



Université de Tlemcen  
Faculté de Technologie  
Département de Génie Electrique et Electronique  
Laboratoire d'Automatique de Tlemcen



Mémoire de fin d'étude  
de Master Automatique et Informatique Industrielle

---

## THÈME

---

Commande à saturation emboîtée appliquée  
au PVTOL birotor et au drone quadrirotor

---

**Présenté par :**

KEFIF Youcef  
SEYDI Boubacar

**Encadrés par :**

Mme. A.Choukchou-Braham, Maître de conférences, UABT, Tlemcen, Algérie  
Mr. M.Djemai Professeur, UPHF, Valenciennes, France

Soutenu publiquement le 24/06/2019 devant le jury composé de :

- B.Cherki Professeur à UABT, Tlemcen, Algérie
- B.Benyahiya Maître de conférences à UABT, Tlemcen, Algérie
- B.Yacoubi Maître assistant à UABT, Tlemcen, Algérie

2018-2019

# Remerciements

Nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à ALLAH Azza Wa Jal de nous avoir donné, la force, la patience, l'intelligence nécessaire, la santé et l'abnégation pour accomplir ce travail.

Nous avons accompli ce travail grâce à l'apport de plusieurs personnes à qui nous voudrions témoigner toute notre reconnaissance.

Nous remercions tout d'abord le directeur du laboratoire d'automatique de Tlemcen (LAT), Monsieur Lotfi Baghli de nous avoir accueilli au laboratoire et de nous avoir assuré des conditions de travail confortable.

Nous voudrions ensuite remercier nos encadrants Madame A. Choukchou Braham qui nous a inculqué les principes de l'automatique avec une certain amour de ce domaine ce qui nous donna inéluctablement un goût à l'automatique, et Monsieur M. Djemai pour le privilège qu'il nous a fait en acceptant de diriger ce travail.

Nous remercions aussi les membres du jury messieurs B.Cherki, B. Benyahia et B. Yacoubi qui nous ont fait l'honneur d'accepter de faire parti du jury et de juger ce travail.

Nous remercions nos très chers enseignants depuis le primaire, pour leurs efforts voués à nous transmettre leur savoir.

Un remerciement particulier à nos parents et nos frères et sœurs ainsi qu'aux les deux familles SEYDI et KEFIF pour leurs soutiens permanents.

**Résumé :**

Ce travail concerne l'application de lois de commande non linéaires à base de saturations emboîtées pour la stabilisation et le suivi de consignes de deux systèmes autonomes volants : le PVTOL et le quadrirotor.

Le travail est divisé en deux parties essentielles, la première partie traite de l'état d'art du PVTOL ainsi que de la modélisation dynamique, l'application de la stratégie de commande basée sur les saturations emboîtées pour le contrôle du PVTOL.

La deuxième partie s'intéresse à l'application de cette commande à saturation sur le drone quadrirotor, une modélisation dynamique est faite, ensuite une conception de la commande basée sur la même approche est présentée.

Dans les deux parties, la validation de l'application de la commande est faite par simulation avec le logiciel Simulink de Matlab.

**Mots clés :** PVTOL, quadrirotor, saturations emboîtées, incertitudes, entrée corrompue, robustesse.

**Abstract :**

This work concerns the application of the nested saturation nonlinear control laws for Unmanned Aerial Vehicles that are : the PVTOL and the quadrotor.

The presentation is divided into two essential parts, the first one deals with the state of art of PVTOL as well as dynamic modeling, the application of control strategy based on nested saturation for the control of PVTOL.

The second part is about the application of this saturation command on the quadrotor drone, a dynamic modeling is done, then a conception of the command based on the same approach is presented.

In both parts the validation of the control is made through simulation with Simulink of Matlab.

**Key words :** PVTOL, quadrirotor, nested saturation, uncertainties, corrupted input, robustness.

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>9</b>
<b>1 L'avion à décollage et atterrissage verticaux (PVTOL)</b>	<b>11</b>
1.1 Introduction	11
1.2 Description du PVTOL	11
1.3 Critère de nomination V/STOL, VTOL, STOL ou autre	11
1.4 Histoire du VTOL	12
1.5 Classification des VTOL	14
1.6 Quelques applications des VTOL	15
1.7 Conclusion	15
<b>2 Modélisation dynamique du PVTOL et Commande à saturation appliqué au PVTOL</b>	<b>17</b>
2.1 Introduction	17
2.2 Représentation schématique du PVTOL	17
2.3 Modèle dynamique du PVTOL	18
2.3.1 Modélisation par PFD	18
2.3.2 Dédution à partir du modèle du quadrirotor	19
2.4 Conception de la commande à saturation	19
2.4.1 La commande du déplacement vertical	20
2.4.2 La commande de l'angle du roulis et du déplacement horizontal	20
2.5 Simulation	24
2.5.1 Le modèle Simulink	24
2.5.2 Les tests de robustesse	25
2.6 Conclusion	27
<b>3 Les drones (UAV)</b>	<b>28</b>
3.1 Introduction	28
3.2 Histoire des drones	28
3.3 Classification des drones	30
3.3.1 En fonction de la portée	30
3.3.2 Selon la taille	31
3.3.3 Drones à rotors	32
3.3.4 Selon la voilure	33
3.4 Application des drones	34
3.5 Conclusion	34
<b>4 Modélisation dynamique du drone quadrirotor et conception d'une commande à saturation pour le quadrirotor</b>	<b>35</b>
4.1 Introduction	35
4.2 Principe de fonctionnement d'un drone quadrirotor	35
4.2.1 Lacet	35
4.2.2 Tangage et Roulis :	36
4.3 Mode de vol	37
4.3.1 Vol vertical	37
4.3.2 Vol stationnaire	37

4.3.3	Vol de translation	37
4.4	Effets physiques agissants sur le quadrirotor	38
4.4.1	Les forces	38
4.4.2	Les moments	38
4.4.3	Effet gyroscopique	39
4.5	Description du système	39
4.6	Conception de la commande	42
4.6.1	Contrôle du lacet et de l'altitude	42
4.6.2	Contrôle du Roulis ( $\phi, y$ )	43
4.6.3	Contrôle du Tangage ( $\theta, x$ ) :	45
4.7	Simulation :	46
4.7.1	Test de robustesse	47
4.8	Conclusion	49

# Table des figures

1.1	Dérivation du PVTOL . . . . .	12
1.2	Tail sitter XFY1 Pogo sur terre . . . . .	12
1.3	Tail sitter XFY1 Pogo en vol vertical . . . . .	12
1.4	Tail sitter XFY1 Salmon . . . . .	12
1.5	Turbopropulseur Allison XT-40 . . . . .	13
1.6	X-13 avec train d'atterissage . . . . .	13
1.7	X-13 sans train d'atterissage se prépare pour être mis à la verticale . . . . .	13
1.8	L'Atar 9K50 . . . . .	13
1.9	Caractéristiques générales de quelques réacteurs Atar . . . . .	13
1.10	Sustention vertical du Harrier . . . . .	14
1.11	En rouge les moteurs de sustention de l'avion Yakovlev Yak-38 . . . . .	14
1.12	L'avion britannique Hawker Siddeley Harrier . . . . .	14
1.13	Lockheed F-35B . . . . .	14
1.14	Boeing V-22 Osprey . . . . .	14
1.15	AgustaWestland AW609 en mission civil . . . . .	14
1.16	Classification selon le NATO . . . . .	15
2.1	Le PVTOL dans le plan vertical . . . . .	17
2.2	Le modèle Simulink du PVTOL . . . . .	24
2.3	La réponse libre du PVTOL . . . . .	25
2.4	La trajectoire parcourue par le PVTOL dans le plan $xOy$ (cas libre) . . . . .	25
2.5	La réponse forcée du PVTOL . . . . .	25
2.6	La trajectoire parcourue par le PVTOL dans le plan $xOy$ (cas forcé) . . . . .	25
2.7	L'allure des commandes $u_1$ et $u_2$ . . . . .	26
2.8	$u_1(t)$ et $u_1(t)$ avec saturation d'amplitude . . . . .	26
2.9	$u_2(t)$ et $u_2(t)$ avec saturation d'amplitude . . . . .	26
2.10	La réponse forcé du PVTOL . . . . .	27
2.11	Trajectoire parcourue par le PVTOL dans le plan $xOy$ . . . . .	27
2.12	La réponse lorsqu'il s'agit d'un retard sur la deuxième entrée . . . . .	27
2.13	La trajectoire dans le plan ( $xOy$ ) . . . . .	27
3.1	D-table . . . . .	28
3.2	Denny . . . . .	29
3.3	Goliath . . . . .	29
3.4	Predator-and-hellfire . . . . .	30
3.5	Very-close-range-drones . . . . .	31
3.6	Endurance-drone . . . . .	31
3.7	Mini-drones . . . . .	32
3.8	Single-rotor-drone . . . . .	33
3.9	Quadcopter-drone . . . . .	33
3.10	Fixed-wing-drone . . . . .	33
3.11	Batante . . . . .	34
4.1	Illustration-du-lacet . . . . .	36
4.2	mouvement-tangage-roulis . . . . .	36
4.3	Illustration-du-tangage . . . . .	36
4.4	Illustration-du-roulis . . . . .	37

4.5	Principe-de-fonctionnement-du-quadri	37
4.6	Quadrrotor-dans-le-cadre-inertiel	40
4.7	Controleurs	43
4.8	Description-de-la-commande	43
4.9	Fonction-de-saturation	44
4.10	Le modèle Simulink de commande du drone	46
4.11	La réponse du drone en altitude	47
4.12	La réponse du drone en lacet	47
4.13	La commande U1	47
4.14	La commande U1 saturé	47
4.15	La commande $\tilde{\tau}_\psi$	48
4.16	La commande $\tilde{\tau}_\psi$ saturé	48
4.17	La réponse en altitude dans le cas de saturation de U	48
4.18	La réponse en lacet dans le cas de saturation de $\tilde{\tau}_\psi$	48
4.19	La réponse en altitude dans le cas de retardation de U de 0.3 s	49
4.20	La réponse en lacet dans le cas de retardation de $\tilde{\tau}_\psi$ de 0.3 s	49

# Glossaire

Dans ce mémoire, on a utilisé les acronymes Anglaises vue qu'ils sont plus universelles.

ADAV (Avion à Décollage et Atterrissage Verticaux). VTOL : Vertical Take Off and Landing

PVTOL : Planar Vertical Take Off and Landing

UAV : Unmanned Aerial Vehicule

PFD : Principe Fondamental de la Dynamique



# Introduction

La théorie de la commande non linéaire pour les systèmes mécaniques en général et les systèmes sous actionnés en particulier ne cesse pas de se développer. Par conséquent, l'amélioration et le développement des systèmes ayant un comportement autonome s'accroissent. Par ailleurs cela requiert et dépend beaucoup de facteurs comme : l'adaptation au changement de l'environnement et aux incertitudes, les stratégies de planification et d'exécution sans intervention humaine et l'aptitude d'apprentissage, l'adaptation aux besoins accrus de l'homme.

Il est évident que la majorité des problèmes à résoudre pour atteindre ces objectifs implique les problèmes de la commande. Le développement des techniques de commande est un objectif vital pour la réalisation et la création de robots intelligents. Notre étude dans ce mémoire tourne autour des robots volants qui ont pris une certaine ampleur dans la communauté automatique dans cette dernière décennie du fait de la diversité de leurs applications. Nous allons nous intéresser au PVTOL birotor et au drone quadrirotor.

La commande du vol est un pilier que l'on ne peut outre-passer dans la conception de ces engins spatiaux, les avions et les hélicoptères. En tenant compte des effets aéroélastiques, de la flexibilité des ailes, de la dynamique interne du moteur et de la multitude de variables en évolution, la dynamique complète d'un aéronef est assez complexe et quelque peu ingérable pour le contrôle. Ce qui implique un dur labeur pour concevoir une commande susceptible de satisfaire toutes ses exigences. Il est donc préférable de considérer un modèle simplifié de drone, qui a un nombre minimum de variables d'état mais qui garde les mêmes caractéristiques d'un réel avion.

Par conséquent, nous concentrons notre étude en premier temps sur le PVTOL (Planar Vertical Take Off and Landing) qui est un avion à réaction très maniable, et dans un second temps nous nous concentrons sur un drone quadrirotor qui peut être considéré comme deux PVTOL. Pour les deux systèmes, nous nous intéressons à l'application d'une commande non linéaire à saturation.

Notre motivation pour cette recherche présentée dans ce rapport est que ce travail peut donner de futures perspectives sur l'utilité de la loi de commande à saturation qui est une loi de commande non linéaire et que nous allons traiter dans le cadre de ce mémoire. Nous savons déjà que les performances des lois de commandes non linéaires sont bien meilleures par rapport aux lois de commande linéaires puisque elles ont un domaine de validité très large. Nous avons décidé dans ce mémoire de traiter en particulier la loi de commande à saturation qui est un sujet de recherche de beaucoup d'automaticiens tel que A.Teel qui l'a étudié pour le pendule inversé sur un chariot et pour le PVTOL, I.Fantoni et Lozano l'ont aussi étudié pour la stabilisation du PVTOL et la stabilisation de la position d'un drone. Rongjie Liu, Shihua Li et Shihong Ding s'y sont mis pour les systèmes de ponts roulants. Nous avons remarqué que ces systèmes sont des systèmes sous actionnés.

L'objectif général de ce travail donc est de présenter la commande à saturations emboîtées. Nous allons montrer que les performances de cette commande non linéaire sont bien meilleures que d'autres citées dans plusieurs références en littérature scientifiques tel que la linéarisation par feedback, le PID, le Backstepping. Nous allons montrer par simulation le principal avantage de cette commande telle que sa robustesse aux entrées corrompues en l'appliquant premièrement pour la commande du PVTOL, puis deuxièmement pour la stabilisation du drone quadrirotor.

Dans le premier chapitre nous allons traiter l'état d'art du PVTOL, sa définition, sa description, en passant par un bref historique sur l'évolution des avions à décollage et atterrissage verticaux et leurs applications.

Dans le deuxième chapitre, nous allons introduire le modèle mathématique du PVTOL, puis nous exposerons la stratégie de commande basée sur les saturations emboîtées qui va être conçue à partir du modèle nominal du PVTOL. Le système sera simulé ou des tests de robustesse vont être fait.

Le troisième chapitre est un chapitre d'état de l'art du drone quadrirotor où nous allons parler de l'histoire des drones, et de leurs classifications et citer quelques applications.

Le quatrième chapitre sera consacré à la modélisation du drone quadrirotor. L'approche de la commande à saturation sera exposée, puis des simulations commentées pour la stabilisation de la position du drone y sera étalé.

# Chapitre 1

## L'avion à décollage et atterrissage verticaux (PVTOL)

### 1.1 Introduction

Un PVTOL (Planar Vertical Take off & Landing aircraft) est un avion qui peut flotter, décoller et atterrir verticalement. Il s'agit d'un VTOL (Vertical Take Off & Landing aircraft) qui se déplace dans un plan. L'évolution technologique des objets volants sans pilotes UAV en parallèle avec celui des VTOL a permis d'avoir les UAV VTOL et les UAV PVTOL qui sont l'objet de notre mémoire. Dans ce chapitre, nous donnerons une précision sur la définition d'un PVTOL, puis nous n'intéresserons aux avions VTOL puisqu'ils sont la classe d'écoulement du PVTOL. De plus, on donne un bref historique concernant les principales phases permettant d'avoir un grand avancement dans les techniques utilisées pour le vol vertical. Nous allons nous intéresser après à la classification des VTOL. Puis, nous montrerons quelques applications des VTOL et nous allons finir par une conclusion.

### 1.2 Description du PVTOL

Le PVTOL est plus un modèle mathématique abstrait qu'un modèle physique réel. Puisque, ça ne sert à rien de construire un avion qui va se déplacer dans un plan (espace bidimensionnelle) sans avoir la possibilité de se déplacer dans un espace tri-dimensionnelle. Il peut avoir un intérêt du point de vue scientifique pour décrire la projection dans un plan des avions à décollage et atterrissage court V/STOL. Par ailleurs, lorsqu'il s'agit de la validation d'une loi de commande expérimentalement.

Le PVTOL a la liberté de faire des translations suivant les axes  $x$  et  $y$  et une rotation de  $\phi$  suivant l'axe  $z$ . Il a donc 3 degrés de libertés  $(x, y, \phi)$  qui correspondent à sa position et son orientation dans le plan  $(xOy)$  (figure2.1). Il est évident que son modèle est très simple par rapport à celui d'un avion qui contient 6 degrés de liberté. Son avantage est que malgré sa simplicité, il garde les caractéristiques principales d'un avion réel ; il peut s'orienter et se positionner dans le plan. Le PVTOL est composé de deux propulseurs indépendants qui produisent une force et un moment dans la machine volante. Donc, il fait parti des systèmes sous actionnés puisqu'il a 3 degrés de liberté et seulement deux entrées. [3]

### 1.3 Critère de nomination V/STOL, VTOL, STOL ou autre

C'est le classement des avions à ailes fixes ou à aille tournantes (à rotors pivotants ou normaux) selon leurs modes opératoires supportés au décollages et atterrissages qui a donné naissance à plusieurs types VTOL,STOL,STOVL,V/STOL...

Le PVTOL est un sous ensemble des VTOL, lui même un sous ensemble des V/STOL (figure1.1).



