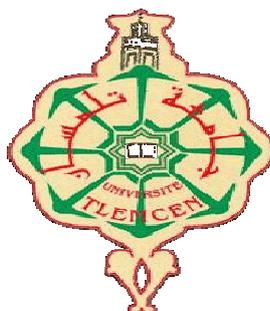


REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Aboubakr Belkaïd– Tlemcen

Faculté de TECHNOLOGIE



THESE

Présentée pour l'obtention du grade de **DOCTEUR EN SCIENCES**

En : Télécommunications

Par : M^r LACHACHI Djamal

Sujet

Caractérisation électromagnétique de nouvelles structures de coupleurs coaxiaux partiellement diélectriques pour des applications hautes puissances en télécommunications

Soutenue publiquement en décembre 2017 devant le jury composé de :

| | | | |
|--|------------|------------------|-----------------------|
| M ^r MERIAH SIDI MOHAMMED | Professeur | Univ. Tlemcen | Président |
| M ^r BENAHMED NASREDDINE | Professeur | Univ. Tlemcen | Directeur de thèse |
| M ^{me} BENABDALLAH NADIA | MCA | ESSAT-Tlemcen | Co-directeur de thèse |
| M ^r LASRI BOUMEDIENNE | Professeur | Univ. de Saida | Examineur 1 |
| M ^{me} BOUASSRIA FATIMA | MCA | Univ. de Saida | Examineur 2 |
| M ^{me} BEKRI YAMINA | MCA | Univ. de Mascara | Invitée |

RESUME : Les principaux travaux réalisés dans cette thèse sont résumés dans les points suivants :

- Caractérisation EM de la ligne coaxiale inhomogène (quasi-TEM) ;
 - Présentation et conception d'un nouveau type de coupleur Branchline ne présentant pas de discontinuités géométriques tout en développant des expressions analytiques rigoureuses pour l'ensemble des paramètres EM de la ligne coaxiale inhomogène. Notre type de coupleur, nous l'avons conçu pour fonctionner par exemple à 450 MHz et ses réponses couplée S_{31} et directe S_{21} sont meilleures que -3.73 dB dans une bande de fréquence s'étalant de 400 à 500 MHz, ce qui limite la bande passante à environ 14.3%. Les pertes de réflexion S_{11} et d'isolation S_{41} sont meilleures que -14.14 dB dans cette même bande passante.
 - Caractérisation EM de la ligne stripline cylindrique blindée TEM et proposition d'expressions analytiques pour ses paramètres EM ;
 - Caractérisation EM et conception de deux types de coupleurs directifs coaxiaux quasi-TEM rectangulaire à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales. La caractérisation et la conception ont été faites avec plus de détails et de précision tout en montrant au lecteur la méthode de conception de chaque type de structure. Le premier type, rectangulaire à conducteurs internes carrés quasi-TEM de dimensions $3.96 \times 7.06 \times 21 \text{ mm}^3$ a été validé par des simulations faites sous MATPAR. Les réponses fréquentielles de ses paramètres (S) montrent le couplage désiré de 20dB dans la bande de fréquence [1.6-2.4] GHz avec une excellente directivité d'environ 50 dB. Le deuxième type à lignes coaxiales quasi-TEM de 20 dB de couplage dans la bande de fréquence [1.5-2.6] GHz a été validé sous CST et a seulement $2.655 \times 4.759 \times 29.2 \text{ mm}^3$ de dimensions géométriques.
 - Caractérisation EM de nos nouvelles structures de coupleurs coaxiaux quasi-TEM : rectangulaires à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales circulaires, que nous avons obtenues en introduisant un diaphragme métallique permettant d'ajuster facilement le coefficient de couplage sans changer les dimensions géométriques du coupleur. Grâce à nos résultats de caractérisation EM, il nous a été très facile de concevoir deux coupleurs directifs quasi-TEM d'impédance caractéristique 50Ω et de couplage 20 dB.
 - Caractérisation EM et présentation d'expressions analytiques rigoureuses et précises des paramètres EM du coupleur stripline cylindrique blindé TEM ayant des erreurs relatives inférieures à 1%.
 - Conception et simulation de coupleur stripline TEM cylindrique blindé directif d'impédance caractéristique 50Ω , de 20 dB de couplage, fonctionnant à 2 GHz et ayant un minimum de directivité de 45 dB et une bonne isolation de 65 dB.
- Mots-clés :** Caractérisation EM, Lignes et coupleurs TEM et quasi-TEM de formes très complexes, MEF, expressions analytiques, conception, simulation, réponses fréquentielles.

ملخص : تتلخص الأعمال الرئيسية في هذه الأطروحة في النقاط التالية:

- تخصيص الكترومغناطيسي للخطوط المحورية شبه TEM ؛
 - عرض و تصميم نوع جديد من الروابط الموجهة Branchline منعقدة الانقطاعات الهندسية مع تقديم صيغ تحليلية للخطوط المحورية شبه TEM وتصميم رابط يشتغل على التردد 450 MHz
 - تخصيص الكترومغناطيسي و تقديم صيغ تحليلية لخطوط Stripline cylindrique blindée TEM
 - تخصيص الكترومغناطيسي وتصميم و محاكاة لنوعين من الروابط الموجهة شبه TEM صغيرة الحجم Rectangulaire à conducteurs internes carrés et à Lignes coaxiales يشتغلان على التردد 2 GHz
 - تخصيص الكترومغناطيسي وتصميم و محاكاة لنوعين جديدين من الروابط الموجهة شبه TEM صغيرة الحجم Rectangulaire à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales
 - تخصيص الكترومغناطيسي وتصميم و محاكاة رابط موجه ذي خصائص جيدة : 50Ω-stripline TEM cylindrique blindé
- كلمات المفاتيح :** الكترومغناطيسي - خطوط و روابط موجهة TEM وشبه TEM - أشكال معقدة للغاية - MEF - عبارات تحليلية - تصميم و محاكاة - استجابة ترددية.

ABSTRACT: The main works in this thesis are summarized in the following points:

- EM-characterization of inhomogeneous coaxial line (quasi-TEM);
- Presentation and design of a new type of Branchline coupler having no geometrical discontinuities while developing rigorous analytical expressions for all EM-parameters of the inhomogeneous coaxial line. Our type coupler designed to operate, for example, at 450 MHz has coupled (S_{31}) and direct (S_{21}) responses better than -3.73 dB in the frequency band [400-500] MHz, which limits the bandwidth to approximately 14.3%. Losses-reflection (S_{11}) and isolation (S_{41}) are better than -14.14 dB in the same bandwidth.
- EM-characterization of the TEM shielded and cylindrical stripline line and proposition of analytical expressions for its EM-parameters;
- EM-characterization and design of two types of quasi-TEM directional coaxial couplers: rectangular with square inner conductors, and coaxial lines. The characterization and the design were made with more detail and precision while showing the reader the design method for each type of structure. The first type, quasi-TEM rectangular with square inner conductors with $3.96 \times 7.06 \times 21 \text{ mm}^3$ of dimensions was validated by simulations under MATPAR. The frequency responses of its S-parameters show the desired coupling of 20dB in the frequency band [1.6-2.4] GHz with excellent directivity of approximately 50 dB. The second type quasi-TEM coaxial lines with 20 dB of coupling in the frequency band [1.5-2.6] GHz has been validated by CST and has only $2.655 \times 4.759 \times 29.2 \text{ mm}^3$ of dimensions.
- EM-characterization of our novel quasi-TEM coaxial couplers structures: rectangular with square inner conductors, and coaxial lines obtained by introducing a metallic diaphragm into the structure which permits to easily adjust the coupling coefficient without changing the geometrical dimensions of the coupler. With our EM-characterization results, it has been very easy to design two quasi-TEM 50Ω -directional couplers with 20 dB of coupling.
- EM-characterization and presentation of rigorous and precise analytical expressions for the EM-parameters of the TEM shielded cylindrical stripline coupler with relative errors lower than 1%.
- Design and simulation of a 50Ω -TEM shielded cylindrical stripline coupler of 20 dB of coupling, operating at 2 GHz and having a minimum directivity of 45 dB and a good isolation of 65 dB.

Keywords: EM-characterization, TEM and quasi-TEM lines and couplers with very complex shapes, FEM, analytical expressions, design, simulation and frequency responses.

REMERCIEMENTS

Je remercie ALLAH le tout puissant de m'avoir donné le Courage, l'Energie, la Volonté et la Patience de mener à terme ce présent mémoire.

Je tiens à exprimer mes sincères remerciements et ma profonde gratitude au Professeur BENAHMED Nasreddine mon directeur de Thèse à l'université de Tlemcen et lui adresse toutes mes expressions de reconnaissance et de respect pour son soutien, ses encouragements, sa disponibilité, son appui, son aide précieuse, son sérieux,... Et pour son dévouement pour la Science et la Technologie et pour ses qualités humaines.

Tous mes sincères et chaleureux remerciements s'adressent également à ma co-directrice de thèse Mme BENABDELLAH Nadia Maitre de Conférence à l'ESSAT-Tlemcen, pour sa précieuse contribution, son dévouement, son soutien et ses qualités humaines également.

Je tiens également à exprimer mes sincères et respectueux remerciements au Professeur MERIAH Sidi Mohammed du département de télécommunication de l'université de Tlemcen, qui a bien voulu accepter de présider le jury de ce mémoire.

Tous mes sincères remerciements s'adressent également à Mr LASRI Boumediene Professeur à l'université de Saida qui a bien voulu accepter d'être parmi les membres de ce jury de thèse.

Je remercie aussi infiniment Mme BOUASSRIA Fatima Maitre de Conférence à l'université de Saida d'avoir accepté d'être parmi les membres de ce jury de thèse.

Enfin je remercie sincèrement Mme BEKRI Yamina Maitre de Conférence à l'université de Mascara, pour sa contribution dans ce travail et pour son aide précieuse.

Et aussi j'adresse tous mes sincères remerciements aux responsables et au personnel administratif, à mes collègues enseignants et à tous ceux qui de près ou de loin m'ont soutenu afin de venir à terme de ce mémoire de thèse.

SOMMAIRE

| | |
|------------------------------|----------|
| Introduction générale | 1 |
|------------------------------|----------|

CHAPITRE I

Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique: Coupleur Branchline et Expressions

| | |
|---|----|
| I.1 INTRODUCTION | 5 |
| I.2 GENERALITES SUR LES LIGNES SANS PERTES | 6 |
| I.2.1 Existence des solutions transversales | 6 |
| I.2.2 Structures des solutions transversales | 7 |
| I.2.3 Solutions transversales | 7 |
| I.2.4 Décomposition de la solution et calcul du courant | 7 |
| I.2.5 Constantes primaires et secondaires..... | 9 |
| I.3 LIGNE COAXIALE TEM ET QASI-TEM..... | 10 |
| I.3.1 Description | 10 |
| I.3.2 Etablissement de l'équation de Laplace | 12 |
| I.3.3 Description du logiciel FREEFEM4 | 15 |
| I.3.4 Calcul des paramètres de la ligne coaxiale TEM et quasi-TEM | 17 |
| I.3.5 Validation et résultats de caractérisation numérique..... | 19 |
| I.3.6 Modèles analytiques développés..... | 22 |
| I.3.7 Conclusion..... | 23 |
| I.4 COUPLEUR BRANCHLINE A LIGNE COAXIALE TEM ET QASI-TEM | 24 |
| I.4.1 Conception de coupleur Branchline TEM fonctionnant à 450 MHz | 24 |
| I.4.2 Conception de coupleur Branchline quasi-TEM fonctionnant à 450 MHz..... | 27 |
| I.4.3 Conclusion..... | 29 |
| I.5 LIGNE STRIPLINE CYLINDRIQUE TEM..... | 30 |
| I.5.1 Description | 30 |
| I.5.2 Caractérisation numérique..... | 31 |
| I.5.3 Dérivation de modèles analytiques | 34 |
| I.5.4 Comparaisons entre les résultats analytiques et numériques | 36 |
| I.5.5 Conclusion..... | 37 |
| I.6 CONCLUSION GENERALE..... | 37 |

CHAPITRE II

Théorie succincte des lignes couplées

| | |
|--|----|
| II.1 INTRODUCTION | 39 |
| II.2 EQUATION DE DEUX LIGNES COUPLEES..... | 39 |
| II.2.1 Cas général | 39 |
| II.2.2 Eq. des lignes à cond. sans pertes dans un diélectrique homogène et sans pertes | 40 |
| II.3 EFFET DU COUPLAGE | 45 |
| II.3.1 Coupleurs directifs | 45 |
| II.3.2 Méthode de conception | 46 |
| II.4 CONCLUSION | 47 |

CHAPITRE III

Coupleurs coaxiaux quasi-TEM: Rectangulaires à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales

| | |
|---|----|
| III.1 INTRODUCTION..... | 48 |
| III.2 LIGNES COAXIALES COUPEES ET COUPLEES ... | 48 |
| III.2.1 Description..... | 48 |
| III.2.2 Grandeurs EM calculés par la MEF | 49 |
| III.3 COUPLEUR RECTANGULAIRE A COND. INTERNES CARREES QASI-TEM.... | 50 |
| III.3.1 Ligne coaxiale carrée à conducteurs internes carrés quasi-TEM | 50 |
| III.3.2 Coupleur quasi-TEM | 52 |
| III.4 COUPLEUR A LIGNES COAXIALES QASI-TEM | 57 |
| III.5 CONCLUSION | 61 |

CHAPITRE IV

Coupleurs coaxiaux quasi-TEM à diaphragmes métalliques et TEM stripline cylindriques blindés

| | |
|---|----|
| IV INTRODUCTION | 63 |
| IV.1 COUPLEURS COAXIAUX QASI-TEM ET A DIAPHRAGMES METALLIQUES | 63 |
| IV.1.1 Description | 63 |
| IV.1.2 Coupleur rectangulaire quasi-TEM et à diaphragmes métalliques | 64 |
| IV.1.3 Coupleur à lignes coaxiales quasi-TEM et à diaphragmes métalliques | 66 |
| IV.1.4 Conclusion..... | 68 |
| IV.2 COUPLEUR STRIPLINE CYLINDRIQUE TEM..... | 69 |
| IV.2.1 Introduction | 69 |
| IV.2.2 Description | 70 |
| IV.2.3 Caractérisation EM par la MEF..... | 70 |
| IV.2.4 Dérivation de modèles analytiques..... | 74 |
| IV.2.5 Exemple de conception d'un coupleur TEM stripline cylindrique | 78 |
| IV.2.6 Conclusion..... | 80 |

| | |
|----------------------------|-----------|
| Conclusion générale | 81 |
| Références | 84 |

ANNEXE A

Méthode des éléments finis (MEF)

| | |
|---|----|
| A.1 Introduction | 8 |
| A.2 Méthode des éléments finis (MEF) | 8 |
| A.2.1 Approximation d'une fonction | 8 |
| A.2.2 Définition de la géométrie des éléments..... | 8 |
| A.2.3 Élément triangulaire et règle de maillage | 94 |
| A.2.4 Élément triangulaire de Lagrange..... | 95 |
| A.2.5 Méthode générale d'utilisation de la MEF | 98 |
| A.3 Conclusion..... | 98 |
| A.4 Références | 98 |

ANNEXE B

Théorie simplifiée du coupleur Branchline

| | |
|---|-----|
| B.1 Théorie simplifiée du coupleur Branchline | 99 |
| B.2 Références | 102 |

ANNEXE C

Paramètres EM de coupleurs coaxiaux quasi-TEM à diaphragmes métalliques

| | |
|---|-----|
| C.1 COUPLEUR RECTANGULAIRE A DIAPHRAGMES METALLIQUES..... | 103 |
| C.1.1 Schéma de la section transversale du coupleur : | 103 |
| C.1.2 Paramètres EM : | 103 |
| C.2 COUPLEUR A LIGNES COAXIALES ET A DIAPHRAGMES METALLIQUES..... | 107 |
| C.2.1 Schéma de la section transversale du coupleur : | 107 |
| C.2.2 Paramètres EM : | 107 |

ANNEXE D

Paramètres EM du coupleur TEM stripline cylindrique blindé

| | |
|---|-----|
| D.1 COUPLEUR TEM STRIPLINE CYLINDRIQUE BLINDE | 111 |
| D.1.1 Schéma de la section transversale du coupleur : | 111 |
| D.1.2 Paramètres EM..... | 111 |

TRAVAUX SCIENTIFIQUES

INTRODUCTION GENERALE

Les systèmes de communications modernes s'imposent comme des éléments primordiaux dans le fonctionnement de la majorité des applications civiles, scientifiques, spatiales ou militaires. Les circuits traditionnels issus de la microélectronique et fonctionnant à des fréquences basses ne pouvant plus répondre aux demandes exigées par les cahiers de charges, vont céder la place à de nouveaux dispositifs radiofréquences ou micro-ondes. Ces circuits conçus à partir des technologies et des topologies émergentes pour fonctionner à des fréquences allant jusqu'à une centaine de gigahertz, doivent présenter de très faibles pertes et une puissance élevée en transmission, répondre aux demandes de miniaturisation, et enfin assurer un faible coût de production. Les réalisations en circuits micro-ondes et millimétriques font appel de plus en plus à l'emploi de lignes de transmission et la majorité des circuits fonctionnant jusqu'à une vingtaine de gigahertz pourra être en technologie coaxiale, microruban ou coplanaire.

Aussi les quantités d'informations exigées par les utilisateurs, dans ces systèmes sont de plus en plus importantes. Afin de pouvoir les traiter, nous avons besoin de dispositifs ayant des réponses fréquentielles de plus en plus vastes. Dans le domaine des micro-ondes, la bande passante des circuits passifs distribués est relativement limitée vu leur caractère sélectif. De ce fait, l'existence de circuits à bande large est plus que nécessaire. Parmi ces circuits, nous nous sommes intéressés, en grande partie dans cette thèse, aux coupleurs directifs et plus particulièrement au coupleur coaxiaux inhomogènes (quasi-Transverse Electro-Magnétique) dont l'utilisation est accentuée dans l'instrumentation (circuits de télécommunications et de mesures RF/microondes à hautes puissances).

De nos jours, les dispositifs disponibles sont des coupleurs microrubans, des coupleurs en guide d'ondes et des coupleurs coaxiaux. Les coupleurs microrubans sont utilisés pour des applications à larges bandes; malheureusement leurs pertes significatives peuvent empêcher leur utilisation quand une manipulation de puissance élevée est exigée. Les coupleurs en guide d'ondes sont utilisés dans des applications de puissance élevée, mais ne sont pas une solution pratique pour un usage à large bande, puisque le premier mode est limité en basses fréquences par la fréquence de coupure et les modes d'ordre plus supérieur limitent la fréquence haute. Par suite, les coupleurs coaxiaux directifs à air (partiellement diélectriques : quasi-TEM) sont la solution traditionnelle pour les puissances élevées quand les caractéristiques de la largeur de bande ne sont pas critiques et seraient idéales à cause de leurs faibles pertes d'une part et leurs champs quasi-TEM assurant une fréquence de coupure presque nulle. Ces derniers sont des coupleurs symétriques inhomogènes, de faibles pertes et de formes très complexes. La solution pratique adoptée est de partiellement remplir les lignes coaxiales couplées par le diélectrique. La couche d'air placée entre le diélectrique et la masse constitue alors une partie très importante dans laquelle les pertes sont pratiquement inexistantes.

Récemment, dans des travaux de thèses antérieures, de nouveaux types de coupleurs directifs de proximité dits coupleurs coaxiaux symétriques et homogènes sans et à diaphragmes métalliques ont été introduits dans la littérature scientifique. Ces nouveaux types de coupleurs, dédiés à des applications hautes puissances en télécommunications et de mesures RF/microondes, sont très performants, vus leurs grandes directivités, leurs faibles rapports d'ondes stationnaire, leurs bonnes isolations et leurs faibles coûts. Aussi en pratique comme en théorie de la littérature scientifique, il n'existe que les coupleurs Branchline TEM qui présente des discontinuités géométriques dont l'influence ne peut pas être toujours négligée.

Dans cette thèse, dans le but d'une part de montrer au lecteur la méthode exacte, précise et détaillée de l'analyse et la conception de coupleurs quasi-TEM de proximité et d'autre part de

minimiser les pertes et les dispersions et d'augmenter les performances anciens et nouveaux types de coupleurs coaxiaux TEM et quasi-TEM larges bandes ont été étudiés, analysés, conçus et simulés. Ces coupleurs ne possèdent pas d'expressions analytiques exactes pour leurs paramètres EM à cause de leurs géométries complexes. Pour certains, nous avons même proposé des modèles analytiques approchés pour leurs paramètres électromagnétiques (EM). Aussi nous avons introduits dans la littérature scientifique et pour la première fois, un nouveau type de coupleur Branchline ne présentant pas de discontinuités géométriques, réalisé à partir de tronçons de lignes coaxiales TEM et quasi-TEM.

Ces coupleurs partiellement diélectriques et à géométries complexes sont élaborés à partir de tronçons de lignes quasi-TEM de formes complexes d'où la nécessité de la caractérisation EM numérique précise d'une part de ces lignes quasi-TEM (lignes isolées) et d'autre part de ses coupleurs quasi-TEM (lignes couplées).

Plusieurs méthodes numériques peuvent être utilisées pour résoudre le problème de caractérisation telles que : la méthode des éléments finis (MEF), la méthode des moments (MoM) et la méthode des intégrales finies (FIT-Finite Integration Technique). La méthode des éléments finis (MEF) est une technique numérique rigoureuse qui a fait preuve d'efficacité et de précision dans divers domaines (électromagnétisme, mécanique, élasticité...). Son application permet de traiter des milieux homogènes (TEM) ou inhomogènes (quasi-TEM), isotropes ou anisotropes, avec ou sans pertes, de formes quelconques et qui ne possèdent pas de solutions analytiques exactes ou mêmes approchées.

Dans cette thèse, cette méthode numérique (MEF) a été essentiellement appliquée sous l'environnement freeFEM, pour la caractérisation des grandeurs EM de lignes et de coupleurs TEM et quasi-TEM directifs larges bandes de formes très complexes pour des applications du domaine RF/microonde, en programmant les équations fondamentales de l'électromagnétisme sans avoir recours aux logiciels parfois coûteux et/ou compliqués.

Malheureusement comme il n'y a pas, en général, de résultats numériques ou expérimentaux dans la littérature scientifique pour nos types de lignes et de coupleurs TEM et quasi-TEM, et dans le but de vérifier le bien fondé de nos calculs numériques par la MEF sous l'environnement freeFEM, on fut obligé de faire des simulations pour les mêmes paramètres géométriques et physiques de nos lignes et coupleurs sous l'environnement LINPAR utilisant la méthode des moments (MoM) ou sous l'environnement CST utilisant la technique des intégrales finies (FIT-Finite Integration Technique). Nous constatons un bon accord entre les différentes méthodes utilisées ce qui nous permet d'affirmer la validité de notre technique de caractérisation MEF-2D.

Pour une ligne ou un coupleur donné TEM ou quasi-TEM, les courbes que nous avons présentées, tenant compte de l'influence de tous ses paramètres géométriques et physiques sur ses caractéristiques EM, montrent l'intérêt des programmes MEF-2D que nous avons réalisés sous freeFEM. Aussi ces courbes sont très utiles (indispensables) pour la conception et la simulation de circuit RF/microonde utilisant nos structures étudiées. Les programmes que nous avons réalisés peuvent être facilement adaptés pour la caractérisation d'autres structures TEM ou quasi-TEM.

Cette thèse est essentiellement composée de quatre chapitres :

Le premier chapitre s'est caractérisé principalement par la proposition de formules analytiques précises pour les lignes : coaxiale quasi-TEM et stripline cylindrique TEM, obtenus après un lissage rigoureux de nos résultats d'analyses par la MEF des différents paramètres EM de ces lignes. Ces expressions présentant une erreur relative inférieure à 3% sont fortement désirées lors de la CAO de circuits RF/micro-ondes (coupleurs Branchlines, filtres, ...). Grâce à nos logiciels MEF-2D que nous avons réalisés nous avons pu concevoir un nouveau type de coupleur Branchline ne présentant

pas de discontinuités géométriques. Notre nouveau type de coupleur Branchline utilise des tronçons de lignes coaxiales classiques TEM et de lignes coaxiales partiellement diélectriques quasi-TEM et fonctionne par exemple à 450 MHz. Notre coupleur présente des qualités électriques intéressantes à savoir ses réponses couplée et directe sont meilleures que -3.73 dB dans une bande de fréquence s'étalant de 400 à 500 MHz et ses pertes de réflexion et d'isolation sont meilleurs que -14.14 dB dans cette même bande passante.

Dans le second chapitre, nous avons étudié dans un cadre général le comportement des lignes lorsqu'elles sont utilisées dans des circuits radiofréquences et micro-ondes. Le but recherché est l'exploitation de cette théorie dans la réalisation des coupleurs directifs. Ceux-ci ont un champ d'application très vaste, vue leur utilisation dans certains circuits tels que : les mélangeurs équilibrés, les amplificateurs équilibrés, les déphaseurs, les atténuateurs, les modulateurs, les discriminateurs, les ponts de mesure ainsi que les filtres.

Le troisième chapitre a décrit la méthode d'analyse et de conception de coupleurs quasi-TEM adaptés à leurs ports et de formes très complexes. La caractérisation EM de deux types de coupleurs directifs quasi-TEM : rectangulaire à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales, nous l'avons faite sous l'environnement freeFEM utilisant la MEF. Des courbes intéressantes le concepteur et donnant les paramètres EM en fonction des paramètres géométriques ont été obtenues.

Les deux types de coupleur quasi-TEM : rectangulaire à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales ne possédant pas d'expressions analytiques exactes pour leurs paramètres EM ont été conçus sous freeFEM pour fonctionner par exemple à 2GHz. Le premier type, rectangulaire à conducteurs internes carrés quasi-TEM de dimensions $3.96 \times 7.06 \times 21 \text{mm}^3$ a été validé par des simulations faites sous MATPAR (par exemple). Les réponses fréquentielles de ses paramètres (S) montrent le couplage désiré de 20 dB dans la bande de fréquence [1.6-2.4] GHz avec une excellente directivité d'environ 50 dB. Le deuxième type à lignes coaxiales quasi-TEM de 20 dB de couplage dans la bande de fréquence [1.5-2.6] GHz a été validé sous CST et a seulement $2.655 \times 4.759 \times 29.2 \text{mm}^3$ de dimensions géométriques.

Enfin dans la première partie du quatrième chapitre, nous avons montré l'efficacité de notre logiciel MEF-2D pour la caractérisation EM de nouvelles structures de coupleurs quasi-TEM de formes très complexes. Nos nouvelles structures de coupleurs quasi-TEM, nous les avons obtenues en introduisant un diaphragme métallique dans chaque type de coupleur permettant de séparer partiellement les conducteurs internes des coupleurs coaxiaux quasi-TEM ce qui va, par conséquent, permettre d'ajuster facilement le coefficient de couplage sans changer les dimensions géométriques du coupleur.

Des courbes, donnant les paramètres EM de coupleurs quasi-TEM à diaphragmes métalliques en fonction de leurs paramètres géométriques, ont été indiquées et constituent une très bonne contribution de notre part pour la littérature scientifique. Ces courbes témoignent de l'intérêt du modèle numérique en éléments finis que nous avons développé sous freeFEM et qui reste valable pour tout coupleur quasi-TEM de type symétrique.

Grâce à nos résultats de caractérisation EM, il nous a été très facile de concevoir deux coupleurs directifs quasi-TEM d'impédance caractéristique 50Ω et de couplage 20 dB. Les validations de leurs réponses fréquentielles, nous les avons faites sous l'environnement MATPAR nécessitant l'introduction des matrices d'inductances et de capacités en plus de la longueur de ces coupleurs quasi-TEM.

Dans la deuxième partie de ce dernier chapitre, nous avons présenté des expressions analytiques rigoureuses et précises des paramètres EM du coupleur stripline cylindrique blindé pour la conception de plusieurs circuits du domaine RF/microrondes tels que les filtres et les coupleurs

directifs. Notre programme de CAO basé sur la MEF a été adapté pour la caractérisation EM-paramètres de la configuration générale du coupleur stripline cylindrique blindé. Nos résultats obtenus par la MEF sont très proches de ceux obtenus par d'autres méthodes de la littérature scientifique. Dans le cas de notre structure étudiée, des comparaisons entre nos résultats de la MEF et ceux que nous avons obtenu sous l'environnement LINPAR utilisant notre programme basé sur la MoM montrent un bon accord entre les résultats numériques. Lorsque les paramètres EM sont déterminés, il était possible de déduire et de proposer des expressions analytiques rigoureuses basées sur des techniques de lissage de courbe faisables sous l'environnement graphique Origin50. Nos modèles analytiques proposés ayant des erreurs relatives inférieures à 1%, couvrent tous les matériaux de substrat pratiquement utilisés pour ces coupleurs TEM striplines cylindriques blindés pour un large intervalle de variation du rapport (r_2/r_1) variant de 1.5 à 9 et pour un angle de conduction (θ) des arcs internes variant de 5° à 179° .

En utilisant nos expressions proposées, une analyse EM peut être facilement mise en œuvre dans les CAO modernes pour la conception de circuits RF/microondes à hautes puissances. Par exemple, au moyen de nos expressions nous avons montré nos résultats de conception d'un coupleur stripline TEM cylindrique blindé directif d'impédance caractéristique 50Ω , de 20 dB de couplage, fonctionnant à 2 GHz et ayant un minimum de directivité de 45 dB et une bonne isolation de 65 dB.

La réponse fréquentielle du coefficient de couplage, nous l'avons obtenue sous MATPAR et a été validée par nos résultats obtenus en utilisant le logiciel CST, ce qui confirme l'exactitude et l'utilité de nos expressions proposées.

Enfin, nous devons signaler que les résultats présentés dans cette thèse ont fait l'objet de deux publications nationales, d'une publication internationale parue dans un journal indexé Scopus et d'une autre internationale parue dans un journal indexé WOS et JCR de Thomson Reuters. Aussi ces travaux de thèse entrent dans le cadre d'un projet de recherche de type CNEPRU, intitulé : « Caractérisation électromagnétique de nouvelles structures de coupleurs coaxiaux partiellement diélectriques pour des applications hautes puissances en télécommunications », de code : A25N01UN130120130056, agréée depuis le premier janvier 2014.

CHAPITRE I

LIGNE COAXIALE QUASI-TEM ET LIGNE STRIPLINE CYLINDRIQUE : COUPLEUR BRANCHLINE ET EXPRESSIONS

I.1 INTRODUCTION

Dans les systèmes radiofréquences ou micro-ondes plusieurs types de lignes de transmission sont employées pour réaliser différents composants tels que, par exemple, les coupleurs Branchlines et les coupleurs de proximité. Ces lignes de transmission, dédiées à des applications faibles ou hautes puissances, peuvent être :

- Soit ouvertes : possibilité de rayonnement;
- Soit fermées : champs entièrement contenus à l'intérieur d'une enveloppe conductrice (blindage);
- Soit homogènes : un seul milieu de propagation de la ligne, c'est-à-dire existence du mode fondamental transverse électromagnétique (TEM : les composantes du champ électromagnétique (EM) suivant la direction de propagation (z) sont nuls i.e $E_z=H_z=0$). Il ne varie pas dans le plan perpendiculaire au sens de la propagation;
- Soit inhomogènes : le milieu de propagation de la ligne contient plusieurs milieux de natures différentes ou le milieu de propagation de la ligne varie de façon continue. Ici le mode fondamental est de type quasi-transverse électromagnétique (quasi-TEM) et les composantes du champ EM sont négligeables suivant la direction de propagation i.e $E_z \approx 0$ et $H_z \approx 0$.

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'étude et à la caractérisation EM de deux types de lignes de transmission destinées pour différentes applications dans le domaine des télécommunications hautes puissances et de mesure radiofréquence (RF). La première est la ligne coaxiale partiellement diélectrique (inhomogène) et la deuxième est la ligne stripline cylindrique homogène. Dans la littérature scientifique, ces deux lignes de transmissions ne possèdent pas des expressions analytiques exactes, pour leurs paramètres EM (Z_c , L , C ,...) ce qui rend difficile la conception de composants et des circuits utilisant ces dernières.

En utilisant des tronçons de lignes coaxiales classiques TEM et de lignes coaxiales partiellement diélectriques quasi-TEM, nous présentons et nous concevons un nouveau type de coupleur Branchline ne présentant pas de discontinuités géométriques contrairement à ceux qui existent en pratique, tout en développant des expressions analytiques rigoureuses pour l'ensemble des paramètres EM de la ligne coaxiale inhomogène. Notre type coupleur, nous l'avons conçu pour fonctionner par exemple à 450 MHz et ses réponses couplée S_{31} et directe S_{21} sont meilleures que -3.73 dB dans une bande de fréquence s'étalant de 400 à 500 MHz, ce qui limite la bande passante à environ 14.3%. Les pertes de réflexion S_{11} et d'isolation S_{41} sont meilleurs que -14.14 dB dans cette même bande passante.

Pour le deuxième type de ligne striplines cylindriques, nous nous sommes contentés uniquement à présenter nos nouvelles expressions pour leurs paramètres EM (impédance caractéristique (Z_c), inductance linéique (L) et capacité linéique (C)).

Pour atteindre ces objectifs et ces résultats, il fallait d'une part déterminer rigoureusement et numériquement les paramètres EM des deux types de lignes quasi-TEM et TEM à partir de l'énergie électrique moyenne en résolvant l'équation de Laplace [1-4] par la méthode des éléments finis (MEF) (Annexe A) sous l'environnement freeFEM [5] et d'autre part utiliser des techniques de lissage de courbes sous l'environnement Origin50 [6].

Une comparaison de nos résultats avec ceux de la littérature scientifique obtenus par d'autres méthodes, montre clairement le bon accord entre ces derniers. Aussi, les erreurs relatives entre nos résultats numériques et analytiques sont inférieures à 3% dans un large intervalle, indiquant la bonne précision de nos expressions proposées pour les deux types de lignes quasi-TEM et TEM que nous avons étudiées.

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

I.2 GENERALITES SUR LES LIGNES SANS PERTES [7-9]

Les lignes ont suscité depuis le début de l'électrotechnique un nombre important de travaux que le développement des télécommunications a multiplié. Une ligne a pour but essentiel d'amener de l'énergie électrique à un récepteur éloigné (par exemple : alimentation d'une antenne). En outre elle peut être utilisée pour concevoir des circuits radiofréquences ou microondes (coupleurs, filtres à saut d'impédances, filtres ULB,...). En haute fréquence, des précautions qui modifient l'aspect extérieur peuvent être prises; ainsi la disposition coaxiale évite les pertes par rayonnement et assure une protection contre les influences parasites.

La théorie des lignes de transmission repose sur les propriétés du champ électromagnétique. Une ligne monofilaire est un système de deux conducteurs cylindriques parallèles. Dans ce qui suit, nous nous proposons donc de trouver des solutions des équations de Maxwell susceptibles de se propager parallèlement à la ligne et compatibles avec les conditions aux limites. Courants et tensions ne seront calculés qu'à partir de ces solutions.

I.2.1 EXISTENCE DES SOLUTIONS TRANSVERSALES [7]

Soit une ligne constituée d'un ensemble de conducteurs parallèles à un axe Oz, dont nous désignerons par \vec{n} le vecteur unitaire. Les conducteurs sont supposés illimités. Ils sont parfaits et le diélectrique environnant est parfait (ϵ , μ). Le régime, harmonique par rapport au temps, a pour pulsation (ω). Nous cherchons une solution des équations de Maxwell se propageant parallèlement à l'axe Oz. Elle ne devra dépendre de z que par l'intermédiaire d'un facteur de propagation de la forme $\exp(-\gamma z)$.

A partir des équations de Maxwell, nous pouvons retrouver les expressions des champs électrique \vec{E} et magnétique \vec{H} :

$$\vec{E} = \frac{1}{jk} (-\gamma \text{grad}V + (\gamma^2 + k^2)V\vec{n}) \exp(-\gamma z) \quad (\text{I.1})$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} (\text{grad}V \wedge \vec{n}) \exp(-\gamma z) \quad (\text{I.2})$$

où

γ : est la constante de propagation dans le milieu diélectrique ;

η : est la constante $\sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$ attachée au milieu ;

k : est donnée par : $k = \omega \epsilon \eta = \frac{\omega \mu}{\eta}$;

V : est une fonction scalaire indépendante de z ;

$\text{grad}V$: est donc un vecteur transversal.

La relation (I.2) montre que le champ magnétique est transversal. Pour que le champ électrique soit également transversal, il est nécessaire que :

$$\gamma^2 + k^2 = 0$$

$$\gamma = \pm jk = \pm j \frac{\omega}{v}$$

où v : est la vitesse de phase.

Par conséquent, s'il existe des solutions transversales, elles se propagent sans affaiblissement le long de la ligne avec la vitesse v des ondes libres dans le diélectrique. Le double signe correspond

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

aux deux sens de propagation sur Oz. Les résultats étant symétriques, on se limitera à la propagation dans le sens des z positifs

$$\gamma = jk = j \frac{\omega}{v} = j\omega \sqrt{\epsilon\mu} \quad (I.3)$$

I.2.2 STRUCTURES DES SOLUTIONS TRANSVERSALES

Compte tenu de la relation (I.3), les expressions des champs (I.1) et (I.2) deviennent:

$$\vec{E} = -\text{grad}V \exp(-jkz) \quad (I.4)$$

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} (\text{grad}V \wedge \vec{n}) \exp(-jkz) \quad (I.5)$$

Nous avons en tout point :

$$\vec{H} = \frac{1}{\eta} (\vec{n} \wedge \vec{E}) \quad (I.6)$$

$$\vec{E} = \eta (\vec{H} \wedge \vec{n}) \quad (I.7)$$

Par conséquent, en tout point et à chaque instant :

- Les champs transversaux sont orthogonaux entre eux; ils sont en phase.

- Leurs mesures sont dans un rapport constant $\frac{E}{H} = \eta$

Ainsi, le repère $(\vec{E}, \vec{H}, \vec{n})$ est direct.

Le rapport des mesures est la constante caractéristique du milieu diélectrique.

$$\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_r}{\epsilon_r}}$$

Dans le vide

$$\eta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \sqrt{\frac{4\pi 10^{-7}}{\frac{1}{36\pi} 10^{-9}}} = 120\pi \approx 377\Omega$$

I.2.3 SOLUTIONS TRANSVERSALES

Il ne reste plus qu'à déterminer le scalaire complexe V. Nous sommes ramenés à un problème plan. Nous utiliserons le plan de référence $z = 0$.

Dans le diélectrique, il n'y a pas de courants. Il résulte alors comme nous allons le montrer plus loin que la fonction V satisfait l'équation de Laplace à deux dimensions: $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$ en

cordonnées cartésiennes.

Nous sommes ainsi ramenés au problème d'analyse suivant : étant donnés p contours fermés, dans le plan, déterminer les solutions de l'équation de Laplace à deux variables se réduisant à une valeur constante sur chaque des p contours. C'est donc un problème classique.

I.2.4 DÉCOMPOSITION DE LA SOLUTION ET CALCUL DU COURANT

Désignons par V_i la solution particulière réelle prenant la valeur $v_i = 1$ sur Γ_i et la valeur 0 sur les p-1 autres contours (Γ_i est le contour du i^{ème} conducteur) (Figure I.1-a).

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

A chaque des p solutions V_i nous pouvons associer par les formules (I.4) et (I.5) les champs \vec{E}_i et \vec{H}_i . La combinaison linéaire $V = v_1 V_1 + v_2 V_2 + \dots$ est alors la solution, se réduisant à v_i sur Γ_i . Les champs qui en dérivent ont pour expressions:

$$\vec{E} = v_1 \vec{E}_1 + v_2 \vec{E}_2 + \dots + v_p \vec{E}_p \quad (I.8)$$

$$\vec{H} = v_1 \vec{H}_1 + v_2 \vec{H}_2 + \dots + v_p \vec{H}_p \quad (I.9)$$

Cette décomposition met en évidence les paramètres v_i dont dépend la solution générale. Ces paramètres sont définis par les conditions d'excitation de la ligne.

Les solutions partielles \vec{E}_i et \vec{H}_i en sont indépendantes; elles sont déterminées par la solution géométrique de ligne.

Les champs n'étant exprimés que par le gradient du potentiel V , celui-ci peut n'être défini qu'à une constante près. Autrement dit on obtient les mêmes champs si l'on remplace V par $V+a$ (a : constante complexe arbitraire) [7] prenant sur les contours Γ_i les valeurs respectives ($v_i + a$). Par

conséquent: $\vec{E} = \sum_{i=1}^p (v_i + a) \vec{E}_i = \sum_{i=1}^p v_i \vec{E}_i + a \sum_{i=1}^p \vec{E}_i$, d'où: $\sum_{i=1}^p \vec{E}_i = 0$ et de même: $\sum_{i=1}^p \vec{H}_i = 0$

Les solutions partielles \vec{E}_i et \vec{H}_i ne sont donc pas indépendantes. En faisant par exemple : $a = -v_p$, il vient:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{p-1} (v_i - v_p) \vec{E}_i \quad (I.10)$$

$$\vec{H} = \sum_{i=1}^{p-1} (v_i - v_p) \vec{H}_i \quad (I.11)$$

Où la solution générale est exprimée en fonction des $p-1$ paramètres indépendants $v_i - v_p$.

Considérons maintenant une ligne à deux conducteurs ($p=2$). Dans un plan de section droite, on désigne par \vec{v} la normale unitaire et un contour Γ , orienté vers le diélectrique. (Figure. I.1-b)

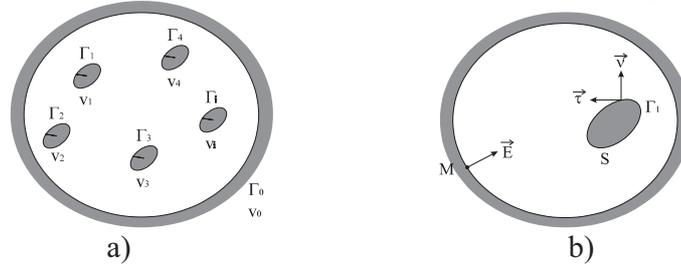


Figure I.1: Ligne de transmission à p conducteurs en a) et à deux conducteurs en b).

Le contour sera ensuite orienté par un vecteur tangent unitaire $\vec{\tau}$ tel que le trièdre $(\vec{v}, \vec{\tau}, \vec{n})$ soit direct (où \vec{n} est le vecteur unitaire de propagation).

A la surface S du conducteur interne:

$$gradV = \frac{dV}{dv} \vec{v} \quad (I.12)$$

d'où:

$$\vec{E}_s = -\frac{dV}{dv} \exp(-j\beta z) \vec{v} \quad (I.13)$$

$$\vec{H}_s = -\frac{1}{\eta} \frac{dV}{dv} \exp(-j\beta z) \vec{\tau} \quad (I.14)$$

A ces champs sont alors associées les densités superficielles de charges et de courant:

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

$$\rho_s = \varepsilon \vec{E}_s \cdot \vec{v} = -\varepsilon \frac{dV}{dv} \exp(-j\beta z) \quad (\text{I.15})$$

$$\vec{j}_s = \vec{v} \wedge \vec{H}_s = -\frac{1}{\eta} \frac{dV}{dv} \exp(-j\beta z) \vec{n} \quad (\text{I.16})$$

Comme prévu le courant est bien longitudinal.

Le courant traversant la section du conducteur interne est:

$$I = \int_{\Gamma} j_s dS = -\frac{1}{\eta} \exp(-j\beta z) \int_{\Gamma} \frac{dV}{dv} dS \quad (\text{I.17})$$

I.2.5 CONSTANTES PRIMAIRES ET SECONDAIRES

• **Impédance caractéristique** : Elle est définie comme étant le rapport de la tension au courant :

$$Z_c = \frac{V}{I} = -\frac{\eta}{\int_{\Gamma_i} \frac{\partial V}{\partial v} ds} \quad (\text{I.18})$$

• **Capacité linéique self inductance linéique** : La capacité linéique C d'une ligne de transmission est définie par :

$$C = -\varepsilon \int_{\Gamma_i} \frac{\partial V}{\partial v} ds \quad (\text{I.19})$$

ou encore :

$$C = \frac{1}{Z_c v} = \frac{\sqrt{\varepsilon \mu}}{Z_c} \quad (\text{I.20})$$

Sa self inductance est définie par :

$$L = \frac{Z_c}{v} = \sqrt{\varepsilon \mu} Z_c = Z_c^2 C \quad (\text{I.21})$$

• **Puissance transportée** : Elle est donnée par :

$$W = \frac{1}{2} VI^* = \frac{1}{2} Z_c I^2 = \frac{1}{2} \frac{V^2}{Z_c} \quad (\text{I.22})$$

• **Résistance linéique** : La résistance linéique, est calculée à partir de la puissance dissipée par effet Joule dans l'ensemble du système comme suit:

Considérons le $i^{\text{ème}}$ conducteur de la ligne. Soient σ_i sa conductivité et $R_{s_i} = \sqrt{\frac{\omega \mu}{2\sigma_i}}$ sa résistivité superficielle. Un tronçon dz du conducteur dissipera donc la puissance:

$$dP_i = \frac{1}{2} R_{s_i} dz \int_{\Gamma_i} |I_{s_i}|^2 dS = \frac{R_{s_i}}{2\eta^2} dz \int_{\Gamma_i} \left(\frac{\partial V}{\partial n} \right)^2 dS \quad (\text{I.23})$$

où

Γ_i est le contour du $i^{\text{ème}}$ conducteur ;

$\frac{\partial V}{\partial n}$ est la dérivée normale extérieure à Γ_i ;

η est l'impédance d'onde.

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

Nous pourrions ainsi évaluer la puissance dissipée par l'ensemble des p conducteurs. Dans le cas d'une ligne à deux conducteurs on peut rapporter cette puissance au courant I . En posant :

$$dW = \frac{1}{2} R I^2 dz \quad (I.24)$$

Nous définissons une résistance équivalente Rdz . Traversée par le courant I cette résistance dissiperait la puissance élémentaire dW_i relative à l'ensemble des deux conducteurs. R est la résistance linéique de la ligne.

$$R = 2 \frac{dP}{dz} \frac{1}{I^2} \text{ en } (\Omega/m) \quad (I.25)$$

• **Coefficient de qualité** : La sélectivité de la ligne est caractérisée par un coefficient Q , dit de surtension.

$$Q = \omega \frac{\frac{1}{2} L I^2}{\frac{1}{2} R I^2} \quad (I.26)$$

Où

$\frac{1}{2} L I^2$ est l'énergie magnétique maximum emmagasinée par la self ;

$\frac{1}{2} R I^2$ est la puissance dissipée dans la ligne par effet Joule.

I.3 LIGNE COAXIALE TEM ET QUASI-TEM

I.3.1 DESCRIPTION

Ragan et Hatsuda ont analysé ce type de structures (Figure I.2) [10, 11]. La solution pratique adoptée dans ce cas est de partiellement remplir la ligne coaxiale par le diélectrique. La couche d'air placée entre le diélectrique et la masse constitue alors la partie la plus importante. Le champ électrique traverse donc à la fois le diélectrique et l'air dans lequel les pertes sont pratiquement inexistantes. La permittivité relative effective de la ligne de transmission équivalente, quand la largeur du diélectrique diminue, est donc proche de l'unité ce qui va réduire pratiquement les pertes et les dispersions.

Dans ce qui suit nous nous intéressons à la caractérisation EM du premier type de ligne coaxiale (circulaire) remplie par n'importe quels diélectriques.

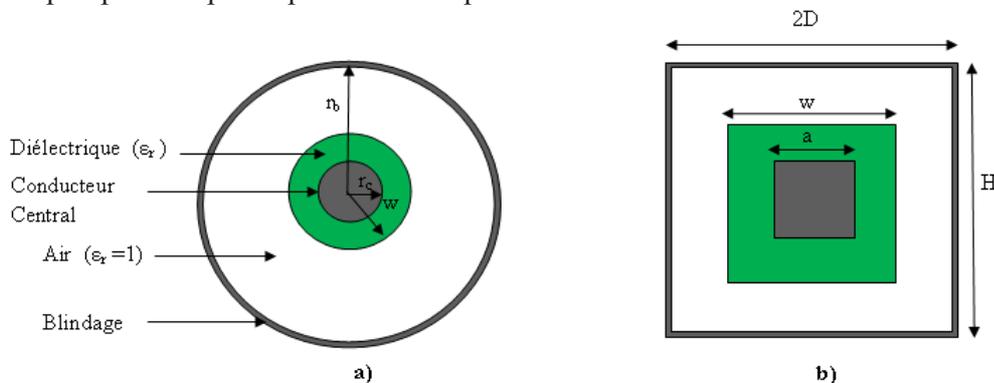


Figure I.2 : Ligne coaxiale quasi-TEM, circulaire en a) et rectangulaire à conducteur interne carré en b), pour $\epsilon_r=1$.

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

La théorie des lignes, nous a permis de déterminer certaines grandeurs électromagnétiques (EM) à savoir : l'impédance caractéristique Z_c et la valeur capacitive C et inductive L, et ceci à partir de la distribution du potentiel scalaire V à l'intérieur du diélectrique. Il nous reste qu'à l'appliquer au cas de la ligne coaxiale homogène et inhomogène.

De tels types de lignes se présentent comme suit :

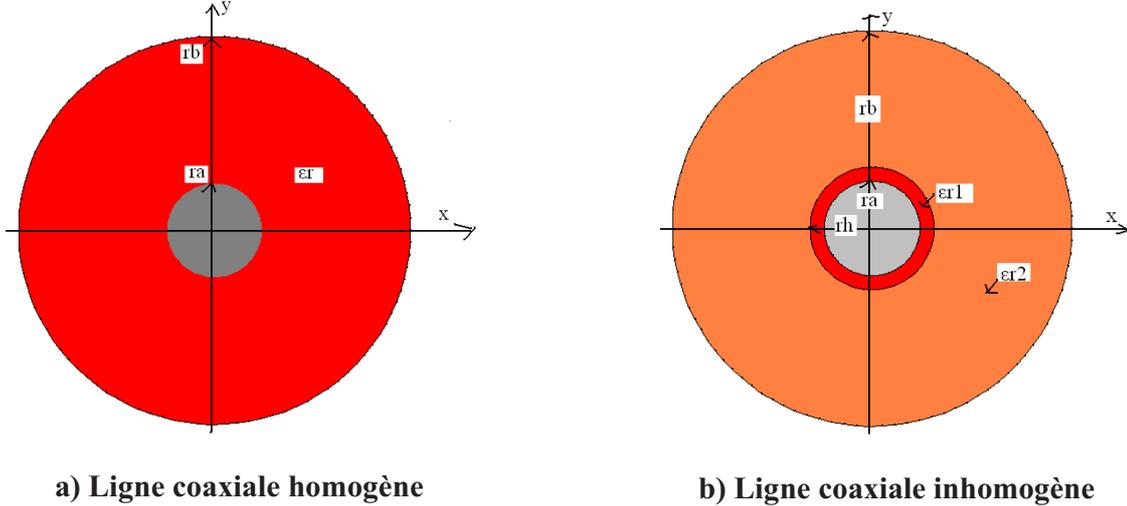


Figure I.3 : Surface transversale de la ligne coaxiale homogène et inhomogène.

Le potentiel à l'intérieur d'une ligne coaxiale homogène est régi par l'équation suivante :

$$V(r) = \frac{\text{Log}\left(\frac{r}{r_b}\right)}{\text{Log}\left(\frac{r_a}{r_b}\right)} \quad (\text{I.27})$$

Il en résulte, d'après (I.4) et (I.5), que le champ électrique est réduit à sa composante radiale et le champ magnétique à sa composante angulaire.

$$E_r = \frac{V_1 - V_2}{\text{Log}\left(\frac{r_b}{r_a}\right)} \frac{1}{r} \exp(-j\beta z) \quad (\text{I.28})$$

$$E_r = \eta H_\theta \quad (\text{I.29})$$

Certains résultats analytiques concernant cette ligne sont déjà établis comme suit :

- La tension entre les deux armatures est :

$$V = (V_1 - V_2) \exp(-j\beta z) \quad (\text{I.30})$$

- D'où immédiatement l'impédance caractéristique Z_c :

$$Z_c = \frac{V}{I} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \text{Log} \frac{r_b}{r_a} \quad (\Omega) \quad (\text{I.31})$$

- Enfin, la capacité et la self linéique sont données par :

$$C = \frac{2\pi \varepsilon}{\text{Log} \frac{r_b}{r_a}} \quad (F/m) \quad (\text{I.32})$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \text{Log} \frac{r_b}{r_a} \quad (H/m) \quad (\text{I.33})$$

En pratique $\mu = \mu_0$, il vient alors en unités Giorgi :

$$Z_c = \frac{60}{\sqrt{\varepsilon_r}} \text{Log} \frac{r_b}{r_a} \quad (\Omega) \quad (\text{I.34})$$

$$C = \frac{10^{-9} \varepsilon_r}{18 \text{Log} \frac{r_b}{r_a}} \quad (F/m) \quad (\text{I.35})$$

$$L = 0.210^{-6} \text{Log} \frac{r_b}{r_a} \quad (H/m) \quad (\text{I.36})$$

• La résistance linéique de la ligne coaxiale homogène dans le cas où les conducteurs sont en cuivre étiré ($\sigma = 5.65 \times 10^7$).

$$R = 8.310^{-8} \left(\frac{1}{2r_a} + \frac{1}{2r_b} \right) \sqrt{f} \quad (\Omega/m) \quad (\text{I.37})$$

• Enfin, la puissance transportée par la ligne coaxiale homogène est :

$$W = \frac{\pi |V_1 - V_2|^2}{\eta \text{Log} \frac{r_2}{r_1}} = \frac{\sqrt{\varepsilon_r} |V_1 - V_2|^2}{120 \text{Log} \frac{r_2}{r_1}} \quad (\text{Watt}) \quad (\text{I.38})$$

Pour la ligne coaxiale inhomogène, nous ne possédons pour ses paramètres EM d'aucune expression analytique exacte ou même approchée dans la littérature scientifique. Par conséquent l'utilisation de méthode numérique, telle que la MEF, s'impose pour résoudre ce problème de caractérisation électromagnétique.

Dans ce qui suit nous nous proposons de calculer les paramètres EM de la ligne coaxiale homogène et inhomogène en fonction de ses caractéristiques géométriques et physiques. Tout le problème comme nous allons le montrer plus loin, revient à résoudre l'équation de Laplace $\text{div}(\varepsilon_r \text{grad}_i V) = 0$ avec des conditions aux limites fixées. Le calcul du potentiel scalaire V repose sur une résolution numérique par la MEF sous l'environnement freeFEM4 [5].

I.3.2 ETABLISSEMENT DE L'ÉQUATION DE LAPLACE

En partant des équations de Maxwell en régime sinusoïdal, nous pouvons établir les relations fondamentales qui nous permettent d'aboutir à l'équation de Laplace. Ces équations prennent la forme suivante:

Pour un milieu supposé linéaire ($\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ et $\vec{B} = \mu \vec{H}$) :

$$\text{rot} \vec{E} = -j\omega \mu \vec{H} \quad (\text{I.39})$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j}_c + j\omega \varepsilon \vec{E} \quad (\text{I.40})$$

$$\text{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{I.41})$$

$$\text{div} \vec{H} = 0 \quad (\text{I.42})$$

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

où

\vec{E} est le champ électrique (V/m) ;

\vec{H} est le champ magnétique (A/m) ;

μ est la perméabilité magnétique absolue (H/m) ;

ε est la permittivité électrique absolue (F/m) ;

ρ est le densité de charge électrique ;

σ est la conductibilité ($\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$).

L'expression (I.42) entraîne l'existence d'un champ vectoriel \vec{A} tel que:

$$\vec{H} = r\vec{\text{rot}}\vec{A} \quad (\text{I.45})$$

puisque:
$$\begin{cases} \text{div}(r\vec{\text{rot}}\vec{A}) = 0 \\ \text{div}\vec{H} = 0 \end{cases}$$

Portons cette expression de \vec{H} dans (I.39):

$$r\vec{\text{rot}}(\vec{E} + j\omega\mu\vec{A}) = 0 \quad (\text{I.46})$$

d'où l'existence d'un potentiel scalaire V tel qu'on ait:

$$\vec{E} = -gr\vec{a}dV - j\omega\mu\vec{A} \quad (\text{I.47})$$

Les champs électriques et magnétiques se déduisent des champs \vec{A} et V par des opérations de dérivations. Nous pouvons ramener la résolution des équations de Maxwell à la recherche de ces derniers champs. Dans notre cas, nous nous intéressons à la recherche du potentiel scalaire V.

En portant (I.47) dans l'équation (I.41), il vient :

$$\text{div}(-gr\vec{a}dV - j\omega\mu\vec{A}) = \frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{I.48})$$

$$(\text{I.48}) \quad \Leftrightarrow \quad \Delta V + \omega^2 \varepsilon \mu V = -\frac{\rho}{\varepsilon} - j\omega\mu(\text{div}\vec{A} + j\omega\varepsilon V) \quad (\text{I.49})$$

Or, si l'on considère les inconnues comme des intermédiaires de calcul, il n'est pas nécessaire d'en rechercher les expressions les plus générales. Il résulte de (I.45) et (I.47) que si \vec{A}_0 et V_0 sont des solutions particulières, les autres sont de la forme [7]: $\vec{A} = \vec{A}_0 + gr\vec{a}d\Phi$ et $V = V_0 + j\omega\mu\Phi + C$

où Φ et C sont respectivement un champ scalaire et une constante arbitraire. Il est par conséquent toujours possible d'imposer la condition dite condition de Lorentz: $\text{div}\vec{A} + j\omega\varepsilon V = 0$ de telle sorte que (I.49) se réduit à une équation de Helmholtz:

$$\Delta V - \varepsilon\mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \quad (\text{I.50})$$

Le courant de conduction \vec{j}_c a la forme:

$$\vec{j}_c = \sigma\vec{E} \quad (\text{I.51})$$

alors que celle du courant de déplacement est:

$$\vec{j}_D = \varepsilon\omega\vec{E} \quad (\text{I.52})$$

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

Jusqu'aux fréquences radioélectriques le rapport du courant de déplacement \vec{j}_D et le courant de conduction \vec{j}_c , $\frac{j_D}{j_c} = \frac{\epsilon\omega}{\sigma} = \frac{2\pi\epsilon f}{\sigma}$ est très petit, ce qui nous permet de négliger le courant de déplacement, c'est à dire: $r\vec{\partial}t\vec{H} = \vec{j}_c = \sigma\vec{E}$.

De plus à partir de $\text{div}(r\vec{\partial}t\vec{H}) = 0$, on aboutit à l'équation $\frac{\partial\rho}{\partial t} + \frac{\sigma}{\epsilon}\rho = 0$ dont la résolution donne:

$$\rho = \rho_0 \exp\left(-\frac{\sigma}{\epsilon}t\right).$$

Cette dernière expression nous montre qu'une charge située à l'intérieur d'un conducteur décroît exponentiellement avec le temps, donc nous pouvons négliger la densité de charge ρ dans l'équation (I.50).

Compte tenu de ces différents points, nous pouvons écrire l'expression qui régit le potentiel scalaire V.

$$\Delta V - \epsilon\mu \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{I.53})$$

Comme les dimensions transversales de la ligne sont faibles devant les longueurs d'onde du domaine fréquentiel qui nous intéresse, alors nous pouvons effectuer nos calculs dans le cas du régime quasi-stationnaire. L'expression (I.53) se réduit à:

$$\Delta V = 0 \quad (\text{I.54})$$

Enfin, nous nous intéressons uniquement aux solutions transversales : le potentiel scalaire V pour une ligne homogène ou inhomogène sera calculé dans \mathfrak{R}^2 et l'équation (I.54) devient :

$$\text{div}(\epsilon_r \text{grad}_t V) = 0 \quad (\text{I.55})$$

Tout le problème revient à résoudre l'équation de Laplace avec des conditions aux limites fixées par le comportement du potentiel V au niveau des deux conducteurs :

$$V(r_b, \varphi) = 0 \quad \forall \varphi$$

$$V(r, \varphi) = 1 \quad \text{pour } 0 \leq r \leq r_a \text{ et } \forall \varphi$$

C'est donc un problème de Dirichlet classique. Cependant une solution analytique en coordonnées polaires a été donnée pour la ligne coaxiale homogène en utilisant les fonctions harmoniques, ainsi [7] : Si

$$V(r) = m \text{Log}(\alpha r + \beta) \quad (\text{I.56})$$

$$\text{Alors } \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{m\alpha}{\alpha r + \beta} \text{ et } \frac{\partial^2 V}{\partial r^2} = \frac{-m\alpha^2}{(\alpha r + \beta)^2}$$

Finalement l'équation à résoudre en coordonnées polaires est donnée :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-m\alpha^2}{(\alpha r + \beta)^2} + \frac{1}{r} \frac{m\alpha}{\alpha r + \beta} = 0$$

$$\Rightarrow m\alpha\beta = 0 \Rightarrow \beta = 0$$

$$\text{Et donc } V(r) = m \text{Log}(\alpha r)$$

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

Les conditions aux limites fournissent :

- $V(r = r_b) = 0 \Leftrightarrow m \text{Log}(\alpha r_b) = 0$

$$\Leftrightarrow \alpha r_b = 1$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \frac{1}{r_b}$$

- $V(r = r_a) = 1 \Leftrightarrow m \text{Log}\left(\frac{r_a}{r_b}\right) = 1 \Leftrightarrow m = \frac{1}{\text{Log}\left(\frac{r_a}{r_b}\right)}$

Par conséquent, le potentiel scalaire V est régi par l'équation suivante :

$$V(r) = \frac{\text{Log}\left(\frac{r}{r_b}\right)}{\text{Log}\left(\frac{r_a}{r_b}\right)} \quad (\text{I.57})$$

Pour résoudre le même problème numériquement dans le cas inhomogène et pour sa simplicité de programmation, nous avons opté pour le logiciel freeFEM4 utilisant la MEF-2D. Par conséquent, il nous semble nécessaire de présenter brièvement ce logiciel.

I.3.3 DESCRIPTION DU LOGICIEL FREEFEM4 [5]

Le logiciel freeFEM4 est un logiciel permettant de résoudre par la méthode des éléments finis les équations aux dérivées partielles à deux dimensions (x,y). Le langage utilisé par ce logiciel suit généralement la même syntaxe que le langage Pascal.

Pour pouvoir utiliser le logiciel freeFEM4, il faut :

1. Connaître le jeu d'instructions du logiciel
2. Suivre la méthodologie des éléments finis pour résoudre le problème en question (Annexe A).

Pour cela il faut :

- Tout d'abord, définir la géométrie de la structure à étudier en 2D, en utilisant l'instruction **border**

SYNTAXE

Border (ib,tmin,tmax,nbt)

Begin

x :=f(t) ;

y :=g(t) ;

end ;

Où f et g sont deux fonctions génériques. Le tracé est donné sous forme paramétrique. Le paramètre doit être t et les deux coordonnées doivent être x et y. tmin et tmax représentent respectivement la valeur minimale et maximale correspondant au début et à la fin du tracé ; alors que nbt désigne le nombre de points sur la tracé qui seront utilisés par la suite pour faire le maillage en éléments finis.

Enfin le ib représente le numéro de la frontière.

Exemple :

```
/* Partie d'un programme sous freeFEM permettant de tracer la structure de la figure I.4*/
```

```
border(1,0,2*pi,60)
```

```
begin
```

```
x := rb*cos(t); /* rb est le rayon du cercle extérieur */
```

```
y := rb*sin(t) ;
```

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

```
end;  
border(2,0,2*pi,60)  
begin  
x := xo+ra*cos(t); /* ra est le rayon du cercle */  
y := yo+ra*sin(t) ; /* (xo,yo) est le centre du cercle*/  
end;
```

Cette dernière instruction permet de tracer un cercle de centre (x_o, y_o) donné et de rayon r_a donné. Le symbole `/* */` indique qu'il s'agit d'un commentaire.

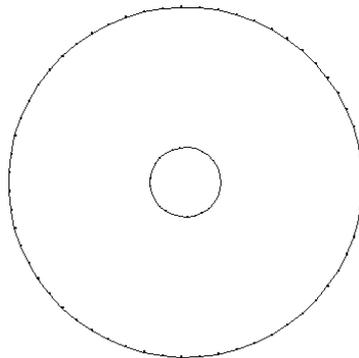


Figure I.4 : Tracé de la ligne coaxiale sous freeFEM.

- Ensuite faire un maillage automatique de la structure à étudier en utilisant l'instruction **buildmesh** **SYNTAXE**

```
Buildmesh(nmax)
```

Cette instruction permet le maillage automatique de la structure en question en utilisant des éléments triangulaires. Le nombre `nmax` indique le nombre maximal de nœuds de la structure à utiliser pour faire le maillage.

EXEMPLE :

```
Buildmesh(800)
```

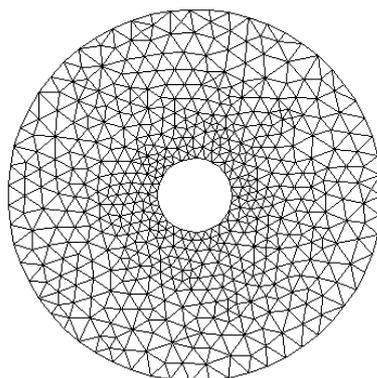


Figure I.5 : Maillage de la ligne coaxiale TEM.

- Enfin, résoudre l'équation aux dérivées partielles définissant le problème après avoir défini les conditions aux limites sur les frontières en utilisant l'instruction **Onbdy(numéro de la frontière)**.

Dans le cas de notre problème, nous nous intéressons à la résolution de l'équation de Laplace en utilisant l'instruction **solve()**

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

Exemple :

```
solve(V)
begin/* Conditions d'excitation */
onbdy(1) V = 0 ;/* 0 volt sur le cercle extérieur (blindage) */
onbdy(2) V = 1 ;/* 1 volt sur le cercle intérieur (conducteur central) */
pde(V)-laplace(V)=0 ;/* équation de Laplace à résoudre dans le cas homogène */
end ;
```

La résolution de cette équation nous donne la distribution de la fonction V (ici potentiel) aux différents nœuds de maillage de la structure homogène étudiée. Dans le cas inhomogène, l'équation de Laplace sous freeFEM s'écrit :

```
pde(V)-laplace(V)*epsr+dx(V)*dx(epsr)+dy(V)*dy(epsr)=0;
```

Où epsr est le vecteur contenant les valeurs des constants diélectriques aux différents nœuds de maillage de la ligne inhomogène.

