

جامعة أبو بكر بلقايد - تلمسان

Université Abou Bakr Belkaïd de Tlemcen

Faculté de Technologie

Département de Génie Biomédical

Laboratoire de Recherche de Génie Biomédical

MEMOIRE DE PROJET DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de

MASTER en GENIE BIOMEDICAL

Spécialité : Télémedecine

Présenté par :

- CHIKHAOUI Ahmed Abdelkader Djillali
- KEBIR Abir

**COMPRESSION D'IMAGES MEDICALES PAR
PAQUETS D'ONDELETES**

Soutenu le 26 Mai 2016 devant le Jury

Mr	HAMZA CHRIF Lotfi	MAA	Université de Tlemcen	Président
Mr	BOUKLI Hacene Ismail	MAB	Université de Tlemcen	Encadreur
Mr	KHOLKHAL Mourad	MAA	Université de Tlemcen	Examineur

Année universitaire 2015-2016

Remerciements

Tout d'abord merci à dieu de nous avoir donné la force pour terminer ce travail

Nous remercions vivement Dr. BOUKLI Hacene Ismail pour son esprit scientifique et compréhensif, qui a consacré beaucoup de son temps à notre travail et nous a beaucoup aidé avec ses idées, ses conseils et surtout ses critiques objectives.

Nous tenons également à remercier Mr HAMZA CHRIF Lotfi d'avoir accepté la présidence du jury, Mr KHOLKHAL Mourad d'avoir pris de son temps pour examiner notre travail.

Merci à tous les autres chercheurs qui ont mis leurs outils, articles et travaux accessibles par le biais leurs ouvrages.

Nous voulons également remercier nos familles respectives surtout nos parents pour leurs soutien inconditionnel tout au long de ces longues années d'études.

Nous remercions particulièrement mademoiselle B. Yasmin, pour sa présence permanente et son dévouement sans limite.

Enfin, nous adressons nos remerciements les plus sincères à toutes les personnes qui de près ou de loin nous ont aidé et soutenu pendant cette période.

Table des matières

Introduction générale	3
Chapitre I : Etat de l'art sur la compression d'images médicales	
	6
I. Introduction	6
II. But de la compression d'image	7
III. Compression sans perte d'informations	8
1. Codage entropique	8
i. Codage de Huffman	9
ii. Codage Arithmétique	10
2. Codage par Plages De Zéros (RLE)	10
3. Codage Lempel-Zif-Welsh (LZW)	11
IV. Compression avec perte d'informations	12
1. Quantification	12
i. Quantification scalaire	15
ii. Quantification vectorielle	16
2. Compression par transformation	18
3. Codage par prédiction	19
4. Codage des sous-bandes	19
i. Algorithme EZW	21
ii. Algorithme SPIHT	23
iii. Algorithmes EQ	24
V. Evaluation de la qualité de compression	24
i. Taux de compression	24
ii. Taux d'information	25
iii. Mesures de distorsion	26
VI. Etat de l'art sur la compression d'images médicales	29
VII. Conclusion	29
Chapitre II : Transformée en Ondelettes	
I. Introduction	30
II. Principe des ondelettes	31
III. Transformée en ondelettes	32
1. Transformée en ondelettes continue CWT	32

2. Transformée en ondelettes discrète DWT	33
IV. Analyse Multi Résolution	37
1. Définition	37
2. Construction d'Ondelettes à partir de l'analyse multi résolution	37
a. Fonction d'échelle	39
b. Ondelette	40
c. Les filtre H et G	40
3. Propriétés Fondamentales d'une Ondelette	41
V. Extension de la transformée en ondelettes aux signaux bidimensionnels	43
VI. Analyse	44
1. Décomposition	45
2. Reconstruction des lignes	46
3. Quelques exemples d'ondelettes	47
i. Ondelette de Haar	47
ii. Ondelette de Morlet	48
iii. Ondelette de Mexican Hat	49
iv. Ondelette de Shannon	50
VII. Ondelettes Bi orthogonales	51
1. Intérêt	51
2. Inconvénient	51
VIII. Conclusion	51
Chapitre III : Transformée en Paquets d'ondelettes	
I. Introduction	52
II. Analyse Multi Résolution	52
III. Théorie de l'AMR	53
a) Définition	53
b) Interprétations	53
IV. Ondelettes et fonctions d'échelle	54
a) Espaces de détails	54
b) Bancs de filtres à reconstruction parfaite et algorithme à trous	56
c) De l'algorithme à trous aux fonctions d'échelle	56
V. Algorithme	57
VI. Avantages et applications	57

VII.	Application aux images	58
	a) Algorithme pyramidal	58
	b) Filtrage par bande	59
VIII.	Conclusion	62
Chapitre VI : Résultats des expériences		
I.	Introduction	63
II.	Résultats de simulations	64
	1. Performances du SPIHT et EZW	64
	2. Choix de la meilleure ondelette	66
	a) Application 1 : Ondelettes Debauchies	66
	b) Application 2 : Ondelette Coiflet et Symlet	70
	c) Application 3: Ondelette Biorthogonale	73
	Comparaison des résultats	76
	3. Influence du niveau de compression d'ondelette couplé avec le SPIHT	76
	Interpretation	78
	4. Compression d'images médicales par PWT couplée avec SPIHT	78
III.	Conclusion	80
	Conclusion Générale	81
	Annexes	83
	Bibliographie	102

Liste des Figures

Figure (I-1) : <i>Schéma synoptique de compression</i>	7
Figure (I-2) : <i>Schéma synoptique de codeur avec pertes idéal</i>	12
Figure (I-3) : <i>Schéma synoptique d'une fonction en escalier</i>	13
Figure (I-4) : <i>Structure d'arbre des coefficients d'ondelette</i>	19
Figure (I.5): <i>Organigramme de l'algorithme de SPIHT</i>	22
Figure (II.1): <i>différents représentations ou partage du signal</i>	36
Figure (II.2): <i>Le plan temps/fréquence et les boites d'Heisenberg</i>	36
Figure (II.3): <i>Le Filtrés miroirs en quadrature</i>	41
Figure (II.4): <i>La transformée en ondelette par banc de filtre en QMF d'Analyse-Synthèse</i>	41
Figure (II.5): <i>Exemple d'un triplet de fonctions ondelettes en 2D</i>	44
Figure (II.6): <i>Schéma de décomposition de $A^{j-1}f$ en $A^j f, D_j^1 f, D_j^2 f$ et $D_j^3 f$</i>	45
Figure (II.7): <i>Schéma de reconstruction de $A^{j-1}f$ à partir de l'approximation $A^j f$ et des signaux des détails $D_j^1 f, D_j^2 f$ et $D_j^3 f$</i>	46
Figure (II.8): <i>Représentation de l'ondelette de Haar dans le domaine fréquentiel</i>	48
Figure (II.9) : <i>Représentation de l'ondelette de Morlet</i>	48
Figure (II.10) : <i>Ondelette Morlet</i>	49
Figure (II.11): <i>Représentation d'ondelette de chapeau mexicaine</i>	50
Figure (II.12): <i>Représentation d'ondelette de Shannon</i>	50
Figure (III .1) : <i>Schéma de la géométrie des espaces de détails et d'approximations Relation à deux échelles</i>	55
Figure (III .2) : <i>Schéma d'un ensemble de filtres</i>	56
Figure (III .3) : <i>Algorithme pyramidal de Mallat où les a_i sont les coefficients d'approximation les d_i ceux de détails.</i>	58
Figure (III .4): <i>Algorithme de reconstruction du signal</i>	59
Figure (III .5) : <i>Algorithme pyramidal de Mallat : point de vue fréquentiel $2n^{-i}$</i>	59
Figure (III .6) : <i>Décomposition en ondelettes à plusieurs niveaux</i>	61

Figure (III .7) : Exemple d'application	61
Figure (IV .1) : Image originale (coupe de cerveau)	64
Figure (IV .2) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) par SPIHT	64
Figure (IV .3) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) par EZW	65
Figure (IV .4) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) avec différents types d'ondelettes Debauchies avec le SPIHT	68
Figure (IV .5) : Variation du PSNR et MSSIM des différents types d'ondelettes Debauchies en fonction du Rate	69
Figure (IV .6) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) avec différents types d'ondelettes Coiflet et Symlet couplé avec le SPIHT	71
Figure (IV .7) : Variation du PSNR et MSSIM des différents types d'ondelettes Coiflet et Symlet en fonction du Rate	72
Figure (IV .8) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) avec différents types d'ondelette Biorthogonale couplée avec le SPIHT	74
Figure (IV .9) : Variation du PSNR et MSSIM des différents types d'ondelettes Biorthogonale en fonction du Rate	75
Figure (IV .10) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) avec différents niveaux de compression d'ondelette Bior6.8	77
Figure (IV .11) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) avec différents niveaux de compression en Paquets d'ondelette	79

Liste des Tableaux

Tableau (IV.1) : Comparaison de performances entre SPIHT et EZW	65
Tableau (IV.2): Variation du PSNR, MSSIM et du temps en fonction du type d'ondelette Debauchies et du Rate	66
Tableau (IV.3): Variation de PSNR, MSSIM et du temps en fonction du type d'ondelette Coiflet et Symlet et du Rate	70
Tableau (IV.4): Variation du PSNR, MSSIM et du temps en fonction du type d'ondelette Biorthogonale et du Rate	73
Tableau (IV.5): Variation du PSNR, MSSIM et du temps en fonction du niveau de compression d'ondelette de type bior6.8	76
Tableau (IV.6): Variation du PSNR, MSSIM et du temps en fonction du niveau de la décomposition de Paquets d'ondelette (bior6.8, rate=0.5bpp) couplé avec le SPIHT	78

ABREVIATIONS

Les figures et les équations sont numérotées par chapitre. La bibliographie est en outre classée par chapitre à la fin de ce manuscrit.

RLE	Run-Length Encoding	H	Entropie
RLC	Run Length Coding	MSE	Mean Square Error
LZW	Lempel Zif Welsh	SNR	Signal to Noise Ratio
GIF	Graphics Interchange Format	PSNR	Peak Signal to Noise Ratio
T_c	Taux de Compression	D	Distorsion
ZI	Zéro Isolé	LEN	Ensembles Insignifiants
TH	Transformation de Hadamard	AZ	Arbre de Zéros
THA	Transformation de Haar	LCS	Coefficients Signifiants
DCT	Discret Cosine Transform	R	Rate
DWT	Discret Wavelet Transform	TF	Transformée de Fourier
FFT	Fast Fourier Transform	CWT	Continous Wavelet Transform
JPEG	Joint Photographie Experts Group	LSB	Last Significatif Bit
PNG	Portable Network Graphics	LCN	Coefficients Insignifiants
EQ	Estimation Quantization	AMR	Analyse Multi Résolution
EZW	Embedded Zerotree Wavelet	FMQ	Filtres Miroir en Quadrature
Bpp	Bit par pixel	DWT	Discret Wavelet Transform
PWT	Paquet Wavelet Transform		
MSSIM	Structural Similarity Index		
SPIHT	Set Partitioning In Hierarchical Trees		
CAD	Conception Assistée Par Ordinateur		
CALIC	Context based Adaptative, Lossless Image Coding		
IRM	Imagerie par Résonance Magnétique		
TEP	Tomographie par Emission de Positons		
SPECT	Single Photon Emission Computerized Tomography		
STFT	Transformée de Fourier à Fenêtre Glissante		
TKL	Transformation de Karhunen-Loeve		
TFD	Transformation de Fourier discrète		

INTRODUCTION

Introduction Générale

L'imagerie médicale est un domaine en plein essor, du fait du développement des technologies numériques. Elle est devenue un élément fondamental de presque toute démarche diagnostique. Elle permet une investigation de plus en plus fine des organes humains grâce à la mise à disposition de systèmes de radiologie de plus en plus performants.

L'utilisation massive des modalités numériques en imagerie médicale (IRM, Scanner X, médecine nucléaire, etc...) engendre aujourd'hui des volumes de données de plus en plus importants. Le problème devient encore plus critique avec la généralisation de séquences tridimensionnelles. Alors il est nécessaire d'utiliser des images compressées afin de limiter le volume de données à stocker et à transmettre. Il est fort utile de noter que la compression d'une image numérique permet de réduire le nombre de bits qu'elle occupe. Pour atteindre l'objectif assigné, il faut assurer deux tâches :

- La réduction de la redondance n'introduisant pas de pertes
- La représentation approximative de l'information contenue dans l'image introduisant une perte mais nous verrons qu'il faudra minimiser cette perte sous peine de modifier le contenu informationnel des images compressées.

Actuellement, la compression dans un service de radiologie est toujours effectuée sans perte quand elle existe car elle constitue à ce jour le seul type de compression tolérée par les médecins. En effet, la compression sans perte garantit l'intégrité des données et permet d'éviter les erreurs de diagnostic. Cependant, ce type de compression n'offre pas de réduction significative du volume de ces données. Dans ce contexte, la compression "avec pertes" maîtrisées peut être la réponse la plus appropriée, à condition bien entendu que les pertes n'affectent pas la qualité des images pour l'usage régulier des praticiens. Hier encore inenvisageable, l'idée d'une compression avec pertes semble aujourd'hui de mieux en mieux acceptée par les médecins, comme en témoigne par exemple, l'American College of Radiology (ACR) qui estime que les techniques de compression avec pertes peuvent être utilisées à des taux raisonnables, sous la direction d'un praticien qualifié, sans aucune réduction significative de la qualité de l'image pour le diagnostic clinique.

L'un des principaux enjeux de ce manuscrit est donc de proposer une méthode de compression des images médicale IRM avec pertes efficace et acceptable visuellement pour les médecins.

Les méthodes actuelles de compression pour les images médicales 2D sans et avec pertes les plus efficaces pour les images médicales exploitent la corrélation des images 2D à l'intérieur de la pile afin d'améliorer la performance de compression. Elles s'appuient sur une transformation décorrélant les deux dimensions : la transformée discrète en ondelettes (DWT), qui permet en particulier d'atteindre des taux de compression importants sans produire les artefacts (effets de bloc) observés sur les images compressées par la DCT (JPEG)

Cependant, malgré le succès des ondelettes dans divers domaines de traitement d'images, des faiblesses ont été constatées quant à leur utilisation pour la détection et la représentation des contours d'objets de l'image. Les décompositions multi-résolutions classiques semblent former une catégorie restreinte et limitée des possibilités de représentations multi échelles de signaux multidimensionnels. Des travaux récents montrent qu'il est possible de définir des cadres théoriques de représentations multi échelles plus vastes donnant naissance à de nouvelles transformées plus intéressantes et plus adaptées à l'extraction de structures géométriques lisses et continues telles que les contours d'objets. C'est le cas de la nouvelle famille des transformées en paquet d'ondelette. Cette méthode est mieux adaptées à la représentation des images médicales, et offrent la possibilité d'augmenter considérablement les taux de compression à qualité d'image équivalente.

Dans ce mémoire nous nous intéressons à la compression d'images médicales en niveaux de gris des images médicales. Habituellement, Cette transformation permet une compression plus efficace, car l'information est principalement condensée dans niveau de gris.

Dans le but d'atteindre des taux de compression élevés avec une qualité satisfaisante de l'image reconstruite ; et un temps de calcul minimal lors de processus de codage, nous focalisons notre attention par la suite sur la compression des images médicales basé sur la transformée en paquet d'ondelette couplée avec le codeur SPIHT.

Pour atteindre les objectifs fixés et faire état des nos travaux bibliographiques et de simulations, nous présentons ce mémoire subdivisé en plusieurs chapitres, chaque chapitre aborde une thématique bien définie.

Le premier chapitre a pour objet d'expliquer les différentes techniques de compression d'images médical rencontrées dans la littérature, nous présentons les algorithmes de codages sans perte ainsi les méthodes de compression avec pertes. Ensuite nous exposerons en détail les codeurs de sous-bandes (EZW, SPIHT). Ces algorithmes sont capables de représenter efficacement et simplement les coefficients d'ondelettes et d'obtenir des performances (en termes de qualité d'image par rapport au débit) bien meilleurs que celles des codeurs existants. Dans ce travail, l'estimation et le jugement de la qualité d'image compressée sont donnés par les paramètres d'évaluation le PSNR et le MSSIM.

Le deuxième chapitre consiste à présenter les ondelettes classiques et ces limites, et de faire à un tour d'horizon sur les familles d'ondelettes que nous avons présenté. Nous appliquons cette transformée non redondante couplée avec le SPIHT à la compression pour l'image de coupe de cerveau IRM (niveau de gris).

Dans le troisième chapitre nous présentons la théorie de la transformé en paquets d'ondelette 2D car elles possèdent des propriétés intéressantes. En effet, la PWT associe de bonnes localisations spatiales et fréquentielles. Comme nous travaillons sur des images médicales la localisation spatiale et fréquentielle sont importantes .La décomposition en paquets d'ondelettes introduit la notion de la meilleure base que nous allons la montre par la suite dans les résultats de simulation de PWT.

Le quatrième chapitre nous présentons les résultats expérimentaux dont nous allons faire une comparaison entre la transformée en ondelette et la transformé en paquet d'ondelette dans le domaine de la compression des images médicales.



CHAPITRE I :

ETAT DE L'ART SUR

LA COMPRESSION

D'IMAGES

MEDICALES

I. INTRODUCTION

Notre quotidien c'est vu peu à peu envahit par une évolution technologique au sens propre du terme, notre vie c'est vu numérisée en images ou en vidéos même le vieux domaine de la médecine n'y a pas échappé.

Cependant, toutes ces données numériques présentent un inconvénient majeur lié essentiellement au volume d'informations numériques qu'il est nécessaire de traiter, transmettre et/ou de stocker.

La compression est très vite devenue la solution indispensable dans ce cas de figure grâce à l'avancement des technologies de l'information, elle est utilisée pour réduire le nombre de bits nécessaire pour la représentation des données volumineuses.

Notons que les techniques de compression d'images médicales peuvent être classées en deux catégories : compression sans perte et celle avec perte. Le premier type de compression, utilise uniquement le principe de la réduction de l'information et n'engendre pas de perte, le deuxième type c'est une représentation approximative de l'information sans perte et avec perte des images médicales, nous présentons les différents codeurs existants dans la littérature, leurs avantages et leurs inconvénients.

II. BUT DE LA COMPRESSION D'IMAGE

Avec le développement de l'outil informatique, on effectue des échanges de volumes importants d'informations, or la gestion d'une telle masse pose des problèmes de stockage et de transfert. Pour cela, des études ont été menées afin de mettre en évidence des algorithmes de compression et de décompression de données.

Leurs but est de changer le format des informations de telle sorte qu'elles occupent moins de volume. Une fois compressées, les données ne sont plus accessibles en tant que données cohérentes; pour les récupérer il suffit de les décompresser.

Le principe de la compression d'une image se fait en général selon le schéma synoptique suivant, **Figure (I-1)** :

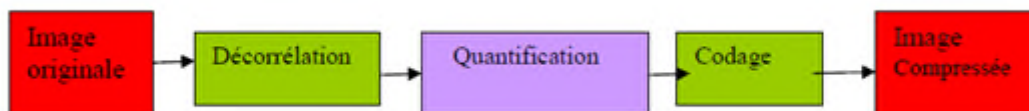


Figure (I-1) : *Schéma synoptique de compression*

1) Dé-corrélation :

La dépendance existante entre chacun des pixels et ses voisins (la luminosité varie très peu d'un pixel à un pixel voisin) traduisent une corrélation très forte sur l'image.

On essaie donc de tirer profit de cette corrélation, pour réduire le volume d'information en effectuant une opération de dé-corrélation des pixels.

La dé-corrélation consiste à transformer les pixels initiaux en un ensemble de coefficients moins corrélés, c'est une opération réversible [1].

2) Quantification :

La quantification des coefficients a pour but de réduire le nombre de bits nécessaires pour leurs représentations. Elle représente une étape clé de la compression. Elle approxime chaque valeur d'un signal par un multiple entier d'une quantité Q , appelée *Quantum élémentaire* ou *pas de quantification*. Elle peut être scalaire ou vectorielle.

3) Codage :

Une fois les coefficients quantifiés, ils sont codés. Un codeur doit satisfaire à priori les conditions suivantes :

- Unicité: deux messages différents ne doivent pas être codés de la même façon.
- Déchiffrabilité: deux mots de codes successifs doivent être distingués sans ambiguïté.

III. COMPRESSION SANS PERTE D'INFORMATIONS

Les différentes méthodes de compression d'images peuvent être classées en deux grandes catégories d'après leurs propriétés [2].

Les méthodes de compression sans pertes d'informations permettent de retrouver exactement toute l'information contenue dans l'image numérique originale. Il existe plusieurs méthodes de compression sans pertes [3],[4],[5].

1) Codage entropique :

Un codeur entropique est une méthode de codage de source sans pertes qui permet de compresser une séquence de symboles en se basant sur leur probabilité d'apparition. Chaque symbole se voit assigner une nouvelle représentation (dépendant de sa probabilité d'apparition) de manière à ce que le codage de la source s'approche au plus de son entropie. Les codeurs entropiques qui vont être présentés permettent de compresser l'information en générant un code sans ambiguïté, ils autorisent donc de faire une restitution sans perte.

i. Codage de Huffman :

Les codes de Huffman, mis au point en 1952[6], [7], sont parmi les premiers à avoir émergés et sont donc également parmi les plus répandus.

Le principe est d'attribuer un code court à un symbole fréquent et un code plus long à un symbole plus rare. En se plaçant dans le cas d'un alphabet de sortie binaire, l'attribution du nombre de bits pour chaque symbole se fait par le biais d'un arbre binaire, construit en fonction de la fréquence d'apparition des symboles.

A chaque nœud de l'arbre est associé la fréquence d'apparition de l'ensemble des symboles présents dans son sous arbre. L'arbre est construit de manière ascendante à partir de ses feuilles. Chaque feuille correspond à un symbole, et à sa fréquence d'apparition. Itérativement, jusqu'à l'obtention de la racine, un nœud père est généré pour le couple des deux nœuds ayant la fréquence d'apparition la plus faible.

Le code de chacun des symboles est alors le chemin partant de la racine jusqu'à la feuille lui correspondant (bit 0 pour aller au fils gauche, et bit 1 pour aller au fils droit par exemple). Ce code est donc défini de telle sorte qu'aucun des symboles de l'alphabet ne soit le préfixe d'un autre : chaque symbole étant associé à une feuille de l'arbre, le chemin qui permet d'y accéder ne peut en aucun cas être le sous-chemin d'un autre. Ainsi, le codage est non ambigu.

Le code Huffman peut être statique, transmis ou adaptatif. Lorsqu'il est statique, le code est fixé pour le codeur et le décodeur et n'a donc pas besoin d'être transmis.

Cependant, il n'est pas toujours adapté aux données.

Lorsqu'il est transmis, l'arbre doit être construit par le codeur à partir des fréquences d'apparition des symboles : un parcours supplémentaire des données est donc nécessaire (sur la totalité, ou un échantillon représentatif). Il a également un coût pour la compression puisqu'il doit être transmis.

Enfin lorsqu'il est adaptatif, en partant d'un arbre particulier les fréquences des symboles sont mises à jour au fur et à mesure de leur apparition. L'arbre doit donc être mis à jour régulièrement, ce qui demande un temps de calcul important. L'arbre de départ peut également être statique ou transmis.

Le principe est le suivant :

Les probabilités d'occurrence de chaque message sont placées dans une liste dans un ordre décroissant. Nous dirons que la liste est composée d'enfants.

Les deux probabilités les plus faibles sont identifiées en fin de liste.

La somme des deux probabilités est placée à sa place dans la liste triée. Elle constitue un nœud parent. Les deux enfants sont retirés de la liste.

Le chemin «enfant de plus faible probabilité, parent» est codé par un 1, l'autre par un 0.

La procédure reprend à l'étape 2 jusqu'à ce qu'il ne reste plus qu'une probabilité dans la liste.

ii. Codage Arithmétique:

Contrairement à l'algorithme de Huffman qui associe aux symboles des motifs binaires dont la taille dépend de leur distribution. Le codeur arithmétique traite le vecteur de données dans son ensemble, en lui associant un unique nombre décimal rationnel varie entre 0 et 1 [9].

Ce nombre code est construit par subdivisions récursives d'intervalles. Un intervalle est subdivisé pour chaque nouveau symbole qui appartient à la séquence. On obtient, à la fin, un sous-intervalle de l'intervalle $[0, 1[$. Tel que tout nombre réel appartenant à cet intervalle représente la séquence à coder. Ce nombre compris entre 0 et 1, possède d'autant moins de chiffres après la virgule que la redondance du vecteur de données. Ces chiffres décimaux dépendent non seulement des symboles du vecteur dans l'ordre où ils apparaissent, mais aussi de leur distribution statistique.

2) Codage par plages de zéros (RLE) :

Toutefois, il est courant qu'en sortie du quantificateur, la source ne soit pas totalement dé-corrélée, c'est le phénomène de mémoire. Par exemple dans le cas des coefficients d'ondelettes, les coefficients de faible amplitude ont tendances à s'agglutiner. Les codeurs entropiques évoqués ci-dessus ne peuvent exploiter cette mémoire de la source quantifiée. Il existe néanmoins des codeurs capables d'exploiter les statistiques d'ordre supérieures : les codeurs entropiques adaptatifs et les codeurs par plages de zéros. Les codeurs par plages [10](ou run-length en anglais) sont particulièrement adaptés pour coder les coefficients d'ondelettes.

