m)+zeta(l)*zeta(l)+(y(j)-eta(n))*(y(j)-eta(n));
```

```
if a==0 G2=0; else G2=0.25*a*log(b); end; G=(G1-G2)/2/pi; sum=sum+(-1)^(m+j+n+l)*G;
```

```
end; end; end; end; S1=w*h; S2=dx2*Ly; F12=sum/S1; F21=S1*F12/S2;
```

C.5. Facteurs de forme entre surfaces dans des plans parallèles

Les facteurs de formes entre les surfaces élémentaires situées dans des plans parallèles telles que représentées par la figure C4 ont été déduits à partir de l'expression donnée en Fig A3. La fonction *ViewLines_180* a été développée pour la prédiction de ces derniers. Cette fonction permet le calcul de F12 et F21 entre deux surfaces parallèles ($dx_1.L_y$ et $dx_2.L_y$) se trouvant dans des plans parallèles séparés par une distance X12.

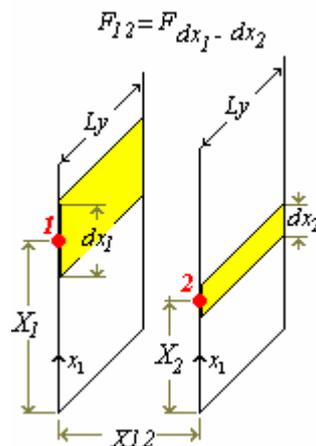


Fig. C4 : Facteurs de vue entre surfaces parallèles

C.5.1. Fonction ViewLines_180

```
function [F12, F21]=ViewLines_180(X1,dx1,X2,dx2,Ly,X12) ;
```

```
% Returns: the view factors F12 and F21 of Two Parallel lines or Planes of the same length Ly
% as described in fig.C4
% Input: X1, dx1, x2, dx2, Ly, X12 as specified in fig.C4
% Output: F12: the view factor of dx1 to dx2, F21: the view factor of dx2 to dx1
% Options: If Ly<=0 the value of Ly=10+3.(dx1+dx2) is taken as a default value suitable for
% Ly→∞
% MODEL: Using formula reference in Fig A3 with  $\xi_1=X1-0.5*dx1$ ,  $\xi_2=X2+0.5*dx1$ ,
%  $x_1=X2-0.5*dx2$ ,  $x_2=X2+0.5*dx2$ ,  $\eta_1=y_1=0$ ,  $\eta_2=y_2=Ly$ ,  $Z=X12$ 
```

```
% Initialization
```

```
if Ly<=0 Ly=(dx1+dx2)* 1.03 ; elseif Ly==Inf ; Ly=(dx1+dx2)* 1.03 ; end ; sum=0 ;
```

```
% Compute Fdx2-dx1 (Right to left elements and vice versa)
```

```
% Convesion of variables to compute Fdx2-dx1 & Fdx1-dx2
```

```
x(1)=X2-0.5*dx2; x(2)=X2+0.5*dx2; zeta(1)=X1-0.5*dx1; zeta(2)=X1+0.5*dx1; y(1)=0; y(2)=Ly;
eta(1)=0; eta(2)=Ly;
```