Exemple :

```
eps1:=2.95; /* eps1 est la permittivité relative du premier diélectrique */
eps2:=7.24; /* eps2 est la permittivité relative du second diélectrique */
r1=sqrt(x^2+y^2);
epsr=eps1*one(r1<=rh)+eps2*one(r1>=rh); /* rh est le rayon de l'interface diélectrique*/
```

I.3.4 CALCUL DES PARAMÈTRES DE LA LIGNE COAXIALE TEM ET QUASI-TEM

La théorie des lignes sans pertes nous permet de déterminer le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{H} à partir du potentiel V. L'énergie électrique moyenne W_{em} emmagasinée dans la structure d'étude et le courant I se calculent à partir du champ électrique \vec{E} et toutes les constantes primaires et secondaires de la ligne coaxiale se calculent aisément de l'énergie électrique moyenne W_{em} et à partir du courant I. Par conséquent il est impératif que le calcul du potentiel V doit se faire avec une grande précision [1-4, 7-9].

• Détermination du champ électrique

On peut déduire du potentiel scalaire V, le champ électrique par simple dérivation sachant que :

$$\vec{E} = -\text{grad}(V) \quad (I.58)$$

Soit

$$E_x = -\partial V / \partial x \quad ; \quad E_y = -\partial V / \partial y. \quad (I.59)$$

SYNTAXE

```
ex=-dx(v) ;
```

```
ey=-dy(v) ;
```

• Energie électrique moyenne

La structure emmagasine une énergie électrique moyenne qu'on peut déduire du champ électrique comme suit :

$$\bar{W}_{em} = \frac{1}{4} \iint \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \vec{E}_t \cdot \vec{E}_t^* dx dy. \quad (I.60)$$

SYNTAXE

```
ex2=ex*ex;
```

```
ey2=ey*ey;
```

```
eps0 :=(1/(36*pi*10^9));
```

```
epsr :=1 ;
```

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

we1 =intt[ex2];
 we2 =intt[ey2];
 wem =(1/4)*eps0*epsr* (we1+we2) ;
 Où intt est l'intégral double (en dx et dy).

• Capacité linéique

Elle est déduite directement de l'énergie électrique moyenne. Soit :

$$C = \frac{4\overline{W}_{em}}{(V_1 - V_2)^2} \text{ en (F/m)} \quad (\text{I.61})$$

Où V_1 et V_2 sont les conditions d'excitation de la ligne.

SYNTAXE

V1 :=1 ;
 V2 :=0 ;
 cap :=4*wem/((V1-V2)^2) ;

• Impédance caractéristique

Elle est calculée à partir de la relation suivante :

$$Z_c = \frac{1}{v_\varphi C} \text{ en } (\Omega) \quad (\text{I.62})$$

où $v_\varphi = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\epsilon_r}} \text{ en (m/s)}$ pour un milieu homogène.

SYNTAXE

vfi :=3*10^8 ;
 Zc :=1/(vfi*cap) ;

Pour le cas inhomogène $v_\varphi = \frac{3 \cdot 10^8}{\sqrt{\epsilon_{eff}}} \text{ en (m/s)}$, où ϵ_{eff} est la permittivité effective de la ligne

calculée à partir du rapport de l'énergie électrique moyenne emmagasinée dans la ligne inhomogène sur l'énergie électrique moyenne emmagasinée dans la même ligne mais vide (diélectriques remplacés par l'air), c'est-à-dire en utilisant l'équation suivante :

$$\epsilon_{eff} = \frac{\frac{1}{4} \iint \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_t \cdot \vec{E}_t^* dx dy}{\frac{1}{4} \iint \epsilon_0 \vec{E}_{t0} \cdot \vec{E}_{t0}^* dx dy} \quad (\text{I.63})$$

• Self inductance linéique

Elle se déduit de l'impédance caractéristique Z_c et de la capacité linéique C comme suit :

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow L = Z_c^2 C \text{ en (H/m)} \quad (\text{I.64})$$

SYNTAXE

xL:=Zc^2*cap;

Sur la base de la théorie que nous vous avons présentée, nous avons établi deux programmes en utilisant le jeu d'instructions du logiciel freeFEM4. Ces deux programmes permettent la caractérisation EM de lignes coaxiales homogènes et inhomogènes que nous pouvons adapter à n'importe quel autre type de structure.

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

I.3.5 VALIDATION ET RÉSULTATS DE CARACTÉRISATION NUMÉRIQUE [12]

En premier lieu, nous avons appliqué par exemple notre programme pour une ligne coaxiale homogène dont les caractéristiques géométriques et physiques sont :

- Rayon du conducteur central : $r_a = 0.45$ mm
- Permittivité relative : $\epsilon_r = 2.95$

Nous trouvons les résultats suivants :

| Pour $r_b/r_a=2.751$ | | | |
|---|----------------------------|------------------------------------|------------------------|
| Paramètres EM | Résultats numériques (MEF) | Résultats analytiques (théoriques) | Erreur relative en (%) |
| Impédance caractéristique en (Ω) | 35.4 | 35.35 | 0.141 |
| Inductance linéique (nH/m) | 202.66 | 202.12 | 0.268 |
| Capacité linéique (pF/m) | 161.73 | 161.11 | 0.383 |
| Pour $r_b/r_a=4.184$ | | | |
| Paramètres EM | Résultats numériques (MEF) | Résultats analytiques (théoriques) | Erreur relative en (%) |
| Impédance caractéristique en (Ω) | 50.07 | 50 | 0.140 |
| Inductance linéique (nH/m) | 286.68 | 285.93 | 0.261 |
| Capacité linéique (pF/m) | 114.33 | 114.01 | 0.280 |

Tableau I.1 : Résultats de caractérisation d'une ligne coaxiale homogène.

De ce tableau, il apparaît clairement un très bon accord entre nos résultats obtenus par la MEF et ceux calculés analytiquement (théoriques). Ici l'erreur relative est inférieure à 0.3% pour tous les paramètres EM de la ligne homogène.

En second lieu, nous nous sommes intéressés à la caractérisation de lignes coaxiales inhomogènes. Ce cas présente un grand intérêt pratique car la donnée du rayon de l'interface diélectrique r_h précise l'encombrement du câble coaxial.

Tout d'abord, nous avons fait une recherche numérique (recherche du rapport r_h/r_a) d'une ligne d'impédance 35.35Ω pour : $r_a=0.45$ mm, $r_b/r_a=4.184$, $\epsilon_{r1}=2.95$ et $\epsilon_{r2}=7.24$. Cette valeur de l'impédance caractéristique nous l'avons obtenue pour $r_h/r_a=1.25$, qui lui correspond $\epsilon_{eff}=5.9$, $L=286.66$ nH/m et $C=229.3$ pF/m.

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

Pour ce rapport r_h/r_a de 1.25, l'impédance caractéristique de la même ligne inhomogène caractérisée sous l'environnement CST [13] (Figures I.6-a et I.6-b) est trouvée égale à 35.25Ω ce qui prouve que notre programme du cas inhomogène est correctement réalisé.

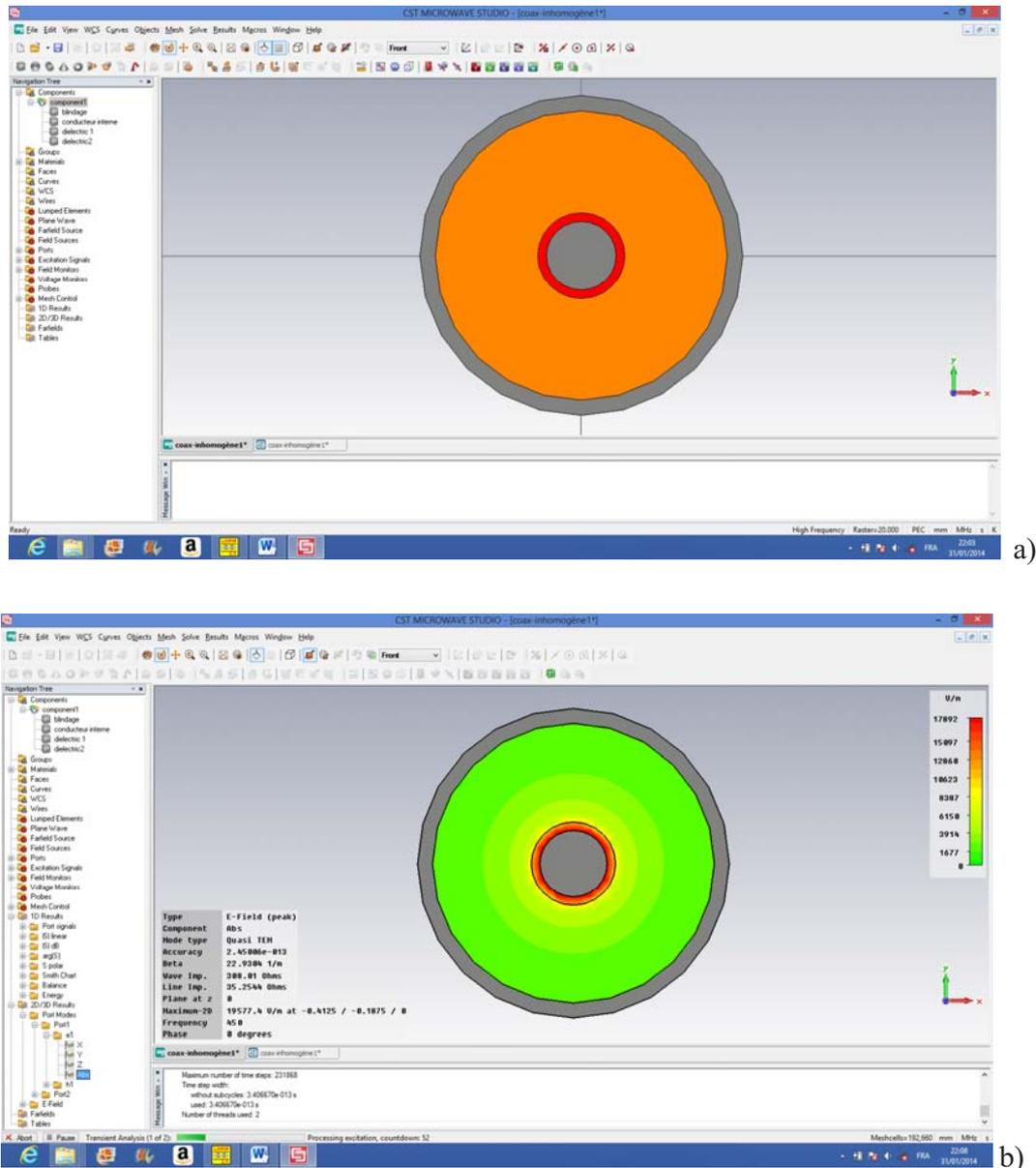


Figure I.6 : Caractérisation EM d'une ligne coaxiale inhomogène sous CST, en a) section transversale et en b) résultats de simulation obtenus.

Ensuite, nous avons étudié la dépendance entre le rapport r_h/r_a (pour $r_b/r_a=4.184$, $\epsilon_{r1}=2.95$ et $\epsilon_{r2}=7.24$) et les paramètres EM de la ligne coaxiale inhomogène. Cette dépendance est montrée sur les graphes des figures suivantes :

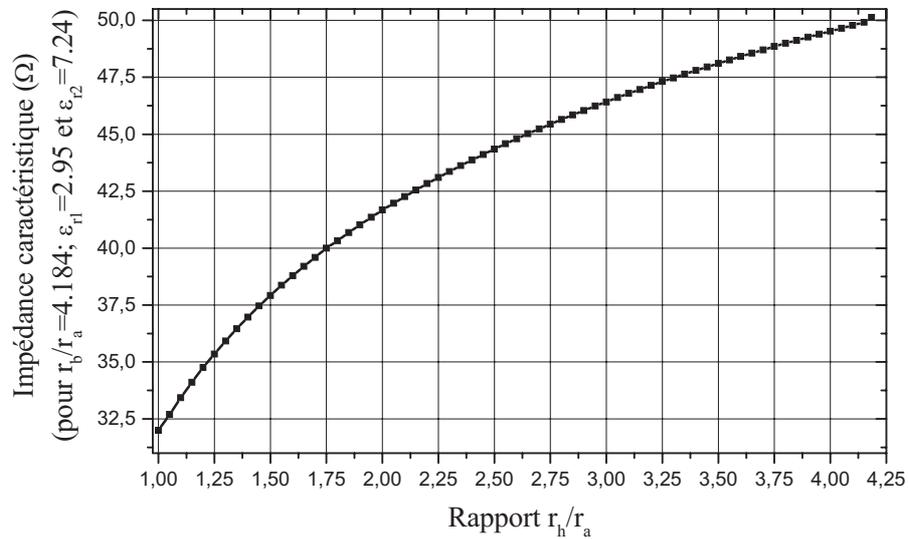


Figure I.7 : Impédance caractéristique en fonction du rapport (r_h/r_a).

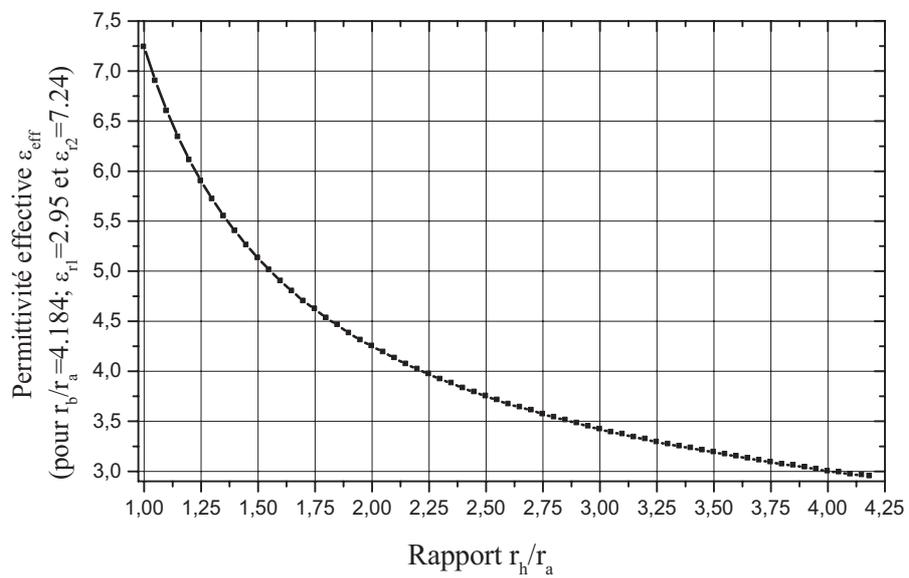


Figure I.8 : Permittivité effective en fonction du rapport (r_h/r_a).

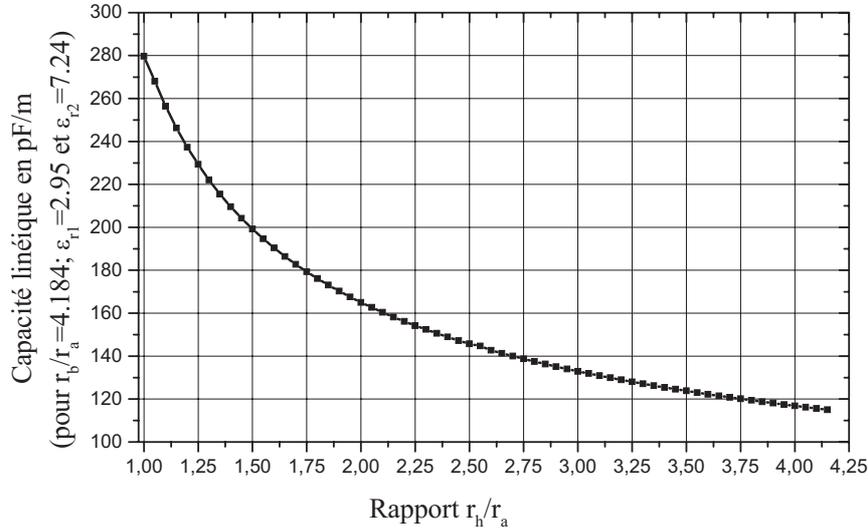


Figure I.9 : Capacité linéique en fonction du rapport (r_h/r_a).

La figure I.7 montre que plus le rapport r_h/r_a augmente plus l'impédance caractéristique de la ligne coaxiale augmente. Par contre la permittivité effective et la capacité linéique sont inversement proportionnelles au rapport r_h/r_a d'après les graphes des figures I.8 et I.9

I.3.6 MODÈLES ANALYTIQUES DÉVELOPPÉS

En utilisant une technique de lissage des résultats numériques obtenus par la MEF des figures précédentes, nous avons pu développer des expressions analytiques rigoureuses pour l'ensemble des paramètres caractéristiques (qui nous intéressent) de la ligne coaxiale inhomogène. Ces expressions se présentent comme suit.

• **Impédance caractéristique :**

L'impédance caractéristique (Z_c) de la ligne coaxiale inhomogène est exprimée par la relation suivante :

$$Z_c = Z_0 + A e^{\left(-\frac{3(r-1)}{5}\right)} \quad (\Omega) \quad (I.65)$$

Avec : $Z_0=52.804$; $A=-20.31$; $r=r_h/r_a$

Ce qui donne :

$$r = 1 - \frac{5}{3} \text{Log} \left(\frac{Z_c - Z_0}{A} \right) \quad (I.66)$$

• **Permittivité effective et capacité linéique :**

La permittivité effective et la capacité linéique de la ligne coaxiale inhomogène sont données respectivement par les relations (I.67) et (I.68).

$$\epsilon_{eff} = \epsilon_0 + A_1 e^{\left(-\frac{(r-1)}{0.363}\right)} + A_2 e^{\left(-\frac{(r-1)}{1.87}\right)} \quad (I.67)$$

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

Avec : $\epsilon_0=2.417$; $A_1=1.89$; $A_2=2.915$; $r=r_h/r_a$

$$C = C_0 + A_1 e^{\left(-\frac{(r-1)}{0.376}\right)} + A_2 e^{\left(-\frac{(r-1)}{1.93}\right)} \left(\frac{pF}{m}\right) \quad (I.68)$$

Avec : $C_0=92.96$; $A_1=74.71$; $A_2=111.86$; $r=r_h/r_a$

Les erreurs relatives entre nos résultats numériques et ceux obtenus après lissage telles qu'elles sont montrées sur le tableau suivant ne dépassent pas 0.4% pour $r_h/r_a=1.25$. Ce ci montre clairement la précision de nos expressions analytiques proposées pour la ligne coaxiale quasi-TEM.

| Pour $r_b/r_a=4.184$, $r_h/r_a=1.25$, $\epsilon_{r1}=2.95$, $\epsilon_{r2}=7.24$ | | | |
|---|----------------------------|------------------------------------|------------------------|
| Paramètres EM | Résultats numériques (MEF) | Résultats analytiques (théoriques) | Erreur relative en (%) |
| Impédance caractéristique en (Ω) | 35.4 | 35.35 | 0.141 |
| Inductance linéique (nH/m) | 202.66 | 202.12 | 0.268 |
| Capacité linéique (pF/m) | 161.73 | 161.11 | 0.383 |

Tableau I.2 : Résultats de caractérisation d'une ligne coaxiale inhomogène (quasi-TEM).

I.3.7 CONCLUSION

Cette partie de ce chapitre consistait à déterminer les paramètres EM de la ligne coaxiale homogène et inhomogène par voie numérique en utilisant la théorie des lignes de transmission. Pour atteindre cet objectif, il fallait connaître la distribution du potentiel scalaire sur la surface transverse de la ligne. Or aux fréquences radioélectriques le problème s'approxime par la résolution de l'équation de Laplace. Cette résolution, nous l'avons faite en utilisant la MEF par le biais de nos programmes réalisés sous l'environnement freeFEM4, et a permis le calcul des paramètres EM à partir de l'énergie électrique moyenne.

A partir des différentes simulations que nous avons pu mener, nous constatons que l'écart est faible entre nos résultats numériques et ceux ou bien analytiques déjà connus ou bien ceux numériques obtenus sous d'autres environnements tel que CST. Nous disposons donc d'un outil informatique précieux pour la caractérisation EM de lignes homogènes et inhomogènes.

Dans ce qui suit nous allons exploiter notre outil numérique ainsi que nos résultats déjà présentés précédemment pour la conception, pour des applications hautes puissances en télécommunication et de mesure radiofréquence, d'une part de coupleur Branchline-TEM et d'autre part de nouveau coupleur Branchline-quasi-TEM, tous réalisés à partir de tronçons de lignes coaxiales.

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

I.4 COUPLEUR BRANCHLINE A LIGNE COAXIALE TEM ET QUASI-TEM

La théorie simplifiée du coupleur Branchline est présentée en annexe B. Sa conception se fait systématiquement pour une longueur d'onde $l=\lambda/4$, à l'aide de tronçons de ligne quart-d'onde comme suit :

- Type de technologie utilisé (ligne coaxial homogène et inhomogène) ;
- Choix du substrat diélectrique ($\epsilon_r, \epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}$) ;
- Détermination des dimensions géométriques des tronçons de lignes utilisées au moyen d'expressions analytiques ou de graphes selon que l'impédance caractéristique est $Z_c=50 \Omega$ ou $Z_c = \frac{50}{\sqrt{2}} \Omega$;
- Calcul des dimensions longitudinales de chaque tronçon de ligne du coupleur Branchline (longueur l) en utilisant la relation suivante.

$$l = -\frac{c}{4f\sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (\text{avec } c = 3 \times 10^8 \text{ m/s})$$

I.4.1 CONCEPTION DE COUPLEUR BRANCHLINE TEM FONCTIONNANT À 450 MHz

Pour concevoir un coupleur Branchline TEM fonctionnant à 450 MHz et utilisant des tronçons de câbles coaxiaux homogènes (L_1, L_2, L_3, L_4) de type RG58 ($r_a=0.45\text{mm}$, $\epsilon_r=2.95$), nous avons analysé la structure représentée sur la figure B.1 de l'annexe B.

Pour les lignes coaxiales, la largeur de conducteur interne (r_a) a été maintenue constante. Le rayon (r_b) du conducteur extérieur a été varié pour modifier l'impédance caractéristique de la ligne. Toutes les dimensions et les paramètres électromagnétiques, obtenus à partir d'une caractérisation numérique par la MEF ou à partir d'expressions analytiques, pour les tronçons de lignes du coupleur sont donnés dans le tableau I.3.

| Coupleur Branchline-TEM ($r_a=0.45\text{mm}$, $\epsilon_r=2.95$, $f_0=450\text{MHz}$) | | |
|---|----------------------------|------------------------------------|
| Tronçons de lignes homogènes L1 et L3 $r_b/r_a=2.751$ | | |
| Paramètres EM et physiques | Résultats numériques (MEF) | Résultats analytiques (théoriques) |
| Impédance caractéristique en (Ω) | 35.4 | 35.35 |
| Inductance linéique (nH/m) | 202.66 | 202.12 |
| Capacité linéique (pF/m) | 161.73 | 161.11 |
| Longueur (mm) | 97 | |

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

| Tronçons de lignes homogènes L2 et L4 $r_b/r_a=4.184$ | | |
|--|----------------------------|------------------------------------|
| Paramètres EM | Résultats numériques (MEF) | Résultats analytiques (théoriques) |
| Impédance caractéristique en (Ω) | 50.07 | 50 |
| Inductance linéique (nH/m) | 286.68 | 285.93 |
| Capacité linéique (pF/m) | 114.33 | 114.01 |
| Longueur (mm) | 97 | |

Tableau I.3 : Résultats de caractérisation et de conception de coupleur Branchline TEM

Pour ces paramètres géométriques et physiques et en utilisant un modèle numérique adapté [14] les réponses fréquentielles dans la bande [100-800] MHz du coupleur Branchline que nous avons conçu au moyen des lignes coaxiales homogènes, sont montrées par les graphes de la figure I.10.

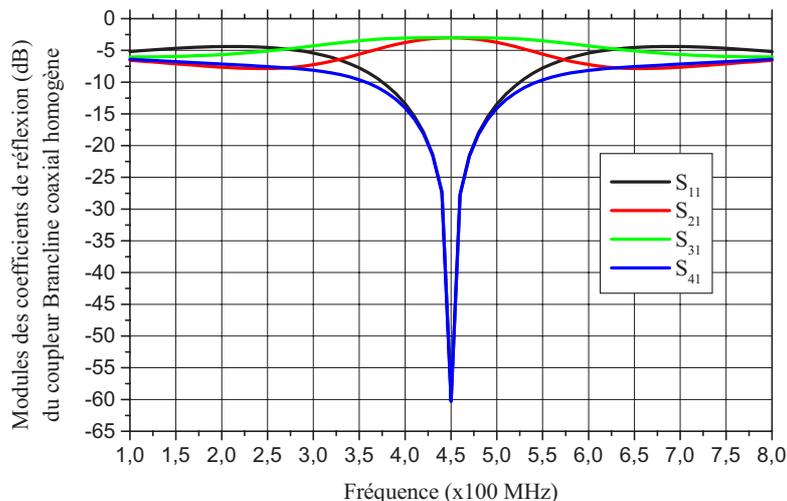


Figure I.10 : Réponses fréquentielles du coupleur Branchline TEM sous l'environnement MATPAR.

Les réponses simulées respectivement couplée (S_{31}) et directe (S_{21}) sont meilleures que (-3.75dB) dans une bande de fréquence s'étalant de 400 à 500 MHz, ce qui limite la bande passante à environ 14.3%. Les pertes de réflexion (S_{11}) et d'isolation (S_{41}) sont meilleurs que (-14 dB) dans cette même bande passante.

La même simulation du fonctionnement du coupleur Branchline TEM que nous avons conçu a été faite sous l'environnement CST [12] (Figure I.11). Ses réponses fréquentielles représentées sur la figure I.12 sont en bon accord avec ceux obtenues sous l'environnement MATPAR.

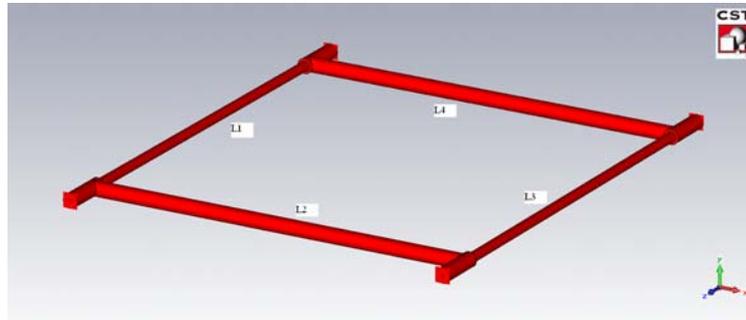


Fig. I.11 : Schéma en 3D du coupleur Branchline TEM fonctionnant à 450 MHz.

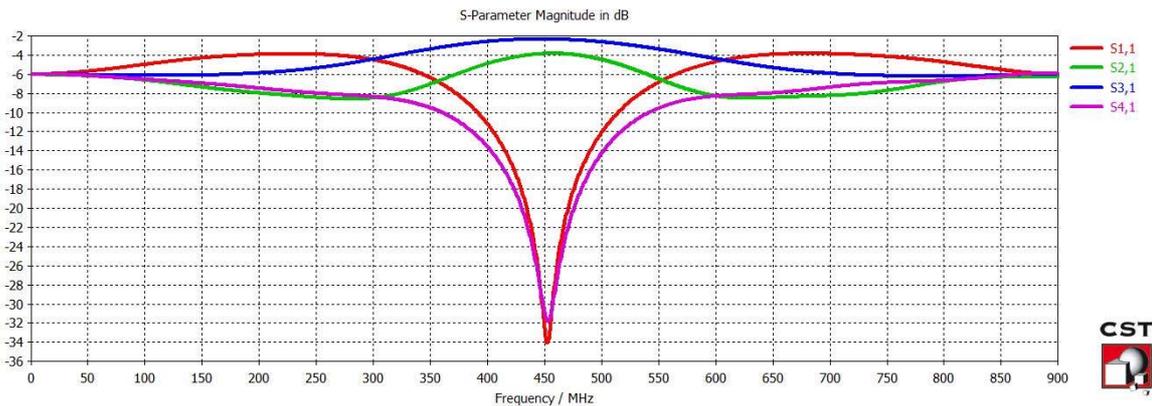


Figure I.12 : Réponses fréquentielles du coupleur Branchline TEM sous l'environnement CST.

Rappelons qu'un point pratique critique auquel il faut résoudre est l'effet de discontinuité présent à chaque coin du coupleur entre les tronçons de lignes d'impédance non égales.

Pour résoudre ce problème de discontinuité géométrique et en se servant de nos expressions analytiques que nous avons développées, nous avons pensé à concevoir un coupleur Branchline quasi-TEM ne présentant pas de discontinuités mais utilisant deux tronçons de lignes coaxiales inhomogènes (L_1 , L_3) d'impédances 35.35Ω et de rapport ($r_b/r_a=4.184$) égal à celui des deux autres tronçons de lignes coaxiales homogènes (L_2 , L_4) d'impédances 50Ω . Nos résultats de conception et de simulation se présentent comme suit.

I.4.2 CONCEPTION DE COUPLEUR BRANCHLINE QUASI-TEM FONCTIONNANT À 450 MHZ

Pour tous les tronçons de lignes coaxiales de notre coupleur quasi-TEM, le rapport r_b/r_a a été maintenu constant. Les deux tronçons inhomogènes sont à diélectriques de permittivités relatives de 2.95 et 7.24 utilisés respectivement dans la réalisation du RG58 et du RG213.

Dans le but de concevoir des tronçons de lignes coaxiales inhomogènes d'impédances 35.35Ω et ayant rapport r_b/r_a égal à 4.184, il nous a fallu prendre rapport r_h/r_a égal à 1.25 en utilisant la relation que nous avons développée (I.66).

Une représentation en 3D de notre nouveau type de coupleur Branchline quasi-TEM ne présentant aucune discontinuité géométrique et utilisant des tronçons de lignes coaxiales est montrée sur la figure suivante :

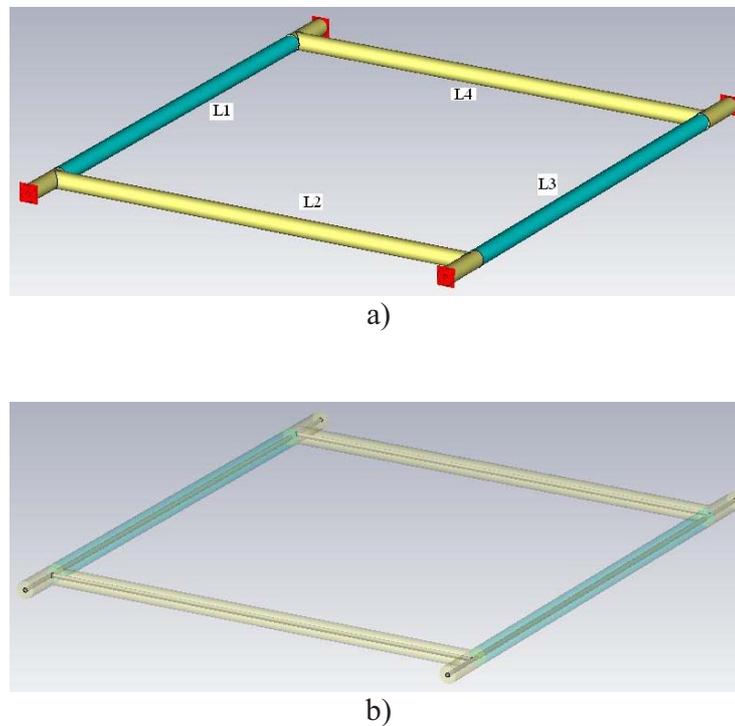


Figure. I.13 : Schéma en 3D du nouveau type de coupleur Branchline quasi-TEM fonctionnant à 450 MHz, en a) dessin global et en b) dessin détaillé.

Toutes les dimensions et les paramètres électromagnétiques, obtenus à partir de nos expressions analytiques développées et à partir de nos caractérisations EM par la MEF, pour les tronçons de lignes du coupleur quasi-TEM sont donnés dans le tableau I.4.

Pour ces paramètres géométriques et physiques les réponses fréquentielles obtenues sous l'environnement MATPAR dans la bande [100÷800] MHz du nouveau type de coupleur Branchline quasi-TEM que nous avons conçu, sont montrées par les graphes de la figure I.14.

Pour notre nouveau type de coupleur Branchline quasi-TEM, les réponses couplée (S_{31}) et directe (S_{21}) sont meilleures que (-3.73 dB) dans une bande de fréquence s'étalant de 400 à 500 MHz, ce

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

qui limite la bande passante à environ 14.3%. Les pertes de réflexion (S_{11}) et d'isolation (S_{41}) sont meilleurs que (-14.14 dB) dans cette même bande passante.

La différence de phase, en fonction de la fréquence, entre les deux voies de sortie (directe et couplée) de notre nouveau type de coupleur quasi-TEM est également représentée sur la figure I.15. Sur cette figure nous remarquons clairement que dans la bande de fréquence [400÷500] MHz la différence de phase entre les deux voies de sortie est de 90° et qui est la valeur recherchée durant notre conception [15].

| Coupleur Branchline-quasi-TEM ($r_a=0.45\text{mm}$, $r_b/r_a=4.184$, $f_0=450\text{MHz}$) | | |
|---|----------------------------|--------------------------------------|
| Tronçons de lignes homogènes L1 et L3 $r_h/r_a=1.25$, $\epsilon_{r1}=2.95$, $\epsilon_{r2}=7.24$ | | |
| Paramètres EM et physiques | Résultats numériques (MEF) | Résultats analytiques (Théoriques) |
| Impédance caractéristique en (Ω) | 35.35 | 35.32 |
| Permittivité effective | 5.90 | 5.91 |
| Inductance linéique (nH/m) | 286.64 | 286.54 |
| Capacité linéique (pF/m) | 229.3 | 229.65 |
| Longueur (mm) | 68.6 | |
| Tronçons de lignes homogènes L2 et L4 $\epsilon_r=2.95$ | | |
| Paramètres EM | Résultats numériques (MEF) | R Résultats analytiques (Théoriques) |
| Impédance caractéristique en (Ω) | 50.07 | 50 |
| Inductance linéique (nH/m) | 286.68 | 285.93 |
| Capacité linéique (pF/m) | 114.33 | 114.01 |
| Longueur (mm) | 97 | |

Tableau I.4 : Résultats de caractérisation et de conception de notre nouveau type de coupleur Branchline quasi-TEM.

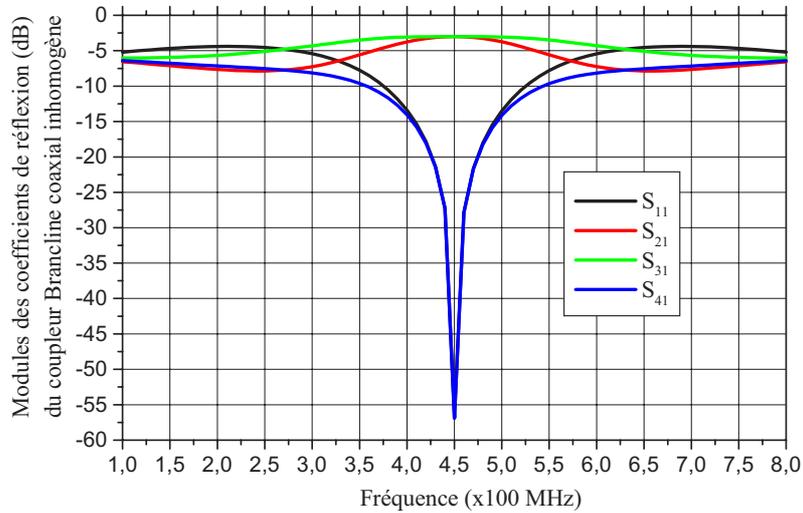


Figure I.14 : Réponses fréquentielles du coupleur Branchline quasi-TEM.

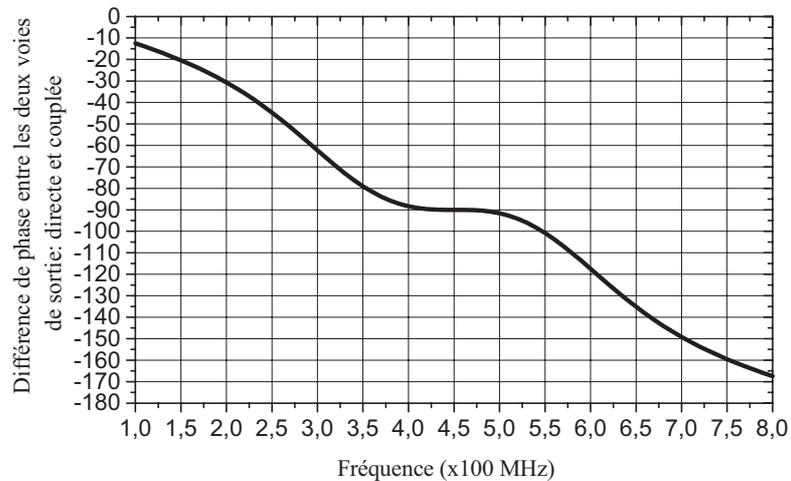


Figure I.15 : Différence de phase en fonction de la fréquence entre les deux voies de sortie (directe et couplée) de notre coupleur Branchline quasi-TEM, obtenue sous l'environnement MATPAR.

I.4.3 CONCLUSION

Dans cette première partie de ce chapitre nous avons exploité notre outil numérique ainsi que nos résultats présentés pour la conception d'une part de coupleur Branchline TEM et d'autre part de nouveau coupleur Branchline quasi-TEM, tous réalisés à partir de tronçons de lignes coaxiales.

Aussi nos résultats de simulation des réponses fréquentielles des deux types de coupleur TEM et quasi-TEM, conçus pour des applications hautes puissances en télécommunication et de mesures

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

radiofréquences, nous les avons obtenus sous l'environnement MATPAR et ont été validés par celles que nous avons obtenues sous l'environnement CST.

I.5 LIGNE STRIPLINE CYLINDRIQUE TEM

I.5.1 DESCRIPTION

La conception d'antennes microrubans (microstrip) utilisant des substrats diélectriques de forme cylindrique nécessite le développement d'outils de conception assistée par ordinateur (CAO) de haute précision [16, 17].

En tenant compte des avantages de la configuration cylindrique, plusieurs applications utilisant des substrats diélectriques souples peuvent être trouvées dans la conception de divers circuits : adaptateurs, filtres, transformateurs d'impédance...etc.

Différentes méthodes de résolution ont été utilisées dans la littérature scientifique pour la caractérisation des grandeurs EM de la ligne stripline cylindrique. Wang a résolu l'équation de Laplace par une méthode de double série et a présenté de nombreux résultats sur l'impédance caractéristique de la microbande cylindrique [18]. Joshi et al. ont déterminé l'impédance caractéristique de la ligne stripline cylindrique TEM par une technique de calcul des résidus [19]. Zeng et al. ont utilisé les transformations conformes pour trouver des expressions pour l'impédance caractéristique des lignes striplines elliptiques à épaisseurs de rubans nulles et à épaisseurs finies [20]. Chan et al. ont analysé une classe de lignes de transmission cylindriques en utilisant une approche itérative [21]. Reddy et al. ont obtenu une expression rigoureuse pour l'impédance caractéristique de la ligne stripline cylindrique à diélectriques multicouches [22].

Dans ce travail, nous présentons nos nouvelles expressions, simples et exactes, pour les paramètres EM (impédance caractéristique (Z_c), inductance linéique (L) et capacité linéique (C)) de la ligne stripline cylindrique, obtenues à partir de résultats de caractérisations EM basés sur nos programmes MEF réalisées sous l'environnement freeFEM d'une part et à partir des techniques de lissage de courbes faites sous l'environnement Origin50 d'autre part.

La géométrie de la section transversale de la ligne stripline cylindrique est représentée sur la figure I.16. La ligne présente un arc conducteur de rayon r_2 et ayant un angle de conduction 2α placé entre les deux plans de masse cylindriques à rayons interne et externe notés respectivement r_1 et r_3 et plongé dans un substrat diélectrique de constante diélectrique relative ϵ_r .

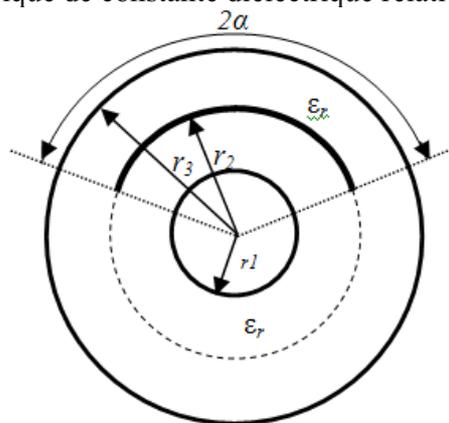


Figure I.16 : Section transversale de la ligne stripline cylindrique.

I.5.2 CARACTÉRISATION NUMÉRIQUE [23]

Pour valider les résultats de calculs numériques de notre logiciel MEF-2D que nous avons réalisé pour ce type de ligne stripline cylindrique, nous l'avons appliqué pour étudier l'influence du demi-angle de conduction α sur l'impédance caractéristique pour $r_3/r_1=2$ et $r_2/r_1=\sqrt{2}$, rapports pour lesquels nous possédons des résultats dans la littérature scientifique.

Les figures I.17 et I.18 illustrent respectivement le maillage de la section transversale de la ligne stripline cylindrique et les équipotentielles obtenues pour $\alpha = 40^\circ$ et $\alpha = 140^\circ$ après résolution de l'équation de Laplace.

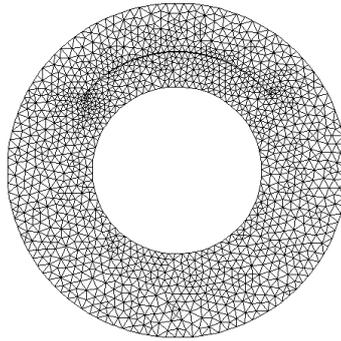


Figure I.17 : Maillage de la section transversale de la ligne stripline cylindrique.

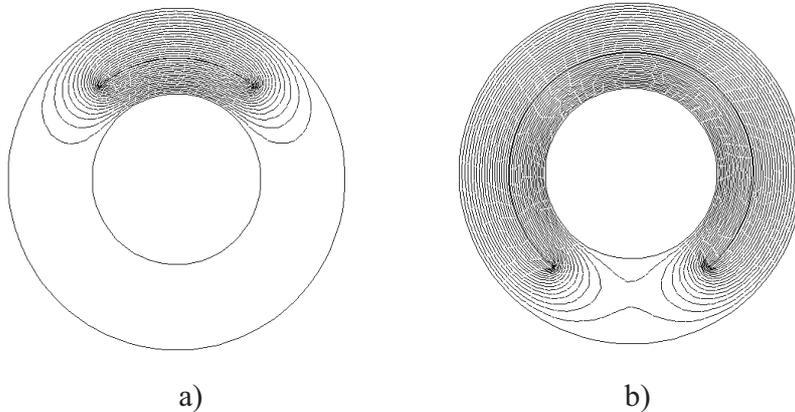


Figure I.18 : Equipotentielles obtenues après résolution de l'équation de Laplace pour a) $\alpha=40^\circ$ et b) $\alpha = 140^\circ$.

Puis nous avons comparé nos résultats numériques obtenus par la MEF à ceux trouvés par d'autres méthodes pour les mêmes paramètres géométriques et physiques. Nos résultats de comparaisons présentés dans le tableau I.5 montrent un très bon accord entre les méthodes utilisées pour la caractérisation EM de la ligne stripline cylindrique-TEM.

| | $\sqrt{\epsilon_r} Z_c (\Omega), r_3 / r_1 = 2, r_2 / r_1 = \sqrt{2}$ | | | |
|--------------|---|-------|-------|--------|
| α (°) | MEF | [20] | [21] | [22] |
| 10.20 | 98.0383 | 98.97 | 99.53 | 100.70 |
| 20.04 | 64.5378 | 64.93 | 65.21 | 65.83 |
| 29.88 | 48.1842 | 48.39 | 48.56 | 48.90 |
| 39.73 | 38.4312 | 38.49 | 38.68 | 38.90 |

Tableau I.5 : Impédances caractéristiques normalisées en fonction du demi-angle de conduction, obtenues par différentes méthodes.

La ligne stripline cylindrique est constituée de deux conducteurs placés à la masse : le conducteur central de rayon r_1 et le blindage de rayon r_3 . Ces deux conducteurs ont des effets sur les paramètres EM de la ligne homogène. Pour $(r_2/r_1) \ll (r_3/r_1)$ l'arc cylindrique est proche du conducteur central de la ligne et c'est ce dernier qui influe considérablement sur les paramètres EM. Par contre c'est le blindage qui influe, plus que le conducteur central, sur les paramètres EM lorsqu'il est proche de l'arc conducteur. Ces constatations seront validées par nos résultats qui seront présentés dans ce qui suit (Figures I.19-I.21).

Ceci d'une part, d'autre part le nombre de paramètres géométriques de la ligne stripline cylindrique à épaisseur de conducteurs négligeables est important (r_1, r_2, r_3 et α) et le nombre de variables ($r_2/r_1, \alpha, r_3/r_1$) rend difficile sinon impossible de trouver des expressions analytiques approchées pour ses paramètres EM. Par conséquent dans cette thèse, pour la ligne stripline cylindrique à épaisseur de conducteurs négligeables, le rapport (r_3/r_1) est maintenu constant à 2 et le demi-angle de conduction α a été varié de 5° à 179° pour chaque valeur du rapport (r_2/r_1) variant de 1.1 à 1.9. Dans ces conditions, nos résultats de caractérisation par la MEF-2D sont montrés par les graphes des figures I.19, I.20 et I.21 pour $\epsilon_r = 1$.

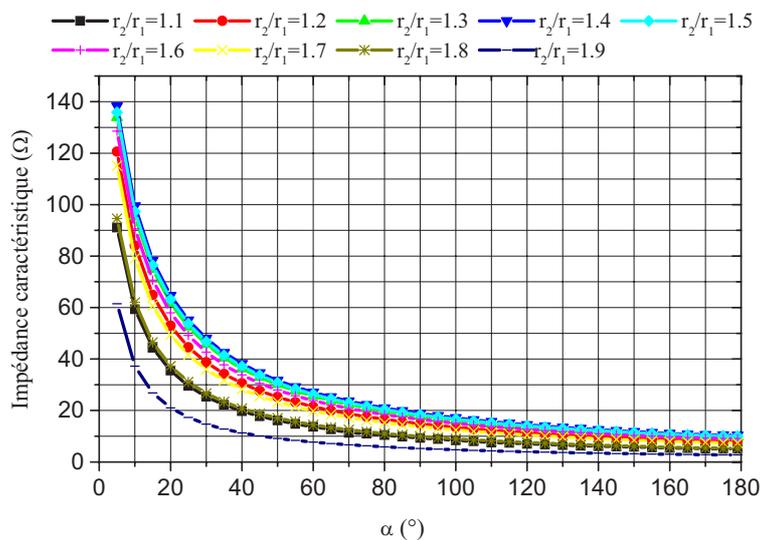


Figure I.19 : Influence du demi-angle de conduction α sur l'impédance caractéristique de la ligne stripline cylindrique remplie d'air pour différents rapports r_2/r_1 et pour $r_3/r_1=2$.

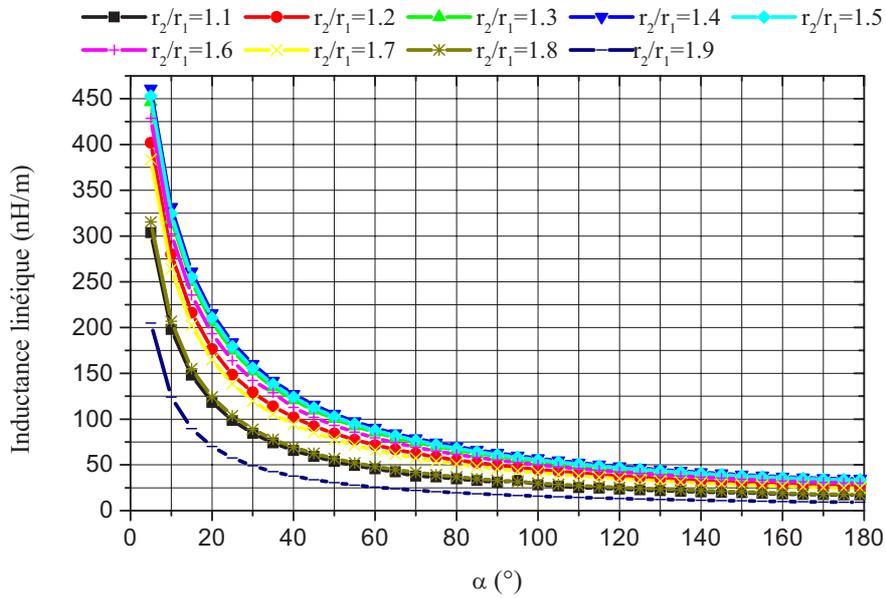


Figure I.20 : Variations de l'inductance linéique de la ligne stripline cylindrique remplie d'air en fonction du demi-angle de conduction α pour différents rapports r_2/r_1 et pour $r_3/r_1=2$.

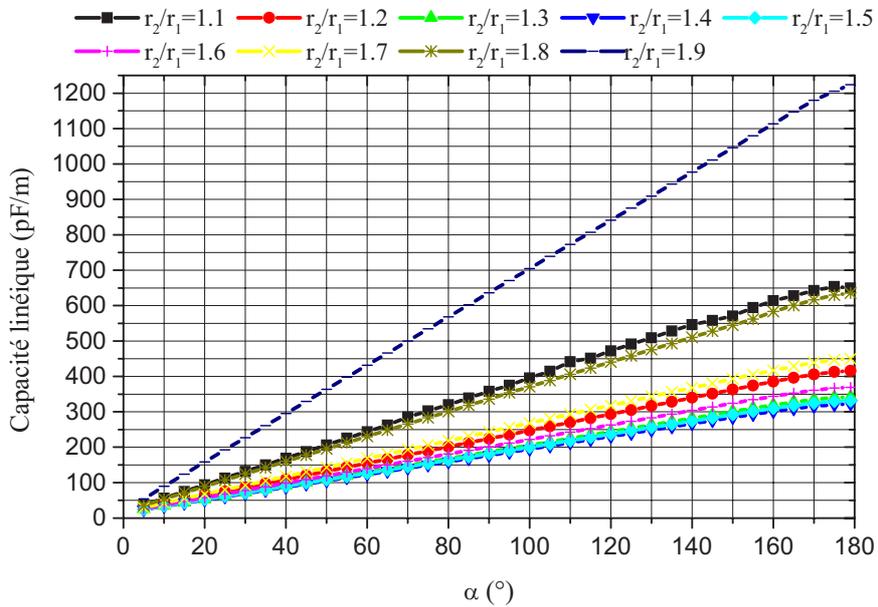


Figure I.21 : Influence du demi-angle de conduction α sur la capacité linéique de la ligne stripline cylindrique remplie d'air pour différents rapports r_2/r_1 et pour $r_3/r_1=2$.

I.5.3 DÉRIVATION DE MODÈLES ANALYTIQUES [23]

Nos résultats de caractérisation EM obtenus précédemment montrent que les paramètres EM de la ligne stripline cylindrique dépendent fortement du rapport r_2/r_1 et du demi-angle de conduction α . La connaissance des valeurs de ces paramètres EM est indispensable pour toute conception de circuit RF ou microonde utilisant la ligne stripline cylindrique. Dans le but de fournir des expressions analytiques des paramètres EM pour une telle conception et optimisation, nous proposons des expressions rigoureuses basées sur des techniques de lissage non linéaire de courbes réalisées sous l'environnement Origin50. Notre technique de dérivation de modèles analytiques pour les paramètres EM en fonction du rapport (r_2/r_1) et du en fonction du demi-angle de conduction α est simple et consiste à: en premier lieu, pour un paramètre EM donné (Z_c , L , ...) et pour chaque valeur du rapport (r_2/r_1) variant de 1.1 à 1.9, nous lissons une courbe en fonction du demi-angle de conduction α variant de 5° à 179° à nos données numériques actives en utilisant une fonction exponentielle du second ordre (par exemple). Comme résultats, nous obtenons de nouveaux paramètres intermédiaires (Z_{c0} , A_1 , t_1, \dots) qui dépendent du rapport (r_2/r_1). Finalement nous appliquons un lissage polynomial à ces derniers en fonction du rapport (r_2/r_1). Par conséquent, nos expressions analytiques des paramètres EM de la ligne stripline cylindrique peuvent être présentées comme suit.

• **Impédance caractéristique :**

L'expression de l'impédance caractéristique de la ligne stripline cylindrique homogène est donnée par la relation I.69 :

$$Z_c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} (Z_{c0} + A_1 e^{-\alpha/t_1} + A_2 e^{-\alpha/t_2}) \quad (\Omega) \quad (I.69)$$

Où

Pour $r < 1.5$

$$Z_{c0} = -51.76 + 53.34r + 17.95r^2 - 17.76r^3$$

$$A_1 = -2602.35 + 6084.4r - 4534.67r^2 + 1128.33r^3$$

$$t_1 = -291.36 + 683.13r - 520.42r^2 + 132.36r^3$$

$$A_2 = -267.94 + 213.93r + 218.85r^2 - 142.93r^3$$

$$t_2 = -1556.9 + 3687.99r - 2830.98r^2 + 724.3r^3$$

$$r = r_2 / r_1$$

Pour $r \geq 1.5$

$$Z_{c0} = -8887.77 + 21587.02r - 19615.8r^2 + 7915.26r^3 - 1197.46r^4$$

$$A_1 = -33247.47 + 81131.57r - 73965.47r^2 + 29982.5r^3 - 4562.06r^4$$

$$t_1 = 7213.71 - 17477.45r + 15869.92r^2 - 6392.61r^3 + 963.61r^4$$

$$A_2 = -32807.31 + 79533.0r - 72090.48r^2 + 29038.79r^3 - 4390.60r^4$$

$$t_2 = 139309.0 - 339004.11r + 308973.2r^2 - 124958.05r^3 + 18920.61r^4$$

$$r = r_2 / r_1$$

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

• Inductance linéique :

L'inductance linéique de la ligne stripline cylindrique homogène peut être exprimée par la relation I.70 :

$$L = \frac{1}{\varepsilon_r} (L_0 + A_1 e^{-\alpha/t_1} + A_2 e^{-\alpha/t_2}) \quad \left(\frac{nH}{m} \right) \quad (I.70)$$

Où

Pour $r < 1.5$

$$L_0 = -291.33 + 461.19r - 164.9r^2$$

$$A_1 = 415.025 - 63.3e^{-(r-1.1)/0.0838}$$

$$t_1 = -264.15 + 620.8r - 472.9r^2 + 120.3r^3$$

$$A_2 = -192.192 + 3104.9r - 1121r^2$$

$$t_2 = -1321.3 + 3145.98r - 2415.95r^2 + 618.53r^3$$

$$r = r_2 / r_1$$

Pour $r \geq 1.5$

$$L_0 = -33587.1 + 81204.34r - 73460.1r^2 + 29509.35r^3 - 4444.02r^4$$

$$A_1 = -93684.33 + 230658.64r - 212025.76r^2 + 86657.61r^3 - 13294.8r^4$$

$$t_1 = 9850.37 - 23640.22r + 21257.1r^2 - 8480.23r^3 + 1266.24r^4$$

$$A_2 = -176747.03 + 422471.25r - 377727.47r^2 + 150000.13r^3 - 22340.71r^4$$

$$t_2 = 150148.01 - 364310.08r + 331069.54r^2 - 133511.18r^3 + 20159.12r^4$$

$$r = r_2 / r_1$$

• Capacité linéique :

Finalement, la capacité linéique de la ligne stripline cylindrique homogène est donnée par la relation (I.71).

$$C = \varepsilon_r (a + b\alpha) \quad \left(\frac{pF}{m} \right) \quad (I.71)$$

Où, pour $r < 1.5$

$$a = -7184.74 + 1801265r - 149106r^2 + 408493r^3$$

$$b = 276.078 - 610.35r + 453.39r^2 - 112.41r^3$$

$$r = r_2 / r_1$$

Pour $r \geq 1.5$

$$a = 1050626 - 2520612r + 226724r^2 - 904937r^3 + 135292r^4$$

$$b = 401499 - 987122r + 910214r^2 - 373027r^3 + 573.53r^4$$

$$r = r_2 / r_1$$

I.5.4 COMPARAISONS ENTRE LES RÉSULTATS ANALYTIQUES ET NUMÉRIQUES [23]

Les figures I.22 à I.24 illustrent une comparaison entre nos valeurs analytiques et numériques. L'erreur relative en pour-cent entre les valeurs numériques et analytiques reste inférieure à 3 % pour un demi-angle de conduction α variant entre 5° et 179° , et pour chaque rapport (r_2/r_1) variant de 1.1 à 1.9. La cohérence de ces résultats prouve la validité et la précision de nos expressions analytiques proposées.

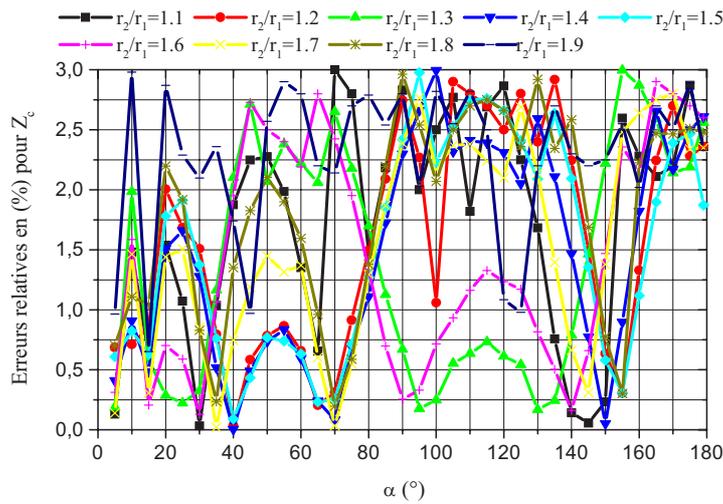


Figure I.22 : Erreurs relatives entre les valeurs numériques et analytiques pour l'impédance caractéristique

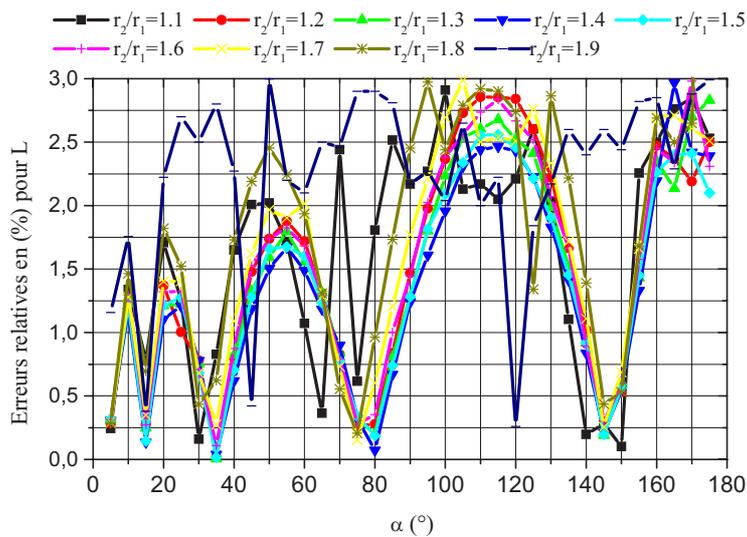


Figure I.23 : Erreurs relatives entre les valeurs numériques et analytiques pour l'inductance linéique

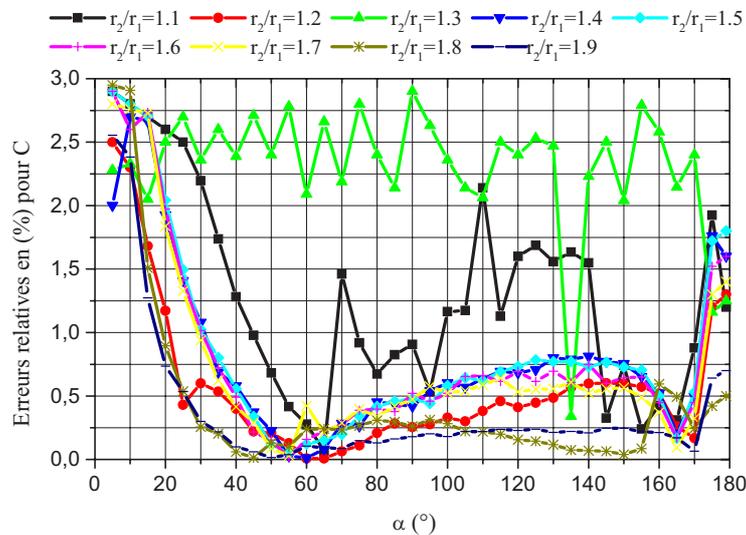


Figure I.24 : Erreurs relatives entre les valeurs numériques et analytiques pour la capacité linéique

I.5.5 CONCLUSION

Dans cette deuxième partie de ce chapitre nous avons proposé des expressions analytiques rigoureuses pour les paramètres EM de la ligne stripline cylindrique, en fonction de ses paramètres géométriques.

Nos expressions, nous les avons développées au moyen de techniques de lissage de nos résultats de caractérisation EM présentant un très bon accord avec ceux de la littérature scientifique.

Nos expressions sont simples à utiliser (à programmer) pour la CAO RF/microonde de circuits utilisant la ligne stripline cylindrique d'une part et sont applicables pour un large intervalle de variation du rapport (r_2/r_1) et du demi-angle de conduction α d'autre part.

I.6 CONCLUSION GENERALE

Ce chapitre s'est caractérisé essentiellement par la proposition de formules analytiques précises pour les lignes : coaxiale quasi-TEM et stripline cylindrique TEM, obtenus après un lissage rigoureux de nos résultats d'analyses par la MEF des différents paramètres EM de ces lignes. Ces expressions présentant une erreur relative inférieure à 3% sont fortement désirées lors de la CAO de circuits RF/micro-ondes (coupleurs Branchlines, filtres, ...) destinées pour différentes applications dans le domaine des télécommunications hautes puissances et de mesure radiofréquence et microondes.

Grace à nos logiciels MEF-2D que nous avons réalisés sous l'environnement freeFEM constituant des outils numériques précieux pour l'analyse des lignes de transmission homogènes ou inhomogènes propageant le mode TEM ou quasi-TEM, nous avons pu concevoir un nouveau type de coupleur Branchline ne présentant pas de discontinuités géométriques. Notre nouveau type de coupleur Branchline utilise des tronçons de lignes coaxiales classiques TEM et de lignes coaxiales partiellement diélectriques quasi-TEM et fonctionne par exemple à 450 MHz. En jouant sur la valeur de sa longueur, il est très facile de le faire fonctionner sur n'importe qu'elle autre fréquence du domaine RF (ou même microonde). Notre coupleur présente des qualités électriques intéressantes

Chapitre I : Ligne coaxiale quasi-TEM et ligne stripline cylindrique : Coupleur Branchline et Expressions

à savoir ses réponses couplée et directe sont meilleures que -3.73 dB dans une bande de fréquence s'étalant de 400 à 500 MHz et ses pertes de réflexion et d'isolation sont meilleurs que -14.14 dB dans cette même bande passante.

Les résultats présentés dans ce chapitre ont fait l'objet de deux publications nationales dans la revue « Communication Science & Technology (COST) », ISSN : 1112-5187.

D. LACHACHI, N. BENABDALLAH and N. BENAHMED, Coupleurs Branchline TEM et quasi-TEM à lignes coaxiales classiques, Communication Science & Technology (COST), vol. no. 15, pp. 27-46, January 2015.

Y. BEKRI, N. BENABDALLAH, D. LACHACHI and N. BENAHMED, Novel analytical expressions for the electromagnetic parameters of cylindrical striplines, Communication Science & Technology (COST), vol. no. 16, pp. 01-11, January 2016.

Dans les chapitres suivants, nous nous intéressons à la théorie, l'analyse et la conception de nouvelles structures de coupleurs de proximité coaxiaux inhomogènes (quasi-TEM) de formes très complexes pour des applications du domaine des télécommunications hautes puissances et de mesures radiofréquences et microondes.

CHAPITRE II

THEORIE SUCCINTE DES LIGNES COUPLEES

II.1 INTRODUCTION

Dans ce chapitre, nous allons présenter l'essentiel de la théorie des lignes couplées par proximité [24].

Quand un courant électrique circule sur une ligne, il crée des champs électromagnétiques autour de cette ligne. Lorsque la fréquence du signal est basse, les énergies électriques et magnétiques sont concentrées dans le voisinage immédiat du conducteur et aucun couplage ne peut se produire avec un autre conducteur placé à proximité. Sous excitation HF et plus, si l'on place une seconde ligne de transmission à proximité de la première, les champs qui se propagent sur l'une des lignes peuvent produire un signal sur la seconde. On dira que ces deux lignes sont couplées. Le champ électrique fait apparaître une tension (couplage capacitif), alors que le champ magnétique induit un courant (couplage inductif). Evidemment, ces deux couplages augmentent avec la proximité des lignes. Ils sont caractérisés par un coefficient appelé coefficient de couplage, qui fera l'objet de notre étude dans ce chapitre. Nous parlerons du phénomène de couplage en introduisant la notion de coupleurs directifs ou directionnels.