L'idée de base consiste à coder la longueur d'une série d'échantillons nuls plutôt que de coder chaque échantillon indépendamment. Le code run-length doit être associé ensuite à un codeur entropique classique.

Le principe de compression RLE (Run Length Encoding, parfois notée RLC pour Run Length Coding) est assez simple à mettre en œuvre. Il repose sur le fait que dans une image, il existe de nombreuses répétitions d'un même pixel, ou d'une même séquence de pixels, tous juxtaposés.

Ainsi, au lieu de coder chaque pixel d'une image, le RLE regroupe les valeurs voisines identiques et ne transmet la valeur qu'une seule fois, précédée par le nombre de répétitions.

La compression RLE est régie par des règles particulières permettant de compresser lorsque cela est nécessaire et de laisser la chaîne telle quelle lorsque la compression induit un gaspillage lors que dans la redondance des caractères est faible.

3) Codage Lempel-Zif-Welsh (LZW) :

Le codage LZW [8] est une technique de compression réversible qui peut être appliquée à tout type de fichier de données, que ce soit : texte, image, fichier informatique...elle a été adoptée pour la mise en œuvre du format de compression d'images 'GIF'.

Le principe général de cette méthode consiste à créer un dictionnaire contenant toutes les répétitions.

Il doit être construit de la même manière, à la compression et à la décompression, et contenir les mêmes informations.

Tous les ensembles de lettres qui sont lus sont placés dans le dictionnaire, et sont numérotés.

A chaque fois qu'un ensemble est lu, on regarde s'il en existe déjà un qui est identique. Si c'est le cas, on émet son numéro vers le fichier compressé. Sinon, on le rajoute à la fin du dictionnaire, et on écrit chacune des lettres dans le fichier compressé.

Quand on écrit un numéro au lieu d'écrire des lettres, il y a un gain de place, mais pour cela, il faut déjà avoir beaucoup de chaînes dans le dictionnaire.

L'apprentissage est donc nécessaire pour que la méthode soit efficace.

Les caractéristiques essentielles de LZW sont :

- Il n'existe pas de table d'en-tête : le dictionnaire est construit au fur et à mesure de la lecture du fichier tant à la compression qu'à la décompression.
- L'algorithme ne fonctionne pas sur un nombre fixe de motifs mais apprend les motifs du fichier durant la lecture du fichier à comprimer.
- La compression se fait en une seule lecture.

IV. COMPRESSION AVEC PERTE D'INFORMATIONS

Contrairement aux méthodes de compressions sans pertes d'informations, ce type de compression comporte une perte de données pendant le processus. Le résultat qu'on peut en obtenir est une version dégradée de l'image originale. Le but de ce type de compression est d'éliminer le plus d'informations possible sans atténuer la qualité de l'image perçue par le système visuel humain. On peut distinguer deux grands types de compression pouvant générer des pertes: le codage prédictif et le codage par transformée, ce dernier est de loin le plus utilisé dans la compression d'image.

Un codeur avec pertes idéal [3] est composé d'un module de transformée, un module de quantification et un codeur entropique (**Figure (I-2)**).

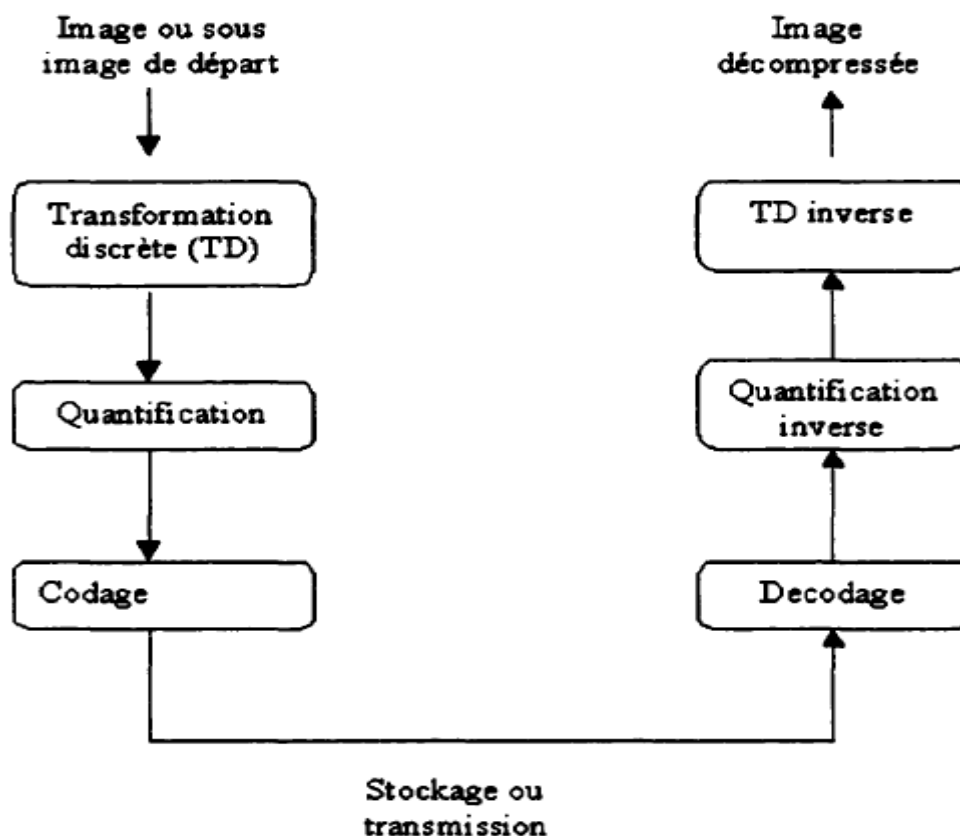


Figure (I-2) : Schéma synoptique de codeur avec pertes idéal

1) Quantification :

La quantification est un processus qui permet d'associer à un nombre réel (resp. vecteur de réels) un nombre entier (resp. vecteur d'entiers). Dans un certain sens on peut considérer qu'elle réalise une compression implicite (passage des réels aux entiers) en réduisant le nombre de bits nécessaires à la représentation de l'information image. On distingue en général deux types de quantification: la quantification scalaire et la quantification vectorielle [4].

i. Quantification scalaire :

Soit 'u' une variable aléatoire de densité de probabilité $p(x)$. Une quantification est alors une fonction 'Q' définie sur 'R' et à valeurs dans 'Z' qui à 'u' associe 'ü'.

En général, l'image de 'Q' est un ensemble fini $\{q_j ; j=1 ; \dots ; L\}$ où 'L' est le nombre de niveaux de quantification (on dit aussi de reconstruction). On choisit souvent pour 'Q', une fonction en escalier (Figure (I-3)).

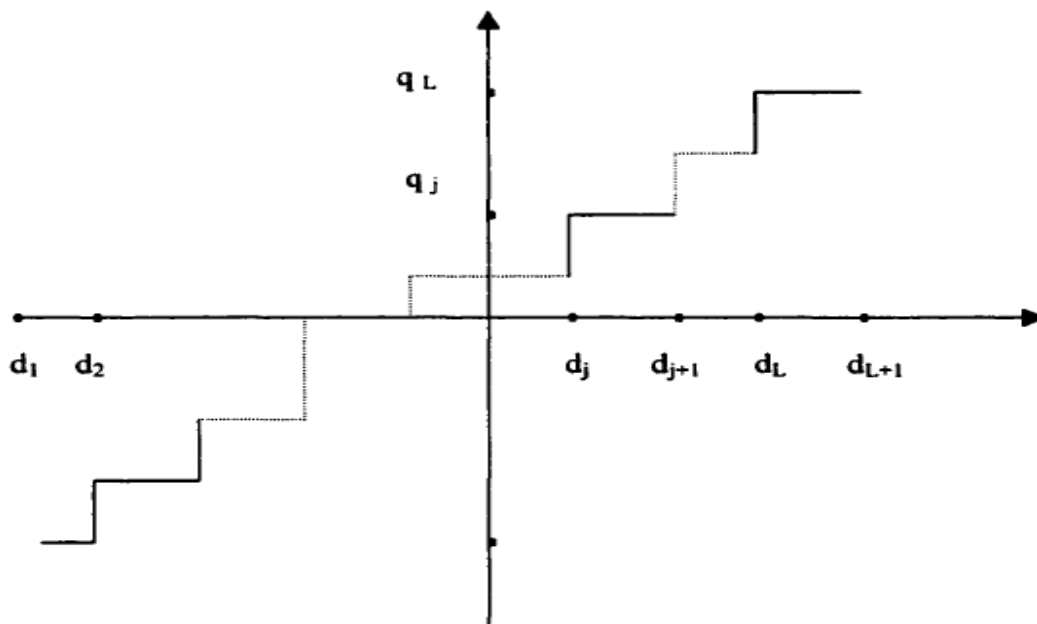


Figure (I-3) : Schéma synoptique d'une fonction en escalier

La règle de quantification est alors la suivante : on définit $d_j \{j=1; \dots; L+1\}$, un ensemble croissant de niveaux de transitions ou de décisions et l'application 'Q' est alors définie par $Q([d_j; d_{j+1}]) = q_j, j = 1 \dots L$, ceci revient à subdiviser l'ensemble des valeurs de u en L intervalles $(d_j; d_{j+1})$ et à associer à chaque ' u ' appartenant à l'intervalle $(d_j; d_{j+1})$, la valeur q_j .

L'objet de la quantification scalaire revient à déterminer les niveaux de transition d_j et de quantification q_j optimaux, connaissant la densité de probabilité et se fixant un critère d'optimisation. De toute évidence, l'application ainsi définie introduit par conséquent une distorsion entre les valeurs de ' u ' et $Q(u)$ qu'il faut rendre minimale.

Si l'on prend pour critère d'optimisation, la minimisation de l'erreur quadratique moyenne, pour un nombre donné de niveaux de transition, on obtient un quantificateur optimal au sens des moindres carrés. C'est le quantificateur de Lloyd-Max [11].

En désignant par $d_j; (j = 1: L+1)$, (resp. $q_j; (j = 1: L)$) les niveaux de transition (resp. de quantification) et par $p(x)$ la fonction de densité de probabilité, l'erreur quadratique se définit par :

$$\text{Erreur} = \sum_{j=1}^L \int_{d_j}^{d_{j+1}} (x - q_j)^2 p(x) dx \quad (1.1)$$

La minimisation de cette fonction revient à trouver les quantités d_j et q_j solutions du système d'équations suivant:

$$d_j = \frac{1}{2}(q_j + q_{j-1}) \quad (1.2)$$

$$q_j = \frac{\int_j^{j+1} xp(x)d(x)}{\int_j^{j+1} p(x)d(x)} \quad (1.3)$$

Notons que ces $2L-1$ équations à $2L-1$ inconnues se déduisent par annulation des dérivées obtenues par différenciation de (1.1) par rapport à d_j d'une part et q_j d'autre part.

Ces équations sont non linéaires et par conséquent nécessitent la mise en œuvre d'algorithmes spécifiques à des systèmes non linéaires. Elles montrent que les niveaux de décision sont les centres des intervalles délimités par les niveaux de reconstruction et que les niveaux de quantification sont les moyennes normalisées dans chaque intervalle de décision.

On modélise le plus souvent la distribution de densité des niveaux de gris par une Gaussienne ou une Laplacienne. Ces deux densités de probabilité sont des cas particuliers de la Gaussienne généralisée dont la formule est donnée par :

$$p(x) = \alpha * e^{-|\beta(x)|^r} \quad (1.4)$$

$$\text{Avec : } \alpha = \frac{\beta r}{2r(\frac{1}{\delta})} \quad \text{Et } \beta = \frac{1}{\delta} \left[\frac{r \frac{3}{r}}{r \frac{1}{r}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

Où δ^2 est la variance de l'image et $r(r)$, la fonction Gamma. Notons que pour $r=1$, on a la densité de probabilité Laplacienne et celle de la gaussienne pour $r = 2$.

Si l'on suppose que la densité de probabilité est uniforme, les niveaux de décision d_j et de quantification q_j du quantificateur optimal sont alors définis par :

$$d_j = d_i + (j - 1)p \quad (1.5)$$

$$q_j = d_j + \frac{p}{2} \quad (1.6)$$

$$p = (d_{L+1} - d_i)/L \quad (1.7)$$

Ce quantificateur est souvent appelé quantificateur linéaire. Au lieu de la fonction densité de probabilité, on peut utiliser l'histogramme de l'image à quantifier. En général, les lois ne sont pas connues ou sont complexes à évaluer, ce qui complique le calcul de d_j et q_j .

Pour certaines lois classiques (loi normale, loi de Laplace...), ces valeurs sont données par des tables, ce qui facilite la mise en œuvre de la quantification quand on utilise ces modèles.

ii. Quantification vectorielle :

Le principe général du quantificateur vectoriel consiste à quantifier une suite d'échantillons (vecteur) d'une image au lieu de quantifier chaque valeur comme c'est le cas pour la quantification scalaire.

Pour réaliser ceci, on commence par créer un catalogue de vecteurs $\hat{U}_i; i = 1 \dots N_c$ de référence appelé Codebook ou dictionnaire à partir d'un ensemble d'images tests par un algorithme d'apprentissage.

L'image à quantifier est décomposée en un ensemble de vecteurs U_i , de même taille que ceux du Codebook. Ensuite, utilisant une métrique 'd'; chaque vecteur U_i de l'image à quantifier est comparé à tous les vecteurs \hat{U} de la séquence d'apprentissage générée précédemment, il s'agit de choisir dans le Codebook le vecteur \hat{U}_k tel que $d(U_i; \hat{U}_k) \leq d(U_i; \hat{U}_i); i = 1 \dots N_c$.

La distorsion mesurée par d doit être minimale et permettre d'obtenir une image de bonne qualité visuelle. La métrique communément utilisée pour ce type de quantification est la métrique euclidienne qui correspond à :

$$d^2(U, \hat{U}) = \sum_{i=1}^N (U(i) - \hat{U}(i))^2 \quad (1.8)$$

On peut envisager, pour mieux tenir compte de la valeur de chaque pixel, une pondération de cette métrique :

$$d_{\omega}^2(U, \hat{U}) = \sum_{i=1}^N \omega_i (U(i) - \hat{U}(i))^2 \quad (1.9)$$

Où les ω_i sont des poids pouvant être identiques. Après avoir sélectionné parmi les vecteurs du Codebook le vecteur le plus proche (au sens de la métrique choisie) du vecteur à quantifier, ce dernier est représenté par son indice qui peut alors être transmis ou stocké en vue de la reconstruction de l'image originale. En fait si l'on a une image de taille $N \times N = 512 \times 512$, on peut la décomposer en 512 vecteurs de taille 512 chacun.

Son indice est alors codé sur $\log 2^N$ bits c.à.d 9 bits. On se rend ainsi compte que si au lieu de manipuler (stocker ou transmettre) l'image toute entière on ne travaille que sur les indices, on réalise un gain important au niveau de la quantité d'information à traiter. A la réception d'un processus de transmission, l'image originale est reconstruite en utilisant simplement une table de correspondance.

Il est à noter que soit le Codebook est transmis en même temps que les index ou bien un autre dictionnaire est construit de manière identique c.à.d. en utilisant la même métrique et les mêmes images dans la séquence d'apprentissage que celles utilisées pour la quantification.

Les difficultés principales pour l'utilisation de ce type de quantification sont :

- La génération du dictionnaire ou Codebook, cette phase permettant la création du catalogue de référence est très importante et dépend de la structure et de la nature de l'image.
- La structuration du dictionnaire pour une recherche efficace et rapide des index de référence.

S'il est vrai que la mise en œuvre de cette quantification est complexe, elle permet d'obtenir des taux de compression importants. Par exemple, si l'on considère comme indiqué ci-dessus un dictionnaire formé de vecteurs de taille 512 chacun, avec les index codés sur 9 bits, ceci donne un codage de 9/512 bit/pixel (bpp), soit un taux de compression de $512 * 8/9$ pour une image ayant 2^8 niveaux de gris.

Remarquons que ce taux ne dépend pas de la taille de l'image, mais de la longueur des mots (ici vecteurs) du dictionnaire.

En général, si l'on veut coder un bloc de taille $n*m$ pixels avec un dictionnaire ayant des mots sur d bits, on a un rapport de $d/n*m$ bit/pixel d'où un taux de compression de $n*m*b/d$ pour une image codée sur 2^b bits.

Les expériences quantitatives réalisées [5] montrent que la quantification vectorielle est meilleure que la quantification scalaire parce qu'elle donne de meilleurs taux de compression.

2) Compression par transformation :

Les méthodes de compression par transformation n'agissent pas directement sur l'image numérique dans sa représentation canonique, mais sur le domaine de sa transformée.

Cette transformation peut être linéaire ou non.

Il est bien connu qu'une transformation peut permettre de mettre en évidence certaines propriétés de l'image que la représentation originale ou canonique ne laisse pas apparaître.

En partant d'un ensemble de valeurs numériques corrélées d'une image, le but est d'obtenir un autre ensemble de valeurs le moins corrélées possible dans l'espace transformé.

En général, les schémas de codage par transformation subdivisent l'image de taille $N \times N$ en sous-images de taille plus petites avant de faire subir à chacune de ces sous-images une transformation.

On privilégie les transformations qui sont unitaires et qui conservent l'énergie. La transformation consiste en la décomposition de l'image selon une base adéquate de fonctions telles que:

- Les coefficients de la transformation soient indépendants
- Qu'un nombre minimum de ces coefficients contienne une proportion importante de l'énergie de l'image.

Ainsi, on pourra mettre à zéro certains d'entre eux sans nuire de manière significative ni à la quantité d'énergie, ni à l'aspect visuel de l'image reconstruite.

On peut distinguer plusieurs transformées dont [11]:

- ✓ Transformation de Karhunen-Loeve (TKL).
- ✓ Transformation de Fourier discrète (TFD).
- ✓ Transformation de Hadamard (TH).
- ✓ Transformation de Haar (THA).
- ✓ Transformation en cosinus discrète (DCT).
- ✓ Transformation par ondelette discrète (DWT).

La transformation de Fourier et celles qui en découlent, telles la transformation en sinus, la transformation en cosinus, sont très utilisées en analyse et en filtrage du signal [12].

Ces transformations peuvent être mises en œuvre à l'aide d'algorithmes rapides comme la FFT et ses variantes.

La variable de l'espace transformé étant la fréquence, une telle décomposition permet de mieux observer la répartition fréquentielle de l'image.

Étant donné que ce sont les premières harmoniques qui contiennent la quasi-totalité de l'énergie, il est donc possible de mettre à zéro une proportion importante des coefficients et de coder l'image à moindre coût.

Malgré la rapidité de la transformation de Fourier, elle décompose l'image en une partie réelle et une partie imaginaire pouvant se convertir en module et argument ce qui n'est pas facile à manipuler ou à interpréter.

Les traitements de ces données peuvent s'avérer lourds, d'où la préférence accordée à la transformation en cosinus qui bénéficie de toutes les caractéristiques de la FFT.

La transformée en cosinus a été choisie comme standard par JPEG (Joint Photographie Experts Group) pour le codage d'images fixes.

Actuellement, la transformée qui est sujette à multitudes recherches et qui a été choisie comme standard du JPEG2000 est la transformée en ondelette, cette transformée a révolutionné plusieurs domaines de l'imagerie notamment la compression d'images, où elle permet un meilleur taux de compression que les autres et ceci avec une meilleure qualité d'images.

3) Codage par prédiction [13] :

Les méthodes prédictives proposent de transformer de manière réversible les chaînes de symboles en des chaînes plus simples pour l'algorithme de compression.

Il s'agit d'aider celui-ci en introduisant un modèle permettant de prédire chaque symbole apparaissant dans la chaîne en fonction des symboles précédents et de coder à l'aide de l'algorithme de codage universel l'erreur de prédiction au lieu du symbole lui-même. Ceci suppose que les symboles possèdent une interprétation, ce qui est le cas pour les images.

Il n'est donc pas étonnant qu'en 1995, lorsque l'algorithme PNG, conçu comme une alternative non encombrée par des brevets de GIF, a été proposé, cette prédiction y'a été ajoutée.

Les modèles proposés utilisent des prédictions linéaires de l'intensité lumineuse en fonction de celle des voisins déjà connus.

Les erreurs de prédictions sont alors codées par une autre variante de l'algorithme LZ77, c'est l'algorithme "deflate".

L'amélioration de performances est notable puisque l'on peut atteindre des taux de l'ordre de 3 avec l'algorithme PNG [14].

4) Codage Des Sous-Bandes :

i. Algorithme EZW:

Le premier algorithme inter-bandes pour les images 2D se nomme EZW (*Embedded coding with Zero tree of Wavelet coefficients*) [13], [15] proposé en 1993 par Jerrom Shapiro.

L'ensemble des méthodes qui ont suivi s'appuient sur des techniques communes. Elles exploitent complètement la notion de multi-résolution associée aux ondelettes.

Leur schéma de codage utilise un modèle simple pour caractériser les dépendances inter-bandes parmi les coefficients d'ondelettes localisés dans les sous bandes ayant la même orientation.

La **Figure (I-4)** illustre ces dépendances à travers toutes les échelles. Le modèle est basé sur l'hypothèse des arbres de zéros, qui suppose que si un coefficient d'ondelettes w est non significatif pour un seuil donné T , c'est-à-dire $|W| < T$, alors tous les coefficients de la même orientation dans la même localisation spatiale à des résolutions plus fines sont supposés non significatifs pour ce même seuil T . Cette hypothèse des arbres de zéros est illustrée en 2D sur la **Figure (I-4)**. On peut voir qu'un coefficient "parent" à une résolution donnée va engendrer 4 coefficients "enfants" à la résolution supérieure [15], [16], [17].

Notons que le nœud racine (correspondant aux coefficients de la dernière sous bande LL) de l'arbre a seulement 3 enfants, alors que tous les autres nœuds à l'exception extrémités en possèdent 4. En d'autres termes, à l'exception du nœud racine et des extrémités de l'arbre, le lien parent enfant pour EZW est le suivant :

$$O(i, j) = \{(2i, 2j), (2i, 2j+1), (2i+1, 2j), (2i+1, 2j+1)\} \quad (1.10)$$

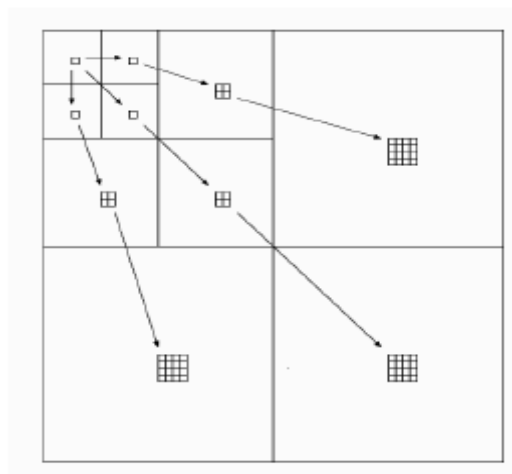


Figure (I-4) : Structure d'arbre des coefficients d'ondelette

La suite de l'algorithme est comme le suivant : on part d'un seuil entier qui est T_n une puissance de 2 de type $T_n=2^n$ avec $n = \log_2(|\omega_{max}|)$ ou ω_{max} est le coefficient le plus grand en valeur absolue de toutes les sous-bandes.

Les coefficients d'ondelettes sont scannés dans un ordre hiérarchique de la résolution la plus faible vers la plus grande, et chaque coefficient w est testé pour savoir si sa valeur absolue est supérieure ou égale au seuil T_n , c'est-à-dire s'il est significatif pour le seuil donné. Si un coefficient est trouvé significatif, il est codé suivant son signe par le symbole POS pour un coefficient positif et NEG pour un coefficient négatif. Il est alors placé dans la liste des coefficients significatifs.

Si un coefficient est testé non significatif $|\omega| < T_n$ on examine tous ses descendants pour tester leur signification. Dans le cas où aucun descendant n'est pas significatif, on code un arbre de zéros (AZ). Si un descendant significatif apparaît on code un zéro isolé (ZI). Les coefficients qui descendent d'une racine d'arbre de zéros n'ont pas besoin d'être codés.

Cette partie se nomme la passe dominante pour Shapiro ou passe de signification dans de nombreux articles.

Ensuite, la seconde passe (passe de raffinement ou subordonnée pour Shapiro) est réalisée sur les coefficients dans la liste significative. Pour chaque coefficient de cette liste, le bit situé dans le plan de bit inférieur (plan de 2^{n-1} bit) est codé. L'encodeur divise le seuil T_n par 2 ($T_n \leftarrow T_n / 2$) et exécute une nouvelle passe dominante et de raffinement.

Cette procédure se poursuit jusqu'à ce que l'on atteigne le débit voulu. Si un coefficient est trouvé significatif à une passe postérieure, il sera encore dans la liste significative à la passe courante et n'aura pas besoin d'être identifié comme significatif une autre fois. Le nombre de coefficients dans cette liste croît de façon monotone au fur et à mesure que les seuils T_n décroissent. Si l'on va jusqu'au dernier plan de bits (LSB), on obtient un codage sans perte car il n'y a plus d'étape de quantification.