FIGURE 1.1 – Dérivation du PVTOL

## 1.4 Histoire du VTOL

-Nikola Tesla a créé le concept du décollage vertical et de l'atterrissage en 1921.[1]

-Pendant la Seconde Guerre mondiale 1939-1945, les premières recherches pour VTOL ont été initialement développées par les allemands, qui craignaient que leurs avions ne soient cloués au sol après un bombardement de la piste ou des hangars.

Parmi les projets allemands, on peut citer Le Focke-Achgelis FA 269 et le Focke-Wulf Triebflügel, aucun de ces projets n'atteignit le stade du prototype.

-Il fallut attendre le début des années 1950 pour voir les premiers essais de VTOL expérimentaux aux États-Unis. Il s'agissait d'avions de type « tail-sitter » équipés d'un turbopropulseur Allison XT-40 (figure1.5).

Le XFY-1 Pogo (figure1.2) fit son premier vol le 1er août 1954, uniquement en vol vertical, et réussit sa première transition vers le vol horizontal le 2 novembre 1954.

Le Lockheed XFV-1 Salmon (figure1.4) fit son premier vol officiel le 16 juin 1954, sans cepen-

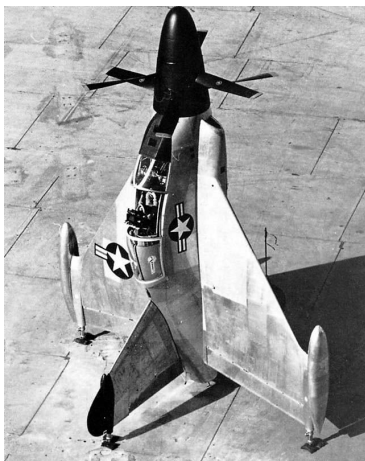


FIGURE 1.2 – Tail sitter XFY1 Pogo sur terre



FIGURE 1.3 – Tail sitter XFY1 Pogo en vol vertical



FIGURE 1.4 – Tail sitter XFV-1 Salmon

dant pouvoir décoller verticalement à cause de la puissance insuffisante du moteur par rapport au poids de la cellule.

Finalement, devant les difficultés de pilotage de ces avions et leur manque de performances face aux avions à réaction qui commençaient à apparaître, l'US Navy abandonna ces projets en 1956. En 1947, un contrat était signé par Ryan Aeronautical Company pour une expérimentation VTOL à réaction. Des bancs d'essais volants furent testés à partir d'octobre 1950.

En octobre 1953, le programme fut pris en charge par l'US Air Force qui commanda deux prototypes X-13 avec trains d'atterrissage (figure1.6). Le X-13 était dépourvu de train d'atterrissage classique et était mis à la verticale en relevant la plate-forme sur laquelle il était installé (figure1.7).

Le premier vol vertical a eu lieu le 28 mai 1956 et la première transition horizontal/vertical le 28 novembre 1956.

Le premier cycle complet avec décollage-atterrissage vertical fut réalisé le 11 avril 1957.

En France, la société Snecma a construit un prototype à base des réacteurs Atar (figure1.8) qu'elle avait mis au point. Il a fait son premier vol vertical le 17 Avril 1959. Il a été détruit le 25 juillet 1959, lors de sa première tentative de transition vers le vol horizontal, ce qui entrainera



FIGURE 1.5 – Turbopropulseur Allison XT-40



FIGURE 1.6 – X-13 avec train d'atterissage



FIGURE 1.7 – X-13 sans train d'atterissage se prépare pour être mis à la verticale

l'arrêt complet du programme.

Au début des années 1960, les recherches britanniques s'orientèrent vers des avions de type



FIGURE 1.8 – L'Atar 9K50

Moteur	Année	Poussée (en kgp)	Vitesse de rotation (en tr/min)	Température en entrée de turbine	Poids (en kg)	Production
Atar 101 V1-V6	1948	1 700 à 2 200	7 600 à 8 000	700 °C	880	6
Atar 101B1	1951	2 400	8 300	845 °C	890	50
Atar 101D3	1953	3 000	8 300	870 °C	920	370
Atar 101E3/E5	1955	3 500	8 400	865 °C	870	600
Atar 08B	1956	3 530	8 150	600 °C	1 079	176
Atar 9C	1960	6 000	8 400	885 °C	1 430	1 670
Atar 9K	1963	6 700	8 400	920 °C	1 490	265
Atar 9K50	1969	7 200	8 900	935 °C	1 582	1 014
Atar 8K50	1973	5 000	8 550	925 °C	1 165	111

FIGURE 1.9 – Caractéristiques générales de quelques réacteurs Atar

«flat-riser». C'était l'idée d'utiliser le même réacteur avec des tuyères orientables qui permet de réaliser le premier VTOL réellement opérationnel le « Hawker Siddeley Harrier » (figure 1.12). De leurs côtés, les soviétiques mettaient au point le Yakovlev Yak-38 (figure 1.11) équipé de deux réacteurs de sustentation à l'avant et d'un réacteur de propulsion à tuyères orientables à l'arrière.

Plus récent, le Lockheed F-35B (figure 1.13) est destiné à remplacer les Harriers à partir des

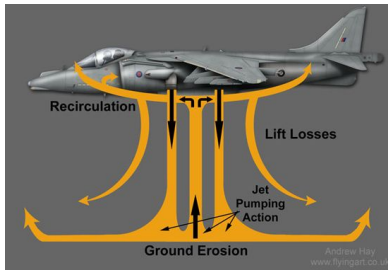


FIGURE 1.10 – Sustentation vertical du Harrier

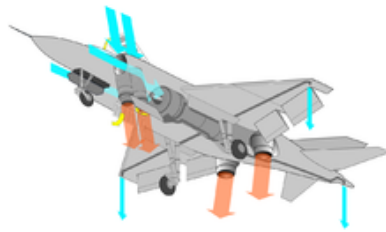


FIGURE 1.11 – En rouge les moteurs de sustentation de l'avion Yakovlev Yak-38



FIGURE 1.12 – L'avion britannique Hawker Siddeley Harrier

années 2010. La formule retenue pour cet avion est cependant plus proche de celle du Yak 38 que de celle du Harrier, puisqu'il est équipé d'une soufflante de sustentation à l'avant et d'un réacteur de propulsion à tuyauterie orientable à l'arrière. Le prototype X-35B effectua son premier atterrissage vertical le 23 juin 2001.

Après bien des difficultés et 20 ans de travail, les premiers exemplaires de série du Boeing V-22



FIGURE 1.13 – Lockheed F-35B



FIGURE 1.14 – Boeing V-22 Osprey



FIGURE 1.15 – AgustaWestland AW609 en mission civil

figure(1.14) Osprey ont été livrés fin 2005.

Un projet similaire d'avion de transport civil est le AgustaWestland AW609(figure1.15), qui a effectué son premier vol le 6 mars 2003 et sa première conversion d'hélicoptère à avion en plein vol le 22 juillet 2005, et dont la certification étant prévue pour 2017.

Le développement des avions sans pilotes (drones) en parallèle avec l'évolution technologique des VTOL a permis d'avoir des UAV VTOL telle que les drones quadrirotors et les birotors, qui sont l'objet de notre étude dans ce mémoire.

## 1.5 Classification des VTOL

D'après la définition et le bref historique du VTOL, on a compris qu'il existe toute une gamme d'avions qui ont cette performance de décollage et atterrissage verticales et qu'il y'avait plusieurs techniques qui ont été utilisé pour but de raccourcir, voire de supprimer la distance parcourue horizontalement.

On trouve donc un VTOL :

- à ailles fixes et à ailles tournantes.
- à rotors fixes et à rotors pivotants.
- avec pilote et sans pilote (UAV VTOL).
- A turbo réacteur à tuyauterie et aussi à turbo propulseur et à moteur electrique+hélices pour les UAV.

Sachant qu'il y'a d'autres critères de classification qui sont appliqués sur tous les objets volants dont le VTOL fait partie telles que la taille, l'altitude maximale atteinte.Exemple, si le VTOL est un engin sans pilote, la classification des UAV est appliquée aussi.

Il est à noter que les dirigeables, les ballons ne sont pas inclus parmi les VTOL.

NATO UAS CLASSIFICATION						
Class	Category	Normal Employment	Normal Operating Altitude	Normal Mission Radius	Primary Supported Commander	Example Platform
Class III (> 600 kg)	Strike/Combat*	Strategic/National	Up to 65,000 ft	Unlimited (BLOS)	Theatre	Reaper
	HALE	Strategic/National	Up to 65,000 ft	Unlimited (BLOS)	Theatre	Global Hawk
	MALE	Operational/Theatre	Up to 45,000 ft MSL	Unlimited (BLOS)	JTF	Heron
Class II (150 kg - 600 kg)	Tactical	Tactical Formation	Up to 18,000 ft AGL	200 km (LOS)	Brigade	Hermes 450
Class I (< 150 kg)	Small (>15 kg)	Tactical Unit	Up to 5,000 ft AGL	50 km (LOS)	Battalion, Regiment	Scan Eagle
	Mini (<15 kg)	Tactical Subunit (manual or hand launch)	Up to 3,000 ft AGL	Up to 25 km (LOS)	Company, Platoon, Squad	Skylark
	Micro** (<66 J)	Tactical Subunit (manual or hand launch)	Up to 200 ft AGL	Up to 5 km (LOS)	Platoon, Squad	Black Widow

\*Note: In the event the UAS is armed, the operator should comply with the applicable Joint Mission Qualifications in ATP-3.3.7 (STANAG 4670) and the system will need to comply with applicable airworthiness standards, regulations, policy, treaty, and legal considerations.

\*\*Note: UAS that have a maximum energy state less than 66 Joules are not likely to cause significant damage to life or property, and do not need to be classified or regulated for airworthiness, training, etc. purposes unless they have the ability to handle hazardous payloads (explosive, toxins, chemical/ biological agents).

FIGURE 1.16 – Classification selon le NATO

Chaque classe contient une diversité de modèles conçus par différentes entreprises telle que la NASA, Boeing, Bell Helicopter .. etc

On cite quelques modèles : The Soviet Union's VTOL aircraft, the Yakovlev Yak-38, The Bell XV-15.

## 1.6 Quelques applications des VTOL

Le domaine d'application des VTOL est très large, nous allons en citer quelques uns. Une partie sera consacrée sur les applications des drones dans le chapitre drone.

- Dans le domaine militaire : avec leurs capacités de décollage et atterrissage vertical, les VTOL peuvent se cacher facilement même quand il s'agit des reliefs qui sont très accidentés tels que des montagnes très proches, ou des rochers.
- Dans le domaine civil : Le VTOL permet le décollage depuis une plate-forme réduite et le vol avec une vitesse de croisière et une charge utile supérieure.
- Dans le domaine naval : Il est possible de construire des navires de guerre qui n'auront pas besoin d'une piste d'appontage aussi longue que sur un porte-avions classique (cas des portes-aéronefs).

## 1.7 Conclusion

Le domaine des VTOL est très large. Cela concerne toute une gamme d'objets volants. Pour rétrécir notre domaine d'étude, nous avons conclu qu'il faut bien préciser le type sur lequel nous

allons travailler. Nous allons à présent nous concentrer sur des configurations qui ont connu un grand intérêt dans ces dernières décennies, que ce soit à l'échelle scientifique ou industrielle à savoir les UAV VTOL multirotores, précisément le PVTOL birotor et le drone quadrirotor La commande du PVTOL birotor est un problème de commande non linéaire intéressant. D'une part il possède un nombre de variables d'états réduits, ce qui permet la simplification du problème de conception de commande et d'autre part, il a les mêmes caractéristiques d'un avion réel et donc il peut être utile pour l'étude de ces avions.



## Chapitre 2

# Modélisation dynamique du PVTOL et Commande à saturation appliqué au PVTOL

### 2.1 Introduction

Nous allons introduire dans ce chapitre le modèle mathématique du PVTOL obtenu en premier lieu par le principe fondamental de la dynamique [5] et en second lieu nous allons le déduire intuitivement à partir du modèle d'un drone quadrirotor. Puis on va synthétiser une commande à base de saturation emboîtée, faisant partie de ce que l'on appelle les approches bornées pour la commande, qui est un sujet de recherche très intéressant pour le développement des algorithmes de commande pour beaucoup de systèmes. Cette commande est robuste par rapport aux incertitudes du modèle, aux entrées corrompues et aux retards variables que le système peut subir.

### 2.2 Représentation schématique du PVTOL

La figure ci-dessous se trouve dans beaucoup d'ouvrages scientifiques traitants le sujet du PVTOL, des confusions peuvent être induites chez le lecteur quand il s'agit de ça première lecture de l'image. En réalité ce qu'on traite c'est une projection d'un avion et pas un avion, ce qui

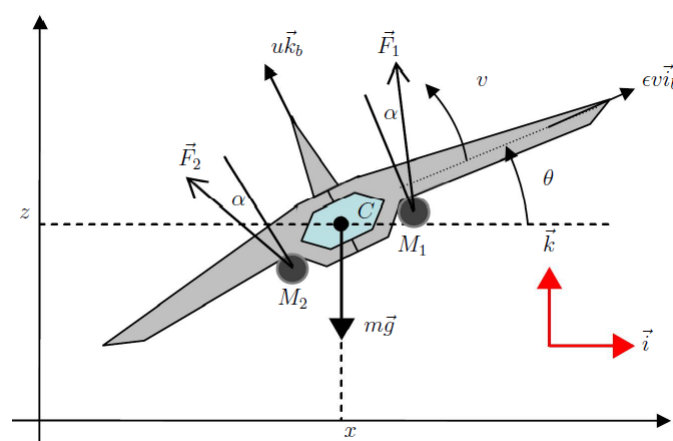


FIGURE 2.1 – Le PVTOL dans le plan vertical

valide notre vision introduit dans le chapitre 1 qui tend à voir le PVTOL en tant qu'un objet mathématique plus qu'il est un objet physique.

Une matérialisation physique peut être faite si on considère l'exemple de PVTOL UAV Birotor à rotor fixe.

## 2.3 Modèle dynamique du PVTOL

### 2.3.1 Modélisation par PFD

Prenant la figure 2.1.

Les forces agissant sur le point de masse C du PVTOL sont :

$\vec{F}_1$  : La force engendrée par le moteur 1.

$\vec{F}_2$  : La force engendrée par le moteur 2.

$\vec{P}$  : La pesanteur.

Les moments agissants sur le PVTOL sont :

$M_1(t)$  : Le moment provoqué par la  $\vec{F}_1$  qui s'applique à une distance  $CM_1$  de l'axe de rotation.

$M_2(t)$  : Le moment provoqué par la  $\vec{F}_2$  qui s'applique à une distance  $CM_2$  de l'axe de rotation.

Les expressions des forces dans le repère mobile sont :

$$\vec{F}_1 = (\cos\alpha\vec{k}_b + \sin\alpha\vec{i}_b)F_1 \quad (2.1)$$

$$\vec{F}_2 = (\cos\alpha\vec{k}_b - \sin\alpha\vec{i}_b)F_2 \quad (2.2)$$

$$m\vec{g} = -mg\vec{k} \quad (2.3)$$

ou  $\alpha$  est un angle fixe. Le poids  $m\vec{g}$  est appliqué sur le centre de masse C du PVTOL. Les poussées  $\vec{F}_1$  et  $\vec{F}_2$  sont appliquées sur les points  $M_1$  et  $M_2$

$$C\vec{M}_1 = l\vec{i}_b - h\vec{k}_b \quad (2.4)$$

$$C\vec{M}_2 = -l\vec{i}_b - h\vec{k}_b \quad (2.5)$$

En prenant  $l = \frac{M_1M_2}{2}$  et h la distance entre le point C et la droite  $(M_1M_2)$ .

D'après le principe fondamentale de la dynamique, on a les équations dynamiques suivantes :

$$m\vec{\gamma} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + m\vec{g} \quad (2.6)$$

$$J\vec{\Omega} = C\vec{M}_1 \wedge \vec{F}_1 + C\vec{M}_2 \wedge \vec{F}_2 \quad (2.7)$$

ou  $\vec{\gamma}$  est l'accélération du centre de masse C.

$\vec{\Omega}$  : est l'accélération angulaire autour du centre de masse C.

$$m\ddot{x}_C = (F_1 + F_2) \cos\alpha \sin\theta + (F_1 - F_2) \sin\alpha \cos\theta \quad (2.8)$$

$$m\ddot{y}_C = (F_1 + F_2) \cos\alpha \cos\theta + (F_2 - F_1) \sin\alpha \sin\theta - mg \quad (2.9)$$

$$J\ddot{\theta} = (F_2 - F_1)(l \cos\alpha + h \sin\alpha) \quad (2.10)$$

Avec :

$$\epsilon = \left( \frac{\sin\alpha}{l \cos\alpha + h \sin\alpha} \right) \frac{J}{mg} \quad (2.11)$$

$$u = \frac{\cos\alpha}{mg} (F_1 + F_2) \quad (2.12)$$

$$v = \frac{l \cos\alpha + h \sin\alpha}{J} (F_2 - F_1) \quad (2.13)$$

$$x = \frac{x_C}{g} \quad (2.14)$$

$$y = \frac{y_C}{g} \quad (2.15)$$

Nous allons définir  $u_1 = u$  et  $u_2 = v$ , on obtient le modèle simplifié du PVTOL :

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -u_1 \sin\theta + \epsilon u_2 \cos\theta \\ \ddot{y} &= u_1 \cos\theta + \epsilon u_2 \sin\theta - 1 \\ \ddot{\theta} &= u_2 \end{aligned} \quad (2.16)$$

Où,  $u_1$  et  $u_2$  sont des entrées de commande pour le PVTOL.