```
% Compute Fdx2-dx1 & Fdx1-dx2
```

```
sum=0; sum=0;
```

```
for m=1:2 for j=1:2 for n=1:2 for l=1:2
a= sqrt((x(m)-zeta(l))* (x(m)-zeta(l))+X12*X12); b= y(j)-eta(n);
if a==0 G1=0; else G1=b*a*atan(b/a); end ;
a= sqrt((y(j)-eta(n))*(y(j)-eta(n))+ X12*X12); b= x(m)-zeta(l);
if a==0 G2=0; else G2=b*a*atan(b/a); end;
a=(x(m)-zeta(l))* (x(m)-zeta(l))+y(j)-eta(n))* (y(j)-eta(n))+ X12*X12;
G3=-0.5* X12*X12 *log(a);G=(G1+G2+G3)/2/pi; sum=sum+(-1)^(m+j+n+1)*G;
end ; end ; end ; end; F21=sum/(dx2*Ly); F12=dx2*F21/dx1;
```

Cette thèse porte sur la modélisation numérique du transfert thermique dans les systèmes de refroidissement à microcanaux. Un système typique de refroidissement à microcanaux se compose essentiellement d'un radiateur classique et d'une pompe branchée en circuit fermé avec une série de canaux microscopiques. L'objet à refroidir, qui consiste souvent en un circuit intégré de très haute puissance, peut être directement gravé dans le substrat constituant les microcanaux ou simplement attaché étroitement à ce dernier par collage ou autres procédés mécaniques. La chaleur est transmise par conduction à travers les microcanaux ensuite elle est transférée par convection au fluide de refroidissement. Le fluide caloporteur ainsi échauffé va être refroidi dans le radiateur classique monté en série pour être recyclée de nouveau. Le transfert de l'énergie calorifique entre le fluide chaud et le radiateur classique est effectué par convection forcée selon les méthodes classiques du transfert ensuite la chaleur est évacuée au milieu environnant par convection et/ou rayonnement thermique.

Cette étude porte essentiellement sur utilisation de la technique TLM pour résoudre deux étapes importantes utilisées dans le cadre du refroidissement de composants générant de grosses puissances thermiques par ces systèmes à microcanaux. La première étape consiste en l'étude du transfert, par microcanaux, de la chaleur générée par effet Joule par des composants électroniques miniaturisés vers le fluide caloporteur et la deuxième en l'étude de la dissipation de cette énergie par rayonnement dans l'espace à travers le radiateur classique monté en circuit fermé avec les microcanaux. Le transfert thermique dans les microcanaux est régi par l'équation de la chaleur et l'équation de transport d'énergie soumises à de différentes conditions aux limites spatio-temporelles. La dissipation de l'énergie calorifique à travers le radiateur classique vers le vide est de son côté régie par l'équation de la chaleur avec des limites radiatives.

La résolution numérique de l'équation de la chaleur par la méthode TLM est bien maîtrisée à nos jours avec l'association de simples conditions aux limites existant dans la littérature. Afin, de traiter convenablement le problème du transfert thermique lié à ces microstructures il est indispensable de coupler le modèle TLM pour la résolution de l'équation de la conduction à des conditions aux limites réelles rencontrées en pratique aussi bien qu'à l'équation de transport d'énergie.

A cet effet, douze nouveaux modèles de conditions aux limites ont été développés dans le cadre de cette recherche en plus du développement d'un modèle

TLM pour simuler le transport de la chaleur par le fluide caloporteur. Les modèles développés sont validés avec les méthodes numériques classiques (FDM / FEM) aussi bien qu'avec certains modèles analytiques approchés existants dans la littérature. Les avantages et les inconvénients de la technique TLM sont discutés en comparaison avec les résultats obtenus par un modèle FDM explicite développé sur des hypothèses identiques. Finalement, des applications pratiques ont été axées vers l'étude des panneaux radiants en titane dans l'espace et l'optimisation des microcanaux silicium/eau en régimes laminaires.

Cette étude a tout d'abord montré une grande souplesse de la technique TLM caractérisée par la possibilité d'un choix de pas temporels relativement plus grands en comparaison à la technique FDM standard. Ce phénomène est traduit par des temps d'exécution relativement faibles des routines TLM en comparaison à celles équivalentes réalisées par la technique FDM. Néanmoins, il a été observé que la supériorité de la TLM est compromise dans l'étude des milieux physique très peu conductibles. L'étude du transfert radiatif à travers les panneaux radiants a permis de vérifier que l'analyse théorique classique basée sur des surfaces isothermes est entachée d'erreurs relativement importantes lorsque le milieu est constitué de panneaux radiants très longs à ailettes relativement larges, peu conductibles et à faible émissivité de surface. D'autre part, il a été mis en évidence la supériorité des structures microscopiques coniques et un degré moins celles triangulaires par rapport aux structures rectangulaires pour la dissipation de l'énergie calorifique par rayonnement thermique.

Par ailleurs, l'optimisations des microcanaux en silicium/eau sous un régime d'écoulement laminaire, par la technique TLM a permis de mettre en évidence l'existence de points de déflexion minimale de la fonction « résistance thermique » en fonction des paramètres dimensionnels sous trois différentes contraintes. A savoir, la contrainte d'un débit massique imposé, celle d'une perte de charge imposée et finalement celle d'une puissance de pompage imposée. Plusieurs graphes ont été tracés pouvant être exploités directement pour le dimensionnement des microcanaux sous un régime d'écoulement laminaire.

Finalement, l'application du modèle TLM à un milieu physique constitué de microcanaux sollicités thermiquement par intermittences à très hautes fréquences, a montré qu'il est possible de dissiper des puissances thermiques plus importantes que celles dissipées en régime continu.

Mots-clés: TLM, MCA, Ecoulements laminaires, Microcanaux, Transfert thermique, Rayonnement, Conduction, Convection forcée.