Le décodeur utilise un algorithme similaire. Il initialise tous les coefficients à zéro et scanne à travers les mêmes directions que l'encodeur. Le décodeur reçoit un symbole du flux binaire pour chaque coefficient. Si ce symbole est POS ou NEG, l'amplitude du coefficient est au-dessus du seuil et on détermine le signe. Dans les deux cas, le coefficient est placé dans la liste significative. Si un symbole AZ est reçu, aucun des descendants du coefficient courant n'est visité pendant la passe dominante.

On réalise ensuite la passe de raffinement. Pour chaque coefficient dans la liste de signification, un bit est sorti du flux binaire. Si c'est un 1, il est utilisé pour remplacer

le bit 0 à la localisation $\log_2 (T_n)-1$ dans la représentation binaire des coefficients [16].

ii. Algorithme SPIHT:

L'algorithme SPIHT (Set Partitioning In Hierarchical Trees) [18] reprend les principes évoqués dans EZW tout en proposant de partitionner récursivement les arbres de coefficients. Ainsi, là où EZW codait un coefficient non significatif isolé ('ZI'), SPIHT effectue un partitionnement récursif de l'arbre de manière à déterminer la position des coefficients significatifs dans la descendance du coefficient considéré. Les coefficients significatifs sont codés de manière similaire à EZW : leur signe est envoyé dès qu'ils sont identifiés comme étant significatifs et ils sont ajoutés à la liste des coefficients à raffiner.

Cet algorithme fonctionne également par plans de bits. Il offre des performances remarquables, atteignant celles d'EZW sans codage entropique. En ajoutant un codage entropique de l'information de significiance, un gain supplémentaire entre 0.3 et 0.6 dB peut être obtenu [19].

Les bits envoyés lors de la passe de significiance correspondent au programme exécuté à l'encodeur lors de l'exécution de l'algorithme de classement en coefficients significatifs et non significatifs. En suivant le même programme, le décodeur reste synchrone avec les décisions de l'encodeur et retrouve la même classification. Cet algorithme repose sur la gestion de trois listes, de coefficients significatifs (LCS), de coefficients insignifiants (LCN) et d'ensembles insignifiants (LEN). Moyennant un seuil de significiance divisé par deux à chaque itération, et dont la valeur initiale est transmise au décodeur.

L'algorithme se déroule de la manière suivante : la liste des coefficients significatifs est initialement vide, tandis que la liste de coefficients insignifiants contient les racines de chaque arbre (coefficients de la bande basse) et la liste d'ensembles insignifiants contient l'ensemble des descendants de chaque arbre. Cette partition initiale est segmentée récursivement au moyen de deux règles. Si un ensemble de descendants d'un nœud est significatif, il est séparé en quatre coefficients fils directs de ce nœud, et l'ensemble des autres descendants. Les fils directs sont ajoutés à la LCN ou la LCS en fonction de leur significiance. Si au moins un élément de l'ensemble des autres descendants est significatif, cet ensemble est séparé en quatre ensembles insignifiants ajoutés à la LEN. Le fait de traiter les coefficients par groupes de quatre permet d'effectuer un codage entropique efficace par la suite. Comme dans EZW, la passe de raffinement consiste à coder progressivement les bits de poids faibles des coefficients significatifs [13], [19].

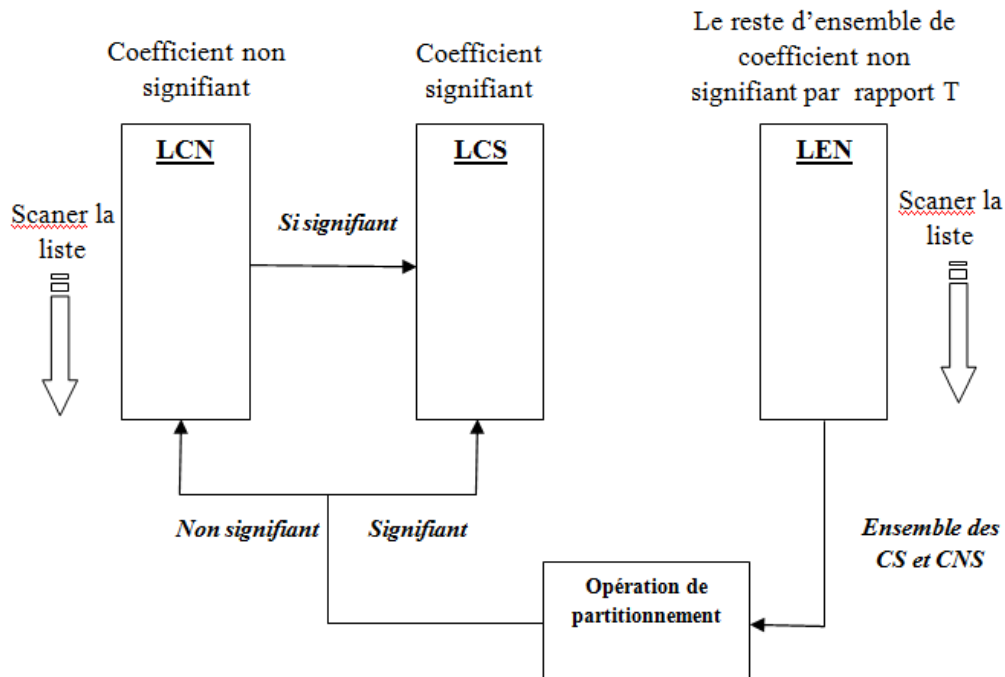


Figure (I.5): Organigramme de l'algorithme de SPIHT

Algorithme de codage SPIHT

1. Initialisation :

Sortie $n = \lceil \log_2(|\omega_{max}|) \rceil \leftrightarrow T_n = 2^n, LCS = \emptyset, LCN = (i, j) \in LL.$

LEN contient les mêmes coefficients que LCN excepté ceux qui n'ont pas de descendants.

2. Passe de signification :

2.1. Pour chaque $(i, j) \in LCN$ faire :

2.1.1. Sortie $\sigma_{T_n}(i, j)$

2.1.2. Si $\sigma_{T_n}(i, j) = 1$ alors mettre (i, j) dans LCS et coder le signe de $w(i, j)$

2.2. Pour chaque $(i, j) \in LEN$ faire :

2.2.1. Si l'entrée est de type A

2.2.1.1. Sortie $\sigma_{T_n}(D(i, j))$

2.2.1.2. Si $\sigma_{T_n}(D(i, j)) = 1$ alors

- Pour chaque $(l, m) \in O(i, j)$ faire :

- Sortie $\sigma_{T_n}(l, m)$

- ✓ Si $\sigma_{T_n}(l, m) = 1$ alors mettre (l, m) dans LCS et coder le signe de $w(l, m)$

- ✓ Si $\sigma_{T_n}(l, m) = 0$ alors mettre (l, m) à la fin de LCN

- Si $L(i, j) \neq \emptyset$ alors mettre (l, m) à la fin de LEN comme une entrée de type B

2.2.2. si l'entrée est de type B

2.2.2.1. sortie $\sigma_{T_n}(L(i, j))$

2.2.2.2. si $\sigma_{T_n}(L(l, m)) = 1$ alors

- mettre (l, m) à la fin de LEN comme une entrée de type A
- supprimer (i, j) de LEN

3. Passe de raffinement :

Pour chaque coefficient $(i, j) \in LCS$ à l'exception de ceux incluse dans la même passe de signification. Sortie le n-ème bit significatif de $|w(i, j)|$

4. Modification du pas de quantification :

$T_n = T_n/2$ Et aller à l'étape (2).

iii. Algorithmes EQ :

L'algorithme d'Estimation Quantization (EQ) [14] consiste à modéliser les coefficients de chaque sous-bande par un mélange de gaussiennes généralisées, dont la variance est conditionnée par un voisinage causal et le paramètre de forme est fixe. L'expression de la gaussienne généralisée est donnée par la formule suivante :

$$P(X = x) = \frac{\alpha\beta}{2\lambda(\frac{1}{\beta})} e^{-|\alpha x|^\beta} \quad (1.11)$$

Où β est le paramètre de forme, et α est donné en fonction de la variance δ^2 par

$$\alpha^2 = \frac{\lambda(\frac{3}{\beta})}{\delta^2(\frac{1}{\beta})}$$

Cette loi se réduit à l'expression d'une Laplacienne lorsque $\beta = 1$ et d'une gaussienne lorsque $\beta = 2$. Elle représente de manière assez fidèle la distribution stationnaire des coefficients pour un paramètre β autour de 0,6 – 0,7. Dans l'algorithme EQ, ce paramètre est estimé pour chaque sous-bande à l'encodeur et transmis au décodeur. La variance est quant à elle estimée localement par maximum de vraisemblance, en fonction de la valeur des coefficients précédemment quantifiés dans un voisinage causal du coefficient considéré.

Lorsque tous les coefficients voisins sont quantifiés à zéro, la variance du coefficient est imprévisible et une valeur par défaut est utilisée. Cette variance par défaut est également estimée à l'encodage et transmise au décodeur.

Une fois les paramètres de la gaussienne généralisée estimés pour le coefficient courant, celui-ci est quantifié pour le débit cible donné. Un quantificateur uniforme par zone morte est sélectionné parmi un ensemble de quantificateurs prédéfinis

indexés par la pente $-\tau$ correspondante sur la courbe débit-distorsion. Les probabilités des symboles quantifiés sont également stockées dans cette table pour l'étape de codage entropique.

Ce codeur a l'avantage d'être simple et de complexité très réduite, offrant des performances très satisfaisantes. Il a par contre l'inconvénient de ne pas permettre un décodage progressif efficace de l'image, car chaque coefficient est codé totalement avant de passer au suivant.

V. EVALUATION DE LA QUALITE DE COMPRESSION

i. Taux de compression :

Le taux de compression est une grandeur qui calcule le rapport entre le nombre de bits des données originales avec celui présent dans les données compressés. Le taux de compression est noté par T_c .

$$T_c = \frac{\text{Le nombre de bits de l'image compressée}}{\text{Le nombre de bits de l'image original}} \quad (1.12)$$

Il existe une autre quantité permettant de définir le taux de compression maximal sans perte d'information c'est l'entropie.

ii. Taux d'information (Entropie) :

L'entropie est une grandeur qui caractérise la quantité d'information que contient une image.

Par exemple, une image dont tous les pixels ont la même valeur contient très peu d'informations car elle est extrêmement redondante, donc son entropie est faible. En revanche une image dont tous les pixels ont une valeur aléatoire contient beaucoup d'informations, son entropie est forte. L'entropie (en bits) est calculée par la formule suivante :

$$H = - \sum_{i=1}^{i=N} P_i \log_2 P_i \quad (1.13)$$

Où N est le nombre de bits par pixels.

L'entropie H d'une image originale fournit le débit minimal qu'il est possible d'atteindre par compression, pixel par pixel sans dégrader l'image, est par la même, un taux de compression sans perte maximale.

iii. Mesures de distorsion (Mesures de fidélité) :

Deux techniques sont utilisées pour évaluer la distorsion : subjective et objective.

Les méthodes subjectives, nécessitent des tests psycho visuels de l'œil humain. Les tests sont réalisés à plusieurs échelles avec des groupes de personnes.

Les méthodes objectives, s'agissant de définir des quantités permettant d'évaluer numériquement la qualité de l'image reconstruite.

La distorsion (D) est l'erreur introduite par l'opération de compression, due au fait qu'éventuellement l'image reconstruite n'est pas exactement identique à l'image originale. La mesure de distorsion utilisée généralement en compression d'image, est l'erreur quadratique moyenne MSE (Mean Square Error). Cette grandeur est définie par la moyenne des écarts au carré entre le pixel $I(i, j)$ de l'image originale et le pixel $\hat{I}(i, j)$ de l'image reconstruite comme suit :

$$MSE = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} [I(i, j) - \hat{I}(i, j)]^2 \quad (1.14)$$

Le rapport signal sur bruit (Signal to Noise Ratio) est défini par

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{J-1} x[i, j]^2}{MSE} \quad (1.15)$$

Le rapport signal crête sur bruit pour une image dont le maximum est $(2^R - 1)$ dénoté PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) entre la source initiale et celle distordue, où R est le nombre de bits de l'image originale :

En compression d'images le PSNR d'une image de taille $(8 \times (512)^2)$ bits ($(512)^2$ indique une image de taille 512 par 512 pixels, chaque pixel est codé sur 8 bits) est défini plus souvent par :

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{255^2}{MSE} \quad (1.16)$$

Le PSNR d'une image couleur RGB est défini par l'équation :

$$PSNR = 10 \log_{10} \frac{255^2 \times 3}{MSE(R) + MSE(G) + MSE(B)} \quad (1.17)$$

Les mesures de distorsion sont très utiles pour déterminer la performance d'une méthode par rapport à d'autres. Ces mesures de distorsion sont objectives et simples à calculer. Certaines méthodes de compression recherchent le meilleur compromis entre la performance et la distorsion.

Parmi les métriques les plus populaires et les plus utilisées, on trouve SSIM (Structural Similarity Index) qui est basée sur la similarité structurelle entre deux images comme le cas de l'œil humain qui est sensible aux changements dans la structure. Cette métrique est basée sur trois composantes : la luminance, le contraste et la structure de l'image.

Soit $X = \{x_i | i=1,2,\dots, N\}$ et $Y = \{y_i | i=1,2,\dots, N\}$ l'image originale et compressée respectivement.

L'équation de la métrique SSIM est la suivante :

$$SSIM(x, y) = [l(x, y)]^\alpha [c(x, y)]^\beta [s(x, y)]^\gamma \quad (1.18)$$

Avec α , β , et γ sont des paramètres qui définissent l'importance des trois composantes $l(x,y)$ qui est la comparaison de la luminance (1.18), $c(x,y)$ est la comparaison du contraste, et $s(x,y)$ est la comparaison structurelle :

$$l(x, y) = \frac{2\mu_x\mu_y + c_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + c_1}, c(x, y) = \frac{2\sigma_x\sigma_y + c_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + c_2}, s(x, y) = \frac{\sigma_{xy} + c_3}{\sigma_x\sigma_y + c_3} \quad (1.19)$$

Avec : C_1, C_2, C_3 sont des constantes, μ_x, μ_y sont les moyennes et $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy}$ sont les variances

Enfin, la mesure de la qualité peut fournir une carte spatiale de la section locale qualité d'image, qui fournit plus d'information sur la qualité de l'image de dégradation, ce qui est utile dans les applications d'imagerie médicale. Pour l'application, nous avons besoin d'une seule mesure globale de l'ensemble qualité d'image qui est donnée par la formule suivante:

$$MSSIM(X, Y) = \frac{1}{M_1} \sum_{j=1}^M SSIM(x_j, y_j) \quad (1.20)$$

Où X et Y sont respectivement les images de référence et dégradée, x_j et y_j est le contenu des images à la fenêtre i -ème local.

M est le nombre total de fenêtres locales dans l'image. Les valeurs MSSIM présentent une plus grande cohérence avec la qualité visuelle.

VI. ETAT DE L'ART SUR LA COMPRESSION D'IMAGES MEDICALES

En préambule, il est important de souligner que la comparaison des performances fournies par toutes les méthodes de compression n'est pas une tâche facile. En effet,

contrairement à la compression d'images naturelles, il n'existe pas de bases de données dites de référence pour tester les méthodes. Ainsi, les chercheurs utilisent leurs propres images médicales pour évaluer leurs algorithmes. Or un résultat valable pour une modalité et un organe ne l'est pas nécessairement pour une autre modalité ou un autre organe. Cette partie essaie cependant de résumer les principaux résultats en compression sans et avec perte qui ont été publiés à ce jour.

i. Compression sans perte :

De nombreuses études [20], [21], [22], [23] ont testé les méthodes de référence 2D(CALIC) et les standards de compression actuels (JPEG sans perte, JPEG - LS, JPEG 2000, PNG ...) Kivijärvi et al dans [22] examinent la compression sans perte sur 3147 images de différentes modalités (scanner, IRM, échographie, PET, SPECT). CALIC [24], [25] qui est un codeur prédictif basé sur contexte donne les meilleurs performances en un temps raisonnable (TC = 2,98 : 1 en moyenne) alors que JPEG-LS [26] est presque aussi efficace (TC = 2,81 : 1 en moyenne) et beaucoup plus rapide (4 fois plus rapide). PNG et JPEG sans perte apparaissent en retrait.

Clunie dans [20] teste les mêmes méthodes en évaluant en plus le standard JPEG2000 [27]. Sur 3679 images de différentes modalités et parties anatomiques, il arrive à la conclusion que CALIC est légèrement supérieur (TC = 3,91 : 1 en moyenne) à JPEG LS et JPEG2000 (TC = 3,81 en moyenne pour les 2). JPEG-LS est cependant plus simple à implanter, consomme moins de mémoire et est plus rapide que JPEG 2000 et CALIC. JPEG 2000 possède lui le plus de fonctionnalités pour l'imagerie médicale. Les autres algorithmes testés (LZW, Huffman adaptatif, JPEG sans perte, PNG, Unix compress) présentent de mauvaises performances.

En résumé, l'ensemble des études 2D confirme que JPEG LS, JPEG 2000 et CALIC constituent l'état de l'art pour les algorithmes 2D de compression sans perte d'images médicales. Cependant, remarquons que ces taux de compression restent limités. L'ensemble de ces techniques correspond aux méthodes présentées dans le paragraphe précédent. Tous ces méthodes sont basées sur une transformée en ondelettes 2D.

Néanmoins, l'utilisation des méthodes 2D ne permet pas d'atteindre de très forts taux de compression lorsqu'il s'agit de compression sans perte. La compression avec pertes maîtrisées peut donc être une réponse à cette limitation.

ii. Compression avec perte :

La compression avec pertes est plus que jamais à l'ordre du jour en imagerie médicale, et ce pour les raisons suivantes. Tout d'abord, les études bien que peu nombreuses ont montrées [28], [29] que les images médicales possédaient des tolérances à la compression avec perte. On définit cette tolérance comme le maximum de taux de compression pour lequel l'image compressée est jugée acceptable, tant pour l'interprétation humaine que pour celle assistée par ordinateur (CAD). Ainsi par exemple, les radiographies de poitrine digitalisées sont très tolérantes à la compression [28](au moins 40 : 1 pour une compression avec la méthode SPIHT 2D [18] par exemple). Les films d'os digitalisés sont moyennement tolérants (entre 20 : 1 et 40 : 1). Les images de scanner, IRM et d'échographie sont plus faiblement tolérantes (de 10 : 1 à 20 : 1). Les études sur les scanners ont indiqué que la précision du diagnostic était préservée jusqu'à un taux de compression de 10 : 1 à la fois pour le thorax [30] et le foie [31], et jusqu'à 20 : 1 pour le colon [32]. Enfin, citons une étude très récente sur l'impact de la compression avec pertes (par SPIHT et JPEG2000) des mammographies. Cinq radiologues expérimentés ont localisé et noté les agglutinations de micro calcifications et les masses dans 120 mammographies [28]. Il en ressort que la précision des données mesurées est préservée jusqu'à des taux de compression de 80 : 1.

Notons que toutes ces études ont été effectuées sur des méthodes 2D.

Malheureusement, aucune étude n'a encore déterminé un taux de compression référence unique pour un type d'images (une modalité et un organe) et une méthode de compression.

Cependant, nous pouvons déjà constater les gains en taux de compression offerts par rapport à ceux de la compression sans perte. Comparer les algorithmes de compression avec pertes en imagerie médicale est un problème très complexe. Dans l'introduction, nous avons évoqué les difficultés pour évaluer les pertes, la qualité de l'image reconstruite, la précision du diagnostic. Dans le même temps, nous avons décrit brièvement un certain nombre d'outils statistiques et subjectifs permettant d'évaluer les performances des méthodes.

Malheureusement, la quasi totalité des publications actuelles de référence en compression d'images médicales n'utilisent pas ces techniques car elles sont souvent très coûteuses en temps et en moyens humains. De plus, il n'y a à notre connaissance presque aucun travail récent où l'évaluation subjective de la qualité des images compressées a été réalisée par des professionnels de la radiologie.

VII. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons fait un tour d'horizon sur les différentes techniques de compression d'images médicales.

On en a déduit qu'elles peuvent être classées en deux grandes catégories d'après leurs propriétés, la compression sans pertes d'informations qui permet de retrouver exactement toute l'information contenue dans l'image originale ainsi que la compression avec pertes d'informations qui comporte une perte de données pendant le processus.

Dans la suite de ce mémoire, nous nous intéresserons à la compression avec perte d'information basée sur la transformée en paquets ondelettes qui sera exposé dans le chapitre III.

CHAPITRE II :

TRANSFORMEE

EN

ONDELETTES

I. INTRODUCTION

L'objectif de ce chapitre est de présenter les ondelettes et la transformée d'ondelette en forme théorique et mathématique que nous allons utiliser dans la suite de ce travail. Nous les situerons dans le panorama le plus large de l'analyse du signal 2D par les ondelettes, puis nous rappellerons leurs propriétés fondamentales ainsi que leurs applications en paquets d'ondelettes.

Comme déjà mentionné auparavant, les deux principaux domaines de représentation utilisés en traitement du signal sont le temps et la fréquence. L'outil désormais classique permettant de passer d'un domaine à l'autre est la transformée de Fourier (TF). La TF permet d'estimer les fréquences présentes dans un signal, mais pas de localiser l'endroit où ces fréquences apparaissent ou disparaissent, car elle agit sur la totalité du signal.

Pour disposer d'une information de type temps- fréquence, c à d à la fois en temps et en fréquence, il faut calculer la TF d'une fenêtre de petite taille que l'on fait « glisser » d'un bout à l'autre du signal. On obtient alors une représentation temps- fréquence de type spectrogramme.

L'inconvénient de cette technique procédure, outre sa faible résolution conjointe temps/fréquence est que la taille de la fenêtre est constante. Il serait plus pertinent d'adapter la taille de la fenêtre d'analyse aux caractéristiques locales du signal : petite fenêtre lorsque le signal varie rapidement (hautes Fréquences) et plus grande fenêtre lorsque ses variations sont lentes (basse fréquences).

L'analyse en ondelettes vise à apporter une solution à ce problème en décomposant le signal sur une base de signaux élémentaires, les ondelettes obtenues par dilatation et décalage d'une ondelette de base. En modifiant ainsi par dilatations et contractions successives de la taille de l'ondelette analysante.

Les ondelettes c'est d'abord une théorie mathématique récente d'analyse du signal développée dans les années 80. On peut considérer qu'il s'agit d'une extension de l'analyse de Fourier. On a un signal continu et on le décompose en une série de nombres qui décrivent des courbes qui s'additionnent pour reconstruire le signal. L'intérêt de cette théorie est au départ l'analyse des signaux et elle a déjà de nombreuses applications.

La transformée en ondelettes d'un signal permet de représenter le signal sur un espace bidimensionnel appelé le plan temps-échelle, fournissant sur le signal des informations conjointes en temps et en fréquence. Le pavage du plan temps-fréquence induit par cette transformée a pour particularité de permettre une résolution temporelle fine aux hautes fréquences et une résolution fréquentielle fine aux basses fréquences. Cette propriété permet souvent une analyse intéressante du signal mais reste rigide.

Dans ce deuxième chapitre, nous introduirons la transformée en ondelettes continue puis nous parlerons de la transformée en ondelettes discrète et de l'analyse multi résolution permettant de générer certaines de ces ondelettes.

II. PRINCIPE DES ONDELETTES

La transformation de Fourier est en une projection de la fonction signal sur l'espace (continu) des exponentielles complexes. Elle n'est pas bien adaptée aux signaux non stationnaires ou transitoires parce que les exponentielles complexes s'étalent régulièrement en temps de $-\infty$ à $+\infty$.

L'idée des ondelettes est donc de projeter la fonction signal sur un espace de fonction à support temporel limité, de façon à pouvoir étudier ce qui se passe localement. En effet, cela consiste à projeter le signal X sur une famille de fonctions à valeur moyenne nulle (les ondelettes mères) par des translations et des dilatations:

$$\mathbf{T}_x(\mathbf{t}, \mathbf{a}, \Psi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{x}(\mathbf{s}) \Psi * \mathbf{t}, \mathbf{a}(\mathbf{s}) \mathbf{d}\mathbf{s}, \Psi \mathbf{t}, \mathbf{a}(\mathbf{s}) = (|\alpha|^{1/2}) \Psi((\mathbf{s} - \mathbf{t})/\mathbf{a}) \quad (2.1)$$

On obtient ainsi ce qu'on appelle la transformation continue en ondelettes (CWT).

La variable « \mathbf{a} » est un facteur d'échelle, car si $|\mathbf{a}| > 1$ l'ondelette Ψ est dilatée, et si $|\mathbf{a}| < 1$ elle est comprimée.

La CWT est donc une représentation plutôt temps échelle que temps- fréquence.