II.2 EQUATION DE DEUX LIGNES COUPLEES

II.2.1 CAS GENERAL [24, 25]

On considère deux lignes quelconques couplées, dont on représente une section de longueur dz par le schéma équivalent suivant :

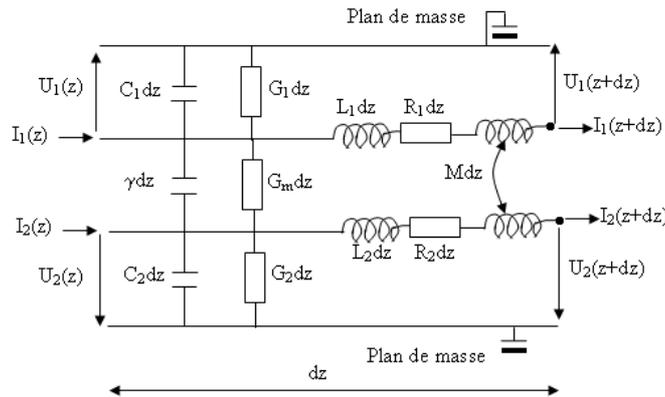


Figure II.1 : Schéma électrique de deux lignes couplées avec pertes.

Ces deux lignes pouvant comporter des pertes, sont couplées l'une à l'autre inductivement (élément M), capacitivement (élément γ), et par conduction de fuite (élément G_m).

Considérons des tensions et des courants sinusoïdaux aux deux extrémités de la ligne :

$$U_1(z) = (j\omega L_1 + R_1) dz \cdot I_1(z) + U_1(z+dz) + j\omega M dz \cdot I_2(z)$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial U_1(z)}{\partial z} = (R_1 + j\omega L_1) I_1(z) + j\omega M I_2(z) \quad (\text{II.1})$$

de même :

$$-\frac{\partial U_2(z)}{\partial z} = (R_2 + j\omega L_2) I_2(z) + j\omega M I_1(z) \quad (\text{II.2})$$

pour les courants :

$$I_1(z) = (j\omega C_1 + G_1) dz \cdot U_1(z) + (G_m + j\omega\gamma) dz \cdot (U_1(z) - U_2(z)) + I_1(z+dz).$$

$$\Rightarrow -\frac{\partial I_1(z)}{\partial z} = (G_1 + G_m + j\omega(C_1 + \gamma)) U_1(z) - (G_2 + G_m + j\omega(C_2 + \gamma)) U_2(z) \quad (\text{II.3})$$

même chose pour I_2 :

$$\Rightarrow -\frac{\partial I_2(z)}{\partial z} = (-G - j\omega + \gamma) U_1(z) + (G_2 + G_m + j\omega(C_2 + \gamma)) U_2(z) \quad (\text{II.4})$$

L'analyse des lignes couplées peut donner lieu à des développements très complexes, de sorte qu'on limite souvent l'étude à des cas simples tels que: deux lignes parallèles, identiques et sans pertes ($G_i = \infty, R_i = 0$).

II.2.2 EQUATIONS DES LIGNES A CONDUCTEURS SANS PERTES DANS UN DIELECTRIQUE HOMOGENE ET SANS PERTES

L'élément de longueur dz de chaque ligne prise séparément possède le schéma électrique suivant:

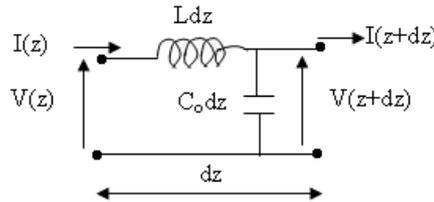


Figure II.2 : Schéma électrique d'un élément de longueur dz sans perte.

La figure II.1 est alors simplifiée :

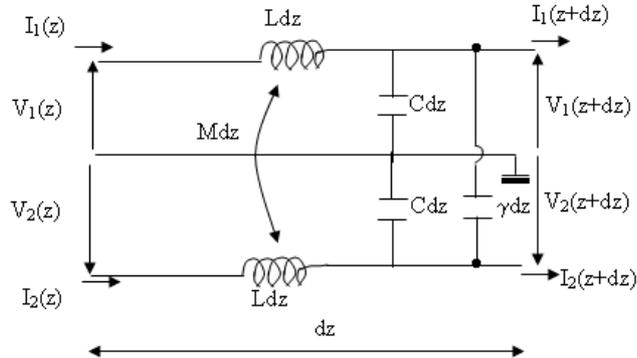


Figure II.3 : Schéma électrique de deux lignes couplées sans pertes.

Sachant que $C = C_0 - \gamma$

Les équations (II.1 à II.4) deviennent alors :

$$-\frac{\partial V_1}{\partial z} = jL\omega I_1 + jM\omega I_2 \quad (\text{II.5})$$

$$-\frac{\partial V_2}{\partial z} = jM\omega I_1 + jL\omega I_2 \quad (\text{II.6})$$

$$-\frac{\partial I_1}{\partial z} = j(C + \gamma)\omega V_1 - j\gamma\omega V_2 \quad (\text{II.7})$$

$$-\frac{\partial I_2}{\partial z} = -j\gamma\omega V_1 + j(C + \gamma)\omega V_2 \quad (\text{II.8})$$

a) Résolution des équations

Pour simplifier les calculs, on doit éliminer en premier temps I_1 et I_2 . Pour cela on dérive (II.5) et (II.6) par rapport à z et on remplace $\frac{\partial I_1}{\partial z}$ et $\frac{\partial I_2}{\partial z}$ à partir de (II.7) et (II.8), soit :

$$\frac{\partial^2 V_1}{\partial z^2} = -[L(C + \gamma) - M\gamma]\omega^2 V_1 - [M(C + \gamma) - L\gamma]\omega^2 V_2 \quad (\text{II.9})$$

$$\frac{\partial^2 V_2}{\partial z^2} = -[M(C + \gamma) - L\gamma]\omega^2 V_1 - [L(C + \gamma) - M\gamma]\omega^2 V_2 \quad (\text{II.10})$$

La somme et la différence de ces deux dernières équations donnent naissance à deux nouvelles formules :

$$\frac{\partial^2 V_c}{\partial z^2} = -(L + M)C\omega^2 V_c \quad (\text{II.11})$$

$$\frac{\partial^2 V_d}{\partial z^2} = -(L - M)(C + 2\gamma)\omega^2 V_d \quad (\text{II.12})$$

avec : $V_c = V_1 + V_2$ et $V_d = V_1 - V_2$

On dérive également les équations (II.7) et (II.8) par rapport à z et on remplace $\frac{\partial V_1}{\partial z}$ et $\frac{\partial V_2}{\partial z}$ par leurs expressions à partir de (II.5) et (II.6), on trouve :

$$\frac{\partial^2 I_1}{\partial z^2} = [L(C + \gamma) - M\gamma]\omega^2 I_1 + [M(C + \gamma) - L\gamma]\omega^2 I_2 \quad (\text{II.13})$$

$$\frac{\partial^2 I_2}{\partial z^2} = [M(C + \gamma) - L\gamma]\omega^2 I_1 + [L(C + \gamma) - M\gamma]\omega^2 I_2 \quad (\text{II.14})$$

La différence de ces deux dernières équations, en introduisant les paramètres $I_c = I_1 + I_2$ et $I_d = I_1 - I_2$, donne :

$$\frac{\partial^2 I_c}{\partial z^2} = -(L + M)C\omega^2 I_c \quad (\text{II.15})$$

$$\frac{\partial^2 I_d}{\partial z^2} = -(L - M)(C + 2\gamma)\omega^2 I_d \quad (\text{II.16})$$

Nous sommes donc en présence de quatre équations différentielles :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \begin{Bmatrix} V_c \\ I_c \end{Bmatrix} + \Gamma_c^2 \begin{Bmatrix} V_c \\ I_c \end{Bmatrix} = 0 \quad (\text{II.17})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} \begin{Bmatrix} V_d \\ I_d \end{Bmatrix} + \Gamma_d^2 \begin{Bmatrix} V_d \\ I_d \end{Bmatrix} = 0 \quad (\text{II.18})$$

avec : $\Gamma_c^2 = \omega^2(L + M)C$ et $\Gamma_d^2 = \omega^2(L - M)(C + 2\gamma)$

L'équation (II.17) caractérise le mode commun, appelé aussi mode pair (Even mode). L'équation (II.18) caractérise le mode différentiel, appelé aussi mode impair (Odd mode).

Chapitre II : Théorie succincte des lignes couplées

Les tensions et les courants, solutions des systèmes (II.17) et (II.18), sont en fait la superposition d'une onde incidente et d'une onde rétrograde.

$$V_C = V_C^+ e^{-j\Gamma_C z} + V_C^- e^{j\Gamma_C z}$$

$$I_C = I_C^+ e^{-j\Gamma_C z} + I_C^- e^{j\Gamma_C z}$$

$$V_d = V_d^+ e^{-j\Gamma_d z} + V_d^- e^{j\Gamma_d z}$$

$$I_d = I_d^+ e^{-j\Gamma_d z} + I_d^- e^{j\Gamma_d z}$$

Les vitesses de propagation du mode commun et du mode différentiel sont respectivement :

$$\varphi_C = \frac{\omega}{\Gamma_C} = \frac{1}{\sqrt{(L+M)C}} \quad \text{et} \quad \varphi_d = \frac{\omega}{\Gamma_d} = \frac{1}{\sqrt{(L-M)(C+2\gamma)}}$$

b) Coefficients de couplage

On définit les coefficients de couplage capacitif et inductif respectivement par :

$$k_C = \frac{\gamma}{C_0} \quad \text{et} \quad k_L = \frac{M}{L} \quad (\text{Nous rappelons que } C_0 \text{ est la capacité linéique de la ligne isolée}).$$

$$\Gamma_C^2 = \omega^2(L+M)C = \omega^2(L+M)(C_0 - \gamma) \quad \text{ceci implique que : } \Gamma_C^2 = \omega^2 LC_0(1+k_L)(1-k_C)$$

$$\text{de même : } \Gamma_d^2 = \omega^2 LC_0(1-k_L)(1+k_C)$$

Idem pour les vitesses de propagation :

$$\varphi_C = \frac{1}{\sqrt{LC_0} \sqrt{(1+k_L)(1-k_C)}} = \frac{\varphi}{\sqrt{(1+k_L)(1-k_C)}}$$

$$\varphi_d = \frac{1}{\sqrt{LC_0} \sqrt{(1-k_L)(1+k_C)}} = \frac{\varphi}{\sqrt{(1-k_L)(1+k_C)}}$$

avec $\varphi = \frac{1}{\sqrt{LC_0}}$: vitesse de propagation dans la ligne isolée. A priori φ_C est différent de φ_d .

Nous allons étudier le cas des lignes propageant l'onde TEM pure. Par conséquent, la vitesse de propagation est la même, ce qui implique que : $\varphi_C = \varphi_d$.

$$\text{Soit : } \frac{1}{(1+k_L)(1-k_C)} = \frac{1}{(1-k_L)(1+k_C)} \quad \Rightarrow k_L = k_C = k$$

avec $k = \frac{\gamma}{C_0} = \frac{M}{L}$: Coefficient de couplage des lignes.

c) Conditions d'excitation des modes

• Mode commun

Pour que le mode commun puisse exister seul, il faut vérifier que : $\begin{cases} V_C \\ I_C \end{cases} \neq 0 \quad \text{et} \quad \begin{cases} V_d \\ I_d \end{cases} = 0$

Autrement dit :
$$\begin{cases} V_1(z) = V_2(z) \\ I_1(z) = I_2(z) \end{cases}$$

Il suffit donc d'appliquer la même tension aux deux lignes pour exciter le mode commun ou mode pair.

• **Mode différentiel**

On doit vérifier :
$$\begin{cases} V_d \neq 0 \\ I_d \neq 0 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} V_c = 0 \\ I_c = 0 \end{cases} \quad \text{donc} : \begin{cases} V_1(z) = -V_2(z) \\ I_1(z) = -I_2(z) \end{cases}$$

Il suffit donc d'appliquer aux entrées des deux lignes, la même tension mais de signe contraire pour n'avoir que le mode impair.

Le milieu considéré est homogène alors : $\Gamma_C = \Gamma_d = \Gamma = \omega^2 LC_0 (1-k^2)$

d'où :
$$\begin{cases} V_C = V_C^+ e^{-j\Gamma z} + V_C^- e^{j\Gamma z} \\ I_C = I_C^+ e^{-j\Gamma z} + I_C^- e^{j\Gamma z} \\ V_d = V_d^+ e^{-j\Gamma z} + V_d^- e^{j\Gamma z} \\ I_d = I_d^+ e^{-j\Gamma z} + I_d^- e^{j\Gamma z} \end{cases}$$

On sait également que V_C, V_d, I_C et I_d sont liés à V_1, V_2, I_1, I_2 par les relations suivantes :

$$\begin{cases} V_1 = \frac{V_C + V_d}{2} \\ V_2 = \frac{V_C - V_d}{2} \\ I_1 = \frac{I_C + I_d}{2} \\ I_2 = \frac{I_C - I_d}{2} \end{cases}$$

On prendra pour le mode pair :
$$\begin{cases} V_1 = V_2 = \frac{V_C}{2} \\ I_1 = I_2 = \frac{I_C}{2} \end{cases} \quad \text{et pour le mode impair : } \begin{cases} V_1 = -V_2 = \frac{V_d}{2} \\ I_1 = -I_2 = \frac{I_d}{2} \end{cases}$$

d) Calcul des impédances caractéristiques des deux modes

Revenons aux équations (II.5) et (II.6), dont la somme et la différence donnent respectivement :

$$-\frac{\partial V_C}{\partial z} = j\omega(L+M)I_C \quad \text{et} \quad -\frac{\partial V_d}{\partial z} = j\omega(L-M)I_d$$

En faisant pareil pour les équations (I.7) et (I.8), on obtient :

$$-\frac{\partial I_C}{\partial z} = jC\omega V_C \quad \text{et} \quad -\frac{\partial I_d}{\partial z} = j\omega(C+2\gamma)V_d$$

Impédance caractéristique du mode pair (Even mode) Z_{0e}

Nous venons d'élaborer le système suivant :

$$\begin{cases} -\frac{\partial V_c}{\partial z} = j\omega(L + M)I_c \\ -\frac{\partial I_c}{\partial z} = jC\omega V_c = j\omega(C_0 - \gamma)V_c \end{cases}$$

Si on considère l'onde incidente, l'opérateur $\frac{\partial}{\partial z}$ équivaut à une multiplication par $(-j\Gamma)$. Pour l'onde rétrograde, cet opérateur équivaut à $(+j\Gamma)$.

Ceci implique :

$$\begin{cases} +j\Gamma V_c^+ = j\omega(L + M)I_c^+ \\ -j\Gamma V_c^- = j\omega(L + M)I_c^- \\ +j\Gamma I_c^+ = j\omega(C_0 + \gamma)V_c^+ \\ +j\Gamma I_c^- = j\omega(C_0 - \gamma)V_c^- \end{cases}$$

On définit l'impédance Z_{0e} par : $Z_{0e} = \frac{V_c^+}{I_c^+} = -\frac{V_c^-}{I_c^-} = \frac{\omega L(1+k)}{\omega\sqrt{LC_0}\sqrt{1-k^2}}$

$$\Rightarrow Z_{0e} = \sqrt{\frac{L}{C_0}} \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} = Z_0 \sqrt{\frac{1+k}{1-k}} \quad (\text{II.19})$$

avec Z_0 : Impédance caractéristique de la ligne isolée.

• Impédance caractéristique du mode impair (odd mode) Z_{0o}

Considérons le système :

$$\begin{cases} -\frac{\partial V_d}{\partial z} = j\omega(L - M)I_d \\ -\frac{\partial I_d}{\partial z} = j\omega(C - 2\gamma)V_d = j\omega(C_0 + \gamma)V_d \end{cases}$$

En appliquant la dérivée par rapport à z , on aboutit à :

$$\begin{cases} +j\Gamma V_d^+ = j\omega(L - M)I_d^+ \\ -j\Gamma V_d^- = j\omega(L - M)I_d^- \\ +j\Gamma I_d^+ = j\omega(C_0 + \gamma)V_d^+ \\ -j\Gamma I_d^- = j\omega(C_0 + \gamma)V_d^- \end{cases}$$

L'impédance Z_{0o} est définie par : $Z_{0o} = \frac{V_d^+}{I_d^+} = -\frac{V_d^-}{I_d^-} = \frac{\omega L(1-k)}{\omega\sqrt{LC_0}\sqrt{1-k^2}}$

$$\Rightarrow Z_{0o} = \sqrt{\frac{L}{C_0}} = Z_0 \sqrt{\frac{1-k}{1+k}} \quad (\text{II.20})$$

Remarques : • $Z_{0o} \cdot Z_{0e} = Z_0^2$ • $Z_{0o} \times Z_{0e} = \frac{L}{C_0} = Z_0^2$

II.3 EFFET DU COUPLAGE

On peut tirer profit du couplage entre deux lignes pour construire des coupleurs directifs, qui sont des composants à quatre accès (quadriportes), très utilisés en hyperfréquence, notamment pour prélever une partie du signal dont on peut mesurer ou contrôler la fréquence et la puissance. En revanche, dans le cas des lignes téléphoniques par exemple, le couplage de proximité entre deux lignes de transmission est un phénomène hautement indésirable. Le signal transmis à un abonné peut atteindre d'autres utilisateurs, à qui il n'est pas destiné. Ce couplage parasite est appelé diaphonie.

II.3.1 COUPLEURS DIRECTIFS

• **Définitions**

- Un composant à quatre accès est représenté par une matrice de répartition en puissance [S], comportant 16 termes.

$$\text{Soit : } [S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix}$$

Les paramètres S_{ii} représentent la réflexion au niveau de l'accès i quand tous les autres accès sont adaptés. Soit : $S_{ii} = \frac{b_i}{a_i}, \forall a_j = 0 ; j \neq i$

Le terme S_{ij} ($i \neq j$) représente la fonction de transfert de l'accès j à l'accès i (j : entrée, i : sortie) tel que : $S_{ij} = b_i/a_j, \forall a_l = 0 ; l \neq j$.

Le coupleur directif est un quadriporte réciproque ($S_{ij} = S_{ji}, \forall j \neq i$), adapté à tous ces accès ($S_{ii} = 0$), et sans pertes (Conservation de l'énergie).

$$[S] \text{ s'écrit alors : } [S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{12} & 0 & S_{23} & S_{24} \\ S_{13} & S_{23} & 0 & S_{34} \\ S_{14} & S_{24} & S_{34} & 0 \end{bmatrix}$$

La conservation d'énergie du système entraîne 16 équations liant les paramètres S_{ij} ; en particulier nous citons :

$$S_{13}^* S_{14} + S_{23}^* S_{24} = 0 \quad (\text{II.21})$$

$$S_{13}^* S_{23} + S_{14}^* S_{24} = 0 \quad (\text{II.22})$$

La différence de ces deux équations multipliées respectivement par S_{14}^* et S_{23}^* , aboutit à l'équation suivante :

$$S_{13}^* (|S_{14}|^2 - |S_{23}|^2) = 0 \quad (\text{II.23})$$

1^{er} éventualité : $S_{13} = 0$ et si de plus $\begin{cases} S_{14} \\ S_{23} \end{cases} \neq 0$, S_{24} est également nul (relation II.21)

2^{eme} éventualité : $|S_{14}| = |S_{23}|$ aboutit également en faisant un bon choix des plans de référence, à : $S_{13} = S_{24} = 0$.

La matrice [S] devient :
$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & 0 & S_{14} \\ S_{12} & 0 & S_{23} & 0 \\ 0 & S_{23} & 0 & S_{34} \\ S_{14} & 0 & S_{34} & 0 \end{bmatrix}$$

$S_{13} = 0$, exprime le découplage entre l'accès (1) et l'accès (3). La puissance incidente n'est transmise qu'aux accès (2) et (4).

- **Niveau d'affaiblissement** : On le déduit à partir du quotient des signaux à la sortie et à l'entrée correspondant au transfert maximum de puissance entre deux accès : $\alpha = -20 \log |S_{12}|$ en dB.

- **Niveau de couplage** : Il définit le transfert de puissance entre les accès 1 et 4 :

$k = -20 \log |S_{14}|$ en dB.

- **Isolation** : C'est le transfert de signal entre deux accès isolés d'un coupleur (Ici les accès 1 et 3)

$I = -20 \log |S_{13}|$ en dB.

- **Directivité** : C'est la différence entre l'isolation I et le couplage C_p : $D = I - C_p$

$D = -20 \log \frac{|S_{13}|}{|S_{14}|}$ en dB. La directivité traduit la qualité du coupleur.

II.3.2 METHODE DE CONCEPTION

Après avoir déterminé la matrice de répartition en puissance [S] du coupleur de proximité, il sera très facile de montrer la méthode de conception de ce type de circuits très utilisé dans le domaine des télécommunications et dans le domaine de mesures RF/microonde. Pour cela considérons le schéma électrique d'un coupleur directif de longueur ($l = \lambda/4$), d'impédance Z_c , adapté à ses quatre ports qui est présenté sur la figure II.4 :

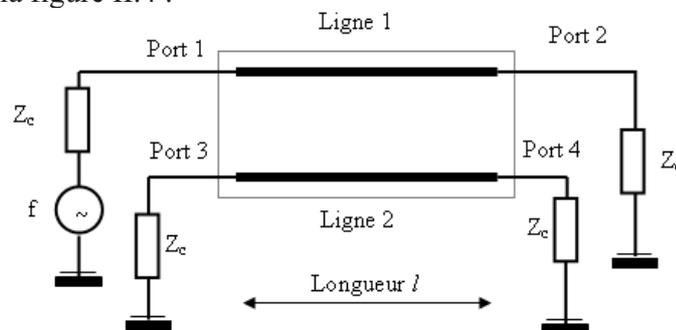


Figure II.4 : Schéma électrique du coupleur.

La conception de ce type de circuits suivent les étapes suivantes :

- Etape du cahier de charges en fixant les valeurs de :
 - l'impédance caractéristique (Z_c) du coupleur ;
 - le coefficient de couplage (k) entre les deux lignes (conducteurs internes du coupleur) ;
 - la fréquence de fonctionnement du coupleur (f).
- Etape de détermination :
 - des impédances caractéristiques des modes pair et impair (Z_{0e}, Z_{0o}) ;
 - des permittivités effectives des modes pair et impair ($\epsilon_{effe}, \epsilon_{effo}$) ;
 - des éléments des matrices d'inductances et de capacités respectivement [L] et [C].
- Etape de calcul de :

- la permittivité effective du coupleur :

$$\varepsilon_{\text{eff}} = \frac{\varepsilon_{\text{effe}} + \varepsilon_{\text{effo}}}{2} \quad (\text{II.24})$$

- la longueur du coupleur quart d'ondes à partir de la permittivité effective ε_{eff} et à partir de la fréquence de fonctionnement f .
- Etape de tracé de la réponse fréquentielle du coupleur (coefficients d'affaiblissement et de couplage).

II.4 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons étudié dans un cadre général le comportement des lignes lorsqu'elles sont utilisées dans des circuits radiofréquences et micro-ondes. Le but recherché est l'exploitation de cette théorie dans la réalisation des coupleurs directifs. Ceux-ci ont un champ d'application très vaste, vue leur utilisation dans certains circuits tels que : les mélangeurs équilibrés, les amplificateurs équilibrés, les déphaseurs, les atténuateurs, les modulateurs, les discriminateurs, les ponts de mesure ainsi que les filtres.

Dans le chapitre suivant, nous nous intéressons à la caractérisation numérique par la MEF et à la conception de nouvelles structures de coupleurs de proximité coaxiaux inhomogènes (quasi-TEM) de formes très complexes dédiés à des applications de mesures radiofréquences et microondes et à des applications hautes puissances en télécommunications.

CHAPITRE III

COUPLEURS COAXIAUX QUASI-TEM : RECTANGULAIRES A CONDUCTEURS INTERNES CARRES ET A LIGNES COAXIALES

Chapitre III : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM rectangulaires à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales

III.1 INTRODUCTION

En télécommunication et dans les systèmes de mesures RF/microondes, les coupleurs microrubans sont utilisés pour des applications larges bandes [26]. Malheureusement leurs pertes significatives peuvent empêcher leur utilisation quand une manipulation de puissance élevée est exigée. Les coupleurs en guide d'ondes [27] sont utilisés dans des applications de puissance élevée, mais ne sont pas une solution pratique pour des applications larges bandes, puisque le premier mode est limité en basses fréquences par la fréquence de coupure et les modes d'ordre plus supérieur limitent la fréquence haute [28-29]. Par suite, les coupleurs coaxiaux directifs à air sont la solution traditionnelle pour les puissances élevées quand les caractéristiques de la largeur de bande ne sont pas critiques et seraient idéales à cause de leurs faibles pertes d'une part et leurs champs TEM assurant une fréquence de coupure nulle [30].

Dans le but de minimiser les pertes et les dispersions, et augmenter les performances, deux types de coupleurs quasi-TEM rectangulaire à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales seront analysés avec précision sous freeFEM, conçus et validés sous MATPAR ou CST. Ces coupleurs sont symétriques, inhomogènes, de faibles pertes et de formes très complexes. La solution pratique adoptée est de partiellement remplir les lignes coupées et couplées du coupleur par le diélectrique. La couche d'air placée entre le diélectrique et la masse constitue alors une partie très importante dans laquelle les pertes sont pratiquement inexistantes. Les deux coupleurs en question fonctionnant à 2 GHz (par exemple) auront un couplage de 20 dB dans une large bande d'environ 900MHz et des dimensions géométriques $3.96 \times 7.06 \times 21 \text{mm}^3$ et $2.655 \times 4.759 \times 29.2 \text{mm}^3$ lorsqu'ils sont remplis de diélectrique de permittivité relative de valeur 2.95, permittivité celle du câble RG58.

III.2 LIGNES COAXIALES COUPEES ET COUPLEES

III.2.1 DESCRIPTION

De nouveaux types de coupleurs directifs coaxiaux TEM et quasi-TEM rectangulaires à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales ont été étudiés, analysés et conçus dans les travaux des références 4 et 9. Ces types de coupleurs, dédiés à des applications hautes puissances en télécommunications et de mesures RF/microondes, sont très performants, vus leurs grandes directivités, leurs faibles rapports d'ondes stationnaire, leurs bonnes isolations et leurs faibles coûts.

Dans le but d'analyser avec plus de détails et de précision, nous avons vu utile d'étudier de nouveau ces deux coupleurs directifs coaxiaux quasi-TEM tout en montrant au lecteur la méthode de conception de chaque type de structure [31].

Sur la figure III.1 nous présentons les sections transversales des deux coupleurs quasi-TEM rectangulaires à conducteurs internes carrés en a) et à lignes coaxiales circulaires en b). Le schéma de la section transversale du premier type de coupleur montre qu'il est formé d'une part de deux conducteurs internes coaxiaux carrés de largeur (2a), séparées d'une distance (2h) par rapport aux centres et d'autre part d'un blindage rectangulaire ayant une largeur (2b) et une longueur égale à $2(h+b)$. Le deuxième type de coupleur coaxial quasi-TEM a été élaboré à partir de deux câbles coaxiaux cylindriques inhomogènes coupés et couplés. Chacun d'eux est constitué d'un conducteur interne de rayon (r_a) et d'un conducteur externe (blindage) de rayon (r_b). Un diélectrique de permittivité relative (ϵ_{r1}) et de l'air ($\epsilon_{r2}=1$) règnent à l'intérieur des deux types de coupleurs.

La profondeur de coupure appelée aussi profondeur de couplage est définie pour chaque type de coupleur par [32, 33] :

Chapitre III : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM rectangulaires à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales

- Coupleur rectangulaire quasi-TEM à conducteurs internes carrés : $u = \frac{\text{Cos}^{-1}\left(\frac{h}{b}\right)}{\text{Cos}^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)}$;
- Coupleur à lignes coaxiales quasi-TEM: $u = \frac{\text{Cos}^{-1}\left(\frac{h}{r_b}\right)}{\text{Cos}^{-1}\left(\frac{r_a}{r_b}\right)}$;

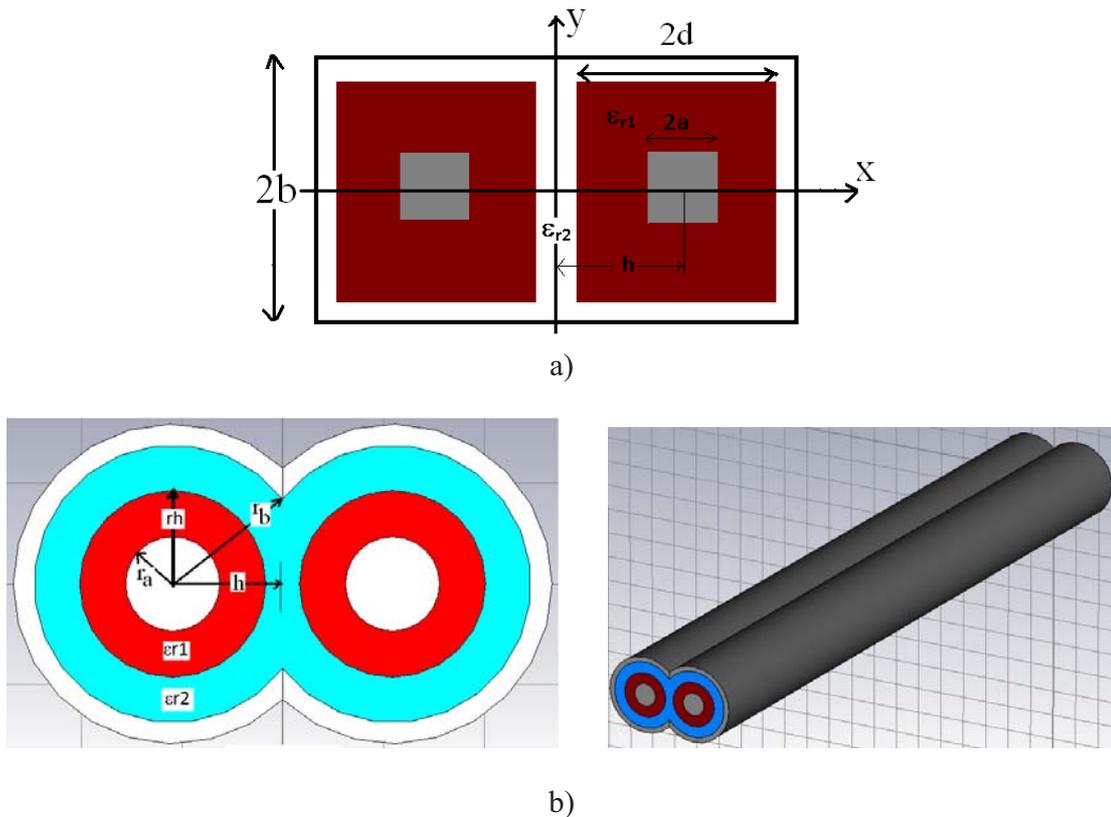


Figure III.1 : Sections transversales en a) du coupleur rectangulaire quasi-TEM et en b) du coupleur à lignes coaxiales quasi-TEM avec sa représentation en 3D.

III.2.2 GRANDEURS EM CALCULES PAR LA MEF

Nous rappelons que les propriétés électriques du coupleur quasi-TEM, peuvent être décrites en termes d'impédances caractéristiques (Z_{0e} , Z_{0o}), en termes de permittivités effectives (ϵ_{0e} , ϵ_{0o}) des deux modes : pair et impair et en termes de coefficient de couplage (k) [32, 33]. Plusieurs techniques numériques peuvent être utilisées pour la détermination de ces grandeurs EM. La méthode des éléments finis est très performante, nous l'utilisons pour mener cette étude.

L'étude d'un coupleur quasi-TEM donné, dans le domaine électrostatique, est basée sur la résolution de l'équation de Laplace dans le cas inhomogène en 2D pour les deux modes (pair et impair). Sous l'environnement freeFEM, la résolution de l'équation de Laplace

Chapitre III : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM rectangulaires à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales

$div(\epsilon_r \text{grad}_t V) = 0$ nous donne la distribution du potentiel scalaire (V) aux différents nœuds de maillage de la structure étudiée. Une fois que nous calculons le potentiel scalaire (V), nous déterminons les impédances caractéristiques et les permittivités effectives des deux modes ((Z_{0e}, ϵ_{0e}) , (Z_{0o}, ϵ_{0o})) comme nous l'avons indiqué dans les chapitres précédents.

Dans la conception des coupleurs directifs quasi-TEM, nous aurons besoin du coefficient de couplage, calculé à partir des valeurs des impédances caractéristiques des modes pair et impair $\left(k = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}}\right)$. Pour cela, nous avons vu utile de caractériser numériquement par la MEF nos

deux types de coupleur quasi-TEM en faisant varier tous leurs paramètres géométriques. Par conséquent nous avons établi un programme de CAO sous l'environnement freeFEM pour chaque type de coupleur quasi-TEM. Nos deux logiciels MEF-2D constituent deux outils numériques d'aide à la conception et à la décision si les contraintes permettent la réalisation du coupleur quasi-TEM.

III.3 COUPLEUR RECTANGULAIRE A CONDUCTEURS INTERNES CARREES QUASI-TEM

Avant la conception d'un coupleur quasi-TEM d'impédance 50Ω pour ce type de structure, il est impératif de déterminer le rapport (d/a) de la ligne quasi-TEM coaxiale carrée à conducteurs internes carrés, dont la section transversale est représentée sur la figure III.2, d'impédance caractéristique 50Ω et ayant : $a=0.45\text{mm}$; $b/a=4.4$; $\epsilon_{r1}=2.95$ et $\epsilon_{r2}=1$.

III.3.1 LIGNE COAXIALE CARREE A CONDUCTEURS INTERNES CARRES QUASI-TEM

La ligne coaxiale carrée à conducteurs internes carrés quasi-TEM présentant un diélectrique ayant une demi-largeur (d) se présente comme suit :

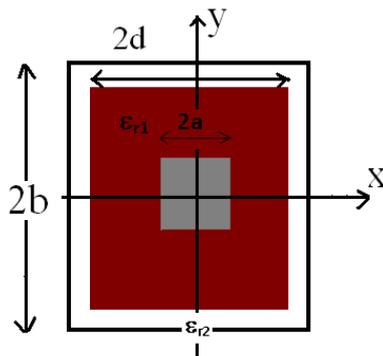


Figure III.2 : Section transversale de la ligne coaxiale carrée à conducteurs internes carrés quasi-TEM.

Le maillage de la section transversale de ce type de ligne quasi-TEM et les équipotentielles obtenus après résolution de l'équation de Laplace dans le cas inhomogène sont présentés sur la figure III.3.

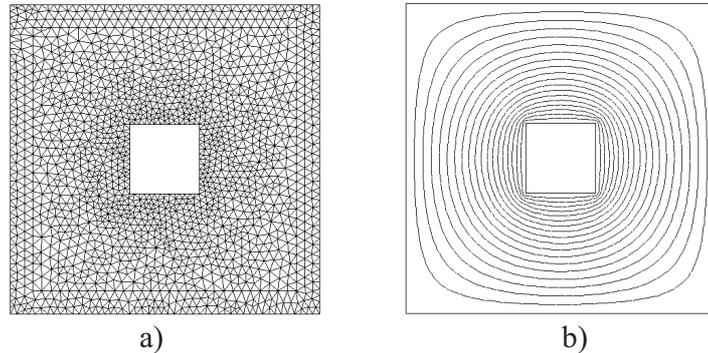


Figure III.3 : Maillage en éléments finis de la structure en a) et formes équipotentielles obtenues après résolution de l'équation de Laplace dans le cas inhomogène.

Les graphes des figures III.4 et III.5 montrent respectivement l'influence du rapport (d/a) sur l'impédance caractéristique (Z_c) et sur la permittivité effective (ϵ_{eff}) de la ligne quasi-TEM coaxiale carrée à conducteurs internes carrés.

Nous rappelons que la permittivité effective de la ligne quasi-TEM est calculée à partir du rapport de l'énergie électrique moyenne emmagasinée dans la ligne inhomogène sur l'énergie électrique moyenne emmagasinée dans la même ligne mais vide (diélectriques remplacés par l'air), c'est-à-dire en utilisant l'équation suivante [12, 34] :

$$\epsilon_{eff} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right) \iint \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_t \cdot \vec{E}_t^* dx dy}{\left(\frac{1}{4}\right) \iint \epsilon_0 \vec{E}_{t0} \cdot \vec{E}_{t0}^* dx dy} \quad (\text{III.1})$$

A partir de ces figures, il apparait clairement que pour $\epsilon_{r1}=2.95$, l'impédance caractéristique de 50Ω de la ligne quasi-TEM est obtenue pour un rapport (d/a) environ égal à 3.75. Pour ce rapport la permittivité de la ligne inhomogène est égale à 2.76.

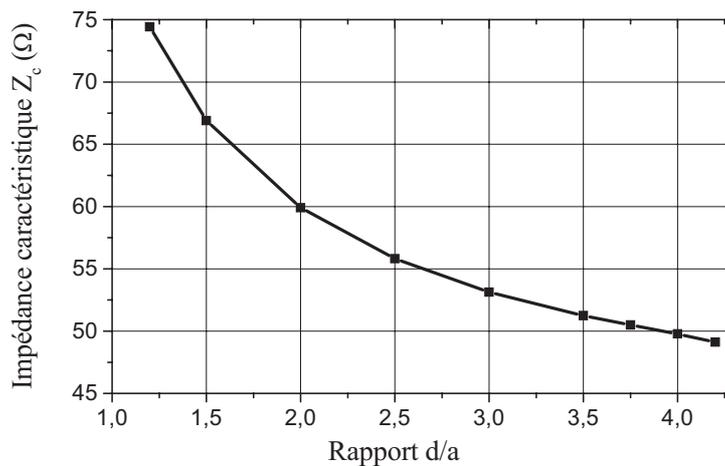


Figure III.4 : Impédance caractéristique de la ligne quasi-TEM coaxiale carrée à conducteurs internes carrés en fonction du rapport (d/a) .

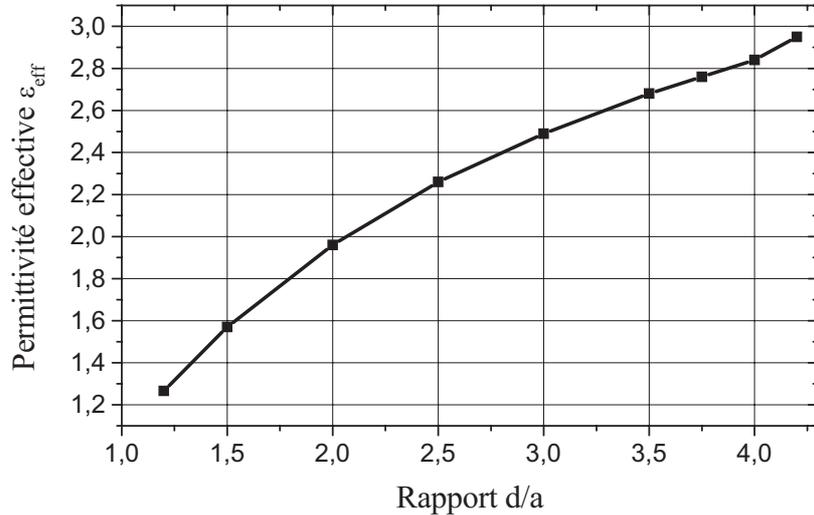


Figure III.5 : Influence du rapport (d/a) sur la permittivité effective de la ligne quasi-TEM.

III.3.2 COUPLEUR QUASI-TEM

Une fois que nous avons déterminé la valeur du rapport (d/a) de la ligne quasi-TEM coaxiale carrée à conducteurs internes carrés d'impédance caractéristique égale à 50 Ω, il sera facile de fabriquer un coupleur quasi-TEM d'impédance 50 Ω rempli de diélectrique de permittivité $\epsilon_{r1}=2.95$ en plaçant deux lignes coaxiales quasi-TEM l'une à côté de l'autre ayant un rapport (d/a) égal à 3.75 remplies du même diélectrique, c'est-à-dire $\epsilon_{r1}=2.95$ permittivité celle du câble RG58.

Nous nous sommes intéressés à la caractérisation EM de notre coupleur quasi-TEM ayant : $a=0.45$ mm ; $b/a=4.4$; $d/a=3.75$; $\epsilon_{r1}=2.95$ et $\epsilon_{r2}=1$.

Le maillage en éléments finis sous l'environnement freeFEM de la section transversale du coupleur quasi-TEM coaxial rectangulaire à conducteurs internes carrés ainsi que les équipotentielles des modes pair et impair sont illustrées respectivement sur les figures III.6 et III.7.

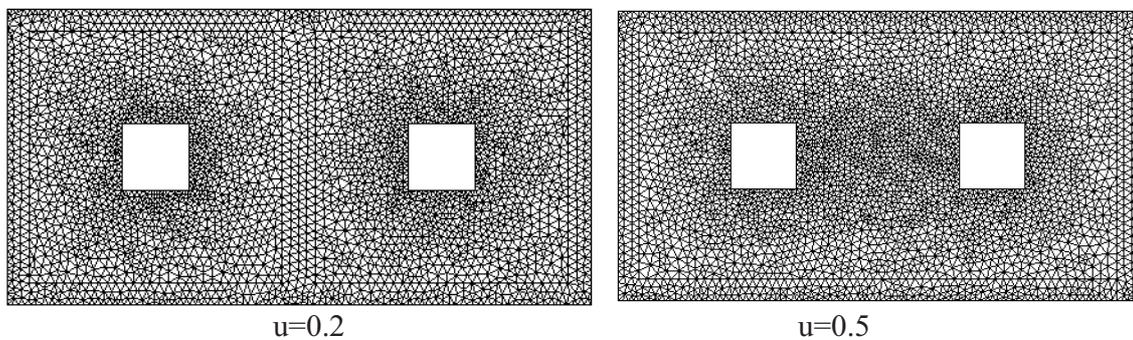
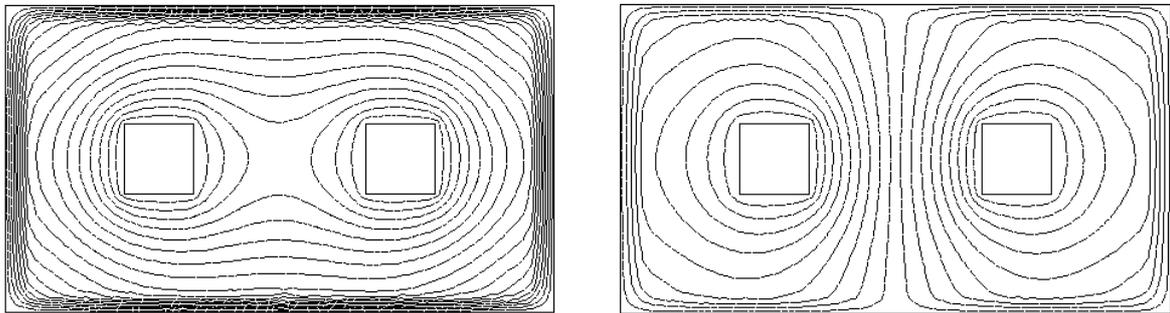


Figure III.6 : Maillages du coupleur quasi-TEM sous freeFEM obtenus pour : $u=0.2$ et $u=0.5$.



a) Mode pair

b) Mode impair

Figure III.7 : Formes équipotentielles obtenues après résolution de l'équation de Laplace du cas inhomogène obtenues pour $u=0.5$.

L'influence de la profondeur de coupure (u) sur les impédances caractéristiques des modes pair et impair du coupleur quasi-TEM est montrée par nos résultats numériques de la figure III.8 que nous avons obtenus par notre programme basé sur la MEF.

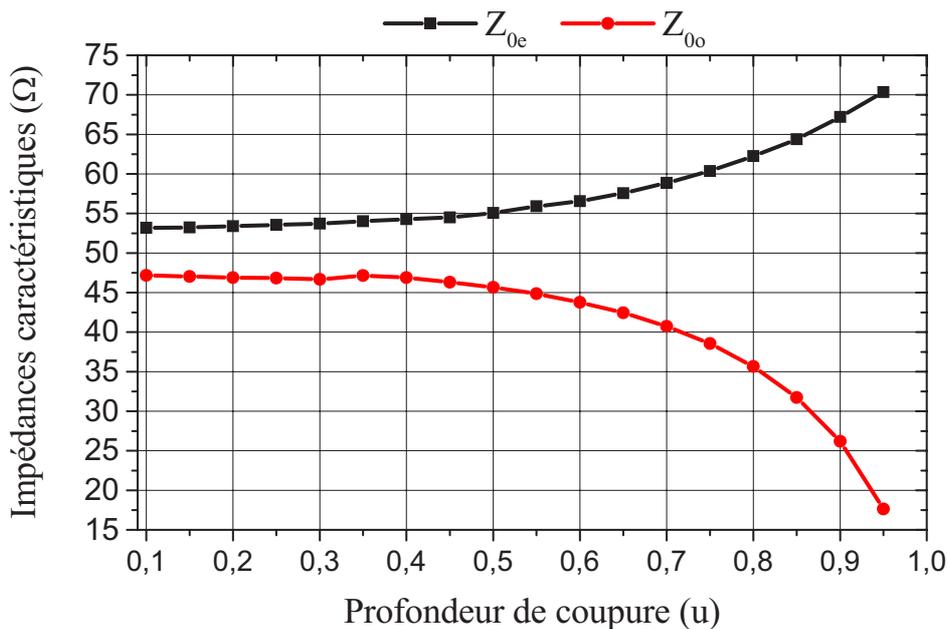


Figure III. 8: Influence de la profondeur de couplage sur les impédances caractéristiques des modes pair et impair du coupleur quasi-TEM.

Ces graphes montrent que l'impédance caractéristique du système de lignes quasi-TEM couplées ($Z_C = \sqrt{Z_{0e}Z_{0o}}$) est aux alentours de 50 Ω , ce qui permet d'obtenir une très bonne adaptation aux différentes portes du coupleur quasi-TEM une fois celui-ci inséré dans un circuit donné.

La figure III.9 montre l'effet de la profondeur de coupure (u) sur le coefficient de couplage (k) de notre coupleur quasi-TEM.

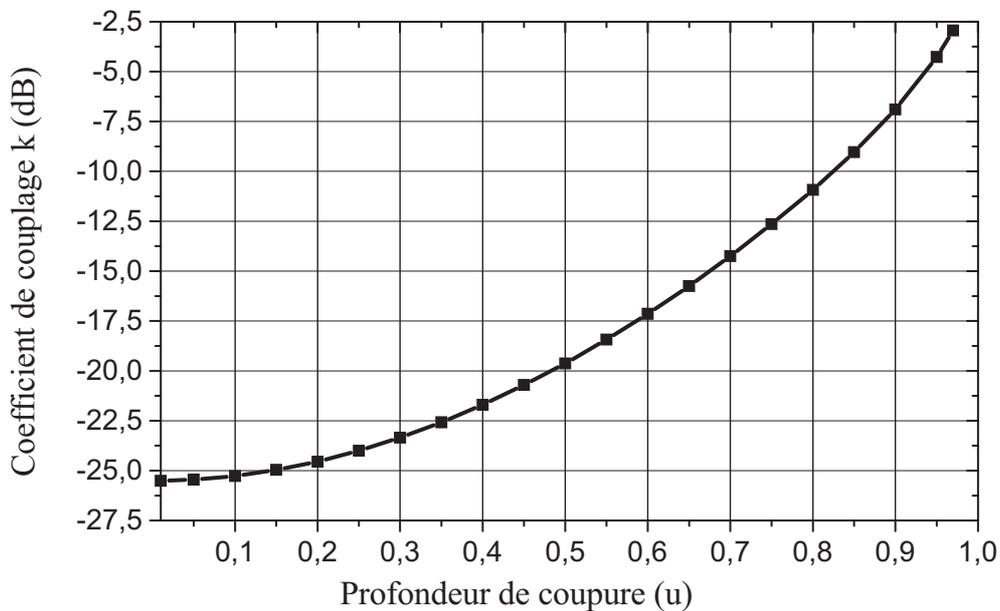


Figure III.9 : Effet de la profondeur de coupure (u) sur le coefficient de couplage (k) du coupleur quasi-TEM.

Nous pourrions facilement déterminer la valeur de la profondeur de coupure (u) du coupleur quasi-TEM pour un coefficient de couplage désiré. Une fois (u) connue, toutes les valeurs des paramètres géométriques de la section transversale (b/a, b/h) du coupleur seront facilement retrouvées.

Les courbes présentées dans cette partie de ce chapitre sont nécessaires pour la conception de coupleur quasi-TEM ayant un coefficient de couplage variant de 2,5 dB à 25 dB et tiennent compte de l'influence de tous les paramètres géométriques du coupleur sur ses paramètres EM qui nous intéressent.

Notre outil de CAO que nous avons réalisé sous l'environnement freeFEM peut être facilement adapté pour caractériser d'autres coupleurs rectangulaires à conducteurs internes carrés quasi-TEM ayant d'autres plages de coefficients de couplages.

Par exemple un coupleur quasi-TEM ayant un coefficient de couplage de 20 dB (Figure III.10) est obtenu pour une profondeur de coupure (u) égale à 0,5, c'est-à-dire pour les caractéristiques géométriques suivantes : $a=0,45$ mm; $b/a=4,4$; $d/a=3,7$; $h=1,55$ mm; $\epsilon_{r1}=2,95$ et $\epsilon_{r2}=1$. Dans ces conditions le coupleur quasi-TEM a des impédances caractéristiques : $Z_{0e}=55,05 \Omega$ et $Z_{0o}=45,63 \Omega$.

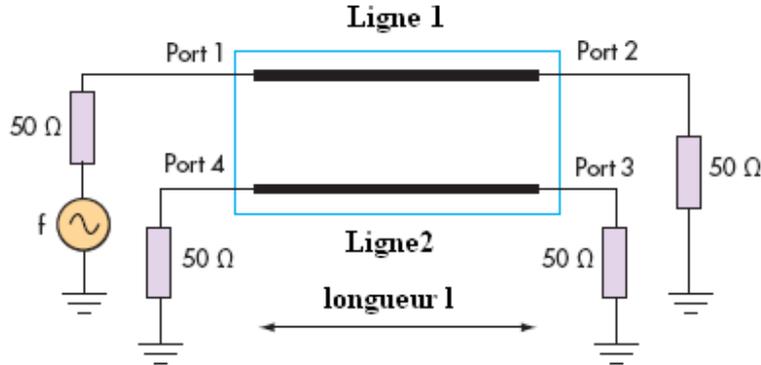


Figure III.10 : Schéma électrique du coupleur codirectif quasi-TEM.

Dans le but de vérifier le bien fondé de nos calculs numériques par la MEF, nous avons simulé la réponse fréquentielle de notre coupleur quasi-TEM de la figure III.10 sous l'environnement MATPAR. Pour atteindre cet objectif, nous étions obligés à déterminer les matrices d'inductances et de capacités ($[L]$ et $[C]$) en plus de la longueur quart d'onde (l) du coupleur quasi-TEM.

Où: $[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}$; $[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$

Les éléments de la matrice $[L]$ peuvent être obtenus à partir de la matrice capacité $[C_o]$ quand le coupleur n'est pas chargé par aucun diélectrique (i.e. vide) [35-37]. La matrice d'inductance en termes de $[C_o]$ est:

$$[L] = \mu_o \varepsilon_o [C_o]^{-1} \quad (III.2)$$

Les éléments de la matrice capacité $[C_o]$ sont calculés à partir de la charge électrique sur chaque conducteur interne du coupleur [12, 36].

$$C_{oij} = \frac{1}{V_o} \oint_{l_j} q_s dl \quad (III.3)$$

Où : $V_o = 1$ volt, $q_s = \varepsilon_o \varepsilon_r E_N$, $\varepsilon_r = 1$, l_j représente le contour autour du j^e conducteur et E_N est la composante normale du champ électrique.

Les éléments de la matrice capacité $[C]$ du coupleur quasi-TEM sont calculés comme suit :

$$C_{11} = \frac{C_e + C_o}{2}; \quad C_{12} = C_{11} \frac{L_{12}}{L_{11}}$$

car le coupleur est symétrique. (C_e et C_o sont respectivement les capacités des modes pair et impair, calculées en utilisant la relation (I.61) pour un mode donné).

Dans ces conditions, la longueur quart d'onde du coupleur quasi-TEM est ($l=21\text{mm}$) et les éléments des matrices d'inductances et de capacités ($[L]$ et $[C]$) que nous avons numériquement calculés sont respectivement égaux à :

$$[L] = \begin{bmatrix} 293.62 & 27.57 \\ 27.57 & 293.62 \end{bmatrix} \left(\frac{nH}{m} \right); \quad [C] = \begin{bmatrix} 11684 & -10.97 \\ -10.97 & 11684 \end{bmatrix} \left(\frac{pF}{m} \right)$$

Pour les paramètres géométriques cités ci dessus, des comparaisons entre nos résultats basés sur la MEF et ceux que nous avons obtenus sous l'environnement LINPAR [38] par le biais de nos programmes basés sur la méthode des moments (MoM) (Figure III.11) montrent un bon accord entre les résultats (Tableau III.1).

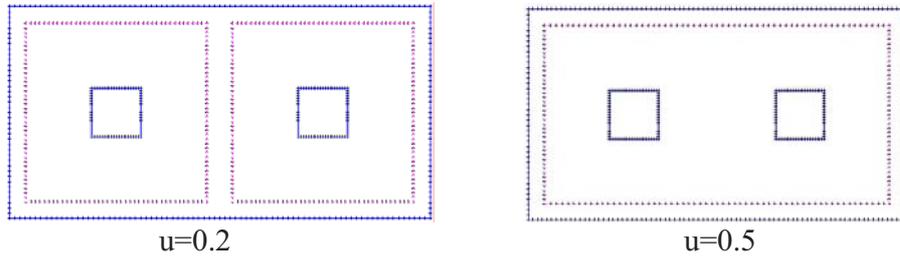


Figure III.11 : Segmentation des surfaces chargées du coupleur rectangulaire quasi-TEM sous LINPAR obtenus pour : $u=0.2$ et $u=0.5$.

| Paramètres EM | MEF | MoM |
|--------------------------|--------|--------|
| Z_{0e} (Ω) | 55.05 | 53.71 |
| Z_{0o} (Ω) | 45.63 | 44.58 |
| k (dB) | -20.58 | -20.64 |
| $L_{11} = L_{22}$ (nH/m) | 293.62 | 292.8 |
| $L_{12} = L_{21}$ (nH/m) | 27.57 | 30.21 |
| $C_{11} = C_{22}$ (pF/m) | 116.84 | 122.1 |
| $C_{12} = C_{21}$ (pF/m) | -10.97 | -10.08 |

Tableau III.1 : Paramètres EM du coupleur rectangulaire quasi-TEM obtenus par la MEF et la MoM.

Finalement, dans la bande de fréquence [0.2-4] GHz la figure III.12 montre la réponse fréquentielle de notre coupleur quasi-TEM que nous avons conçu sous l'environnement MATPAR. Cette figure montre clairement le couplage de 20 dB obtenu dans une large bande de fréquence s'étalant de 1.6 à 2.4 GHz autour de la fréquence de travail de valeur 2 GHz. La directivité du coupleur adapté à ses quatre ports est d'environ 50 dB dans la même bande de fréquence. Ceci prouve que nos résultats de caractérisation EM et de conception obtenus sous l'environnement freeFEM sont corrects.

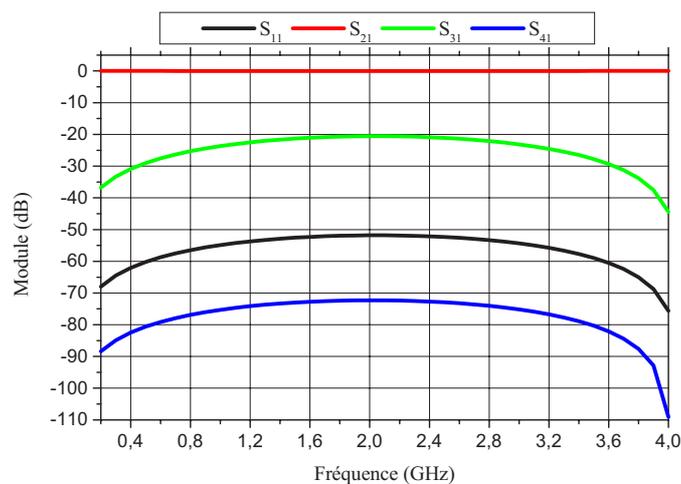


Figure III.12 : Réponse fréquentielle de notre coupleur directif quasi-TEM ayant un couplage de 20 dB et fonctionnant à 2 GHz.

III.4 COUPLEUR A LIGNES COAXIALES QUASI-TEM

Pour ce type de coupleur inhomogène à lignes coaxiales coupées et couplées, nous avons appliqué la même méthode d'analyse (Figures III.13 et III.14) et de conception que celle du coupleur rectangulaire quasi-TEM. Nous nous sommes intéressés en premier lieu à la recherche des paramètres géométriques de la ligne coaxiale inhomogène d'impédance 50Ω . Pour les paramètres géométriques tels que : $r_a = 0.45 \text{ mm}$, $r_b = 2.95 r_a$, $\epsilon_{r1} = 2.95$ et $\epsilon_{r2} = 1$, nous avons étudié l'influence du rapport r_h/r_a sur l'impédance caractéristique Z_c de la ligne coaxiale inhomogène ayant un diélectrique de rayon (r_h). Nous montrons cette influence par le graphe de la figure III.15.

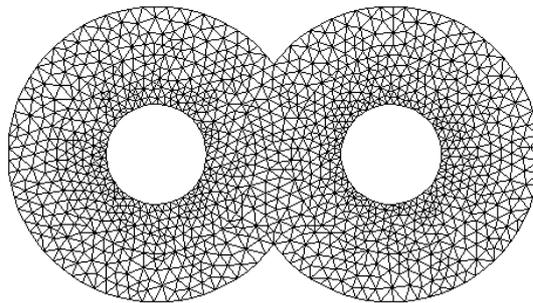


Figure III.13 : Maillage en éléments finis des sections transversales du coupleur à lignes coaxiales coupées et couplées quasi-TEM.

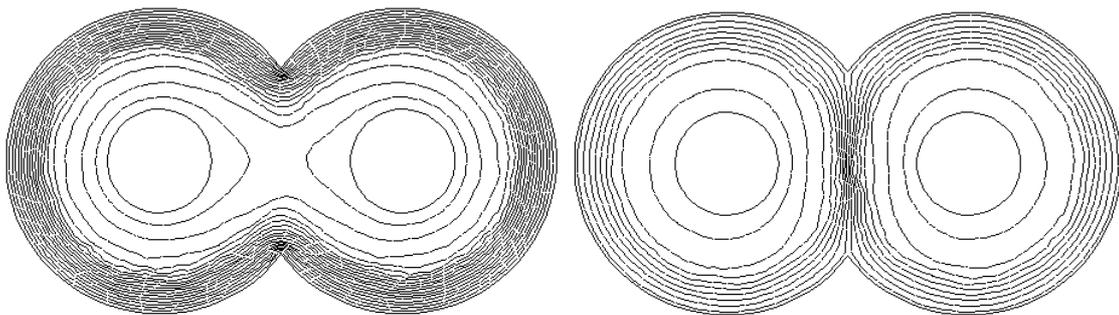


Figure III.14 : Distributions du potentiel scalaire des deux modes pair et impair du coupleur à lignes coaxiales coupées et couplées quasi-TEM.

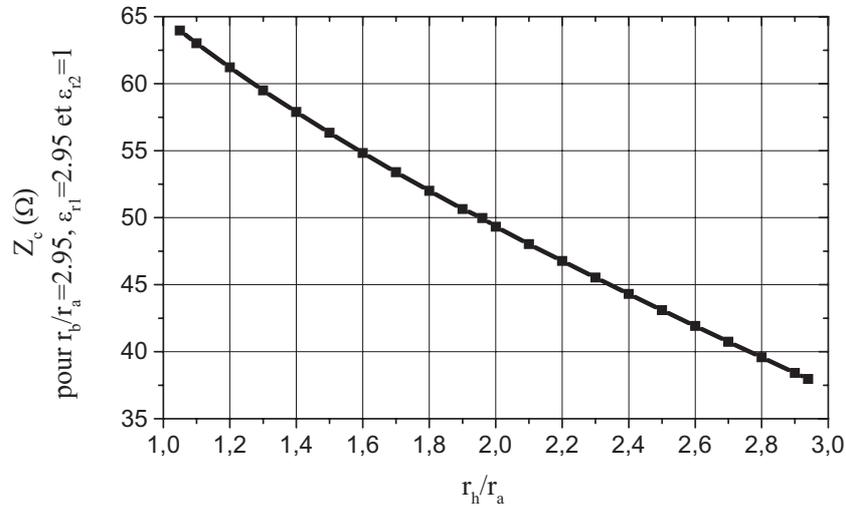


Figure III.15 : Influence du rapport (r_h/r_a) sur l'impédance caractéristique (Z_c) de la ligne coaxiale inhomogène.

A partir des résultats de cette figure, il apparaît clairement, qu'une ligne d'impédance 50 Ω est obtenue pour un rapport r_h/r_a égal à 1.98. La permittivité effective de la ligne coaxiale inhomogène est égale à 1.7 pour $r_h/r_a = 1.98$ (Figure III.16).

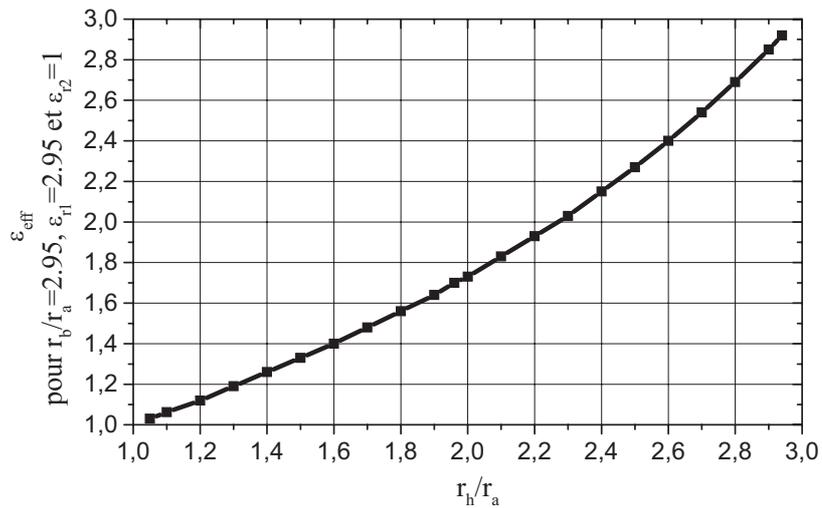


Figure III.16 : Influence du rapport (r_h/r_a) sur la permittivité effective (ϵ_{eff}) de la ligne coaxiale inhomogène.

Chapitre III : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM rectangulaires à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales

Ensuite nous nous sommes intéressés à l'influence de la profondeur de coupure (u) sur le coefficient de couplage (k) du coupleur à lignes coaxiales quasi-TEM, pour les paramètres géométriques et physiques suivants :

- Rayon du conducteur interne : $r_a = 0.45 \text{ mm}$
- Rayon du blindage : $r_b = 2.95 r_a$
- Rayon de l'interface diélectrique/diélectrique : $r_h = 1.98 r_a$
- Permittivité relative du diélectrique n°1 : $\epsilon_{r1} = 2.95$
- Permittivité relative du diélectrique n°2 : $\epsilon_{r2} = 1.$

Cette influence est montrée par le graphe de la figure III.17.

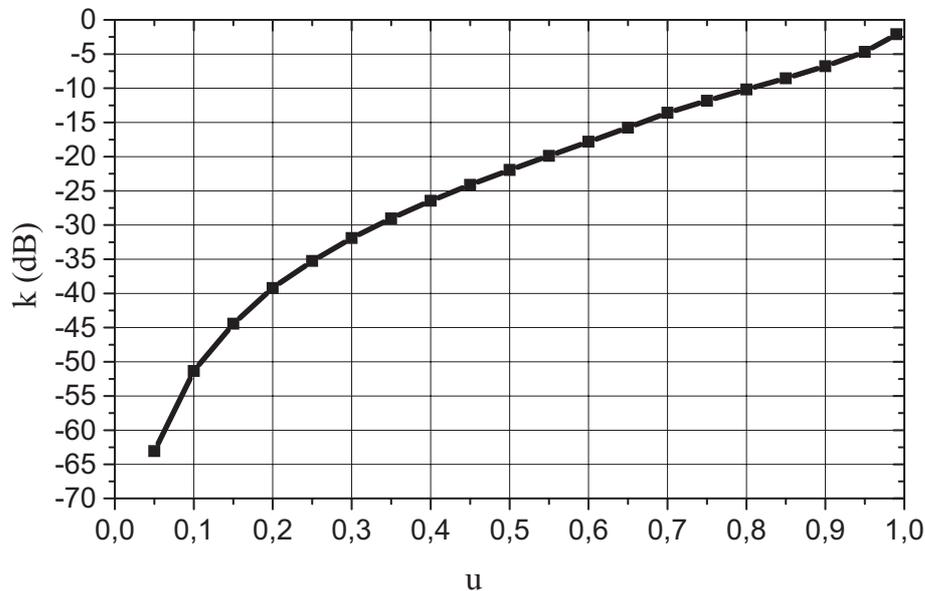


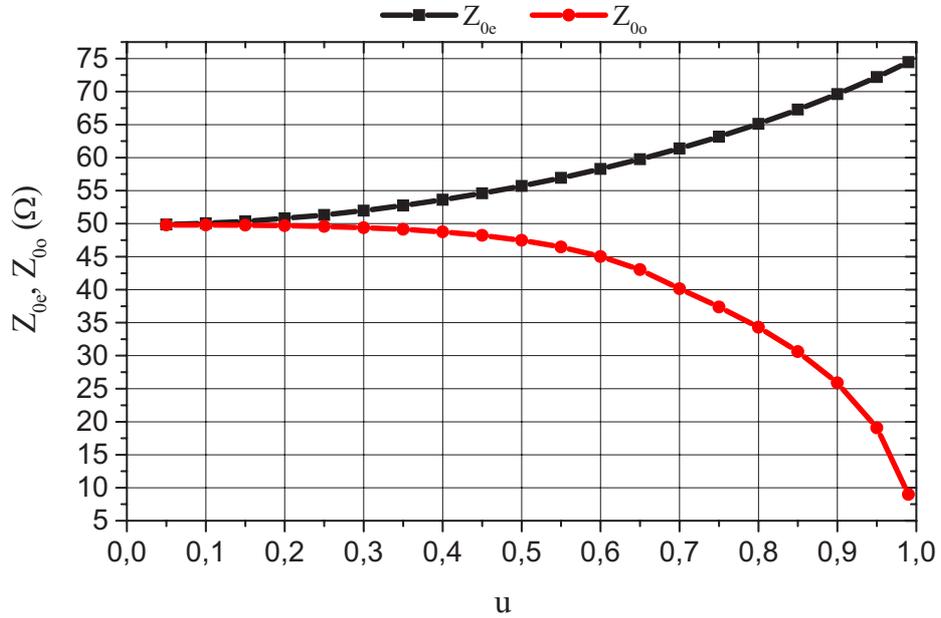
Figure III.17 : Influence de la profondeur de coupure (u) sur le coefficient de couplage (k) du coupleur quasi-TEM à lignes coaxiales coupées et couplées.