$\epsilon$  est un paramètre de couplage entre l'accélération horizontale et l'angle du roulis et est généralement faible.

Quand  $\epsilon = 0$  l'équation devient :

$$\ddot{x} = -u_1 \sin \theta \quad (2.17)$$

$$\ddot{y} = u_1 \cos \theta - 1 \quad (2.18)$$

$$\ddot{\theta} = u_2 \quad (2.19)$$

### 2.3.2 Dédution à partir du modèle du quadrirotor

Le modèle simplifié du quadrirotor est donné par (ça démonstration fera l'objet du chapitre suivant) :

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= v_\theta \\ \ddot{\phi} &= v_\phi \\ \ddot{\psi} &= v_\psi \\ \ddot{x} &= u(\cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) \\ \ddot{y} &= u(\cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \\ \ddot{z} &= -1 + u(\cos \phi \cos \psi) \end{aligned} \quad (2.20)$$

$u, (v_\theta, v_\psi, v_\phi)$  sont les quatres commandes du quadritor.

La position du quadrirotor est représentée par x,y et z.

Le lacet  $\psi$ , le tangage  $\theta$  et le roulis  $\phi$  décrivent l'orientation du quadrirotor.

La projection du quadrirotor dans un plan implique que le tangage  $\theta$  et le lacet ne sont pas possible (La projection dans le plan aura que 3 degrés de liberté). Alors,  $\phi = \theta = 0$ . On obtient le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \ddot{\phi} &= v_\phi \\ \ddot{y} &= -u \sin \phi \\ \ddot{z} &= -1 + u \cos \phi \end{aligned} \quad (2.21)$$

Le PVTOL est un système sous-actionné qui présente une complexité intéressante. Pour étudier le problème de la commande. Il existe de nombreux travaux concernant le modèle PVTOL dans la littérature. On trouve par exemple, un algorithme de stabilisation globale étudié dans Fantoni et al. (2002a), Fantoni et al. (2002b), Lopez-Araujo et al. (2010), Fantoni et al. (2003), basé sur une fonction de Lyapunov en prenant en compte la saturation des entrées. Les auteurs Martin et al. (1994) ont utilisé l'approche des systèmes plats pour construire une commande. Le problème de délai des entrées a été traité dans le travail de Francisco et al. (2007). Une commande sans modèle est utilisée dans Riachy et al. (2010). Le contrôle par des techniques de back-stepping pour le PVTOL en tenant compte des composantes aérodynamiques a été proposé dans Wood et al. (2005). Les auteurs Benvenuti et al. (1996) ont présenté trois méthodes pour le suivi de trajectoire : la première méthode utilise le modèle linéarisé, la deuxième utilise la platitude du système et la troisième est basée sur une méthode numérique. Une commande non linéaire pour le système de phase non-minimale en utilisant la technique d'inversion dynamique et l'approche basée sur le critère de Lyapunov a été proposée dans Benosman et al. (2009) pour suivre une trajectoire lisse de la sortie. La commande par retour d'état saturée a été étudiée par Gruszka et al. (2011).

## 2.4 Conception de la commande à saturation

Cette section est divisée en deux parties. Dans la première partie, on s'intéresse à la stabilisation de l'altitude y avec une commande  $u_1$ , puis dans une seconde partie on propose  $u_2$  pour commander l'angle du roulis et le déplacement horizontal suivant x.

### 2.4.1 La commande du déplacement vertical

Le déplacement vertical  $y$  va être commandé en forçant l'altitude à se comporter en tant qu'un système linéaire.

Cela est fait en utilisant la stratégie de commande suivante

$$u_1 = \frac{1}{\cos \theta} (\ddot{y} - \epsilon \sin \theta + 1) \text{ avec : } \cos \theta \neq 0 \leftrightarrow \theta \neq \pm \frac{\pi}{2}$$

Pour éviter une singularité au dénominateur avec  $\theta$  on va utiliser une saturation  $\sigma_a(\theta)$ , on aura donc :

$$u_1 = \frac{1}{\cos \sigma_a(\theta)} (\ddot{y} - \epsilon \sin \theta + 1) \quad (2.22)$$

En prenant  $\epsilon = 0$  puisque il est très petit, cela donne :

$$u_1 = \frac{1}{\cos \sigma_a(\theta)} (\ddot{y} + 1) \Rightarrow u_1 = \frac{1}{\cos \sigma_p(\theta)} (r_1 + 1) \quad (2.23)$$

$\sigma_p(s)$  est la fonction à saturation et est défini dans ce qui suit :

$$\sigma_\eta(s) = \begin{cases} \eta \text{ pour } s > \eta \\ s \text{ pour } -\eta \leq s \leq \eta \\ -\eta \text{ pour } s < -\eta \end{cases} \quad (2.24)$$

$$0 < p < \frac{\pi}{2} \text{ et}$$

$$r_1 = -a_1 \dot{y} - a_2 (y - y_d) \quad (2.25)$$

ou,  $y_d$  est l'altitude désirée et  $a_1$  et  $a_2$  sont des constantes positives telles que le polynôme  $s^2 + a_1 s + a_2$  soit stable.

Supposons qu'après un temps fini  $T_2$ ,  $\theta(t)$  sera dans l'intervalle

$$I_{\frac{\pi}{2}} = \left(-\frac{\pi}{2} + \epsilon, \frac{\pi}{2} - \epsilon\right) \quad (2.26)$$

Pour un certain  $\epsilon > 0$  alors  $\cos \theta(t) \neq 0$  Introduisons (2.23) et (2.25) dans (2.17)-(2.19), on obtient pour  $t > T_2$

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\tan \theta (r_1 + 1) \\ \ddot{y} &= -a_1 \dot{y} - a_2 (y - y_d) \\ \ddot{\theta} &= u_2 \end{aligned} \quad (2.27)$$

Notons que,  $y \rightarrow y_d$  et  $r_1 \rightarrow 0$  lorsque  $t \rightarrow \infty$

### 2.4.2 La commande de l'angle du roulis et du déplacement horizontal

Nous allons proposer  $u_2$  pour commander  $\dot{\theta}$ ,  $\theta$ ,  $\dot{x}$  et  $x$ . L'algorithme de commande va être obtenu étape par étape. L'expression finale pour  $u_2$  va être obtenue à la fin de cette section. Pour  $\theta$  proche de 0, le sous-système  $(x, \theta)$  est représenté par 4 intégrateurs en cascade. A. Teel [6] a proposé une stratégie de commande basé sur des saturations emboîtées qui peuvent être utilisées pour commander un ensemble d'intégrateurs connectés en cascade. On va montrer que la stratégie proposée dans [6] pour des systèmes linéaires peut être modifiée pour commander  $x$  et  $\theta$  dans le système non linéaire (2.27).

On va aussi montrer que  $\theta \in I_{\frac{\pi}{2}}$  dans 2.26 après  $t = T_2$  indépendamment de l'entrée  $u_1$  dans 2.23.

#### Bornitude de $\dot{\theta}$

Pour établir une borne pour  $\dot{\theta}$ , nous définissons  $u_2$  telle que :

$$u_2 = -\sigma_a(\dot{\theta} + \sigma_b(z_1)) \quad (2.28)$$

ou  $a > 0$  est la borne supérieure désirée pour  $|u_2|$  et  $z_1$  vont être définis ultérieurement.

Soit :

$$V_1 = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \quad (2.29)$$

Alors, on aura :

$$\dot{V}_1 = -\dot{\theta}\sigma_a(\dot{\theta} + \sigma_b(z_1)) \quad (2.30)$$

Notons que si  $|\dot{\theta}| > b + \delta$  pour quelque  $b > 0$  et quelque  $\delta > 0$  arbitrairement petit, alors  $\dot{V}_1 < 0$ . Par conséquent, après un certain temps fini  $T_1$ , on va avoir,

$$|\dot{\theta}(t)| \leq b + \delta \quad (2.31)$$

Supposons que  $b$  satisfasse

$$a \geq 2b + \delta \quad (2.32)$$

Alors, de (2.27) et (2.28), on obtient pour  $t \geq T_1$

$$\ddot{\theta} = -\dot{\theta} - \sigma_b(z_1) \quad (2.33)$$

### Bornitude de $\theta$

Pour établir une borne pour  $\theta$ , on définit  $z_1$  tel que :

$$z_1 = z_2 + \sigma_c(z_3) \quad (2.34)$$

Pour certain  $z_3$  pour être défini ultérieurement et :

$$z_2 = \theta + \dot{\theta} \quad (2.35)$$

De (2.33)-(2.35), on a :

$$\dot{z}_2 = -\sigma_b(z_2 + \sigma_c(z_3)) \quad (2.36)$$

Soit :

$$V_2 = \frac{1}{2}z_2^2 \quad (2.37)$$

Alors,

$$\dot{V}_2 = -z_2\sigma_b(z_2 + \sigma_c(z_3)) \quad (2.38)$$

Notons que si  $|z_2| > c + \delta$  pour certain  $\delta$  arbitrairement petits et certain  $c > 0$ , alors  $\dot{V}_2 < 0$ . Par conséquent, il en résulte qu'après un certain temps fini  $T_2 \geq T_1$ , on aura :

$$|z_2(t)| \leq c + \delta \quad (2.39)$$

De (2.35), on obtient pour  $t \geq T_2$

$$\theta(t) = \theta(T_2)e^{-(t-T_2)} + \int_{T_2}^t e^{-(t-\tau)} z_2(\tau) d\tau \quad (2.40)$$

Par conséquent, il s'ensuit qu'il existe un temps fini  $T_3$  tel que pour  $t \geq T_3 > T_2$  On aura :

$$|\theta(t)| \leq \bar{\theta} \triangleq c + 2\delta \quad (2.41)$$

Si

$$c + 2\delta \leq \frac{\pi}{2} - \epsilon \quad (2.42)$$

Alors  $\theta(t) \in I_{\frac{\pi}{2}}$ , voir (2.26), pour  $t \geq T_2$ .

Supposons que  $b$  et  $c$  satisfassent aussi,

$$b \geq 2c + \delta \quad (2.43)$$

Alors, en regardant (2.39), (2.38) se réduit à :

$$\dot{z}_2 = -z_2 - \sigma_c(z_3) \quad (2.44)$$

pour  $t \geq T_3$ .

Notons que l'inéquation suivante retient pour  $|\theta| < 1$

$$|\tan \theta - \theta| \leq \theta^2 \quad (2.45)$$

On va utiliser l'équation ci-dessus dans le développement suivant.

**Bornitude de  $\dot{x}$** 

Pour établir une borne pour  $\dot{x}$ , On définit  $z_3$  tel que :

$$z_3 = z_4 + \sigma_d(z_5) \quad (2.46)$$

où  $z_4$  est défini tel que :

$$z_4 = z_2 + \theta - \dot{x} \quad (2.47)$$

et  $z_5$  va être défini ultérieurement.

De (2.27),(2.35) et (2.44) et ce qui précède s'ensuit que :

$$\dot{z}_4 = (1 + r_1) \tan(\theta) - \theta - \sigma_c(z_4 + \sigma_d(z_5)) \quad (2.48)$$

Définissons :

$$V_3 = \frac{1}{2} z_4^2 \quad (2.49)$$

Alors,

$$\dot{V}_3 = z_4[(1 + r_1) \tan(\theta) - \theta - \sigma_c(z_4 + \sigma_d(z_5))] \quad (2.50)$$

Puisque  $r_1 \tan \theta \rightarrow 0$  (voir 2.25 et 2.27), il existe un temps fini  $T_5 > T_4$ , assez grand pour que si :

$$|z_4| > d + \bar{\theta}^2 + \delta \quad (2.51)$$

et

$$c \geq \bar{\theta}^2 + \delta \quad (2.52)$$

Pour quelque  $\delta$  arbitrairement petit et  $\delta > 0$ , alors  $\dot{V}_3 < 0$ . Par conséquent, après un certain temps fini  $T_6 > T_5$ , on aura :

$$|z_4(t)| \leq d + \delta + \bar{\theta}^2 \quad (2.53)$$

Supposons que  $d$  et  $c$  satisfont

$$c \geq 2d + \delta + \bar{\theta}^2 \quad (2.54)$$

Donc, après un temps fini  $T_6$ , (2.48) se réduit à :

$$\dot{z}_4 = (1 + r_1) \tan(\theta) - \theta - z_4 - \sigma_d(z_5) \quad (2.55)$$

Notez que, de point de vue (2.35),(2.47) et (2.53) il s'ensuit que  $\dot{x}$  est borné.

**Bornitude de  $x$  :**

Pour établir une borne pour  $x$ , définissons  $z_5$  comme ce qui suit :

$$z_5 = z_4 + \theta - 2\dot{x} - x \quad (2.56)$$

De (2.27),(2.35), (2.47) et (2.55), on obtient :

$$\dot{z}_5 = (1 + r_1) \tan(\theta) - \theta - z_4 - \sigma_d(z_5) + \dot{\theta} + 2 \tan \theta (r_1 + 1) - \dot{x} = -\sigma_d(z_5) + 3r_1 \tan \theta + 3(\tan(\theta) - \theta) \quad (2.57)$$

Définissons :

$$V_4 = \frac{1}{2} z_5^2 \quad (2.58)$$

Alors,

$$\dot{V}_4 = z_5[-\sigma_d(z_5) + 3r_1 \tan \theta + 3(\tan(\theta) - \theta)] \quad (2.59)$$

Puisque  $r_1 \tan \theta \rightarrow 0$ , il existe un temps fini  $T_7 > T_6$ , suffisamment grand tel que si  $|z_5| > 3\bar{\theta}^2 + \delta$  pour certain  $\delta$  arbitrairement petit et :

$$d \geq 3\bar{\theta}^2 + \delta \quad (2.60)$$

Alors,  $\dot{V}_4 < 0$ . Par conséquent, après un certain temps fini  $T_8 > T_7$ , on aura :

$$|z_5(t)| \leq 3\bar{\theta}^2 + \delta \quad (2.61)$$

Après la temps  $T_3$ , (2.57) se réduit à :

$$\dot{z}_5 = -z_5 + 3r_1 \tan \theta + 3(\tan \theta - \theta) \quad (2.62)$$

La bornitude de  $x$  se suit de (2.53), (2.56) et (2.61).

Ré-écrivons toutes les contraintes dans les paramètres  $a, b, c, d$  et  $\bar{\theta}$

$$a \geq 2b + \delta \quad (2.63)$$

$$\bar{\theta} \triangleq c + 2\delta \leq 1 \quad (2.64)$$

$$b \leq 2c + \delta \quad (2.65)$$

$$c \leq (c + 2\delta)^2 + 2d + \delta \quad (2.66)$$

$$d \leq 3(c + 2\delta)^2 + \delta \quad (2.67)$$

De ce qui précède on obtient :

$$a \geq 4c + 3\delta \quad (2.68)$$

$$b \geq 2c + \delta \quad (2.69)$$

$$c + 2\delta \leq 1 \quad (2.70)$$

$$c \geq (c + 2\delta)^2 + 2d + \delta \quad (2.71)$$

$$\geq (c + 2\delta)^2 + 2(3(c + 2\delta)^2 + \delta) + \delta \quad (2.72)$$

$$\geq (c + 2\delta)^2 + 2(3(c + 2\delta)^2 + \delta) + \delta \quad (2.73)$$

$$d \geq 3(c + 2\delta)^2 + \delta \quad (2.74)$$

### Convergence de $\theta, \dot{\theta}, x$ et $\dot{x}$ vers zero :

Par conséquent,  $c$  et  $\delta$  doivent être choisis suffisamment petits pour satisfaire (2.68) et (2.74).

Les paramètres  $a, b$  et  $d$  peuvent alors être calculés en tant que fonction comme ci-dessus.

De (2.62) il s'ensuit que pour un temps suffisamment grand.

$$|z_5(t)| \leq 3\theta^2 + \delta \quad (2.75)$$

Pour certains  $\delta$  arbitrairement petit. De (2.55) et (2.75), on a pour un temps suffisamment grand,

$$|z_4(t)| \leq 4\theta^2 + 2\delta \quad (2.76)$$

Pour certains  $\delta$  arbitrairement petit. De (2.46) et ci-dessus on aura,

$$|z_3(t)| \leq 7\theta^2 + 3\delta \quad (2.77)$$

De même de 2.44

$$|z_2(t)| \leq 7\theta^2 + 4\delta \quad (2.78)$$

Et finalement, pour un temps suffisamment grand et un  $\delta$  arbitrairement petit  $\delta$ , de (2.40) et ce qui est au dessus, on obtient :

$$|\theta| \leq 7\theta^2 + 5\delta \quad (2.79)$$

Puisque,  $\delta$  est arbitrairement petit, l'équation au dessus implique :

$$\begin{aligned} \theta &= 0 \\ |\theta| &\geq \frac{1}{7} \end{aligned}$$

Si  $c$  est choisit assez petit telle que  $\bar{\theta} < \frac{1}{7}$  (Voir (2.41)), alors la seule solution possible est  $\theta = 0$ . Par conséquent,  $\theta \rightarrow 0$  lorsque  $t \rightarrow \infty$ . De (2.75-2.78) et (2.34) on a : lorsque  $z_i(t) \rightarrow 0$  pour  $i = 1, 2, \dots, 5$ . De 2.35 on obtient  $\dot{\theta} \rightarrow 0$ .