Toutefois si elle est bien localisée autour d'une fréquence f_0 , une interprétation temps fréquence est possible avec une identification formelle :

$$f_0 = \frac{f}{a} \quad (2.2)$$

Notons que la différence principale vis-à-vis de la transformée de Fourier à fenêtre glissante STFT, lorsque « \mathbf{a} » est changé, la forme de l'ondelette ne change pas, mais sa durée et sa largeur de bande changent toutes les deux.

La STFT utilise la même largeur de fenêtre pour toutes les fréquences. La CWT utilise une fenêtre courte aux fréquences élevées et une fenêtre longue aux fréquences basses. Ceci permet de résoudre au moins partiellement le problème du compromis temps/fréquence. La bande passante \mathbf{B} est proportionnelle à la fréquence \mathbf{f} , et donc $\mathbf{B}/\mathbf{f} = \phi$ une constante. On parle de bande passante car la CWT peut être vue comme une opération de filtrage de \mathbf{X} par un ensemble (banc) de filtres. La CWT est invariante par translation en temps et en échelle.

$$Y(t) = |a_0|^{1/2} x[a_0(t - t_0)] \quad (2.3)$$

$$\Rightarrow T_y(t, a, \psi) = T_x(a_0 * (t - t_0), a/a_0; \psi) \quad (2.4)$$

Le signal peut être retrouvé à partir de sa transformée par :

$$X(t) = \iint_{-\infty}^{+\infty} T_x(s, a, \psi) \Phi(s, a(t)) ds da / a^2. \quad (2.5)$$

Φ : Ondelette de synthèse.

Ceci est possible si :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(f) \Phi * (f) df / |f| = 1 \quad (2.6)$$

III. TRANSFORMÉE EN ONDELETTES

1. Transformée en ondelettes continue CWT [33], [34]

Cette transformation consiste en des translations et des dilatations d'une seule fonction fixée, l'ondelette $\psi \in L^2(\mathbb{R})$. Dans la transformée en ondelette continue, les paramètres de translation et de dilatation varient continûment. Cela signifie que nous utilisons les fonctions :

$$\psi_{ab}(x) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) \text{ Avec } a \in \mathbb{R} - \{0\}, b \in \mathbb{R} \quad (2.7)$$

Ces fonctions sont mises à l'échelle de telle sorte que leur norme dans $L^2(\mathbb{R})$ soit indépendante de a . La CWT d'une fonction $f \in L^2(\mathbb{R})$ est défini par :

$$W(a, b) = \langle f, \psi_{a,b} \rangle \quad (2.8)$$

En utilisant l'identité de Parseval, on peut aussi l'écrire sous forme :

$$W(a, b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \langle F, \Psi_{a,b} \rangle \quad (2.9)$$

$$\text{où : } \Psi_{a,b}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} e^{-i\omega b} \Psi(a\omega) \quad (2.10)$$

On notera que la CWT convertit une fonction à une variable en une fonction à deux variables. La représentation d'une fonction par sa CWT est redondante et la transformée inverse n'est donc pas toujours unique. De plus, toutes les fonctions $W(a,b)$ ne sont pas forcément la CWT de la fonction f . Si l'ondelette ψ satisfait la condition d'admissibilité :

$$C_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{\omega} d\omega < \infty \quad (2.11)$$

Alors, la transformée d'ondelette continue $W(a,b)$ admet un inverse :

$$f(x) = \frac{1}{C_\psi} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} W(a,b) \psi_{ab}(x) \frac{da db}{a} \quad (2.12)$$

D'après la condition d'admissibilité, nous observons que $\Psi(0) = 0$ et par conséquent, ψ doit osciller.

Cette transformée est souvent représentée par une image 2D (en couleurs ou en niveaux de gris) correspondant en module et phase de la transformée $W(a,b)$. L'avantage de cette caractérisation par rapport à la transformée de Fourier est qu'elle ne donne pas seulement une information sur le type de singularité mais aussi sa localisation dans le temps.

2. Transformée en ondelettes discrète DWT [33], [35]

La transformée en ondelette continue est très redondante. Il suffit en pratique de quelques coefficients pour couvrir entièrement le plan temps échelle. Les paramètres a et b sont fondamentalement continus. Leur discrétisation ne s'effectue pas selon un critère bien défini.

Quant à la transformée en ondelettes discrète le concept est différent. En effet, numériquement nous devons savoir comment discrétiser cette transformée de telle manière à conserver les propriétés intéressantes.

Nous concevons donc que les paramètres de dilatation a et de translation b puissent être discrétisés sans perte d'information. Nous pouvons donc formuler le problème de l'existence d'une famille $\{\psi_{a_m, b_n}\}$ dénombrable, formant une base de L^2 et permettant une

reconstruction exacte du signal en question. Cette famille redondante d'ondelettes discrètes, a été introduite dans le cadre des frames ou structures obliques par Ingrid Debauchies [36].

La redondance d'informations contenues dans cette transformée peut être généralement intéressante dans le cadre de l'analyse des signaux. En effet, elle est intéressante dans la mesure où les conditions que doivent vérifier les ondelettes ne sont pas trop contraignantes [37].

La reconstruction numérique du signal est stable. D'autre part, avec l'introduction des bases orthonormées [38] d'ondelettes, la théorie des ondelettes a pris un tournant décisif dans le sens où cette notion de base orthonormée constitue un outil clef en traitement du signal ; elle a des contraintes de rapidité nécessitant le minimum de données possible [39].

Dans le cadre de la théorie des frames, I. Debauchies a proposé une discrétisation des facteurs d'échelle a et de translation b telle que :

$$a_m = a_0^m, m \in \mathbb{Z} \text{ et } a_0 > 1 \quad (2.13)$$

$$b_n = nb_0 a_0^m, n \in \mathbb{Z} \text{ et } b_0 > 0 \quad (2.14)$$

Alors la famille d'ondelettes est de la forme:

$$\psi_{m,n}(x) = a_0^{-\frac{m}{2}} \psi(a_0^{-m} x - nb_0) \quad (2.15)$$

Une telle discrétisation permet à la famille, à chaque échelle a_m , de couvrir tout le support de signal sans trop de redondance, chaque ondelette étant essentiellement concentrée sur l'intervalle $[a_0^m nb_0, a_0^m (n+1)b_0]$.

Par contre la transformée ne sera plus invariante en translation comme la transformée continue, raison de la dépendance des paramètres. Pour exprimer les coefficients de la transformée en ondelette discrète, nous les notons par d_n^m

$$d_n^m = \langle \psi_{m,n}, f \rangle = a_0^{-\frac{m}{2}} \int \bar{\psi}(a_0^{-m} x - nb_0) f(x) dx \quad (2.16)$$

Nous montrons dans la littérature spécialisée [40] que si la famille $\{\psi_{m,n}, m, n \in \mathbb{Z}\}$ est une frame, alors nous aurons :

$$\frac{b_0 \text{Log}(a_0)}{\pi} A \leq \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\Psi(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega \leq \frac{b_0 \text{Log}(a_0)}{\pi} B \quad (2.17)$$

Où A et B sont deux constantes positives d'une frame donnée.

Cette expression nous montre simplement que la condition d'admissibilité est vérifiée et l'ondelette $\psi_{m,n}$ est analysante. Dans ce cas, la construction des algorithmes numériquement stable pour reconstruire le signal à partir des ses coefficients ondelettes d_n^m est possible:

$$f(x) = \frac{2}{A+B} \sum_{m,n} \langle \psi_{m,n}, f(x) \rangle \psi_{m,n} + R \quad (2.18)$$

Avec : $\|R\| \leq O\left(\frac{B}{A} - 1\right) \|f(x)\|$, qui exprime un terme d'erreur.

Si la base est orthonormée alors le terme R sera nul. Cependant, il est préférable de réduire au maximum la redondance de cette représentation.

Dans ce cas, on choisit des valeurs de $a_0 = 2$, $b_0 = 1$ pour lesquelles les ondelettes $\psi_{a_0 b_0}$ constituent une base orthonormée. Nous concluons que l'ortho normalité est une condition nécessaire pour le passage de la transformée en ondelettes continue vers la transformée en ondelettes discrète [41].

Après ces quelques définitions sur la théorie des Ondelettes, nous allons maintenant nous intéresser à l'analyse multi-résolution (AMR), qui permet de réaliser de manière concrète la décomposition du signal.

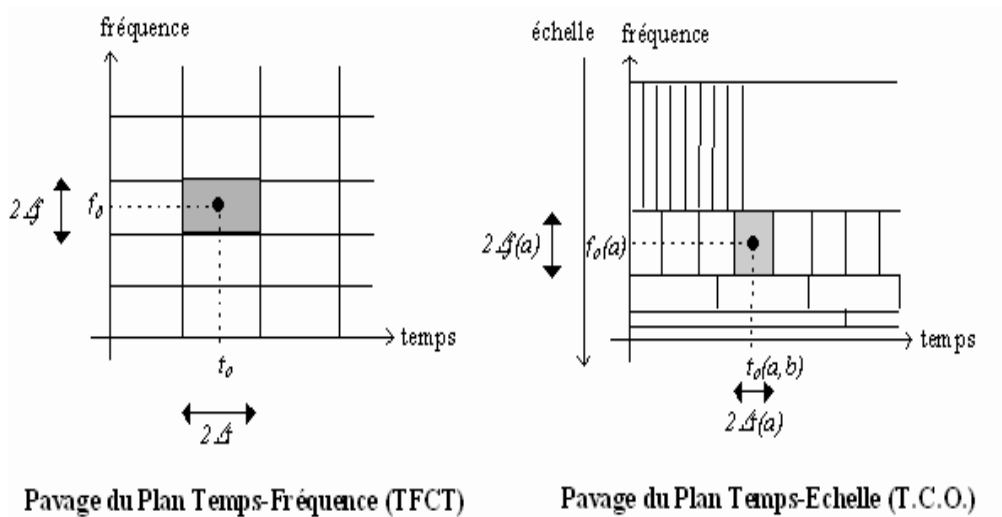


Figure (II.1): Différentes représentations ou partage du signal

La DWT est une projection sur un ensemble de fonctions non orthogonales. L'un des résultats majeurs de la théorie des ondelettes a été le développement de bases ortho normales d'ondelettes, avec les avantages qui en découlent.

Toutefois cette approche a été surtout appliquée dans le contexte de la compression (tout particulièrement les images), et dans celui de débruitage. Mais on peut bien sûr utiliser une base ortho normale d'ondelettes pour l'analyse de signaux.

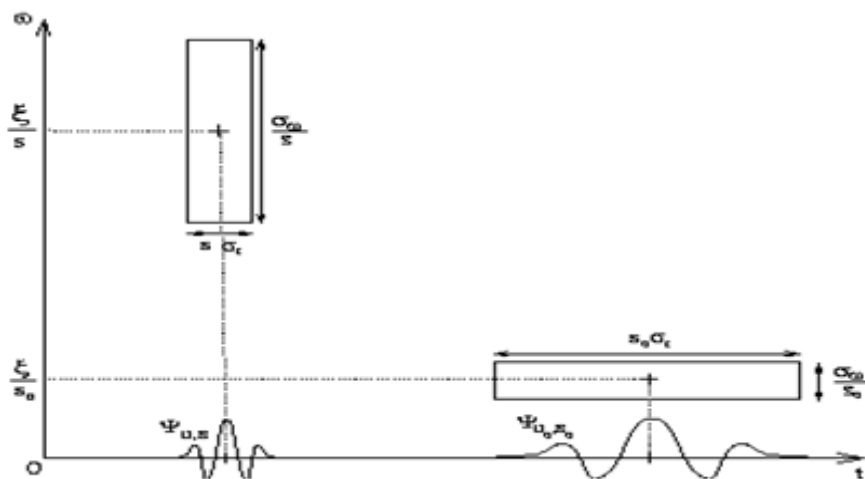


Figure (II.2): Le plan temps/fréquence et les boites d'Heisenberg

IV. ANALYSE MULTI RÉSOLUTION

L'analyse multi résolution (AMR) est un formalisme mathématique qui permet de construire aisément des bases orthonormées d'ondelettes. Le principe consiste à décomposer le signal à analyser en une suite de coefficients d'approximation et de détails, chaque suite d'approximation se décomposant à nouveau en approximation et détail. A chaque niveau de cette décomposition, les coefficients de détails correspondent aux coefficients en ondelettes du signal à une échelle donnée [37], [43].

1) Définition [38], [43]

On appelle l'analyse multi résolution toute suite $(V_j)_{j \in \mathbb{Z}}$ décroissante de sous espace emboîtés : $V_1 \subset V_0 \subset V_{-1} \dots$ de $L^2(\mathbb{R})$ qui vérifie les propriétés suivantes :

- i. L'intersection des V_j est nulle soit $\bigcap_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = \{\phi\}$
- ii. L'union des V_j est dense dans $L^2(\mathbb{R})$ soit $\bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} V_j = L^2(\mathbb{R})$
- iii. $f(x)$ est dans V_j si et seulement si sa version contractée par un facteur 2 est dans V_{j-1} , c'est-à-dire : $f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(2x) \in V_{j-1} \Leftrightarrow f(2^j x) \in V_j$
- iv. Si $f(x)$ est dans V_j , ses translates 'entières' sont dans V_j , $f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(x-k) \in V_j$
- v. Il existe une fonction $\phi(x)$ de V_0 , telle que la famille $\{\phi(x-k); k \in \mathbb{Z}\}$ est une base orthonormée de V_0

2) Construction d'Ondelettes à partir de l'analyse multi résolution

Dans cette partie, nous nous plaçons dans le cas unidimensionnel et voir comment le cadre de l'analyse multi résolution dans $L^2(\mathbb{R})$ peut mener à la construction d'ondelettes. Si les espaces V_j constituent des espaces d'approximation. La projection d'une fonction $f(x)$ de $L^2(\mathbb{R})$ sur ce sous espace constitue une approximation de $f(x)$ de l'échelle 2^{-j} .

La condition (iii) assure que toute fonction de $L^2(\mathbb{R})$ peut être approchée dans cette analyse. La dernière condition implique qu'une base orthonormée de V_j peut se déduire de la base V_0 à partir d'une seule fonction $\phi(x)$ appelée fonction d'échelle, en construisant la formule :

$$\phi_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}x - k), \quad k \in \mathbb{Z} \quad (2.19)$$

Ceci implique encore que :

$$\phi_{j,k}(t) = 2^{-j/2} \phi(2^{-j}t - k), \quad j, k \in \mathbb{Z} \quad (2.20)$$

Est une base orthonormée de $U_j V_j = L^2(\mathbb{R})$.

On adopte la convention d'indexation de Debauchies [39] pour l'AMR : $V_j \rightarrow L^2(\mathbb{R})$ que $j \rightarrow -\infty$. Dans cette convention, le signal échantillonné appartient à V_0 et l'échelle de l'ondelette croît avec j . quand on passe de V_j à V_{j+1} , on dilate l'ondelette par un facteur de deux et on divise sa bande fréquentielle par deux.

Les coefficients d'approximation au niveau de résolution j sont obtenus par projection du signal sur les éléments de la famille $\{\phi_{j,k}, j, k \in \mathbb{Z}\}$:

$$A_{j,k} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \phi_{j,k}(x) dx \quad (2.21)$$

La différence d'information entre deux résolutions successives conduit à introduire les coefficients de détail de sorte que les coefficients d'approximation à une résolution donnée se retrouvent à partir ceux d'approximation et de détail à la résolution suivante.

Si l'on attribue aux détails un espace d'existence W_j , on aura à un niveau de résolution j :

$$V_{j-1} = V_j \oplus_{j=-\infty}^{+\infty} W_j \quad (2.22)$$

Ce qui signifie que W_j est le complémentaire orthogonal de V_j dans V_{j-1} . Par construction, les W_j sont orthogonaux entre eux et leur somme directe couvre $L^2(\mathbb{R})$:

$$L^2(\mathbb{R}) = \bigoplus_{j=-\infty}^{+\infty} W_j \quad (2.23)$$

De façon similaire aux V_j , les W_j vérifient un certain nombre de conditions :

$$\text{i.} \quad \bigcap_{j=-\infty}^{+\infty} W_j = \{\phi\}$$

- ii. $\bigcup_{j=-\infty}^{+\infty} W_j = L^2(\mathbb{R})$
- iii. $f(x) \in W_j \Leftrightarrow f(2x) \in W_{j-1}$
- iv. $f(x) \in V_j \Leftrightarrow f(x-k) \in V_j, \forall k \in \mathbb{Z}$

Le problème suivant est celui de savoir si l'on dispose d'une base orthonormée dans les W_j de sorte qu'une collection :

$$\{\psi_{j,k}(x) = 2^{-j/2} \psi(2^{-j}x - k); (j,k) \in \mathbb{Z}^2\} \quad (2.24)$$

Constitue une base orthonormée de $L^2(\mathbb{R})$. Pour cela, il suffit d'avoir une fonction $\psi(x)$ de W_0 telle que la famille $\{\psi(x-k), k \in \mathbb{Z}\}$ soit une base orthonormée de W_0 . Cette fonction sera donc appelée ondelette. Nous avons donc maintenant deux fonctions : une fonction d'échelle et une fonction d'ondelette. Des propriétés intéressantes propres à ces deux fonctions rendent leur utilisation aisée.

a) Fonction d'échelle :

La fonction $\phi(x)$ est appelée fonction d'échelle. L'analyse multi résolution lui confirme des propriétés intéressantes. Puisque $V_0 \subset V_{-1}$ alors n'importe quelle fonction dans V_0 peut s'écrire comme combinaison linéaire des fonctions de V_{-1} .

On considère donc $\phi(x)$ dans V_0 et $\phi(2x-k) \forall k \in \mathbb{Z}$ dans V_{-1} , reliées selon :

$$\phi(x) = \sqrt{2} \sum_n h_n \phi(2x - n) \quad (2.25)$$

Les h_n sont les coordonnées de $\phi(x)$ dans la base $\{\sqrt{2} \phi(2x - k), k \in \mathbb{Z}\}$.

Pour une base orthonormée les coordonnées vérifient :

$$h_n = \sqrt{2} \int_{-\infty}^{+\infty} \phi(x) \phi(2x - n) dx \quad (2.26)$$

La transformée de Fourier de l'équation (2.25) conduit :

$$\Phi(v) = \sqrt{2} \sum_n h_n \frac{1}{2} \Phi\left(\frac{v}{2}\right) e^{-\pi i v n} \quad (2.27)$$

On pose $H(\nu) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sum_n h_n e^{-2\pi i \nu n}$, qui est une fonction complexe périodique

$$\Phi(\nu) = H\left(\frac{\nu}{2}\right) \Phi\left(\frac{\nu}{2}\right) \quad (2.28)$$

b) Ondelette :

On peut de la même façon que la fonction d'échelle caractériser l'ondelette $\psi(x)$ qui est dans $W_0 \subset V_{-1}$ en introduisant le filtre discret $g(n)$ tels que :

$$\psi(x) = \sqrt{2} \sum_n g_n \phi(2x - n) \quad (2.29)$$

En produisant de même que la fonction d'échelle, on écrit :

$$\Psi(\nu) = G\left(\frac{\nu}{2}\right) \Phi\left(\frac{\nu}{2}\right) \quad (2.30)$$

Avec :

$$G(\nu) = \frac{\sqrt{2}}{2} \sum_n g_n e^{-2\pi i \nu n}$$

c) Les filtre H et G :

L'équation (2.28) se développe en : $\Phi(\nu) = \Phi(0) \prod_m H(2^{-m}\nu)$. Il faut que $\Phi(0)$ soit non nul pour éviter d'avoir $\Phi(0) = 0 \forall \nu$. Pour $\nu=0$, on a $\Phi(0) = H(0) \cdot \Phi(0)$. Ce qui implique que $H(0) = 1$ et que $H\left(\frac{1}{2}\right) = 0$. Ces conditions donnent un comportement passe bas au filtre H .

De la même façon, on peut montrer que G a comportement d'un filtre passe-haut qui est l'image miroir du filtre passe-bas. H et G sont appelés les filtres miroir en quadrature (FMQ), ils sont présentés sous la figure ci-dessous (**Figure II.3**).

On résume, le filtre correspondant à la fonction d'échelle est de type passe-bas, il donne donc une version grossière ou approximative du signal. Le deuxième ; correspondant à l'ondelette mère, son rôle est de donner les composantes les plus fines ou ce qu'on appelle les détails [43].

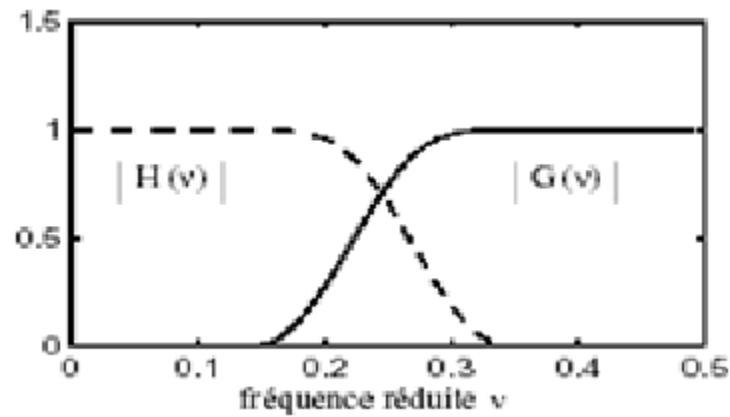


Figure (II.3): *Le Filtres miroirs en quadrature*

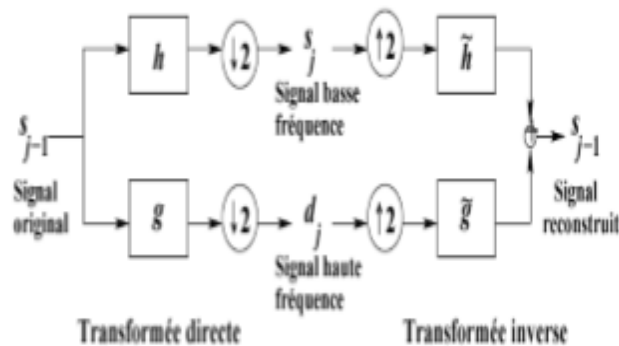


Figure (II.4): *La transformée en ondelette par banc de filtre en QMF d'Analyse-Synthèse*

3) Propriétés Fondamentales d'une Ondelette [44] :

De nombreux critères peuvent intervenir dans le choix d'une ondelette, tels que l'orthogonalité, son support et l'oscillation. Cependant en ce qui concerne la propriété d'orthogonalité, celle-ci est implicite puisque la projection du signal discret de l'image pour obtenir les signaux des détails ne s'est fait que sur des bases d'ondelettes orthogonales.

Nous allons en particulier nous intéresser aux trois critères les plus significatifs dans le choix d'une ondelette : support compact, oscillation et régularité.

- **Support compact** : Une fonction d'échelle est une ondelette à support compact qui permet d'avoir des filtres H et G qui sont à réponse impulsionnelle finie. Nous aurons donc des

sommes finies au niveau de l'implémentation avec l'algorithme pyramidal de calcul rapide de la transformée en ondelettes.

- **Oscillation** : Ce critère est lié au nombre de moments nul de l'ondelette, en effet le nombre de moments nul conditionne le degré d'oscillation de l'ondelette. Plus le nombre de moments nul est grand, plus on peut mettre de coefficients à zéro sans nuire à la qualité de l'image reconstruite. Cependant il faut faire attention à la taille des filtres choisis, en effet celle-ci est proportionnelle au nombre nul de l'ondelette et la complexité en temps de calcul de l'algorithme augmente avec la taille des filtres.

- **Régularité** : Une ondelette est dite régulière d'ordre n si elle est n fois continûment dérivable, i.e. elle appartient à la classe C^n . Par ailleurs, la transformée de Fourier d'une fonction sommable est continue et tend vers 0 à l'infini donc présente un comportement au moins en $\frac{1}{\nu}$ à l'infini. Or la dérivation temporelle d'ordre n revient à multiplier la transformée de Fourier du facteur ν^n . Ceci impose donc une décroissance en $\frac{1}{\nu^{n+1}}$ de la transformée de Fourier si l'on veut que la dérivée énième de l'ondelette soit sommable. Il en résulte que plus une ondelette est régulière, plus son spectre décroît rapidement à l'infini. Par conséquent, si l'on prend le cas inverse d'une ondelette peu régulière, la décroissance spectrale sera lente, introduisant des fréquences élevées dans le signal ce qui est cohérent avec une certaine irrégulière.

En revanche, ce critère est très important dans la phase de synthèse/ reconstruction car un manque de régularité de l'ondelette fait apparaître des **effets de blocs**. A l'opposé un degré de régularité élevé aboutit à des effets de bord suivi d'un lissage trop important.

Il faut remarquer que l'aspect phase linéaire des filtres caractérisé par la symétrie des coefficients est important en traitement d'image. La recherche du filtre à phase linéaire ayant conduit au développement des ondelettes bi orthogonales qui sont à la fois à support compact et symétriques, est nécessaire ce qui n'est pas le cas des ondelettes à support compact de Daubechies.

V. EXTENSION DE LA TRANSFORMÉE EN ONDELETTES AUX SIGNAUX BIDIMENSIONNELS

Les modèles d'Ondelettes peuvent se généraliser à n'importe quelle dimension $n > 0$. Dans ce travail, nous nous intéressons au cas bidimensionnel pour des applications en traitement d'image.