Pour les paramètres géométriques et physiques cités ci-dessus, la figure III.17 montre que nous pouvons concevoir des coupleurs directs quasi-TEM ayant des coefficients de couplages compris entre -2.5 et -62 dB environ.

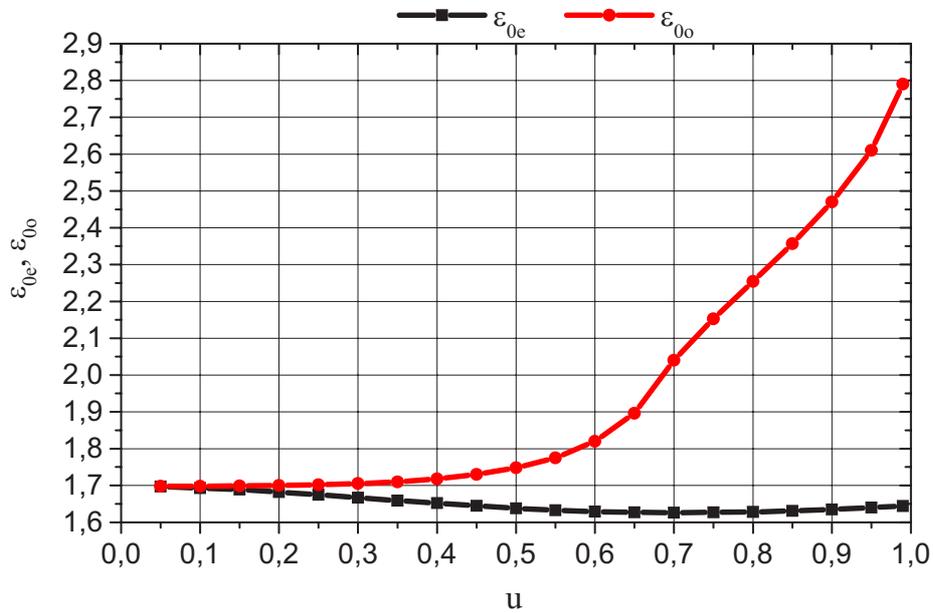
Ces résultats ont été obtenus grâce aux valeurs numériques des paramètres EM : Z_{0e} , Z_{0o} , ϵ_{0e} , ϵ_{0o} montrées sur la figure III.18.

Nous nous sommes intéressés ensuite, à la conception d'un coupleur directif quasi-TEM en double coaxial coupé et couplé de 20 dB et d'impédance caractéristique de 50 Ω et fonctionnant à 2GHz.

Cette valeur de 20 dB de couplage est obtenue pour une profondeur de coupure ($u=0.535$) qui lui correspond un h égal à 1.052 mm, des impédances caractéristiques Z_{0e} , Z_{0o} égales respectivement à 50.82 Ω et 41.67 Ω et des permittivités effectives ϵ_{0e} , ϵ_{0o} égales respectivement à 2.045 et 2.247. A la fréquence de 2 GHz, la longueur quart d'onde du coupleur quasi-TEM est $l=29.2 \text{ mm}$.



a)



b)

Figure III.18 : Influence de la profondeur de coupure (u) sur les impédances caractéristiques (Z_{0e}) et (Z_{0o}) en a) et sur les permittivités effectives (ϵ_{0e}), (ϵ_{0o}) en b) du coupleur quasi-TEM à lignes coaxiales coupées et couplées.

Chapitre III : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM rectangulaires à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales

Pour vérifier le bien fondé de nos calculs numériques pour ce type de coupleur quasi-TEM, nous avons simulé, sous l'environnement CST, la réponse fréquentielle du coupleur quasi-TEM de la figure III.19.

Dans la plage de fréquence [0-4] GHz, nous montrons les variations des coefficients : S_{11} (réflexion), S_{13} (affaiblissement), S_{12} (couplage) et S_{14} (isolation) du coupleur directif quasi-TEM que nous avons numériquement conçu, sur la figure III.20. Sur cette figure on voit clairement le 20dB obtenu dans une large bande de fréquence s'étalant de 1.5 GHz à 2.5 GHz autour de la fréquence de travail de valeur 2 GHz. Ceci prouve que nos résultats de conceptions sont encore corrects dans le cas de ce type de couplage quasi-TEM.

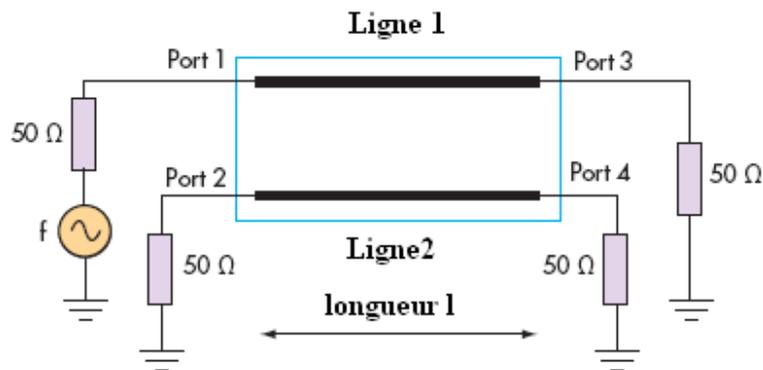


Figure III.19 : Schéma électrique du coupleur contradirectif quasi-TEM.

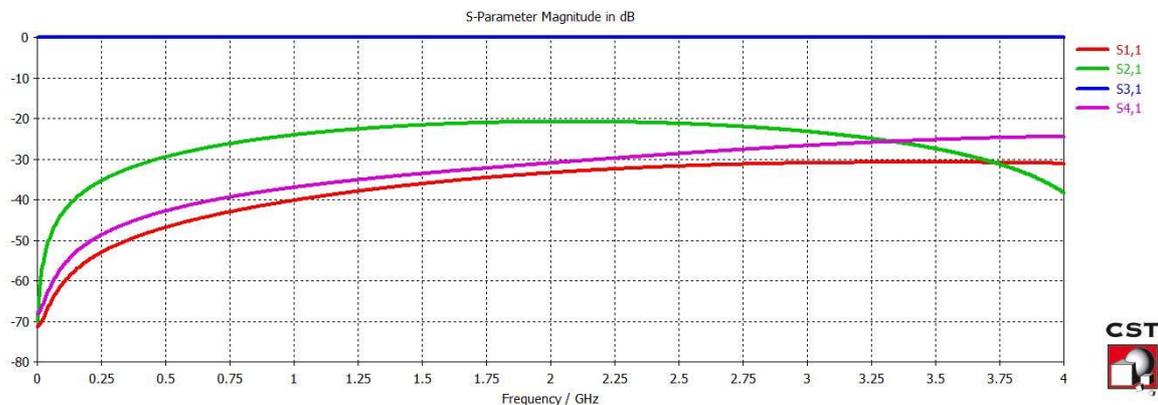


Figure III.20 : Réponse fréquentielle des paramètres (S) du coupleur quasi-TEM, à lignes coaxiales coupées, que nous avons conçu.

III.5 CONCLUSION

Ce chapitre a décrit la méthode d'analyse et de conception de coupleurs quasi-TEM adaptés à leurs ports et de formes très complexes. La caractérisation EM de deux types de coupleurs directifs quasi-TEM : rectangulaire à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales, nous l'avons faite sous l'environnement freeFEM utilisant la MEF et en programmant les équations fondamentales de l'électromagnétisme sans avoir recours aux logiciels parfois coûteux et/ou compliqués. Des courbes

Chapitre III : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM rectangulaires à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales

intéressant le concepteur et donnant les paramètres EM en fonction des paramètres géométriques ont été obtenues.

Les deux types de coupleur quasi-TEM : rectangulaire à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales ne possédant pas d'expressions analytiques exactes pour leurs paramètres EM ont été conçus sous freeFEM pour fonctionner par exemple à 2GHz. Le premier type, rectangulaire à conducteurs internes carrés quasi-TEM de dimensions $3.96 \times 7.06 \times 21 \text{mm}^3$ a été validé par des simulations faites sous MATPAR (par exemple). Les réponses fréquentielles de ses paramètres (S) montrent le couplage désiré de 20 dB dans la bande de fréquence [1.6-2.4] GHz avec une excellente directivité d'environ 50 dB. Le deuxième type à lignes coaxiales quasi-TEM de 20 dB de couplage dans la bande de fréquence [1.5-2.6] GHz a été validé sous CST et a seulement $2.655 \times 4.759 \times 29.2 \text{mm}^3$ de dimensions géométriques.

Nous avons réalisé deux outils numériques précieux pour la caractérisation EM et la conception de coupleur coaxial rectangulaire à conducteurs internes carrés quasi-TEM et à lignes coaxiales quasi-TEM. Nos deux outils numériques basés sur la MEF sous freeFEM peuvent être facilement adaptés pour la caractérisation EM d'autres structures de coupleur symétriques quasi-TEM, comme nous allons le voir dans le chapitre suivant.

Les résultats relatifs au coupleur rectangulaire à conducteurs internes carrés quasi-TEM présentés dans ce chapitre ont fait l'objet d'une publication internationale dans « International Journal of Microwave and Optical Technology », ISSN : 1553-0396, indexé dans la base Scopus :

D. LACHACHI, N. BENABDALLAH, N. BENAHMED, S. LARBI and H. HADDOUCHE, On the electromagnetic characterization and design of quasi-TEM rectangular coax couplers with square inner conductor, International Journal of Microwave and Optical Technology, vol. 11, no 1, pp. 23-31, January 2016.

<http://www.ijmot.com/VOL11NO1.ASPX>

CHAPITRE IV

**COUPLEURS COAXIAUX QUASI-TEM A
DIAPHRAGMES METALLIQUES ET TEM
STRIPLINE CYLINDRIQUES BLINDES**

IV.1 INTRODUCTION

Ce chapitre se caractérise par l'étude, l'analyse, la conception et la simulation de deux types de coupleurs coaxiaux quasi-TEM et TEM de formes très complexes.

Pour le premier type, il s'agit de nos nouvelles structures de coupleurs coaxiaux quasi-TEM à diaphragmes métalliques. L'introduction d'un diaphragme dans les structures de coupleurs quasi-TEM permet de séparer partiellement les conducteurs internes des coupleurs coaxiaux quasi-TEM ce qui va, par conséquent, permettre d'ajuster facilement le coefficient de couplage sans changer les dimensions géométriques du coupleur quasi-TEM. Cette technique a été utilisée pour concevoir des coupleurs directifs dans [33] d'une part et concevoir et proposer une nouvelle structure de filtre microruban stop bande multicouche accordable dans [39] d'autre part.

Pour le deuxième type, il s'agit de coupleurs TEM stripline cylindriques blindés pouvant être réalisées en enroulant un matériau diélectrique souple autour d'une surface cylindrique, et sont utilisées pour l'excitation des réseaux d'antennes conformes. Pour ce type de coupleur, notre contribution réside dans la proposition de modèles analytiques approchés trouvés à partir de nos résultats de caractérisation EM rigoureuses par la MEF et à partir de techniques de lissages de courbes.

IV.2 COUPLEURS COAXIAUX QUASI-TEM ET A DIAPHRAGMES METALLIQUES

IV.2.1 DESCRIPTION

Pour ce type de coupleurs coaxiaux quasi-TEM, nous avons pensé à l'utilisation d'un diaphragme métallique pour séparer partiellement les conducteurs internes des coupleurs coaxiaux partiellement remplis ; ce qui va permettre d'ajuster facilement le coefficient de couplage des coupleurs pour des dimensions choisies (profondeur de coupure fixée par exemple).

Sur la figure IV.1 nous présentons les sections transversales des coupleurs coaxiaux partiellement remplis de diélectrique (quasi-TEM) et à diaphragmes métalliques : rectangulaires à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales circulaires :

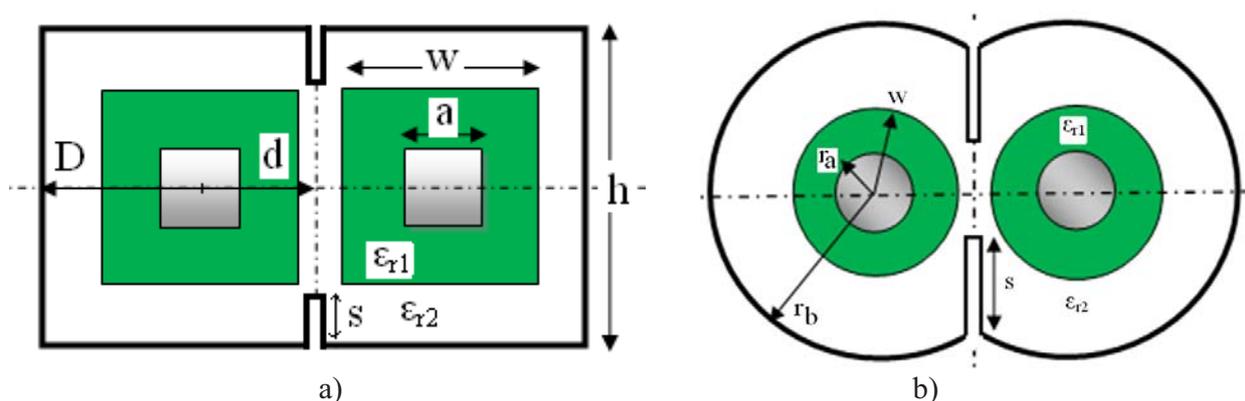


Figure IV.1 : Sections transversales des coupleurs quasi-TEM et à diaphragmes métalliques rectangulaire à conducteurs internes carrés en a) et à lignes coaxiales en b).

Chapitre IV : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM à diaphragmes métalliques et TEM stripline cylindriques blindés

Les paramètres géométriques de ces deux types de coupleurs sont :

✓ Pour le coupleur rectangulaire à conducteurs internes carrés quasi-TEM et à diaphragmes métalliques :

- le rapport : $D/(a/2)$;
- le rapport : w/a ;
- la demi-largeur d'ouverture du diaphragme : s ;
- l'épaisseur du diaphragme : t (ici négligeable) ;
- la distance de couplage (ou de coupure) : d ;
- la hauteur: $h=2D$.

✓ Pour le coupleur à lignes coaxiales quasi-TEM et à diaphragmes métalliques :

- le rapport : r_b/r_a ;
- le rapport : w/r_a ;
- la demi-largeur d'ouverture du diaphragme : s ;
- l'épaisseur du diaphragme : t (ici négligeable) ;
- la distance de couplage (ou de coupure) : d .

Dans ce qui suit, nous nous proposons de concevoir ces deux types de coupleurs quasi-TEM et à diaphragmes métalliques directifs après des analyses rigoureuses par la MEF sous freeFEM des paramètres électromagnétiques de ces derniers en fonction de leurs paramètres géométriques et physiques, à savoir :

- les impédances caractéristiques (Z_{0e} , Z_{0o}), les permittivités effectives (ϵ_{0e} , ϵ_{0o}) des deux modes : pair et impair ;
- le coefficient de couplage (k) ;

- les matrices d'inductances et de capacités ($[L]$ et $[C]$) : $[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}$; $[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$

IV.2.2 COUPLEUR RECTANGULAIRE À CONDUCTEURS INTERNES CARRÉS QUASI-TEM ET À DIAPHRAGMES MÉTALLIQUES

• Caractérisation EM par la MEF

Dans la littérature scientifique, le coupleur rectangulaire à conducteurs internes carrés quasi-TEM et à diaphragme métallique ne possède pas de résultats analytiques (exactes ou approchés) et même numériques. Par conséquent, nous avons adapté notre logiciel MEF-2D du chapitre précédent au cas des lignes rectangulaires à conducteurs internes carrés quasi-TEM et à diaphragmes métalliques, coupées et couplées. Pour ce fait, nous avons opté pour les paramètres géométriques et physiques suivants du coupleur : $D/(a/2)=3$, $d=2.26$ mm et permittivité relative du diélectrique $\epsilon_{r1}=2.03$ ($\epsilon_{r2}=1$).

Le maillage en éléments finis, utilisant 6000 nœuds, de la section transversale du coupleur rectangulaire à conducteurs internes carrés quasi-TEM et à diaphragmes métalliques ainsi que la distribution du potentiel scalaire des modes pair et impair, après résolution de l'équation de Laplace dans le cas inhomogène, sont illustrés respectivement sur la figure IV.2.

La résolution de l'équation de Laplace nous a permis de montrer la dépendance qui existe entre la demi-largeur d'ouverture (rapport s/h) et les paramètres EM du coupleur pour différentes largeurs du diélectrique (w/a). Les graphes des figures C.2 à C.8 de l'annexe C montrent cette dépendance. Nos courbes présentées en annexe C, donnant les paramètres EM en fonction des paramètres géométriques, sont très utiles pour la conception et la simulation de ce type de coupleur quasi-TEM à diaphragme métallique. Pour d'autres caractéristiques, notre logiciel MEF-2D est capable de répondre aux exigences du concepteur pour lui fournir les paramètres EM nécessaires.

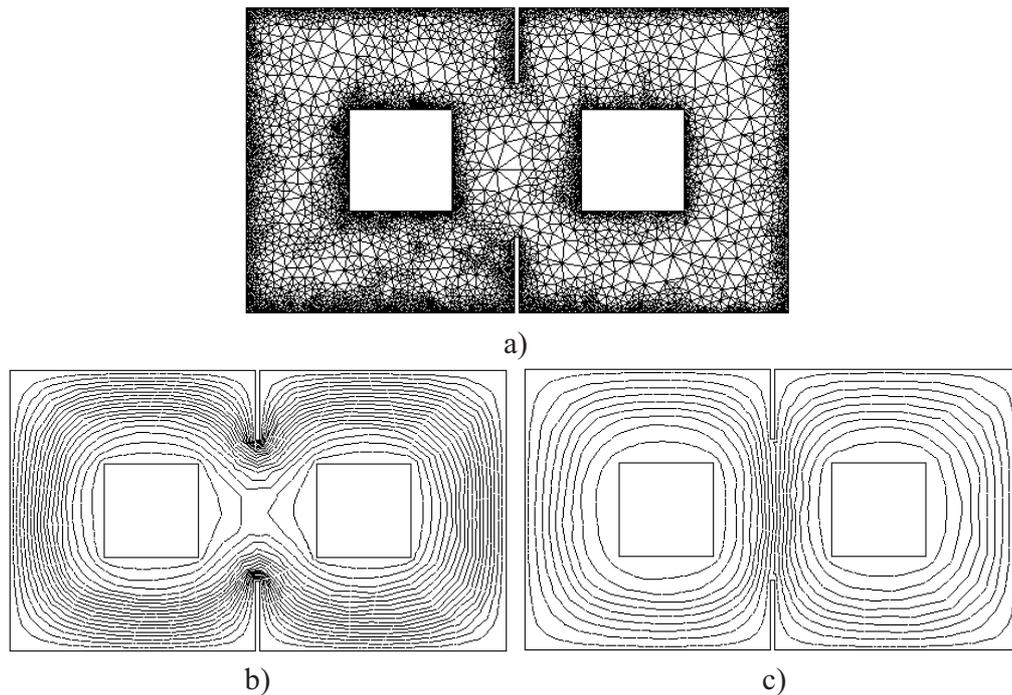


Figure IV.2 : Maillage en éléments finis utilisant 6000 nœuds en a) et distributions du potentiel scalaire pour les deux modes : pair en b) et impair en c).

• **Coupleur directif de 20 dB de couplage, d'impédance 50 Ω et fonctionnant à 10 GHz.**

Dans cette section, nous présentons les résultats de conception du coupleur coaxial rectangulaire à conducteurs internes carrés et à diaphragmes métalliques micro-onde directif de 20 dB, d'impédance caractéristique de 50 Ω et fonctionnant à 10 GHz (Figure III.10).

Pour atteindre ce but, il nous a fallu choisir les paramètres géométriques suivants : $w/a=1.68$ et $s/h=0.25$.

En utilisant nos résultats de caractérisations EM (Annexe C), les résultats de conception du coupleur sont :

- Impédance caractéristique du mode pair $Z_{0e} = 55.97 \Omega$;
- Impédance caractéristique du mode impair $Z_{0o} = 45.05 \Omega$;
- Permittivité effective du mode pair $\epsilon_{\text{effe}} = 1.4146$;
- Permittivité effective du mode impair $\epsilon_{\text{effo}} = 1.5196$;
- Longueur du coupleur l (mm) = 6.2 mm ;
- Matrice d'inductances $[L] = \begin{bmatrix} 183.18 & 18.21 \\ 18.21 & 183.18 \end{bmatrix}$ (nH/m) ;
- Matrice de capacités $[C] = \begin{bmatrix} 100.39 & -9.02 \\ -9.02 & 100.39 \end{bmatrix}$ (pF/m)

La figure IV.3 montre que dans la plage de fréquence [0.2-19.6] GHz, le couplage (S_{13}) est de 20dB est obtenu à la fréquence désirée de 10 GHz avec une bande passante de 5 GHz.

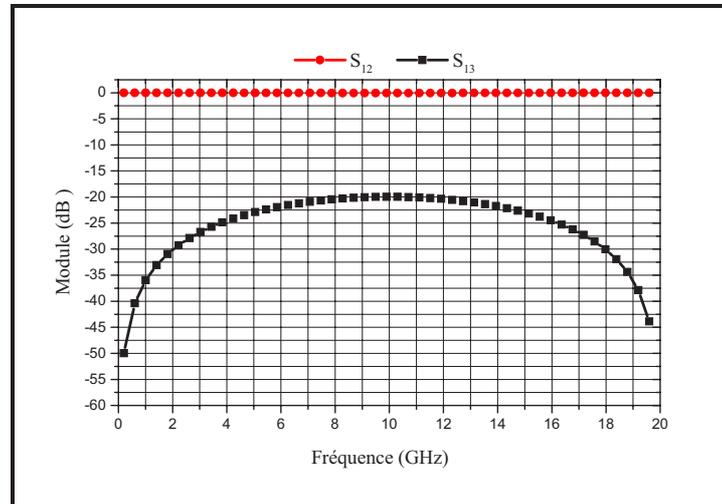


Figure IV.3 : Réponse fréquentielle du coupleur coaxial rectangulaire à conducteurs internes carrés quasi-TEM et à diaphragmes métalliques fonctionnant à 10 GHz.

IV.2.3 COUPLEUR À LIGNES COAXIALES QUASI-TEM ET À DIAPHRAGMES MÉTALLIQUES

• Caractérisation EM par la MEF

Nous avons adapté notre deuxième logiciel MEF-2D au cas des lignes coaxiales circulaires quasi-TEM et à diaphragmes métalliques, coupées et couplées. Le même travail que précédemment a été réalisé pour pouvoir étudier l'effet de la demi-largeur d'ouverture du diaphragme (s) et la largeur du diélectrique (w) sur les paramètres électromagnétiques du coupleur. Ce travail se présente comme suit pour les paramètres géométriques et physiques suivants : $r_b/r_a=2.8$; $d=1.84$ mm et $\epsilon_{r1}=2.03$ ($\epsilon_{r2}=1$).

La figure IV.4 illustre le maillage en éléments finis, utilisant 6000 nœuds, de la section transversale du coupleur et les distributions du potentiel scalaire de ses deux modes : pair et impair.

Après résolution du problème de caractérisation par la MEF sous l'environnement freeFEM, nous avons présenté nos résultats numériques relatifs aux paramètres électromagnétiques du coupleur en fonction des rapports (s/h) et (w/r_a), dans les figures C.10 à C.16 de l'annexe C. Nos courbes sont indispensables pour toute conception de circuit dans le domaine RF/microonde utilisant ce type de coupleur.

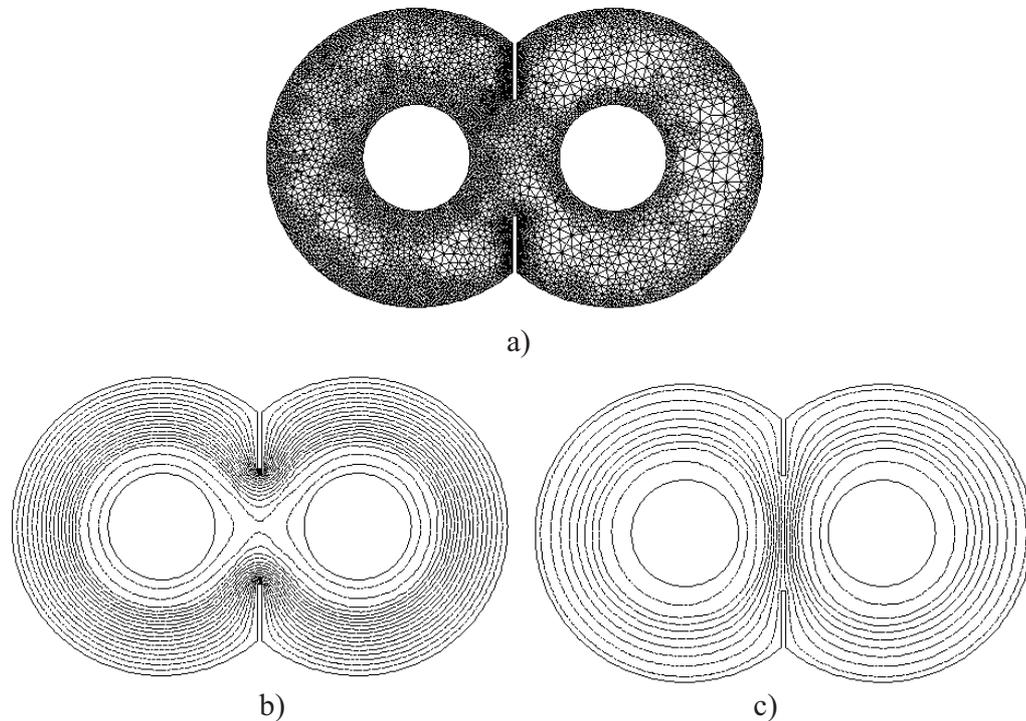


Figure IV.4 : Maillage en éléments finis utilisant 6000 nœuds en a) et distributions du potentiel scalaire pour les deux modes : pair en b) et impair en c) obtenus après résolution de l'équation de Laplace.

• Coupleur directif de 20 dB de couplage, d'impédance 50 Ω et fonctionnant à 3 GHz.

Enfin, nous présentons les résultats de conception et de simulation du coupleur quasi-TEM à lignes coaxiales et à diaphragmes métalliques d'impédance caractéristique 50 Ω , de 20 dB, fonctionnant à 3 GHz et ayant les paramètres géométriques suivants : $w/r_a = 1.5$ et $s/h = 0.25$ (Figure C.12).

En utilisant nos courbes de caractérisations EM, pour ces derniers paramètres géométriques ($w/r_a = 1.5$ et $s/h = 0.25$), notre coupleur quasi-TEM aura :

- Impédance caractéristique du mode pair $Z_{0e} = 55.34 \Omega$;
- Impédance caractéristique du mode impair $Z_{0o} = 45.34 \Omega$;
- Permittivité effective du mode pair $\epsilon_{\text{effe}} = 1.3263$;
- Permittivité effective du mode impair $\epsilon_{\text{effo}} = 1.4541$;
- Longueur du coupleur l (mm) = 21.2 mm

- Matrice d'inductances $[L] = \begin{bmatrix} 180.25 & 17.75 \\ 17.75 & 180.25 \end{bmatrix}$ (nH/m) ;

- Matrice de capacités $[C] = \begin{bmatrix} 99.09 & -8.87 \\ -8.87 & 99.09 \end{bmatrix}$ (pF/m)

La réponse fréquentielle du coupleur opérant à 3 GHz est représentée sur la figure IV.5. Le couplage de 20 dB est obtenu à la fréquence désirée c'est-à-dire 3 GHz. Le coupleur a un bon coefficient de couplage sur une large gamme de fréquences [2.25-3.75] GHz.

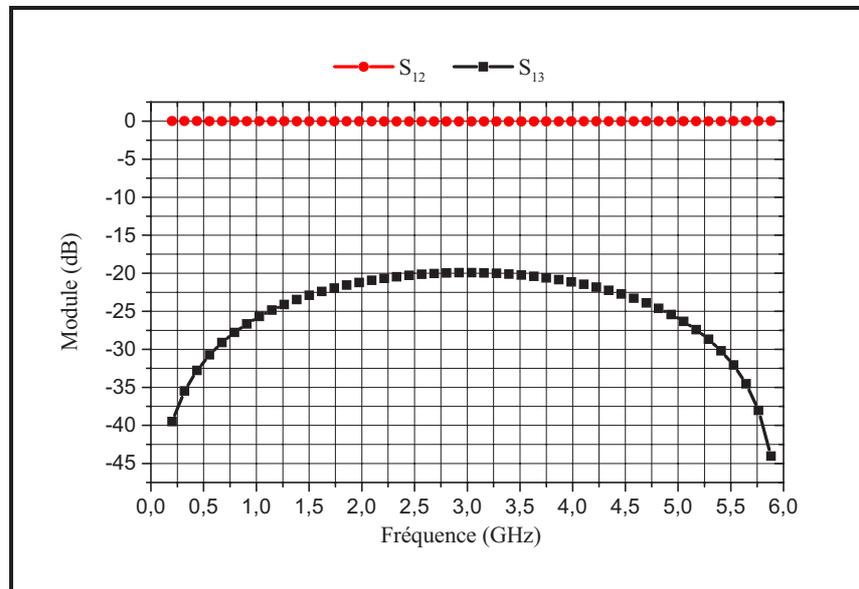


Figure IV.5 : Réponse fréquentielle du coupleur quasi-TEM à lignes coaxiales et à diaphragmes métalliques fonctionnant à 3 GHz et de 20 dB de couplage.

IV.2.4 CONCLUSION

Dans cette première partie de ce chapitre, nous avons montré l'efficacité de notre logiciel MEF-2D pour la caractérisation EM de nouvelles structures de coupleurs quasi-TEM de formes très complexes en programmant toujours les équations fondamentales de l'électromagnétisme sans avoir recours aux logiciels parfois coûteux et/ou compliqués. Nos nouvelles structures de coupleurs quasi-TEM, nous les avons obtenues en introduisant un diaphragme métallique dans chaque type de coupleur permettant de séparer partiellement les conducteurs internes des coupleurs coaxiaux quasi-TEM ce qui va, par conséquent, permettre d'ajuster facilement le coefficient de couplage sans changer les dimensions géométriques du coupleur. Cette technique a été utilisée pour concevoir des coupleurs directifs dans [33] d'une part et concevoir et proposer une nouvelle structure de filtre microruban stop bande multicouche accordable dans [39] d'autre part.

Des courbes donnant les paramètres EM de coupleurs quasi-TEM à diaphragmes métalliques en fonction de leurs paramètres géométriques ont été présentées dans l'annexe C et constituent une très bonne contribution de notre part pour la littérature scientifique. Ces courbes témoignent de l'intérêt du modèle numérique en éléments finis que nous avons développé sous freeFEM et qui reste valable pour tout coupleur quasi-TEM de type symétrique.

Grâce à nos résultats de caractérisation EM, il nous a été très facile de concevoir deux coupleurs directifs quasi-TEM d'impédance caractéristique 50Ω et de couplage 20 dB. Les validations de leurs réponses fréquentielles, nous les avons faites sous l'environnement MATPAR nécessitant l'introduction des matrices d'inductances et de capacités en plus de la longueur de ces coupleurs quasi-TEM.

IV.3 COUPLEUR STRIPLINE CYLINDRIQUE TEM

IV.3.1 INTRODUCTION

Récemment, les substrats à surface courbées ont attiré l'attention en tant que matériaux dans la conception et la réalisation des antennes. Des recherches faites sur les lignes et les coupleurs striplines cylindriques ont été menées sur ce sujet depuis quelques années [40-46]. Les lignes striplines cylindriques peuvent être réalisées en enroulant un matériau diélectrique souple autour d'une surface cylindrique, et sont utilisées pour l'excitation des réseaux d'antennes conformes. En outre, ces lignes peuvent également être utilisées dans la conception de coupleurs, d'adaptateurs, de filtres et de transformateurs d'impédance,...etc. Pour la caractérisation EM des lignes et des coupleurs striplines cylindriques, les méthodes numériques peuvent fournir des résultats précis, mais ne sont pas commodes dans l'optimisation et dans la conception car elles prennent beaucoup de temps. Les modèles analytiques approchés et rigoureux sont très appropriés pour l'analyse et la conception et sont vitales pour l'utilisation des techniques de conception assistée par ordinateur (CAO).

Rappelons que différentes méthodes de résolution ont été utilisées dans la littérature scientifique pour la caractérisation des grandeurs EM de la ligne stripline cylindrique. Wang a résolu l'équation de Laplace par une méthode de double série et a présenté de nombreux résultats sur l'impédance caractéristique de la microbande cylindrique [18]. Joshi et al. ont déterminé l'impédance caractéristique de la ligne stripline cylindrique TEM par une technique de calcul des résidus [19]. Zeng et al. ont utilisé les transformations conformes pour trouver des expressions pour l'impédance caractéristique des lignes striplines elliptiques à épaisseurs de rubans nulles et à épaisseurs finies [20]. Chan et al. ont analysé une classe de lignes de transmission cylindriques en utilisant une approche itérative [21]. Reddy et al. ont obtenu une expression rigoureuse pour l'impédance caractéristique de la ligne stripline cylindrique à diélectriques multicouches [22].

Pour les coupleurs striplines cylindriques, Das et al. ont proposé dans la référence 45 des expressions pour les impédances caractéristiques des modes pair et impair, basé sur une approximation TEM. Deshpande et al. ont présenté une méthode d'analyse d'une part des coupleurs striplines cylindriques TEM dans le domaine spectral dans la référence 46 et d'autre part des coupleurs striplines cylindriques quasi-TEM en utilisant des techniques variationnelles dans la référence 47. Terada et al. ont présenté dans la référence 48 une méthode analytique pour la structure générale de coupleurs striplines cylindriques quasi-TEM non blindés dédiés à des applications faibles puissances.

Dans tous ces travaux, les expressions analytiques de l'inductance et de la capacité linéiques (L et C) de la ligne stripline cylindrique et les expressions analytiques des matrices d'inductances et de capacités ($[L]$ et $[C]$) du coupleur stripline cylindrique blindé n'ont pas été déterminées. La connaissance de ces paramètres EM (L , C , $[L]$ et $[C]$) est essentielle pour le concepteur et pour l'utilisation de certains logiciels commerciaux tels que le logiciel MATPAR si la réponse fréquentielle d'un circuit RF/microonde utilisant la ligne stripline cylindrique ou le coupleur stripline cylindrique blindé doit être trouvée. Par conséquent, dans notre référence 23 nous avons proposé des expressions rigoureuses pour l'impédance caractéristique, l'inductance et la capacité linéiques de la ligne stripline cylindrique blindée. Les expressions que nous avons trouvées dans la littérature scientifique pour le coupleur stripline cylindrique sont longues et contiennent de nombreux paramètres intermédiaires.

Dans cette deuxième partie de ce chapitre, l'analyse EM par le biais de la MEF-2D est adoptée pour étudier et pour déterminer avec précision les paramètres EM des coupleurs striplines

Chapitre IV : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM à diaphragmes métalliques et TEM stripline cylindriques blindés

cylindriques blindés. Nos résultats MEF obtenus sous l'environnement freeFEM sont très proches de ceux que nous avons obtenus l'aide de notre programme basé sur la méthode des moments sous l'environnement LINPAR. De plus, nous proposons des expressions simples pour les paramètres EM du coupleur stripline cylindrique blindé pour un large intervalle de variation du rapport (r_2/r_1) variant de 1.5 à 9 et pour un angle de conduction (θ) des arcs internes variant de 5° à 179° .

En utilisant nos expressions proposées, une analyse EM peut être facilement mise en œuvre dans les CAO modernes pour la conception de circuits RF/microondes à hautes puissances. Par exemple, au moyen de nos expressions nous montrons nos résultats de conception d'un coupleur stripline TEM cylindrique blindé directif d'impédance caractéristique 50Ω , de 20 dB de couplage, fonctionnant à 2 GHz et ayant un minimum de directivité de 45 dB et une bonne isolation de 65 dB.

La réponse fréquentielle du coefficient de couplage, nous l'avons obtenue sous MATPAR et a été validée par nos résultats obtenus en utilisant le logiciel CST, ce qui confirme l'exactitude et l'utilité de nos expressions proposées.

IV.3.2 DESCRIPTION

La structure du coupleur stripline cylindrique blindée est montrée sur la figure IV.6. Le coupleur TEM est constitué de deux arcs conducteurs d'épaisseurs faibles ($t \approx 0$), de rayon (r_2), ayant un angle de conduction (θ) et placés entre deux plans de masses cylindriques de rayons interne et externe respectivement notés (r_1) et (r_3). L'angle d'ouverture du coupleur est indiqué par (α) où $\alpha = \pi - \theta$. Un diélectrique de permittivité relative (ϵ_r) règne à l'intérieur du coupleur assumé sans pertes.

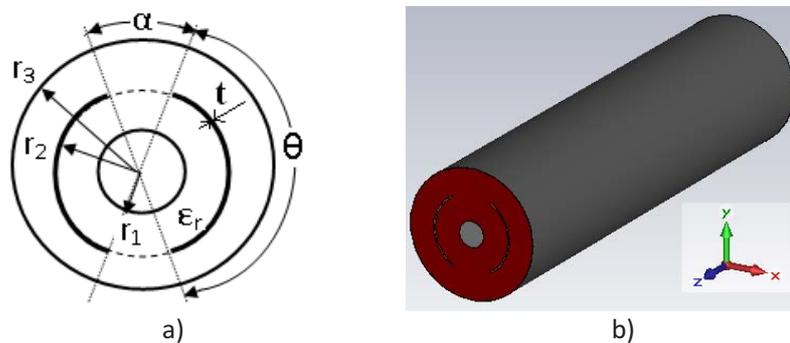


Figure IV.6 : Section transversale du coupleur stripline cylindrique en a) et sa représentation en trois dimension (3D) en b).

IV.3.3 CARACTÉRISATION EM PAR LA MEF [49]

Dans la littérature scientifique, pour ce type de coupleur TEM blindé il n'existe aucun modèle analytique exacte des grandeurs EM à cause de la complexité de sa forme. Par conséquent nous avons adapté un de nos deux logiciels MEF-2D que nous avons déjà réalisé sous freeFEM au cas du coupleur stripline cylindrique blindée TEM. Par conséquent la figure IV.7 montre le maillage en éléments finis du coupleur TEM, obtenu pour $r_3/r_1=5$, $r_2/r_1=3$ et $\theta=120^\circ$, et la figure IV.8 montre la distribution du potentiel scalaire, obtenue après résolution par la MEF de l'équation de Laplace (cas homogène) pour les modes pair et impair, pour $r_3/r_1=5$, $r_2/r_1=3$ et pour un angle de conduction (θ) de valeurs 30° (Figure IV.8-a) et 100° (Figure IV.8-b).

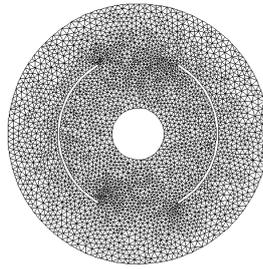


Figure IV.7 : Maillage en éléments finis du coupleur TEM stripline cylindrique ($r_3/r_1=5$, $r_2/r_1=3$ et $\theta=120^\circ$).

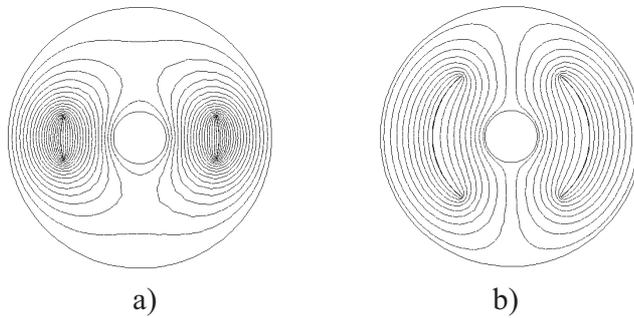


Figure IV.8 : Distributions du potentiel scalaire du coupleur TEM stripline cylindrique ayant $r_3/r_1=5$ et $r_2/r_1=3$, pour les deux modes : pair pour $\theta=30^\circ$ en a) et impair pour $\theta=100^\circ$ en b).

En appliquant notre logiciel MEF-2D sous l'environnement freeFEM au cas de la structure de la figure IV.9 avec les mêmes conditions aux limites que celle de la structure de la figure IV.6, il est possible d'évaluer les impédances caractéristiques des modes pair et impair (Z_{0e} , Z_{0o}) en fonction du demi-angle ($\alpha/2$) comme il est montré sur la figure IV.10.

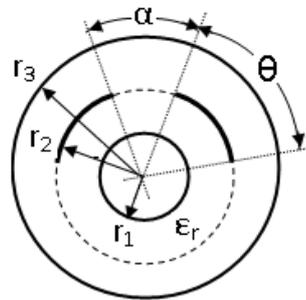


Figure IV.9 : Section transversale de la configuration générale du coupleur stripline cylindrique blindé.

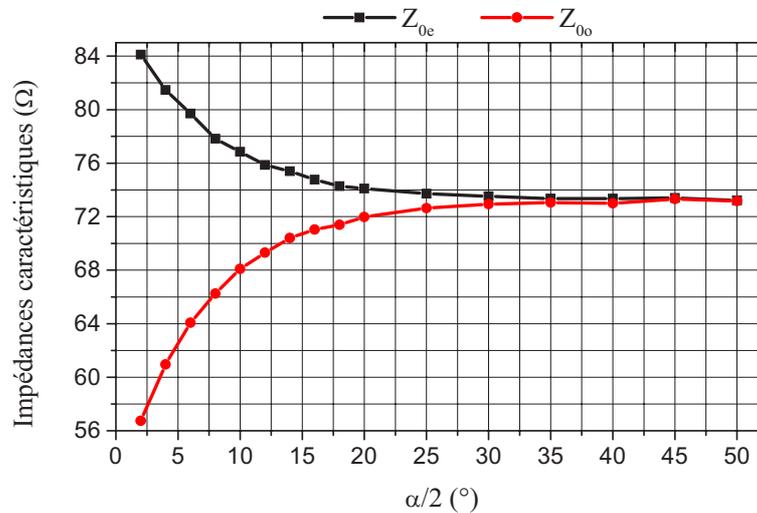


Figure IV.10 : Influence du demi-angle ($\alpha/2$) sur les impédances caractéristiques des modes pair et impair, de la structure représentée sur la figure IV.9, obtenues en utilisant notre programme de CAO.

Pour les mêmes paramètres géométriques et électriques, les résultats montrés sur la figure IV.11 sont obtenus par les travaux de la référence 47. Une bonne corrélation apparait entre les résultats trouvés dans la littérature [46, 47] et nos résultats que nous avons obtenus de la figure IV.10.

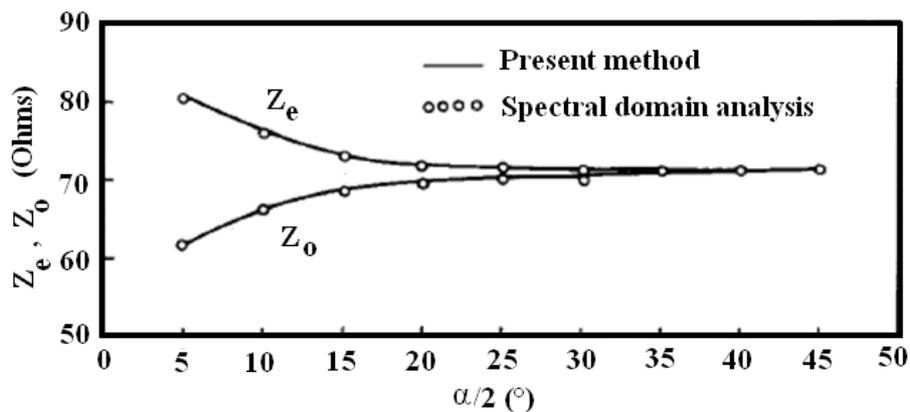


Figure IV.11 : Résultats des références [46, 47] montrant l'influence du demi-angle ($\alpha/2$) sur les impédances caractéristiques des modes pair et impair de la structure représentée sur la figure IV.9.

Comme pour la ligne stripline cylindrique, le coupleur stripline cylindrique blindé est constituée de deux conducteurs placés à la masse : le conducteur central de rayon (r_1) et le blindage de rayon (r_3) qui influent sur ses paramètres EM. Pour $(r_2/r_1) \ll (r_3/r_1)$ les deux arcs cylindriques sont proches du conducteur central de la ligne et c'est ce dernier qui influe considérablement sur les paramètres EM. Par contre c'est le blindage qui influe, plus que le conducteur central, sur les paramètres EM du coupleur TEM lorsqu'il est proche des arcs conducteurs.

Chapitre IV : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM à diaphragmes métalliques et TEM stripline cylindriques blindés

La recherche d'expressions analytiques approchées pour les paramètres EM du coupleur est difficile sinon impossible à cause du nombre important de paramètres géométriques (r_2/r_1 , θ , t , r_3/r_1) du coupleur stripline cylindrique TEM. Par conséquent dans cette thèse, pour le coupleur stripline cylindrique à épaisseur d'arcs conducteurs négligeables ($t/r_1=0.1$), le rapport (r_3/r_1) est maintenu constant à 10 et l'angle de conduction (θ) a été varié de 5° à 179° pour chaque valeur du rapport (r_2/r_1) variant de 1.5 à 9. Dans ces conditions nos résultats de caractérisation par la MEF-2D sont montrés, pour ($\epsilon_r=1$), par les graphes des figures D.2 à D.8 de l'annexe D.

Pour valider nos résultats basés sur la MEF-2D, nous avons réalisé un programme en FORTRAN pour tracer la section transversale, en incluant le diélectrique et la segmentation des surfaces chargées, du coupleur stripline cylindrique TEM sous LINPAR. Par exemple nous montrons la segmentation des surfaces chargées du coupleur stripline cylindrique TEM sous LINPAR sur la figure IV.12 pour $r_3/r_1=5$, $r_2/r_1=3$ et $\theta=100^\circ$.

Pour les paramètres géométriques cités ci-dessus, des comparaisons entre nos résultats MEF-2D et ceux que nous avons obtenus sous LINPAR par le biais de nos propres programmes basés sur la MoM, montrent un bon accord entre ces derniers (Tableau IV.1).

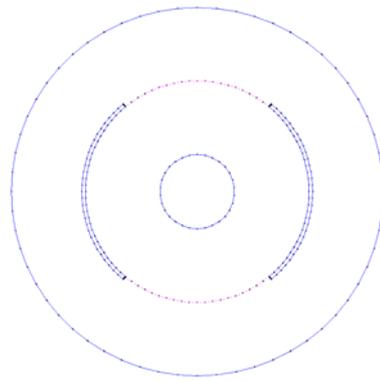


Figure IV.12 : Segmentation des surfaces chargées du coupleur stripline cylindrique TEM sous LINPAR pour $r_3/r_1=5$, $r_2/r_1=3$ et $\theta=100^\circ$.

| Paramètres électromagnétiques ($\epsilon_r=1$) | MEF | MoM | Erreurs relatives en (%) |
|--|--------|--------|--------------------------|
| Z_{0e} (Ω) | 53.38 | 53.14 | 0.45 |
| Z_{0o} (Ω) | 51.05 | 50.80 | 0.49 |
| k (dB) | -33.03 | -32.95 | 0.24 |
| $L_{11} = L_{22}$ (nH/m) | 173.14 | 173.30 | 0.09 |
| $L_{12} = L_{21}$ (nH/m) | 3.86 | 3.89 | 0.78 |
| $C_{11} = C_{22}$ (pF/m) | 63.87 | 64.22 | 0.55 |
| $C_{12} = C_{21}$ (pF/m) | -1.42 | -1.45 | 2.11 |

Tableau IV.1 : Paramètres EM du coupleur stripline cylindrique TEM obtenus par la MEF et la MoM.

IV.3.4 DÉRIVATION DE MODÈLES ANALYTIQUES [49]

Après avoir s'assurer de la précision de nos résultats MEF-2D, notons que les paramètres EM du coupleur TEM stripline cylindrique blindé dépendent fortement du rapport (r_2/r_1) et de l'angle de conduction (θ). Cette dépendance nous l'avons montrée par les graphes des figures D.2 à D.8 de l'annexe D. Aussi les valeurs de ces paramètres EM sont essentielles pour toute conception de circuit RF/microonde utilisant le coupleur TEM stripline cylindrique blindé.

Dans ce qui suit nous nous proposons de fournir des expressions analytiques pour ces paramètres EM en se basant sur des techniques de lissage non linéaire de courbes de nos résultats MEF-2D faisables sous l'environnement Origin50.

Notre technique de dérivation de modèles analytiques pour les paramètres EM en fonction du rapport (r_2/r_1) et (θ) consiste à: en premier lieu, pour un paramètre EM donné (Z_{0e} , Z_{0o} , k , L_{11} ,...) et pour chaque valeur du rapport (r_2/r_1) variant de 1.5 à 5 (ou de 5 à 9), nous lisons une courbe en fonction de (θ) (variant de 5° à 179°) à nos données numériques actives en utilisant une fonction exponentielle du second ordre (par exemple). Comme résultats, nous obtenons de nouveaux paramètres intermédiaires (Z_0 , A_1 , t_1 ,...) qui dépendent du rapport (r_2/r_1). Finalement nous appliquons un lissage polynomial à ces derniers en fonction du rapport (r_2/r_1).

En conséquence, nos modèles analytiques (approchés) que nous avons obtenus pour les paramètres EM du coupleur TEM stripline cylindrique blindé se présentent comme suit où $r = r_2/r_1$:

• **Impédances caractéristiques des modes pair et impair :**

Les impédances caractéristiques des modes pair et impair sont respectivement exprimées par les relations IV.1 et IV.2 :

$$Z_{0e} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} (Z_0 + A_1 e^{-\theta/t_1} + A_2 e^{-\theta/t_2}) \quad (\Omega) \quad (IV.1)$$

Où

Pour $r < 5$

$$Z_0 = -775.43 + 1374.22r - 843.06r^2 + 223.84r^3 - 21.47r^4$$

$$A_1 = 2805.06 - 4847.30r + 3126.53r^2 - 850.40r^3 + 82.46r^4$$

$$t_1 = 738.76 - 1323.02r + 858.53r^2 - 235.00r^3 + 22.91r^4$$

$$A_2 = -4198.46 + 7707.47r - 4925.53r^2 + 1334.91r^3 - 129.30r^4$$

$$t_2 = 2110.757 - 3749.963r + 2442.93r^2 - 670.243r^3 + 65.425r^4$$

Pour $r \geq 5$

$$Z_0 = -1714.73 + 1095.65r - 247.10r^2 + 24.07r^3 - 0.86r^4$$

$$A_1 = 660.45 + 162.40r - 129.88r^2 + 20.41r^3 - 0.97r^4$$

$$t_1 = 6470.05 - 3929.55r + 878.77r^2 - 85.67r^3 + 3.08r^4$$

$$A_2 = -24612.70 + 15068.29r - 3371.75r^2 + 329.04r^3 - 11.84r^4$$

$$t_2 = 11837.36 - 7144.65r + 1593.62r^2 - 155.05r^3 + 5.56r^4$$

Chapitre IV : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM à diaphragmes métalliques et TEM stripline cylindriques blindés

$$Z_{0o} = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} (Z_0 + A_1 e^{-\theta/t_1} + A_2 e^{-\theta/t_2}) \quad (\Omega) \quad (\text{IV.2})$$

Pour $r < 5$

$$Z_0 = -7622.70 + 14245.49r - 9467.36r^2 + 2620.60r^3 - 256.39r^4$$

$$A_1 = 945.74 - 1512.33r + 1017.25r^2 - 284.17r^3 + 28.02r^4$$

$$t_1 = 53.33 - 89.07r + 67.31r^2 - 20.38r^3 + 2.12r^4$$

$$A_2 = 7172.76 - 13311.21r + 8908.93r^2 - 2473.70r^3 + 242.34r^4$$

$$t_2 = 12142.95 - 22656.57r + 15171.73r^2 - 4226.85r^3 + 415.69r^4$$

Pour $r \geq 5$

$$Z_0 = -31010.34 + 19072.35r - 4326.30r^2 + 427.98r^3 - 15.58r^4$$

$$A_1 = -11090.81 + 6821.41r - 1521.71r^2 + 148.15r^3 - 5.32r^4$$

$$t_1 = 4555.63 - 2776.88r + 624.30r^2 - 61.16r^3 + 2.20r^4$$

$$A_2 = 17623.40 - 10702.23r + 2425.27r^2 - 240.11r^3 + 8.74r^4$$

$$t_2 = 12757.71 - 77823.09r + 17503.36r^2 - 1716.85r^3 + 61.99r^4$$

• Coefficient de couplage :

Le coefficient de couplage du coupleur TEM stripline cylindrique blindé est donné par les relations IV.3 et IV.4 :

Pour $\theta < 100$

$$K = K_0 + Ae^{-(\theta-5)/t} \quad (dB) \quad (\text{IV.3})$$

Où:

Pour $r < 5$

$$k_0 = 964.83 - 1596.54r + 941.60r^2 - 237.71r^3 + 21.71r^4$$

$$A = -1120.30 + 1760.19r - 1031.13r^2 + 259.94r^3 - 23.78r^4$$

$$t_1 = 5917.95 - 9313.81r + 5428.20r^2 - 1359.17r^3 + 123.46r^4$$

Pour $r \geq 5$

$$k_0 = 516.95 - 473.02r + 143.95r^2 - 18.17r^3 + 0.81r^4$$

$$A = 2275.48 - 1327.16r + 280.72r^2 - 25.91r^3 + 0.88r^4$$

$$t_1 = -9248.60 + 5100.31r - 1000.17r^2 + 83.41r^3 - 2.49r^4$$

Pour $\theta \geq 100$

$$K = K_0 + Ae^{(\theta-\theta_0)/t} \quad (dB) \quad (\text{IV.4})$$

Pour $r < 5$

$$k_0 = -160.95 + 199.99r - 116.45r^2 + 29.49r^3 - 2.72r^4$$

$$\theta_0 = 149.93 - 71.41r - 3.42r^2 + 8.15r^3 - 1.15r^4$$

$$A = 8.26 - 11.19r + 8.59r^2 - 2.46r^3 + 0.24r^4$$

$$t_1 = 3.65 + 22.25r + 25.26r^2 - 11.78r^3 + 1.32r^4$$

Pour $r \geq 5$

$$k_0 = -400.62 + 225.49r - 50.62r^2 + 4.96r^3 - 0.18r^4$$

Chapitre IV : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM à diaphragmes métalliques et TEM stripline cylindriques blindés

$$\theta_0 = -1412.94 + 856.73r - 186.11r^2 + 17.76r^3 - 0.62r^4$$

$$A = -11.98 + 7.3r - 1.13r^2 + 0.07r^3$$

$$t_1 = 251.23 - 118.16r + 29.27r^2 - 3.19r^3 + 0.12r^4$$

• Matrice d'inductances :

Les inductances propre et mutuelle du coupleur TEM stripline cylindrique blindé sont données respectivement par les relations IV.5 et (IV.6-7) :

$$L_{11} = L_0 + A_1 e^{-\theta/t_1} + A_2 e^{-\theta/t_2} \quad (nH/m) \quad (IV.5)$$

Pour $r < 5$

$$L_0 = -6844.60 + 12461.17r - 8062.11r^2 + 2203.27r^3 - 214.64r^4$$

$$A_1 = 8012.91 - 1361.190r + 878.163r^2 - 2389.36r^3 + 231.81r^4$$

$$t_1 = 436.12 - 765.97r + 495.89r^2 - 135.55r^3 + 13.21r^4$$

$$A_2 = -3057.33 + 5522.62r - 3203.60r^2 + 813.77r^3 - 75.62r^4$$

$$t_2 = 4860.74 - 8720.45r + 5694.08r^2 - 1563.98r^3 + 152.81r^4$$

Pour $r \geq 5$

$$L_0 = -2201.28 + 1638.55r - 414.15r^2 + 44.33r^3 - 1.72r^4$$

$$A_1 = -11201.33 + 7494.15r - 1752.15r^2 + 177.37r^3 - 6.58r^4$$

$$t_1 = 914.05 - 593.80r + 141.61r^2 - 14.55r^3 + 0.55r^4$$

$$A_2 = -10765.81 + 7472.83r - 1795.24r^2 + 185.53r^3 - 7.03r^4$$

$$t_2 = 4498.56 - 2862.98r + 677.45r^2 - 69.34r^3 + 2.59r^4$$

$$\text{Pour } \theta < 100 \quad L_{12} = L_0 + A e^{\theta/t} \quad (nH/m) \quad (IV.6)$$

Pour $r < 5$

$$L_0 = 6.28 - 20.51r + 18.80r^2 - 5.27r^3 + 0.48r^4$$

$$A = -24.76 + 40.52r - 23.43r^2 + 5.84r^3 - 0.53r^4$$

$$t_1 = -1253.76 + 2230.73r - 1372.00r^2 + 357.98r^3 - 33.56r^4$$

Pour $r \geq 5$

$$L_0 = -118.82 + 81.75r - 18.83r^2 + 1.82r^3 - 0.06r^4$$

$$A = -9.32 + 4.77r - 0.78r^2 + 0.05r^3$$

$$t_1 = 1156.79 - 729.00r + 173.30r^2 - 17.80r^3 + 0.67r^4$$

$$\text{Pour } \theta \geq 100 \quad L_{12} = \frac{A_1 - A_2}{1 + e^{(\theta - \theta_0)/d\theta}} + A_2 \quad (nH/m) \quad (IV.7)$$

Pour $r < 5$

$$A_1 = -33.31 + 38.68r - 9.19r^2 + 0.67r^3$$

$$A_2 = -39646.92 + 67385.26r - 41003.55r^2 + 10661.65r^3 - 999.10r^4$$

$$\theta_0 = -3506.08 + 6232.28r - 3770.26r^2 + 976.00r^3 - 91.15r^4$$

$$d\theta = -324.58 + 546.13r - 316.26r^2 + 79.72r^3 - 7.33r^4$$

Chapitre IV : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM à diaphragmes métalliques et TEM stripline cylindriques blindés

Pour $r \geq 5$

$$A_1 = 3.57 + 10.90r - 2.44r^2 + 0.13r^3$$

$$A_2 = -77076.69 + 45880.26r - 9970.40r^2 + 943.29r^3 - 32.90r^4$$

$$\theta_0 = -9167.07 + 5561.61r - 1209.17r^2 + 114.53r^3 - 4.00r^4$$

$$d\theta = -13.40 + 21.57r - 3.77r^2 + 0.18r^3$$

• Matrices de capacités :

Les relations (IV.8-9) et (IV.10-11) donnent respectivement les valeurs de la capacité propre et de la capacité de couplage du coupleur TEM stripline cylindrique blindé :

$$\text{Pour } \theta < 100 \quad C_{11} = \varepsilon_r (C_0 + Ae^{-(\theta-5)/t}) \quad (pF/m) \quad (\text{IV.8})$$

Pour $r < 5$

$$C_0 = -3599.46 + 6601.76r - 4201.33r^2 + 1127.43r^3 - 108.07r^4$$

$$A = 3450.05 - 6315.83r + 4022.02r^2 - 1079.87r^3 + 103.55r^4$$

$$t_1 = -10968.34 + 19212.77r - 11924.55r^2 + 3149.64r^3 - 298.87r^4$$

Pour $r \geq 5$

$$C_0 = 21338.95 - 13004.49r + 2936.99r^2 - 290.75r^3 + 10.72r^4$$

$$A = -20563.04 + 12538.17r - 2831.83r^2 + 280.38r^3 - 10.34r^4$$

$$t_1 = 36346.76 - 21763.40r + 4807.12r^2 - 461.68r^3 + 16.31r^4$$

$$\text{Pour } \theta \geq 100 \quad C_{11} = \varepsilon_r (C_0 + Ae^{(\theta-\theta_0)/t}) \quad (pF/m) \quad (\text{IV.9})$$

Pour $r < 5$

$$C_0 = 326.738 - 388.099r + 201.788r^2 - 46.79r^3 + 4.047r^4$$

$$\theta_0 = -118.539 + 324.443r - 176.17r^2 + 41.902r^3 - 3.66r^4$$

$$A = 83.106 - 124.896r + 71.0205r^2 - 17.576r^3 + 1.589r^4$$

$$t = 259.864 - 354.611r + 197.237r^2 - 47.931r^3 + 4.273r^4$$

Pour $r \geq 5$

$$C_0 = -16245.778 + 10318.464r - 2426.804r^2 + 251.287r^3 - 9.662r^4$$

$$\theta_0 = -11264.963 + 7152.347r - 1671.151r^2 + 172.095r^3 - 6.605r^4$$

$$A = 6259.333 - 3986.969r + 943.441r^2 - 98.329r^3 + 3.813r^4$$

$$t = 9644.066 - 6105.286r + 1438.931r^2 - 149.434r^3 + 5.781r^4$$

$$\text{Pour } \theta < 100 \quad C_{12} = \varepsilon_r (C_0 + Ae^{\theta/t}) \quad (pF/m) \quad (\text{IV.10})$$

Pour $r < 5$

$$C_0 = -50.46 + 92.52r - 60.30r^2 + 16.54r^3 - 1.61r^4$$

$$A = 39.04 - 70.82r + 45.71r^2 - 12.47r^3 + 1.21r^4$$

$$t_1 = -3000.10 + 5501.40r - 3554.19r^2 + 968.57r^3 - 94.05r^4$$

Pour $r \geq 5$

$$C_0 = -288.92 + 170.70r - 37.11r^2 + 3.53r^3 - 0.12r^4$$

$$A = 233.82 - 137.78r + 29.85r^2 - 2.83r^3 + 0.09r^4$$

$$t_1 = -19067.29 + 11347.82r - 2483.19r^2 + 237.67r^3 - 8.41r^4$$

Chapitre IV : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM à diaphragmes métalliques et TEM stripline cylindriques blindés

$$\text{Pour } \theta \geq 100 \quad C_{12} = \varepsilon_r \frac{A_1 - A_2}{1 + e^{(\theta - \theta_0)/d\theta}} + A_2 \quad (\text{pF/m}) \quad (\text{IV.11})$$

Pour $r < 5$

$$A_1 = 31.66 - 58.38r + 34.92r^2 - 9.05r^3 + 0.85r^4$$

$$A_2 = -4721.35 + 7943.79r - 5343.52r^2 + 1487.18r^3 - 145.92r^4$$

$$\theta_0 = 324.57 - 239.50r + 168.94r^2 - 47.83r^3 + 4.72r^4$$

$$d\theta = 15.17 - 15.70r + 14.44r^2 - 4.51r^3 + 0.46r^4$$

Pour $r \geq 5$

$$A_1 = 147.44 - 89.14r + 19.20r^2 - 1.80r^3 + 0.06r^4$$

$$A_2 = -16598.84 + 9917.73r - 2283.61r^2 + 230.09r^3 - 8.52r^4$$

$$\theta_0 = 1179.01 - 580.84r + 129.56r^2 - 12.66r^3 + 0.46r^4$$

$$d\theta = 218.10 - 120.77r + 26.30r^2 - 2.51r^3 + 0.09r^4$$

Afin de vérifier l'exactitude de nos expressions que nous avons proposées pour la littérature scientifique, nous présentons dans le tableau IV.2 les valeurs obtenues d'une part par nos analyses en éléments finis (MEF-2D) et d'autre part par nos expressions analytiques approchées pour un coupleur TEM stripline cylindrique blindé ayant : $(r_2/r_1)=1.75$ et un angle de conduction $\theta=136^\circ$.

Les erreurs relatives entre les résultats numériques et analytiques sont inférieures à 1% ce qui témoigne de la haute précision de nos expressions proposées pour le coupleur TEM stripline cylindrique blindé.

| Paramètres électromagnétiques ($\varepsilon_r=1$) | Résultats numériques (MEF) | Résultats analytiques (Expressions) | Erreurs relatives en (%) |
|---|----------------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| Z_{0e} (Ω) | 55.390 | 55.806 | 0.75 |
| Z_{0o} (Ω) | 45.375 | 44.947 | 0.95 |
| k (dB) | -20.054 | -19.976 | 0.39 |
| $L_{11} = L_{22}$ (nH/m) | 164.055 | 162.953 | 0.68 |
| $L_{12} = L_{21}$ (nH/m) | 15.602 | 15.730 | 0.82 |
| $C_{11} = C_{22}$ (pF/m) | 64.821 | 64.248 | 0.90 |
| $C_{12} = C_{21}$ (pF/m) | -5.498 | -5.484 | 0.26 |

Tableau IV.2 : Comparaisons entre nos résultats obtenus par MEF et ceux obtenus par nos expressions analytiques.

IV.3.5 EXEMPLE DE CONCEPTION D'UN COUPLEUR TEM STRIPLINE CYLINDRIQUE [49]

Les résultats des paramètres listés dans le tableau IV.2 ont été utilisés pour la conception, avec les paramètres géométriques ci-dessus, un coupleur directif de 20 dB de couplage et fonctionnant à 2GHz (Figure III.10). Le coupleur a une impédance caractéristique de $\sqrt{Z_{0e}Z_{0o}}=50.1 \Omega$ qui lui permet d'avoir une très bonne adaptation à ses quatre ports. Pour une longueur $l=37.5\text{mm}$ la réponse

Chapitre IV : Coupleurs coaxiaux quasi-TEM à diaphragmes métalliques et TEM stripline cylindriques blindés

fréquentielle du coupleur dans la bande [0.1-3.9] GHz, obtenue sous MATPAR, est indiquée par les graphes de la figure IV.13. Ces graphes indiquent d'excellentes performances en termes de directivité (45 dB) et d'isolation (65 dB).