De 2.47 et 2.56, il s'ensuit respectivement que  $\dot{x} \rightarrow 0$  et  $x \rightarrow 0$ . L'entrée de commande  $u_2$  est obtenu par : (2.28,2.34,2.35,2.46,2.47) et (2.56) ;

$$u_2 = -\sigma_a(\dot{\theta} + \sigma_b(\theta + \dot{\theta} + \sigma_c(2\theta + \dot{\theta} - \dot{x} + \sigma_d(3\theta + \dot{\theta} - 3\dot{x} - x)))) \quad (2.80)$$

Les amplitudes des fonctions à saturation doivent vérifier les contraintes dans (2.68-2.71).

## 2.5 Simulation

Dans cette section, nous proposons l'exemple du PVTOL traité par A.Teel dans [7] et [8]. Prenons le modèle (2.16), nous nous sommes intéressés à la régulation du PVTOL dans une certaine position désirée  $(x_d, y_d)$  avec  $\theta_d = 0$ . Nous allons montrer par des simulations que l'algorithme de régulation basé sur des saturations emboîtées présente une certaine robustesse aux entrées corrompues. Des tests de robustesse vont être établis pour valider cela.

### 2.5.1 Le modèle Simulink

Notre modèle Simulink contient deux cas :

- Le système libre où  $u = (u_1, u_2) = (0, 0)$ .
- Le système commandé où nous allons appliquer les lois de commande  $u_1$  et  $u_2$ .

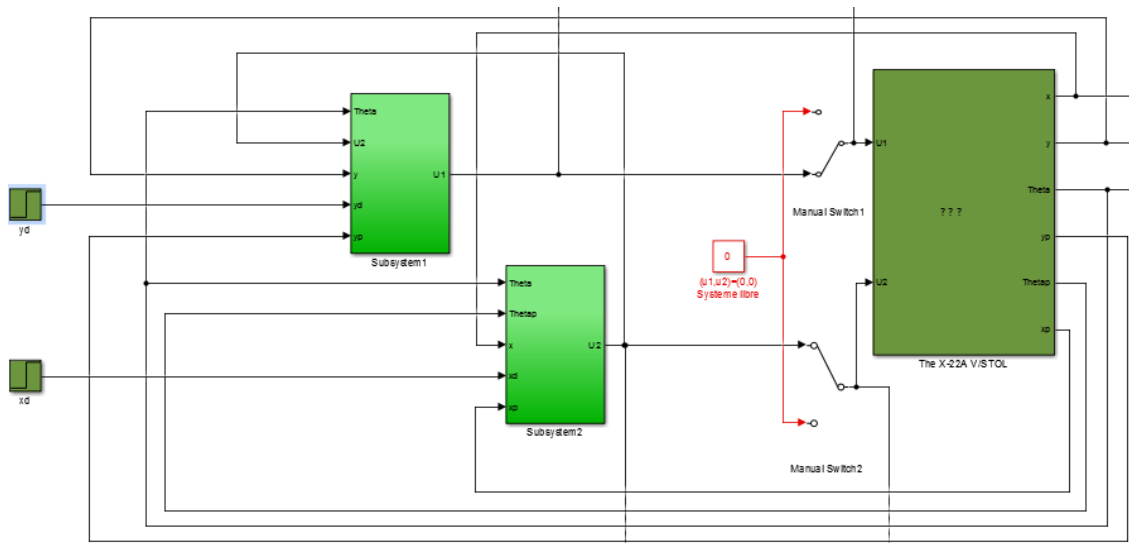


FIGURE 2.2 – Le modèle Simulink du PVTOL

### Le PVTOL libre

Le système n'est soumis à aucune loi de commande.

Prenons une condition initiale  $(x_0, y_0) = (30, 40)$ , le  $y(t)$  va décroître sans aucun déplacement horizontal (pas de variation en  $x$ ) ce qui correspond à la chute libre du PVTOL (figure 2.4).



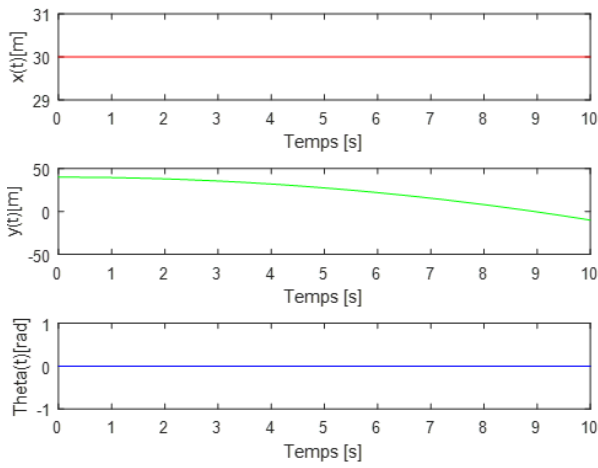


FIGURE 2.3 – La réponse libre du PVTOL

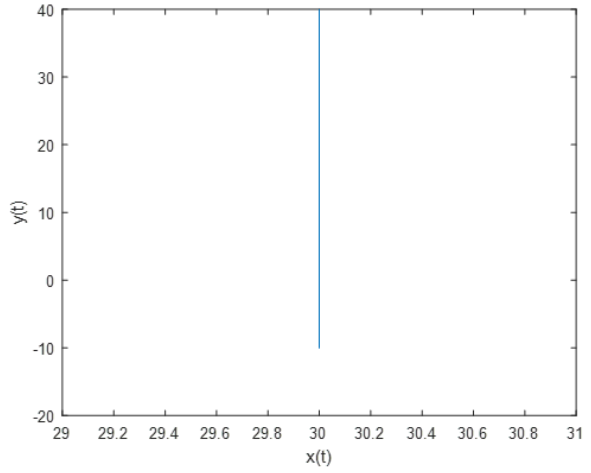


FIGURE 2.4 – La trajectoire parcourue par le PVTOL dans le plan  $xOy$  (cas libre)

### Le PVTOL commandé

Le PVTOL est soumis à deux commandes  $u_1$  et  $u_2$  qui le ramènent à une référence  $(x_d, y_d)$ . Par exemple, nous avons pris  $(x_d, y_d) = (200, 10)$  avec des conditions initiales  $(x_0, y_0) = (0, 0)$ , et cela représente une phase de décollage et une phase de déplacement horizontal (figure 2.6).

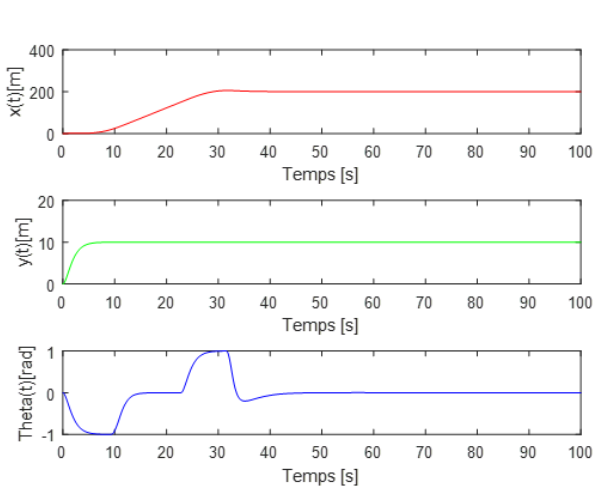


FIGURE 2.5 – La réponse forcée du PVTOL

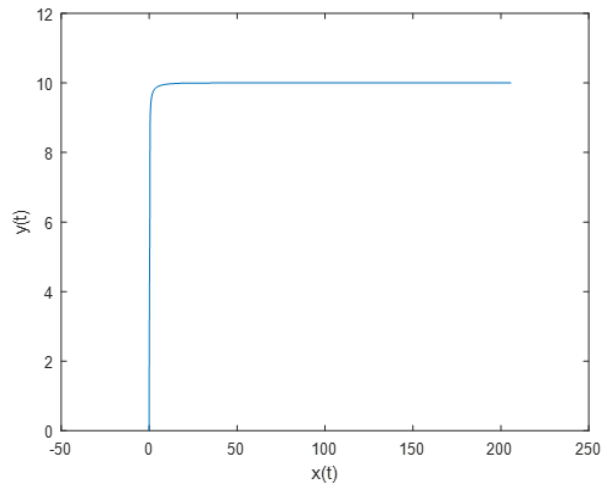


FIGURE 2.6 – La trajectoire parcourue par le PVTOL dans le plan  $xOy$  (cas forcé)

Nous remarquons que d'après la (figure 2.5) le PVTOL suit la consigne parfaitement donc il est stable.

La (figure 2.6) montre l'efficacité de cette commande pour un vol autonome. Nous avons remarqué que cette commande a donné une priorité au décollage puis au déplacement horizontal. Elle est donc utile pour un vol autonome.

#### 2.5.2 Les tests de robustesse

Nous montrons dans ce qui suit la robustesse de la commande à saturation par rapport aux erreurs du modèle et aux entrées corrompues. Sachant que, le premier test de robustesse était déjà fait puisque la commande a été conçu en supposant que  $\epsilon = 0$  dans le modèle (2.16), et nous avons remarqué que le système est stable lorsqu'on a lancé la simulation précédente pour un  $\epsilon = 0.1$ .

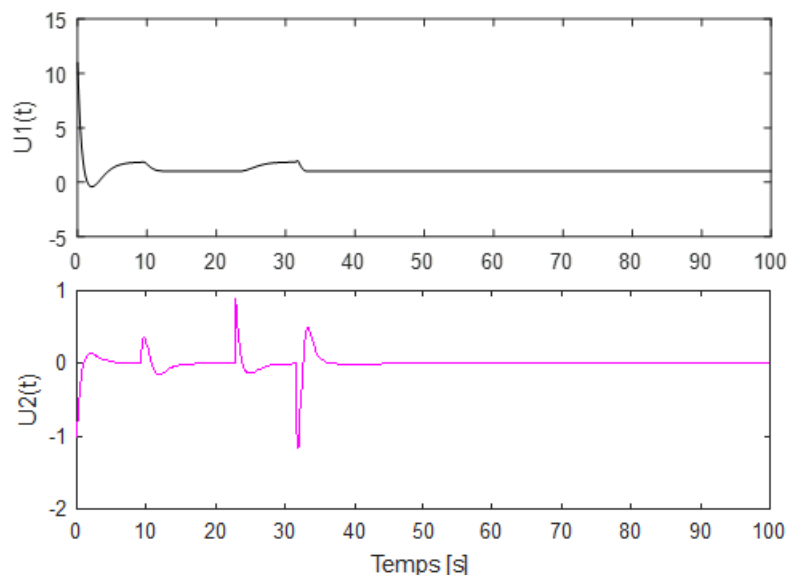


FIGURE 2.7 – L'allure des commandes  $u_1$  et  $u_2$

**Test 01 : La commande subit une saturation d'amplitude :**

Nous avons saturé les amplitudes des entrées. Par exemple, nous avons pris  $|u_1| \leq 3$  et  $|u_2| \leq 2$  ie ; les commandes qui vont attaquer le PVTOL sont  $sat_3(u_1(t))$  et  $sat_2(u_2(t))$  . Puis, nous avons donné une consigne  $(x_d, y_d) = (200, 100)$ .

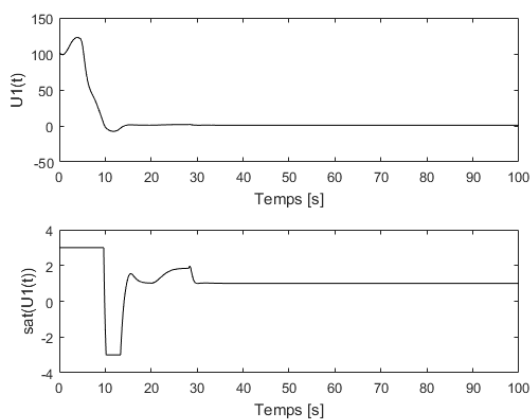


FIGURE 2.8 –  $u_1(t)$  et  $u_1(t)$  avec saturation d'amplitude

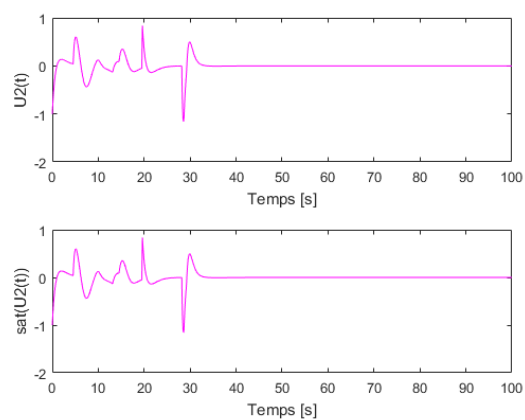


FIGURE 2.9 –  $u_2(t)$  et  $u_2(t)$  avec saturation d'amplitude

Nous avons visualisé les figures suivantes :

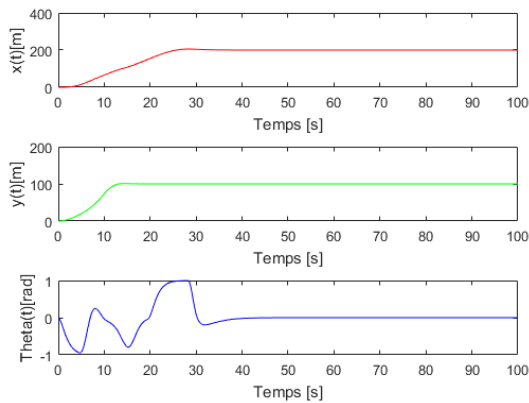


FIGURE 2.10 – La réponse forcé du PVTOL

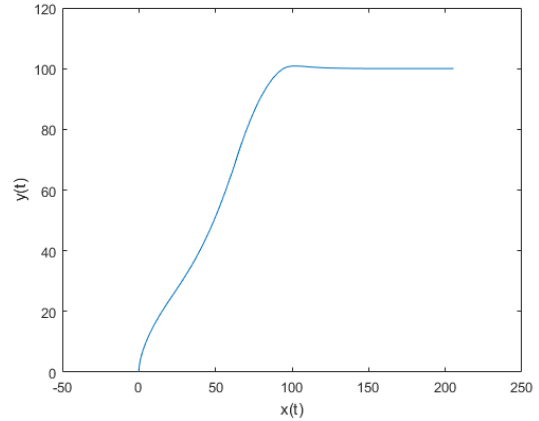


FIGURE 2.11 – Trajectoire parcourue par le PVTOL dans le plan  $xOy$

Nous pouvons remarqué qu'après une saturation très importantes des amplitudes des entrées  $u_1$  et  $u_2$ , le système conserve sa stabilité. Cela illustre une certaine robustesse.

### Test 02 : La commande subit un retard :

Nous avons appliqué un retard de 0.3 seconde sur la deuxième entrée. Ce qui veut dire que la vraie commande qui va attaquer le système est  $u_2(t - 0.3)$ . En prenant la même consigne que la précédente, nous avons eu la réponse représentée par la figure suivante (figure 2.12) :

Nous avons remarqué que plus le retard est faible plus les performances de cette commande sont

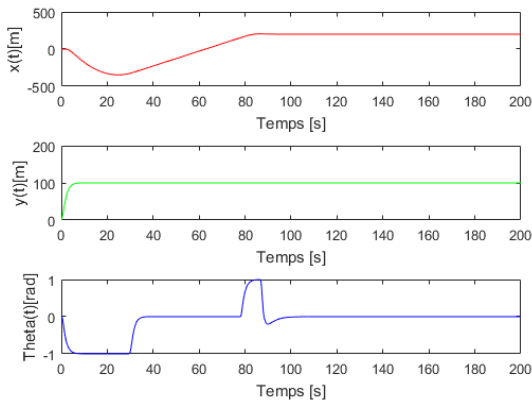


FIGURE 2.12 – La réponse lorsqu'il s'agit d'un retard sur la deuxième entrée

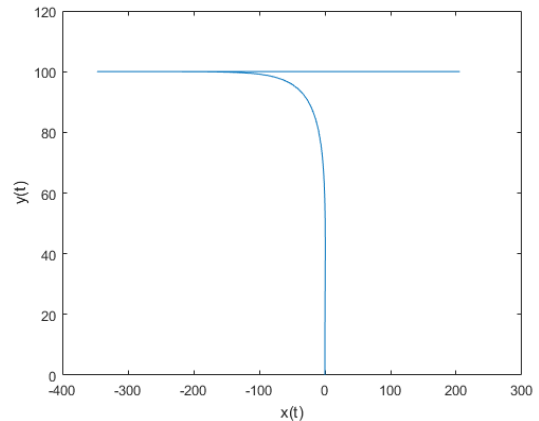


FIGURE 2.13 – La trajectoire dans le plan ( $xOy$ )

meilleures. Le point positif est que malgré le retard exercé sur la deuxième entrée, le PVTOL va rejoindre la consigne après un certain temps donc il reste stable d'un point de vue théorique.