Les signaux bidimensionnels sont supposés mesurables et d'énergie finie $f(x, y) \in L^2(\mathbb{R}^2)$

L'analyse multi résolution de $L^2(\mathbb{R}^2)$ est obtenue en la définissant comme une suite de sous espaces vectoriels V_j^2 de $L^2(\mathbb{R}^2)$ qui satisfont une simple extension des propriétés (i) et (ii) dans le cas 1D.

L'approximation du signal $f(x, y)$ à la résolution j s'obtient toujours en projetant orthogonalement $f(x, y)$ sur le sous-espace V_j^2 . Dans cette section on peut montrer qu'il existe une unique fonction d'échelle $\phi(x, y)$ dont l'ensemble des versions dilatées et translattées forme une base orthogonale de chaque sous-espace V_j [37], [40], [43].

La famille des fonctions $\{\phi_{j,k,l}(x, y) = 2^{-j} \phi(2^{-j}x - k, 2^{-j}y - l)\}_{(k,l) \in \mathbb{Z}^2}$ (2.31) est une base orthonormée de V_j .

La construction de l'analyse multi résolution $(V_j^2)_{j \in \mathbb{Z}}$ de $L^2(\mathbb{R}^2)$ peut se faire en particulier par produit tensoriel d'une AMR $(V_j^1)_{j \in \mathbb{Z}}$ de $L^2(\mathbb{R}^2)$: $V_j^2 = V_j^1 \otimes V_j^1$, la fonction d'échelle $\phi(x, y)$ est alors également définissable sous forme d'un produit :

$$\phi(x, y) = \phi(x) \cdot \phi(y) \quad (2.32)$$

Où $\phi(x)$ est la fonction d'échelle de $(V_j^1)_{j \in \mathbb{Z}}$. L'analyse multi résolution de $L^2(\mathbb{R}^2)$ est alors dite séparable et elle a la particularité de mettre en évidence les orientations de direction verticale, horizontale et diagonale. Il est à noter également que la séparabilité adoptée par Mallat permet d'avoir un calcul plus rapide.

Les coefficients d'approximation s'obtiennent par projection sur la base des fonctions d'échelle :

$$A_{k,l}^j f = \langle f, \phi_{j,k,l} \rangle = \iint f(x, y) 2^{-j} \phi(2^{-j}x - k) \phi(2^{-j}y - l) dx dy \quad (2.33)$$

De même, on peut définir les échantillons de détail à la résolution j comme les coefficients résultants de la projection du signal sur W_j , le complément orthogonal de V_j et V_{j-1} . On peut de cette façon définir une base ortho normale de W_j en translatant et dilatant trois fonctions d'ondelettes 2D définies comme suit :

$$\begin{aligned}\psi^1(x, y) &= \phi(x)\psi(y) \\ \psi^2(x, y) &= \psi(x)\phi(y) \\ \psi^3(x, y) &= \psi(x)\psi(y)\end{aligned}$$

Ces fonctions sont vérifiées, si $\psi_{j,k,l}^i(x, y) = 2^{-j}\psi^i(2^{-j}x - k, 2^{-j}y - l)$. Alors $(\psi_{j,k,l}^1, \psi_{j,k,l}^2, \psi_{j,k,l}^3)_{(k,l) \in \mathbb{Z}^2}$ est une base orthonormée de W_j et $(\psi_{j,k,l}^1, \psi_{j,k,l}^2, \psi_{j,k,l}^3)_{(j,k,l) \in \mathbb{Z}^3}$ est une base orthonormée de $L^2(\mathbb{R}^2)$. La Figure II.5 montre un exemple d'ondelettes 2D.

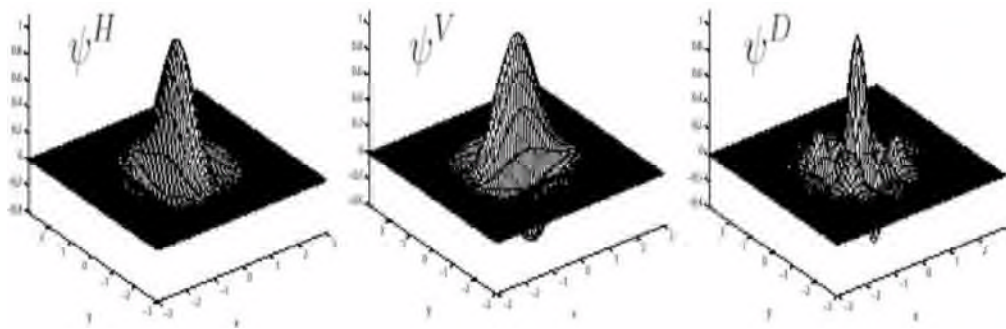


Figure (II.5): Exemple d'un triplet de fonctions ondelettes en 2D

VI. ANALYSE

Le but de l'algorithme d'analyse multi résolution est de calculer les coefficients de détails $D_j f$ ou coefficients d'ondelettes, à partir des différentes approximations.

Les espaces V_j étant emboîtés, toute l'information contenue dans V_j est également contenue dans V_{j-1} [37], [40], [41].

Le signal des détails discret de $f(x, y)$ à la résolution j est alors caractérisé par le produit scalaire de $f(x, y)$ avec l'ensemble des vecteurs de la base définie par la relation $\psi_{j,k,l}^i(x, y) = 2^{-j}\psi^i(2^{-j}x - k, 2^{-j}y - l)$. En particulier si on considère $\psi_{j,k,l}^1$, $\psi_{j,k,l}^2$ et $\psi_{j,k,l}^3$

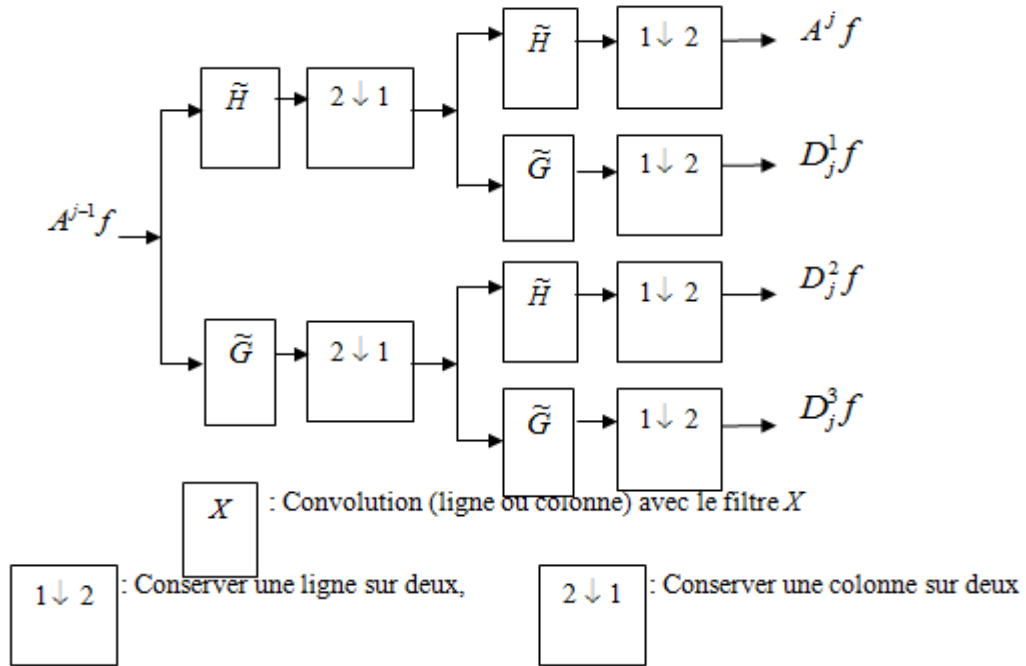
séparément, on voit que la différence d'information entre $A^{j-1}f$ et $A^j f$ est donnée par les trois images de détails suivantes :

$$D_j^1 f = \langle f(x, y), \psi_{j,k,l}^1(x, y) \rangle \quad (2.34)$$

$$D_j^2 f = \langle f(x, y), \psi_{j,k,l}^2(x, y) \rangle \quad (2.35)$$

$$D_j^3 f = \langle f(x, y), \psi_{j,k,l}^3(x, y) \rangle \quad (2.36)$$

1. Décomposition :



Figure(II.6): Schéma de décomposition de $A^{j-1}f$ en $A^j f, D_j^1 f, D_j^2 f$ et $D_j^3 f$

Il est clair que le signal approché et les différents signaux des détails à la résolution $j-1$ en 2D se calculent par filtrages séparables du signal à la résolution j suivant les deux axes. De

plus leur taille est de $\frac{N}{2} \times \frac{N}{2}$ chacun si le signal $A^{j-1}f$ est de taille $N \times N$.

L'introduction des filtres \tilde{H} et \tilde{G} permet d'aboutir à partir les produits scalaires précédents, aux formule d'implémentation de l'analyse d'une image.

$$A_{k,l}^j f = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(2k-n) \tilde{h}(2l-m) A_{n,m}^{j-1} f \quad (2.37)$$

$$D_{j,k,l}^1 f = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{h}(2k-n) \tilde{g}(2l-m) A_{n,m}^{j-1} f \quad (2.38)$$

$$D_{j,k,l}^2 f = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(2k-n) \tilde{h}(2l-m) A_{n,m}^{j-1} f \quad (2.39)$$

$$D_{j,k,l}^3 f = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} \tilde{g}(2k-n) \tilde{g}(2l-m) A_{n,m}^{j-1} f \quad (2.40)$$

On remarque que l’algorithme de décomposition est le même que dans le cas 1D. En effet, l’algorithme unidimensionnel est appliqué successivement sur les lignes et les colonnes de l’image pour chaque type de coefficient (**Figure II.6**).

Cette constatation nous aide à comprendre la notion de détail vertical, horizontal et diagonal. $D_{j,k,l}^1 f$, par exemple, est obtenu par approximation sur les lignes, puis calculé à partir de coefficients d’ondelettes sur les colonnes. Ce sera donc le détail horizontal.

2. Reconstruction des lignes :

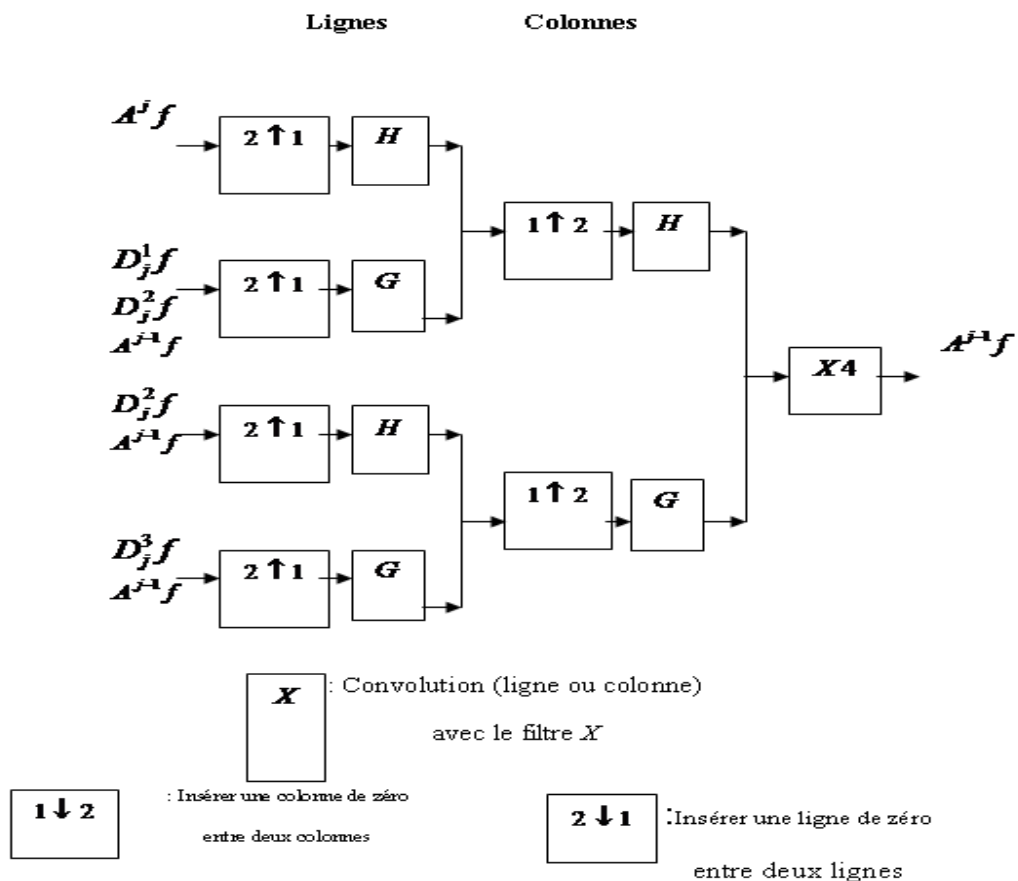


Figure (II.7): Schéma de reconstruction de $A^{j-1} f$ à partir de l’approximation $A^j f$ et des signaux des détails $D_j^1 f$, $D_j^2 f$ et $D_j^3 f$

Comme dans le cas unidimensionnel, la reconstruction du signal se fait récursivement.

Nous additionnons l'interpolation du signal approché $A^j f$ à la résolution j avec l'interpolation de chaque signal des détails de $D_j^1 f$, $D_j^2 f$ et $D_j^3 f$ à la même résolution pour obtenir le signal approché à la résolution $j-1$. Ce processus est ensuite répété jusqu'à arriver à $A_1 f$ qui est le signal discret originale.

Les filtres interpolateurs sont H et G, nous avons à la formule de synthèse suivante :

$$A_{k,l}^{j-1} f = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} h(k-2n)h(l-2m)A_{k,l}^j f + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} [h(k-2n)g(l-2m)D_{j,k,l}^1 f + g(k-2n)h(l-2m)D_{j,k,l}^2 f + g(k-2n)g(l-2m)D_{j,k,l}^3 f] \quad (2.41)$$

3. Quelques exemples d'ondelettes :

Il existe de nombreuses formes d'ondelettes, le choix de l'ondelette optimale dépend de l'application envisagée. Il convient de bien cerner le problème à étudier et d'identifier le type de transformée à utiliser

i. Ondelette de Haar:

Ondelette assez classique, elle se caractérise par sa fonction d'échelle.

$$\psi(t) = \begin{cases} 1 & \text{pour } 0 \leq t < \frac{1}{2}, \\ -1 & \text{pour } \frac{1}{2} \leq t < 1, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

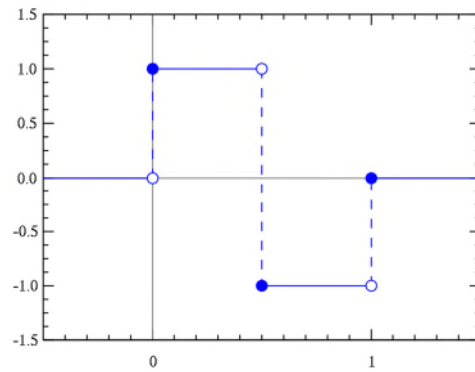


Figure (II.8): Représentation de l'ondelette de Haar dans le domaine fréquentiel

ii. Ondelette de Morlet:

L'ondelette de Morlet est l'ondelette complexe la plus fréquemment utilisée. Elle est obtenue en modulant une exponentielle complexe par une enveloppe gaussienne. Elle permet de minimiser le produit des étalements temporel et fréquentiel de l'ondelette, et donc de maximiser la précision de la localisation de l'énergie dans le plan temps-fréquence.

Elle est définie par :

$$\hat{\Psi}_{\sigma}(\omega) = c_{\sigma} \pi^{-\frac{1}{4}} \left(e^{-\frac{1}{2}(\sigma - \omega)^2} - \kappa_{\sigma} e^{-\frac{1}{2}\omega^2} \right) \quad (2.42)$$

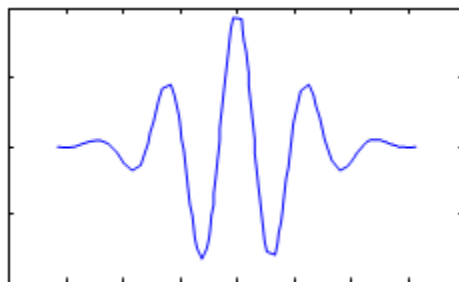


Figure (II.9) : Représentation de l'ondelette de Morlet

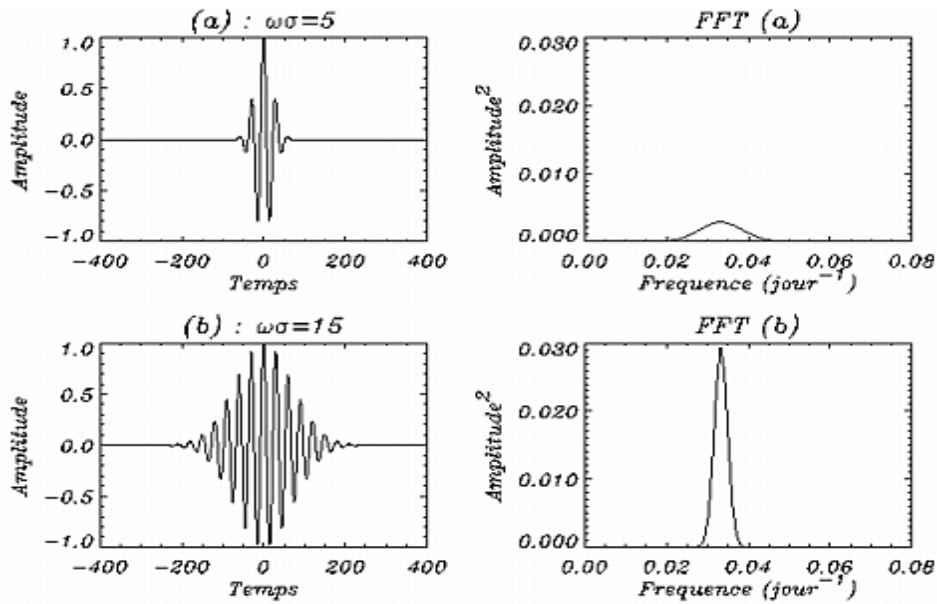


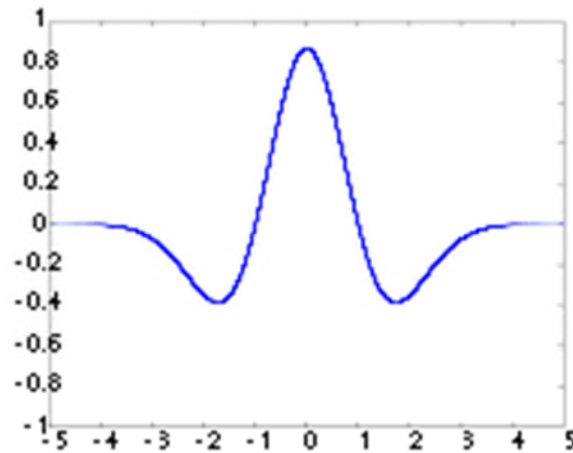
Figure (II.10) : Ondelette Morlet

Deux ondelettes de même période sont représentées, mais la largeur à demi-hauteur de la seconde et trois fois plus grande que celle de la première, le spectre correspondant aux ondelettes est dessinée à droite.

iii. Ondelette de Mexican Hat:

Le chapeau mexicain n-dimensionnel est une ondelette réelle construite à partir de la dérivée seconde de la gaussienne. En effet, bien qu'une gaussienne ne soit pas une ondelette, toutes ses dérivées le sont. Elle est définie par :

$$\psi(x) = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-1/4} (1 - x^2) e^{-x^2/2} \quad (2.43)$$



Figure(II.11): Représentation d'ondelette de chapeau mexicaine

iv. Ondelette de Shannon:

$$\Psi^{(\text{Sha})}(w) = \Pi\left(\frac{w - 3\pi/2}{\pi}\right) + \Pi\left(\frac{w + 3\pi/2}{\pi}\right). \quad (2.44)$$

$$\Pi(x) := \begin{cases} 1, & \text{if } |x| \leq 1/2, \\ 0 & \text{if otherwise.} \end{cases}$$

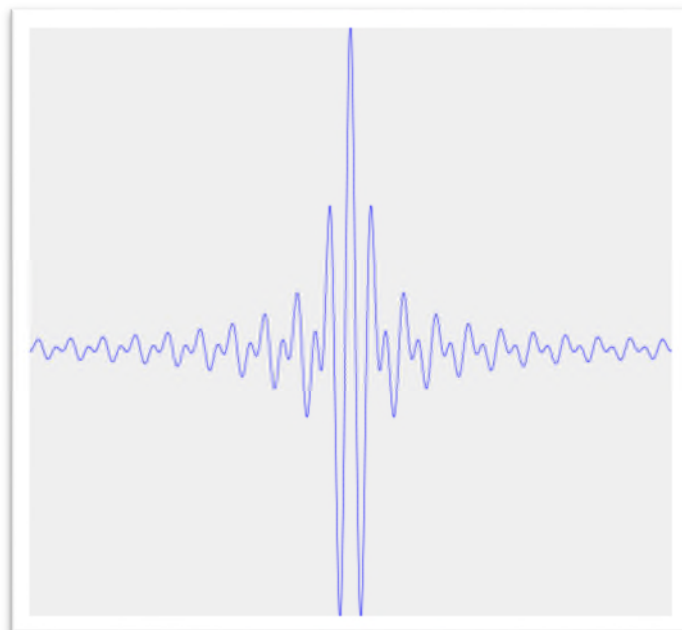


Figure (II.12): Représentation d'ondelette de Shannon

VII. ONDELETTES BIORTHOAGONALES

La nécessité de la construction des bases bi orthogonales d'ondelette s'est accrue pour deux raisons :

- ✓ Obtenir une base de représentation dans laquelle on s'est affranchi de la contrainte d'orthogonalité des premières bases d'ondelettes.
- ✓ Utilité au codage par bancs de filtres où dans la conception initiale, les filtres d'analyse sont différents des filtres de synthèse.

Il s'agit dans tous les cas d'introduire une flexibilité dans la construction des bases d'ondelettes. Cette construction commence par la construction des fonctions qui définissent une analyse multi résolution à partir des réponses impulsionnelle des filtres. Notons qu'une telle base bi orthogonale avait déjà été construite par Tchamitchian, par une approche différente [37], [42].

a. Intérêt :

Les Ondelettes bi orthogonales sont à support compact et peuvent être symétriques. De plus, les conditions sur les filtres sont plus souples que pour les ondelettes orthogonales.

b. Inconvénient :

Cet transformée nécessite deux ondelettes. De plus, elles peuvent introduite des régularités très différentes.

VIII. CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons vu une introduction à la théorie des Ondelettes qui sont les plus utilisées en traitement d'images (notion de contour, textures, couleur, etc.) en générale et en particulier pour la compression.

Nous avons parlé de l'analyse multi résolutions et ses propriétés, la transformé en ondelette bi orthogonale ainsi que leurs avantages et leurs inconvénients.

Dans le chapitre suivant nous nous intéresserons à la compression d'images médicales par paquets d'ondelettes.



CHAPITRE III :

TRANSFORMEE

EN

PAQUETS

D'ONDELETTES

I. INTRODUCTION

La transformation en ondelettes permet l'analyse multi-résolution des signaux dans le plan temps-fréquence. Elle peut être réalisée à l'aide d'un banc de filtres octave composé de filtres passe bande avec une largeur de bande relativement constante proportionnelle à la fréquence. Ce type de filtre peut être utilisé pour la modélisation de la réponse fréquentielle des oreilles. De plus, il est aussi adopté à l'analyse de signaux constitués d'un mélange de signaux hautes fréquences de durée courte et de signaux de basses fréquences de longue durée.

La transformation en paquets d'ondelettes est la généralisation de la transformation en ondelettes. Elle permet de choisir un compromis entre la résolution fréquentielle et la résolution temporelle dans chaque sous-band. Chaque décomposition possible correspond à une base différente.

Cette transformation peut être utilisée pour l'analyse adaptative des signaux en cherchant toujours la meilleure base de décomposition.

De plus, les paquets d'ondelettes peuvent être considérés comme une alternative à la quantification vectorielle, évitant les computations complexes associées à la recherche dans le dictionnaire.

II. ANALYSE MULTIRÉSOLUTION

Le cadre d'analyse de ces ondelettes qui s'expriment à l'aide de filtres discrets s'est considérablement développé ces dernières années, et nous disposons de tout un jeu de théorèmes reliant les propriétés des ondelettes et celles de filtres discrets. Par ailleurs, il existe plusieurs familles classiques d'ondelettes qui portent en général soit le nom de leur créateur, soit celui d'une propriété.

Les ondelettes dyadiques sont des ondelettes dont la dilatation vérifie une propriété spécifique, Cette propriété permet d'implémenter les transformées par des bancs de filtres.