Finalement, nous avons simulé en 3D sous l'environnement CST la réponse fréquentielle du coupleur que nous avons conçu afin de renforcer d'une part nos calculs en éléments finis et d'autre part nos expressions proposées. La réponse résultante du couplage est donnée par le graphe de la figure IV.14 qui confirme l'exactitude et l'utilité de nos expressions proposées.

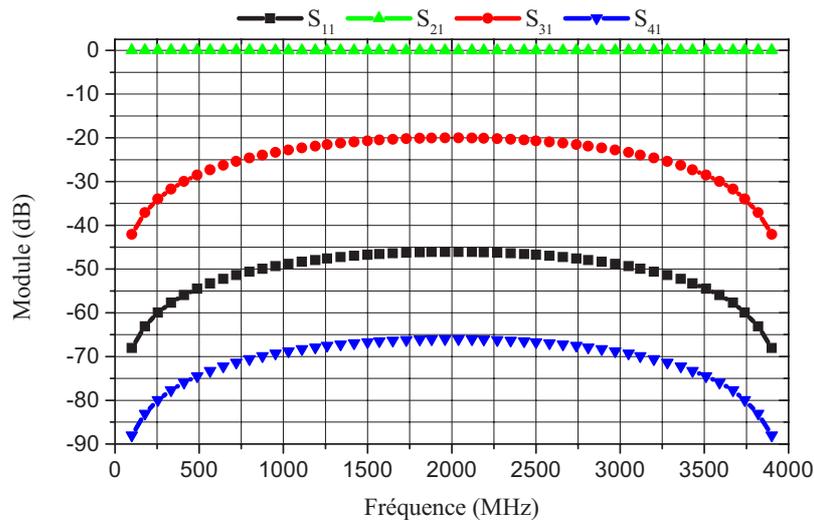


Figure IV.13 : Réponse fréquentielle du coupleur TEM stripline cylindrique blindé d'impédance 50 Ω , obtenue sous MATPAR.

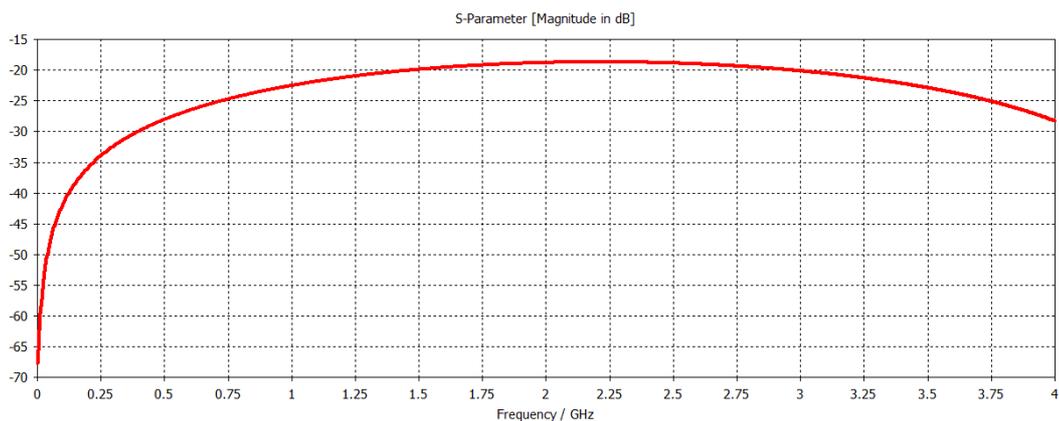


Figure IV.14 : Couplage du coupleur ainsi conçu en fonction de la fréquence, obtenu sous CST.

IV.3.6 CONCLUSION

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons présenté des expressions analytiques rigoureuses et précises des paramètres EM du coupleur stripline cylindrique blindé pour la conception de plusieurs circuits du domaine RF/microrondes tels que les filtres et les coupleurs directifs. Notre programme de CAO basé sur la MEF a été adapté pour la caractérisation EM-paramètres de la configuration générale du coupleur stripline cylindrique blindé. Nos résultats obtenus par la MEF sont très proches de ceux obtenus par d'autres méthodes de la littérature scientifique. Dans le cas de notre structure étudiée, des comparaisons entre nos résultats de la MEF et ceux que nous avons obtenu sous l'environnement LINPAR utilisant notre programme basé sur la MoM montrent un bon accord entre les résultats numériques. Lorsque les paramètres EM sont déterminés, il était possible de déduire et de proposer des expressions analytiques rigoureuses basées sur des techniques de lissage de courbe faisables sous l'environnement graphique Origin50. Nos modèles analytiques proposés ayant des erreurs relatives inférieures à 1%, couvrent tous les matériaux de substrat pratiquement utilisés pour ces coupleurs TEM striplines cylindriques blindés pour un large intervalle de variation du rapport (r_2/r_1) variant de 1.5 à 9 et pour un angle de conduction (θ) des arcs internes variant de 5° à 179° .

En utilisant nos expressions proposées, une analyse EM peut être facilement mise en œuvre dans les CAO modernes pour la conception de circuits RF/microondes à hautes puissances. Par exemple, au moyen de nos expressions nous avons montré nos résultats de conception d'un coupleur stripline TEM cylindrique blindé directif d'impédance caractéristique 50Ω , de 20 dB de couplage, fonctionnant à 2 GHz et ayant un minimum de directivité de 45 dB et une bonne isolation de 65 dB.

La réponse fréquentielle du coefficient de couplage, nous l'avons obtenue sous MATPAR et a été validée par nos résultats obtenus en utilisant le logiciel CST, ce qui confirme l'exactitude et l'utilité de nos expressions proposées.

Les résultats relatifs à ce type de coupleur TEM ont fait l'objet d'une publication internationale dans « International Journal of Electronics and Communications (AEUE: Archiv fuer Elektronik und Uebertragungstechnik) », ISSN : 1434-8411, indexé dans la base WOS et JCR de Thomson Reuters :

Y. BEKRI, N. BENABDALLAH, D. LACHACHI and N. BENAHMED, Expressions for the TEM-parameters deduced from FEM-analyses for shielded and coupled cylindrical striplines, International Journal of Electronics and Communications (AEUE: Archiv fuer Elektronik und Uebertragungstechnik), (AEÜ), vol. 70, 241-249, 2016.

<http://www.journals.elsevier.com/aeu-international-journal-of-electronics-and-communications/>

CONCLUSION GENERALE

CONCLUSION GENERALE

Dans cette thèse, nous avons développé plusieurs programmes, basés essentiellement sur la méthode des éléments finis à deux dimensions (MEF-2D) sous l'environnement freeFEM par programmation des équations fondamentales de l'électromagnétisme sans avoir recours aux logiciels parfois coûteux et/ou compliqués. Nos programmes de CAO permettent la caractérisation EM rigoureuse et précise de lignes et de coupleurs TEM et quasi-TEM de formes très complexes ne possédant pas de solutions analytiques pour leurs paramètres électromagnétiques (Z_c , ϵ_{eff} , L , C , Z_{0e} , Z_{0o} , ϵ_{effe} , ϵ_{effo} , $[L]$ et $[C]$). Ce sont des outils numériques précieux permettant de simuler les performances d'une conception et décider si un ensemble donné de contraintes permet la réalisation du circuit. La caractérisation EM nous a permis de concevoir facilement des coupleurs Branchline ou de proximité TEM et quasi-TEM radiofréquences et micro-ondes de formes géométriques très complexes. Nos lignes que nous avons caractérisées et nos coupleurs que nous avons conçus trouvent leurs applications dans les domaines des télécommunications et de mesures RF/microondes à hautes puissances.

Comme il n'y a pas, en général, de résultats numériques ou expérimentaux dans la littérature scientifique pour nos types de lignes et de coupleurs TEM et quasi-TEM, et dans le but de vérifier le bien fondé de nos calculs numériques par la MEF sous l'environnement freeFEM, on fut obligé de faire des simulations pour les mêmes paramètres géométriques et physiques de nos lignes et coupleurs sous l'environnement LINPAR utilisant la méthode des moments (MoM) ou sous l'environnement CST utilisant la technique des intégrales finies (FIT-Finite Integration Technique). Nous constatons un bon accord entre les différentes méthodes utilisées ce qui nous permet d'affirmer la validité de notre technique de caractérisation MEF-2D. Pour une ligne ou un coupleur donné TEM ou quasi-TEM, les courbes que nous avons présentées, tenant compte de l'influence de tous ses paramètres géométriques et physiques sur ses caractéristiques EM, montrent l'intérêt des programmes MEF-2D que nous avons réalisés. Aussi ces courbes sont très utiles (indispensables) pour la conception et la simulation de circuit RF/microonde utilisant nos structures étudiées. Les programmes que nous avons réalisés peuvent être facilement adaptés pour la caractérisation d'autres structures TEM ou quasi-TEM.

Pour la caractérisation EM, une méthode numérique telle que la MEF, fournit des résultats précis, mais elle n'est pas commode dans l'optimisation et dans la conception car elle prend un temps relativement important. Les modèles analytiques approchés et rigoureux sont très appropriés pour l'analyse et la conception et sont vitales pour l'utilisation des techniques de conception assistée par ordinateur (CAO). C'est pour cela une fois que les paramètres EM sont déterminés, il était possible de déduire et de proposer des expressions analytiques rigoureuses basées sur des techniques de lissage de courbe faisables sous l'environnement graphique Origin50. Nos modèles analytiques proposés ayant des erreurs relatives inférieures à 3% (en général), couvrent de larges intervalles de variation de paramètres géométriques. La technique de lissage de nos résultats de caractérisation EM, nous l'avons décrite dans cette thèse.

Les principaux travaux réalisés dans cette thèse sont résumés dans les points suivants :

- Caractérisation EM de la ligne coaxiale inhomogène (quasi-TEM) ;
- Présentation et conception d'un nouveau type de coupleur Branchline ne présentant pas de discontinuités géométriques contrairement à ceux qui existent en pratique, tout en développant des expressions analytiques rigoureuses pour l'ensemble des paramètres EM de la ligne coaxiale inhomogène. Notre type coupleur, nous l'avons conçu pour fonctionner par exemple à 450 MHz et ses réponses couplée S_{31} et directe S_{21} sont meilleures que -3.73 dB dans une bande de fréquence

Conclusion générale

s'étalant de 400 à 500 MHz, ce qui limite la bande passante à environ 14.3%. Les pertes de réflexion S_{11} et d'isolation S_{41} sont meilleurs que -14.14 dB dans cette même bande passante.

- Caractérisation EM de la ligne stripline cylindrique blindée TEM et proposition d'expressions analytiques pour ses paramètres EM ;
- Caractérisation EM et conception de deux types de coupleurs directifs coaxiaux quasi-TEM rectangulaire à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales. La caractérisation et la conception ont été faites avec plus de détails et de précision tout en montrant au lecteur la méthode de conception de chaque type de structure. Le premier type, rectangulaire à conducteurs internes carrés quasi-TEM de dimensions $3.96 \times 7.06 \times 21 \text{mm}^3$ a été validé par des simulations faites sous MATPAR (par exemple). Les réponses fréquentielles de ses paramètres (S) montrent le couplage désiré de 20dB dans la bande de fréquence [1.6-2.4] GHz avec une excellente directivité d'environ 50 dB. Le deuxième type à lignes coaxiales quasi-TEM de 20 dB de couplage dans la bande de fréquence [1.5-2.6] GHz a été validé sous CST et a seulement $2.655 \times 4.759 \times 29.2 \text{mm}^3$ de dimensions géométriques.
- Caractérisation EM de nos nouvelles structures de coupleurs coaxiaux quasi-TEM : rectangulaires à conducteurs internes carrés et à lignes coaxiales circulaires, que nous avons obtenues en introduisant un diaphragme métallique permettant de séparer partiellement les conducteurs internes des coupleurs coaxiaux quasi-TEM et par conséquent permettant d'ajuster facilement le coefficient de couplage sans changer les dimensions géométriques du coupleur. Grâce à nos résultats de caractérisation EM, il nous a été très facile de concevoir deux coupleurs directifs quasi-TEM d'impédance caractéristique 50Ω et de couplage 20 dB.
- Caractérisation EM et présentation d'expressions analytiques rigoureuses et précises des paramètres EM du coupleur stripline cylindrique blindé TEM ayant des erreurs relatives inférieures à 1%.
- Conception et simulation de coupleur stripline TEM cylindrique blindé directif d'impédance caractéristique 50Ω , de 20 dB de couplage, fonctionnant à 2 GHz et ayant un minimum de directivité de 45 dB et une bonne isolation de 65 dB.

Les résultats présentés dans cette thèse ont fait l'objet de :

✓ deux publications nationales dans le journal « Communication Science & Technology (COST) », ISSN : 1112-5187.

1- D. LACHACHI, N. BENABDALLAH and N. BENAHMED, Coupleurs Branchline TEM et quasi-TEM à lignes coaxiales classiques, Communication Science & Technology (COST), vol. no. 15, pp. 27-46, January 2015.

2- Y. BEKRI, N. BENABDALLAH, D. LACHACHI and N. BENAHMED, Novel analytical expressions for the electromagnetic parameters of cylindrical striplines, Communication Science & Technology (COST), vol. no. 16, pp. 01-11, January 2016.

✓ deux publications internationales dans « International Journal of Microwave and Optical Technology », ISSN : 1553-0396, indexé dans la base Scopus :

1- D. LACHACHI, N. BENABDALLAH, N. BENAHMED, S. LARBI and H. HADDOUCHE, On the electromagnetic characterization and design of quasi-TEM rectangular coax couplers with square inner conductor, International Journal of Microwave and Optical Technology, vol. 11, no 1, pp. 23-31, January 2016.

<http://www.ijmot.com/VOL11NO1.ASPX>

et dans « International Journal of Electronics and Communications (AEUE: Archiv fuer Elektronik und Uebertragungstechnik) », ISSN : 1434-8411, indexé dans la base WOS et JCR de Thomson Reuters :

Conclusion générale

2- Y. BEKRI, N. BENABDALLAH, D. LACHACHI and N. BENAHMED, Expressions for the TEM-parameters deduced from FEM-analyses for shielded and coupled cylindrical striplines, International Journal of Electronics and Communications (AEUE: Archiv fuer Elektronik und Uebertragungstechnik), (AEÜ), vol. 70, 241-249, 2016.

<http://www.journals.elsevier.com/aeu-international-journal-of-electronics-and-communications/>

Enfin, il faut signaler que ces travaux de thèse entrent dans le cadre d'un projet de recherche de type CNEPRU, intitulé : « Caractérisation électromagnétique de nouvelles structures de coupleurs coaxiaux partiellement diélectriques pour des applications hautes puissances en télécommunications », de code : A25N01UN130120130056, agréé depuis le premier janvier 2014, et dont les membres qui forment l'équipe de recherche sont : Nasreddine Benahmed (chef de projet), Nadia Benabdallah, Yamina Bekri et Djamal Lachachi (Membres).

REFERENCES BIBLIOGRAPHIQUES

REFERENCES

- [1] N. BENAHMED, Accurate closed-form expressions for the electromagnetic parameters of the shielded split ring line, *International Journal of Electronics and Communications (AEUE: Archiv fuer Elektronik und Uebertragungstechnik)*, (AEÜ), 61 (2007), pp.205 – 208.
- [2] S. SEGHIER, N. BENABDALLAH, N. BENAHMED, N. BENMOSTEFA and R. BOUHMIDI Accurate closed-form formulas for the electromagnetic parameters of squared coaxial lines, *International Journal of Electronics and Communications, (AEUE: Archiv fuer Elektronik und Uebertragungstechnik (AEÜ))*, Vol. 62, N°5 April 2008, pp.395-400, 2007.
- [3] N. BENAHMED, N. BENABDALLAH, S. SEGHIER, F.T. BENDIMERAD and B. BENYOUCEF, Analyzing an UWB Bandpass Filter for High Power Applications Using Rectangular Coaxial Cables with Square Inner Conductors, *Circuits and Systems (CS)*, Vol. 2, N° 3, July 2011.
- [4] BEKRI Yamina, Caractérisation électromagnétique de composants et conception de circuits micro-ondes de formes complexes pour des applications faibles et hautes puissances en Télécommunications, Thèse de Doctorat, Département de Génie électrique et Electronique, Faculté de Technologie, Université de Tlemcen, Juillet 2013.
- [5] FREEFEM 4 : manuel d'utilisation. <http://www.freefem.org>
- [6] Microcal software, Inc., one roundhouse plaza, Northampton, MA 0160, USA, <http://www.microcal.com>.
- [7] E. ROUBINE, Lignes et Antennes, 1954.
- [8] N. BENAHMED, Simulation numérique du résonateur à bandes symétriques et application à la RMN, Thèse de Magister, Université de Tlemcen, 1997.
- [9] BENAHMED Nasreddine, Analyse électromagnétique des lignes de transmission et caractérisation numérique des discontinuités micro-ondes. Application à la conception des circuits micro-ondes, Thèse de Doctorat, Département de Génie électrique et Electronique, Faculté de Technologie, Université de Tlemcen, 2002.
- [10] G.E. RAGAN, Microwave transmission circuits, MTT Radiation Laboratory Series, Vol. 9, McGraw-Hill, New York ,1948.
- [11] T. HATSUDA, Computation of Impedance of Partially Filled and Slotted Coaxial line, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, MTT-15, N° 11, p. 643-644, 1967.
- [12] D. LACHACHI, N. BENABDALLAH and N. BENAHMED, Coupleurs Branchline TEM et quasi-TEM à lignes coaxiales classiques, *Communication Science & Technology (COST)*, vol. no. 15, pp. 27-46, January 2015.
- [13] CST-Computer Simulation Technology, 2010. <http://www.cst.com>
- [14] A. DJORDJEVIC, M. BAZDAR, G. VITOSEVIC, T. SARKAR and R. HARRINGTON, Scattering parameters of microwave networks with multiconductor transmission lines», Artech Housse, 1990.
- [15] M. N. Do, Co-conception et caractérisation de circuits actifs et passifs tri-dimensionnels en bande K pour l'intégration de microsystemes sur silicium aux fréquences millimétriques, Thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier de Toulouse, France 2007.
- [16] A. NAKATANI, N. G. ALEXOPOULOS, Modeling microstrip circuits and microstrip antennas on cylindrical substrates, in *Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 24, pp. 439-442, June 1986.

Références bibliographiques

- [17] A. NAKATANI, N. G. ALEXOPOULOS, N. K. UZUNOGLU, P. L. E. USLENGHI, Accurate Green's function computation for printed circuit antennas on cylindrical substrates, *Electromagnetics*, vol. 6, no. 3, July–Sept., 1986.
- [18] Y. C. WANG, Cylindrical and cylindrically warped strip and microstrip line, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-26, pp. 20-23, January 1978.
- [19] K. K. JOSHI, B. N. DAS, Analysis of elliptic and cylindrical striplines using Laplace's equation, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-28, pp. 381-386, April 1980.
- [20] L. R. ZENG, Y. X. WANG, Accurate solutions of elliptical and cylindrical striplines and microstrip lines, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-34, pp. 259-265, February 1986.
- [21] C. H. CHAN, R. MITTRA, Analysis of a class of cylindrical multiconductor transmission lines using- an iterative approach, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-35, pp. 415-424, April 1987.
- [22] C. J. REDDY, M.D. DESHPANDE, Analysis of cylindrical stripline with multilayered dielectrics, *Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-34, June 1986, pp. 701-706.
- [23] Y. BEKRI, N. BENABDALLAH, D. LACHACHI and N. BENAHMED, Novel analytical expressions for the electromagnetic parameters of cylindrical striplines, *Communication Science & Technology (COST)*, vol. no. 16, pp. 01-11, January 2016.
- [24] N. BENMOSTEFA, Caractérisation numérique de structures coaxiales symétriques, asymétriques et à diaphragmes métalliques. Application à la conception de coupleurs micro-ondes », Mémoire de Magister, Université Tlemcen, 2006.
- [25] Y. BEKRI, Caractérisation numérique de circuits micro-ondes utilisant la ligne à bandes symétriques elliptiques blindée, Mémoire de Magister, Université Tlemcen, Juin 2008.
- [26] N. BENAHMED, M. FEHAM et M. KAMECHE, Finite element analysis of planar couplers, *Applied Microwave & Wireless*, Vol. 12, N°10, pp. 28-38, October 2000.
- [27] R. E. COLLIN, *Foundations for Microwave Engineering*, 2^{ème} édition, New York: McGraw-Hill, 1992.
- [28] W. SHELTON, Compact multi-hole waveguide directional couplers, *Microwave Journal*, pp. 89-92, Juillet 1961.
- [29] H. SCHMIEDEL et F. ARNDT, Field theory design of rectangular waveguide multiple-slot narrow-wall couplers, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 34, pp. 791-798, Juillet 1986.
- [30] A. H. MCCURDY et J. J. CHOI, Design and analysis of a coaxial coupler for a 35-GHz gyrokystron amplifier, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, Vol. 47, pp. 164-175, February 1999.
- [31] D. LACHACHI, N. BENABDALLAH, N. BENAHMED, S. LARBI and H. HADDOUCHE, On the electromagnetic characterization and design of quasi-TEM rectangular coax couplers with square inner conductor, *International Journal of Microwave and Optical Technology*, vol. 11, no 1, pp. 23-31, January 2016.
- [32] H. An, O.T. Wang, R.G. Bossio, K. Wu, Accurate closed form expressions for characteristic impedance of coupled line with sliced coaxial cable, *Electronics letters*, vol. 31 (23), pp. 2019-2020, 1995.
- [33] N. BENAHMED, N. BENMOSTEFA, Design directional couplers for high power applications, *Microwaves and RF*, vol. 45 (10), pp. 90-98, 2006.

Références bibliographiques

- [34] Y. BEKRI, N. BENABDALLAH, D. LACHACHI AND N. BENAHMED, Analyze quasi-TEM rectangular coax couplers, *Microwaves & RF*, vol. 54 (1), pp. 68-72, January 2015.
- [35] G. BOGDANOV AND R. LUDWIG, A Coupled microstrip line transverse electromagnetic resonator model for high-field, *Journal of Magnetic Resonance Medicine*, vol. 47, pp. 579-593, 2002.
- [36] N. BEN AHMED, M. FEHAM, and M'. Khelif, Analysis and design of a coupled coaxial line TEM resonator for magnetic resonance imaging, *Journal of Physics in Medicine and Biology*, vol. 51, pp. 2093-2099, April 2006.
- [37] N. BENABDALLAH, N. BENAHMED, B. BENYOUCEF, R. BOUHMIDI AND M' KHELIF, EM analysis of the slotted-tube resonator with circular cross section for MRI applications, *Journal of Physics in Medicine and Biology*, vol. 52, pp. 4943-4952, August 2007
- [38] A. R. DJORDJEVIC, M. BAZDAR AND T. SARKAN, LINPAR for windows: Matrix parameters of multiconductor transmission lines, Software and user's manual, Artech House, 1999.
- [39] S. SEGHIER, N. BENABDALLAH, N. BENAHMED et Y. BEKRI, Multilayer microstrip forms tunable bandstop filters, *Microwaves and RF*, Vol. 47, N°5, pp.98-106, Mai 2008.
- [40] Y. C. WANG, Cylindrical and cylindrically warped strip and microstrip line, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-26, pp. 20-23, January 1978.
- [41] K. K. JOSHI AND B. N. DAS, Analysis of elliptic and cylindrical striplines using Laplace's equation, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-28, pp. 381-386, April 1980.
- [42] L. R. ZENG AND Y. X. WANG, Accurate solutions of elliptical and cylindrical striplines and microstrip lines, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-34, pp. 259-265, February 1986.
- [43] C. H. CHAN, AND R. MITTRA, Analysis of a class of cylindrical multiconductor transmission lines using- an iterative approach, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-35, pp. 415-424, April 1987.
- [44] C. J. REDDY AND M.D. DESHPANDE, Analysis of cylindrical stripline with multilayered dielectrics, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-34, pp. 701-706, June 1986.
- [45] B. N. DAS, AND K. V. S. V. R. PRASAD, Even- and odd- mode impedances of coupled elliptic arc strips, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-32, pp. 1475- 1479, November 1984.
- [46] M.D. DESHPANDE AND C. J. REDDY, Spectral domain analysis of single and coupled cylindrical striplines, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-35, pp. 672-675, July 1987.
- [47] M.D. DESHPANDE AND C. J. REDDY, Analysis of coupled cylindrical stripline filled with multilayered dielectrics, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-36, pp. 1301-1310, September 1988.
- [48] H. TERADA, M. TATSUOKA, H.H. SU, C.W. KUO, T. Kitazawa, Quasi-static and hybrid-mode analysis of asymmetric coupled cylindrical striplines, *IET Microw. Antennas Propag.*, 2012, vol. 6, Iss. 6, pp. 697-704.
- [49] Y. BEKRI, N. BENABDALLAH, D. LACHACHI and N. BENAHMED, Expressions for the TEM-parameters deduced from FEM-analyses for shielded and coupled cylindrical striplines, *International Journal of Electronics and Communications (AEUE: Archiv fuer Elektronik und Uebertragungstechnik)*, (AEÜ), vol. 70, 241-249, 2016.

ANNEXE A

METHODE DES ELEMENTS FINIS (MEF)

A.1 INTRODUCTION

A partir des années 60/70, la méthode des éléments finis a été utilisée pour la réalisation de grands projets de l'industrie (espace, nucléaire). Dans les années 80, les grandes entreprises se dotent d'ordinateurs centraux et appliquent la méthode des éléments finis pour des réalisations industrielles (aéronautique, automobile). Ces techniques sont maintenant à notre portée avec tout ordinateur fonctionnant sous windows. Ainsi, la méthode des éléments finis est une méthode numérique qui permet de prévoir le comportement de structures avant leur réalisation effective.

La méthode des éléments finis est l'une des méthodes les plus utilisées pour résoudre les équations aux dérivées partielles, décrivant le comportement des systèmes physiques.

C'est une méthode numérique permettant la discrétisation d'un problème à l'aide d'une formulation variationnelle pour obtenir finalement des systèmes algébriques aux quels on peut appliquer différentes techniques numériques de résolution. [A1]

A.2 MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS (MEF)

C'est une méthode d'approximation permettant de remplacer un système inconnu (de dimension infinie) par un système discret (de dimension finie) équivalent.

Dans ce cadre nous allons étudier les techniques d'approximation utilisées par la méthode des éléments finis en s'appuyant sur l'approximation nodale par sous domaine dite approximation par élément finis permettant de traduire cette formulation en un système d'équations algébriques fournissant une solution approchée du problème [A1].

A.2.1 APPROXIMATION D'UNE FONCTION

On cherche à exprimer une approximation $U(x)$, d'une fonction $U_{ex}(x)$ définie sur un domaine V borné de R^N . Si le domaine V n'est pas de forme simple, ou si la fonction $U_{ex}(x)$ n'est pas très régulière, il devient impossible de définir une approximation $U(x)$ sur tout le domaine V , à l'aide d'une seule fonction analytique simple (par exemple un polynôme).

La méthode des éléments finis consiste à partitionner le domaine d'étude V en éléments K de géométrie simple (réalisation d'un maillage de V) et à déterminer l'approximation de $U_{ex}(x)$ sur chacun des éléments.

Les divers éléments sont ensuite reliés par des conditions de frontière afin d'assurer une représentation correcte du comportement global de U_{ex} .

Approximation nodale

Soit $U_{ex}(x)$ une fonction exacte décrivant un système physique (courant, tension, ou autres), et soit $U(x)$ sa fonction approchée, telle que l'erreur

$$e(x) = U(x) - U_{ex}(x) \tag{A1.1}$$

soit assez faible.

Pour construire une fonction approchée, on choisit un ensemble fini de fonctions dépendant de n paramètres $a_i : U(x, a_1, a_2, \dots, a_n)$.

La détermination des paramètres a_i se fait en annulant $e(x)$ en n points x_1, x_2, \dots, x_n .

U étant généralement linéaire en a_i , on peut écrire :

$$U(x) = \langle N_1(x), N_2(x), \dots, N_n(x) \rangle \begin{Bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{Bmatrix}$$

$$U(x) = \langle N \rangle \{a\} \tag{A1.2}$$

Avec :

N_i : Fonctions d'interpolation connues et indépendantes linéairement.

a_i : Paramètres généraux représentant les valeurs de la fonction U_{ex} en n points x_1, x_2, \dots, x_n appelés nœuds.

D'autant plus que la fonction approchée $U(x)$ coïncide avec $U_{ex}(x)$ en ces mêmes points, d'où :

$$U(x_i) = U_{ex}(x_i) = u_i$$

Les paramètres u_i sont les paramètres nodaux ou variables nodales. Ils correspondent à la valeur physique de la fonction discrétisée.

$$U(x) = N_1(x)u_1 + N_2(x)u_2 + \dots + N_n(x)u_n$$

$$U(x) = \langle N \rangle \{u\} \tag{A1.3}$$

Cette approximation nodale possède deux propriétés fondamentales :

$$a/ \quad N_j(x_i) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \text{ puisque } U(x_i) = u_i \end{cases}$$

b/ Pour tous les nœuds x_i , l'erreur d'approximation $e(x)$ est nulle.

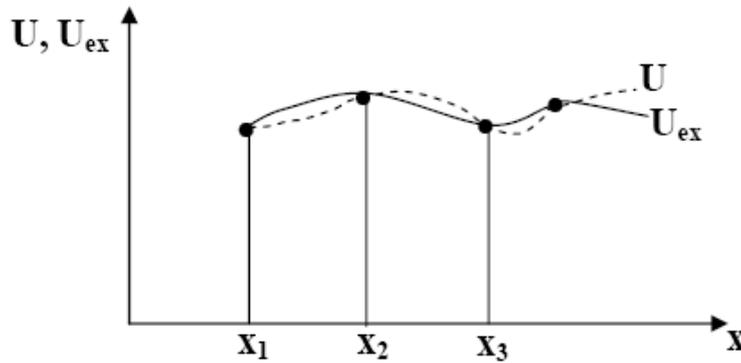


Figure A.1 : Représentation des fonctions U et U_{ex}

Souvent le domaine étudié V est à géométrie complexe, et sa fonction approchée doit satisfaire des conditions aux limites aux frontières de V . Ceci nécessite un nombre de nœuds plus élevé, et de ce fait, l'utilisation de l'approximation nodale devient plus complexe. Ce qui serait le mieux approprié dans ce cas est une approximation par éléments finis.

Approximation par éléments finis

Supposons que l'on veuille résoudre une certaine équation aux dérivées partielles sur une fonction $f(x, y)$ de deux variables, cette équation étant valable dans un certain domaine V du plan. Très schématiquement, le principe de la méthode des éléments finis se traduit par deux principales opérations:

1- On décompose le domaine V en un grand nombre N de petits éléments de forme géométrique simple, en général des triangles (dans cette opération, le bord de V n'est reproduit que de manière approximative, sauf si V est polygonal). Si V était un volume, on pourrait utiliser comme éléments des tétraédres ou des pentaédres par exemple.

2- On considère qu'à l'intérieur de chacun de ces éléments, la fonction recherchée est approximée par une expression polynomiale en x et y . Par exemple, dans un élément donné, disons l'élément $N^{\circ} i$, on considère que f est approximativement égale à $U_i(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^2y + \dots$,

où a_i sont des constantes à déterminer (qui diffèrent a priori d'un élément à un autre).

Ainsi, au lieu de chercher les valeurs de f en tout point (x, y) , le problème devient celui de chercher les valeurs des coefficients a_i pour $i = 1, 2, \dots, N$. Ces coefficients obéissent à des contraintes:

- La fonction f doit être suffisamment régulière, ce qui impose que sur le segment commun à deux éléments adjacents i et j , les valeurs des fonctions U_i et U_j coïncident;
- La fonction f doit obéir à l'équation aux dérivées partielles donnée au départ (plus précisément, pour pouvoir admettre des fonctions f définies par segments, cette équation n'est pas supposée satisfaite strictement mais seulement en un certain sens dit "faible", qui permet de la transformer et d'obtenir une formulation plus commode pour la résolution);
- La fonction f doit vérifier une certaine "condition aux limites" faisant partie de l'énoncé du problème, par exemple la condition $f(x, y) = 0$ pour tous les points situés sur la frontière de V .

En écrivant explicitement ces trois contraintes en termes des polynômes U_i , on obtient un système d'équations algébriques dont les inconnues sont les a_i .

Des techniques classiques de l'analyse numérique prennent alors le relais pour résoudre ces équations et trouver les valeurs de a_i .

Par ailleurs, pour améliorer l'approximation de f définie par les polynômes U_i , on peut répéter la procédure en décomposant le domaine V en éléments encore plus petits et plus nombreux, ou en utilisant des polynômes U_i de degré plus élevé.

A.2.2 DEFINITION DE LA GEOMETRIE DES ELEMENTS

Nœuds géométriques

Nous choisissons un ensemble de \bar{n} points, sur le domaine V , qui servira à définir la géométrie des éléments. Ces points, appelés nœuds géométriques, peuvent éventuellement coïncider avec les nœuds d'interpolation. Puis nous remplaçons le domaine V par un ensemble d'éléments V^e de formes relativement simples. Chaque élément V^e doit être défini analytiquement de manière unique en fonction des coordonnées des nœuds géométriques qui appartiennent à cet élément, c'est-à-dire qui sont situés sur V^e et sur sa frontière.

Règles de répartition du domaine en éléments finis

La partition du domaine V en éléments V^e doit respecter les deux règles suivantes:

- deux éléments distincts ne peuvent avoir en commun que des points situés sur leur frontière commune, si elle existe. Cette condition exclut le recouvrement de deux éléments. Les frontières entre éléments peuvent être des points, des courbes ou des surfaces:

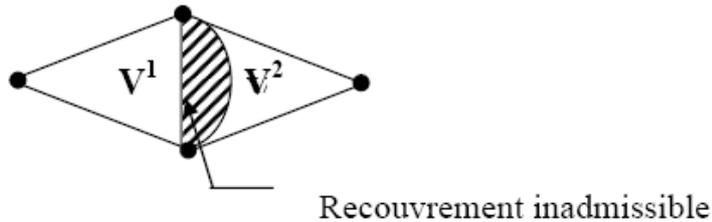


Figure A.2 : Recouvrement de deux éléments

- L'ensemble de tous les éléments V^e doit constituer un domaine aussi proche que possible du domaine donné V . Nous excluons en particulier les "trous" entre éléments:

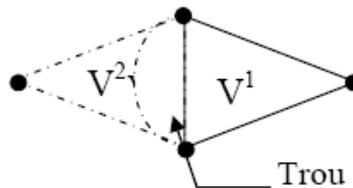


Figure A.3 : Trou inadmissible entre deux éléments

Lorsque la frontière du domaine V est constituée par des courbes ou des surfaces plus complexes que celles qui définissent les frontières des éléments, une erreur est inévitable. Cette erreur est appelée erreur de discrétisation géométrique. Elle peut être réduite en diminuant la taille des éléments, ou en utilisant des éléments à frontières plus complexes:

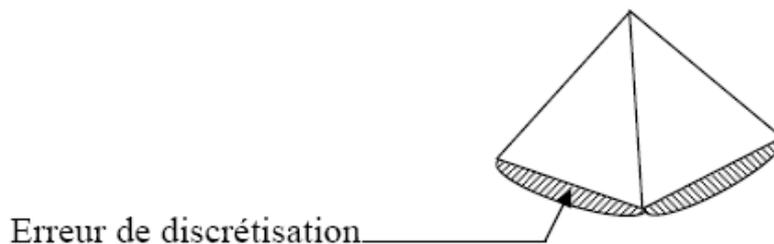


Figure A.4 : Erreur de discrétisation géométrique

Les deux règles précédentes sont respectées si les éléments sont construits de la manière suivante:

- Chaque élément est défini de manière unique à partir des coordonnées des nœuds géométriques situés sur cet élément. Le plus souvent ces nœuds géométriques sont situés sur les frontières de l'élément et sont communs à plusieurs éléments.

Annexe A : Méthode des éléments finis (MEF)

- La frontière d'un élément à deux ou trois dimensions est formée par un ensemble de courbes ou de surfaces. Chaque portion de frontière doit être définie de manière unique à partir des coordonnées des seuls nœuds géométriques situés sur cette portion de frontière. Ainsi les portions de frontière communes à deux éléments sont définies de manière identique pour l'un ou l'autre élément.

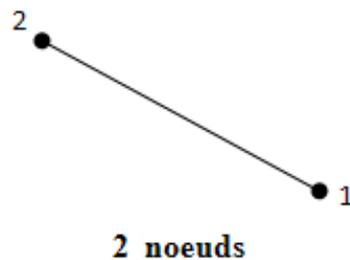
Formes d'éléments classiques

Nous présentons maintenant les formes de quelques éléments classiques correspondant à des domaines à une, deux ou trois dimensions.

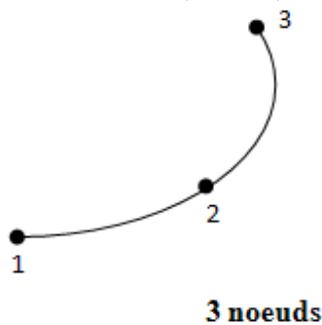
Chaque élément est identifié par un nom précisant sa forme ainsi que par le type de courbe ou de structure qui en forme la frontière. De plus nous donnons le nombre de nœuds géométriques nécessaires pour définir l'élément.

- Une dimension

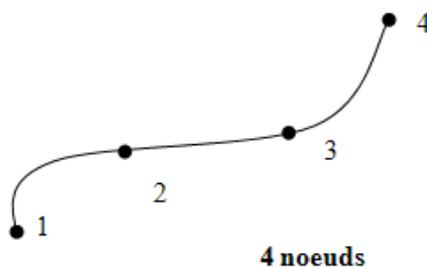
Linéaire : sa base polynomiale est de forme $(1 \ x)$



Quadratique : sa base polynomiale est de forme $(1 \ x \ x^2)$



Cubique: sa base polynomiale est de forme $(1 \ x \ x^2 \ x^3)$

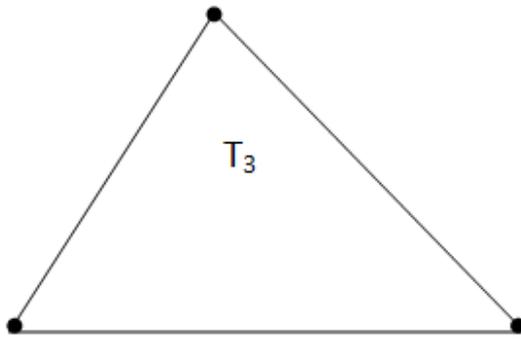


Annexe A : Méthode des éléments finis (MEF)

- Deux dimensions

Eléments triangulaires

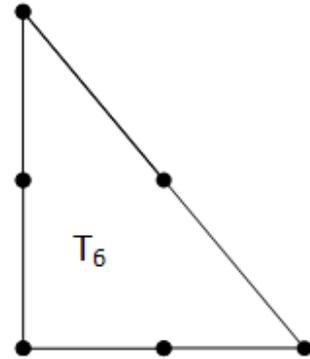
d'ordre 1



3 noeuds

(1 x y)

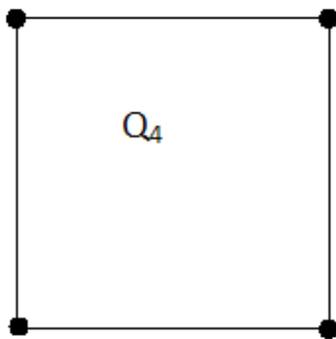
d'ordre 2



(1 x y x² xy y²)

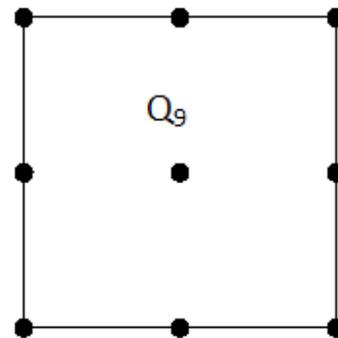
Eléments quadrilatéraux

d'ordre 1



(1 x y xy)

d'ordre 2



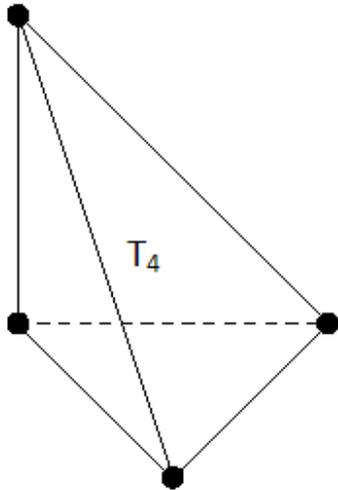
(1 x y x² xy y² x²y y²x)

Annexe A : Méthode des éléments finis (MEF)

- Trois dimensions

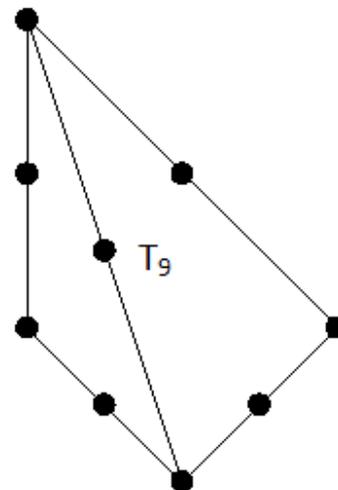
Eléments tétraédriques

d'ordre 1



(1 x y z)

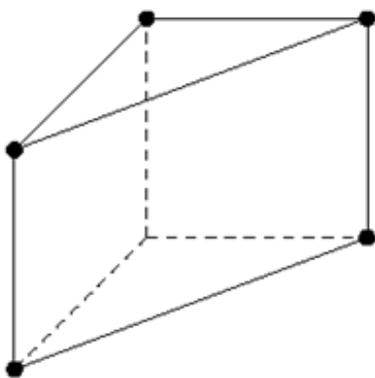
d'ordre 2



(1 x y z x² y² z² xy xz yz)

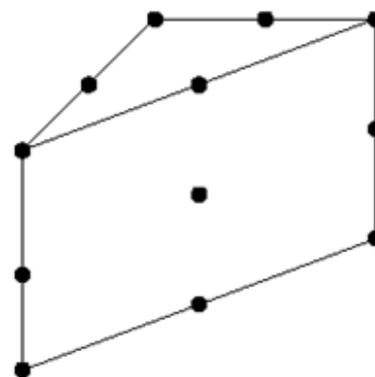
Eléments prismatiques

d'ordre 1



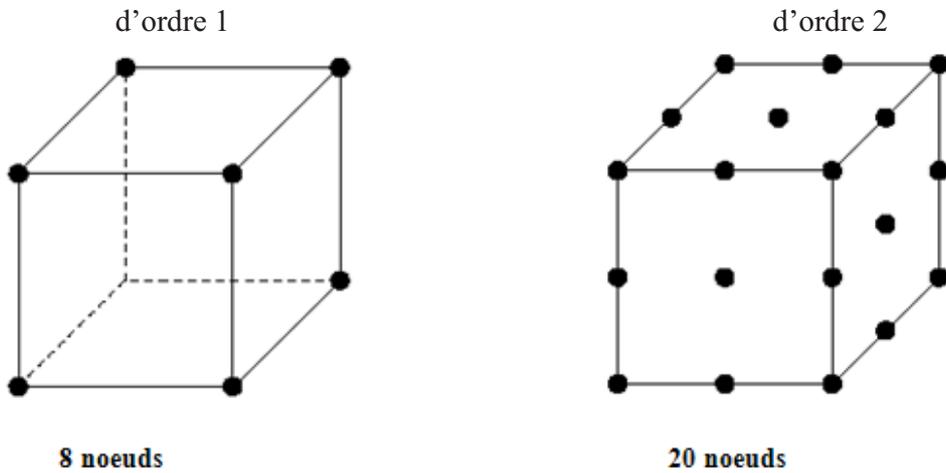
6 noeuds

d'ordre 2



15 noeuds

Eléments hexaédriques



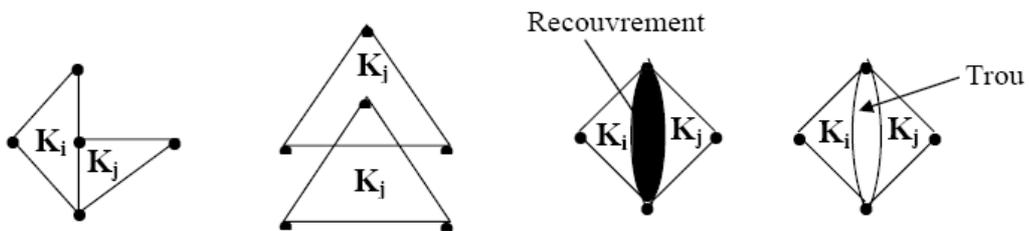
A.2.3 ELEMENT TRIANGULAIRE ET REGLE DE MAILLAGE

Les structures qu'on va étudier sont toutes à deux dimensions ; les éléments du maillage seront par exemple des éléments triangulaires.

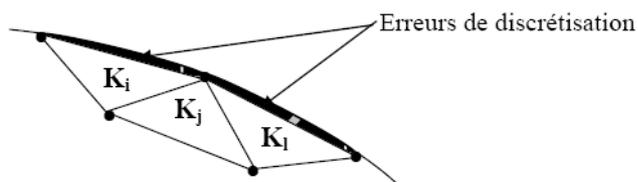
Le domaine d'étude V sera constitué d'un ensemble de triangle K_i , qui doivent satisfaire les conditions suivantes :

- $V = \cup_i K_i$
- $K_i \cap K_{j/i \neq j} = \begin{cases} \text{Soit l'ensemble vide.} \\ \text{Soit un sommet commun.} \\ \text{Soit un côté commun.} \end{cases}$
- L'élément K_i doit appartenir entièrement à un milieu homogène.

Dans ce qui suit, nous verrons des situations qui ne sont pas permises dans le maillage :



Dans certains cas, la frontière du domaine est curviligne, et on aura des erreurs de discrétisation géométrique qu'on peut réduire en faisant un maillage plus fin.



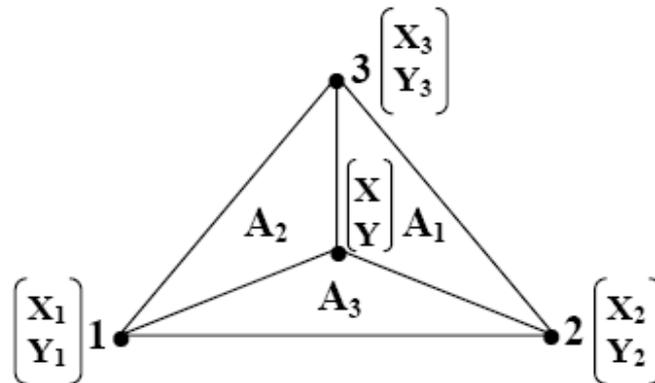
Propriétés du maillage

Pour assurer un bon maillage, on doit respecter certaines propriétés qui sont les suivantes :

- Eviter la présence d'un angle obtus au cas où les mailles sont triangulaires.
- Eviter que la variation de taille entre deux éléments successifs ne soit trop brutale.
- La densité d'éléments n'est pas obligatoirement uniforme dans tout le volume étudié. Elle peut varier, et on aura un maillage plus fin dans les zones où l'on a de forts gradients de la solution, et un maillage plus lâche ailleurs.
- Respecter la numérotation des sommets de chaque élément, ce qui permet le calcul de sa surface.
- Dans le cas où les éléments sont triangulaires, il suffit de choisir et numéroter le premier sommet, le reste se déduit par simple rotation dans le sens direct.

A.2.4 ELEMENT TRIANGULAIRE DE LAGRANGE [A2, A3]

Considérons un élément triangulaire K , dont les trois nœuds géométriques sont numérotés dans le sens direct.



Il est difficile de calculer l'interpolée, et donc la fonction $U(x)$ en un point de coordonnées cartésiennes (x, y) . L'utilisation d'un autre type de coordonnées appelées coordonnées barycentriques s'avère nécessaire.

Coordonnées barycentriques

Elles sont définies comme suit :

$$\begin{cases} \lambda_1 = \frac{A_1}{A} \\ \lambda_2 = \frac{A_2}{A} \\ \lambda_3 = \frac{A_3}{A} \end{cases}$$

A étant l'aire du triangle K

A_i étant l'aire du triangle limité par les points de coordonnées (X_i, Y_i) , (X_{i+1}, Y_{i+1}) et (X_{i+2}, Y_{i+2}) , $i+1$ et $i+2$ sont à calculer modulo 3.

Annexe A : Méthode des éléments finis (MEF)

Pour passer des coordonnées barycentriques aux coordonnées cartésiennes, il suffit d'appliquer :

$$\begin{cases} X = \lambda_1 X_1 + \lambda_2 X_2 + \lambda_3 X_3 \\ Y = \lambda_1 Y_1 + \lambda_2 Y_2 + \lambda_3 Y_3 \end{cases}$$

sachant que $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$

Construction des polynômes d'interpolation sur l'élément triangulaire

L'interpolée de la fonction inconnue $U_{ex}(x)$ sur l'élément de maillage K est définie par :

$$\prod_K U_{ex}(x) = \sum_{i=1}^m N_i(x, y) U_{ex}(X_i, Y_i)$$

avec m : nombre de nœuds d'interpolation sur l'élément K , et en même temps, le nombre de fonctions d'interpolation.

Les fonctions d'interpolation $N_i(x, y)$ sont des polynômes de LAGRANGE de degré r ($r \geq 1$), linéairement indépendants, constituant une base de l'espace vectoriel P_r des polynômes de degré r sur le triangle K . La dimension de P_r , qui est aussi le nombre de polynômes d'interpolation N_i sur K est donnée par :

$$d = \frac{(r+1)(r+2)}{2}$$

Où d représente le nombre de nœuds d'interpolation sur K .

Les coordonnées de ces nœuds sont données par:

$$(x, y) = \sum_{i=1}^3 \lambda_i (X_i, Y_i) \quad \text{avec} \quad \sum_{i=1}^3 \lambda_i = 1.$$

Pour les polynômes de LAGRANGE de premier degré ($r = 1$), les trois nœuds d'interpolation sont confondus avec les nœuds géométriques (ou sommets) du triangle K . Leurs coordonnées barycentriques sont présentées dans le tableau suivant :

| | | | |
|----------------|---|---|---|
| Numéro du nœud | 1 | 2 | 3 |
| λ_1 | 1 | 0 | 0 |
| λ_2 | 0 | 1 | 0 |
| λ_3 | 0 | 0 | 1 |

Annexe A : Méthode des éléments finis (MEF)

Chaque nœud peut être représenté par un triplet d'entiers (μ_1, μ_2, μ_3) tels que :

$$\begin{cases} \mu_1 + \mu_2 + \mu_3 = r \\ 0 \leq \mu_i \leq r \\ \lambda_i = \frac{\mu_i}{r} \end{cases} \quad \text{avec } 1 \leq i \leq 3$$

On a alors:

$$\prod_K U_{\text{ex}}(x, y) = \sum_{\mu} N_{\mu}(x, y) U(X_{\mu}, Y_{\mu})$$

et si $v = (v_1, v_2, v_3)$ désigne un nœud du triangle K , auquel on associe le polynôme d'interpolation N_v , alors :

$$N_{\mu}(x, y) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu = v \\ 0 & \text{si } \mu \neq v \end{cases}$$

Ce polynôme peut être exprimé en fonction des coordonnées barycentriques $(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ par :

$$N_{\mu}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \prod_1^3 Q_{v_i}(\lambda_i(x, y))$$

$$\text{où : } Q_{v_i}(\lambda_i) = \begin{cases} 1 & \text{si } \mu_i = 1 \\ \frac{1}{\mu_i!} \prod_{j=0}^{\mu_i-1} (r \lambda_{i-j}) & \text{si } \mu_i \geq 1 \end{cases}$$

Le triplet $(K, \text{ensemble de nœuds d'interpolation définis sur } K, P_r)$ est appelé élément triangulaire de LAGRANGE.

Calcul des fonctions d'interpolation et de leur dérivées premières

Les polynômes de LAGRANGE N_{μ} d'ordre 1 sont calculés sur les trois nœuds d'interpolation de l'élément K , numérotés 1, 2, 3 dans le sens direct.

| | | | |
|--|-------------|-------------|-------------|
| Numéro du nœud | 1 | 2 | 3 |
| $N_{\mu}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ | λ_1 | λ_2 | λ_3 |

Annexe A : Méthode des éléments finis (MEF)

Les dérivées du polynôme de LAGRANGE sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial N_i}{\partial x} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial N_i}{\partial \lambda_m} \frac{\partial \lambda_m}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} = \sum_{i=1}^3 \frac{\partial N_i}{\partial \lambda_m} \frac{\partial \lambda_m}{\partial y} \end{array} \right. \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \lambda_m}{\partial x} = \frac{\lambda_{m+1} - \lambda_{m+2}}{\Delta K} \\ \frac{\partial \lambda_m}{\partial y} = \frac{\lambda_{m+2} - \lambda_{m+1}}{\Delta K} \end{array} \right.$$

Avec $m = 1, 2$ ou 3 ; $(m+1)$ et $(m+2)$ sont à calculer modulo 3.

ΔK est égal à deux fois l'aire de l'élément triangulaire K .

A.2.5 METHODE GENERALE D'UTILISATION DE LA MEF

La résolution d'un problème par la méthode des éléments finis doit se faire comme suit :

- Mettre en équation le problème à résoudre.
- Diviser le domaine à étudier en milieux homogènes V_i .
- Mailler les sous domaines V_i en éléments (Triangulaire) V^e .
- Choisir les polynômes d'interpolation sur le triangle.
- Numéroté tous les nœuds d'interpolation.
- Numéroté tous les éléments.
- Discrétiser les équations différentielles à résoudre sur chaque élément du maillage et calculer le système matriciel relatif à un élément de maillage.
- Assembler toutes les matrices élémentaires en une matrice globale.
- Introduire les conditions aux limites.
- Résoudre le système final par des méthodes numériques.

A.3 CONCLUSION

La méthode des éléments (MEF) est une méthode numérique simple et très efficace pour la résolution du problème (ici équation de Laplace) de caractérisation des grandeurs électromagnétiques des lignes (monofilaires et multifilaires) TEM et quasi-TEM. Dans cette thèse cette méthode est utilisée sous l'environnement freeFEM.

A.4 REFERENCES

- [A1] G. DHATT et G. TOUZOT, Une représentation de la méthode des éléments finis, Collection Université de Compiègne, deuxième édition, 1984.
- [A2] M. FEHAM, Méthode des éléments finis : application à l'étude des caractéristiques électromagnétiques des résonateurs diélectriques, Thèse de Docteur Ingénieur, Université de Limoges, France, 1987.
- [A3] A. MAGHFOUR, Etude des structures micro-ondes à ondes guidées par la méthode des éléments finis, Mémoire d'Ingénieur, Université Tlemcen, 1993.

ANNEXE B

**THEORIE SIMPLIFIEE DU COUPLEUR
BRANCLINE**

B.1 THEORIE SIMPLIFIEE DU COUPLEUR BRANCHLINE [B1]

Les coupleurs dits Branchline sont des coupleurs directionnels, généralement utilisés pour une répartition à 3dB de l'énergie, avec une différence de phase de 90° entre la voie «directe» et la voie «couplée». Ce genre de coupleur est fréquemment réalisé en technologie Micro-ruban (Figure B.1) ou Tri plaque, et fait partie des coupleurs dites à «quadrature de phase», comme il peut être réalisé en d'autres technologies, telle que par exemple la technologie MEMS (Micro Electro Mechanical Systems) et la technologie coaxiale comme c'est le cas dans cette thèse.

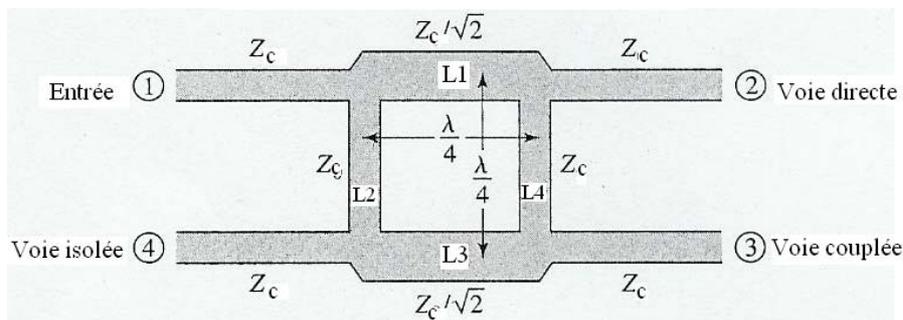


Figure B.1 : Schéma d'un coupleur Branchline à lignes microrubans.

Nous allons décomposer cette étude sur l'analyse en mode Pair et mode Impair. D'après le schéma ci-dessus, l'énergie entre par du port 1 et va se trouver divisée entre le port 2 (voie directe) et le port 3 (voie couplée), avec une différence de phase de 90° entre les sorties. Aucune énergie n'est transmise au port 4 (c'est le port isolée).

On peut donc dire que la matrice S aura la forme suivante :

$$[S] = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{bmatrix}$$

Nous pouvons observer que le coupleur a un haut degré de symétrie. N'importe quel port peut être utilisé comme une entrée. Cette symétrie est reflétée en examinant la matrice S, car chaque ligne peut être obtenue par transposition de la première.

Analyse en mode pair/impair

Nous allons d'abord dessiner le circuit du coupleur en impédance réduite (forme normalisée), où il est entendu que chaque ligne représente une ligne de transmission avec une impédance caractéristique normalisée par rapport à Z_c . La masse présente pour chaque ligne de transmission n'est pas représentée ici. Nous prendrons une onde incidente d'amplitude 1 incidente au port 1.

Annexe B : Théorie simplifiée du coupleur Branchline

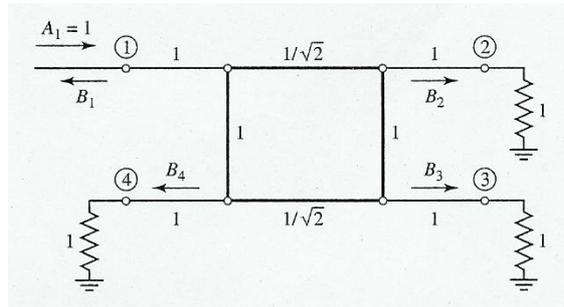


Figure B.2 : Schéma électrique d'un coupleur Branchline à impédances réduites.

Le circuit peut maintenant être décomposé en une superposition d'une excitation en mode pair et mode impair.

Grâce aux symétries et anti-symétries des excitations, le coupleur 4 ports peut être "décomposé" en un jeu de 2 coupleurs présentant des plans de court circuit (magnétique pour le mode pair - électrique pour le mode impair) sur les axes de symétrie :

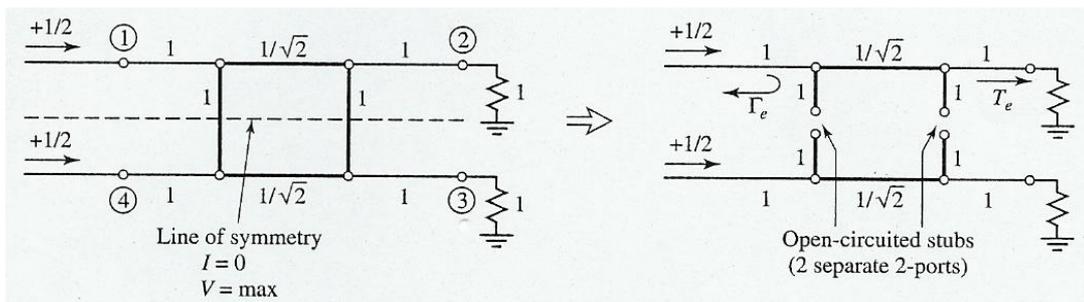


Figure B.3 : Excitation en mode pair.

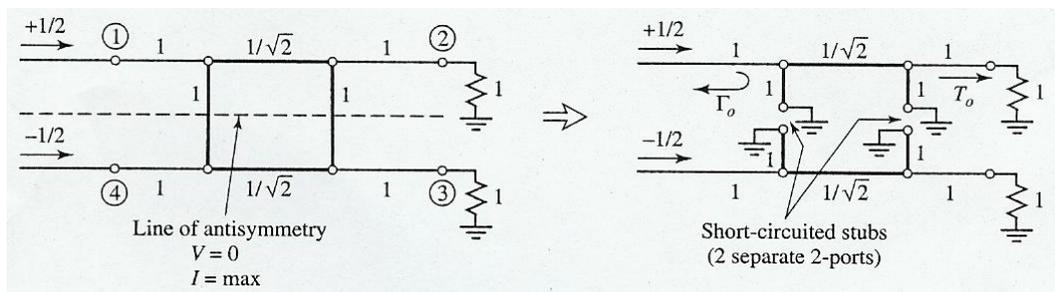


Figure B.4 : Excitation en mode impair.

Annexe B : Théorie simplifiée du coupleur Branchline

Chaque excitation " décompose" notre coupleur en deux quadripôles identiques. Bien que les amplitudes des ondes incidentes pour ces deux ports soient de $\pm 1/2$, les amplitudes des ondes émergentes de chaque port du coupleur hybride peuvent être décrites comme suit:

$$B_1 = \frac{1}{2}\Gamma_e + \frac{1}{2}\Gamma_o$$

$$B_2 = \frac{1}{2}T_e + \frac{1}{2}T_o$$

$$B_3 = \frac{1}{2}T_e - \frac{1}{2}T_o$$

$$B_4 = \frac{1}{2}\Gamma_e - \frac{1}{2}\Gamma_o$$

Nous rappelons que l'onde incidente a_1 est normalisée à 1.
Où $\Gamma_{e,o}$ et $T_{e,o}$ sont les coefficients de réflexion et transmission des modes pairs (even) et impair (odd) du système des deux figures B.3 et B.4.

Déterminons d'abord Γ_e et T_e pour le mode pair. Ceci peut être fait en utilisant les matrices ABCD de chaque élément constituant chaque quadripôle:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & j/\sqrt{2} \\ j\sqrt{2} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ j & 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} -1 & j \\ j & -1 \end{bmatrix}$$

L'admittance des stubs en circuit ouvert $\lambda/8$ est $Y=jtg\beta l = j$.
Ensuite:

$$\Gamma_e = \frac{A+B-C-D}{A+B+C+D} = \frac{(-1+j-j+1)/\sqrt{2}}{(-1+j+j+1)/\sqrt{2}} = 0$$

$$T_e = \frac{2}{A+B+C+D} = \frac{2}{(-1+j+j+1)/\sqrt{2}} = \frac{-1}{\sqrt{2}}(1+j)$$

De même pour le mode impair nous avons:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & j \\ j & 1 \end{bmatrix}$$

Ce qui donne

$$\Gamma_o = 0$$

$$T_o = \frac{1}{\sqrt{2}}(1-j)$$

Annexe B : Théorie simplifiée du coupleur Branchline

Ensuite, en recombinaut le tout, on obtient les résultats suivants:

$$B_1 = 0 \text{ (le port 1 est adapté),}$$

$$B_2 = -\frac{j}{\sqrt{2}} \text{ (Moitié de la puissance, différence de phase de } -90^\circ \text{ entre le port 1 et 2),}$$

$$B_3 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \text{ (Moitié de la puissance, différence de phase de } -180^\circ \text{ entre le port 1 et 3),}$$

$$B_4 = 0 \text{ (Pas de puissance transmise à l'accès 4).}$$

Ces résultats sont cohérents avec la première colonne de la matrice S. Les éléments manquants sont déterminés par transposition.

En pratique, à cause des longueurs d'onde $\lambda/4$ nécessaires, la bande passante d'un coupleur Branchline 3dB est limitée à 10-20%. Mais grâce à des tronçons de lignes multi sections par exemple, il est possible d'améliorer la bande passante.

De plus il est possible de répartir de manière non égale l'énergie sur les ports de sortie en jouant sur les impédances caractéristiques des tronçons de ligne.

Un autre point pratique critique auquel il faut prêter attention est l'effet de discontinuité présent à chaque coin du coupleur entre les lignes d'impédance non égales. Ceci peut nécessiter quelques modifications physiques.

B.2 REFERENCES

[1] N. BENAHMED, « cours de CAO RF et micro-ondes », Université de Tlemcen, 2014.

ANNEXE C

PARAMETRES EM DE COUPLEURS COAXIAUX QUASI-TEM A DIAPHRAGMES METALLIQUES

C.1 COUPLEUR RECTANGULAIRE A CONDUCTEURS INTERNES CARRÉS QUASI-TEM ET À DIAPHRAGMES METALLIQUES

C.1.1 SCHEMA DE LA SECTION TRANSVERSALE DU COUPLEUR :

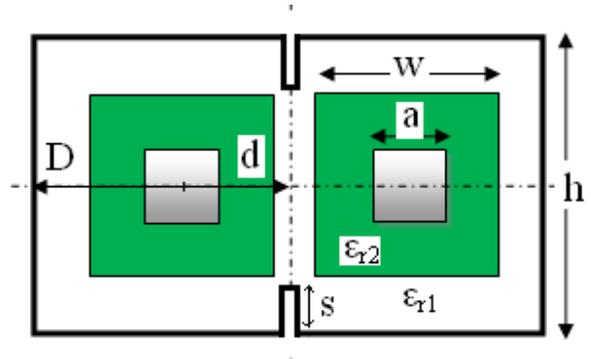


Figure C.1 : Section transversale du coupleur quasi-TEM rectangulaire à conducteurs internes carrés et à diaphragmes métalliques.