## 2.6 Conclusion

La commande à saturation est une commande qui a de très bonnes performances montrées par simulation. Par comparaison à d'autres contrôleurs en littérature (voir [2] et [8]), l'avantage est que cette loi de commande est robuste aux incertitudes sur le modèle par rapport à  $\epsilon$ , et aux entrées corrompues.

Le PVTOL peut être vue en tant qu'un cas particulier des VTOL, ce qui conduit à une simplification théorique exploitable pour la synthèse d'une loi de commande à saturation pour le drone quadrirotor que nous allons traiter dans un chapitre avancé de ce mémoire.

# Chapitre 3

## Les drones (UAV)

### 3.1 Introduction

Les aéronefs dénommés drones sont des véhicules aériens sans pilote à bord, télécommandés ou autonomes. Traduction anglaise du mot « faux-bourdon », le terme drone a été choisi en référence au bruit produit par les moteurs de tondeuses à gazon que propulsaient les premiers prototypes. Dans la littérature, les sigles anglo-saxons U.A.V. (Unmanned Aerial Vehicle) et R.P.A.S. (Remotely Piloted Air System) désignent également ces aéronefs et les systèmes qui les utilisent.

### 3.2 Histoire des drones

L'intérêt actuel pour les drones ne doit pas masquer le fait qu'ils ont déjà une longue histoire : au cours de la première guerre mondiale, quelques spécialistes audacieux ont réussi à faire voler des avions-cibles radiocommandés, sans pilote à bord [1].

L'arrivée de l'informatique dans les années 1960 a alors permis d'envisager des engins autonomes, capables d'opérer au-dessus d'une zone donnée afin d'y recueillir de précieuses informations. C'est à cette époque que sont apparus en France les premiers drones européens, tel le R20 développé par la société Nord-Aviation et dérivé de l'engin cible CT20 utilisé comme cible pour les avions de chasse ou les missiles. Destiné à la surveillance des champs de bataille, ce drone de reconnaissance R20, opérationnel de 1966 à 1976, est muni d'un programme de vol interne, ce qui le rend insensible aux brouillages. Depuis cette époque, les progrès considérables réalisés dans des domaines tels que l'informatisation, la robotique, l'optronique, l'imagerie radar ou encore la transmission de données ont permis d'étendre l'utilisation des drones à des missions de plus en plus diversifiées. De plus, le concept de conflit « zéro mort », d'origine américaine – en réalité le souhait d'une stricte limitation des pertes humaines –, ne peut qu'amplifier l'emploi de ces engins.

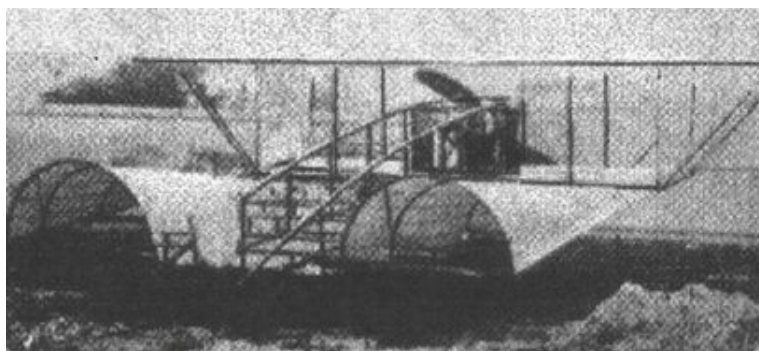


FIGURE 3.1 – D-table

Le concept naît pendant et après la Première Guerre mondiale : des prototypes d'avions sans pilote radio-commandés ont ainsi vu le jour, avec des tentatives de « torpilles aériennes » (telle

le Kettering Bug) télécommandées par télégraphie sans fil et embarquant un gyroscope, mais ce type d'avions n'a jamais été opérationnel sur le terrain. En 1916, au Royaume-Uni, fut conçu l'Aerial Target, un projet d'avion-cible, par l'ingénieur Archibald Low. En 1917, aux États-Unis, le projet Hewitt-Sperry automatic airplane des ingénieurs Elmer Ambrose Sperry, Lawrence Sperry et Peter Cooper Hewitt se développe (figure 3.1).

Des prototypes d'avions-cibles autonomes furent ensuite construits dans les années 1934-1938 au Royaume-Uni et aux États-Unis d'Amérique où le Radioplane OQ-2, qui était d'abord un jouet prenant la forme d'avion de taille réduite télépiloté, fut construit à plusieurs exemplaires avant de susciter l'intérêt de l'armée américaine. En 1941, l'US Navy passa commande d'un nouveau modèle baptisé Target Drone Denny 1 (TDD-1), fabriqué à Los Angeles à plus de mille exemplaires (figure 3.2).



FIGURE 3.2 – Denny

L'armée allemande développa à partir de 1938 des recherches sur des vecteurs guidés à distance et prenant la forme de bombes planantes anti-navires, de bombes antichar radioguidées et surtout de véhicules à chenilles filoguidés : en 1943 fut par exemple opérationnel le Goliath, d'après le prototype confisqué à Adolphe Kégresse. Les avions sans pilote V1 et le missile V2 allemands de la Seconde Guerre mondiale (1939-1945), n'étant ni guidés à distance, ni capables de navigation autonome (à part la chute finale programmée du V1) peuvent-ils être considérés comme des drones ? Plutôt des bombes volantes, mais le V1 à aile droite et pulsoréacteur dorsal a servi de modèle à des avions-cibles (« drone » en anglais). Durant cette guerre, les drones stricto sensu ne sont encore que des expérimentations, bien que le Goliath puisse être commandé à distance par fil (figure 3.3).

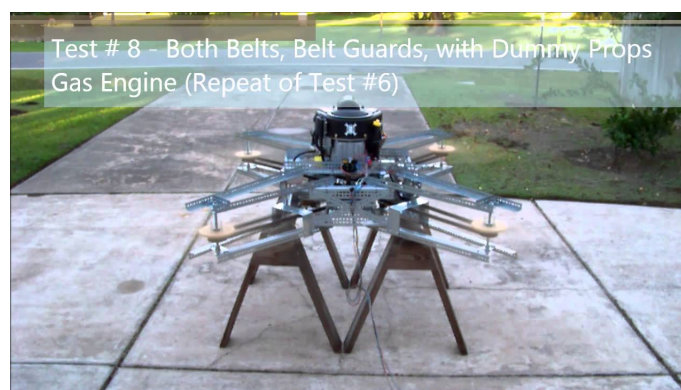


FIGURE 3.3 – Goliath

Le grand essor des drones date de la guerre de Corée et de celle du Viêt Nam. À cette époque de la guerre froide, le drone a été développé de façon confidentielle par les États-Unis d'Amérique comme un moyen de supériorité stratégique et de rupture capacitaire devant permettre la surveillance et l'intervention militaire chez l'ennemi sans encourir les risques

humains que l'opinion ne supportait pas. Il est notamment utilisé pour larguer des tracts dans le cadre de la guerre psychologique. Cette supériorité a été acquise au travers de l'innovation technologique, surtout dans les domaines de l'automatique et des transmissions. Les transferts vers Israël de certains systèmes ont permis à ce pays de développer de façon pragmatique une collection de drones à vocation tactique à courte et moyenne portées et à transmissions directes de données.

Les programmes de recherche et de fabrication de drones s'intensifient pendant la guerre froide, l'incident de l'U-2 révélant la nécessité de développer des avions sans pilotes. Pour limiter les coûts de tests en soufflerie et d'essais en vol, de nombreux projets s'appuient sur les progrès de la modélisation aérodynamique poussée (et sur la modélisation du comportement/réactivité du drone), mais l'absence de pilote à bord pose de nouveaux problèmes lors des essais en vol. Dans les années 1990, la doctrine de la guerre « zéro mort » conduit à développer les projets de drones armés à travers le monde mais la toute première utilisation de ceux-ci a lieu durant la guerre Iran-Irak où l'Iran a déployé un drone armé de six RPG-7 (figure 3.4).

Dans les années 2000, le drone est de tous les conflits et opérations de maintien de la paix, dont au Kosovo ou au Tchad, lors des attaques aériennes américaines au Pakistan ou contre la piraterie maritime, par les Américains qui l'ont introduit en 2009.



FIGURE 3.4 – Predator-and-hellfire

### 3.3 Classification des drones

On peut les classer selon quatre critères : la portée, La voilure, la taille, et le nombre de rotors.[1]

#### 3.3.1 En fonction de la portée

##### **Drone à portée très rapprochée**

Ils sont assimilables aux jouets favoris de la plupart des enfants. Ils peuvent voler jusqu'à 5 km avec un temps de vol de 20 à 45 minutes lorsqu'ils sont équipés de batteries puissantes. Certaines des unités les plus utilisées dans cette catégorie sont le Raven et le Dragon Eye.

##### **Drones à portée rapprochée**

Ces drones peuvent voler jusqu'à 50 km avec une batterie de secours de 1 à 6 heures. Étant donné qu'ils peuvent fonctionner pour des durées plus longues et peuvent couvrir de longues distances, ils trouvent leurs applications dans les missions de surveillance.

##### **Drones à courte portée**

Ils font un peu mieux que les drones à faible portée, de sorte qu'ils sont couramment utilisés pour des applications militaires. Ils peuvent parcourir jusqu'à une distance maximale de 150 km, ce qui signifie que la couverture est de près de 100 km de plus que celle des drones à portée rapprochée. Le temps de vol estimé pour les drones à courte portée est de 8 à 12 heures, donc ils sont utiles pour les applications de reconnaissance et d'espionnage.



FIGURE 3.5 – Very-close-range-drones

### **Endurance**

Voici la meilleure collection de drones qui possède un temps de vol impressionnant de 36 heures et peut facilement atteindre une hauteur maximale de 3000 pieds au-dessus du niveau de la mer facilement. Ces drones sont populaires pour les applications de surveillance haut de gamme.



FIGURE 3.6 – Endurance-drone

### **3.3.2 Selon la taille**

#### **Les très petits drones**

Ils peuvent être conçus avec une taille variant de celle d'un grand insecte à un dispositif mesurant jusqu'à 50 cm de long. Les deux modèles les plus courants dans cette catégorie sont : les mini Drones et les nano/micro drones. Les nano drones sont largement utilisés en raison de leur structure minuscule et de leur construction légère car ils fonctionnent comme des armes essentielles pour l'espionnage.

#### **Les mini drones**

Ils ont une taille un peu plus grande que les micro-drones, ce qui signifie qu'ils dépassent 50 cm mais ils ont une dimension maximale de 2 m. La plupart de ces modèles de drones sont conçus avec une construction des ailes fixes, même si certains sont dotés d'ailes rotatives. En raison de leur petite taille, ils ont une faible puissance.



FIGURE 3.7 – Mini-drones

### **Les drones moyens**

Cette catégorie de drones contient des modèles plus lourds que les précédents, mais beaucoup plus légers et plus petits que les avions. Ces drones peuvent peser jusqu'à 200 Kg et avoir une capacité de vol moyenne de 5 à 10 minutes. L'un des designs les plus populaires dans cette catégorie est l'UK Watchkeeper.

### **Les grands drones**

Les grands drones ont une taille quelque peu comparable à celle des avions et sont les plus utilisés pour les applications militaires. Les endroits qui ne peuvent pas être couverts avec des jets normaux sont généralement photographiés avec ces drones. Ils sont un dispositif principal pour les applications de surveillance. Les utilisateurs peuvent également les classer en différentes catégories en fonction de leur portée et de leurs capacités de vol.

#### **3.3.3 Drones à rotors**

Ils peuvent être classés en deux groupes : les mono-rotors et les multi-rotors(exemple : les quadri-rotors).

##### **Drone Mono-rotor**

La construction la plus courante dans les drones à rotor est généralement celle des modèles de type multi-rotor qui possèdent plusieurs rotors pour maintenir la position de l'appareil, mais dans le cas d'un modèle mono-rotor, vous trouverez un seul rotor à l'intérieur. On y retrouve également un rotor de queue qui aide simplement à contrôler la direction de l'appareil. Dans le cas où vous devez faire face à de hautes altitudes pour un transport de charges lourdes, et avez besoin d'un temps de vol plus rapide avec une résistance plus longue, les hélicoptères à un seul rotor peuvent être le meilleur choix pour vous.

##### **Les quadrirotors :**

Lorsqu'un multirotor est conçu avec quatre pales de rotor, alors il devient un quadricoptère. Ces dispositifs sont généralement contrôlés par des moteurs à courant continu de type brushless spécialement conçus pour. Deux des moteurs se déplacent dans le sens des aiguilles d'une montre, tandis que les deux autres fonctionnent dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Cela aide à décider d'un atterrissage en toute sécurité pour le quadricoptère. De tels appareils utilisent une batterie au lithium-polymère.





FIGURE 3.8 – Single-rotor-drone



FIGURE 3.9 – Quadcopter-drone

### 3.3.4 Selon la voilure

#### Les drones aux voilures fixes

Les designs sont tout à fait uniques par rapport aux drones de type multi-rotor couramment utilisés. Ils possèdent des ailes et ont l'apparence d'avions traditionnels. Ces drones ne sont pas capables de rester stables dans l'air car ils ne sont pas assez puissants pour lutter contre la force gravitationnelle. Ils trouvent leurs applications dans les enregistrements liés aux mouvements où ils peuvent avancer en fonction des capacités offertes par leur système de batterie intégrée.



FIGURE 3.10 – Fixed-wing-drone

## Les drones à voilure tournante

Ce sont les drones à voilure tournante ou VTOL (Vertical Take OFF and Landing)

## A ailes battantes

Ils ont un fonctionnement et une structure similaires aux oiseaux .



FIGURE 3.11 – Batante

## 3.4 Application des drones

Les drones peuvent avoir diverses contributions sur différents domaines.

-Dans le domaine militaire en partant du principe de «zéro mort»? largage de packs de survie, la surveillance maritime, aérienne et du trafic, marquage par laser d'un objectif au sol permettant le tir depuis un avion d'armes, la gestion des catastrophes, l'évaluation des dommages, inspection des pistes, mission de reconnaissance du terrain etc ...

-Dans le domaine civil : aide humanitaire, la topographie, la cartographie, l'aménagement des territoires., domaine média et artistique (le cinéma), peut être utilisé pour mettre en valeur certaines zones touristiques inaccessibles et des monuments ou de statuts, en agriculture( pour la détection des maladies et l'analyse des besoins engrais), ...

-Dans le domaine ludique : jeux , compétition

## 3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté un bref historique sur les drones et leur classification. A l'heure actuelle, le nombre de drones civils explose malgré des performances encore limitées et une réglementation restrictive. Ces drones vont-ils faire de l'ombre à l'aviation habitée? Il serait réducteur de le croire. Au contraire, les avions commerciaux vont certainement profiter des automatismes en cours de développement sur les drones, comme la mise en œuvre d'un atterrissage automatique en cas de malaise du pilote. De la même façon, l'ensemble des véhicules, drones compris, vont bénéficier des travaux en cours sur la voiture sans chauffeur. Au chapitre suivant, nous donnerons le modèle mathématique du drone quadrirotor et présenterons cette loi de commande à saturation pour le commander.

## Chapitre 4

# Modélisation dynamique du drone quadrirotor et conception d'une commande à saturation pour le quadrirotor

### 4.1 Introduction

Afin de concevoir une approche de commande stable et robuste, il est nécessaire d'abord de comprendre les mouvements du système, sa dynamique ainsi que ses équations de mouvements. Cette compréhension est inéluctable pour la conception de la commande. Dans ce chapitre, nous allons présenter le principe de vol et les différents mouvements d'un quadrirotor. Ensuite, nous allons nous intéresser au développement du modèle dynamique du quadrirotor afin de nous faciliter par la suite la conception de notre contrôleur.

### 4.2 Principe de fonctionnement d'un drone quadrirotor

Un quadrirotor possède comme son nom l'indique quatre rotors placés aux extrémités d'une croix, d'un plus(+) ou d'un H. Ce sont ces quatre rotors qui fournissent la force verticale (portance) qui permet à l'appareil de s'élever. En vol, le quadrirotor possède plusieurs mouvements possibles et peut évoluer suivant ses axes de lacet, tangage, et roulis. Le principe de mouvement d'un quadrirotor est assez particulier. En faisant varier les vitesses de rotation de chaque moteur, il est possible de manipuler le quadrirotor suivant ses différents axes, soit selon l'axe  $z$  pour monter/descendre, ou selon les axes  $x$  et  $y$  pour l'incliner à gauche/à droite ou en avant/arrière, ou selon l'axe de lacet pour le faire pivoter sur lui-même(Hicham, 2012).

#### 4.2.1 Lacet

La rotation autour de l'axe  $z$  est appelée lacet en aéronautique. Lorsque les moteurs tournent à vitesse égale le couple d'anti-rotation est nul et le quadrirotor ne tourne pas. Pour modifier l'angle de lacet, il faut faire varier la vitesse de rotation sur le couple d'hélices un et trois ou deux et quatre en fonction de l'angle désiré sur le lacet (figure4.1.