L'analyse multi résolution consiste à projeter le signal x sur une série de sous espaces orthogonaux de $L^2(\mathbf{R})$ (les espaces d'approximations V_i et de détails W_i). Nous verrons que la projection d'un signal sur les espaces de détails fournit sa *transformée en*

ondelettes discrète. Les espaces de projections du signal sont entièrement caractérisés par la donnée de deux filtres (passe haut et passe bas). Ces filtres permettent le calcul rapide des coefficients de la transformée en ondelettes discrète via un algorithme itératif.

III. THÉORIE DE L'AMR

a) Définition

Une analyse multi résolution de $L^2(\mathbf{R})$ est une suite $\{V_m\}$ de sous espaces fermés de $L^2(\mathbf{R})$ ayant les propriétés suivantes:

1. $\bigcap_m V_m = \{0\}$, $\bigcup_m V_m$ est dense dans $L^2(\mathbf{R})$ et $V_{m+1} \subset V_m$
2. Pour toute fonction $x(t)$ de $L^2(\mathbf{R})$ et tout m de \mathbf{Z} , $x(t) \in V_m \leftrightarrow x(2^m t) \in V$
3. Pour toute fonction $x(t)$ de V_0 et tout k de \mathbf{Z} , $x(t - k) \in V_0$
4. Il existe une fonction $\phi(t)$ de V_0 telle que l'ensemble $\{\phi(t - k)\}_{k \in \mathbf{Z}}$ constitue une base inconditionnelle ou base de Riesz de V_0 . C'est à dire qu'il existe et deux réels A et B avec $A > 0$, tels que : pour toute fonction f de V_0 , $f = \sum_k g_k \phi(t - k)$ et :

$$A\|f\|^2 \leq \sum g_k^2 \leq B\|f\|^2 \quad (3.1)$$

b) Interprétations

1. Les V_m sont appelés espaces d'approximations. La première relation $V_{m+1} \subset V_m$ traduit le fait que la projection dans V_{m+1} est une approximation plus grossière du signal que sa projection dans V_m , c'est à dire que l'information contenue dans V_m est plus riche que celle contenue dans V_{m+1} .

Montre que l'on peut passer d'un espace d'approximation à un autre par changement d'échelle.

2. Est l'invariance par translation temporelle.
3. Montre que l'on peut engendrer V_0 par translation d'un même motif et assure la stabilité numérique de la décomposition d'une fonction sur V_0 .

IV. ONDELETTES ET FONCTIONS D'ECHELLE

Les Ondelette et fonctions d'échelle bi orthogonale sont caractérisées par un banc de filtres à reconstruction parfaite.

La fonction ϕ est appelée fonction d'échelle car elle permet de passer d'un espace d'approximation à un autre, c'est à dire d'une échelle à une autre.

La fonction ϕ et ses versions translattées engendrent l'espace V_0 . Un simple changement d'échelle, montre que les sous-espaces V_j sont engendrés par la dilatée $\phi_j(t) = \phi(2^{-j}t)$ et ses translattées. Cette famille constitue une base de Riesz de V_j . En général, on normalise ces fonctions : si $\|\phi\|^2 = 1$ alors il en est de même pour $\{\phi_j, k(t) = 2^{-j/2}\phi(2^{-j}t - k)\}$, les fonctions génératrices de l'espace d'approximation V_j .

Pour un signal x d'énergie finie, les coefficients d'approximations sont définis par :

$$\alpha_x(j, k) = \langle x, \phi_{j,k} \rangle \quad (3.2)$$

L'approximation du signal x à la résolution 2^{-j} correspond à sa projection dans V_j :

$$A_j x(t) = \sum_k \alpha_x(j, k) \phi_{j,k}(t) \quad (3.3)$$

1. Espaces de détails :

On définit $\{W_i\}$, les ensembles tels que :

$$W_i \oplus V_i = V_{i-1} \quad (3.4)$$

Les W_i représentent les espaces de « détails » (ce sont les complémentaires orthogonaux des espaces d'approximations). Cette construction implique directement que les W_i sont orthogonaux entre eux et que leur somme directe recouvre $L^2(\mathbb{R})$:

$$L^2(\mathbb{R}) = \bigoplus_{j \in \mathbb{Z}} W_j \quad (3.5)$$

En fréquence, on observe mieux la complémentarité des deux ensembles ainsi que leur finalité (basses fréquences correspondant à approximation, hautes fréquences à détail) :

Soit $f \in V_1$, soit g tel que $g(t) = f(2t) \in V_0$, alors en transformée de Fourier on a :

$$G(w) = \int f(2t)e^{-iwt} dt$$

$$G(w) = \frac{1}{2}F\left(\frac{w}{2}\right) \quad (3.6)$$

La **Figure (III .1)** montre la géométrie de ces espaces dans le long de l'axe des fréquences.

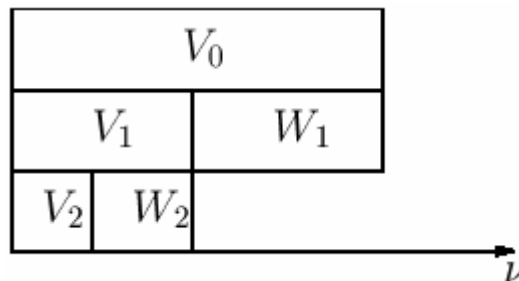


Figure (III .1) : Schéma de la géométrie des espaces de détails et d'approximations Relation à deux échelles

Cette relation est appelée ainsi car elle fait intervenir deux échelles distinctes dans son écriture, c'est à dire qu'elle fait le lien entre deux espaces consécutifs.

$V_1 \subset V_0$, alors $\phi_{1,0} = \phi(t/2) \in V_1$ est combinaison linéaire des $\phi(t - k)$ (base de V_0), d'où:

$$\forall l \in \mathbb{Z}, \exists g(l), \forall t \in \mathbb{R}, \phi\left(\frac{t}{2}\right) = \phi_{1,0} = \sum g(l)\phi(t - l) = g * \phi(t) \quad (3.7)$$

La fonction ψ respecte aussi la relation à deux échelles: En effet, $\psi(t/2) \in V_0$ est une combinaison linéaire des $\phi(t - k)$.

$$\forall l \in \mathbb{Z}, \exists h(l), \forall t \in \mathbb{R}, \psi\left(\frac{t}{2}\right) = \psi_{1,0} = \sum h(l)\phi(t - l) = h * \phi(t) \quad (3.8)$$

Ces relations mettent en évidence l'existence d'un filtre passe haut h et d'un passe bas

g dont la donnée est équivalente à celle des fonctions ondelette et échelle.

2. Bancs de filtres à reconstruction parfaite et algorithme à trous:

On peut de même effectuer la décomposition du signal a_1 en un signal a_2 et un signal d_2 ; en répétant cette opération on crée un signal à basse résolution a_j et une suite de signaux de détails $d_1 \dots d_j$.

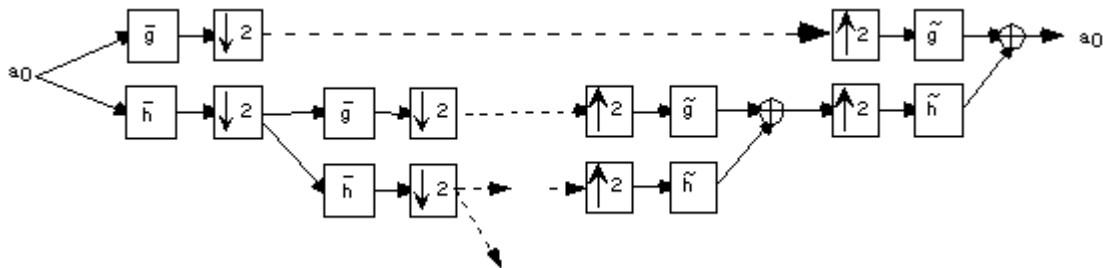


Figure (III .2) : Schéma d'un ensemble de filtres

On peut faire une décomposition récursive analogue en utilisant l'algorithme et engendrer ainsi un signal à basse résolution A_j et une suite de signaux de détails $D_1 \dots D_j$.

Les deux décompositions sont liées par la relation suivante :

$$\begin{aligned} \alpha_j[n] &= A_j[2^j n] \\ d_j[n] &= D_j[2^j n] \end{aligned} \quad (3.9)$$

3. De l'algorithme à trous aux fonctions d'échelle :

Dans le domaine fréquentiel, le transfert d' a_0 à A_j vaut :

$$\prod_{p=0}^{j-1} \hat{h}^*(2^p \omega) \quad (3.10)$$

Effectuons un changement d'échelle $T = 2^{-j}t$ de sorte que l'intervalle entre les échantillons non nuls du filtre le plus large soit 1 quelque soit j . Alors l'intervalle entre les coefficients non nuls du filtre le plus étroit est 2^{-j} .

Le transfert devient :

$$H_j^*(\omega) = \prod_{p=1}^j \hat{h}^2(2^{-p}\omega) \quad (3.11)$$

Faisons tendre j vers l'infini. Si le transfert ci-dessus converge dans L^2 , alors sa limite est la transformée de Fourier d'un signal d'énergie finie qui vérifie

nécessairement une équation d'échelle :

$$\phi\left(\frac{t}{2}\right) = 2 \sum_{k \in \mathbb{Z}} h[k] \phi(t - k) \quad (3.12)$$

De telles fonctions sont au cœur des analyses multi résolutions, qui sont elles-mêmes à la base des ondelettes dyadiques

V. ALGORITHME

Au lieu de décomposer le signal en ondelettes en le comparant à chaque échelle, aux ondelettes de tailles appropriées, on commence par étudier le signal à la résolution la plus fine, qui constitue le point de départ.

On commence par séparer le signal en deux composantes : l'allure générale du signal, et l'ensemble des petits détails.

L'image lisse est le signal tel qu'on le voit à la moitié de la résolution la plus fine, avec deux fois moins d'échantillons.

On obtient cette image à l'aide de la fonction d'échelle (filtre passe-bas).

Les détails encodés par les ondelettes sont les retouches qu'il faut apporter à l'image lisse pour reconstituer le signal initial, on les obtient à l'aide d'un filtre passe-haut.

L'algorithme consiste à répéter la procédure à une résolution demie de la précédente tant que le signal n'a pas perdu sa substance

VI. AVANTAGES ET APPLICATIONS

Le fait que la transformée utilise des fonctions bien localisées dans le plan temps/fréquence lui donne beaucoup d'avantages :

- ✓ La résolution en fréquence de la transformée dépend du facteur de dilatation s par le principe d'Heisenberg, on peut donc choisir arbitrairement celle-ci suivant ce que l'on désire analyser.
- ✓ Pour des signaux physiques présentant des variations très rapides, des sauts,

des marches, bref des discontinuités ; l'analyse en ondelettes est adaptée car l'ondelette va détecter ces singularités et analyser celles-ci. Cette particularité rend l'analyse en ondelettes complémentaires à l'analyse de Fourier. En effet, avec cette dernière, les discontinuités d'un signal ne sont pas facilement analysables, car les coefficients des fréquences correspondantes sont étalés dans toute la transformée.

- ✓ On peut représenter complètement et efficacement un signal quelconque en peu de coefficients.

VII. APPLICATION AUX IMAGES

En deux dimensions, la représentation en ondelettes peut être vue de la même manière qu'une représentation en ondelettes sur chacun des axes x et y (ondelettes séparables).

On utilise donc une extension de l'algorithme pyramidal à une dimension.

1. Algorithme pyramidal:

Nous avons vu que l'AMR d'un signal revient à le décomposer à différentes échelles, en approximations et en détails. S. Mallat [43] propose un algorithme rapide permettant de calculer les coefficients de détails et d'approximations en utilisant des filtrages et décimations successifs.

La **Figure (III.3)** présente cet algorithme : Les coefficients de détails correspondant à l'espace W_1 sont obtenus par filtrage passe haut (**filtre h_1**) puis décimation par 2, les approximations sont obtenues de la même manière par filtrage passe bas (**g_1**).

Pour obtenir les coefficients de détails aux résolutions supérieures, il suffit de réitérer ces étapes sur les coefficients d'approximations.

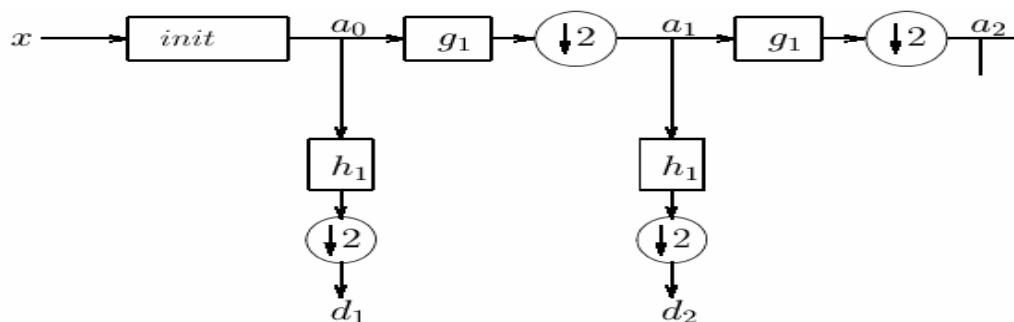


Figure (III.3) : Algorithme pyramidal de Mallat où les a_i sont les coefficients d'approximation et les d_i ceux de détails.

On peut reconstruire le signal grâce à des filtres h_2 et g_2 selon l'algorithme présenté à la Figure (III .4).

L'approximation a_n à un niveau donné n est la somme des coefficients de détails d_{n+1} et d'approximations a_{n+1} du niveau supérieur préalablement filtrés et ré échantillonnés :

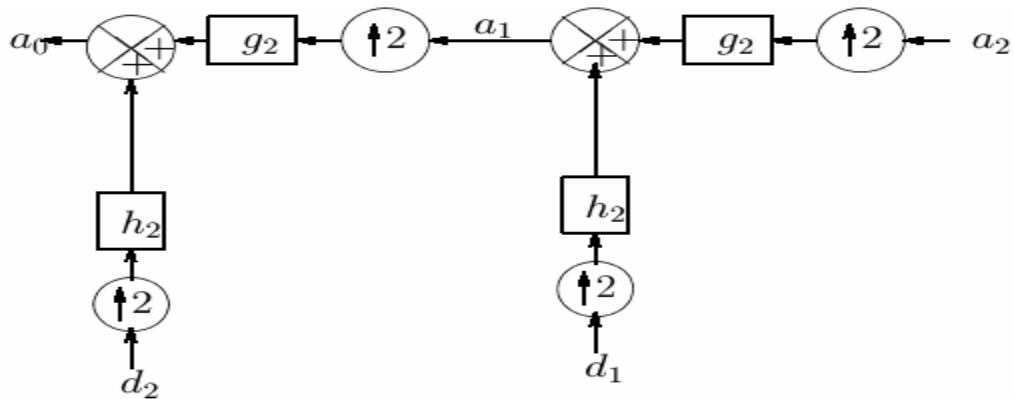


Figure (III .4): Algorithme de reconstruction du signal

2. Filtrage par bande:

D'un point de vue fréquentiel, le signal apparaît comme décomposé suivant différentes bandes la Figure (III .5) présente ce point de vue.

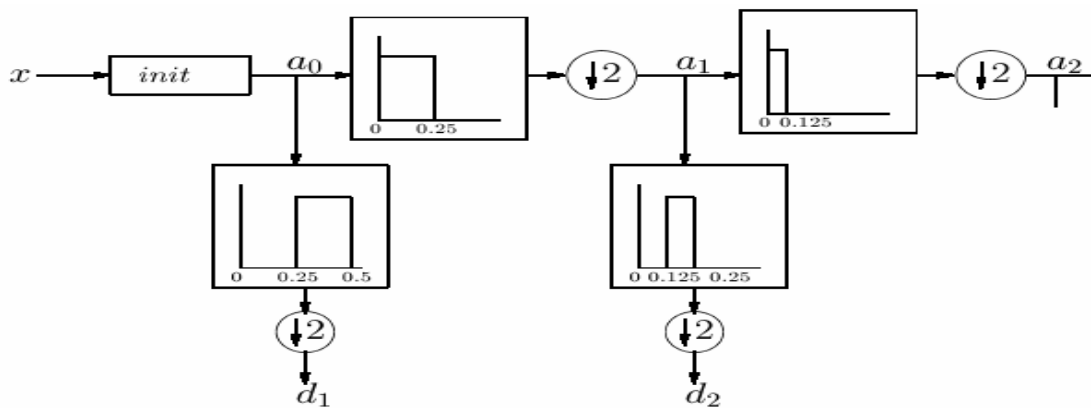


Figure (III .5) : Algorithme pyramidal de Mallat : point de vue fréquentiel

$$2n^{-i}$$

$$A_{2^j+1}^d f \text{ en } A_{2^j}^d f, D_{2^j}^1 f, D_{2^j}^2 f, D_{2^j}^3 f \text{ ou } (3.14)$$

$$A_{2^j}^d f = ((f(x, y) * \varphi_{2^j}(-x) \varphi_{2^j}(-y)) (2^{-j}n, 2^{-j}m)) \text{ pour } (m, n) \text{ appartenant à } Z^2 (3.15)$$

$$D_{2^j}^1 f = ((f(x, y) * \psi(-x) \psi(-y)) (2^{-i}n, 2^{-i}m)) \text{ pour } (m, n) \text{ appartenant à } Z^2 (3.16)$$

$$D_{2^j}^2 f = ((f(x, y) * \psi_{2^j}(-x) \psi_{2^j}(-y)) (2^{-j}n, 2^{-j}m)) \text{ pour } (m, n) \text{ appartenant à } Z^2 (3.17)$$

$$D_{2^j}^3 f = ((f(x, y) * \psi_{2^j}(-x) \psi_{2^j}(-y)) (2^{-i}n, 2^{-i}m)) \text{ pour } (m, n) \text{ appartenant à } Z^2 (3.18)$$

On convolue d'abord les colonnes de $A_{2^j+1}^d f$ avec un filtre à une dimension, on garde toutes les autres colonnes, on convolue les colonnes du signal résultant avec un autre filtre à une dimension, on retient les autres colonnes.

Les filtres utilisés dans cette décomposition sont les filtres miroir en quadrature H et G .

On itère le procédé ci-dessus en faisant varier j . Ceci correspond à une décomposition en filtres miroirs conjugués séparables.

Les coefficients d'ondelettes ainsi obtenus ont une grande amplitude au voisinage des contours et dans les textures selon une orientation spatiale donnée.

Les expressions (3.14)-(3.18) montrent qu'en deux dimensions $A_{2^j}^d f$ et $D_{2^j}^k f$ sont calculés à l'aide de filtres séparables selon les abscisses et les ordonnées.

La décomposition en ondelettes peut alors être vue comme la décomposition d'un signal en un ensemble de bandes de fréquences orientées dans l'espace. $f(\mathbf{x})$ peut être considéré comme un filtre passe-bas parfait et Ψ comme un filtre passe-bande. La décomposition de $A_{2^j+1}^d f$ est telle que :

- $A_{2^j}^d f$ correspond aux basses fréquences
- $D_{2^j}^1 f$ donne les hautes fréquences verticales (contours horizontaux),
- $D_{2^j}^2 f$ donne les hautes fréquences horizontales (contours verticaux),
- $D_{2^j}^3 f$ donne les hautes fréquences dans les deux directions (les coins),

Cette décomposition est illustrée dans la figure ci-dessous :

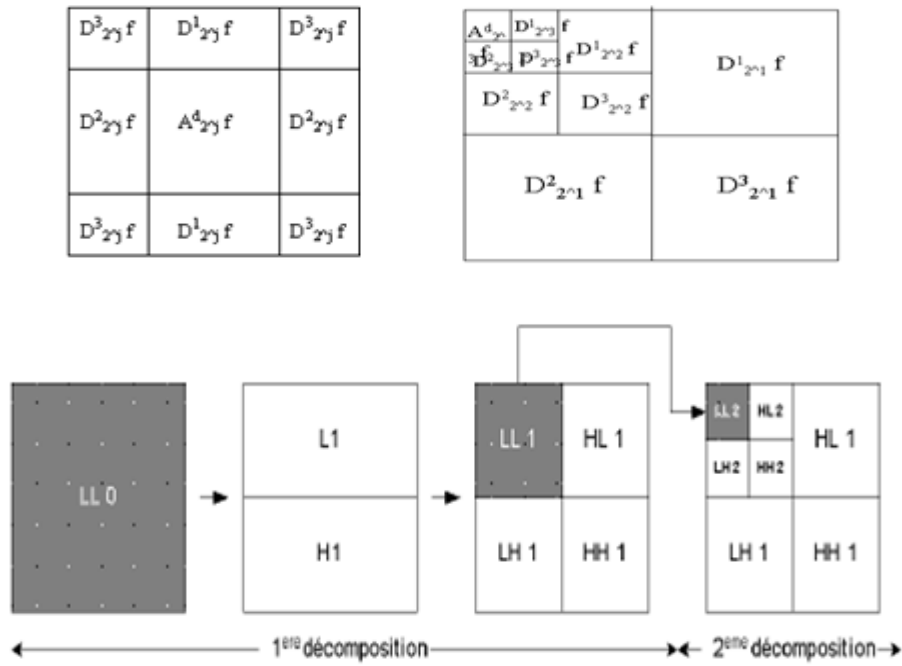


Figure (III .6) : Décomposition en ondelettes à plusieurs niveaux

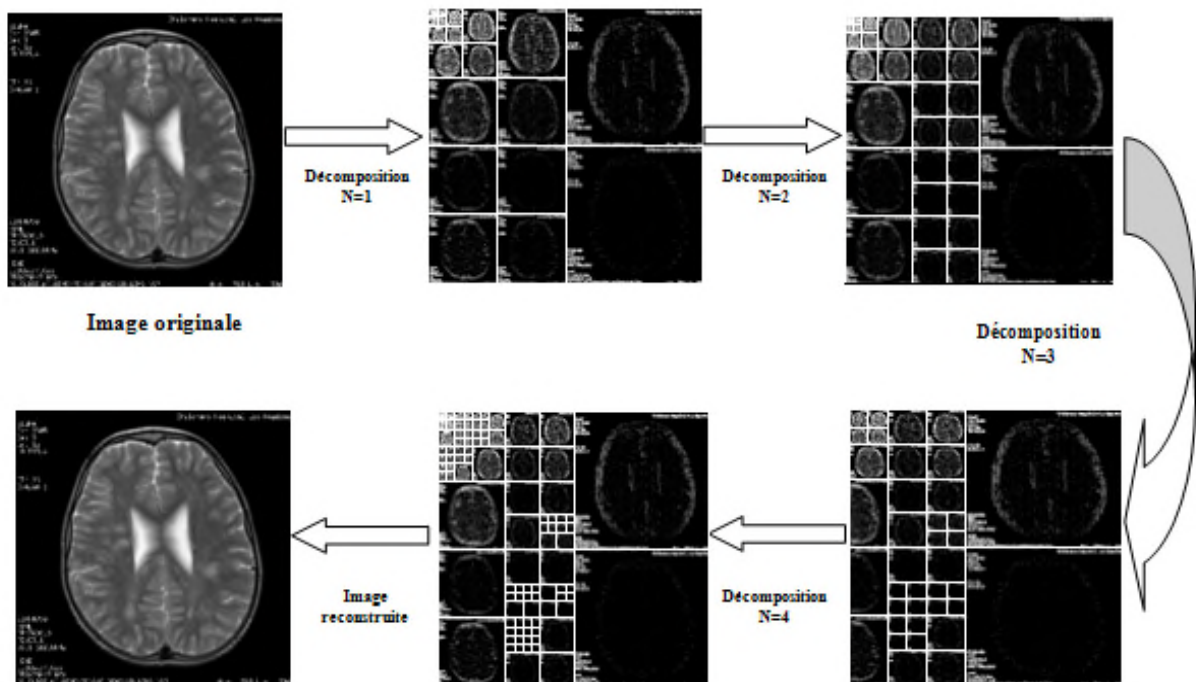


Figure (III .7) : Exemple d'application

VIII. CONCLUSION

Dans ce chapitre nous avons présenté quelques définitions, sur l'AMR et les propriétés des paquets ondelettes, puis nous avons introduit la transformée en paquets d'ondelettes dans la compression des images médicale que nous allons voir dans le chapitre 4.

Cette nouvelle technique, comme nous l'avons vu, est largement utilisées aujourd'hui dans maintes applications, non seulement en analyse d'images ou de vidéos, mais aussi dans beaucoup d'autres domaines (audio, statistiques...).

Leur popularité et leur facilité d'utilisation en ont fait un outil indispensable, au même titre que l'analyse de Fourier et l'analyse par T.O.

Si l'on adopte un point de vue fréquentiel, la transformée en paquet d'ondelettes peut être assimilée à une segmentation fréquentielle de l'information contenue dans le signal à la manière d'un banc de filtres présentant une structure dyadique. La répartition de la résolution dans le plan temps-échelle est ainsi figée.

CHAPITRE VI :

RESULTATS

DES

EXPERIENCES

I. INTRODUCTION

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés aux méthodes de compression d'images médicales avec pertes basées sur la transformée en ondelettes 2D car elles possèdent des propriétés intéressantes. En effet, la transformée en ondelettes 2D associe de bonnes localisations spatiales et fréquentielles comme exposer précédemment dans le chapitre II.