C.1.2 PARAMETRES EM :

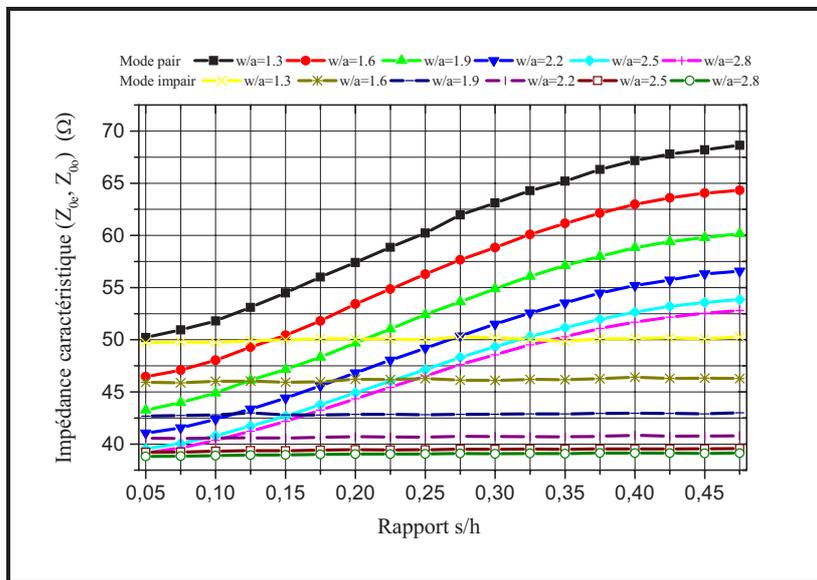


Figure C.2 : Influence du rapport (s/h) sur les impédances caractéristiques des modes pair et impair pour différents rapports (w/a).

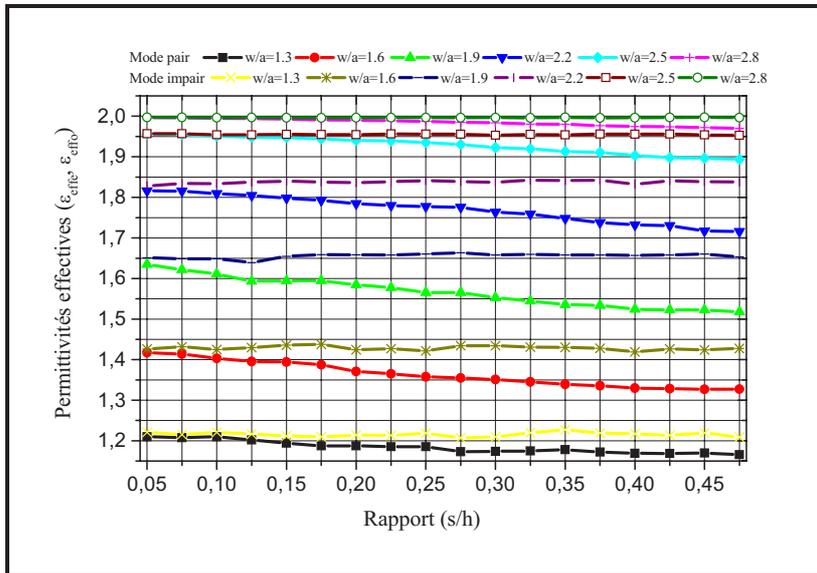


Figure C.3 : Influence du rapport (s/h) sur les permittivités effectives des modes pair et impair pour différents rapports (w/a).

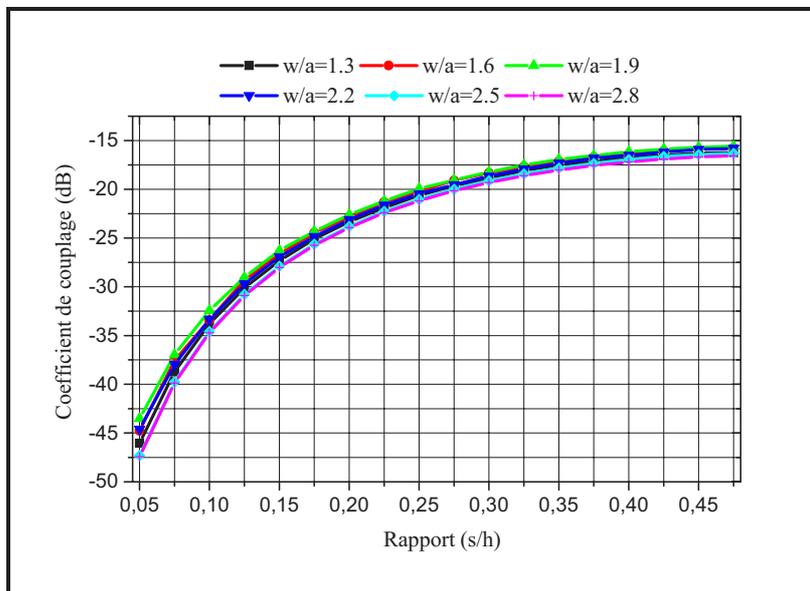


Figure C.4 : Influence du rapport (s/h) sur le coefficient de couplage pour différents rapports (w/a).

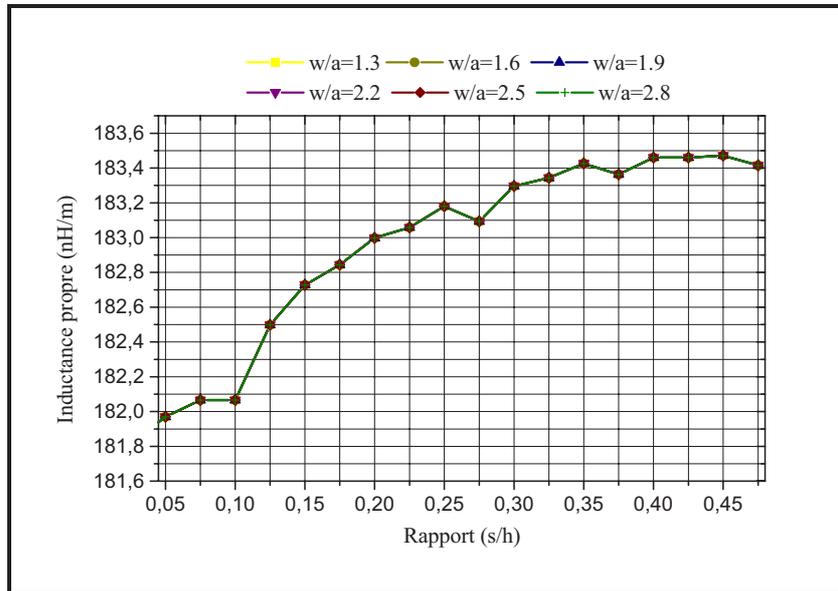


Figure C.5 : Influence du rapport (s/h) sur l'inductance propre pour différents rapports (w/a).

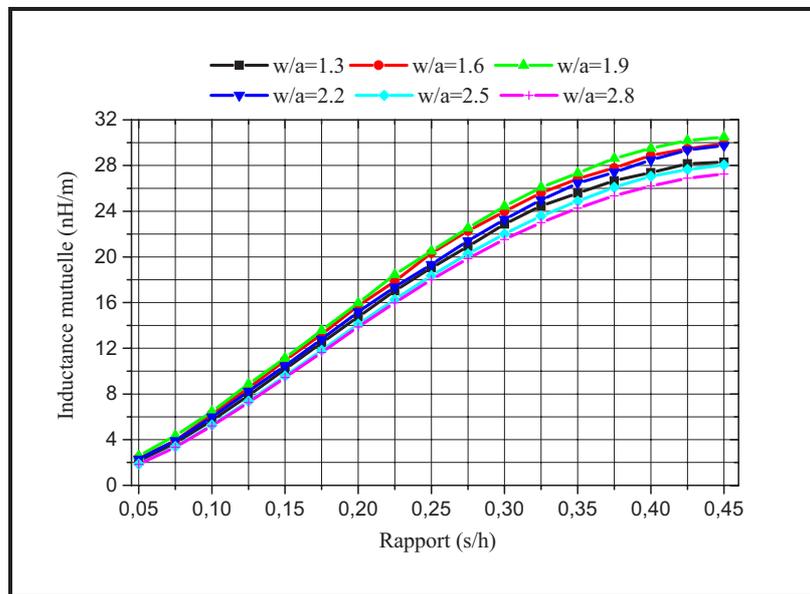


Figure C.6 : Influence du rapport (s/h) sur l'inductance mutuelle pour différents rapports (w/a).

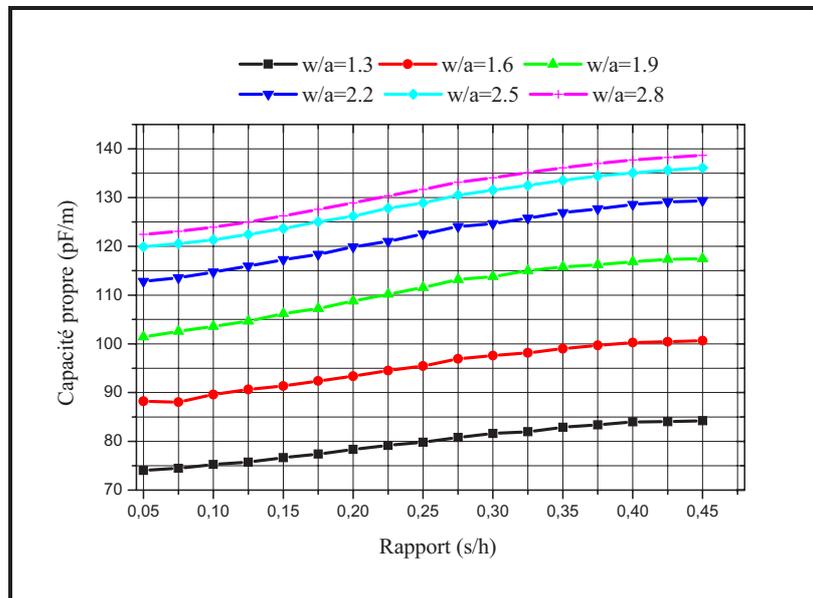


Figure C.7 : Influence du rapport (s/h) sur la capacité propre pour différents rapports (w/a).

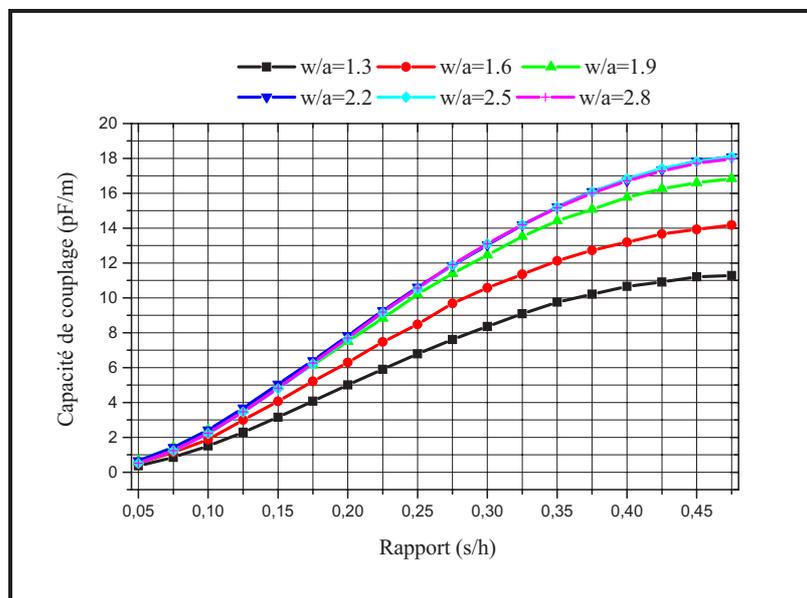


Figure C.8 : Influence du rapport (s/h) sur la capacité de couplage pour différents rapports (w/a).

C.2 COUPLEUR A LIGNES COAXIALES QUASI-TEM ET A DIAPHRAGMES METALLIQUES

C.2.1 SCHEMA DE LA SECTION TRANSVERSALE DU COUPLEUR :

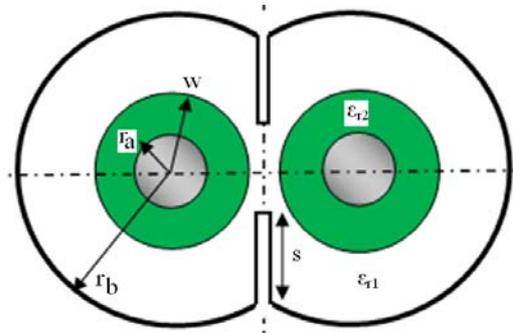


Figure C.9 : Section transversale du coupleur à lignes coaxiales quasi-TEM et à diaphragmes métalliques.

C.2.2 PARAMETRES EM :

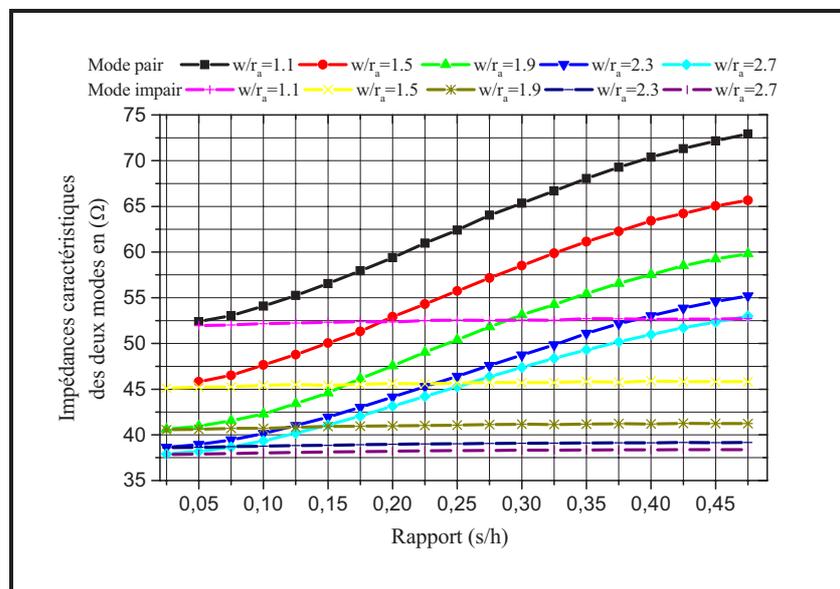


Figure C.10 : Influence du rapport (s/h) sur les impédances caractéristiques des modes pair et impair pour différents rapports (w/r_a).

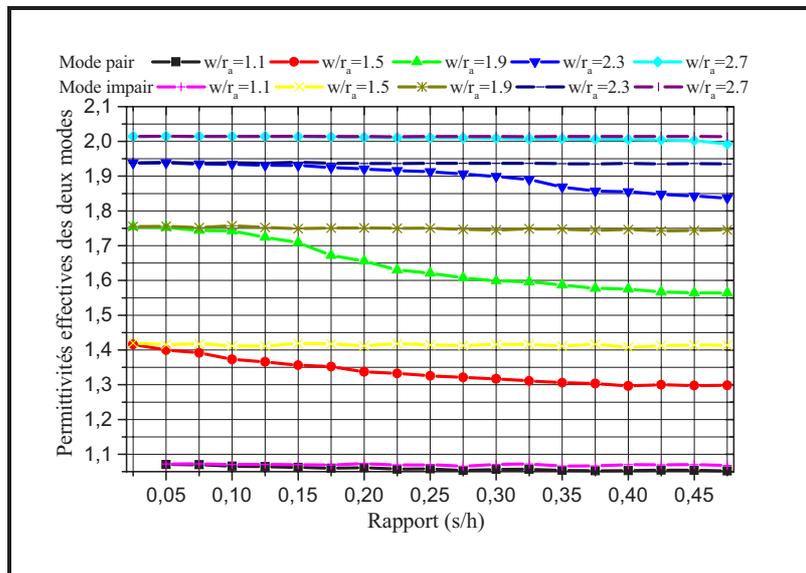


Figure C.11 : Influence du rapport (s/h) sur les permittivités effectives pour différents rapports (w/r_a).

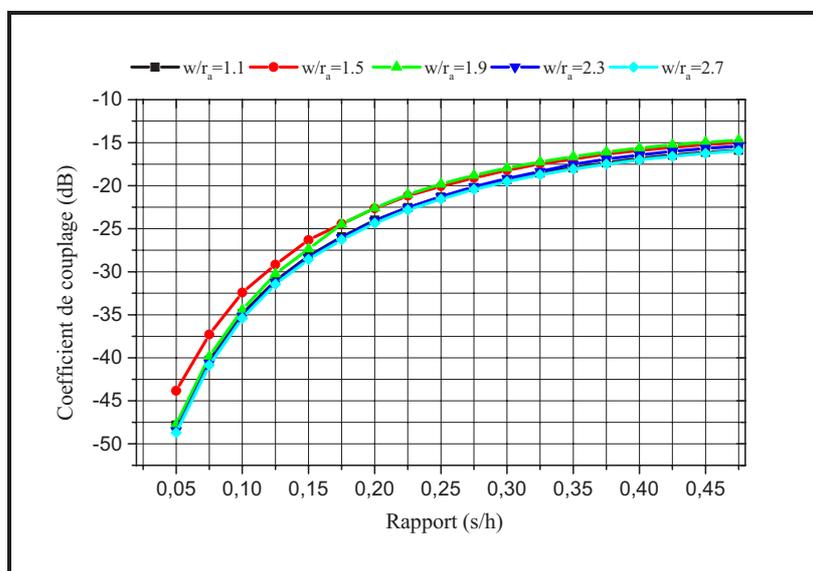


Figure C.12 : Influence du rapport (s/h) sur le coefficient de couplage pour différents rapports (w/r_a).

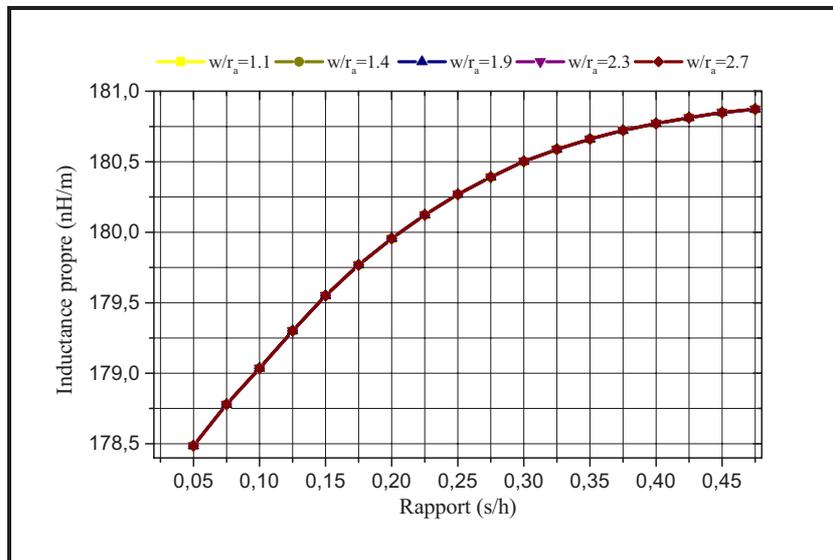


Figure C.13 : Influence du rapport (s/h) sur l'inductance propre pour différents rapports (w/r_a).

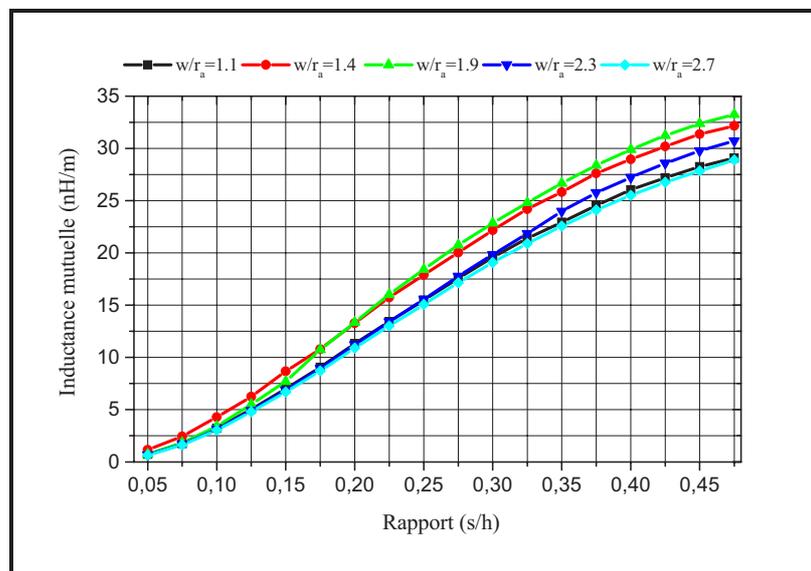


Figure C.14 : Influence du rapport (s/h) sur l'inductance mutuelle pour différents rapports (w/r_a).

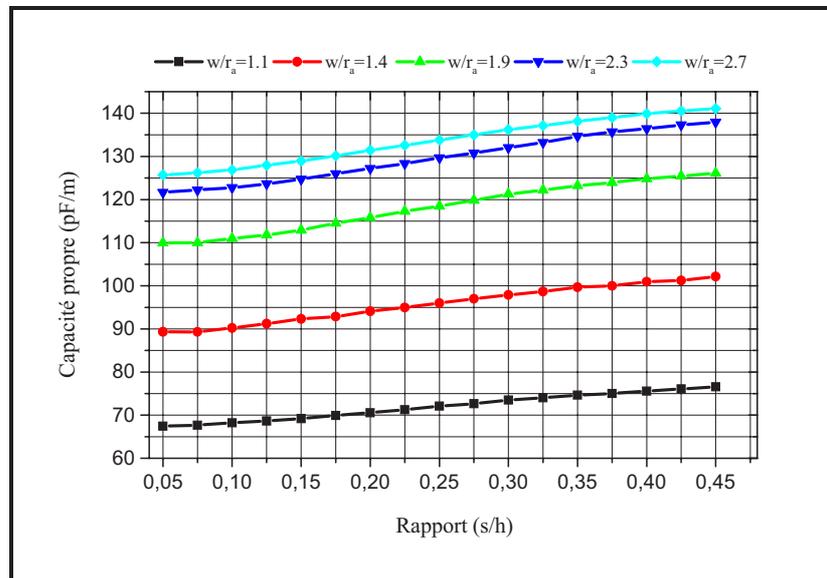


Figure C.15 : Influence du rapport (s/h) sur la capacité propre pour différents rapports (w/r_a).

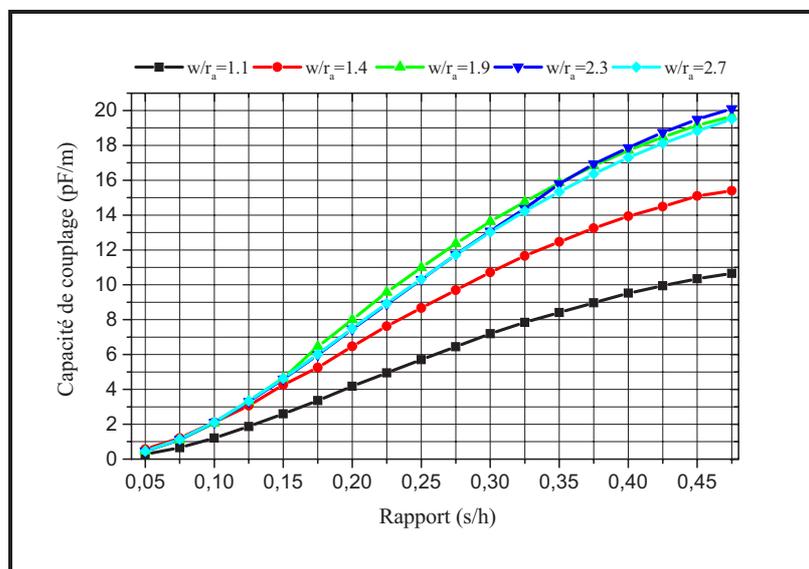


Figure C.16 : Influence du rapport (s/h) sur la capacité de couplage pour différents rapports (w/r_a).

ANNEXE D

PARAMETRES EM DU COUPLEUR TEM STRIPLINE CYLINDRIQUE BLINDE

D.1 COUPLEUR TEM STRIPLINE CYLINDRIQUE BLINDE

D.1.1 SCHEMA DE LA SECTION TRANSVERSALE DU COUPLEUR :

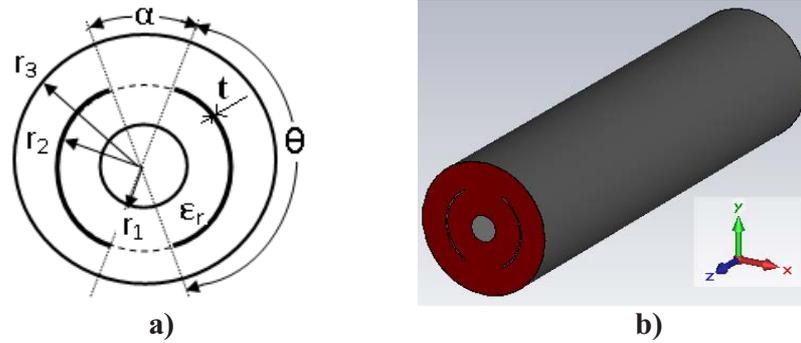


Figure D.1 : Section transversale en a) et représentation 3D en b) du coupleur TEM stripline cylindrique blindé.

D.1.2 PARAMÈTRES EM:

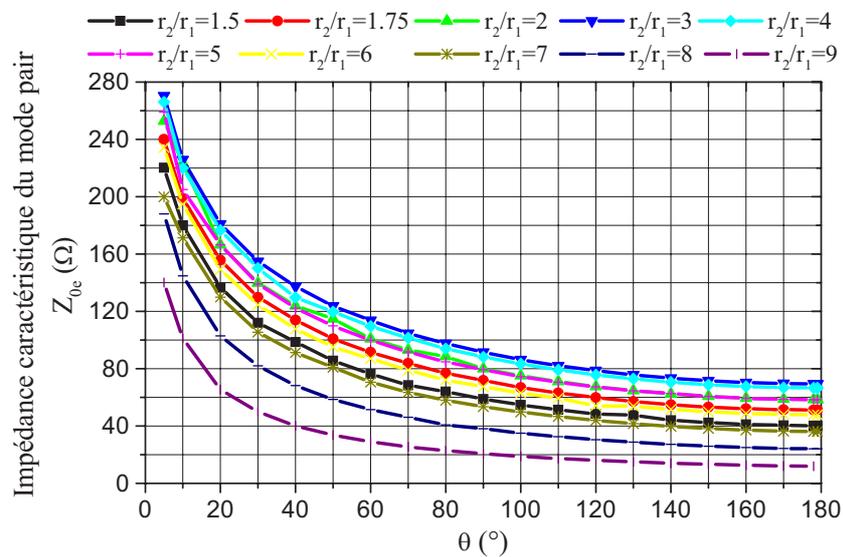


Figure D.2 : Impédance caractéristique du mode pair du coupleur TEM stripline cylindrique en fonction de l'angle de conduction (θ) pour différents rapports (r_2/r_1).

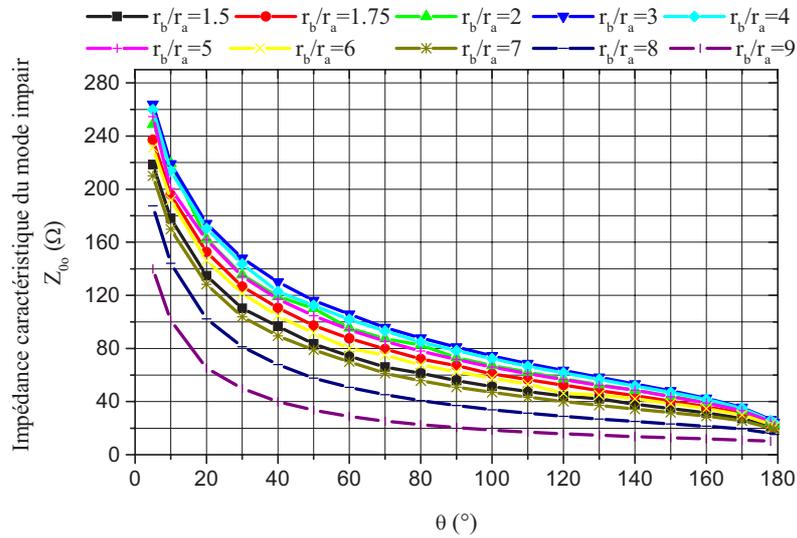


Figure D.3 : Impédance caractéristique du mode impair du coupleur TEM stripline cylindrique en fonction de l'angle de conduction (θ) pour différents rapports (r_2/r_1).

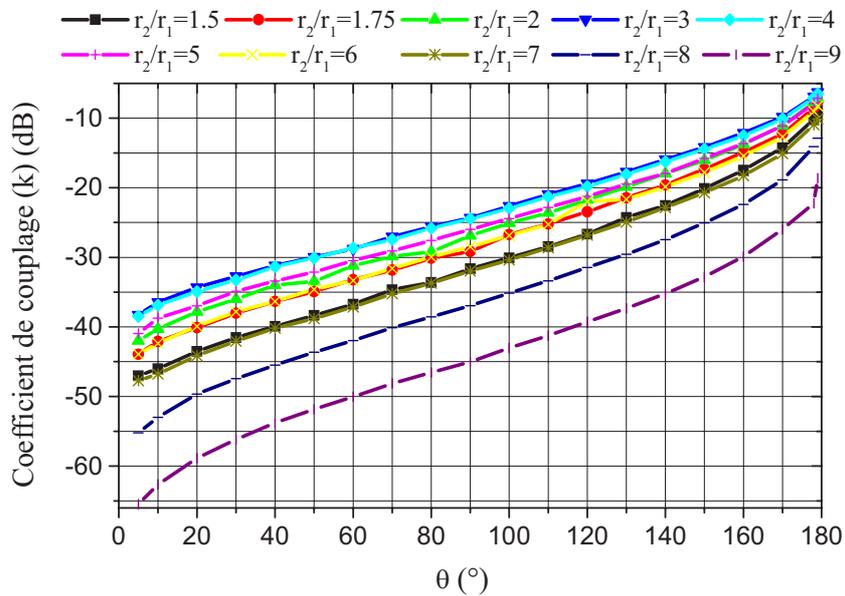


Figure D.4 : Influence de l'angle de conduction (θ) sur le coefficient de couplage pour différents rapports (r_2/r_1).

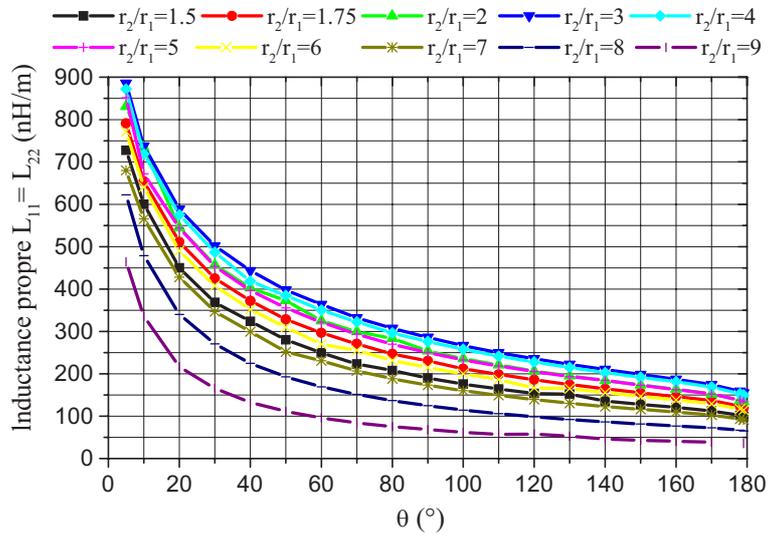


Figure D.5 : Influence de l'angle de conduction (θ) sur l'inductance propre pour différents rapports (r_2/r_1).

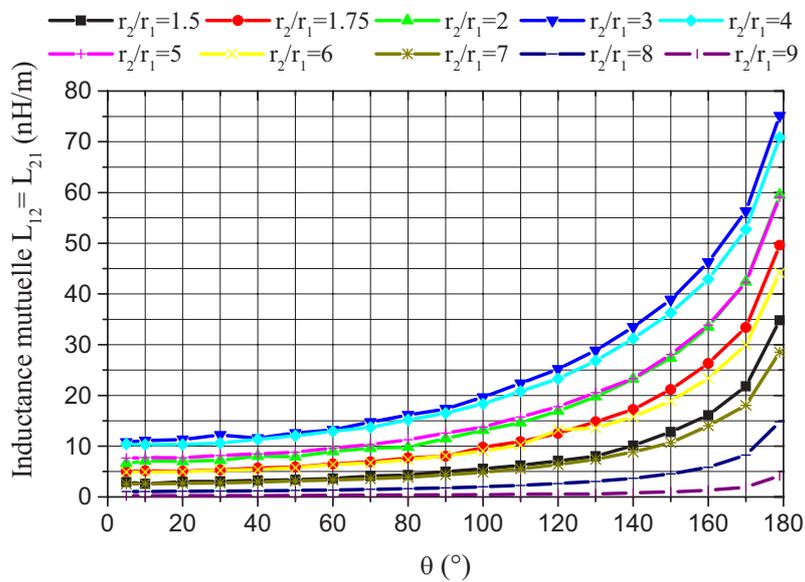


Figure D.6 : Influence de l'angle de conduction (θ) sur l'inductance mutuelle pour différents rapports (r_2/r_1).

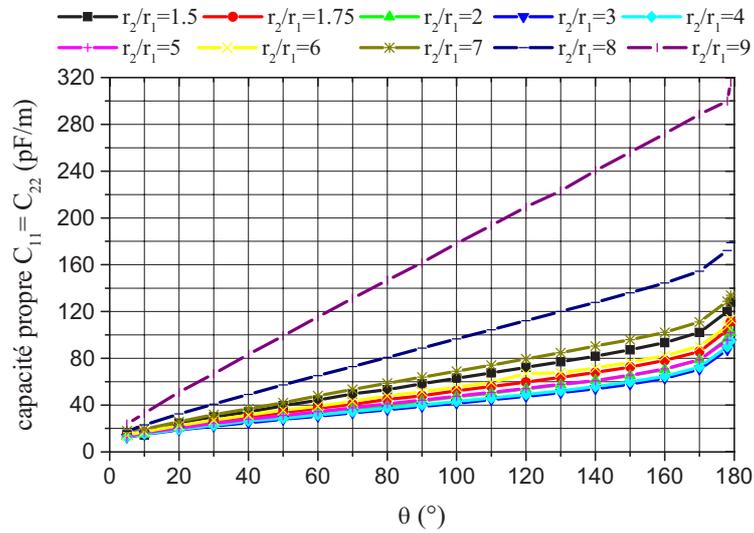


Figure D.7 : Influence de l'angle de conduction (θ) sur la capacité propre pour différents rapports (r_2/r_1).

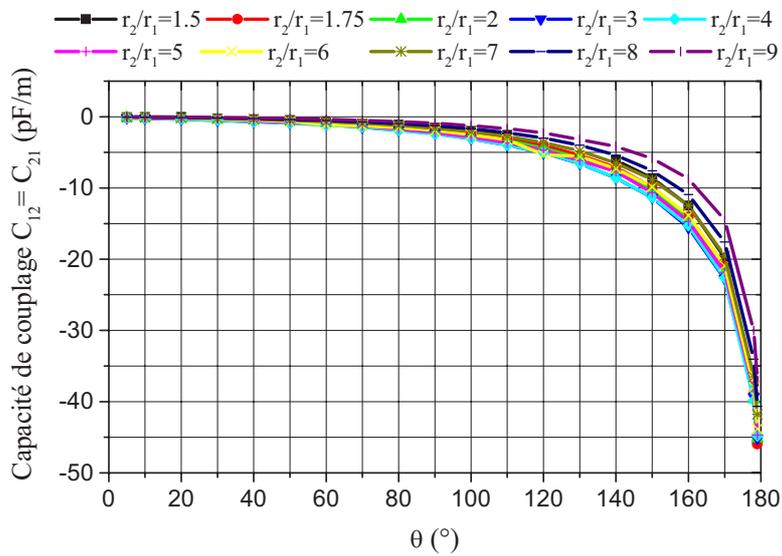


Figure D.8 : Influence de l'angle de conduction (θ) sur la capacité de couplage pour différents rapports (r_2/r_1).

TRAVAUX SCIENTIFIQUES



On the Electromagnetic Characterization and Design of quasi-TEM Rectangular Coax Couplers with Square Inner Conductors

Djamal Lachachi, Nadia Benabdallah, Nasreddine Benahmed, Soumia Larbia, Hadjer Haddouche

Department of Electronics, Faculty of Technology,
University of Tlemcen, 13000, Algeria.
E-mail: n_benahmed@yahoo.fr

Abstract-In this paper, we propose to characterize the electromagnetic (EM) parameters of quasi-Transverse Electromagnetic (quasi-TEM) rectangular coax coupler, with square inner conductors partially filled with dielectric, according to its geometrical and physical parameters. For this type of quasi-TEM coupler, convenient for high power applications, there are no numerical or experimental results readily available in the scientific literature. The problem as we will show later, is to solve for the two modes (odd and even) the Laplace equation of inhomogeneous cases with fixed boundary conditions. The calculation is made using the finite element method (FEM) under freeFEM environment and is based on a numerical solution of the fact that the analytical solution is difficult because of the relative complexity of the inhomogeneous configuration. Comparisons between the FEM-results and those we obtained under LINPAR environment using our program based on the method of moments (MoM) show a good agreement between the results. Our obtained EM-characterization curves are necessary for quasi-TEM coupler design and take into account the influence of all the geometrical parameters of the coupler on its EM-parameters. As an application we show our design results, obtained under freeFEM environment, which are validated using MATPAR software. The obtained results of a quasi-TEM rectangular coax coupler using square inner conductors, having 20 dB of coupling and operating at 2 GHz show excellent performance in terms of directivity (50 dB) and size ($3.96 \times 7.06 \times 21 \text{ mm}^3$).

Index Terms- Coupling coefficient, design, directional coupler, EM-characterization, even and odd-mode characteristic impedances, finite element method (FEM), freeFEM environment, frequency response, quasi-TEM couplers, S-parameters.

I. INTRODUCTION

A large number of components and RF/microwave devices (filters [1-4], couplers [5-7], resonators [8-9]...) in several papers in the scientific literature were analyzed, designed, simulated and achieved. Some authors of this works use commercial software (CST [10]...) requiring licenses and based on numerical methods. In order to use properly these softwares, researchers have to understand their technical specification which can take several days of learning. The user of such softwares is content only by a number of clicks to introduce the geometry of its structure, to fix the boundary conditions, indicating ports and their numbers and run to get at the end the curves giving the variations of the scattering parameters [S] in the frequency domain, unfortunately without any mastery of the formulation (theoretical or numerical) on which the software is based and without any mastery of the design methods of these RF/microwave structures.

Among these structures, we cite the rectangular coaxial lines which have been implemented and used in microwave circuits as branchline couplers [11], antennas [12], resonators [13], filters [14] and other high-frequency components. In reference [15], we proposed rigorous analytical expressions for the TEM-squared coaxial lines parameters. In reference [16] we successfully realized a numerical tool under freeFEM environment, used to analyze EM-parameters for TEM-rectangular coax couplers with square inner conductors and also we proposed rigorous analytical expressions for the primary parameters



(inductance [L] and capacitance [C] matrices) and the impedances (Z_{0e} , Z_{0o}) of the even- and odd-modes of this type of homogeneous coupler. This type of TEM-coupler was used to build our novel compact ultra wide-band (UWB) bandpass filter in [1], convenient for high power applications. Finally, we developed in [17] a new type of extremely low-cost, low-loss, broadband, high-performance quasi-TEM coupler with circular inner conductors and using rectangular shield with metallic diaphragm.

In this paper, we show to the readers without resorting to commercial software, sometimes expensive, how to analyze a coupler structure partially filled with dielectric (inhomogeneous i.e. quasi-TEM) by programming the fundamental equations of electromagnetism using the finite element method (FEM) under the freeFEM environment [18] and how to design such inhomogeneous couplers operating at a given RF/microwave frequency. For this type of quasi-TEM rectangular coax coupler with square inner conductors, there are no numerical or experimental results readily available in the scientific literature. Consequently, comparisons between the FEM-results and those we obtained under LINPAR environment [19] using our program based on the method of moments (MoM) are done and show a good agreement between the results. Also the MATPAR software [20] introduced in this work is used only to verify the validity of our numerical calculations made and shown under freeFEM environment.

II. DESCRIPTION

In order to minimize losses and dispersions and increase performance, the coupler said rectangular coax coupler with square inner conductors partially filled with dielectric can be considered. It is a symmetric inhomogeneous coupler with low loss and with relatively complex shape. The practical solution adopted is to partially fulfill its coaxial coupled lines by the dielectric. The air layer between the dielectric and the ground forms a very important part in which the losses are practically inexistent.

In this work, we focus on the EM-characterization of this type of quasi-TEM coupler by analyzing its parameters: even- and odd- mode characteristic impedances (Z_{0e} , Z_{0o}) and coupling coefficient (k) according to its geometrical and physical parameters [17]. In figure 1 we present the cross section of the quasi-TEM rectangular coax coupler with square inner conductors. The coaxial lines are filled with dielectric material of width ($2d$) and relative dielectric constant (ϵ_{r1}) of 2.95. Also the quasi-TEM coupler is formed by two coaxial square inner conductors having a width ($2a$) and separated by a distance ($2h$) and by a rectangular shield having in the transverse plane a width ($2b$) and a length equal to $2(h+b)$. The cut depth, also called coupling depth is defined by [5, 17]:

$$u = \frac{\text{Cos}^{-1}\left(\frac{h}{b}\right)}{\text{Cos}^{-1}\left(\frac{a}{b}\right)}$$

The two inner conductors are coupled together enabling the practical realization of directional RF/microwave quasi-TEM couplers.

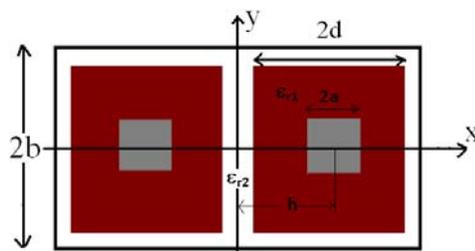


Fig.1. Cross-sectional view of the quasi-TEM rectangular coax coupler with square inner conductors.

III. FINITE ELEMENT ANALYSES

In the design of quasi-TEM rectangular coax directional couplers with square inner conductors, we will need the coupling coefficient, calculated from the values of the even- and odd- modes characteristic impedances. For this, it is interesting to numerically characterize the quasi-TEM rectangular coax coupler by varying its geometric parameters. The study of the quasi-TEM coupler shown in figure 1 in the electrostatic domain is based on the



resolution of the Laplace equation in the inhomogeneous case in 2D for both modes (odd and even).

$$\text{div}[\epsilon_r \nabla_t V(x, y)] = 0 \quad (1)$$

Where: For even mode: $V=1$ volt on two square inner conductors; $V=0$ in the rectangular shield. For the odd mode: $V=1$ volt on one of the two square inner conductors; $V=-1$ volt on each other and $V=0$ in the rectangular shield.

Under the freeFEM environment, equation (1) is written using the following instructions:

```
solve(V)
begin
onbdy(1) V=0;
onbdy(2) V=1;
onbdy(3) V=1; /*Even-mode*/
pde(V)
laplace(V)*epsr+dx(V)*dx(epsr)+dy(V)*dy(epsr)
=0;
end;
```

The solution of this equation is found using the FEM under freeFEM environment. This solution represents the distribution of potential (V) at the various mesh nodes of the inhomogeneous structure. The calculation procedure for a given mode can be described as follows.

The theory of transmission lines allows us to determine the effective dielectric constant of the inhomogeneous coupler from the ratio of the average electrical energy stored in the inhomogeneous coupler (W_{emi}) on the average electrical energy stored in the same and empty coupler (W_{em}) (dielectric replaced by air), i.e. using the following equation [17, 21]:

$$\epsilon_{eff,o} = \frac{W_{emi,o}}{W_{em,o}} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right) \iint \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_t \cdot \vec{E}_t^* dx dy}{\left(\frac{1}{4}\right) \iint \epsilon_0 \vec{E}_{t0} \cdot \vec{E}_{t0}^* dx dy} \quad (2)$$

Under freeFEM

```
/* Electrical energy stored in the inhomogeneous
coupler */
ex=-dx(V);
ey=-dy(V);
ex2=ex*ex*epsr;
```

```
ey2=ey*ey*epsr;
wemi:=0.5*0.25*eps0*(intt[ex2]+ intt[ey2]);
/* Electrical energy stored in the empty coupler
*/
ex=-dx(V);
ey=-dy(V);
ex2=ex*ex;
ey2=ey*ey;
wem:=0.5*0.25*eps0*(intt[ex2]+ intt[ey2]);
Where: epsr is the vector of dielectric
permittivity of the inhomogeneous structure and
eps0 is the absolute permittivity.
```

The coupling coefficient (k) of the quasi-TEM coupler is easily determined using equation (3)

$$k = \frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \quad (3)$$

While the values of the even- and odd- mode characteristic impedances Z_{0e} and Z_{0o} are calculated from the capacitance per unit length and from the phase velocity of the quasi-TEM coupler:

$$Z_{0e,o} = \frac{1}{v_{\phi e,o} C_{e,o}} \quad (\Omega) \quad (4)$$

Where: $v_{\phi e,o} = \frac{c_0}{\sqrt{\epsilon_{eff,o}}} (m/s)$ and $C_{e,o} = \frac{4\bar{W}_{emi,o}}{(V_1 - V_2)^2} (F/m)$

With V_1 and V_2 are the excitation conditions of the coupler ($V_1=1$ volt and $V_2=0$).

Based on this theory, we have established a CAD program to numerically calculate the EM-parameters (impedances (Z_{0e} and Z_{0o}) and coupling coefficient (k)) of the quasi-TEM rectangular coax coupler with square inner conductors. All these EM-parameters are strongly dependent on the geometrical and physical ones.

IV. EM-CHARACTERIZATION AND DESIGN

Before designing a 50 Ω -quasi-TEM coupler, it is imperative to determine the ratio (d/a) of the quasi-TEM squared coaxial line with square conductors, whose cross section is shown in figure 2, with characteristic impedance of 50 Ω and having: $a=0.45$ mm ; $b/a=4.4$; $\epsilon_{r1}=2.95$ et



$\epsilon_{r2}=1$. The FEM-meshes of the cross section of this type of quasi-TEM line and the equipotential lines obtained after resolution of the Laplace equation in the inhomogeneous case are presented respectively in figures 3 and 4.

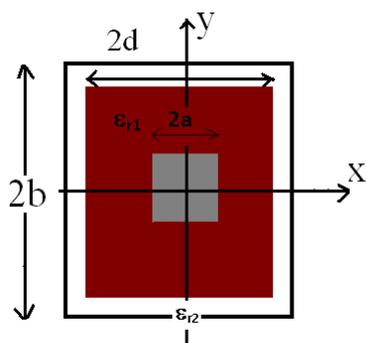


Fig.2. Cross-sectional view of the quasi-TEM squared coaxial line used to build the quasi-TEM rectangular coax coupler.

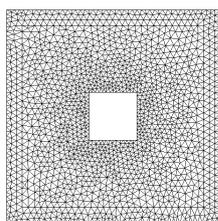


Fig.3. FEM-meshes of the quasi-TEM squared coaxial line.

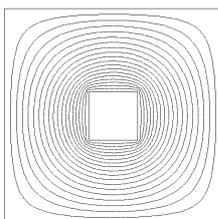


Fig.4. Potential distributions obtained after resolution of the Laplace equation in the inhomogeneous case.

The graphs of figures 5 and 6 respectively show the influence of the ratio (d/a) on the characteristic impedance (Z_c) and the effective dielectric constant (ϵ_{eff}) of the quasi-TEM squared coaxial line with square conductors. From these figures, it is clear that for $\epsilon_{r1}=2.95$, the characteristic impedance of 50Ω for the quasi-TEM line is obtained for a ratio (d/a) approximately equal to 3.75. For this ratio the

permittivity of the inhomogeneous line is equal to 2.76.

Once we have determined the value of the ratio (d/a) of the 50Ω -quasi-TEM squared coaxial line with square inner conductor, it will be easy to build a 50Ω -quasi-TEM coupler filled with dielectric material of $\epsilon_{r1} = 2.95$ by placing two quasi-TEM coaxial lines one near the other having a ratio (d/a) of 3.75 and filled with the same dielectric constant, i.e. $\epsilon_{r1}=2.95$ (permittivity of RG58 cable).

We are interested in the EM-characterization of our quasi-TEM coupler having: $a=0.45 \text{ mm}$; $b/a=4.4$; $d/a=3.75$; $\epsilon_{r1}=2.95$ and $\epsilon_{r2}=1$. The finite element meshes obtained under freeFEM environment of the cross section of the quasi-TEM rectangular coax coupler with square inner conductors and the potential distributions of the even- and odd- mode are illustrated respectively in figures 7 and 8.

The influence of the cut depth (u) on the even- and odd- mode characteristic impedances of the quasi-TEM coaxial coupler is shown by our numerical results in figure 9 we obtained using our FEM-CAD tool. These graphs show that the characteristic impedance of the quasi-TEM coupled lines system ($Z_c = \sqrt{Z_{0e}Z_{0o}}$) is around 50Ω , which permits to the quasi-TEM rectangular coax coupler to have a good adaptation at its ports.

Figure 10 shows the effect of the cut depth (u) on the coupling coefficient (k) of our quasi-TEM coupler. Therefore, we can easily determine the value of the cut depth (u) of the quasi-TEM coupler for a desired coupling coefficient. Once (u) is known, all values of the geometric parameters of the cross section (b/a , b/h) of the coupler will be easily found. Remains to be noted that the curves presented in this paper are required for the design of quasi-TEM couplers having a coupling coefficient varying between 2.5 dB and 25 dB and take into account the influence of all the geometrical parameters of the coupler on its EM-parameters.

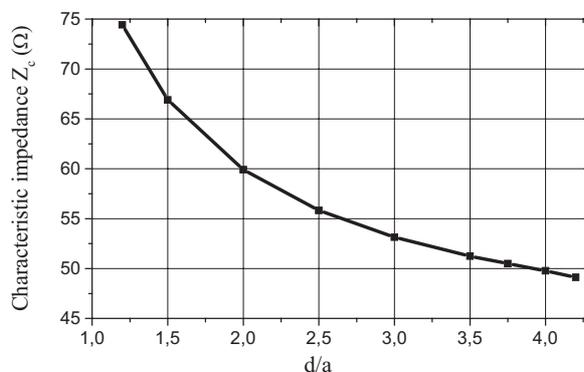


Fig.5. The impact of the ratio (d/a) on the characteristic impedance of the quasi-TEM squared coaxial line.

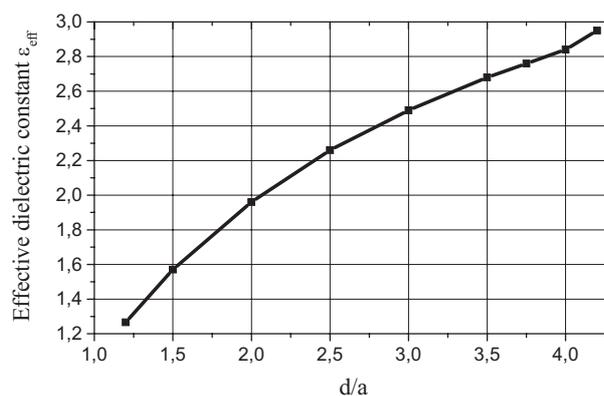
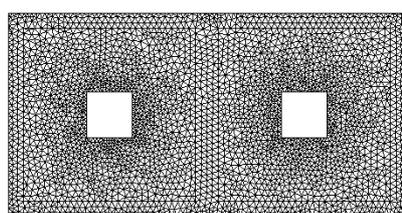
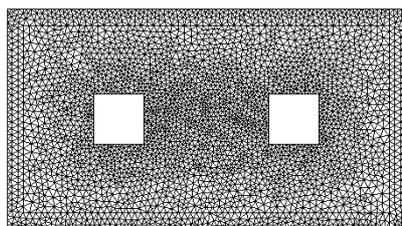


Fig.6. The influence of the ratio (d/a) on the effective dielectric constant of the quasi-TEM squared coaxial line.

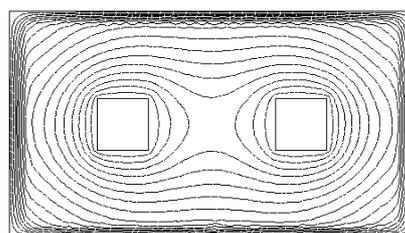


$u=0.2$

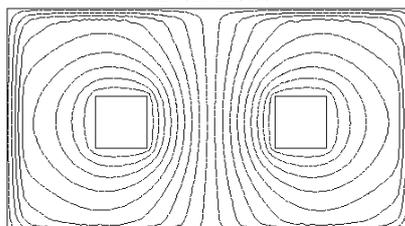


$u=0.5$

Fig.7. FEM-meshes of the quasi-TEM rectangular coax coupler under freeFEM obtained for $u=0.2$ and $u=0.5$.



Even-mode



Odd-mode

Fig.8. Potential distributions obtained after resolution of the Laplace equation in the inhomogeneous case for $u=0.5$.

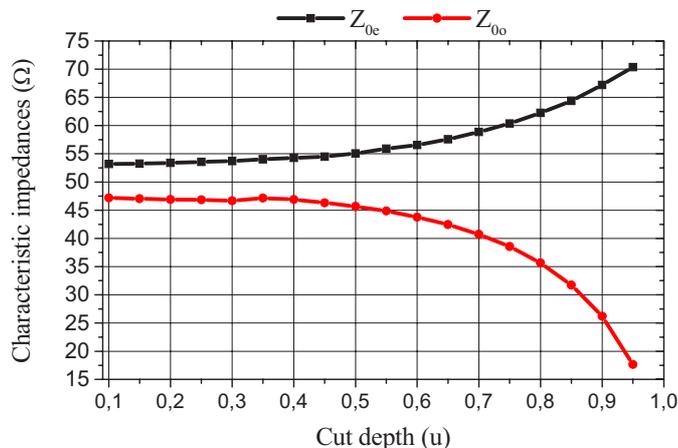


Fig.9. Influence of the cut depth (u) on the even- and odd- mode characteristic impedances of the quasi-TEM coaxial coupler.

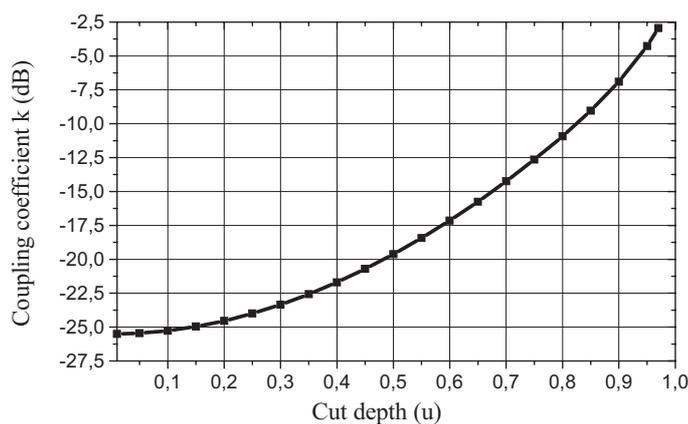


Fig.10. Effect of the cut depth (u) on the coupling coefficient (k).

Our CAD tool achieved under freeFEM environment can be easily adapted to characterize other quasi-TEM rectangular coax couplers with square inner conductors having other coupling range and also to characterize other quasi-TEM coupler structures. For instance, a quasi-TEM coupler with coupling coefficient of 20 dB (Figure 11) is obtained for a cut depth (u) of 0.5, i.e. for the following features: $a=0.45$ mm; $b/a=4.4$; $d/a=3.7$; $h=1.55$ mm; $\epsilon_{r1}=2.95$ and $\epsilon_{r2}=1$. Under these conditions the coupler has: - Even-mode characteristic impedances Z_{0e} of 55.05 Ω; - Odd- mode characteristic impedances Z_{0o} of 45.63 Ω.

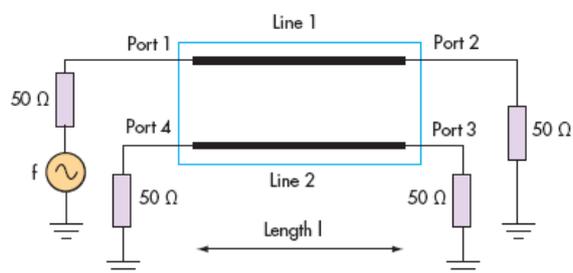


Fig.11. Schematic circuit of the quasi-TEM directional coupler.



In order to verify the validity of our numerical calculations done under freeFEM, we simulated under the MATPAR environment, the frequency response of our designed quasi-TEM coupler of figure 11. To achieve this objective, we had to determine the inductances and capacitances matrices ([L] and [C]) and also the quarter-wave length (l) of the quasi-TEM coupler.

$$\text{Where: } [L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}; [C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$$

The elements of the matrix [L] can be obtained from the matrix [C_o] when the coupler is empty [8, 22-23]. The inductance matrix in terms of [C_o] is:

$$[L] = \mu_o \varepsilon_o [C_o]^{-1} \quad (5)$$

The elements of the capacitance matrix [C_o] are calculated from the electric charge on each inner conductor of the coupler [21-22].

$$C_{oij} = \frac{1}{V_o} \oint_{l_j} q_s dl \quad (6)$$

Where: $V_o = 1$ volt, $q_s = \varepsilon_o \varepsilon_r E_N$, $\varepsilon_r = 1$, l_j represents the contour around the j th conductor and E_N is the normal component of the electric field.

Under freeFEM:

/* Elements of the inductance matrix when the coupler is empty */

V1:=1;

V2:=0;

C11:=4*wem/((V1-V2)^2);

/* Coupling capacitances Coij */

Vo:=1;

eps0 :=(1/(36*pi*10^9));

c0 :=3*10^8;

exn=-dx(v)*(nx+ny);

eyn=-dy(v)*(nx+ny);

C12:=-eps0*(1/Vo)*(int(3)[exn]+int(3)[eyn]);

det:=C11^2-C12^2;

xL11:=(1/c0^2)*(C11/det);

xL12:=(1/c0^2)*(-C12/det);

save('Results.txt',xL11); /* L11=L22*/

save('Results.txt',xL12); /* L12=L21*/

The elements of the capacitance matrix [C] of the quasi-TEM coupler are calculated as follows:

$$C_{11} = (C_e + C_o)/2; C_{12} = C_{11} \frac{L_{12}}{L_{11}} \text{ because the}$$

quasi-TEM coupler is symmetric. In these circumstances the quarter wavelength coupler is $l=21$ mm and the values of the elements of inductances and capacitances matrices that we have numerically calculated are respectively equal to:

$$[L] = \begin{bmatrix} 293.62 & 27.57 \\ 27.57 & 293.62 \end{bmatrix} \left(\frac{nH}{m} \right)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} 11684 & -10.97 \\ -10.97 & 11684 \end{bmatrix} \left(\frac{pF}{m} \right)$$

For the above geometrical parameters, comparisons between our FEM-results and those we obtained under LINPAR environment using our program based on the method of moments (Figure 12) show a good agreement between the results (Table 1).

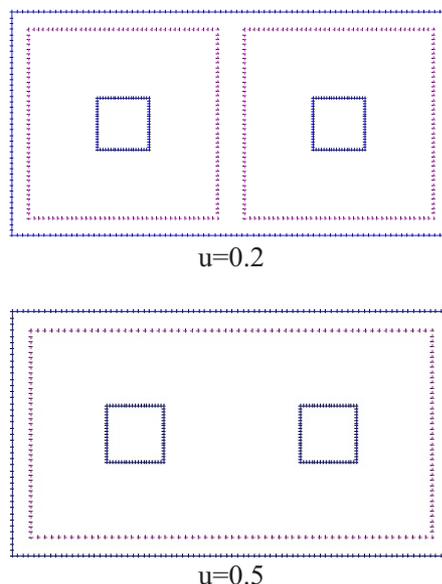


Fig.12. The segmentation of the charged surfaces of the quasi-TEM rectangular coax coupler under LINPAR obtained for $u=0.2$ and $u=0.5$.



Table 1: EM-parameters of the quasi-TEM rectangular coax coupler obtained by FEM and MoM methods.

| EM-parameters | FEM | MoM |
|--------------------------|--------|--------|
| Z_{0e} (Ω) | 55.05 | 53.71 |
| Z_{0o} (Ω) | 45.63 | 44.58 |
| k (dB) | -20.58 | -20.64 |
| $L_{11} = L_{22}$ (nH/m) | 293.62 | 292.8 |
| $L_{12} = L_{21}$ (nH/m) | 27.57 | 30.21 |
| $C_{11} = C_{22}$ (pF/m) | 116.84 | 122.1 |
| $C_{12} = C_{21}$ (pF/m) | -10.97 | -10.08 |

In the frequency range [0.2-4] GHz, we finally show in figure 13 the scattering parameters [S] of our designed quasi-TEM directional coupler as obtained in the MATPAR simulation environment. This figure shows clearly the 20 dB of coupling obtained in a wide range of frequency from 1.6 to 2.4 GHz around the operating frequency of 2 GHz. The directivity of the adapted coupler is about 50 dB in the same frequency band. This proves that our results of EM-characterizations and design done under freeFEM are correct.

V. CONCLUSION

This paper describes the method of electromagnetic characterization of the quasi-TEM rectangular coax coupler with square inner

conductors. This characterization was done under freeFEM environment using the finite element method by programming the fundamental equations of electromagnetism without recourse to commercial software sometimes expensive and/or complicated. A number of parts of our CAD tool, written using the instructions of freeFEM software, was shown. Two curves interesting the designer were obtained. The first one gives the even- and odd- mode characteristic impedances and the second one gives the coupling coefficient in dB of the quasi-TEM adapted and directional coupler as a function of the cut depth. Also, we described the design methodology of 50 Ω -quasi-TEM directional and adapted couplers. A quasi-TEM coupler operating at 2 GHz with $3.96 \times 7.06 \times 21$ mm³ of size was designed under freeFEM, validated and simulated under MATPAR (for example) of the fact that there are no numerical or experimental results readily available in the scientific literature for the studied quasi-TEM coupler. The results of its scattering parameters show the desired coupling coefficient of 20 dB in the frequency range [1.6-2.4] GHz with an excellent measured directivity of about 50 dB. The two methods of EM-characterization and design described in this work can be extended to other quasi-TEM coupler with symmetrical structures for RF/microwave applications.

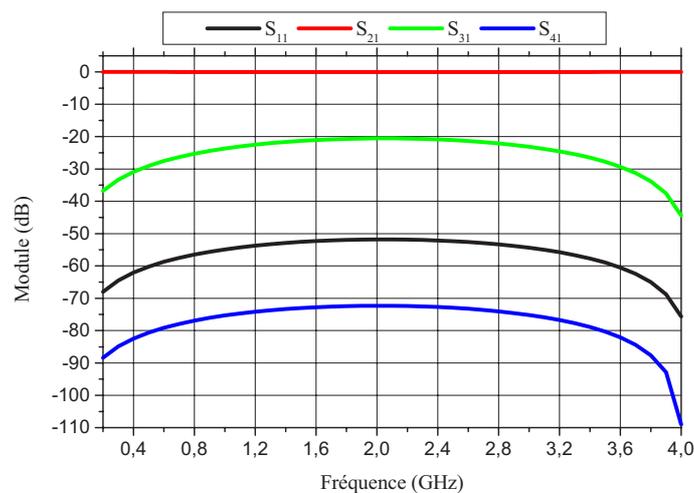


Fig.13. Frequency responses of our designed and directional quasi-TEM coupler with 20 dB of coupling and operating at 2 GHz.



REFERENCES

- [1] N. Benahmed, N. Benabdallah, S. Seghier, F.T. Bendimerad and B. Benyoucef, "Analyzing an UWB bandpass filter for high power applications using rectangular coaxial cables with square inner conductors", *Circuits and Systems*, vol. 2 (3), pp. 121-126, July 2011.
- [2] S. Seghier, N. Benahmed, N. Benabdallah, F. T. Bendimerad, "Design of parallel coupled microstrip bandpass filter for FM wireless applications", *Sciences of Electronics Technologies of Information and Telecommunications, 6th International Conference*, pp. 207-211, 21-24, March 2012, Tunisia.
- [3] S. Srivastava, R.K.Manjunath, P. Shanthi, "Design, simulation and fabrication of a microstrip bandpass filter," *International Journal of Science and Engineering Applications*, vol. 3 (5), pp. 154-158, 2014.
- [4] S. Seghier, N. Benabdallah, N. Benahmed and Y. Bekri, "Multilayer microstrip forms tunable bandstop filters", *Microwaves and RF*, vol. 47 (5), pp.98-106, May 2008.
- [5] H. An, O.T. Wang, R.G. Bossio, K. Wu, "Accurate closed form expressions for characteristic impedance of coupled line with sliced coaxial cable," *Electronics letters*, vol. 31 (23), pp. 2019-2020, 1995.
- [6] V. Teppati, A. Ferrero, "A new class of nonuniform, broadband nonsymmetrical rectangular coaxial-to-microstrip directional couplers for high power applications," *IEEE Microwave and Wireless Components Letters*, vol. 13 (4), pp. 152-154, 2003.
- [7] N. Benahmed, N. Benmostefa, "Design directional couplers for high power applications," *Microwaves and RF*, vol. 45 (10), pp. 90-98, 2006.
- [8] G. Bogdanov and R. Ludwig, "A Coupled microstrip line transverse electromagnetic resonator model for high-field," *Journal of Magnetic Resonance Medicine*, vol. 47, pp. 579-593, 2002.
- [9] K. Aliane, N. Benabdallah, N. Benahmed, R. Bouhmidi and F.T. Bendimerad, "Analysis and design of a quasi-TEM slotted tube resonator for UHF-MRI", *International Journal of Modern Engineering Research*, vol. 2 (2), pp-233-238, Mar-Apr 2012.
- [10] CST-Computer Simulation Technology, 2010. <http://www.cst>
- [11] J.R. Reid and R.T. Webster, "A 60 GHz branch line coupler fabricated using integrated rectangular coaxial lines," *MTT-S Int'l Microwave Symposium Dig.*, pp. 441-444, June 2004.
- [12] M. V. Luki'c and D. S. Filipovi'c, "Surface-micromachined dual Ka-band cavity backed patch antenna," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 55 (7), pp. 2107-2110, 2007.
- [13] K. J. Vanhille, D. L. Fontaine, C. Nichols, D. S. Filipovi'c, and Z. Popovi'c, "Quasi-planar high-Q millimeter-wave resonators," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.*, vol. 54 (6), pp. 2439-2446, 2006.
- [14] R. T. Chen, E. R. Brown, and C. A. Bang, "A compact low-loss Ka band filter using 3-dimensional micromachined integrated coax," in *17th IEEE International Conference on MEMS*, pp. 801-804, 2004.
- [15] S. Seghier, N. Benabdallah, N. Benahmed, N. Benmostefa and R. Bouhmidi, "Accurate closed-form formulas for the electromagnetic parameters of squared coaxial lines," *International Journal of Electronics and Communications*, vol. 62 (5), pp. 395-400, 2008.
- [16] N. Benahmed and S. Seghier, "Rigorous analytical expressions for the electromagnetic parameters of rectangular coaxial couplers with circular and square inner conductors," *Microwave Journal*, vol. 49 (8), pp. 164-174, 2006.
- [17] Y. Bekri, N. Benabdallah, D. Lachachi and N. Benahmed, "Analyze quasi-TEM rectangular coax couplers," *Microwaves & RF*, vol. 54 (1), pp. 68-72, January 2015.
- [18] O. Pironneau, C. Prud'homme, "*FreeFEM documentation: A language for the finite element method*," (Numerica 1996).
- [19] A. R. Djordjevic, M. Bazdar and T. Sarkan, "*LINPAR for windows: Matrix parameters of multiconductor transmission lines, Software and user's manual*," Artech Housse, 1999.
- [20] A.R. Djordjevic, M. Bazdar, G. Vitosevic, T. Sarkan, and R.F. Harrington, "*Scattering Parameters of Microwave Networks with Multiconductor Transmission Lines*," Artech House, Norwood, MA, 1990.
- [21] D. Lachachi, N. Benabdallah and N. Benahmed, "Coupleurs branchline TEM et quasi-TEM à lignes coaxiales classiques," *Communication Science & technology (COST)*, vol. 15, pp. 27-46, January 2015.
- [22] N. Ben Ahmed, M. Feham, and M'. Khelif, "Analysis and design of a coupled coaxial line TEM resonator for magnetic resonance imaging," *Journal of Physics in Medicine and Biology*, vol. 51, pp. 2093-2099, April 2006.
- [23] N. Benabdallah, N. Benahmed, B. Benyoucef, R. Bouhmidi and M' Khelif, "EM analysis of the slotted-tube resonator with circular cross section for MRI applications," *Journal of Physics in Medicine and Biology*, vol. 52, pp. 4943-4952, August 2007.