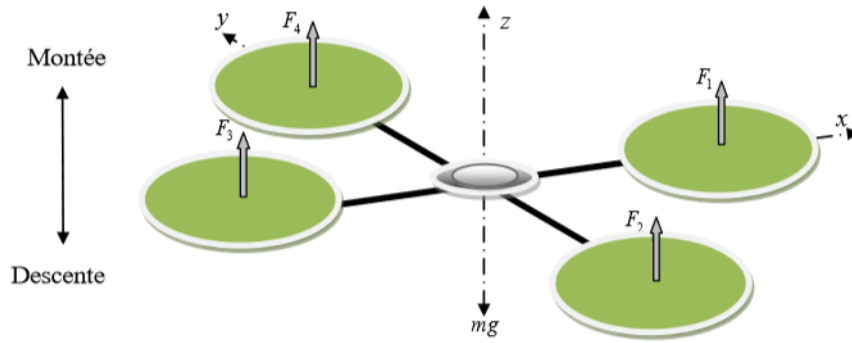


FIGURE 4.1 – Illustration-du-lacet

#### 4.2.2 Tangage et Roulis :

Le roulis et le tangage sont des mouvements qui provoquent l'inclinaison du quadrirotor selon les axes horizontaux (figure 4.2). Ces mouvements peuvent être assurés par le drone, en agissant sur la vitesse de l'un des quatre moteurs, est par conséquent sur la force des rotors.

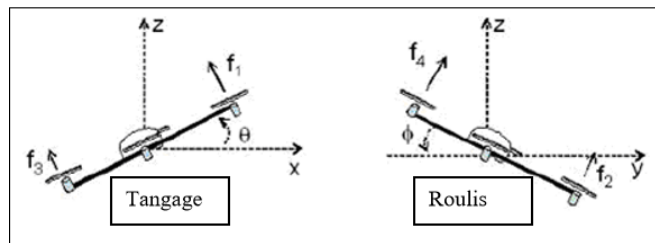


FIGURE 4.2 – mouvement-tangage-roulis

-Tangage : c'est une rotation autour de l'axe y et il est le résultat de la différence de poussée entre deux moteurs qui tournent dans le sens opposé. (figure 4.3).

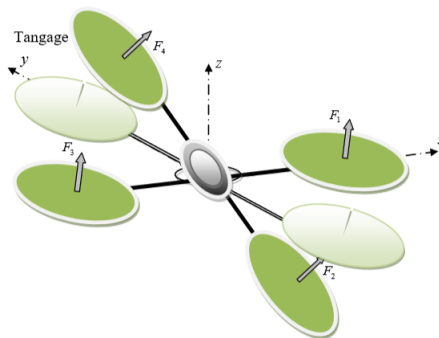


FIGURE 4.3 – Illustration-du-tangage

-Roulis : en aéronautique c'est la rotation autour de x et c'est la résultante de la différence de poussée entre deux moteurs qui tournent dans un sens figure 4.4.

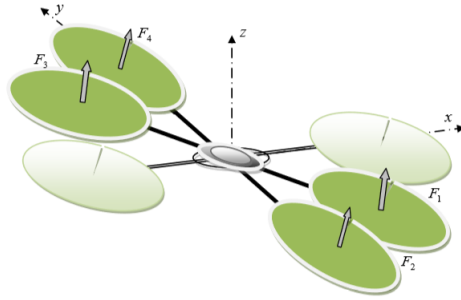


FIGURE 4.4 – Illustration-du-roulis

### 4.3 Mode de vol

En se référant aux mouvements possibles du quadrirotor le drone peut effectuer trois types de vol : un vol vertical, un vol stationnaire et un vol de translation.

#### 4.3.1 Vol vertical

Dans le vol vertical, les vitesses des quatre rotors sont identiques et il est assuré par la portance qui est opposé à la pesanteur.

#### 4.3.2 Vol stationnaire

On parle de vol stationnaire quand la force de Portance, et celle de pesanteur sont égales et opposées, le quadrirotor reste immobile.

#### 4.3.3 Vol de translation

Le vol de translation correspond à la navigation du quadrirotor sur un plan horizontal. Il est assuré en se basant sur les mouvements d'inclinaison tangage et roulis.

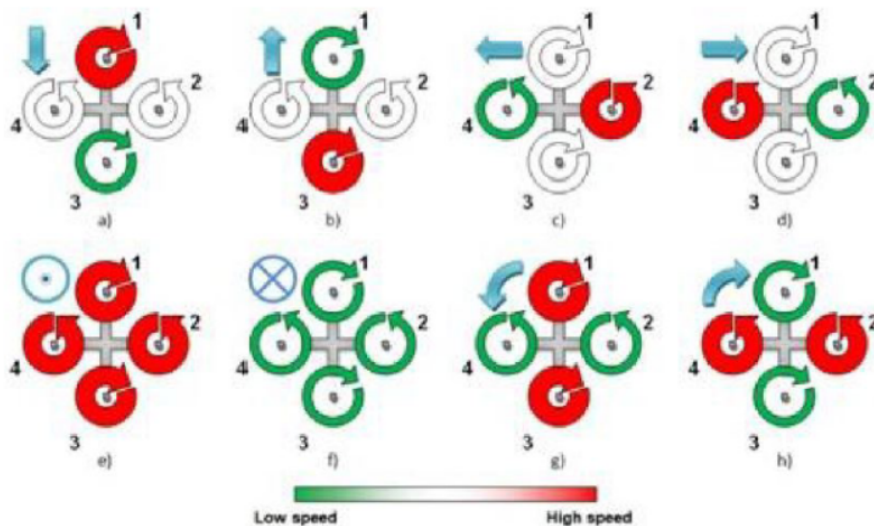


FIGURE 4.5 – Principe-de-fonctionnement-du-quadri

## 4.4 Effets physiques agissants sur le quadrirotor

### 4.4.1 Les forces

les forces qui agissent sur le système sont :

-La force de pesanteur (le poids du quadrirotor) :

$$P = mg \quad (4.1)$$

m : est la masse totale du quadrirotor.

g : est la gravité.

-Les forces de poussées : elles sont causées par la rotation des moteurs, elles sont perpendiculaires sur le plan des hélices. Ces forces sont proportionnelles au carré de la vitesse de rotation des moteurs :

$$F_i = bw_i^2 \quad (4.2)$$

avec b : le coefficient de portance et il dépend de la densité de l'air et nombre et de la forme des pales.

i : le nombre de rotors du drones ainsi  $i = 4$  pour le quadrirotor.

-Les forces de traînée : la force de traînée est le couplage entre une force de pression et la force de frottement visqueux, dans ce cas on a deux forces de traînée agissant sur le système : La traînée dans les hélices : elle agit sur les pales, elle est proportionnelle à la densité de l'air, à la forme des pales et au carré de la vitesse de rotation de l'hélice, elle est donnée par la relation suivante :

$$T_h = dw^2 \quad (4.3)$$

avec d est le coefficient de drag il dépend de la fabrication de l'hélice.

La traînée selon les axes (x,y,z) : elle est due au mouvement du corps du quadrirotor :

$$F_t = K_{ft}V \quad (4.4)$$

avec :  $K_{ft}$  le coefficient de traînée de translation et V la vitesse linéaire.

### 4.4.2 Les moments

Il y a plusieurs moments agissants sur le quadrirotor, ces moments sont dus aux forces de poussée et de traînée et aux effets gyroscopiques.

-Moments dus aux forces de poussées La rotation autour de l'axe x : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 2 et 4, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_x = l(F_4 - F_2) = lb(w_4^2 - w_2^2) \quad (4.5)$$

avec l est la longueur du bras entre le rotor et le centre de gravité du quadrirotor.

La rotation autour de l'axe y : elle est due au moment créé par la différence entre les forces de portance des rotors 1 et 3, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_y = l(F_3 - F_1) = lb(w_3^2 - w_1^2) \quad (4.6)$$

-Moments dus aux forces de traînée ; La rotation autour de l'axe z : elle est due à un couple réactif provoqué par les couples de traînée dans chaque hélice, ce moment est donné par la relation suivante :

$$M_z = d(w_1^2 - w_2^2 + w_3^2 - w_4^2) \quad (4.7)$$

Moment résultant des frottements aérodynamiques :

$$M_a = K_{ft}\Omega^2 \quad (4.8)$$

avec  $K_{ft}$  : Le coefficient des frottements aérodynamiques et  $\Omega$  est la vitesse angulaire.

### 4.4.3 Effet gyroscopique

L'effet gyroscopique se définit comme la difficulté de modifier la position ou l'orientation du plan de rotation d'une masse tournante. L'effet gyroscopique est ainsi nommé en référence au mode de fonctionnement du gyroscope, appareil de contrôle de mouvement utilisé dans l'aviation (du grec gyro qui signifie rotation et scope, observer).

Dans notre cas il y a deux moments gyroscopiques, le premier est le moment gyroscopique des hélices, l'autre est le moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor.

Moment gyroscopique des hélices : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gh} = \sum_1^4 \Omega \wedge J_r \begin{bmatrix} 0 & 0 & (-1)^{i+1} & w_i \end{bmatrix}^T \quad (4.9)$$

avec  $J_r$  l'inertie des rotors. Moment gyroscopique dû aux mouvements de quadrirotor : il est donné par la relation suivante :

$$M_{gh} = \Omega \wedge J\Omega \quad (4.10)$$

avec  $J$  l'inertie du système.

## 4.5 Description du système

Dans cette sous-section, nous décrivons le modèle dynamique le formalisme de Lagrange. Ce modèle est essentiellement obtenu en représentant le quadrirotor en tant que corps solide évoluant en 3D et soumis à quatre forces et quatre moments. La dynamique des quatre moteurs électriques est relativement rapide et par conséquent, certains forces et moments seront négligés ainsi que la flexibilité des pales.

les coordonnées généralisées du drones sont :

$$q = (x, y, z, \psi, \theta, \phi) \in \mathbb{R}^6 \quad (4.11)$$

où  $(x, y, z)$  désignent la position du centre de gravité du quadrirotor par rapport à I et aux angles d'euler  $(\psi, \theta, \phi)$  et représentent l'orientation du quadrirotor .

Par conséquent, le modèle se divise naturellement en translation et en rotation.

$$\xi = (x, y, z) \in \mathfrak{R}^3, \eta = (\psi, \theta, \phi) \in \mathfrak{S}^3 \quad (4.12)$$

L'énergie cinétique en translation du quadrirotor est :

$$T_{trans} \triangleq \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} \quad (4.13)$$

où  $m$  désigne la masse du quadrirotor. L'énergie cinétique de rotation est :

$$T_{rot} \triangleq \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta} \quad (4.14)$$

La matrice  $\mathbb{J}$  sert de matrice d'inertie pour toute l'énergie cinétique de rotation du quadrirotor exprimé directement par les coordonnées généralisées  $\eta$ . La seule énergie potentielle à prendre en compte est la norme potentiel gravitationnel donné par :

$$U = mgz \quad (4.15)$$

Le Lagrangien est :

$$\begin{aligned} L(q, \dot{q}) &= T_{trans} + T_{rot} - U \\ &= \frac{m}{2} \dot{\xi}^T \dot{\xi} + \frac{1}{2} \dot{\eta}^T \mathbb{J} \dot{\eta} - mgz \end{aligned} \quad (4.16)$$

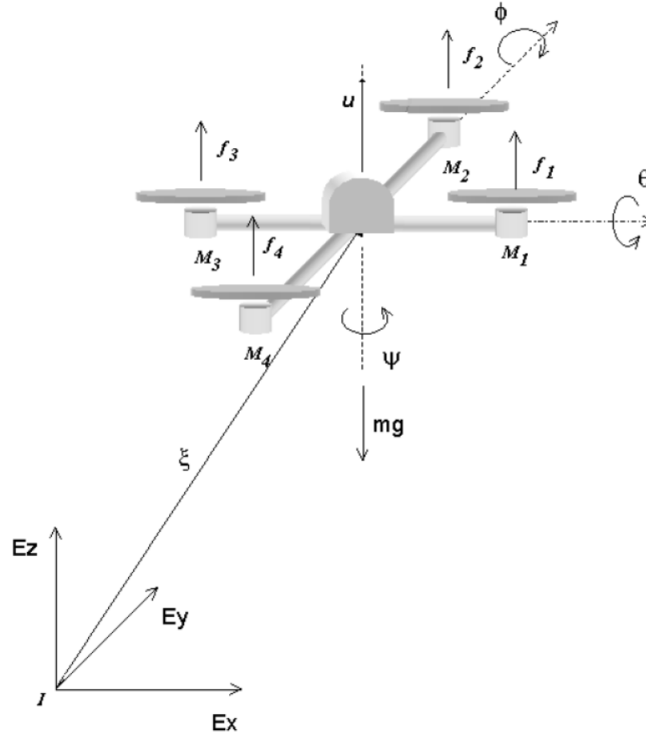


FIGURE 4.6 – Quadrrotor-dans-le-cadre-inertiel

le modèle dynamique du quadrirotor est obtenu par les équations d'Euler Lagrange

$$\frac{d}{dt} \frac{\delta \mathbb{L}}{\delta \dot{q}} - \frac{\delta \mathbb{L}}{\delta q} = F \quad (4.17)$$

où  $F = (F\xi, \tau)$ .  $\tau$  est le moment généralisé et  $F\xi$  est la force de translation appliquée au quadrirotor en raison des entrées de commande. Nous ignorons les petites forces du corps, car elles sont généralement d'une ampleur beaucoup plus petite que la entrées de commande principales  $u$  et  $\tau$ , alors nous écrivons :

$$\hat{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ u \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Ou d'après (figure4.6).

$$u = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 \quad (4.19)$$

D'après 4.2 on a

$$F_\xi = R\hat{F} \quad (4.20)$$

où  $R$  est la matrice de transformation représentant l'orientation du quadrirotor nous utilisons  $c\theta$  pour  $\cos \theta$  et  $s\theta$  pour  $\sin \theta$ .

$$R = \begin{pmatrix} C\theta C\psi & S\psi S\theta & -S\theta \\ .C\psi S\theta S\phi - S\psi C\phi & S\psi S\theta S\phi + C\psi C\phi & C\theta S\phi \\ .C\psi S\theta C\phi - S\psi S\phi & S\psi S\theta C\phi + C\psi S\phi & C\theta C\phi \end{pmatrix} \quad (4.21)$$

Les moments généralisés sur les variables  $\eta$  sont :

$$\tau \triangleq \begin{pmatrix} \tau_\psi \\ \tau_\theta \\ \tau_\phi \end{pmatrix} \quad (4.22)$$



avec

$$\tau_\psi = \sum_4^{i=1} \tau M_i.$$

$$\tau_\theta = (f_2 - f_4)l$$

$$\tau_\phi = (f_3 - f_1)l$$

où  $l$  est la distance entre les moteurs et le centre de gravité et  $\tau M_i$  est le couple produit par le moteur  $M_i$ .

Puisque le lagrangien ne contient aucun terme croisé dans l'énergie cinétique combinant  $\dot{\xi}$  et  $\dot{\eta}$  (4.16), l'équation d'Euler-Lagrange peut être partitionnée dans la dynamique des coordonnées  $\xi$  et de la dynamique  $\eta$ . On obtient

$$m\ddot{\xi} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ mg \end{pmatrix} = F_\xi \quad (4.23)$$

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} + \dot{\mathbb{J}}\dot{\eta} - \frac{1\delta}{2\delta\eta}(\dot{\eta}^T \mathbb{J}\dot{\eta}) = \tau \quad (4.24)$$

Définissons le vecteur Coriolis / Centripète

$$\vec{V}(\eta, \dot{\eta}) = \dot{\mathbb{J}}\dot{\eta} - \frac{1\delta}{2\delta\eta}(\dot{\eta}^T \mathbb{J}\dot{\eta}) \quad (4.25)$$

Nous pouvons écrire alors

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} + \vec{V}(\eta, \dot{\eta}) = \tau \quad (4.26)$$

Mais on peut ré-écrire  $\vec{V}(\eta, \dot{\eta})$  comme suit

$$\begin{aligned} \vec{V}(\eta, \dot{\eta}) &= \left( \dot{\mathbb{J}} - \frac{1\delta}{2\delta\eta}(\dot{\eta}^T \mathbb{J}) \right) \dot{\eta} \\ &= C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} \end{aligned} \quad (4.27)$$

Où  $C(\eta, \dot{\eta})$  est défini comme étant le terme Coriolis et contient le gyroscopique et les termes centrifuges associés à la dépendance de  $\eta$  de  $\mathbb{J}$ . Finalement on obtient .

$$m\ddot{x}i = u \begin{pmatrix} -\sin \theta \\ \cos \theta \sin \phi \\ \cos \theta \cos \phi \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix} \quad (4.28)$$

$$\mathbb{J}\ddot{\eta} = -C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + \tau \quad (4.29)$$

Pour simplifier, nous proposons une modification des variables d'entrée.

$$\tau = C(\eta, \dot{\eta})\dot{\eta} + \mathbb{J}\tilde{\tau} \quad (4.30)$$

Avec

$$\tilde{\tau} = \begin{pmatrix} \tilde{\tau}_\psi \\ \tilde{\tau}_\theta \\ \tilde{\tau}_\phi \end{pmatrix} \quad (4.31)$$

qui sont les nouvelles entrées , alors

$$\ddot{\eta} = \tilde{\tau} \quad (4.32)$$

Réécrivons les équations (4.28) et (4.30) :

$$m\ddot{x} = -u \sin \theta \quad (4.33)$$

$$m\ddot{y} = u \cos \theta \sin \phi \quad (4.34)$$

$$m\ddot{z} = u \cos \theta \sin \phi - mg \quad (4.35)$$

$$\ddot{\psi} = \tilde{\tau}_\psi \quad (4.36)$$

$$\ddot{\theta} = \tilde{\tau}_\theta \quad (4.37)$$

$$\ddot{\phi} = \tilde{\tau}_\phi \quad (4.38)$$

où  $x$  et  $y$  sont les coordonnées dans le plan horizontal, et  $z$  est la position verticale (figure 4.6)  $\psi$ , est l'angle de lacet autour de l'axe  $z$ ,  $\theta$  est l'angle de tangage autour de l'axe  $y$  et  $\phi$  est l'angle du roulis autour de l'axe  $x$ . Les entrées de commande  $u$ ,  $\tilde{\tau}_\psi$ ,  $\tilde{\tau}_\phi$ ,  $\tilde{\tau}_\theta$  sont les entrées de poussée totale ou collective .