Ainsi on va voir une extension de la transformée en ondelettes qui sera la transformée en paquets d'ondelettes. La décomposition en paquets d'ondelettes introduit la notion de la meilleure base que nous allons montrer par la suite.

Après avoir étudié les ondelettes dans le deuxième chapitre, on va appliquer dans cette partie la transformée en ondelette : Debauchies, Coiflet, Symlet ainsi que les ondelettes Biorthogonale sur des différentes images au niveau de gris en utilisant les deux codeurs progressifs SPIHT et EZW à la compression d'images.

La première partie de ce travail concernant l'application des ondelettes a pour but une étude comparative entre les deux codeurs progressifs SPIHT et EZW avec les différents types d'ondelettes.

Dans notre deuxième contribution, Nous allons démontrer l'Influence de niveau de décomposition d'ondelette couplé avec SPIHT, et le choix de la meilleure ondelette adaptée au problème de la compression d'images médicales fixes et nous finirons notre expérience avec la compression d'images médicales par PWT couplé avec SPIHT.

Dans ce mémoire, l'estimation et le jugement de la qualité d'image compressée sont donnés par les paramètres d'évaluation. La mesure du PSNR donne une valeur numérique concernant la dégradation, mais il ne renseigne pas sur le type de cette dégradation. Pour les applications d'imagerie médicale dans lesquelles les images dégradées doivent finalement être examinées par des experts, l'évaluation classique reste insuffisante. C'est pour cette raison que d'autres paramètres sont nécessaires pour l'évaluation de la qualité de l'image médicale, nous utiliserons en outre le MSSIM ainsi que le temps de compression.

II. RESULTATS DE SIMULATION

1. Performances du SPIHT et EZW

Dans cette partie nous avons appliqué l'algorithme SPIHT et EZW pour choisir les meilleurs résultats sur une image médicale pour cela nous avons choisi une coupe de cerveau.

Cette image de type BMP (bitmap), et de taille 512×512 (niveau de gris), elle est codée sur 8bits par pixel. Enfin elle est enregistrée par le biais d'un scanner IRM., cette image est acquise de la base de données GE-SYSTEM.

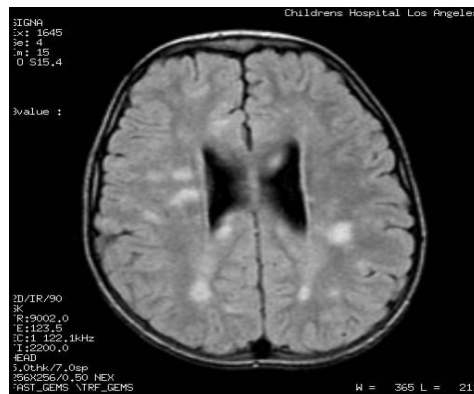


Figure (IV.1) : *Image originale* (coupe de cerveau)

➤ Application :

Dans un premier temps nous appliquons les algorithmes SPIHT et EZW pour compresser cette image (coupe de cerveau) avec un niveau de décomposition ($L=2$), débit binaire (rate)=1bpp ainsi qu'une ondelette de type : Bior3.9. (Paramètres fixées selon d'autres expériences préalablement réalisées).

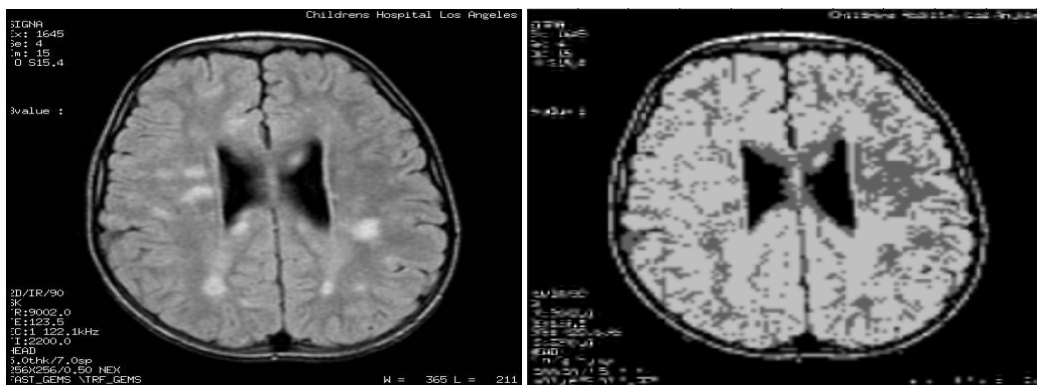


Image Originale

Rc=1bpp ; MSSIM=0.7016
PSNR=28.61 dB

Figure (IV.2) : *Compression d'image médicale* (coupe de cerveau) *par SPIHT*

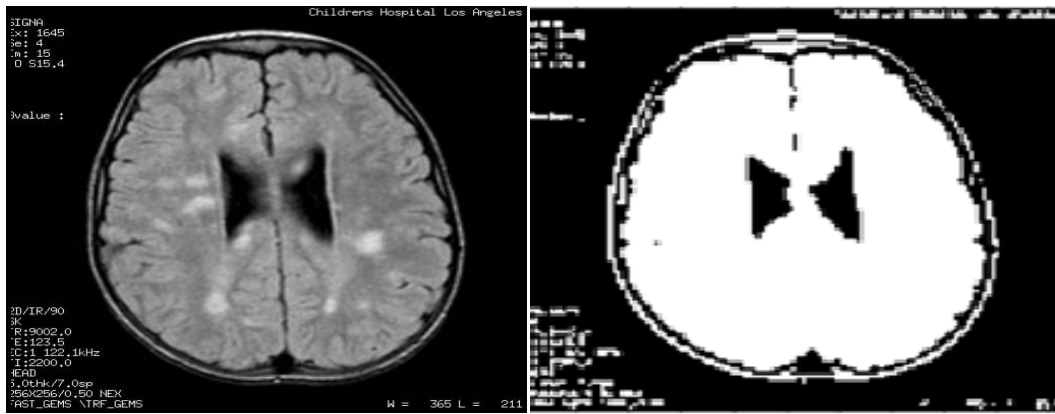


Image Originale

Rc=1bpp ; MSSIM=0.65626
PSNR=20.40 dB

Figure (IV .3) : *Compression d'image médicale (coupe de cerveau) par EZW*

Ces figures nous montrent la qualité de l'image compressée par les deux algorithmes (SPIHT, EZW). Nous remarquons d'après ces figures que la reconstruction de l'image devient quasi-parfaite avec l'algorithme SPIHT contrairement à l'EZW. Pour mieux apprécier la pertinence des résultats obtenus, nous avons comparé les paramètres d'évaluation de chacun.

Les résultats obtenus sont donnés dans **Tableau (IV .1)**.

Algorithme	PSNR (Db)	MSSIM	Temps(s)
SPIHT	28.61	0.7016	38.63
EZW	20.40	0.65626	62.21

Tableau (IV .1) : Comparaison de performances entre SPIHT et EZW

Dans notre mémoire nous nous sommes intéressés en premier lieu à une technique de compression basée sur la DWT et opérant sous forme progressive à savoir la technique SPIHT. Il s'agit d'une amélioration d'une autre technique de la même espèce en l'occurrence EZW. Nous avons donc mis au point cet algorithme et nous l'avons testé et évalué sur plusieurs images tests. Les résultats sont très concordants avec les travaux d'autres chercheurs dans le même domaine.

D'autre part, ces résultats prouvent bien que cet algorithme est très performant essentiellement pour certains types d'images médicales.

2. Choix de la meilleure ondelette

Le choix du type d'ondelette parmi tant d'autres à une incidence directe sur la qualité de l'image. Pour une image quelconque, l'estimation et le jugement de la qualité de l'image compressée peuvent être donnés par le PSNR et le MSSIM.

En effet, un PSNR élevé ($\text{PSNR} > 30\text{db}$) et un MSSIM qui se rapproche à 1, préjuge une bonne qualité de l'image après reconstruction.

Dans ce qui suit nous présentons l'application de plusieurs ondelettes pour compresser cette image avec un niveau de décomposition ($L=4$) et un Rate qui varie de 0.125 à 2.

➤ Application 1 : Ondelettes Debauchies

Type	Paramètres	Rc	0.125	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2
Harr	PSNR		31.64	33.53	36.41	39.16	42.07	46.94	51.26
	MSSIM		0.6344	0.7559	0.8565	0.9158	0.9424	0.9867	0.9945
	TIME		2.6597	5.7836	14.351	28.137	53.93	136.11	237.40
Db2	PSNR		31.32	33.52	37.69	42.09	45.78	51.21	55.18
	MSSIM		0.6579	0.7953	0.9119	0.9569	0.9816	0.9936	0.9973
	TIME		2.6855	5.442	14.438	25.333	42.002	108.71	182.40
Db3	PSNR		31.43	33.84	38.04	42.79	46.73	52.34	56.31
	MSSIM		0.6675	0.8099	0.9157	0.9634	0.9844	0.9952	0.9979
	TIME		2.652	5.625	13.728	25.807	43.974	107.89	182.65
Db5	PSNR		31.20	33.55	38.19	43.13	47.21	52.97	57.03
	MSSIM		0.6624	0.8022	0.9169	0.9647	0.9847	0.9957	0.9983
	TIME		2.823	5.190	13.925	23.504	42.233	108.91	182.83
Db7	PSNR		31.00	33.46	37.85	42.90	46.94	52.90	56.97
	MSSIM		0.6534	0.7966	0.9094	0.9629	0.9833	0.9955	0.9982
	TIME		2.850	5.840	14.101	25.323	42.615	107.52	179.77
Db8	PSNR		31.00	33.49	37.72	42.78	46.84	52.74	56.80
	MSSIM		0.6589	0.7998	0.9070	0.9611	0.9827	0.9953	0.9981
	TIME		3.077	6.130	13.709	25.035	41.911	106.14	183.23
Db10	PSNR		30.94	33.38	37.44	42.45	46.45	52.58	56.72
	MSSIM		0.6450	0.7861	0.9016	0.9572	0.9805	0.9950	0.9981
	TIME		2.643	5.700	13.779	26.427	41.574	104.18	178.88
Db15	PSNR		30.69	33.07	37.05	41.57	45.61	51.98	56.20
	MSSIM		0.6219	0.7707	0.8898	0.9490	0.9750	0.9940	0.9977
	TIME		3.366	6.275	15.130	27.173	40.763	105.73	173.47

Tableau (IV.2): Variation du PSNR, MSSIM et du temps en fonction du type d'ondelette Debauchies et du Rate



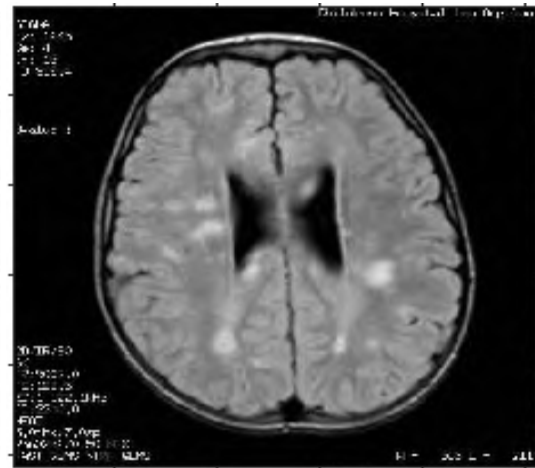
**Image reconstruite par Haar Rc=0.5
PSNR=36.41 MSSIM=0.8565**



**Image reconstruite par Db2 Rc=0.5
PSNR=37.69 MSSIM=0.9119**



**Image reconstruite par Db3 Rc=0.5
PSNR=37.44 MSSIM=0.9016**



**Image reconstruite par Db5 Rc=0.5
PSNR=37.09 MSSIM=0.8898**



**Image reconstruite par Db7 Rc=0.5
PSNR=37.85 MSSIM=0.9094**



**Image reconstruite par Db8 Rc=0.5
PSNR=37.72 MSSIM=0.9070**

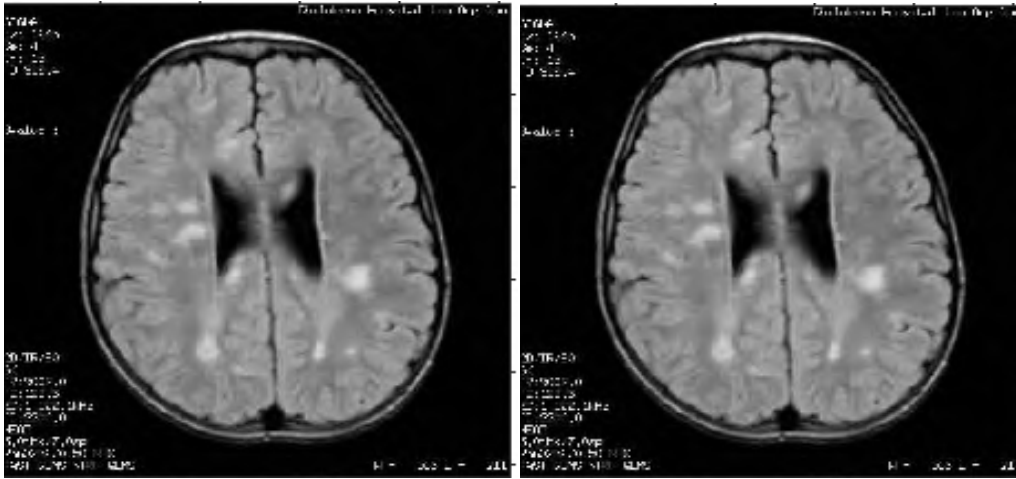
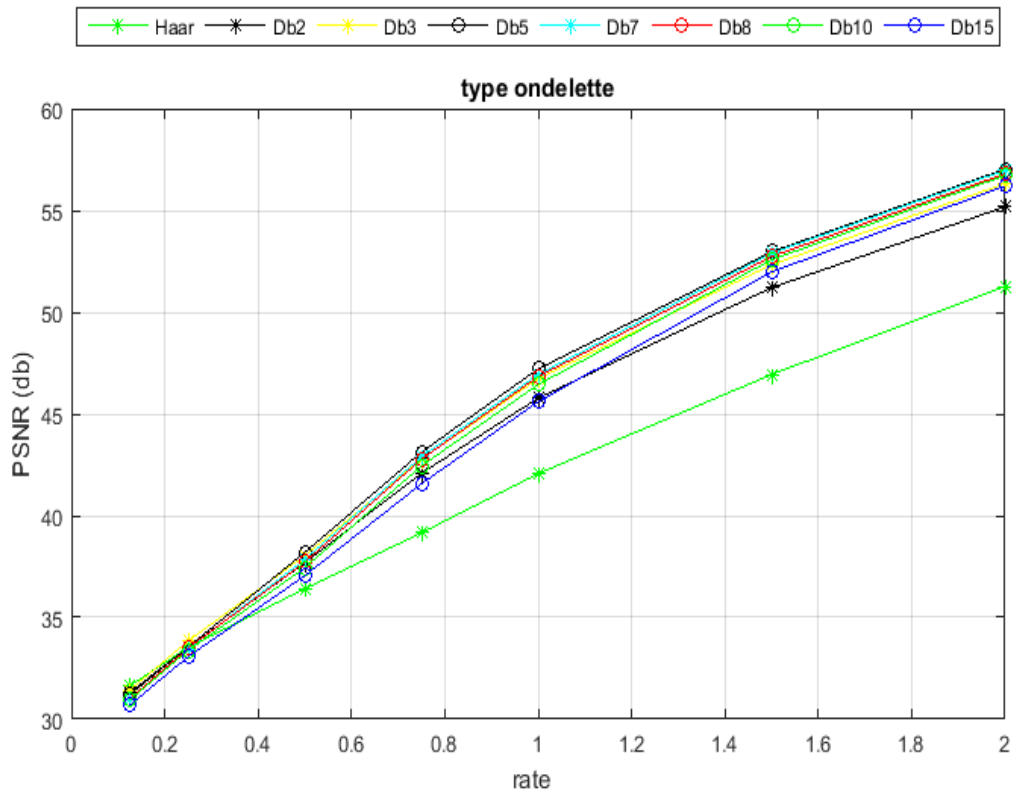


Image reconstruite par Db10 Rc=0.5
PSNR=37.85 MSSIM=0.9094

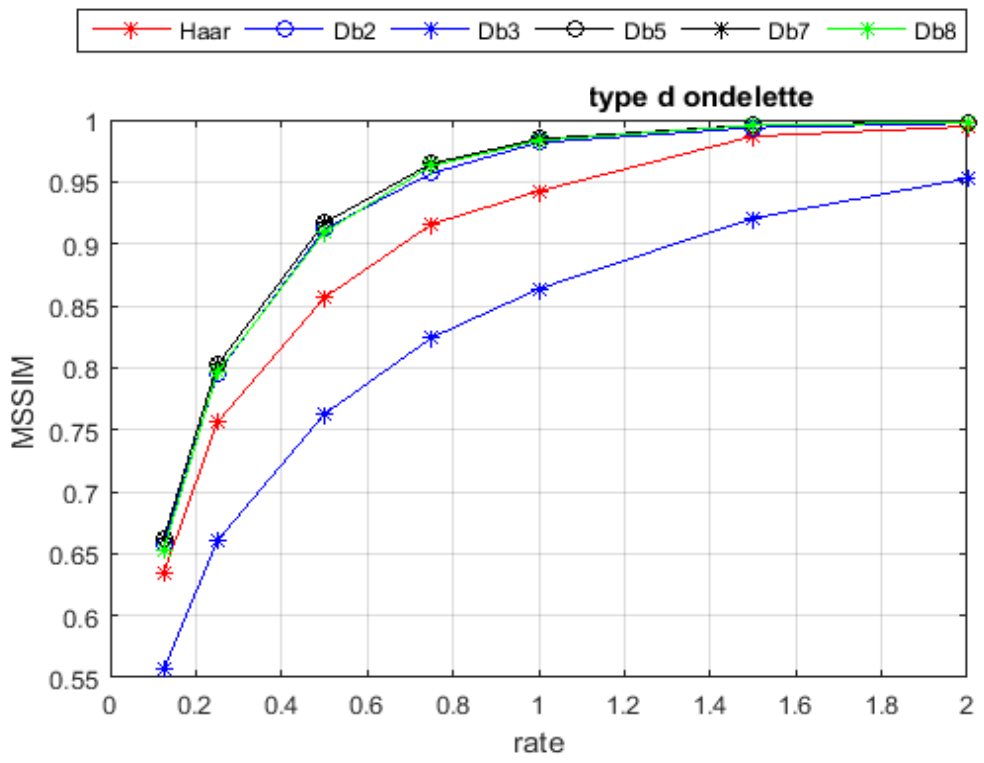
Image reconstruite par Db15 Rc=0.5
PSNR=37.72 MSSIM=0.9070

Figure (IV .4) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) avec différents types d'ondelettes Debauchies couplée avec le SPIHT

Nous allons maintenant faire une comparaison entre les différents types d'ondelette Debauchies. Nous faisons varier le débit binaire de 0.125 à 2 et nous calculons les paramètres d'évaluation. Les résultats obtenus sont donnés par la Figure (IV.5).



Variation du PSNR



Variation du MSSIM

Figure (IV .5) : Variation du PSNR et MSSIM des différents types d'ondelettes Debauchies en fonction du Rate

➤ Application 2 : Ondelette Coiflet et Symlet

Type	Paramètres	Rc	0.125	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2
Coif3	PSNR		31.32	33.96	38.53	43.43	47.61	53.30	57.36
	MSSIM		0.6796	0.8126	0.9237	0.9673	0.9865	0.9961	0.9985
	TIME		3.353	5.165	13.65	25.092	37.259	98.125	176.26
Coif4	PSNR		31.31	33.77	38.43	43.32	47.63	53.44	57.45
	MSSIM		0.6803	0.8097	0.9217	0.9667	0.9864	0.9962	0.9985
	TIME		2.410	5.262	11.52	21.95	38.962	99.02	172.16
Coif5	PSNR		31.25	33.63	38.29	43.21	47.51	53.26	57.29
	MSSIM		0.6784	0.8049	0.9202	0.9658	0.9853	0.9959	0.9984
	TIME		2.3443	5.092	12.466	21.373	38.800	98.785	174.16
Sym2	PSNR		31.32	33.52	37.69	42.09	45.78	51.21	55.18
	MSSIM		0.6579	0.7953	0.9119	0.9569	0.9816	0.9936	0.9973
	TIME		2.612	5.547	12.289	21.156	33.576	99.355	170.77
Sym3	PSNR		31.43	33.84	38.04	42.79	46.73	52.34	56.31
	MSSIM		0.6675	0.8099	0.9157	0.9634	0.9844	0.9952	0.9979
	TIME		2.329	5.589	11.545	21.447	38.050	96.507	170.37
Sym5	PSNR		31.51	33.98	38.57	43.40	47.67	53.32	57.26
	MSSIM		0.6773	0.8172	0.9227	0.9668	0.9868	0.9961	0.9984
	TIME		2.605	5.199	12.654	18.264	38.290	98.776	204.68

Tableau (IV.3): Variation du PSNR, MSSIM et du temps en fonction du type d'ondelette Coiflet et Symlet et du Rate

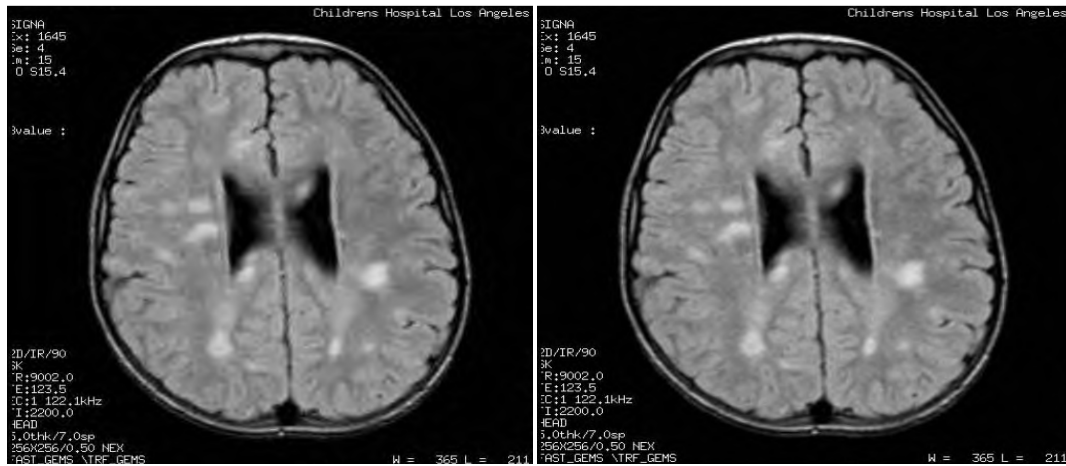


Image reconstruite par Coif3 Rc=0.5
PSNR=38.53 MSSIM=0.9237

Image reconstruite par Coif4 Rc=0.5
PSNR=38.43 MSSIM=0.9237



Image reconstruite par Coif5 Rc=0.5
PSNR=38.29 MSSIM=0.9094



Image reconstruite par Sym2 Rc=0.5
PSNR=37.69 MSSIM=0.9119

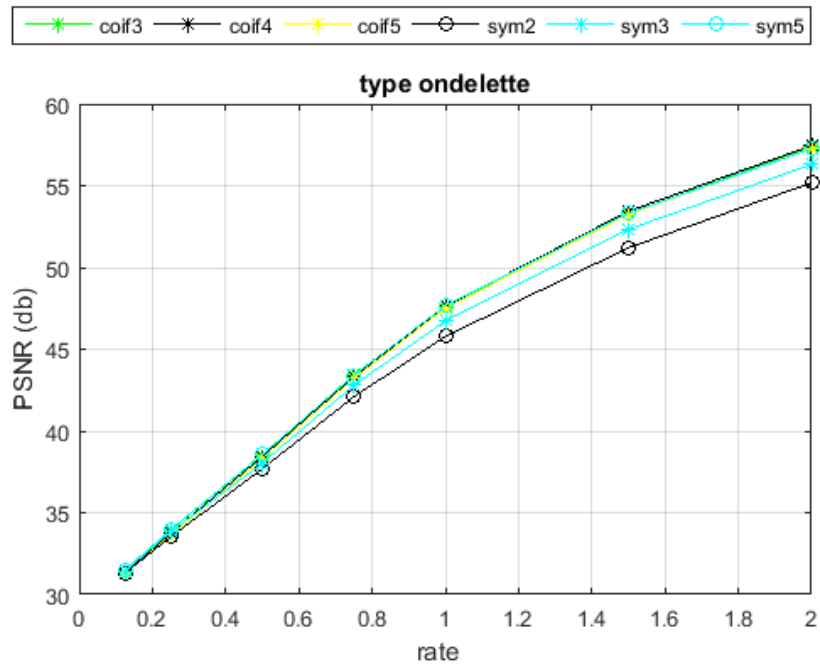


Image reconstruite par Sym3 Rc=0.5
PSNR=38.04 MSSIM=0.9157

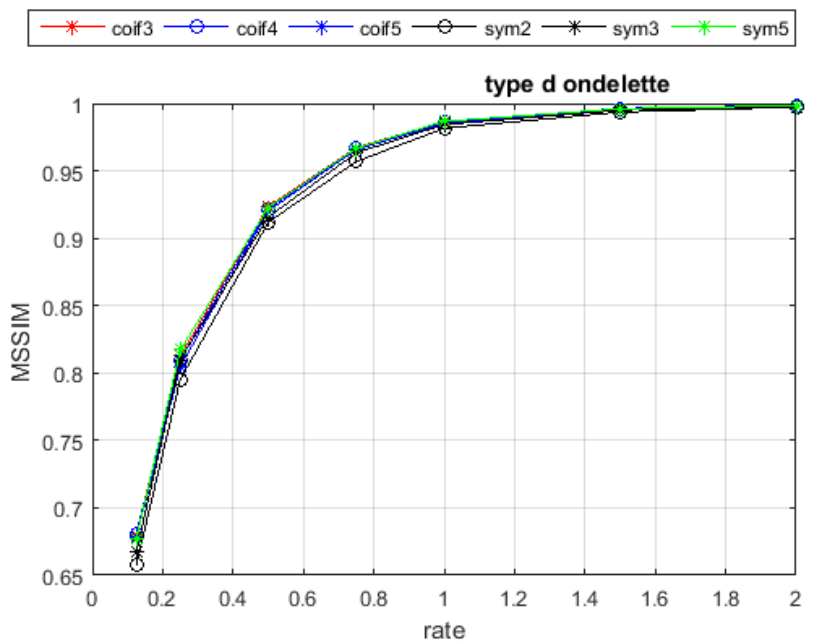


Image reconstruite par Sym5 Rc=0.5
PSNR=38.57 MSSIM=0.9070

Figure (IV .6) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) avec différents types d'ondelettes Coiflet et Symlet couplée avec le SPIHT