COUPLEURS BRANCHLINE TEM ET QUASI-TEM A LIGNES COAXIALES CLASSIQUES

Djamal LACHACHI¹, Nadia BENABDALLAH² et Nasreddine BENAHMED¹

¹Département de Génie Electrique et Electronique, Université de Tlemcen
N_Benahmed@yahoo.fr

²Département de Physique, Ecole Préparatoire des Sciences et Techniques de Tlemcen
N_Benabdallah@yahoo.fr

Abstract

In this article a novel type of Branchline coupler convenient for high power applications and for high power measurement systems is presented, analyzed and designed.

Our novel type of Branchline coupler is realized with traditional coaxial TEM and quasi-TEM lines and does not have any geometrical discontinuities.

For instance, this coupler was designed to operate at 450 MHz. The insertion loss of the coupler S_{31} and direct S_{21} paths is better than -3.73 dB over the 14.3 % bandwidth from 100 to 800 MHz. Return loss S_{11} and isolation S_{41} are better than -14.14 dB over this bandwidth.

To reach this objective and these results, it was necessary to determine numerically the electromagnetic parameters of the TEM and quasi-TEM coaxial lines. Also we developed a set of accurate closed-form formulas for the electromagnetic parameters of quasi-TEM coaxial lines.

Our analytical expressions, deduced from rigorous analysis by the finite element method and curves fitting techniques, can be easily implemented in CAD simulation tools, to design others circuits (couplers, filters...) operating at different frequencies and using the quasi-TEM coaxial line.

Our results obtained for two TEM and quasi-TEM Branchline couplers were validated by our simulations done under MATPAR and CST environments.

Keywords : *Quasi-TEM Branchline coupler / inhomogeneous coaxial ligne / electromagnetic parameters / developed expressions / scattering parameters [S] / finite element method.*

Résumé

Dans cet article, un nouveau type de coupleur Branchline destiné pour des applications dans le domaine des télécommunications hautes puissances et de mesure radiofréquence (RF) est présenté, analysé et conçu.

Notre nouveau type de coupleur Branchline est réalisé à base de tronçons de lignes coaxiales classiques TEM et quasi-TEM et ne présente pas de discontinuités géométriques.

Ce coupleur a été conçu pour fonctionner par exemple à 450 MHz et ses réponses couplée S_{31} et directe S_{21} sont meilleures que -3.73 dB dans une bande de fréquence s'étalant de 400 à 500 MHz, ce qui limite la bande passante à environ 14.3%. Les pertes de réflexion S_{11} et d'isolation S_{41} sont meilleurs que -14.14 dB dans cette même bande passante.

Pour atteindre cet objectif et ces résultats, il fallait déterminer les paramètres électromagnétiques de la ligne coaxiale homogène et inhomogène par voie numérique (méthode des éléments finis) à partir de l'énergie électrique moyenne en résolvant l'équation de Laplace. Ce qui nous a permis de développer des expressions analytiques rigoureuses pour l'ensemble des paramètres EM de la ligne coaxiale inhomogène.

Nos expressions développées peuvent être utilisées pour concevoir d'autres coupleurs Branchline fonctionnant à d'autres fréquences RF en calculant correctement la longueur des tronçons de lignes coaxiales qui les forment. En outre elles peuvent être utilisées pour concevoir d'autres circuits radiofréquences ou microondes (filtres à saut d'impédances, filtres ULB,...) utilisant la ligne coaxiale classique quasi-TEM.

Nos résultats de conceptions ont été validés par nos simulation des réponses fréquentielles de deux coupleurs TEM et quasi-TEM obtenues sous les environnements MATPAR et CST.

Mots clés : Coupleur Branchline quasi-TEM / ligne coaxiale inhomogène / paramètres électromagnétiques / expressions développées / matrice [S] / méthode des éléments finis.

1. INTRODUCTION

La théorie des lignes de transmission monofilaire, nous permet de déterminer certaines grandeurs électromagnétiques (EM) de la ligne coaxiale classique (Fig. 1), à savoir : l'impédance caractéristique Z_c , la permittivité effective ϵ_{eff} et la valeur capacitive C et inductive L, et ceci à partir de la distribution du potentiel scalaire V à l'intérieur du substrat diélectrique [1-2]. Il nous reste qu'à l'appliquer au cas de la ligne coaxiale homogène (TEM) et inhomogène (quasi-TEM).

De tels types de lignes TEM et quasi-TEM sont présentées sur la figure 1.

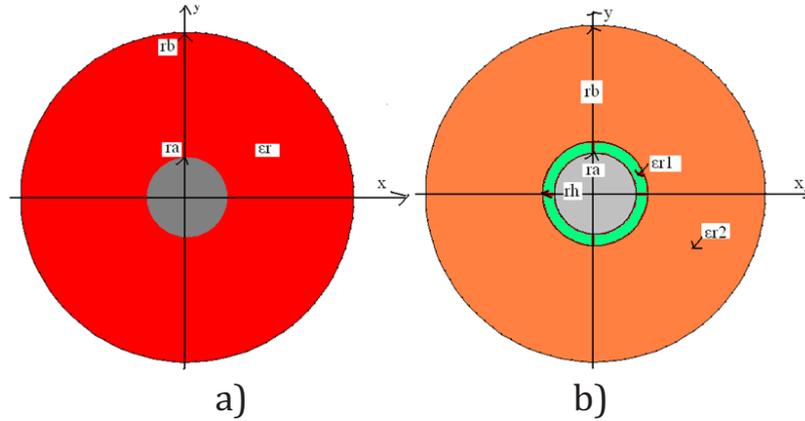


Figure 1 : Sections transversales de la ligne coaxiale homogène en a) et inhomogène en b).

Le potentiel à l'intérieur d'une ligne coaxiale homogène est régi par l'équation suivante :

$$V(r) = \frac{\text{Log}\left(\frac{r}{r_b}\right)}{\text{Log}\left(\frac{r_a}{r_b}\right)} \quad (1)$$

Il en résulte que le champ électrique est réduit à sa composante radiale et le champ magnétique à sa composante angulaire.

$$E_r = \frac{V_1 - V_2}{\text{Log}\left(\frac{r_b}{r_a}\right)} \frac{1}{r} \exp(-j\beta z) \quad (2)$$

$$E_r = \eta H_\theta \quad (3)$$

Certains résultats analytiques concernant cette ligne sont déjà établis comme suit :

La tension entre les deux conducteurs est :

$$V = (V_1 - V_2) \exp(-j\beta z) \quad (4)$$

D'où immédiatement l'impédance caractéristique Z_c :

$$Z_c = \frac{V}{I} = \frac{\eta_0}{\sqrt{\epsilon_r}} \text{Log}\left(\frac{r_b}{r_a}\right) (\Omega) \quad (5)$$

Enfin, la capacité et la self linéique sont données par :

$$C = \frac{2\pi \epsilon}{\text{Log}\left(\frac{r_b}{r_a}\right)} (F/m) \quad (6)$$

$$L = \frac{\mu}{2\pi} \text{Log} \left(\frac{r_b}{r_a} \right) (H/m) \quad (7)$$

En pratique $\mu = \mu_0$, il vient alors en unités Giorgi :

$$Z_c = \frac{60}{\sqrt{\epsilon_r}} \text{Log} \left(\frac{r_b}{r_a} \right) (\Omega) \quad (8)$$

$$C = \frac{10^{-9} \epsilon_r}{18 \text{Log} \left(\frac{r_b}{r_a} \right)} (F/m) \quad (9)$$

$$L = 0.210^{-6} \text{Log} \left(\frac{r_b}{r_a} \right) (H/m) \quad (10)$$

Pour la ligne coaxiale inhomogène, nous ne possédons pour ses paramètres EM d'aucune expression analytique exacte ou même approchées dans la littérature scientifique. Par conséquent l'utilisation de méthode numérique, telle que la méthode des éléments finis (MEF), s'impose pour résoudre ce problème de caractérisation électromagnétique.

Dans ce qui suit nous nous proposons de calculer les paramètres EM de la ligne coaxiale homogène et inhomogène en fonction de ses caractéristiques géométriques et physiques. Tout le problème revient à résoudre l'équation de Laplace $\text{div}(\epsilon_r \text{grad}_t V) = 0$ avec des conditions aux limites fixées [3, 4]. Le calcul du potentiel scalaire V repose sur une résolution numérique par la méthode des éléments finis sous l'environnement FreeFEM4 [5].

2. PARAMETRES ELECTROMAGNETIQUES

La théorie des lignes sans pertes nous permet de déterminer le champ électrique \vec{E} et le champ magnétique \vec{H} à partir du potentiel V .

L'énergie électrique moyenne W_{em} emmagasinée dans la structure d'étude et le courant I se calculent à partir du champ électrique \vec{E} et toutes les constantes primaires et secondaires de la ligne coaxiale se calculent aisément de l'énergie électrique moyenne W_{em} et à partir du courant I .

Par conséquent il est impératif que le calcul du potentiel V doit se faire avec une grande précision.

2.1 Détermination du champ électrique

On peut déduire du potentiel scalaire V , le champ électrique par simple dérivation sachant que :

$$\vec{E} = -\text{grad}(V) \quad (11)$$

2.2 Energie électrique moyenne

La structure emmagasine une énergie électrique moyenne qu'on peut déduire du champ électrique comme suit :

$$\overline{W}_{em} = \frac{1}{4} \iint \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \vec{E}_t \cdot \vec{E}_t^* dx dy. \quad (12)$$

2.3 Capacité linéique

Elle est déduite directement de l'énergie électrique moyenne. Soit :

$$C = \frac{4\overline{W}_{em}}{(V_1 - V_2)^2} \text{ en (F/m)} \quad (13)$$

Où V_1 et V_2 sont les conditions d'excitation de la ligne.

2.4 Impédance caractéristique

Elle est calculée à partir de la relation suivante :

$$Z_c = \frac{1}{v_\varphi C} \text{ en } (\Omega) \quad (14)$$

où $v_\varphi = \frac{3.10^8}{\sqrt{\varepsilon_r}}$ en (m/s) pour un milieu homogène.

Pour le cas inhomogène, $v_\varphi = \frac{3.10^8}{\sqrt{\varepsilon_{eff}}}$ en (m/s), où ε_{eff} est la permittivité

effective de la ligne calculée à partir du rapport de l'énergie électrique moyenne emmagasinée dans la ligne inhomogène sur l'énergie électrique moyenne emmagasinée dans la même ligne mais vide (diélectriques remplacés par l'air), c'est-à-dire en utilisant l'équation suivante :

$$\varepsilon_{eff} = \frac{\frac{1}{4} \iint \varepsilon_0 \varepsilon_r \cdot \vec{E}_t \cdot \vec{E}_t^* dx dy}{\frac{1}{4} \iint \varepsilon_0 \vec{E}_{t0} \cdot \vec{E}_{t0}^* dx dy} \quad (15)$$

2.5 Inductance linéique

Elle se déduit de l'impédance caractéristique Z_c et de la capacité linéique C comme suit :

$$Z_c = \sqrt{\frac{L}{C}} \Rightarrow L = Z_c^2 C \text{ en (H/m)} \quad (16)$$

Sur la base de cette théorie, nous avons établi deux programmes en utilisant le jeu d'instructions du logiciel FreeFEM4. Ces deux programmes permettent la caractérisation EM de lignes coaxiales homogènes et inhomogènes (Figure 2).

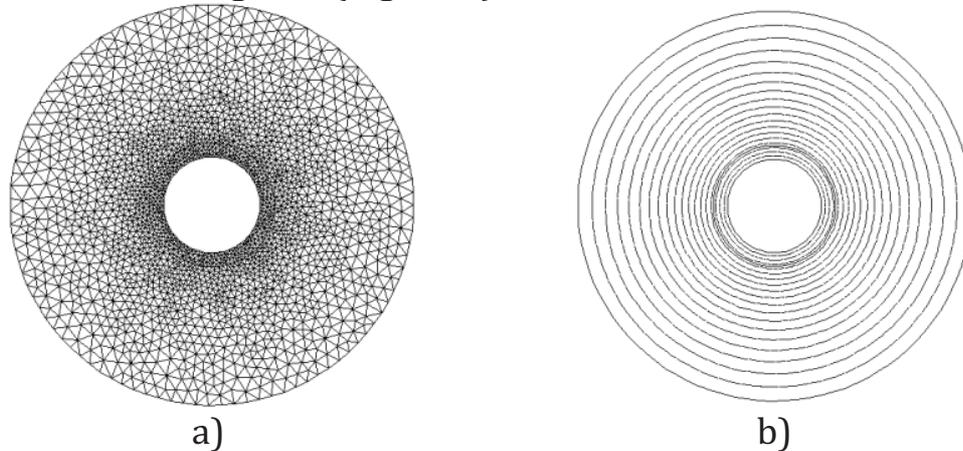


Figure 2 : Maillage en éléments finis de la section transversale en a) et distribution du potentiel scalaire après résolution de l'équation de Laplace en b) de la ligne coaxiale quasi-TEM.

3. RESULTATS DE CARACTERISATION NUMERIQUES ET VALIDATION

En premier lieu, nous avons appliqué par exemple notre programme pour une ligne coaxiale homogène dont les caractéristiques géométriques et physiques sont :

- Rayon du conducteur central : $r_a = 0.45 \text{ mm}$;
- Permittivité relative : $\epsilon_r = 2.95$

Nous avons trouvé les résultats présentés dans le tableau I. A partir de ce tableau, il apparaît clairement un très bon accord entre nos résultats obtenus par la MEF et ceux calculés analytiquement (théoriques). Ici l'erreur relative est inférieure à 0.4% pour tous les paramètres EM de la ligne homogène.

Tableau 1 : Résultats de caractérisation d'une ligne coaxiale homogène

| Paramètres EM | Résultats numériques (MEF) | Résultats analytiques (théoriques) | Erreur relative en (%) |
|---|----------------------------|------------------------------------|------------------------|
| Pour $r_b/r_a=2.7508$ | | | |
| Impédance caractéristique (Ω) | 35.4 | 35.35 | 0.141 |

| Paramètres EM | Résultats numériques (MEF) | Résultats analytiques (théoriques) | Erreur relative en (%) |
|---|----------------------------|------------------------------------|------------------------|
| Pour $r_b/r_a=2.7508$ | | | |
| Inductance linéique (nH/m) | 202.665 | 202.12 | 0.268 |
| Capacité linéique (pF/m) | 161.73 | 161.11 | 0.383 |
| Pour $r_b/r_a=4.184$ | | | |
| Impédance caractéristique (Ω) | 50.07 | 50 | 0.140 |
| Inductance linéique en (nH/m) | 286.68 | 285.93 | 0.261 |
| Capacité linéique (pF/m) | 114.33 | 114.009 | 0.280 |

En second lieu, nous nous sommes intéressés à la caractérisation de lignes coaxiales inhomogènes. Ce cas présente un grand intérêt pratique car la donnée du rayon de l'interface diélectrique-diélectrique r_h précise l'encombrement du câble coaxial.

Tout d'abord, nous avons fait une recherche numérique (recherche du rapport r_h/r_a) d'une ligne d'impédance 35.35Ω pour : $r_a=0.45$ mm, $r_b/r_a=4.184$, $\epsilon_{r1}=2.95$ et $\epsilon_{r2}=7.24$. Cette valeur de l'impédance caractéristique nous l'avons obtenue pour $r_h/r_a=1.25$, qui lui correspond $\epsilon_{eff}=5.9$, $L=286.64$ nH/m et $C=229.3$ pF/m.

Pour ce rapport r_h/r_a de 1.25, l'impédance caractéristique de la même ligne inhomogène caractérisée sous l'environnement CST [6] (Fig. 3) est trouvée égale à 35.25Ω ce qui prouve que notre programme en éléments finis du cas inhomogène est correctement réalisé.

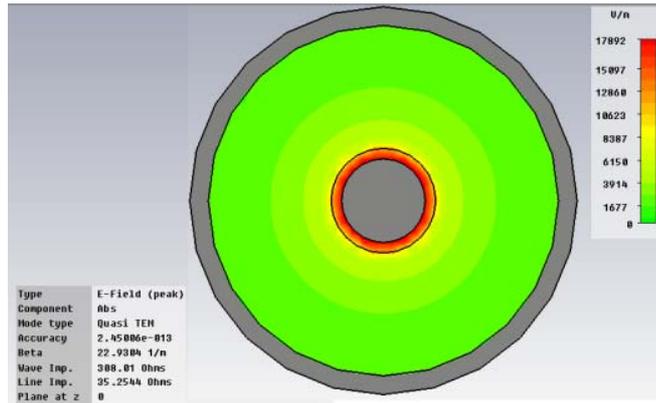


Figure 3 : Caractérisation EM d'une ligne coaxiale inhomogène sous l'environnement CST.

Ensuite, nous avons étudié la dépendance entre le rapport r_h/r_a (pour $r_b/r_a=4.184$, $\epsilon_{r1}=2.95$ et $\epsilon_{r2}=7.24$) et les paramètres EM de la ligne coaxiale inhomogène. Cette dépendance est montrée sur les graphes des figures 4 à 6.

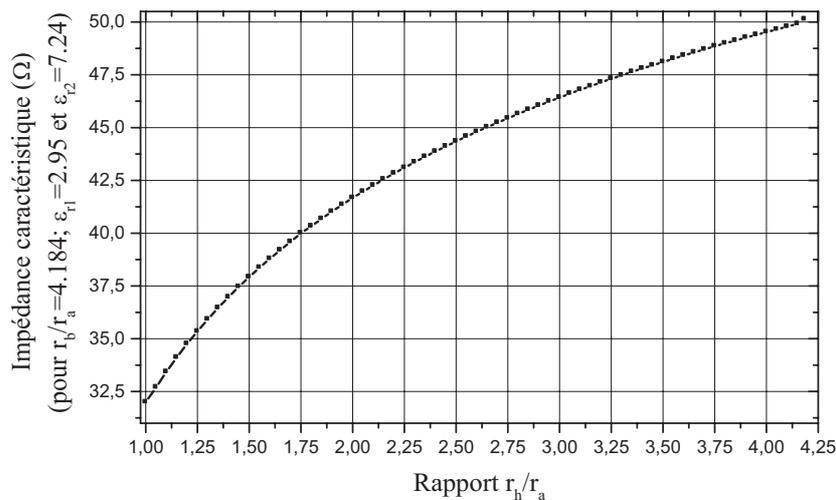


Figure 4 : Impédance caractéristique en fonction du rapport (r_h/r_a).

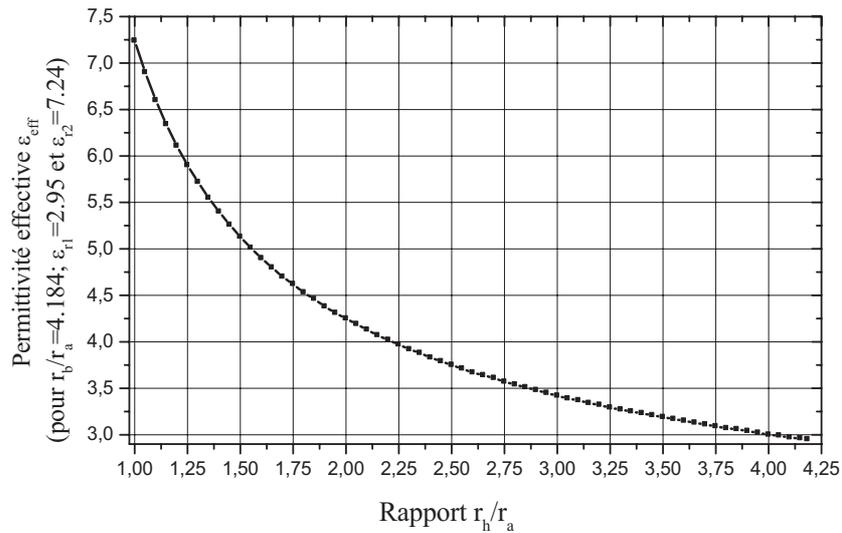


Figure 5 : Permittivité effective en fonction du rapport (r_h/r_a).

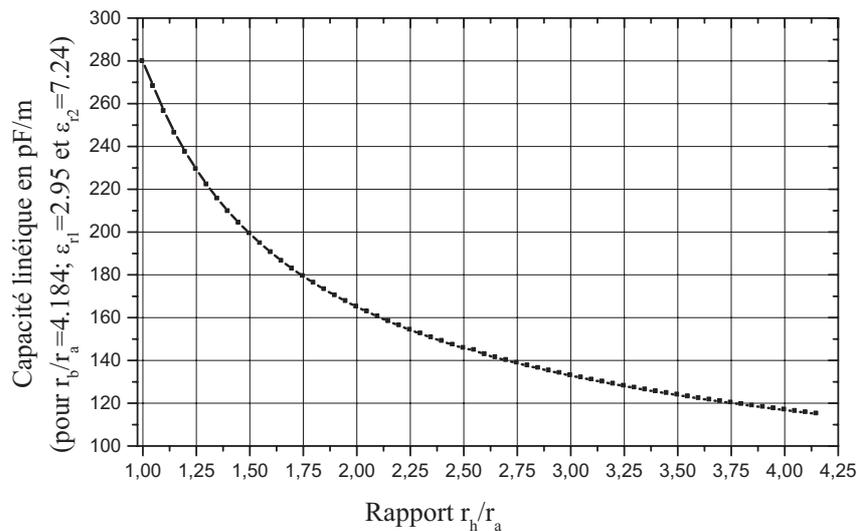


Figure 6 : Capacité linéique en fonction du rapport (r_h/r_a).

La figure 4 montre que plus le rapport r_h/r_a augmente plus l'impédance caractéristique de la ligne coaxiale augmente. Par contre la permittivité effective et la capacité linéique sont inversement proportionnelles au rapport r_h/r_a d'après les graphes des figures 5 et 6.

4. MODELES ANALYTIQUES DEVELOPPES

En utilisant une technique de lissage de nos résultats numériques obtenus par la MEF des figures précédentes, nous avons pu développer des expressions analytiques rigoureuses pour l'ensemble des paramètres caractéristiques de la ligne coaxiale inhomogène. Ces expressions se présentent comme suit.

4.1 Impédance caractéristique

L'impédance caractéristique (Z_c) de la ligne coaxiale inhomogène est exprimée par la relation suivante :

$$Z_c = Z_0 + A e^{\left(-\frac{3(r-1)}{5}\right)} \quad (\Omega) \quad (17)$$

Avec : $Z_0=52.804$; $A=-20.31$; $r=r_h/r_a$. Ce qui donne :

$$r = 1 - \frac{5}{3} \text{Log} \left(\frac{Z_c - Z_0}{A} \right) \quad (18)$$

4.2 Permittivité effective et capacité linéique

La permittivité effective et la capacité linéique de la ligne coaxiale inhomogène sont données respectivement par les relations (19) et (20).

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_c + A_1 e^{\left(-\frac{(r-1)}{0.363}\right)} + A_2 e^{\left(-\frac{(r-1)}{1.87}\right)} \quad (19)$$

Avec : $\varepsilon_c=2.417$; $A_1=1.89$; $A_2=2.915$; $r=r_h/r_a$

$$C = C_0 + A_1 e^{\left(-\frac{(r-1)}{0.376}\right)} + A_2 e^{\left(-\frac{(r-1)}{1.93}\right)} \left(\frac{pF}{m} \right) \quad (20)$$

Avec : $C_0=92.96$; $A_1=74.71$; $A_2=111.86$; $r=r_h/r_a$

Les erreurs relatives entre nos résultats numériques et ceux obtenus après lissage telles qu'elles sont montrées sur le tableau II ne dépassent pas 0.2% pour $r_h/r_a=1.25$. Ceci montre clairement la précision de nos expressions analytiques proposées pour la ligne coaxiale inhomogène.

Cette première partie de cet article consistait à déterminer les paramètres EM de la ligne coaxiale homogène et inhomogène par voie numérique en utilisant la théorie des lignes de transmission monofilaires.

Pour atteindre cet objectif, il fallait connaître la distribution du potentiel scalaire sur la section transverse de la ligne.

Or aux fréquences radioélectriques le problème s'approxime par la résolution de l'équation de Laplace. Cette résolution, nous l'avons faite en utilisant la méthode des éléments finis par le biais de nos programmes réalisés sous l'environnement FreeFEM4, et a permis le calcul des paramètres EM à partir de l'énergie électrique moyenne.

Tableau 2 : Résultats de caractérisation d'une ligne coaxiale inhomogène

| Pour $r_b/r_a=4.184$, $r_n/r_a=1.25$, $\epsilon_{r1}=2.95$, $\epsilon_{r2}=7.24$ | | | |
|---|-----------------------------------|--|-------------------------------|
| Paramètres EM | Résultats numériques (MEF) | Résultats analytiques (nos expressions) | Erreur relative en (%) |
| Impédance caractéristique (Ω) | 35.35 | 35.32 | 0.085 |
| Permittivité effective | 5.90 | 5.91 | 0.169 |
| Inductance linéique (nH/m) | 286.64 | 286.54 | 0.034 |
| Capacité linéique (pF/m) | 229.3 | 229.65 | 0.152 |

A partir des différentes simulations que nous avons pu mener, nous constatons que l'écart est faible entre nos résultats numériques et ceux ou bien analytiques déjà connus ou bien ceux numériques obtenus sous d'autres environnements tel que CST.

Nous disposons donc d'un outil informatique précieux pour la caractérisation EM de la ligne coaxiale homogène et inhomogène.

Aussi, nous avons pu développer des expressions analytiques rigoureuses pour l'ensemble des paramètres EM de la ligne coaxiale inhomogène.

Dans ce qui suit, nous allons exploiter notre outil numérique ainsi que nos résultats présentés dans la partie précédente pour la conception d'une part de coupleur Branchline TEM et d'autre part de nouveau coupleur Branchline quasi-TEM, tous réalisés à partir de tronçons de lignes coaxiales classiques.

5. COUPLEUR BRANCHLINE TEM ET QUASI-TEM

Les coupleurs dits Branchline sont des coupleurs directionnels, généralement utilisés pour une répartition à 3dB de l'énergie, avec une différence de phase de 90° entre la voie «directe» et la voie «couplée».

Ce genre de coupleur est fréquemment réalisé en technologie Micro-ruban (Fig. 7) ou Tri plaque [7-9], et fait partie des coupleurs dites à «quadrature de phase», comme il peut être réalisé en d'autres technologies, telle que par exemple la technologie MEMS (Micro Electro Mechanical Systems) [10, 11] et la technologie coaxiale comme c'est le cas dans ce travail.

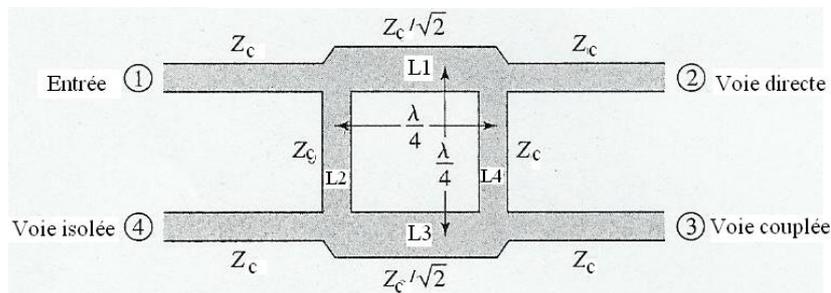


Figure 7 : Schéma d'un coupleur Branchline à lignes microrubans.

D'après le schéma de la figure 7, l'énergie entre par du port 1 et va se trouver divisée entre le port 2 (voie directe) et le port 3 (voie couplée), avec une différence de phase de 90° entre les sorties. Aucune énergie n'est transmise au port 4 (c'est le port isolée).

Sa matrice de répartition en puissance [S] a la forme suivante :

$$[S] = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & j & 1 & 0 \\ j & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & j \\ 0 & 1 & j & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

En pratique, à cause des longueurs d'onde $\lambda/4$ nécessaires, la bande passante d'un coupleur Branchline 3dB est limitée à 10-20%. Mais grâce à des tronçons de lignes multi sections par exemple, il est possible d'améliorer la bande passante.

De plus il est possible de répartir de manière non égale l'énergie sur les ports de sortie en jouant sur les impédances caractéristiques des tronçons de ligne.

Un autre point pratique critique auquel il faut prêter attention est l'effet de discontinuité présent à chaque coin du coupleur entre les lignes d'impédance non égales. Ceci peut nécessiter quelques modifications physiques ou géométriques.

5.1 Méthode de conception

La conception des coupleurs Branchline se fait systématiquement pour une longueur d'onde $l=\lambda/4$, à l'aide de tronçons de ligne quart-d'onde comme suit [12] :

- Choix de technologie pour réaliser le coupleur (coaxiale, microruban, MEMS,...) ;
- Choix du substrat diélectrique ($\epsilon_r, \epsilon_{r1}, \epsilon_{r2}$) ;
- Détermination des dimensions géométriques des tronçons de lignes utilisées au moyen d'expressions analytiques ou de graphes selon que l'impédance caractéristique est $Z_c=50 \Omega$ ou $Z_c=35.35 \Omega$;
- Calcul des dimensions longitudinales de chaque tronçon de ligne du coupleur Branchline (longueur l), pour une fréquence de fonctionnement donnée, en utilisant la relation suivante.

$$l = \frac{c}{4f \sqrt{\epsilon_{eff}}} \quad (\text{avec } c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}) \quad (22)$$

5.2 Conception de coupleur Branchline TEM fonctionnant à 450MHz

Pour concevoir un coupleur Branchline TEM fonctionnant à 450 MHz et utilisant des tronçons de câbles coaxiaux homogènes (L_1, L_2, L_3, L_4) de type RG58 ($r_a=0.45$ mm, $\epsilon_r=2.95$), nous avons analysé la structure représentée sur la figure 7.

Pour les lignes coaxiales de longueur 97 mm, la largeur de conducteur interne (r_a) a été maintenue constante. Le rayon (r_b) du conducteur extérieur a été varié pour modifier l'impédance caractéristique de la ligne. Toutes les dimensions et les paramètres électromagnétiques, obtenus à partir d'une caractérisation numérique par la MEF ou à partir d'expressions analytiques, pour les tronçons de lignes du coupleur sont donnés dans le tableau I.

Pour ces paramètres géométriques et physiques et en utilisant un modèle numérique adapté [13] les réponses fréquentielles dans la bande [100÷800] MHz du coupleur Branchline TEM que nous avons conçu au moyen des lignes coaxiales homogènes, sont montrées par les graphes de la figure 8.

Les réponses simulées respectivement couplée S_{31} et directe S_{21} sont meilleures que -3.75 dB dans une bande de fréquence s'étalant de 400 à 500 MHz, ce qui limite la bande passante à environ 14.3%. Les pertes de réflexion S_{11} et d'isolation S_{41} sont meilleurs que -14 dB dans cette même bande passante.

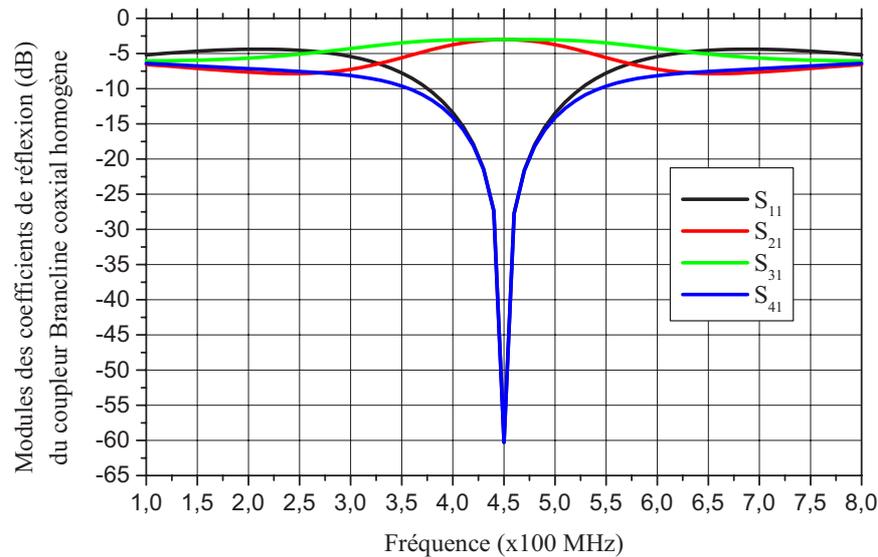


Figure 8 : Réponses fréquentielles du coupleur Branchline TEM sous l'environnement MATPAR.

La même simulation du fonctionnement du coupleur Branchline TEM que nous avons conçu a été faite sous l'environnement CST (Fig. 9). Ses réponses fréquentielles représentées sur la figure 10 sont en bon accord avec ceux obtenues sous l'environnement MATPAR.

Rappelons qu'un point pratique critique auquel il faut résoudre est l'effet de discontinuité présent à chaque coin du coupleur entre les tronçons de lignes d'impédance non égales.

Pour résoudre ce problème de discontinuité géométrique et en se servant de nos expressions analytiques que nous avons développées, nous avons pensé à concevoir un coupleur Branchline quasi-TEM ne présentant pas de discontinuités géométriques mais utilisant deux tronçons de lignes coaxiales inhomogènes (L_1, L_3) d'impédances 35.35 Ω et de rapport ($r_b/r_a=4.184$) égal à celui des deux autres tronçons de lignes coaxiales homogènes (L_2, L_4) d'impédances 50 Ω . Nos résultats de conception et de simulation se présentent comme suit.

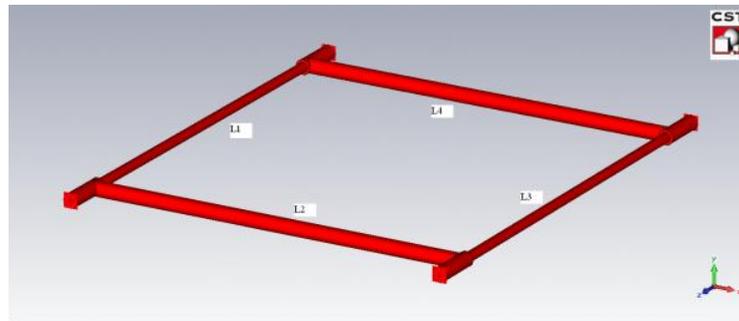


Figure 9 : Schéma en 3D du coupleur Branchline TEM fonctionnant à 450 MHz.

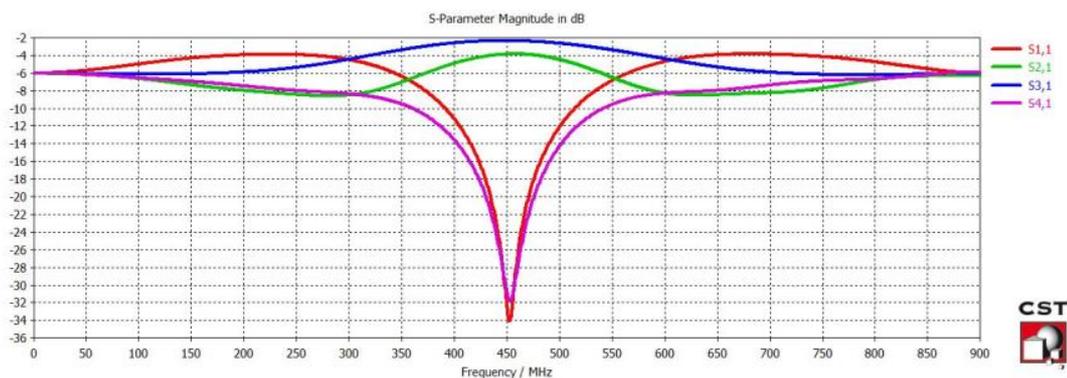


Figure 10 : Réponses fréquentielles du coupleur Branchline TEM sous l'environnement CST.

5.3 Conception de coupleur Branchline quasi-TEM fonctionnant à 450MHz

Pour tous les tronçons de lignes coaxiales de notre coupleur quasi-TEM, le rapport r_b/r_a a été maintenu constant.

Les deux tronçons inhomogènes de longueur 68.6 mm sont à substrats diélectriques de permittivités relatives de 2.95 et 7.24 utilisés respectivement dans la réalisation du RG58 et du RG213.

Dans le but de concevoir des tronçons de lignes coaxiales inhomogènes d'impédances 35.35Ω et ayant un rapport r_b/r_a égal à 4.184, il nous a fallu prendre un rapport r_h/r_a égal à 1.25 en utilisant la relation (18).

Une représentation en 3D de notre nouveau type de coupleur Branchline quasi-TEM ne présentant aucune discontinuité géométrique et utilisant des tronçons de lignes coaxiales est montrée sur la figure 11.

Toutes les dimensions et tous les paramètres électromagnétiques, obtenus à partir de nos expressions analytiques développées et à partir de nos caractérisations EM par la MEF, pour les tronçons de lignes du coupleur quasi-TEM sont donnés dans le tableau II.

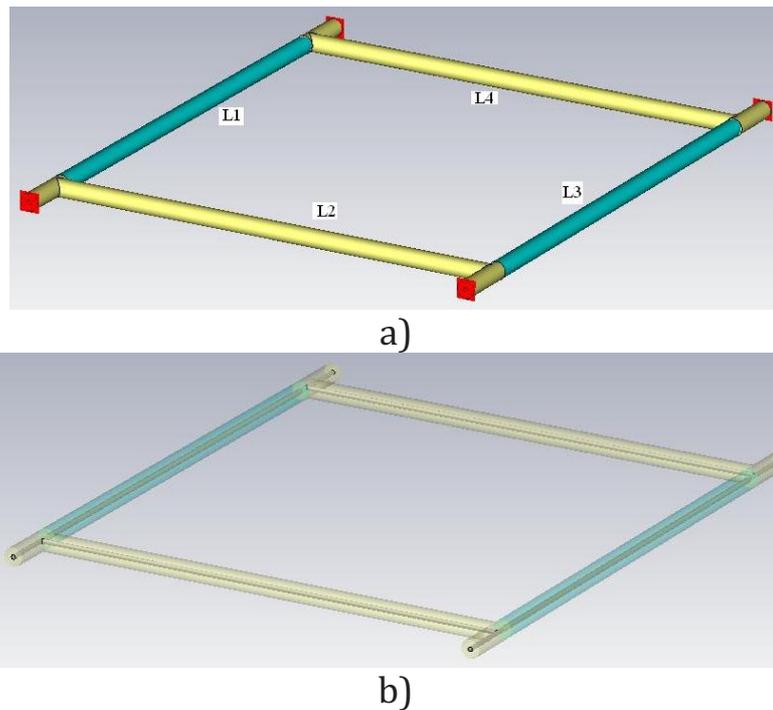


Figure 11 : Schéma en 3D du nouveau type de coupleur Branchline quasi-TEM fonctionnant à 450 MHz, en a) dessin global et en b) dessin détaillé.

Pour ces paramètres géométriques et physiques les réponses fréquentielles obtenues sous l'environnement MATPAR dans la bande [100÷800] MHz du nouveau type de coupleur Branchline quasi-TEM que nous avons conçu, sont montrées par les graphes de la figure 12.

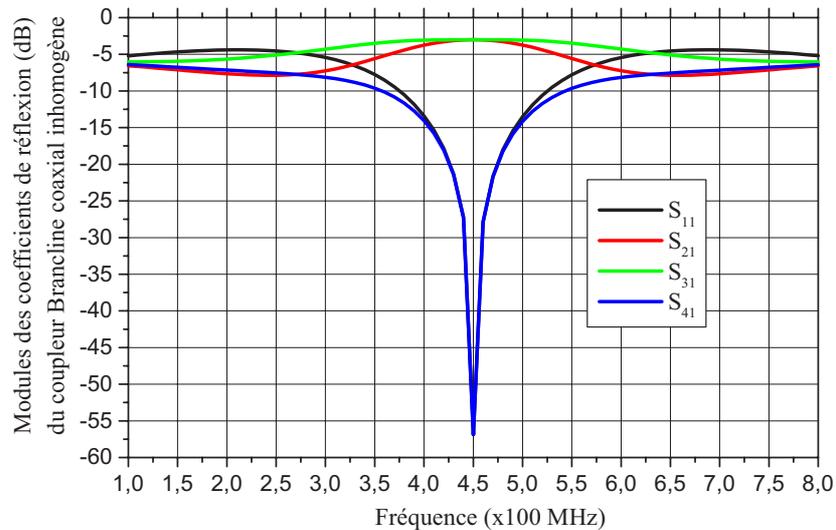


Figure 12 : Réponses fréquentielles de notre coupleur Branchline quasi-TEM, obtenues sous l'environnement MATPAR.

Pour notre nouveau type de coupleur Branchline quasi-TEM, les réponses couplée S_{31} et directe S_{21} sont meilleures que -3.73 dB dans une bande de fréquence s'étalant de 400 à 500 MHz, ce qui limite la bande passante à environ 14.3%. Les pertes de réflexion S_{11} et d'isolation S_{41} sont meilleurs que -14.14 dB dans cette même bande passante.

La différence de phase, en fonction de la fréquence, entre les deux voies de sortie (directe et couplée) de notre nouveau type de coupleur quasi-TEM est également représentée sur la figure 13. Sur cette figure nous remarquons clairement que dans la bande de fréquence [400÷500] MHz la différence de phase entre les deux voies de sortie est de 90° et qui est la valeur recherchée durant notre conception [14].

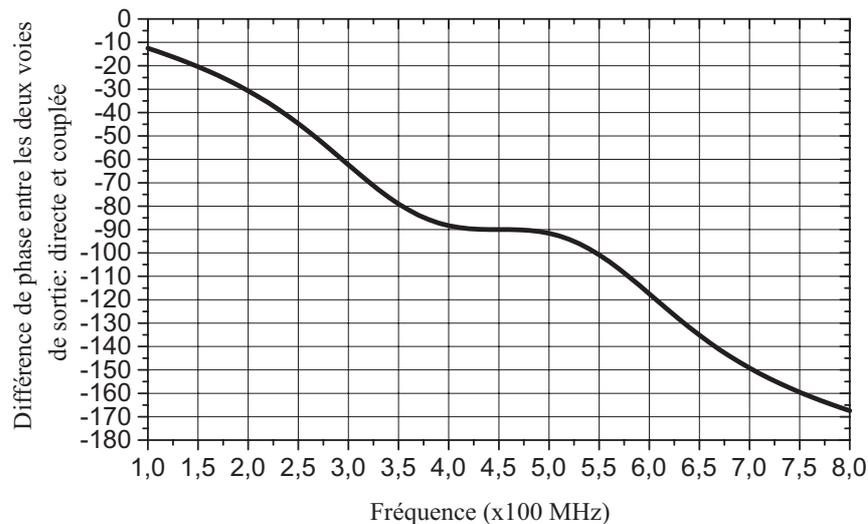


Figure 13 : Différence de phase en fonction de la fréquence entre les deux voies de sortie (directe et couplée) de notre coupleur Branchline quasi-TEM, obtenue sous l'environnement MATPAR.

6. CONCLUSION

Dans cet article, nous avons conçu un nouveau type de coupleur Branchline ne présentant pas de discontinuités géométriques.

Notre coupleur, réalisé à base de tronçons de lignes coaxiales classiques TEM et quasi-TEM, trouve son application dans le domaine des télécommunications hautes puissances et de mesure radiofréquence.

Pour atteindre cet objectif, il fallait déterminer les paramètres EM de la ligne coaxiale homogène et inhomogène par voie numérique (MEF) à partir de l'énergie électrique moyenne en résolvant l'équation de Laplace. Ce qui nous a permis de développer des expressions analytiques rigoureuses pour l'ensemble des paramètres EM de la ligne coaxiale inhomogène.

Nos résultats de conceptions ont été validés par nos simulations des réponses fréquentielles des deux types de coupleur TEM et quasi-TEM obtenues sous les environnements MATPAR et CST.

REFERENCES

- [1] N. Benabdallah, N. Benahmed, S. Seghier and R. Bouhmidi, "Sliced coaxial cables form compact couplers," *Microwaves and RF*, vol. 46, no. 7, pp. 90-94, July 2007.
- [2] R. E. Collin, *Foundations for Microwave Engineering*, 2nd ed. New York: McGraw-Hill, 1992.
- [3] K. Aliane, N. Benabdallah, N. Benahmed, R. Bouhmidi and F.T. Bendimerad, "Analysis and design of a quasi-TEM slotted tube resonator for UHF-MRI," *International Journal of Modern Engineering Research (IJMER)*, vol.2, Issue.2, pp. 233-238, Mar-Apr 2012.
- [4] N. Benabdallah, N. Benahmed, B. Benyoucef, R. Bouhmidi and M' Khelif, "EM analysis of the slotted-tube resonator with circular cross section for MRI applications," *Journal of Physics in Medicine and Biology*, vol. 52, pp. 4943-4952, August 2007.
- [5] FreeFEM4 : manuel d'utilisation. <http://www.freefem.org>
- [6] CST-Computer Simulation Technology, 2010. <http://www.cst.com>
- [7] T. Hasegawa, S. Banba, H. Ogawa, "A branchline hybrid, using valley microstrip lines," *Microwave and Guided Wave Letters, IEEE*, vol. 2, issue. 2, pp. 76-78, Feb. 1992.
- [8] K. O. Sun, S. J. Ho, C. C. Yen and D. Weide, "A Compact branch-line coupler using discontinuous microstrip lines," *IEEE Microwave and wireless components letters*, vol. 15, no. 8, pp. 519-520, August 2005.
- [9] K. Hettak, G. A. Morin, M. G. Stubbs, "Compact MMIC CPW and asymmetric CPS branch-line couplers and Wilkinson dividers using shunt and series stub loading," *Microwave theory and techniques, IEEE transactions*, vol. 53, issue 5, pp. 1624-1635, May 2005.
- [10] J. Reid, R. Webster, "A 60 GHz branch line coupler fabricated using integrated rectangular coaxial lines," In: *MTT-S International Microwave Symposium Digest*, pp. 441-444, 2004.
- [11] R.T. Chen, E. R. Brown, R. S. Singh, "A Compact 30 GHz low loss balanced hybrid coupler fabricated using micromachined integrated coax," *Radio and Wireless Conference*, pp. 227-230, IEEE 2004.

- [12] S. Seghier, N. Benabdallah, N. Benahmed, N. Benmostefa, R. Bouhmidi, "Accurate closed-form formulas for the electromagnetic parameters of squared coaxial lines," *International Journal of Electronics and Communications*, (AEÜ), vol. 62, no 5, pp. 395-400, 2008.
- [13] A.R. Djordjevic, M. Bazdar, G. Vitosevic, T. sarkar and R.F. harrington, *Scattering parameters of microwave networks with multiconductor transmission lines*, Artech Housse, 1990.
- [14] M. N. Do, *Co-conception et caractérisation de circuits actifs et passifs tri-dimensionnels en bande K pour l'intégration de microsystèmes sur silicium aux fréquences millimétriques*, Thèse de Doctorat de l'Université Paul Sabatier de Toulouse, France 2007.



Expressions for the TEM-parameters deduced from FEM-analyses for shielded and coupled cylindrical striplines



Yamina Bekri, Nadia Benabdallah, Djamal Lachachi, Nasreddine Benahmed*

University of Tlemcen, P.O. Box 119, 13000 Tlemcen, Algeria

ARTICLE INFO

Article history:

Received 14 July 2015

Accepted 19 November 2015

Keywords:

TEM-shielded and coupled cylindrical stripline
EM-parameters
FEM results
Curve-fitting techniques
Analytical expressions
50 Ω -directional coupler

ABSTRACT

This paper presents expressions for the transverse electromagnetic (TEM) parameters of high-frequency shielded and coupled cylindrical striplines that can support a variety of compact high-power RF/microwave circuits, including filters and directional couplers. In the electrostatic domain, the problem is to solve for the even- and odd-modes the Laplace equation of homogeneous cases, with fixed boundary conditions. The calculation is made using the finite element method in two dimensions (2D FEM) under freeFEM environment. Our realized CAE program based on the 2D FEM was adapted for characterizing the EM-parameters of the general configuration of the shielded and coupled cylindrical stripline structure. The FEM-results are very close with those obtained by other methods of the scientific literature. In the case of our studied structure, comparisons between the 2D FEM-results and those we obtained under LINPAR environment using our program based on the method of moments (2D MoM) show a good agreement between the results. When the TEM-parameters are determined it is possible to deduce and propose rigorous analytical expressions based on curve-fitting techniques done under Origin50 graph environment. Our proposed models, with relative errors less than 1 percent, cover all the practically used substrate materials for those TEM-coupled cylindrical striplines with a wide range of geometrical parameters (r_2/r_1) and (θ) varying respectively between 1.5–9 and 5–179°. Using these analytical models, an analysis can be readily implemented in modern CAE software tools for the design of high-power microwave and wireless components. For instance, we show our design results of a 50 Ω -cylindrical stripline TEM-directional coupler with 20-dB of coupling and operating at 2 GHz, obtained with our proposed expressions. The obtained scattering parameters (S-parameters) show excellent performance in terms of directivity (45 dB) and isolation (65 dB). The S-coupling of the TEM-directional coupler obtained under MATPAR environment was validated by our result obtained using CST MICROWAVE STUDIO software and confirm the accuracy and the usefulness of our accurate concise closed-form expressions.

© 2015 Elsevier GmbH. All rights reserved.

1. Introduction

Recently, curved surface substrates have attracted an attention as materials of antennas and front ends for portable terminals. The investigations on cylindrical and coupled cylindrical striplines have been a topic of interest for more than thirteen years [1–7]. Cylindrical striplines can be made by wrapping flexible dielectric material around a cylindrical surface, and are used for the excitation of conformal arrays. Furthermore, these lines can also be used in the design of couplers, transition adaptors, baluns, filters, and impedance transformers. For the EM-characterization of cylindrical and coupled cylindrical striplines, numerical studies can provide accurate results but are not convenient in the design

optimisation and they are too time-consuming. Analytical studies result in closed-form expressions are very suitable for analysis and design and are vital to the use of computer-aided design techniques.

Different solution methods have been reported in the scientific literature for obtaining the EM-parameters of the cylindrical stripline. Wang [1] solved Laplace's equation by a dual series method and presented extensive results on the characteristic impedance of cylindrical stripline. Joshi et al. [2] determined the characteristic impedance of homogeneous filled cylindrical striplines by a residue calculus technique. Zeng et al. [3] used conformal transformation to find expressions for the characteristic impedance in a closed form for cylindrical and elliptical striplines with zero and finite thickness strip conductors. Chan et al. [4] analyzed a class of cylindrical transmission lines by using an iterative approach. Reddy et al. [5] obtained a closed-form expression for the characteristic impedance of a cylindrical stripline with multilayer dielectrics. For coupled cylindrical striplines Das et al. derived in [6]

* Corresponding author.

E-mail address: n.benahmed@yahoo.fr (N. Benahmed).

the expression for even- and odd-mode characteristic impedances, based on TEM-mode approximation. Deshpande et al. presented a method of analysis for TEM-coupled cylindrical striplines using spectral domain in [7] and for quasi-TEM cylindrical striplines using variational techniques in [8]. Terada et al. presented in [9] a unified analytical method for the general structure of quasi-TEM coupled cylindrical striplines without shielding convenient for low power applications.

In all these works, the analytical expressions of the inductance (L) and the capacitance (C) per unit length of cylindrical striplines and the analytical expressions of the $[L]$ and $[C]$ matrices of shielded coupled cylindrical striplines have not been investigated. The knowledge of these EM-parameters (L , C , $[L]$ and $[C]$) is essential for the designer and for the use of some commercial software such as MATPAR software [10] if frequency response of a given high-power RF/microwave circuit using shielded cylindrical or/and shielded coupled cylindrical striplines, has to be found. Accordingly, in Ref. [11], we proposed closed-form expressions for the characteristic impedance, the inductance per unit length and the capacitance per unit length of the shielded cylindrical stripline. The available expressions found in the scientific literature for the coupled cylindrical striplines are so lengthy, cumbersome and contain many intermediate parameters. In this work, finite element method analysis in 2D has to be adopted to study and reveal the EM-parameters of shielded and coupled cylindrical stripline accurately. The FEM-results, obtained under FreeFEM environment [12] are very close with those we obtained using our program based on the method of moments [13]. Moreover, simple design expressions for the EM-parameters of the shielded and coupled cylindrical stripline are derived and presented for a wide range of conducting arc strip radius to inner conductor radius (r_2/r_1) ratios and strip angle values (θ) varying respectively between 1.5–9 and 5–179°. Using these equations, an analysis can be readily implemented in modern CAE software tools for the design of high-power microwave and wireless components. For example, we show our design results of a 50 Ω -shielded cylindrical stripline TEM-directional coupler having 20-dB of coupling and operating at 2 GHz, obtained with our proposed expressions, with minimum directivity of 45 dB and with good isolation of 65 dB. The S-coupling of the TEM-directional coupler obtained under MATPAR environment was validated by our result obtained using CST MICROWAVE STUDIO software [14] and confirm the accuracy and the usefulness of our accurate concise closed-form expressions.

2. Finite element analyses

The geometry of a shielded and coupled cylindrical stripline is shown in Fig. 1. It has two infinitely circular conducting arc strips with radius of (r_2), conduction angle of (θ) and finite thickness of (t) placed between two cylindrical ground planes with inner and outer radius of (r_1) and (r_3), respectively, and window angle of (α) where ($\alpha = \pi - \theta$). A dielectric material with relative permittivity (ϵ_r) fills the inside of the TEM-structure.

In this paper, finite element method analysis has to be adopted in electrostatic domain in order to solve in 2D, for the two modes (even and odd), the Laplace equation (Eq. (1)) of homogeneous cases i.e. of TEM-structure, with fixed boundary conditions.

$$\text{div}[\nabla_t V(x, y)] = 0 \quad (1)$$

where for even mode: $V = 1$ V on the two circular conducting arc strips of (r_2 , θ , t); $V = 0$ on the central conductor of radius (r_1) and on the shield of radius (r_3). For the odd mode: $V = 1$ V on one of the two circular conducting arc strips; $V = -1$ V on each other and $V = 0$ on the two cylindrical ground conductors (central conductor and shield).

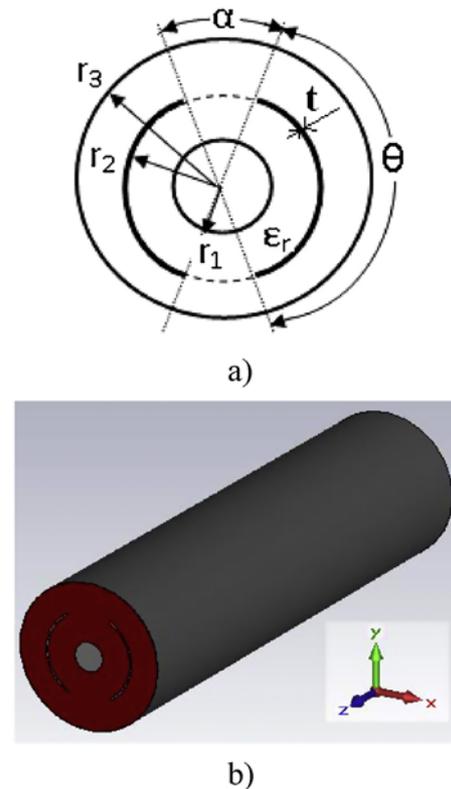


Fig. 1. Graphical depiction of a shielded and coupled cylindrical stripline, in both a cross-sectional view (a) and in a three-dimensional (3D) view (b).

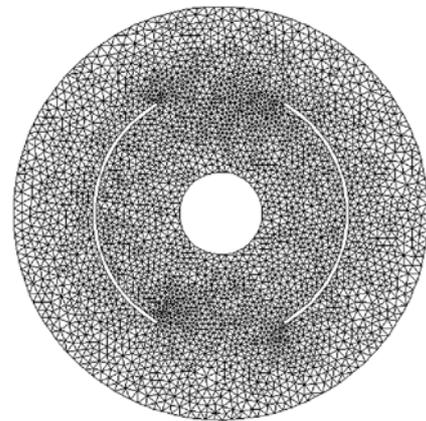


Fig. 2. Example of FEM-meshes of the coupled cylindrical stripline obtained under freeFEM environment.

The solution of Eq. (1) is found using the 2D FEM under freeFEM environment and its solution represents the distribution of potential (V) at the various mesh nodes of the shielded structure. For instance, Fig. 2 shows the FEM-meshes of the shielded and coupled cylindrical stripline with negligible thickness (t) to radius (r_1) of the central conductor, obtained for $r_3/r_1=5$, $r_2/r_1=3$ and $\theta=120^\circ$ and Fig. 3 shows the potential distributions, obtained after 2D FEM-resolution of Eq. (1) for the even- and odd-mode with $r_3/r_1=5$, $r_2/r_1=3$ and with conduction angles (θ) respectively of 30° (Fig. 3a) and 100° (Fig. 3b).

In the design of high-power RF/microwave circuit using the shielded and coupled cylindrical striplines, we will need the EM-parameters: the even- and odd-mode characteristic impedances (Z_{0e} and Z_{0o}), the coupling coefficient (k) and the $[L]$ and $[C]$ matrices, calculated numerically here from the average electrical energy

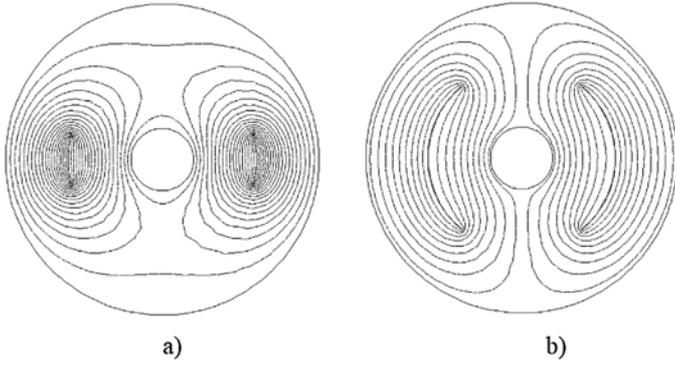


Fig. 3. 2D surface potential distribution of coupled cylindrical stripline: (a) even-mode with $\theta=30^\circ$, (b) odd-mode with $\theta=100^\circ$ obtained under freeFEM environment.

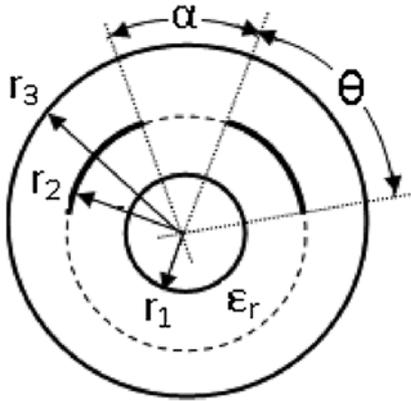


Fig. 4. Cross-sectional view of the general configuration of shielded and coupled cylindrical stripline.

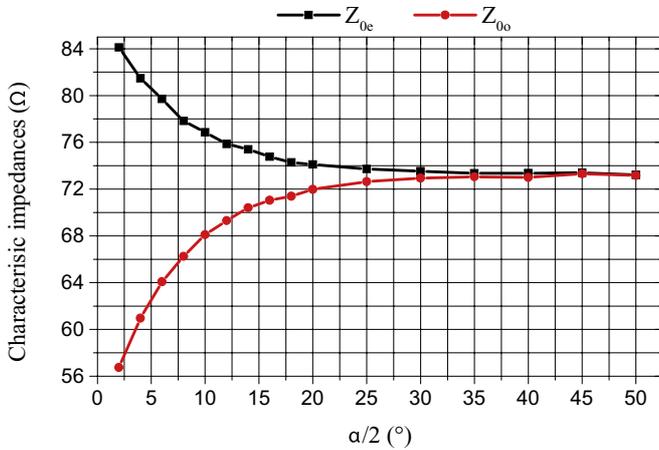


Fig. 5. Impact of the half separation angle on the characteristic impedances (Z_{0e} and Z_{0o}) of the structure of Fig. 4, obtained using our adapted CAE program.

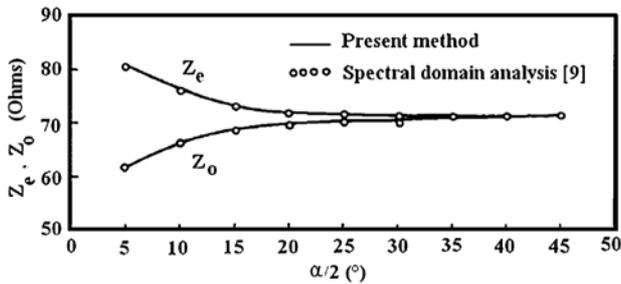


Fig. 6. Effect of the half separation angle on the characteristic impedances (Z_{0e} and Z_{0o}) shown in Refs. [7,8].

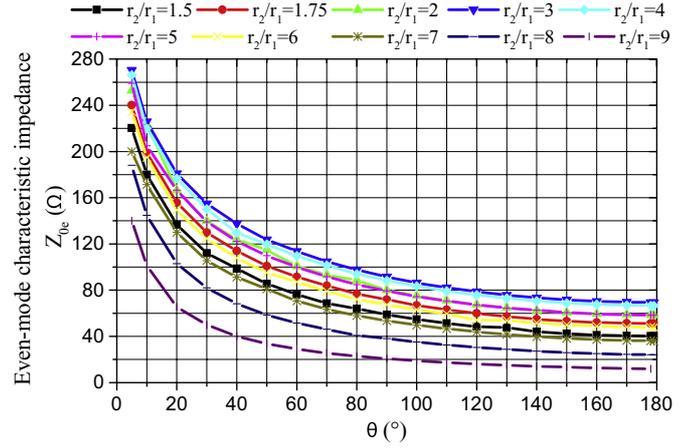


Fig. 7. Even-mode characteristic impedance of the shielded and coupled cylindrical stripline as a function of strip angle for different strip radius to inner conductor radius ratios.

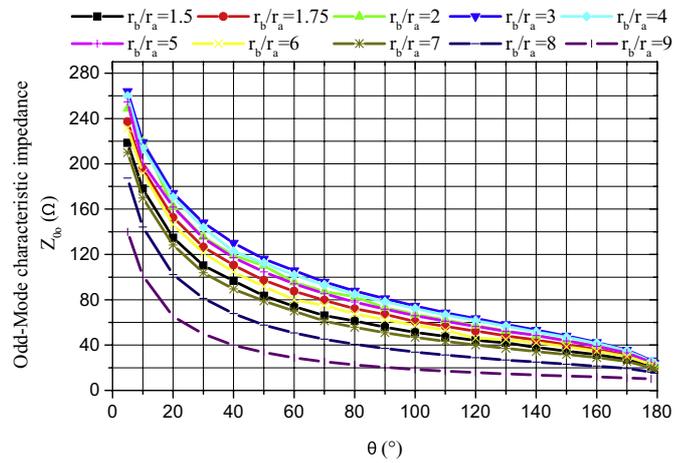


Fig. 8. Odd-mode characteristic impedance of the shielded and coupled cylindrical stripline as a function of strip angle for different strip radius to inner conductor radius ratios.

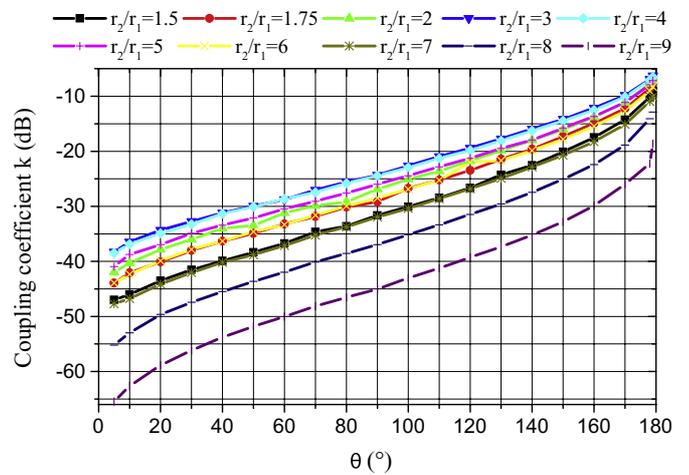


Fig. 9. Coupling coefficient of the shielded and coupled cylindrical stripline as a function of strip angle for different strip radius to inner conductor radius ratios.