## 4.6 Conception de la commande

Dans cette section, nous présenterons une stratégie de contrôle pour stabiliser le quadrirotor en vol stationnaire [4].

La procédure de synthèse du contrôleur régule chacune des variables d'état dans une séquence en utilisant une règle de priorité comme suit :

Nous concevons d'abord un contrôle pour stabiliser le déplacement angulaire en lacet.puis nous allons contrôler l'angle de roulis et le déplacement en  $y$  à l'aide d'un contrôleur conçu pour un PVTOL.

Enfin, l'angle de tangage  $\theta$  et le déplacement  $x$  sont contrôlés en utilisant à nouveau une stratégie conçue pour le PVTOL.

La stratégie de contrôle proposée est relativement simple. Cette propriété est importante lors de l'exécution d'applications en temps réel. En outre, les quatre contrôleurs ,les entrées peuvent fonctionner indépendamment en mode manuel ou automatique (figure 4.7). Pour des raisons de sécurité de vol, cette fonctionnalité est particulièrement importante lorsque mise en œuvre de la stratégie de contrôle.

En gros, chacune des entrées de contrôle peut être utilisée pour en contrôler un ou deux degrés de liberté comme suit : L'entrée de commande  $u$  est essentiellement utilisée pour que l'altitude atteigne une valeur désirée. L'entrée de commande  $\tilde{\tau}_{psi}$  est utilisée pour régler le déplacement en lacet à zéro.  $\tilde{\tau}_\theta$  est utilisé pour contrôler l'angle de tangage et le mouvement horizontal dans l'axe des  $x$ . De même  $\tilde{\tau}_{phi}$  est utilisé pour contrôler l'angle du roulis et le déplacement horizontal autour de l'axe  $y$  (figure4.8).

### 4.6.1 Contrôle du lacet et de l'altitude

Le contrôle de la position verticale peut être obtenu en utilisant l'entrée de contrôle suivante :

$$u = (r_1 + mg) \frac{1}{\cos \theta \cos \phi} \quad (4.39)$$

Avec

$$r_1 = -a_{z1}\ddot{z} - a_{z2}(z - z_d) \quad (4.40)$$

avec  $a_{z1}$  et  $a_{z2}$  sont des constantes positives et  $z_d$  est l'altitude désirée. La position angulaire du lacet peut être en appliquant :

$$\tilde{\tau}_\psi = -a_{\psi1}\ddot{\psi} - a_{\psi2}(\psi - \psi_d) \quad (4.41)$$

En effet, l'insertion de (4.39) et (4.41) dans (4.33)(4.36) on a :avec  $\cos \theta \cos \phi \neq 0$

$$m\ddot{x} = -(r_1 + mg) \frac{\tan \theta}{\cos \phi} \quad (4.42)$$

$$m\ddot{y} = (r_1 + mg) \tan \phi \quad (4.43)$$

$$\ddot{z} = \frac{1}{m}(-a_{z1}\ddot{z} - a_{z2}(z - z_d)) \quad (4.44)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{m}(-a_{\psi1}\ddot{\psi} - a_{\psi2}(\psi - \psi_d)) \quad (4.45)$$

Les paramètres de contrôle  $a_{\psi1}$ ,  $a_{\psi2}$ ,  $a_{z1}$ ,  $a_{z2}$  doivent être choisis avec précaution pour assurer une réponse stable bien amortie dans les axes vertical et du lacet.

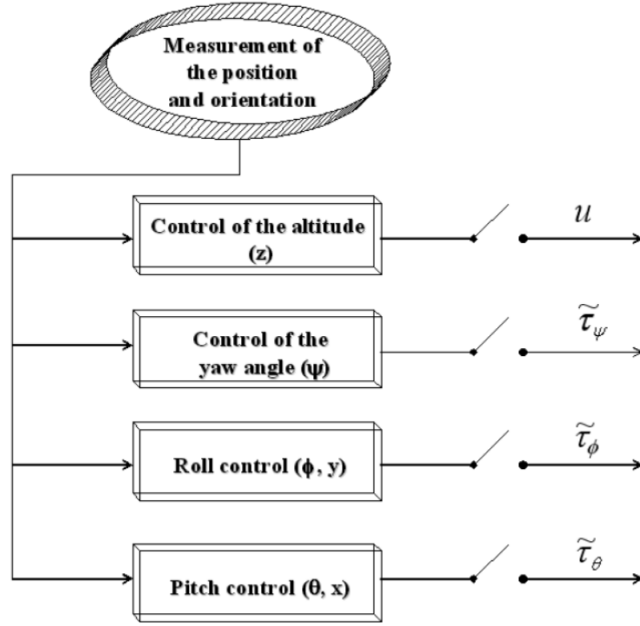


FIGURE 4.7 – Contrôleurs

Phase	Nom	Description
1	Contrôle de l'altitude	$u$ est utilisé pour faire que l'altitude atteigne la valeur désirée
2	Contrôle du Lacet	$\tilde{\tau}_\psi$ est utilisé pour définir le déplacement en lacet à zéro
3	Contrôle du Roulis	$\tilde{\tau}_\phi$ est utilisé pour le roulis et les déplacements horizontaux sur l'axe $y$
4	Contrôle du Tangage	$\tilde{\tau}_\theta$ est utilisé pour l'angle $\theta$ du tangage et les déplacements horizontaux sur l'axe $z$

FIGURE 4.8 – Description-de-la-commande

#### 4.6.2 Contrôle du Roulis ( $\phi, y$ )

Quand  $r_1 \rightarrow 0$  dans (4.40) et (4.44) et pendant un temps suffisamment grand donc (4.42) et (4.43) deviennent :

$$\ddot{x} = -g \frac{\tan \theta}{\cos \phi} \quad (4.46)$$

$$\ddot{y} = g \tan \phi \quad (4.47)$$

Nous allons d'abord examiner le sous-système donné par (4.38) et (4.47). Ensuite nous allons implémenter un contrôleur non linéaire basé sur des saturations imbriquées. Ce type de contrôle permet dans la limite une garantie de limites arbitraires pour  $\dot{\phi}$ ,  $\phi$ ,  $\ddot{y}$  et  $y$ . Et enfin pour simplifier davantage l'analyse, nous imposerons une très petite limite supérieure à  $\phi$  de telle sorte que la différence  $\tan \phi - \phi$  soit arbitrairement petite. Donc le sous-système (4.38) et (4.47) devient

$$\ddot{y} = g\phi \quad (4.48)$$

$$\ddot{\phi} = \tilde{\tau}_\phi \quad (4.49)$$

ce qui représente quatre intégrateurs en cascade. Ensuite, nous proposons :

$$\tilde{\tau}_\phi = -\sigma_{\phi 1}(\dot{\phi} + \sigma_{\phi 2}(\varsigma_{\phi 1})) \quad (4.50)$$

Avec  $\sigma_i(s)$  est une fonction de saturation telle que  $|\sigma_i(s)| \leq M_i$  pour  $i = 1, \dots, 4$  (voire figure 4.9), et  $(\varsigma_{\phi 1})$  sera défini ultérieurement pour assurer la stabilité globale.

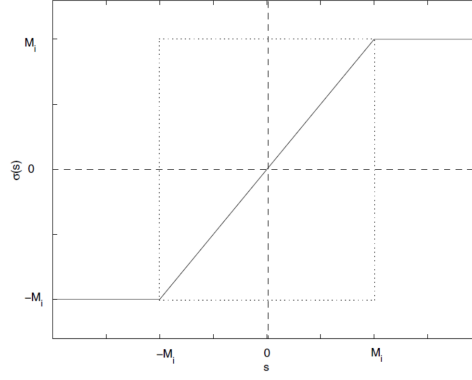


FIGURE 4.9 – Fonction-de-saturation

Nous proposons la fonction positive suivante :

$$V = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 \quad (4.51)$$

En différenciant  $V$  par rapport au temps, on obtient :

$$\dot{V} = \dot{\phi}\ddot{\phi} \quad (4.52)$$

Avec ( 4.49) et (4.50) on a :

$$\dot{V} = -\dot{\phi}\sigma_{\phi 1}(\dot{\phi} + \sigma_{\phi 2}(\varsigma_{\phi 1})) \quad (4.53)$$

On sait que que si  $|\dot{\phi}| > M_{\phi 2}$  puis  $\dot{V} < 0$  c'est à dire  $\exists T_1$  telle telle que  $|\dot{\phi}| \leq M_{\phi 2}$  pour  $t > T_1$  On définit :

$$\nu_1 = \dot{\phi} + \dot{\phi} \quad (4.54)$$

En dérivant (4.54) :

$$\dot{\nu}_1 = \dot{\phi} + \ddot{\phi} \quad (4.55)$$

$$= \dot{\phi} - \sigma_{\phi 1}(\dot{\phi} + \sigma_{\phi 2}(\varsigma_{\phi 1})) \quad (4.56)$$

Choisissons :

$$M_{\phi 1} \geq 2M_{\phi 2} \quad (4.57)$$

Grâce à la définition de  $\sigma(s)$  nous pouvons voir que  $|\sigma_i(s)| \leq M_i$ . Cela implique que en un temps fini,  $\exists T_1$  tel que  $|\dot{\phi}| \leq M_{\phi 2}$  pour  $t \leq T_1$ . Par conséquent, pour  $t \geq T_1$  alors  $|\dot{\phi} + \sigma_{\phi 2}(\varsigma_{\phi 1})| \leq 2M_{\phi 2}$ , S'en suit que  $\forall t \geq T_1$ .

$$\sigma_{\phi 1}(\dot{\phi} + \sigma_{\phi 2}(\varsigma_{\phi 1})) = (\dot{\phi} + \sigma_{\phi 2}(\varsigma_{\phi 1})) \quad (4.58)$$

En utilisant (4.56)et (4.58)

$$\dot{\nu}_1 = -\sigma_{\phi 2}(\varsigma_{\phi 1}) \quad (4.59)$$

Définissons

$$(\varsigma_{\phi 1}) = \nu_1 + \sigma_{\phi 3}(\varsigma_{\phi 2}) \quad (4.60)$$

En introduisant ce qui précède dans (4.60), il en résulte que

$$\dot{\nu}_1 = -\sigma_{\phi 2}(\nu_1 + \sigma_{\phi 3}(\varsigma_{\phi 2})) \quad (4.61)$$

Les limites supérieures sont supposées satisfaites :

$$M_{\phi 2} \geq 2M_{\phi 3} \quad (4.62)$$

Cela implique que  $\exists T_2$  tel que  $|\nu_1| \leq M_{\phi 3}$  for  $t \geq T_2$  . D'après l'équation (4.55) on peut voir que  $\forall t \geq T_2$ ,  $|\dot{\phi}| \leq M_{\phi 3}$ .  $M_{\phi 3}$  devrait être choisi assez petit pour que  $\tan \phi \approx \phi$ . Avec (4.61) et (4.62) , on voit que pour  $t \geq T_2$ ,  $|\nu_1 + \sigma_{\phi 3}(\varsigma_{\phi 2})| \leq 2M_{\phi 3}$ . Il s'en suit que  $\forall t \geq T_2$

$$\sigma_{\phi 2}(\sigma_{\phi 2}(\nu_1 + \sigma_{\phi 3}(\varsigma_{\phi 2}))) = \sigma_{\phi 2}(\nu_1 + \sigma_{\phi 3}(\varsigma_{\phi 2})) \quad (4.63)$$

En introduisant la fonction

$$\nu_2 = \nu_1 + \phi + \frac{\dot{y}}{g} \quad (4.64)$$

et dérivons

$$\dot{\nu}_2 = \dot{\nu}_1 + \dot{\phi} + \frac{\ddot{y}}{g} \quad (4.65)$$

En utilisant (4.48),(4.54),(4.61) et (4.63) dans (4.65) on obtient :

$$\dot{\nu}_2 = -\sigma_{\phi 3}(\varsigma_{\phi 2})) \quad (4.66)$$

Maintenant définissons  $\varsigma_{\phi 2}$  comme

$$\varsigma_{\phi 2} = \nu_2 + \sigma_{\phi 4}(\varsigma_{\phi 3}) \quad (4.67)$$

Réécrivons (4.66)

$$\dot{\nu}_2 = -\sigma_{\phi 3}(\nu_2 + \sigma_{\phi 4}(\varsigma_{\phi 3})) \quad (4.68)$$

Choisissons

$$M_{\phi 3} \geq 2M_{\phi 4} \quad (4.69)$$

Maintenant nous avons dans un temps fini  $\exists T_3$  tel que  $|\nu_2| \leq M_4$  pour  $t \geq T_3$ , cela implique dans (4.64) que  $\dot{y}$  est borné. Pour  $t \geq T_3$ ,  $|\sigma_{\phi 3}(\nu_2 + \sigma_{\phi 4}(\varsigma_{\phi 3}))| \leq 2M_{\phi 4}$ . Il s'ensuit que  $\forall t \geq T_3$ .

$$\sigma_{\phi 3}(\nu_2 + \sigma_{\phi 4}(\varsigma_{\phi 3})) = (\nu_2 + \sigma_{\phi 4}(\varsigma_{\phi 3})) \quad (4.70)$$

En définissant

$$\nu_3 \equiv \nu_2 + 2\frac{\dot{y}}{g} + \phi + \frac{y}{g} \quad (4.71)$$

Dérivons

$$\dot{\nu}_3 = \dot{\nu}_2 + 2\frac{\ddot{y}}{g} + \dot{\phi} + \frac{\dot{y}}{g} \quad (4.72)$$

Enfin en utilisant (4.48),(4.63), (4.68) et (4.70) dans (4.72) on obtient ;

$$\dot{\nu}_3 = -\sigma_{\phi 4}(\varsigma_{\phi 3}) \quad (4.73)$$

Nous proposons ( $\varsigma_{\phi 3}$ ) sous la forme suivante :

$$\varsigma_{\phi 3} \equiv \nu_3 \quad (4.74)$$

On a

$$\dot{\nu}_3 = -\sigma_{\phi 4}(\nu_3) \quad (4.75)$$

Et cela implique que  $\nu_3 \rightarrow 0$ . A partir de (4.68) il s'ensuit que  $\nu_2 \rightarrow 0$  et à partir de l'équation (4.67)  $\varsigma_{\phi 2} \rightarrow 0$ . A partir de (4.61)  $\nu_1 \rightarrow 0$  et à partir de (4.60)  $\varsigma_{\phi 1} \rightarrow 0$ .

Nous pouvons voir à partir de l'équation (4.53) que  $\dot{\phi} \rightarrow 0$ . A partir de (4.52)  $\phi \rightarrow 0$ . A partir (4.62)  $\dot{y} \rightarrow 0$  et enfin à partir de (4.69)  $y \rightarrow 0$ .

Tous ces déductions conjuguées font que l'on peut ré-écrire l'équation (4.50) :

$$\tilde{\tau}_\phi = -\sigma_{\phi 1}(\dot{\phi} + \sigma_{\phi 2}(\phi + \dot{\phi} + \sigma_{\phi 3}(2\phi + \dot{\phi} + \frac{\dot{y}}{g} + \sigma_{\phi 4}(\dot{\phi} + 3\phi + 3\frac{\dot{y}}{g} + \frac{y}{g})))) \quad (4.76)$$

### 4.6.3 Contrôle du Tangage ( $\theta, \mathbf{x}$ ) :

A partir de (4.48) et (4.76) on obtient  $\phi \rightarrow 0$  et (4.46) donne :

$$\ddot{x} = -\tan \theta \quad (4.77)$$

Enfin nous prenons le sous-système

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= -\tan \theta \\ \ddot{\theta} &= \tilde{\tau}_\theta \end{aligned} \quad (4.78)$$

Comme auparavant, nous supposons que la stratégie de contrôle assurera un très petit  $|\theta|$  de telle sorte que  $\tan \theta \approx \theta$ . Donc (4.77) se réduit à :

$$\ddot{x} = -g\theta \quad (4.79)$$

En utilisant une procédure similaire à celle proposée pour le contrôle du roulis, nous obtenons :

$$\tilde{\tau}_\theta = -\sigma_{\theta 1}(\dot{\theta} + \sigma_{\theta 2}(\theta + \dot{\theta} + \sigma_{\theta 3}(2\theta + \dot{\theta} + \frac{\dot{x}}{g} + \sigma_{\theta 4}(\dot{\theta} + 3\theta + 3\frac{\dot{x}}{g} + \frac{x}{g})))) \quad (4.80)$$

## 4.7 Simulation :

Dans la présente section, nous simulons (figure 4.10) le comportement du modèle dynamique d'un drone quadrirotor soumis aux lois de commande à saturation  $u, \tilde{\tau}_\psi, \tilde{\tau}_\phi, \tilde{\tau}_\theta$  pour la stabilisation de l'altitude et de l'angle du lacet. Nous montrons après la robustesse de la commande à la corruption de l'entrée en appliquant des saturations importantes sur les commandes et en les soumettant à des retards.