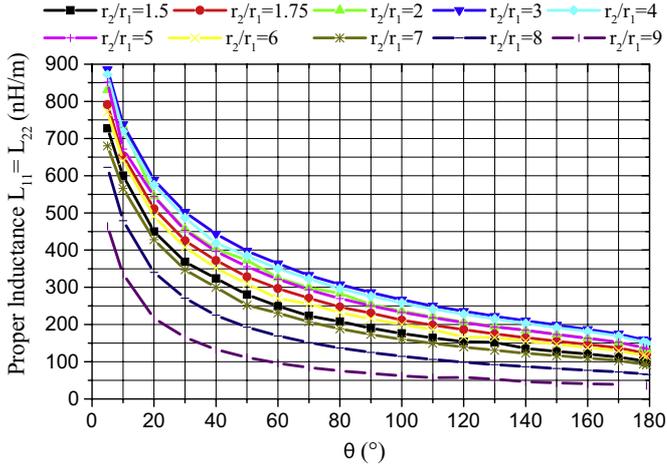


Fig. 10. Proper inductance of the shielded and coupled cylindrical stripline as a function of strip angle for different strip radius to inner conductor radius ratios.

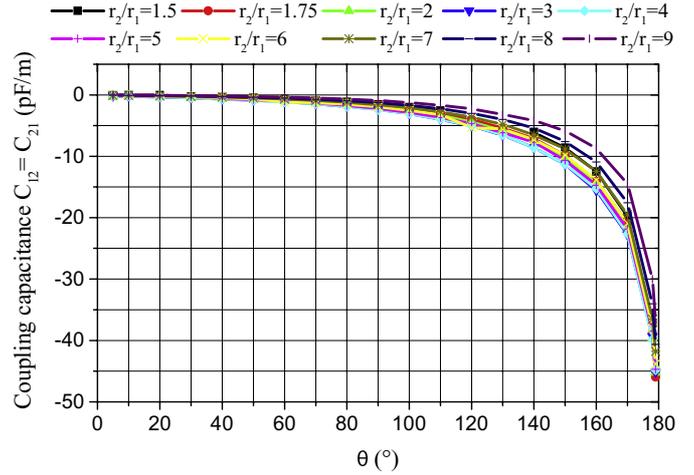


Fig. 13. Coupling capacitance of the shielded and coupled cylindrical stripline as a function of strip angle for different strip radius to inner conductor radius ratios.

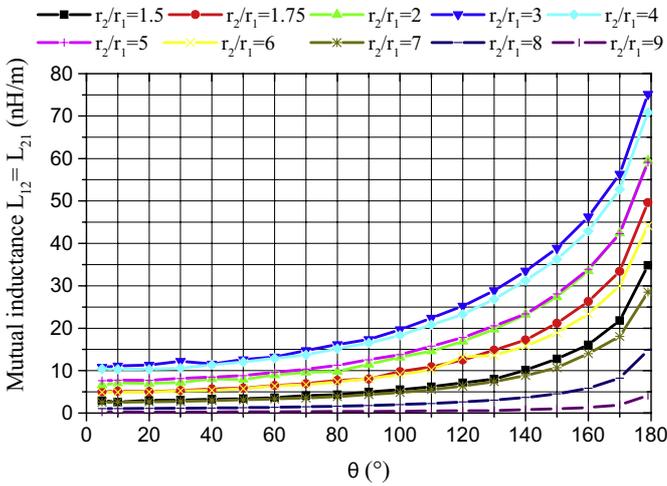


Fig. 11. Mutual inductance of the shielded and coupled cylindrical stripline as a function of strip angle for different strip radius to inner conductor radius ratios.

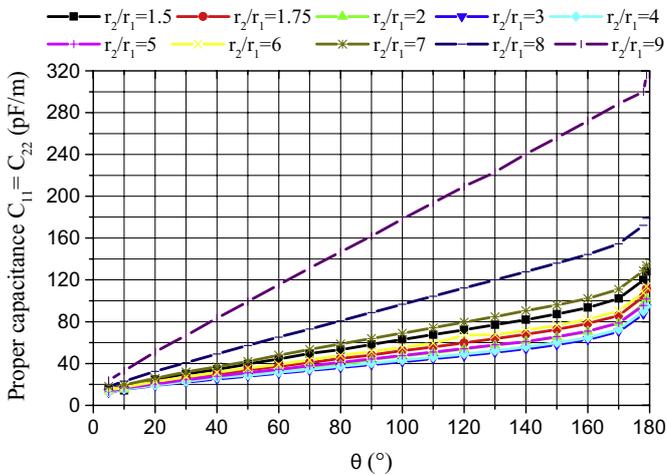


Fig. 12. Proper capacitance of the shielded and coupled cylindrical stripline as a function of strip angle for different strip radius to inner conductor radius ratios.

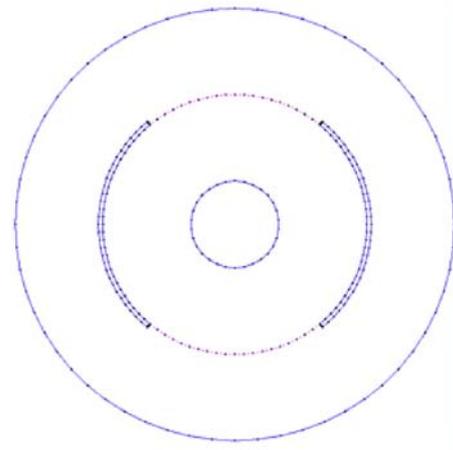


Fig. 14. The segmentation of the charged surfaces used to analyze the cross section of the shielded and coupled cylindrical stripline under LINPAR environment.

(W_{em}) stored in the TEM-structure for the two modes (even and odd) and consequently from the potential distribution obtained after resolution of Laplace equation [15].

$$W_{em(e,o)} = \frac{1}{4} \iint \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}_{t(e,o)} \cdot \vec{E}_{t(e,o)}^* dx dy \quad (2)$$

where $\vec{E}_{t(e,o)} = -\text{grad}_{t(e,o)}(V)$ is the transverse electrical field for a given mode (even or odd).

The coupling coefficient (k) of the shielded and coupled cylindrical striplines is easily determined using Eq. (3).

$$k = 20 \log \left(\frac{Z_{0e} - Z_{0o}}{Z_{0e} + Z_{0o}} \right) \text{ (dB)} \quad (3)$$

While the values of the even- and odd- mode characteristic impedances Z_{0e} and Z_{0o} are calculated from the capacitance per unit length and from the phase velocity of the TEM-structure:

$$Z_{0(e,o)} = \frac{1}{v_{(\varphi)} C_{(e,o)}} \text{ (\Omega)} \quad (4)$$

where $v_{(\varphi)} = (c_0/\sqrt{\epsilon_r})(\text{m/s})$ and $C_{(e,o)} = (4W_{em(e,o)})/(V_1 - V_2)^2$ with V_1 and V_2 are the excitation conditions of TEM-coupled structure ($V_1=1\text{ V}$ and $V_2=0$).

Table 1

EM-parameters of the shielded and coupled cylindrical stripline obtained by 2D FEM and 2D MoM methods.

| EM-parameters ($\epsilon_r=1$) | FEM | MoM | Relative errors in percent |
|----------------------------------|--------|--------|----------------------------|
| $Z_{0e}(\Omega)$ | 53.38 | 53.14 | 0.45 |
| $Z_{0o}(\Omega)$ | 51.05 | 50.80 | 0.49 |
| k (dB) | -33.03 | -32.95 | 0.24 |
| $L_{11} = L_{22}$ (nH/m) | 173.14 | 173.30 | 0.09 |
| $L_{12} = L_{21}$ (nH/m) | 3.86 | 3.89 | 0.78 |
| $C_{11} = C_{22}$ (pF/m) | 63.87 | 64.22 | 0.55 |
| $C_{12} = C_{21}$ (pF/m) | -1.42 | -1.45 | 2.11 |

Table 2

Comparisons between our FEM- and our proposed expressions-results.

| EM-parameters | FEM results | Analytical results | Relative errors in percent |
|--------------------------|-------------|--------------------|----------------------------|
| $Z_{0e}(\Omega)$ | 55.390 | 55.806 | 0.75 |
| $Z_{0o}(\Omega)$ | 45.375 | 44.947 | 0.95 |
| k (dB) | -20.054 | -19.976 | 0.39 |
| $L_{11} = L_{22}$ (nH/m) | 164.055 | 162.953 | 0.68 |
| $L_{12} = L_{21}$ (nH/m) | 15.602 | 15.730 | 0.82 |
| $C_{11} = C_{22}$ (pF/m) | 64.821 | 64.248 | 0.90 |
| $C_{12} = C_{21}$ (pF/m) | -5.498 | -5.484 | 0.26 |

The elements of the capacitance matrix $[C]$ of the TEM-shielded and cylindrical stripline are calculated as follows:

$$C_{11} = C_{22} = \frac{(C_e + C_o)}{2} \tag{5a}$$

$$C_{12} = C_{21} = \frac{(C_e - C_o)}{2} \tag{5b}$$

The elements of the matrix $[L]$ can be obtained from the matrix $[C]$ when the TEM-structure is empty, i.e. for $(\epsilon_r)=1$ [16,17]. The inductance matrix in terms of $[C]$ is:

$$[L] = \mu_0 \epsilon_0 [C]^{-1} \tag{6}$$

where $[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{bmatrix}$; $[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix}$.

Based on this simplified theory, we established in our previous works [15–20] an adapted CAE program to numerically calculate the EM-parameters, which are strongly dependent on the geometrical and physical ones, of a given TEM or quasi-TEM coupled structure. For our studied TEM shielded and coupled cylindrical stripline, we have not found numerical or experimental results readily available in the scientific literature except the numerical results of the general configuration of the shielded and coupled cylindrical stripline studied in references 7 and 8. Consequently, in order to validate our numerical and analytical results, it was first necessary to use our own CAE program based on the 2D FEM to study the general configuration of coupled cylindrical stripline presented in Fig. 4 with $\theta=20^\circ$, $r_3/r_1=1.5$, $r_2/r_1=1.2$ and $\epsilon_r=1$.

By applying our adapted CAE program under freeFEM environment to the TEM-structure of Fig. 4, with the same boundary conditions as those of the structure of Fig. 1, it is possible to evaluate the even- and odd-mode characteristic impedances (Z_{0e} , Z_{0o}) as functions of the half separation angle value ($\alpha/2$), depicted in Fig. 5.

In Ref. [8], for the same geometrical and electrical parameters, the results shown in Fig. 6 were obtained. The correlation appears good between the results found in the literature [7,8] and our 2D FEM-results of Fig. 5.

3. Numerical EM-parameters

The shielded and coupled cylindrical striplines includes two conductors that are brought to ground: the central conductor of radius (r_1) and the shield of radius (r_3). The two conductors

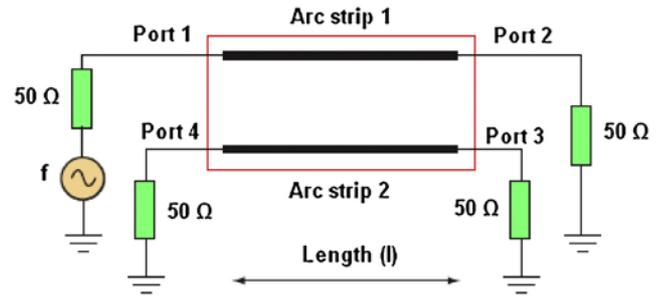


Fig. 15. Schematic circuit of the 50 Ω-shielded and cylindrical stripline directional coupler where the central conductor of radius (r_1) and the shield of radius (r_3) are grounded.

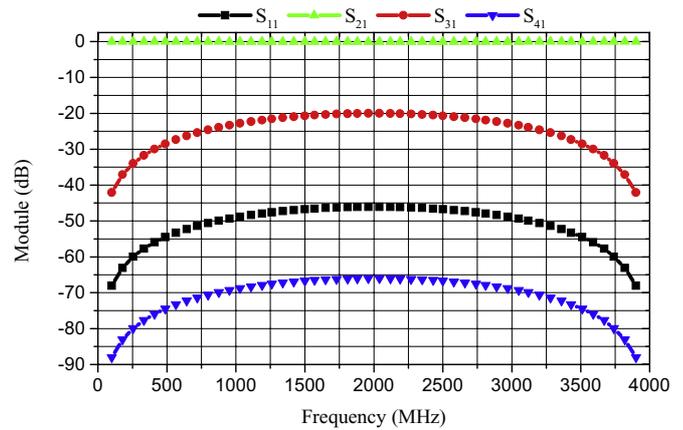


Fig. 16. Scattering parameters of the designed 50 Ω-shielded cylindrical stripline directional coupler, obtained using MATPAR software.

have effects on the EM-parameters of the TEM-structure. For $(r_2/r_1) \ll (r_3/r_1)$ the two circular conducting arc strips are closer to the center conductor which affects considerably the EM-parameters of the structure. Otherwise, when (r_2/r_1) is slightly less than (r_3/r_1) the shield affects the EM-characteristics of the structure more than the central conductor. This on one hand, on the other hand the number of the geometric parameters of the shielded and coupled cylindrical striplines is important (r_2/r_1 , θ , t , r_3/r_1) and the number of variables makes difficult or impossible to find approximated analytical expressions for its EM-parameters. Consequently in our work, for the shielded and coupled cylindrical striplines with negligible thickness ($t/r_1=0.1$) the ratio (r_3/r_1) was kept constant to 10 and the conduction angle (θ) was varied from 5° to 179° for each value of the ratio (r_2/r_1) varying from 1.5 to 9. In this case, the 2D FEM-analyses results are shown in Figs. 7–13 for $(\epsilon_r=1)$ using our CAE program.

In order to validate our 2D FEM results, we established a program done in FORTRAN to supply, for LINPAR software using the 2D MoM-method, the cross section of the shielded and coupled cylindrical striplines and all relevant dielectrics characteristics including the segmentation. For instance, the segmentation of the charged surfaces of the TEM-coupled structure using LINPAR is shown in Fig. 14 with $r_3/r_1=5$, $r_2/r_1=3$ and with conduction angle (θ) of 100° .

For the above geometrical parameters, comparisons between our 2D FEM-results and those we obtained under LINPAR environment using our program based on the method of moments (2D MoM) show a good agreement between the results (Table 1).

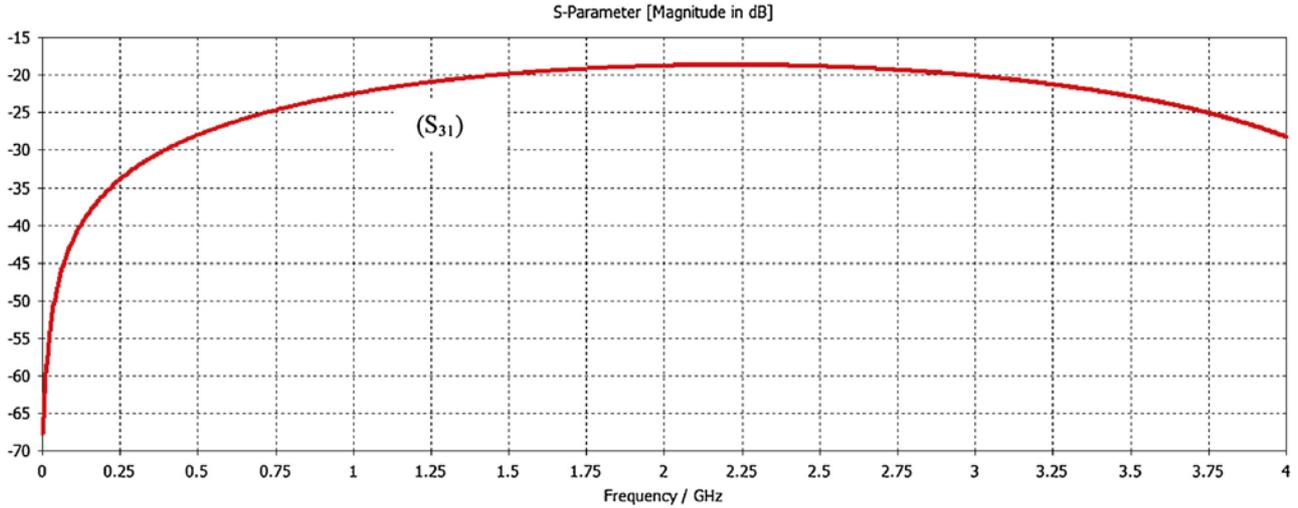


Fig. 17. Coupling parameter (S_{31}) of the designed TEM-coupler as a function of frequency through 4 GHz as obtained under the CST simulation environment.

4. Derivation of analytical expressions

Figures from 7–13 give the EM-parameters obtained from 2D FEM analyses for the TEM shielded and coupled cylindrical striplines with good accuracy and show clearly that they are strongly dependent on the strip radius to central conductor radius ratios (r_2/r_1) and on the conduction angle (θ). These EM-parameters values are essential in any design of RF/microwave circuit using the shielded and coupled cylindrical striplines. In order to find analytical EM-expressions convenient in the design optimisation of such circuits, we propose rigorous expressions based on nonlinear curve-fitting techniques done under Origin50 graph environment [21]. Our technique used in the derivation of the EM-parameters with respect to both (r_2/r_1) and θ using Origin50 software is simple and consists on what follows. First, for a given EM-parameter (Z_{0e} , Z_{0o} , k , L_{11} , ...) and for each value of strip radius to central conductor radius ratios (r_2/r_1) varying between 1.5 and 5 (or between 5 and 9), we fit a curve with respect to θ (varying between 5° and 179°) to our active 2D FEM data using the second order exponential decay equation (for example). As results, we get new simple intermediate parameters (Z_0 , A_1 , t_1 , ...) which depend on the strip radius to central conductor radius ratios (r_2/r_1). Then we apply a polynomial fit to these latter with respect to r_2/r_1 . Accordingly, our obtained analytical models for the EM-parameters of the TEM shielded and coupled cylindrical striplines can be presented below.

4.1. Even- and odd-mode characteristic impedances

The characteristic impedances of the TEM studied structure can be calculated using the following expression and using the expressions from (7a) to (7j) for the even-mode and the expressions from (7k) to (7t) for the odd-mode, presented in Appendix A with ($r = r_2/r_1$).

$$Z_{0(e,o)} = (1/\sqrt{\epsilon_r})(Z_0 + A_1 e^{-\theta/t_1} + A_2 e^{-\theta/t_2}) \quad (\Omega) \quad (7)$$

4.2. Coupling coefficient

The coupling coefficient of the TEM shielded and coupled cylindrical stripline is given by relations (8) and (9) for conduction angle ($\theta < 100^\circ$) and ($\theta \geq 100^\circ$) respectively and using from Appendix A relations (8a)–(8f) and (9a)–(9h).

$$k = k_0 + A e^{-(\theta-5)/t_1} \quad (\text{dB}) \quad \text{for } \theta < 100^\circ \quad (8)$$

$$k = k_0 + A e^{(\theta-\theta_0)/t_1} \quad (\text{dB}) \quad \text{for } \theta \geq 100^\circ \quad (9)$$

4.3. Proper and mutual inductances

For the proper inductance, Eq. (10) can be expressed with the use of equations from (10a) to (10j), while for the mutual one, we can use expressions (11) for ($\theta < 100^\circ$) and (12) for ($\theta \geq 100^\circ$) and equations from (11a) to (11f) and from (12a) to (12h) respectively.

$$L_{11} = L_{22} = L_0 + A_1 e^{-\theta/t_1} + A_2 e^{-\theta/t_2} \quad (\text{nH/m}) \quad (10)$$

$$L_{12} = L_{21} = L_0 + A e^{\theta/t_1} \quad (\text{nH/m}) \quad \text{for } \theta < 100^\circ \quad (11)$$

$$L_{12} = L_{21} = [(A_1 - A_2)/(1 + A e^{(\theta-\theta_0)/d\theta})] + A_2 \quad (\text{nH/m}) \quad \text{for } \theta \geq 100^\circ \quad (12)$$

4.4. Proper and coupling capacitances

Finally, we give expression (13) when conduction angle ($\theta < 100^\circ$) and expression (14) when ($\theta \geq 100^\circ$) for the calculation of the proper capacitance of the TEM-structure.

$$C_{11} = C_{22} = \epsilon_r(C_0 + A e^{-(\theta-5)/t_1}) \quad (\text{pF/m}) \quad \text{for } \theta < 100^\circ \quad (13)$$

$$C_{11} = C_{22} = \epsilon_r(C_0 + A e^{(\theta-\theta_0)/t_1}) \quad (\text{pF/m}) \quad \text{for } \theta \geq 100^\circ \quad (14)$$

The coupling capacitance of the coupled cylindrical stripline is given by the expressions (15) and (16) respectively for conduction angle ($\theta < 100^\circ$) and ($\theta \geq 100^\circ$).

$$C_{12} = C_{21} = \epsilon_r(C_0 + A e^{\theta/t_1}) \quad (\text{pF/m}) \quad \text{for } \theta < 100^\circ \quad (15)$$

$$C_{12} = C_{21} = \epsilon_r([(A_1 - A_2)/(1 + A e^{(\theta-\theta_0)/d\theta})] + A_2) \quad (\text{pF/m}) \quad \text{for } \theta \geq 100^\circ \quad (16)$$

In order to check the accuracy of our proposed expressions, we present in Table 2 the values obtained both from our 2D FEM analyses and our expressions of the EM-parameters of the studied structure with a strip radius to central conductor radius ratios (r_2/r_1) of 1.75 and a conduction angle θ of 136° . The relative errors between numerical and analytical results are less than 1 percent, attesting the high accuracy of the EM-expressions proposed for the TEM-shielded and coupled cylindrical striplines.

5. Example of design of a shielded cylindrical stripline directional coupler

The results of the EM-parameters listed in Table 2 were used for designing, with the above geometrical parameters, a 20 dB-directional coupler operating at 2 GHz, convenient for high power applications (Fig. 15). The fixed parameters of the coupler include a characteristic impedance of $\sqrt{Z_{0e}Z_{0o}} = 50.1 \Omega$ which allows the coupler to have a very good adaptation to its ports. For a quarter wavelength (l) of 37.5 mm of the coupler, the resulting scattering parameters, obtained under MATPAR environment, were shown from 0.1 to 3.9 GHz in Fig. 16. These plots indicate excellent performance in terms of directivity (45 dB) and isolation (65 dB).

Finally, simulation in 3D was performed using CST MICROWAVE STUDIO software (Fig. 1b) from Computer Simulation Technology (www.cst.com), in order to reinforce our FEM calculations and our proposed expressions. The resulting S-coupling, obtained with the CST MICROWAVE STUDIO's Transient Solver, is plotted in Fig. 17 and confirms the accuracy and the usefulness of our proposed expressions.

6. Conclusion

Accurate concise closed-form expressions have been reported for the EM-parameters of the TEM shielded and coupled cylindrical striplines. The equations have been derived using 2D finite element analysis and curve fitting techniques. The study presents exact extensive expressions for all TEM shielded and coupled cylindrical striplines in a wide range of (r_2/r_1) ratios and strip angle values (θ). The expressions are simple and accurate and thus of practical interest. Agreement between our numerical results based on the 2D FEM and both previous methods reported in the scientific literature and our numerical results based on the 2D MoM confirmed the validity of our CAE programs.

A 50 Ω -shielded cylindrical stripline directional coupler with high directivity and good isolation has been designed using our proposed expressions for the EM-parameters of the TEM shielded and coupled cylindrical striplines. The resulting S-parameters obtained using two different commercial softwares, show the very good agreement between the results and confirm the validity of our proposed EM-expressions. Our models represent a considerable improvement in the TEM shielded cylindrical stripline coupler and filter designs and are fully compatible with the needs and trends of CAE RF/microwave and millimeter integrated circuit designs.

Appendix A.

A. Even-mode characteristic impedance

For $r < 5$

$$Z_0 = -775.43 + 1374.22r - 843.06r^2 + 223.84r^3 - 21.47r^4 \quad (7a)$$

$$A_1 = 2805.06 - 4847.30r + 3126.53r^2 - 850.40r^3 + 82.46r^4 \quad (7b)$$

$$t_1 = 738.76 - 1323.02r + 858.53r^2 - 235.00r^3 + 22.91r^4 \quad (7c)$$

$$A_2 = -4198.46 + 77.47r - 49.53r^2 + 1334.90r^3 - 129.30r^4 \quad (7d)$$

$$t_2 = 2110.76 - 3749.96r + 2442.93r^2 - 670.24r^3 + 65.42r^4 \quad (7e)$$

For $r \geq 5$

$$Z_0 = -1714.73 + 11.65r - 247.10r^2 + 24.07r^3 - 0.86r^4 \quad (7f)$$

$$A_1 = 660.45 + 162.40r - 129.88r^2 + 20.41r^3 - 0.97r^4 \quad (7g)$$

$$t_1 = 6470.05 - 3929.55r + 878.77r^2 - 85.67r^3 + 3.08r^4 \quad (7h)$$

$$A_2 = -24612.69 + 15068.29r - 3371.75r^2 + 329.04r^3 - 11.84r^4 \quad (7i)$$

$$t_2 = 11837.36 - 7144.65r + 1593.62r^2 - 155.05r^3 + 5.56r^4 \quad (7j)$$

B. Odd-mode characteristic impedance

For $r < 5$

$$Z_0 = -7622.07 + 14245.50r - 9467.36r^2 + 2620.59r^3 - 256.39r^4 \quad (7k)$$

$$A_1 = 945.74 - 1512.33r + 1017.25r^2 - 284.17r^3 + 28.02r^4 \quad (7l)$$

$$t_1 = 53.33 - 89.07r + 67.31r^2 - 20.38r^3 + 2.12r^4 \quad (7m)$$

$$A_2 = 7172.77 - 13311.21r + 8908.93r^2 - 2473.70r^3 + 242.35r^4 \quad (7n)$$

$$t_2 = 12142.95 - 22656.57r + 15171.73r^2 - 4226.85r^3 + 415.69r^4 \quad (7o)$$

For $r \geq 5$

$$Z_0 = -31010.34 + 19072.35r - 4326.30r^2 + 427.98r^3 - 15.58r^4 \quad (7p)$$

$$A_1 = -11090.81 + 6821.41r - 1521.78r^2 + 148.15r^3 - 5.32r^4 \quad (7q)$$

$$t_1 = 4555.63 - 2776.88r + 624.30r^2 - 61.16r^3 + 2.20r^4 \quad (7r)$$

$$A_2 = 17623.40 - 10702.23r + 2425.27r^2 - 240.11r^3 + 8.74r^4 \quad (7s)$$

$$t_2 = 127576.71 - 77823.10r + 17503.36r^2 - 1716.85r^3 + 61.99r^4 \quad (7t)$$

C. Coupling coefficient

For $\theta < 100^\circ$

For $r < 5$

$$k_0 = 964.828 - 1596.54r + 941.594r^2 - 237.711r^3 + 21.713r^4 \quad (8a)$$

$$A = -1120.298 + 1760.194r - 1031.134r^2 + 259.937r^3 - 23.78r^4 \quad (8b)$$

$$t_1 = 5917.949 - 9313.812r + 5428.2r^2 - 1359.169r^3 + 123.455r^4 \quad (8c)$$

For $r \geq 5$

$$k_0 = 516.947 - 473.022r + 143.948r^2 - 18.167r^3 + 0.81r^4 \quad (8d)$$

$$A = 2275.481 - 1327.163r + 280.717r^2 - 25.91r^3 + 0.883r^4 \quad (8e)$$

$$t_1 = -9248.596 + 5100.31r - 1000.169r^2 + 83.406r^3 - 2.486r^4 \quad (8f)$$

For $\theta \geq 100^\circ$
For $r < 5$

$$k_0 = -160.95 + 199.99r - 116.45r^2 + 29.49r^3 - 2.72r^4 \quad (9a)$$

$$\theta_0 = 149.93 - 71.41r - 3.42r^2 + 8.15r^3 - 1.15r^4 \quad (9b)$$

$$A = 8.27 - 11.19r + 8.59r^2 - 2.46r^3 + 0.24r^4 \quad (9c)$$

$$t_1 = 3.65 + 22.25r + 25.26r^2 - 11.78r^3 + 1.32r^4 \quad (9d)$$

For $r \geq 5$

$$k_0 = -400.62 + 255.49r - 50.62r^2 + 4.96r^3 - 0.18r^4 \quad (9e)$$

$$\theta_0 = -1412.94 + 856.73r - 186.11r^2 + 17.76r^3 - 0.62r^4 \quad (9f)$$

$$A = -11.98 + 7.3r - 1.13r^2 + 0.068r^3 \quad (9g)$$

$$t_1 = 251.23 - 118.16r + 29.27r^2 - 3.19r^3 + 0.12r^3 \quad (9h)$$

D. Proper inductance
For $r < 5$

$$L_0 = -6844.60 + 12461.17r - 8062.11r^2 + 2203.27r^3 - 214.64r^4 \quad (10a)$$

$$A_1 = 8012.91 - 13611.90r + 8781.63r^2 - 2389.36r^3 + 231.81r^4 \quad (10b)$$

$$t_1 = 436.12 - 765.97r + 495.89r^2 - 135.55r^3 + 13.21r^4 \quad (10c)$$

$$A_2 = -3057.33 + 5522.62r - 3203.60r^2 + 813.77r^3 - 75.62r^4 \quad (10d)$$

$$t_2 = 4860.74 - 8720.45r + 5694.08r^2 - 1563.98r^3 + 152.81r^4 \quad (10e)$$

For $r \geq 5$

$$L_0 = -2201.28 + 1638.55r - 414.15r^2 + 44.33r^3 - 1.72r^4 \quad (10f)$$

$$A_1 = -11201.33 + 7494.15r - 1752.15r^2 + 177.38r^3 - 6.58r^4 \quad (10g)$$

$$t_1 = 914.05 - 593.80r + 141.61r^2 - 14.55r^3 + 0.55r^4 \quad (10h)$$

$$A_2 = -10765.81 + 7472.83r - 1795.24r^2 + 185.53r^3 - 7.03r^4 \quad (10i)$$

$$t_2 = 4498.56 - 2862.98r + 677.45r^2 - 69.34r^3 + 2.59r^4 \quad (10j)$$

E. Mutual inductance
For $\theta < 100^\circ$
For $r < 5$

$$L_0 = 6.28 - 20.51r + 18.80r^2 - 5.27r^3 + 0.48r^4 \quad (11a)$$

$$A = -24.76 + 40.52r - 23.43r^2 + 5.84r^3 - 0.53r^4 \quad (11b)$$

$$t_1 = -1253.76 + 2230.73r - 1371.99r^2 + 357.98r^3 - 33.56r^4 \quad (11c)$$

For $r \geq 5$

$$L_0 = -118.82 + 81.75r - 18.83r^2 + 1.82r^3 - 0.06r^4 \quad (11d)$$

$$A = -9.32 + 4.77r - 0.78r^2 + 0.05r^3 \quad (11e)$$

$$t_1 = 1156.79 - 729.00r + 173.30r^2 - 17.80r^3 + 0.67r^4 \quad (11f)$$

For $\theta \geq 100^\circ$
For $r < 5$

$$A_1 = -33.31 + 38.68r - 9.19r^2 + 0.67r^3 \quad (12a)$$

$$A_2 = -39646.92 + 67385.26r - 41003.55r^2 + 10661.65r^3 - 999.10r^4 \quad (12b)$$

$$\theta_0 = -3506.08 + 6232.28r - 3770.26r^2 + 976.00r^3 - 91.15r^4 \quad (12c)$$

$$d\theta = -324.58 + 546.14r - 316.26r^2 + 79.72r^3 - 7.33r^4 \quad (12d)$$

For $r \geq 5$

$$A_1 = 3.57 + 10.90r - 2.44r^2 + 0.13r^3 \quad (12e)$$

$$A_2 = -77076.69 + 45880.26r - 9970.40r^2 + 943.29r^3 - 32.90r^4 \quad (12f)$$

$$\theta_0 = -9167.07 + 5561.61r - 1209.17r^2 + 114.53r^3 - 4.00r^4 \quad (12g)$$

$$d\theta = -13.40 + 21.57r - 3.80r^2 + 0.18r^3 \quad (12h)$$

F. Proper capacitance
For $\theta < 100^\circ$
For $r < 5$

$$C_0 = -3599.48 + 6601.76r - 4201.33r^2 + 1127.43r^3 - 108.07r^4 \quad (13a)$$

$$A = 3450.05 - 6315.83r + 4022.03r^2 - 1079.87r^3 + 103.55r^4 \quad (13b)$$

$$t_1 = -10968.34 + 19212.77r - 11924.55r^2 + 3149.64r^3 - 298.87r^4 \quad (13c)$$

For $r \geq 5$

$$C_0 = 21338.95 - 13004.49r + 2936.99r^2 - 290.75r^3 + 10.72r^4 \quad (13d)$$

$$A = -20563.04 + 12538.17r - 2831.83 + 280.38r^3 - 10.34r^4 \quad (13e)$$

$$t_1 = 36346.76 - 21763.40r + 4807.12r^2 - 461.68r^3 + 16.31r^4 \quad (13f)$$

For $\theta \geq 100^\circ$
For $r < 5$

$$C_0 = 326.74 - 388.10r + 201.79r^2 - 46.69r^3 + 4.05r^4 \quad (14a)$$

$$\theta_0 = -118.54 + 324.44r - 176.17r^2 + 41.90r^3 - 3.66r^4 \quad (14b)$$

$$A = 83.11 - 124.90r + 71.02r^2 - 17.58r^3 + 1.59r^4 \quad (14c)$$

$$t_1 = 259.86 - 354.61r + 197.24r^2 - 47.93r^3 + 4.27r^4 \quad (14d)$$

For $r \geq 5$

$$C_0 = -16245.78 + 10318.46r - 2426.80r^2 + 251.29r^3 - 9.66r^4 \quad (14e)$$

$$\theta_0 = -11264.96 + 7152.35r - 1671.15r^2 + 172.10r^3 - 6.60r^4 \quad (14f)$$

$$A = 6259.33 - 3986.97r + 943.44r^2 - 98.33r^3 + 3.81r^4 \quad (14g)$$

$$t_1 = 9644.07 - 6105.29r + 1438.93r^2 - 149.43r^3 + 5.78r^4 \quad (14h)$$

G. Coupling capacitance

For $\theta < 100^\circ$
For $r < 5$

$$C_0 = -50.46 + 92.52r - 60.30r^2 + 16.54r^3 - 1.61r^4 \quad (15a)$$

$$A = 39.04 - 70.82 + 45.71r^2 - 12.47r^3 + 1.21r^4 \quad (15b)$$

$$t_1 = -3000.10 + 5501.40r - 3554.19r^2 + 968.57r^3 - 94.05r^4 \quad (15c)$$

For $r \geq 5$

$$C_0 = -288.92 + 170.69r - 37.11r^2 + 3.53r^3 - 0.12r^4 \quad (15d)$$

$$A = 233.82 - 137.78r + 29.85r^2 - 2.83r^3 + 0.10r^4 \quad (15e)$$

$$t_1 = -19067.30 + 11347.82r - 2483.19r^2 + 237.67r^3 - 8.41r^4 \quad (15f)$$

For $\theta \geq 100^\circ$
For $r < 5$

$$A_1 = 31.66 - 58.38r + 34.92r^2 - 9.05r^3 + 0.85r^4 \quad (16a)$$

$$A_2 = -4721.35 + 7943.79r - 5343.52r^2 + 1487.18r^3 - 145.92r^4 \quad (16b)$$

$$\theta_0 = 324.57 - 239.504r + 168.94r^2 - 47.83r^3 + 4.72r^4 \quad (16c)$$

$$d\theta = 15.17 - 15.70r + 14.44r^2 - 4.51r^3 + 0.47r^4 \quad (16d)$$

For $r \geq 5$

$$A_1 = 147.44 - 89.14r + 19.20r^2 - 1.80r^3 + 0.06r^4 \quad (16e)$$

$$A_2 = -16598.84 + 9917.73r - 2283.61r^2 + 230.09r^3 - 8.52r^4 \quad (16f)$$

$$\theta_0 = 1179.01 - 580.84r + 129.56r^2 - 12.66r^3 + 0.46r^4 \quad (16g)$$

$$d\theta = 218.10 - 120.77r + 26.30r^2 - 2.51r^3 + 0.09r^4 \quad (16h)$$

References

- [1] Wang YC. Cylindrical and cylindrically warped strip and microstrip line. In: IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. MTT-26. 1978. p. 20–3.
- [2] Joshi KK, Das BN. Analysis of elliptical and cylindrical striplines using Laplace's equation. In: IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. MTT-28. 1980. p. 381–6.
- [3] Zeng LR, Wang YX. Accurate solutions of elliptical and cylindrical striplines and microstrip lines. In: IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. MTT-34. 1986. p. 259–65.
- [4] Chan CH, Mittra R. Analysis of a class of cylindrical multiconductor transmission lines using an iterative approach. In: IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. MTT-35. 1987. p. 415–24.
- [5] Reddy CJ, Deshpande MD. Analysis of cylindrical stripline with multilayered dielectrics. In: IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. MTT-34. 1986. p. 701–6.
- [6] Das BN, Prasad KSVR. Even- and odd- mode impedances of coupled elliptical arc strips. In: IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. MTT-32. 1984. p. 1475–9.
- [7] Deshpande MD, Reddy CJ. Spectral domain analysis of single and coupled cylindrical striplines. In: IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. MTT-35. 1987. p. 672–5.
- [8] Deshpande MD, Reddy CJ. Analysis of coupled cylindrical stripline filled with multilayered dielectrics. In: IEEE transactions on microwave theory and techniques, vol. MTT-36. 1988. p. 1301–10. September 1988.
- [9] Terada H, Tatsuoka M, Su HH, Kuo CW, Kitazawa T. Quasi-static and hybrid-mode analysis of asymmetric coupled cylindrical striplines. IET Microw Antennas Propag 2012;6(6):697–704.
- [10] Djordjevic AR, Bazdar M, Vitosevic G, Sarkar T, Harrington RF. Scattering parameters of microwave networks with multiconductor transmission lines. Norwood, MA: Artech House; 1990.
- [11] Bekri Y, Benabdallah N, Lachachi D, Benahmed N. Novel analytical expressions for the electromagnetic parameters of cylindrical striplines. Commun Sci Technol (COST) 2016;16:01–11.
- [12] Pironneau O, Prud'homme C. FreeFEM documentation: a language for the finite element method, Numerica; 1996 <http://www.freefem.org>.
- [13] Djordjevic AR, Bazdar MB, Sarkan TK. LINPAR for windows: matrix parameters of multiconductor transmission lines, software and user's manual. Artech House; 1999.
- [14] CST. CST-computer simulation technology; 2010 <http://www.cst.com>.
- [15] Benahmed N, Feham M. Finite element analysis of RF couplers with sliced coaxial cable. Microw J 2000;43(November (11)):106–20.
- [16] Benahmed N, Feham M, Khelif M'. Analysis and design of a coupled coaxial line TEM resonator for magnetic resonance imaging. J Phys Med Biol 2006;51:2093–9.
- [17] Benabdallah N, Benahmed N, Benyoucef B, Bouhmid R, Khelif M'. EM analysis of the slotted-tube resonator with circular cross section for MRI applications. J Phys Med Biol 2007;52:4943–52.
- [18] Lallam A, Benabdallah N, Benahmed N, Bekri Y. Analyze EM parameters of slotted tube couplers. Microw RF 2008;47(3):76–86, 2008 March.
- [19] Bekri Y, Benahmed N, Benabdallah N, Bouhmid R, Bendimerad FT. Finite element analysis and design of a microwave rectangular partially filled coaxial coupler with square inner conductors for high power applications. Lect Notes Inf Technol 2012;11:249–55.
- [20] Bekri Y, Benabdallah N, Lachachi D, Benahmed N. Analyze quasi-TEM rectangular coax couplers. Microw RF 2015;54(1):68–72.
- [21] Microcal software, Inc., one roundhouse plaza, Northampton, MA 0160, USA, <http://www.microcal.com>.

NOVEL ANALYTICAL EXPRESSIONS FOR THE ELECTROMAGNETIC PARAMETERS OF CYLINDRICAL STRIPLINES

Yamina BEKRI, Nadia BENABDALLAH², Djamel LACHACHI¹ and Nasreddine
BENAHMED¹

¹Département de Génie Electrique et Electronique, Université de Tlemcen
N_Benahmed@yahoo.fr

²Département de Physique, Ecole Préparatoire des Sciences et Techniques de Tlemcen
N_Benabdallah@yahoo.fr

Reçu le : 25/01/2015

Accepté le : 19/04/2015

Abstract

In this paper, we present novel and rigorous analytical expressions for the electromagnetic (EM) parameters of cylindrical striplines.

The analytical expressions of the EM-parameters (characteristic impedance (Z_c), inductance per unit length (L) and capacitance per unit length (C)), deduced from rigorous analysis by the finite element method (FEM) and curves fitting techniques, can be easily implemented in CAD simulation tools, to design components for communication systems.

We compare some of our results with those obtained by other methods and we find them very close.

The relative errors between our numerical and our analytical results are less than 3% in a wide range, indicating the good accuracy of our closed-form expressions of cylindrical striplines.

Keywords : *Cylindrical stripline / characteristic impedance / inductance per unit length / capacitance per unit length / finite element method / analytical expressions.*

Résumé

Dans cet article, de nouvelles expressions pour les paramètres électromagnétiques (EM) de striplines cylindriques sont présentées.

Les expressions analytiques des paramètres EM (impédance caractéristique (Z_c), inductance linéique (L) et capacité linéique (C)), déduites d'une part d'une analyse rigoureuse par la méthode des éléments finis (FEM) sous l'environnement FreeFEM et d'autre part des techniques de lissage de courbes sous l'environnement Origin50, peuvent être facilement utilisées pour concevoir des composants pour les systèmes de communications.

Une comparaison de nos résultats avec ceux de la littérature scientifique obtenus par d'autres méthodes, montre clairement le bon accord entre ces derniers.

Les erreurs relatives entre nos résultats numériques et analytiques sont inférieures à 3% dans un large intervalle, indiquant la bonne précision de nos expressions proposées pour les striplines cylindriques.

Mots clés : Striplines cylindriques / impédance caractéristique / inductance linéique / capacité linéique / méthode des éléments finis / expressions analytiques .

1. INTRODUCTION

The design of microstrip antennas and microstrip arrays on cylindrically shaped substrates necessitates the development of highly accurate computer-aided design tools for microstrip integrated circuits on curved substrates [1, 2].

By taking advantage of the cylindrical configuration, applications can be found which include using flexible dielectric material in the design of transition adaptors, baluns, filters, and impedance transformers.

Different solution methods have been reported in the literature for obtaining the parameters of the cylindrical stripline [3-7]. Wang [3] solved Laplace's equation by a dual series method and presented extensive results on the characteristic impedance of cylindrical stripline. Joshi et al. [4] determined the characteristic impedance of homogeneous filled cylindrical striplines by a residue calculus technique. Zeng et al. [5] used conformal transformation to find expressions for the characteristic impedance in a closed form for cylindrical and elliptical striplines with zero and finite thickness strip conductors. Chan et al. [6] analyzed a class of cylindrical transmission lines by using an iterative approach. Reddy et al. [7] obtained a closed-form expression for the characteristic impedance of a cylindrical stripline with multilayer dielectrics.

In this work, based on the FEM analyses done under FreeFEM environment and curves-fitting techniques under Origin50, new, simple and exact expressions for the characteristic impedance, the inductance per unit length and the capacitance per unit length of the cylindrical stripline are reported.

2. CYLINDRICAL STRIPLINES

The geometry of interest is shown in figure 1, which depicts an infinitely circular arc strip ($r_2, 2\alpha$) placed between the two cylindrical ground planes with inner and outer radius of r_1 and r_3 , respectively, and a cylindrical substrate with relative dielectric constant ϵ_r .

2.1 FEM results

In this section, we illustrate the design and the modeling of the cylindrical stripline focusing on the calculation of characteristic impedance, inductance per unit length and capacitance per unit length.

To validate our obtained numerical and analytical results, first we studied the structure presented in figure 1 with ratios $r_3/r_1=2$ and $r_2/r_1=\sqrt{2}$ already analyzed by others methods. Under freeFEM environment [8-10], we show in figure 2 the FEM meshes of the cylindrical stripline using triangular elements. The obtained potential distributions are presented in Fig. 3 for $\alpha = 40^\circ$ and $\alpha = 140^\circ$.

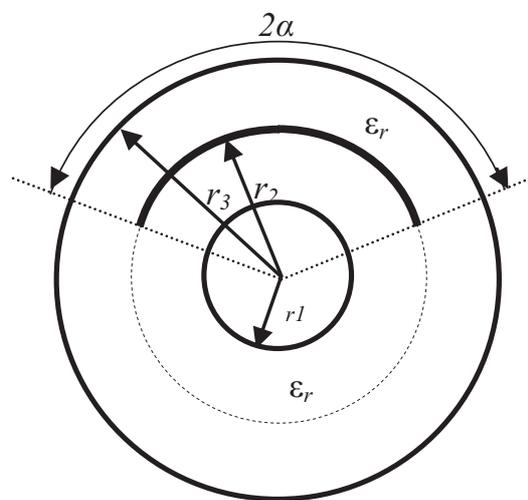


Figure 1 : The cross-sectional view of the cylindrical stripline

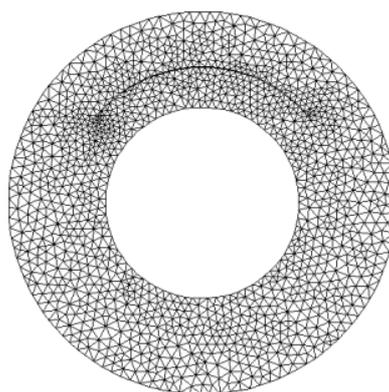


Figure 2 : FEM meshes of the cylindrical stripline

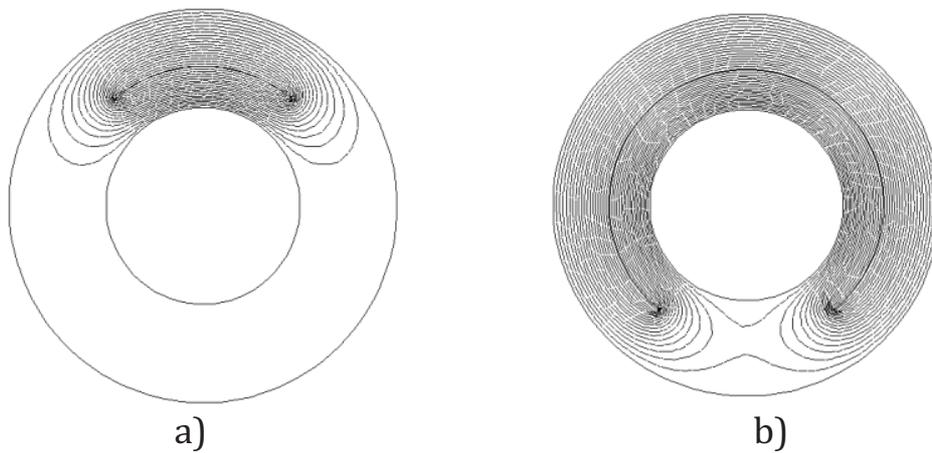


Figure 3 : 2D potential distribution of the cylindrical stripline
with $\alpha = 40^\circ$ on a) $\alpha = 140^\circ$ on b)

Table I shows the finite element results for the normalized characteristic impedance of the cylindrical stripline compared with the work of previous investigations [5, 7].

Table 1: Normalized characteristic impedance as a function of strip half-angle obtained from different methods

| α (°) | $\sqrt{\epsilon_r} Z_c (\Omega), r_3 / r_1 = 2, r_2 / r_1 = \sqrt{2}$ | | | |
|--------------|---|-------|-------|--------|
| | FEM | [5] | [6] | [7] |
| 10.20 | 98.0383 | 98.97 | 99.53 | 100.70 |
| 20.04 | 64.5378 | 64.93 | 65.21 | 65.83 |
| 29.88 | 48.1842 | 48.39 | 48.56 | 48.90 |
| 39.73 | 38.4312 | 38.49 | 38.68 | 38.90 |

This table shows clearly the good coherence between our FEM results and those of the scientific literature.

For the same ratio $r_3/r_1=2$ and for different values (r_2/r_1) varying between 1.1-1.9, the influence of the strip half-angle (α) varying between 5-179° on the EM-parameters of the cylindrical stripline can be seen in Figs. 4 through 6 for $\epsilon_r = 1$.

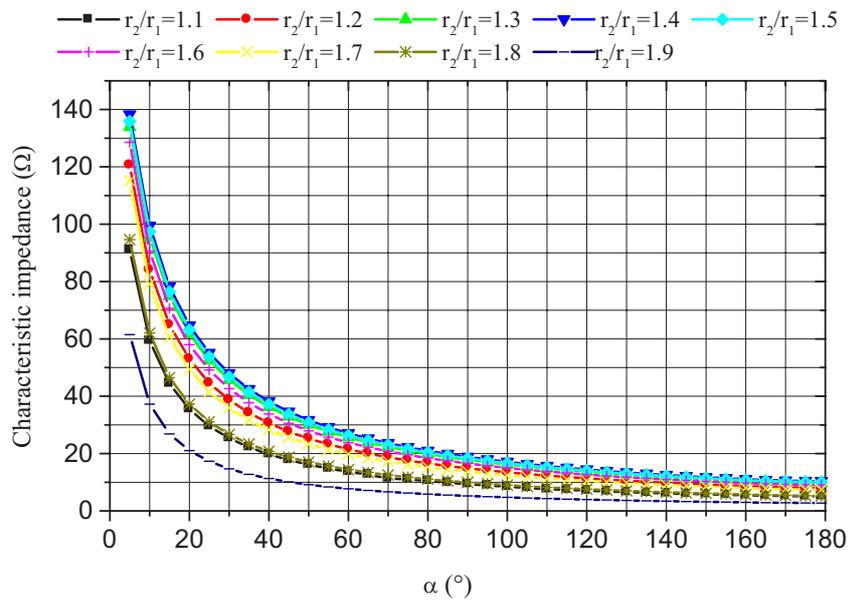


Figure 4 : Characteristic impedance of cylindrical stripline as a function of strip half-angle for different strip radius to inner conductor radius ratios

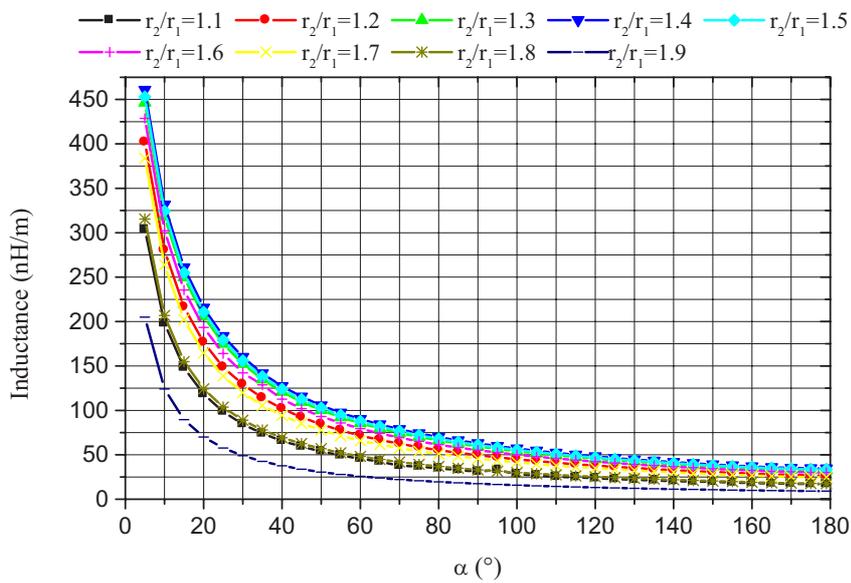


Figure 5 : Inductance per unit length of cylindrical stripline as a function of strip half-angle for different strip radius to inner conductor radius ratios

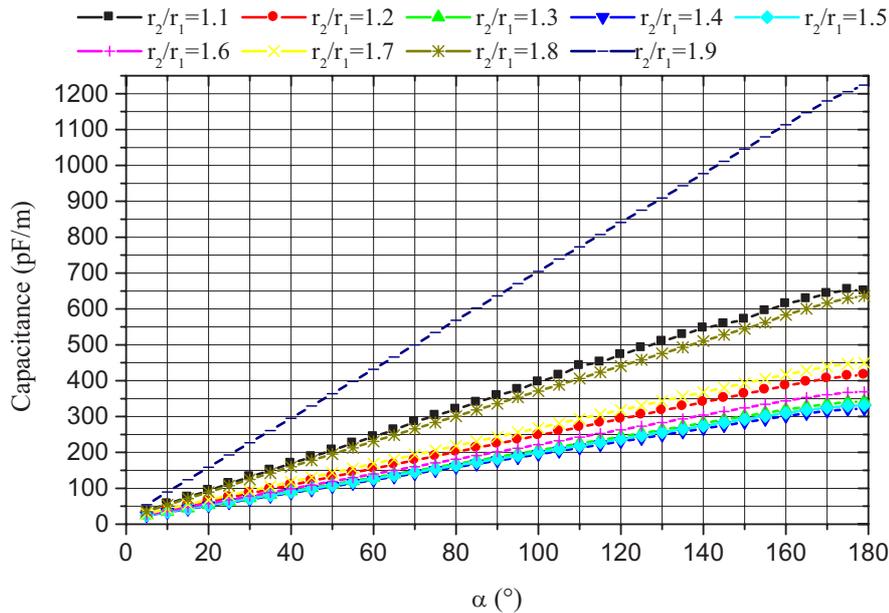


Figure 6 : Capacitance per unit length of cylindrical stripline as a function of strip half-angle for different strip radius to inner conductor radius ratios

2.2 Derivation of analytical expressions

2.2.1 Characteristic impedance

Using curve fitting techniques under Origin50 environment, it is found that the characteristic impedance of the cylindrical stripline can be expressed as:

$$Z_c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_r}} (Z_{c0} + A_1 e^{-\alpha/t_1} + A_2 e^{-\alpha/t_2}) \quad (\Omega) \quad (1)$$

Where:

For $r < 1.5$

$$Z_{c0} = -51.76 + 53.34r + 17.95r^2 - 17.76r^3$$

$$A_1 = -2602.35 + 6084.4r - 4534.67r^2 + 1128.33r^3$$

$$t_1 = -291.36 + 683.13r - 520.42r^2 + 132.36r^3$$

$$A_2 = -267.94 + 213.93r + 218.85r^2 - 142.93r^3$$

$$t_2 = -1556.9 + 3687.99r - 2830.98r^2 + 724.3r^3$$

$$r = r_2 / r_1$$

For $r \geq 1.5$

$$Z_{c0} = -8887.77 + 21587.02r - 19615.8r^2 + 7915.26r^3 - 1197.46r^4$$

$$A_1 = -33247.47 + 81131.57r - 73965.47r^2 + 29982.5r^3 - 4562.06r^4$$

$$t_1 = 7213.71 - 17477.45r + 15869.92r^2 - 6392.61r^3 + 963.61r^4$$

$$A_2 = -32807.31 + 79533.0r - 72090.48r^2 + 29038.79r^3 - 4390.60r^4$$

$$t_2 = 139309.0 - 339004.11r + 308973.2r^2 - 124958.05r^3 + 18920.61r^4$$

$$r = r_2 / r_1$$

2.2.2 Inductance per unit length

The inductance per unit length of the cylindrical stripline can be expressed by relation (2):

$$L = \frac{1}{\epsilon_r} (L_0 + A_1 e^{-\alpha/t_1} + A_2 e^{-\alpha/t_2}) \left(\frac{nH}{m} \right) \quad (2)$$

Where:

For $r < 1.5$

$$L_0 = -291.33 + 461.19r - 164.9r^2$$

$$A_1 = 415.025 - 63.3e^{-(r-1.1)/0.0838}$$

$$t_1 = -264.15 + 620.8r - 472.9r^2 + 120.3r^3$$

$$A_2 = -1921.92 + 3104.9r - 1121r^2$$

$$t_2 = -1321.3 + 3145.98r - 2415.95r^2 + 618.53r^3$$

$$r = r_2 / r_1$$

For $r \geq 1.5$

$$L_0 = -33587.1 + 81204.34r - 73460.1r^2 + 29509.35r^3 - 4444.02r^4$$

$$A_1 = -93684.33 + 230658.64r - 212025.76r^2 + 86657.61r^3 - 13294.8r^4$$

$$t_1 = 9850.37 - 23640.22r + 21257.1r^2 - 8480.23r^3 + 1266.24r^4$$

$$A_2 = -176747.03 + 422471.25r - 377727.47r^2 + 150000.13r^3 - 22340.71r^4$$

$$t_2 = 150148.01 - 364310.08r + 331069.54r^2 - 133511.18r^3 + 20159.12r^4$$

$$r = r_2 / r_1$$

2.2.3 Capacitance per unit length

Finally, the capacitance of the cylindrical stripline is given by relation (3):

$$C = \varepsilon_r (a + b\alpha) \quad \left(\frac{pF}{m} \right) \quad (3)$$

Where:

For $r < 1.5$

$$a = -7184.74 + 18012.65r - 14910.6r^2 + 4084.93r^3$$

$$b = 276.078 - 610.35r + 453.39r^2 - 112.41r^3$$

$$r = r_2 / r_1$$

For $r \geq 1.5$

$$a = 10506.26 - 25206.12r + 22672.4r^2 - 9049.37r^3 + 1352.92r^4$$

$$b = 4014.99 - 9871.22r + 9102.14r^2 - 3730.27r^3 + 573.53r^4$$

$$r = r_2 / r_1$$

2.3 Comparison between analytical and numerical results

In figures 7 to 9 we illustrate comparisons between our analytical and numerical results for the cylindrical stripline.

The relative errors are less than 3% in a wide range of geometrical parameters, indicating the good accuracy of our closed-form expressions of cylindrical striplines.

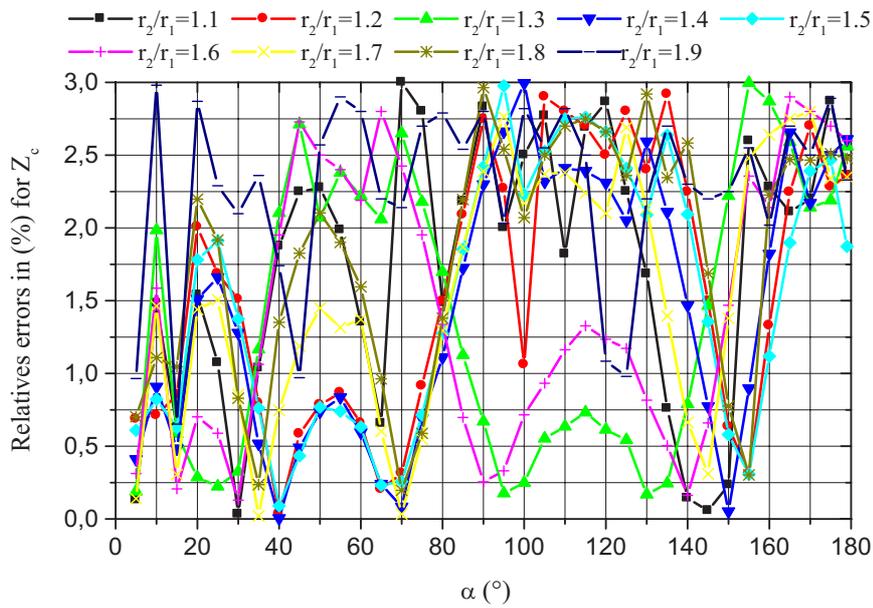


Figure 7 : Relatives errors between our analytical and numerical results for the characteristic impedance

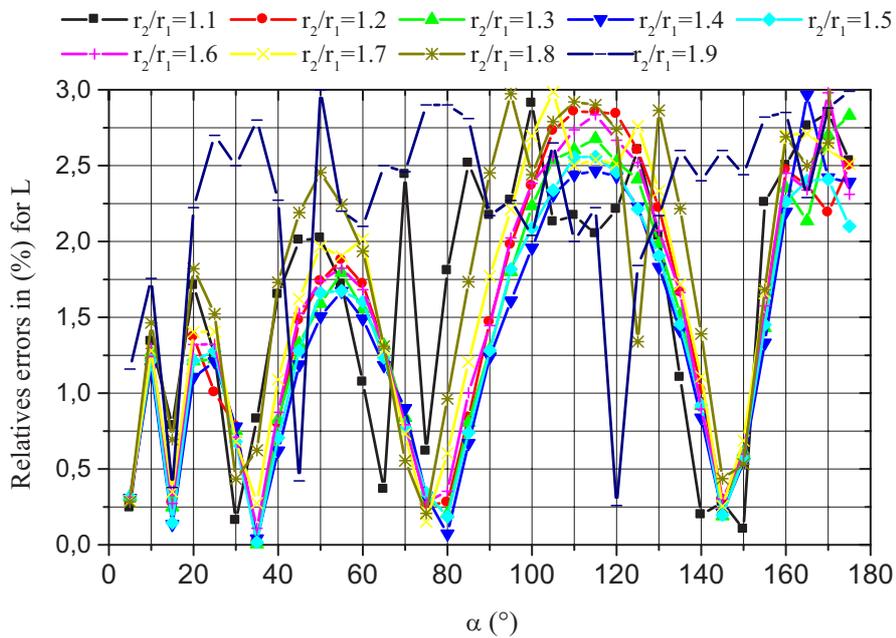


Figure 8 : Relatives errors between our analytical and numerical results for the inductance

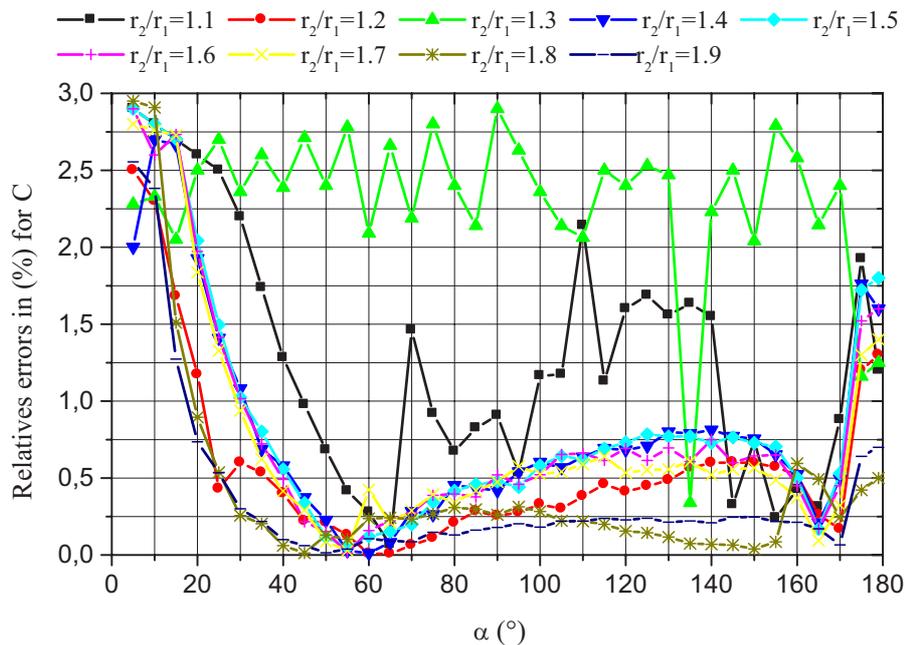


Figure 9 : Relatives errors between our analytical and numerical results for the capacitance

3. CONCLUSION

Closed-form expressions for the characteristic impedance, the inductance per unit length and the capacitance per unit length are proposed for the cylindrical stripline.

The study presents exact extensive expressions for all cylindrical striplines in a wide range of (r_2/r_1) ratios and strip half-angle values (α) . The expressions are simple and accurate and thus of practical interest.

Agreement between our numerical and analytical results and previous methods reported in the scientific literature confirmed the validity of the proposed approach.

REFERENCES

- [1] A. Nakatani and N. G. Alexopoulos, "Modeling microstrip circuits and microstrip antennas on cylindrical substrates," in *Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 24, pp. 439-442, June 1986.
- [2] A. Nakatani, N. G. Alexopoulos, N. K. Uzunoglu, and P. L. E. Uslenghi, "Accurate Green's function computation for printed circuit antennas on cylindrical substrates," *Electromagnetics*, vol. 6, no. 3, July-Sept., 1986.

- [3] Y. C. Wang, "Cylindrical and cylindrically warped strip and microstrip line," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-26, pp. 20-23, January 1978.
- [4] K. K. Joshi, and B. N. Das, "Analysis of elliptic and cylindrical striplines using Laplace's equation," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-28, pp. 381-386, April 1980.
- [5] L. R. Zeng and Y. X. Wang, "Accurate solutions of elliptical and cylindrical striplines and microstrip lines," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-34, pp. 259-265, February 1986.
- [6] C. H. Chan, and R. Mittra, "Analysis of a class of cylindrical multiconductor transmission lines using- an iterative approach," IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-35, pp. 415-424, April 1987.
- [7] C. J. Reddy and M.D. Deshpande, "Analysis of cylindrical stripline with multilayered dielectrics," Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MTT-34, June 1986, pp. 701-706.
- [8] www.FreeFEM.org
- [9] D. Lachachi, N. Benabdallah and N. Benahmed, "Coupleurs branchline TEM et quasi-TEM à lignes coaxiales classiques», Communication Science & technology (COST), vol. no. 15, July 2014, pp. 27-46.
- [10] Y. Bekri, N. Benabdallah, D. Lachachi and N. Benahmed, "Analyze Quasi-TEM Rectangular Coax Couplers," Microwaves & RF, vol. 54, no 1, January 2015, pp. 68-72.