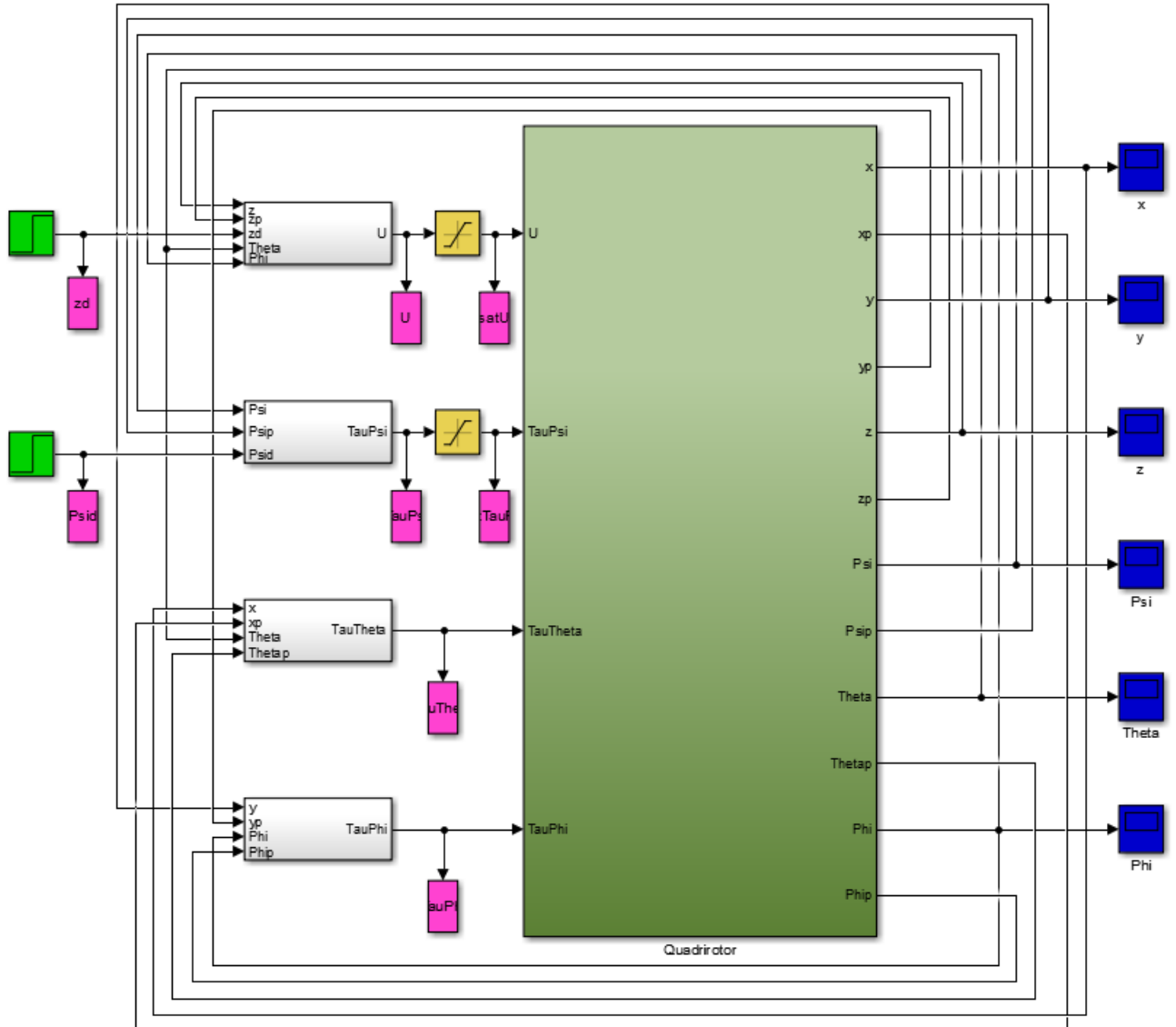


FIGURE 4.10 – Le modèle Simulink de commande du drone

Nous avons donné une consigne  $(z_d, \psi_d) = (200, 80)$ , et nous avons visualiser les figures suivantes :

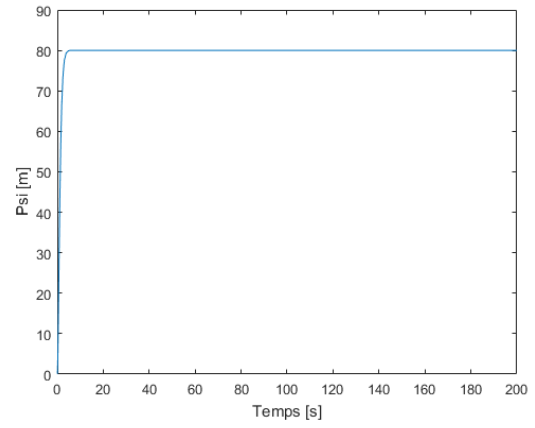
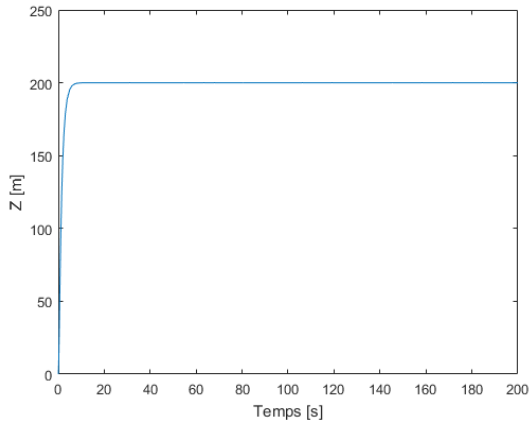


FIGURE 4.11 – La réponse du drone en altitude      FIGURE 4.12 – La réponse du drone en lacet

Nous remarquons que le système suit parfaitement la consigne et ses réponses ne présentent aucune oscillation donc le système est stable. Le temps de réponse est très bon que ce soit pour l'altitude ou pour l'angle du lacet.

### 4.7.1 Test de robustesse

#### Entrée soumis au saturation d'amplitude

Nous avons saturé le  $u$  tel que  $|u| \leq 6.38$  et le  $\tilde{\tau}_\psi$  tel que  $|\tilde{\tau}_\psi| \leq 16$

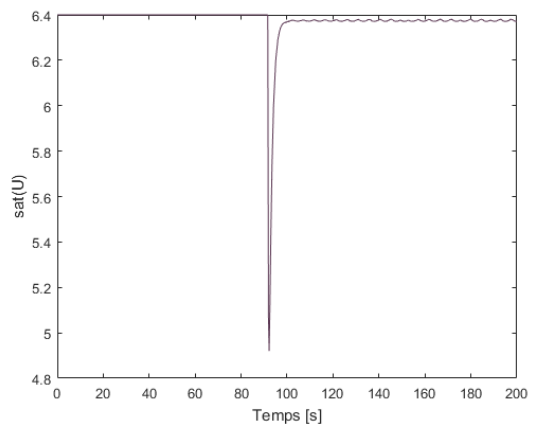
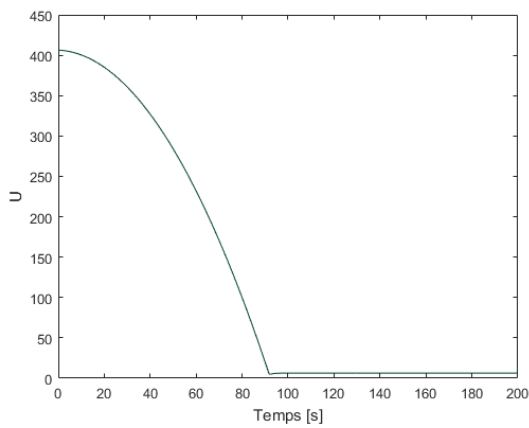


FIGURE 4.13 – La commande U1

FIGURE 4.14 – La commande U1 saturé

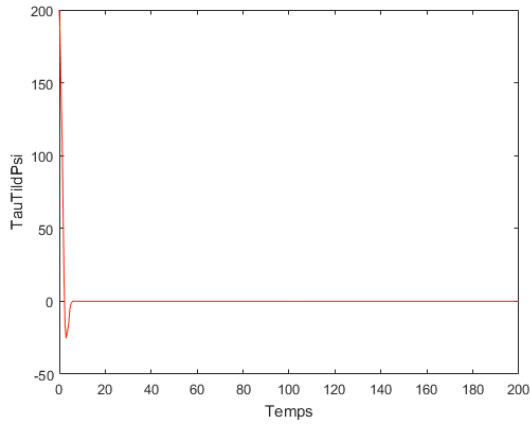


FIGURE 4.15 – La commande  $\tilde{\tau}_\psi$

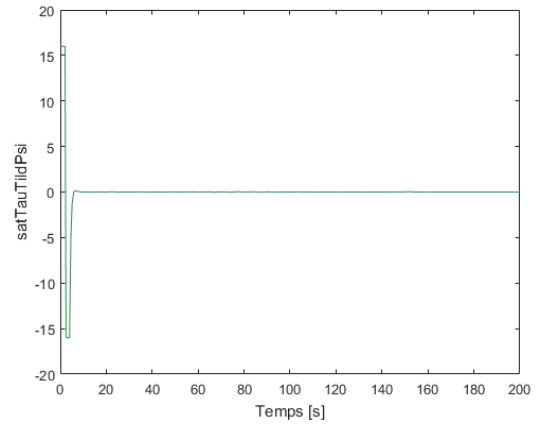


FIGURE 4.16 – La commande  $\tilde{\tau}_\psi$  saturé

En appliquant les commandes  $sat(U)$  et  $sat(\tilde{\tau}_\psi)$  montrées dans les figures 4.14 et 4.18. Nous avons visualisé les réponses suivantes figure :

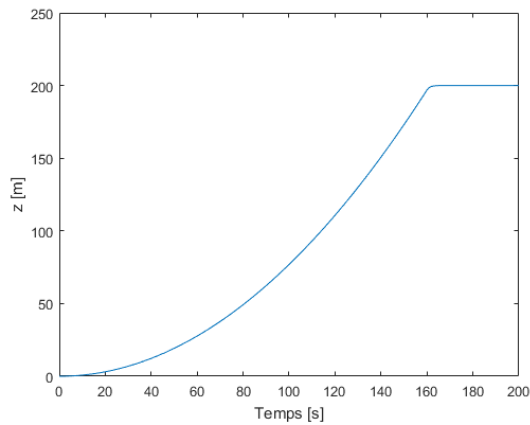


FIGURE 4.17 – La réponse en altitude dans le cas de saturation de  $U$

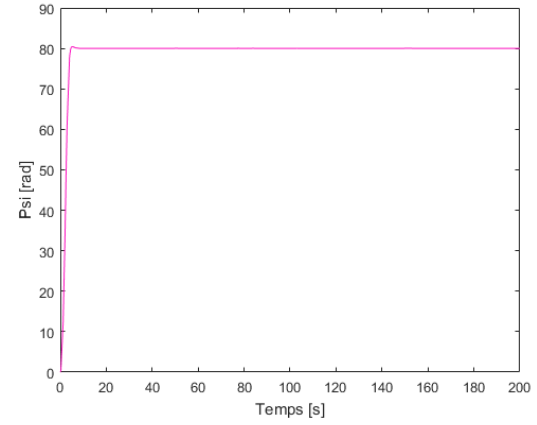


FIGURE 4.18 – La réponse en lacet dans le cas de saturation de  $\tilde{\tau}_\psi$

Une saturation importante des entrées de commandes  $u$  et  $\tilde{\tau}_\psi$  devrait engendrée une instabilité du drone. Mais par contre, notre système reste stable.



## Commande retardée

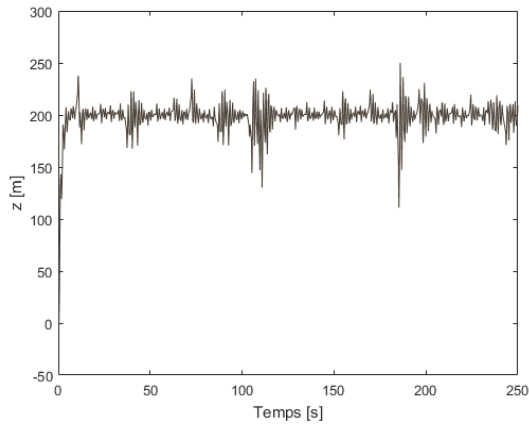


FIGURE 4.19 – La réponse en altitude dans le cas de retardation de  $U$  de 0.3 s

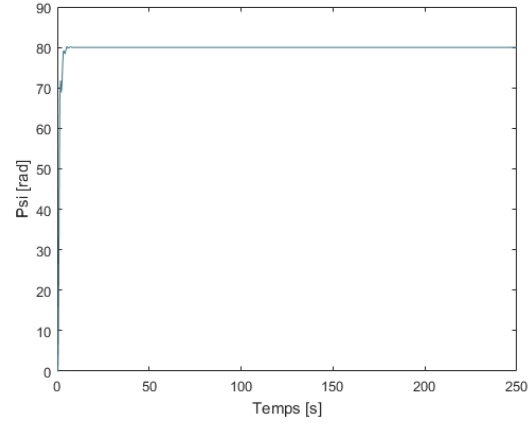


FIGURE 4.20 – La réponse en lacet dans le cas de retardation de  $\tilde{\tau}_\psi$  de 0.3 s

Pour un retard de 0.3s, nous avons remarquer que le  $\psi$  reste stable. Par contre, l'altitude présente des osciallations indésirables. Nous avons remarquer que l'amplitude de ces oscillations diminue en diminuant les bornes des saturations.

## 4.8 Conclusion

Il est évident que le modèle du drone quadrirotor présente une complexité par rapport à celui du PVTOL. Malgré ça, nous avons remarqué que la commande à saturation peut être applicable et elle peut garantir de bonnes performances pour ce qui concerne la stabilité asymptotique et temps de réponses très bonnes. La robustesse est un avantage de cette commande, cela était montré par les tests de robustesse qu'on a fait.

# Conclusion

Il est clair que les objets volants sans pilotes (UAV) sont devenus un sujet de recherche de plusieurs équipes et laboratoires ces dernières années et ont attiré l'attention de différentes organismes, que ce soit de sécurités, de jeux, de cinémas, d'agricultures...etc.

Pour garantir le bon fonctionnement de ces objets volant, nous avons compris que la clé c'est la commande. Si la commande est robuste elle pourra mieux s'adapter à l'environnement d'évolution du système et bien résister aux perturbations. Pour cela, nous avons présenté dans ce mémoire la commande à saturation qui a les avantages d'être robuste, ce qui veut dire qu'elle peut garder le système stable malgré l'imperfection du modèle, la présence d'incertitude ou la dégradation de fonctionnement qui ont été représenté dans ce mémoire par des saturations affectants les entrées de commandes.

Nos objectifs pour la conception et la construction de notre PVTOL et drone pour la validation de cette loi de commande à saturation expérimentalement étaient ambitieux. Mais à cause de l'insuffisance du temps la réalisation pratique n'a pas été faite. Cependant, nous espérons la mise en œuvre de cette loi de commande sur un système réel dans un futur proche.

Le choix des paramètres de réglage n'est pas optimisé. Il est envisageable d'optimiser ce choix dans le but d'améliorer les performances du système.

Nous avons voulu exploiter la robustesse de cette commande en saturant des entrées pour voir le système en tant qu'un système à commutation ou les combinaisons des bornes des saturations de la commande définissent les sous-systèmes. Cela est un nouveau aspect de recherche en automatique, cela définit la frontière entre la théorie des systèmes à commutation et leurs étude dans ce qu'on appelle une échelle de temps et l'automatique classique des systèmes continus et discrets.

# Bibliographie

- [1] Wikipedia the free encyclopedia.
- [2] I. Fantoni and R. Lozano. *Non-linear control for underactuated mechanical systems*. Springer Science & Business Media, 2001.
- [3] I. FANTONI-COICHOT. Vers l'autonomie des véhicules aériens. Master's thesis, Ecole doctorale de l'Université de Technologie de Compiègne, 2007.
- [4] P. C. Garcia, R. Lozano, and A. E. Dzul. *Modelling and control of mini-flying machines*. Springer Science & Business Media, 2006.
- [5] A. Hably. *Approches bornées pour la commande des drones*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble - INPG, 2007.
- [6] A. R. Teel. Global stabilization and restricted tracking for multiple integrators with bounded controls. *Systems & control letters*, 18(3) :165–171, 1992.
- [7] A. R. Teel. Examples of stabilization using saturation : an input-output approach. *IFAC Proceedings Volumes*, 28(14) :209–214, 1995.
- [8] A. R. Teel. A nonlinear small gain theorem for the analysis of control systems with saturation. *IEEE transactions on Automatic Control*, 41(9) :1256–1270, 1996.