Variation du PSNR



Variation du MSSIM

Figure (IV .7) : Variation du PSNR et MSSIM des différents types d'ondelettes Coiflet et Symlet en fonction du Rate

➤ Application 3:Ondelette Biorthogonale

Type	Paramètres	Rc	0.125	0.25	0.5	0.75	1	1.5	2
Bior1.1	PSNR		31.64	33.53	36.41	39.16	42.07	46.94	51.26
	MSSIM		0.6344	0.7559	0.8565	0.9158	0.9424	0.9867	0.9945
	TIME		2.054	4.333	12.807	33.539	66.00	169.28	247.39
Bior2.8	PSNR		31.49	34.40	38.85	43.23	46.85	52.26	56.23
	MSSIM		0.6913	0.8368	0.9391	0.9736	0.9874	0.9954	0.9979
	TIME		2.781	5.282	14.200	26.026	46.493	07.73	204.51
Bior3.5	PSNR		31.28	33.65	38.10	42.49	46.67	52.94	57.10
	MSSIM		0.6679	0.8128	0.9258	0.9735	0.9883	0.9965	0.9985
	TIME		1.857	5.932	14.48	19.919	41.529	2376.7	191.04
Bior3.7	PSNR		31.09	33.71	38.11	42.48	46.60	52.77	56.96
	MSSIM		0.6638	0.8151	0.9254	0.9727	0.9884	0.9964	0.9985
	TIME		2.575	5.157	13.473	22.860	36.865	99.905	189.45
Bior4.4	PSNR		31.49	33.94	38.76	43.86	48.01	53.72	57.72
	MSSIM		0.6838	0.8187	0.9266	0.9689	0.9880	0.9966	0.9986
	TIME		2.9690	5.8711	13.60	25.303	44.859	111.68	227.44
Bior6.8	PSNR		31.44	34.15	38.97	43.92	48.03	53.80	57.82
	MSSIM		0.6832	0.8223	0.9299	0.9705	0.9881	0.9967	0.9987
	TIME		3.416	6.517	15.048	27.28	43.885	113.75	359.82

Tableau (IV.4): Variation du PSNR, MSSIM et du temps en fonction du type d'ondelette Biorthogonale et du Rate

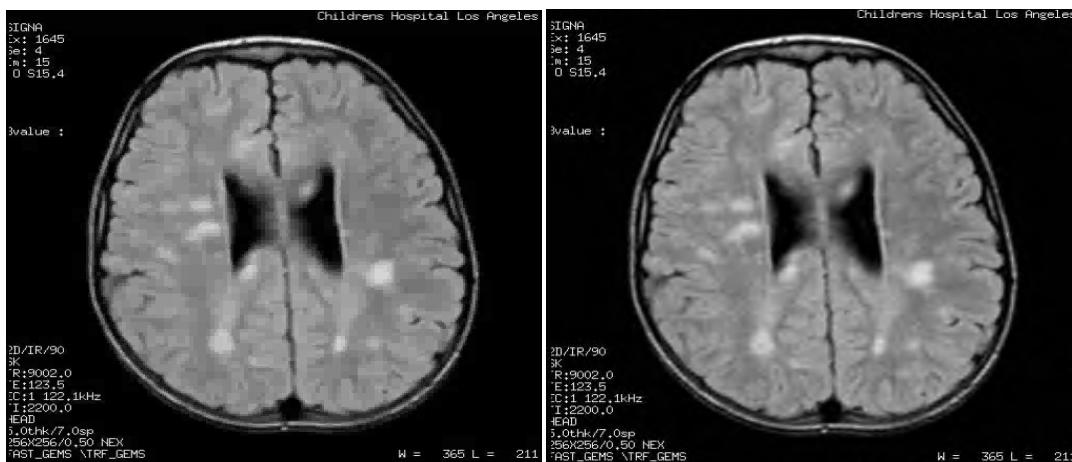


Image reconstruite par Bior1.1 Rc=0.5
PSNR=36.41 MSSIM=0.8565

Image reconstruite par Bior2.8 Rc=0.5
PSNR=38.35 MSSIM=0.9391

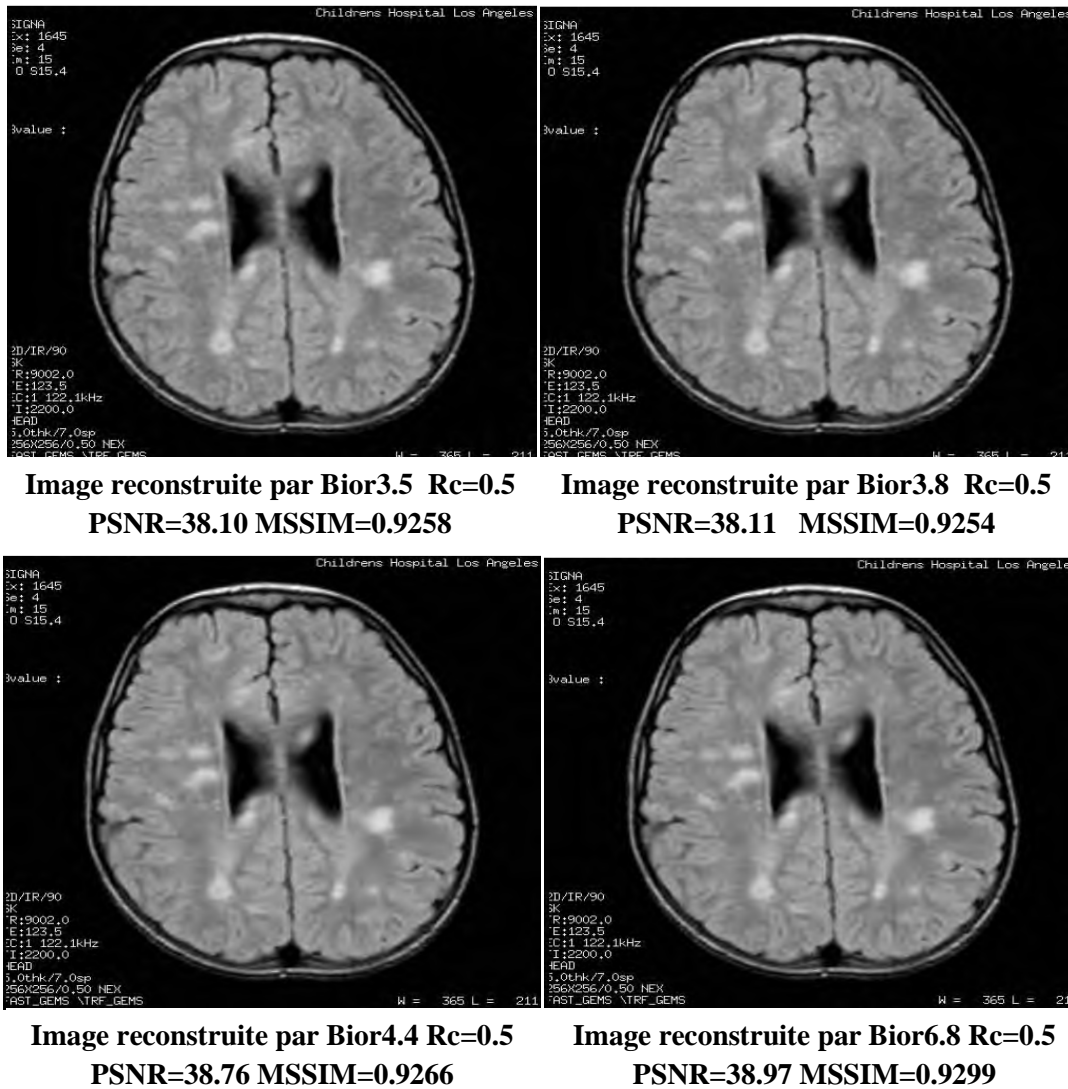
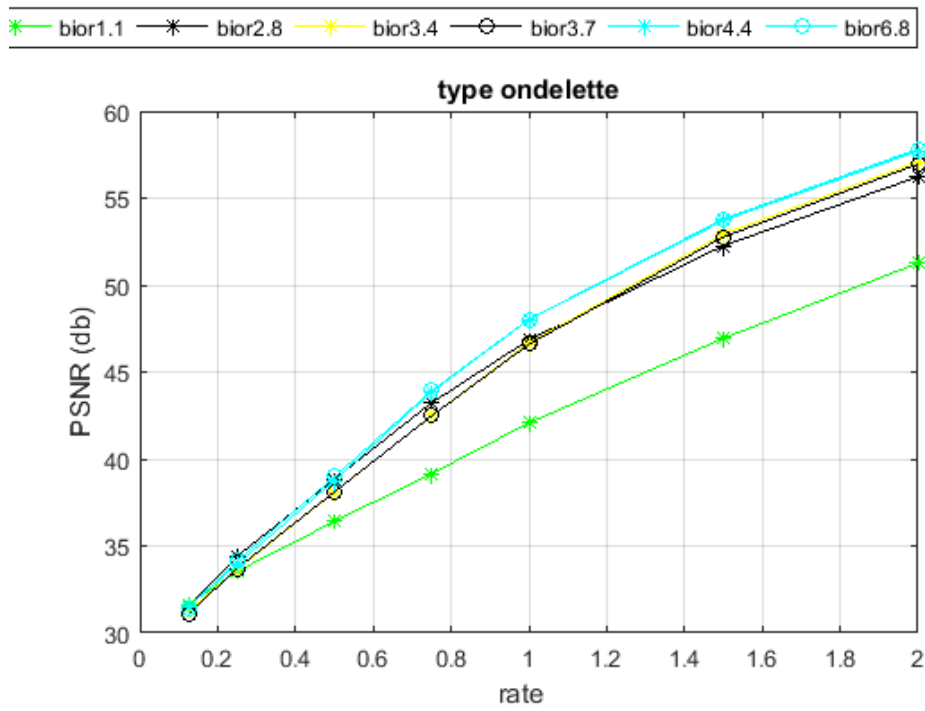
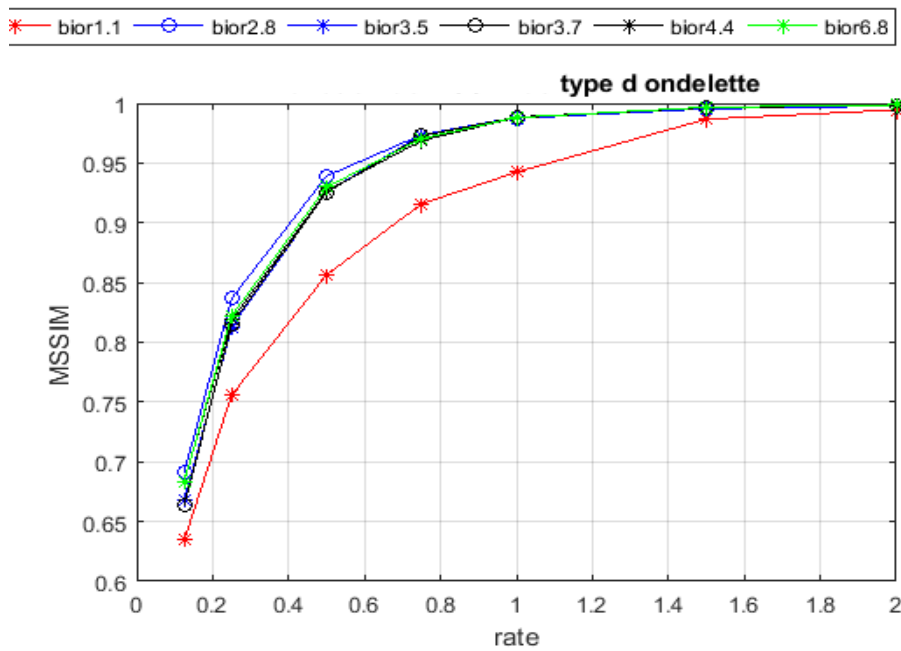


Figure (IV .8) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) avec différents types d'ondelettes Biorthogonale couplée avec le SPIHT



Variation du PSNR



Variation du MSSIM

Figure (IV.9) : Variation du PSNR et MSSIM des différents types d'ondelettes Biorthogonale en fonction du Rate

COMPARAISON DES RESULTATS :

En comparant le PSNR, MSSIM ainsi que le temps de compression de chaque ondelette sélectionnée de chaque famille, nous constatons facilement que les ondelettes présentant un nombre de moment très fort correspondent au meilleur choix pour l'analyse et la compression de l'image médicale.

Les ondelettes présentant un nombre de moment nul égal à 8 donnent des bons résultats impliquant une bonne qualité d'image.

On conclut alors de ces applications que la meilleure ondelette est (bior6.8) et cela avec un niveau de décomposition de quatre (Level=4) et un débit binaire de 0.5.

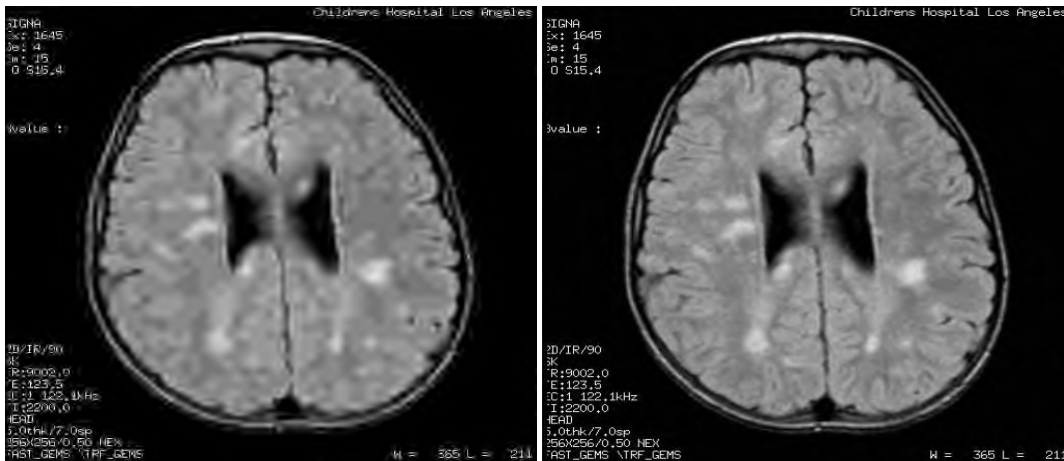
3. Influence du niveau de décomposition d'ondelette couplé avec le SPIHT

➤ Application :

Dans cette étude, nous utilisons l'ondelette bior6.8 pour compresser les images d'intérêt, pour différentes valeurs du niveau de décomposition (N=3 à 7) tout en fixant le débit binaire à 0.5.

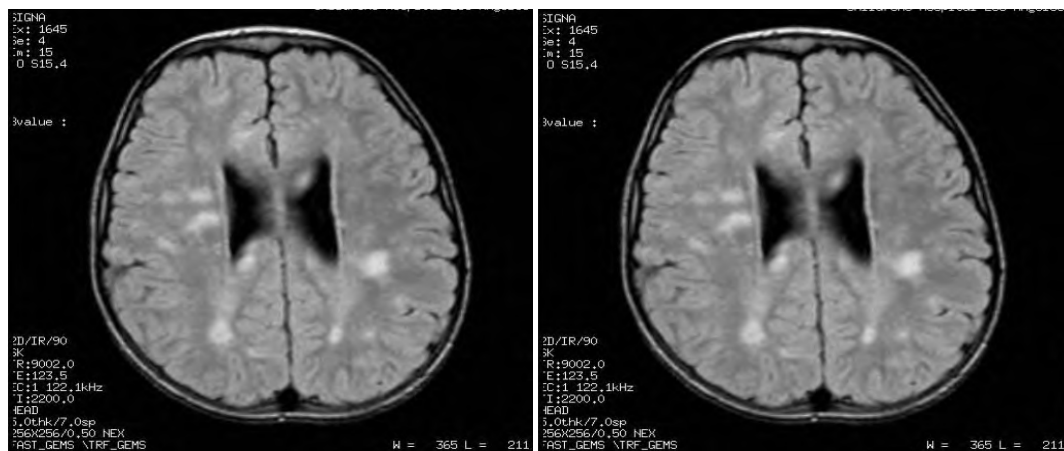
Niveau	PSNR	MSSIM	TEMP
L=3	33.66	0.8108	9.909
L=4	38.97	0.9299	15.048
L=5	40.86	0.9504	16.456
L=6	41.35	0.9531	19.35
L=7	41.43	0.9539	20.232

Tableau (IV.5): Variation du PSNR, MSSIM et du temps en fonction du niveau de décomposition d'ondelette de type Bior6.8



**Image reconstruite par L=3 Rc=0.5
PSNR=33.66 MSSIM=0.8108**

**Image reconstruite par L=4 Rc=0.5
PSNR=38.97 MSSIM=0.9299**



**Image reconstruite par L=5 Rc=0.5
PSNR=40.86 MSSIM=0.9504**

**Image reconstruite par L=6 Rc=0.5
PSNR=41.35 MSSIM=0.9531**



**Image reconstruite par L=7 Rc=0.5
PSNR=41.43 MSSIM=0.9539**

Figure (IV .10) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) avec différents niveaux de décomposition d'ondelette Bior6.8

INTERPRETATION :

Le tableau (IV.5) ainsi que la figure IV.10 montre que la qualité de l'image est meilleure en fonction des paramètres d'évaluation ('PSNR, MSSIM et le temps de calculs') avec l'ondelette bi orthogonale bior6.8, un bite rate de 0.5 bpp et avec un niveau de décomposition de 6.

Il est important de mentionner que cette application prouve que le temps de compression/décompression augmenté en fonction du niveau de décomposition.

4. Compression d'images médicales par PWT couplée avec SPIHT

Nous allons appliquer la transformée en Paquets d'ondelettes couplée avec le codeur progressif (SPIHT) à la compression avec un débit binaire=0.5.

Pour cela, nous avons choisi l'image médicale « coupe de cerveau » de taille 512x512 codée sur 8bpp. Les résultats de simulation de l'algorithme proposé pour l'ondelette pour niveau de compression L qui varie de 3 à 7, sont illustrés par la suite :

Level	PSNR	MSSIM	TEMP
L=3	61.45	0.9978	13.337
L=4	62.45	0.9987	12.508
L=5	62.48	0.9987	12.508
L=6	62.48	0.9987	12.508
L=7	62.48	0.9987	12.508

Tableau (IV.6):Variation du PSNR, MSSIM et du temps en fonction du niveau de la décomposition de Paquets d'ondelette (Bior6.8, Rate=0.5bpp) couplée avec le SPIHT

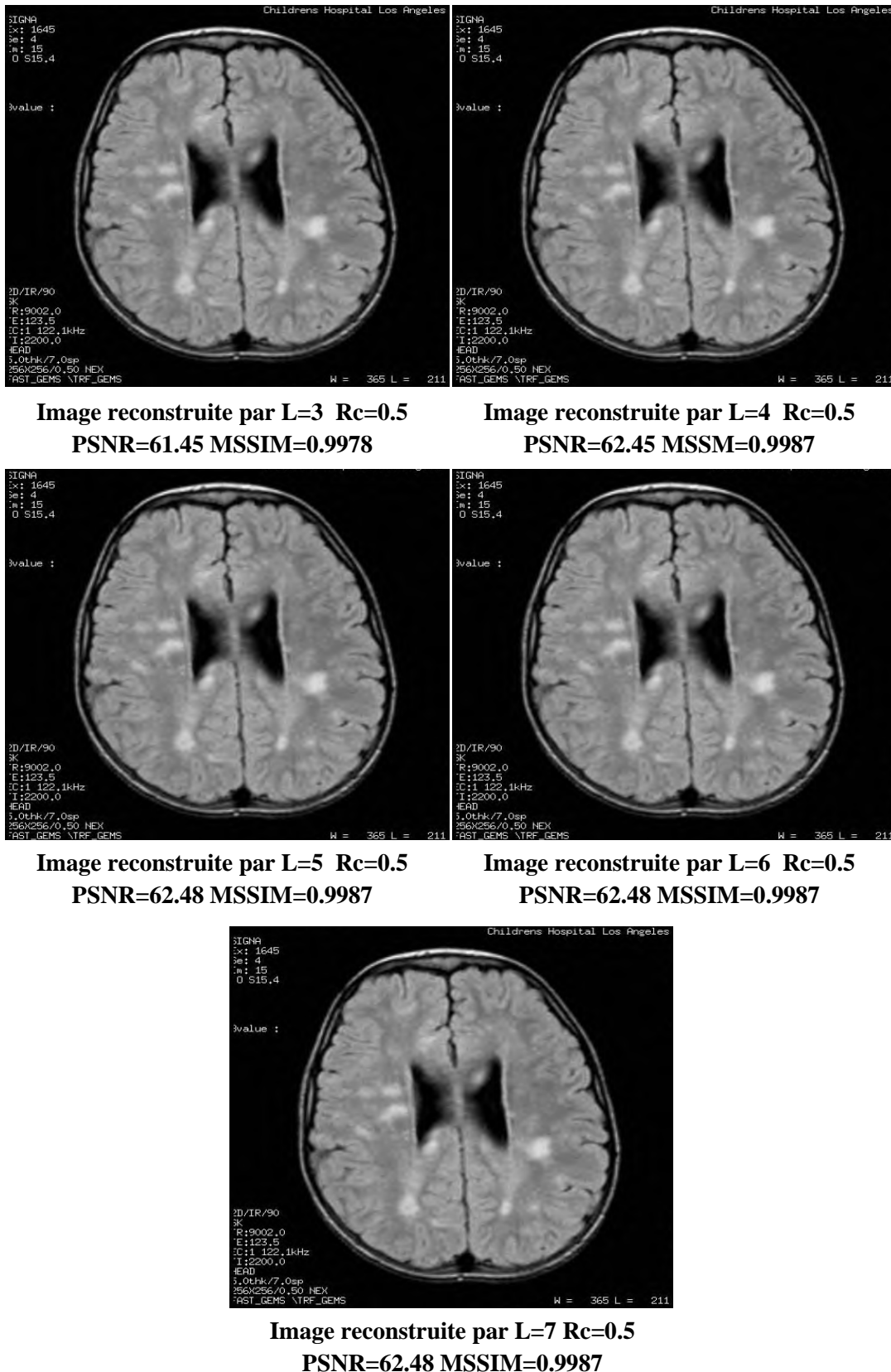


Figure (IV .11) : Compression d'image médicale (coupe de cerveau) avec différents niveaux de décomposition en Paquets d'ondelette

Nous remarquons d'après le tableau (Tab. IV.6), quand nous augmentons le niveau de décomposition les valeurs des paramètres d'évaluation augmentent également. Mais après le niveau $N=4$ les valeurs restent presque constantes pour l'algorithme PWT mais avec un temps de calcul élevé pour la DWT cela prouve l'efficacité de l'algorithme à base de PWT à la compression d'images médicales.

Comparaison entre paquet d'ondelette et d'ondelette :

- ✓ Et bien c'est le fait de re-décomposer toutes les sous-bandes à chaque itération de la transformée, plutôt que de ne re-décomposer seulement la sous-bande d'approximation ou celle ayant la plus haute énergie.
 - Avantage : décompose les informations contenues dans les fréquences intermédiaires,
 - inconvénient : ne tient plus dans un support compact (égal à la taille de l'image de départ).
- ✓ Les paquets d'ondelettes, Contrairement à la T.O (transformé par d'ondelette), autorisent la re-décomposition des sous-bandes haute fréquence. Donc une procédure récursive est appliquée pour les quatre sous bandes.

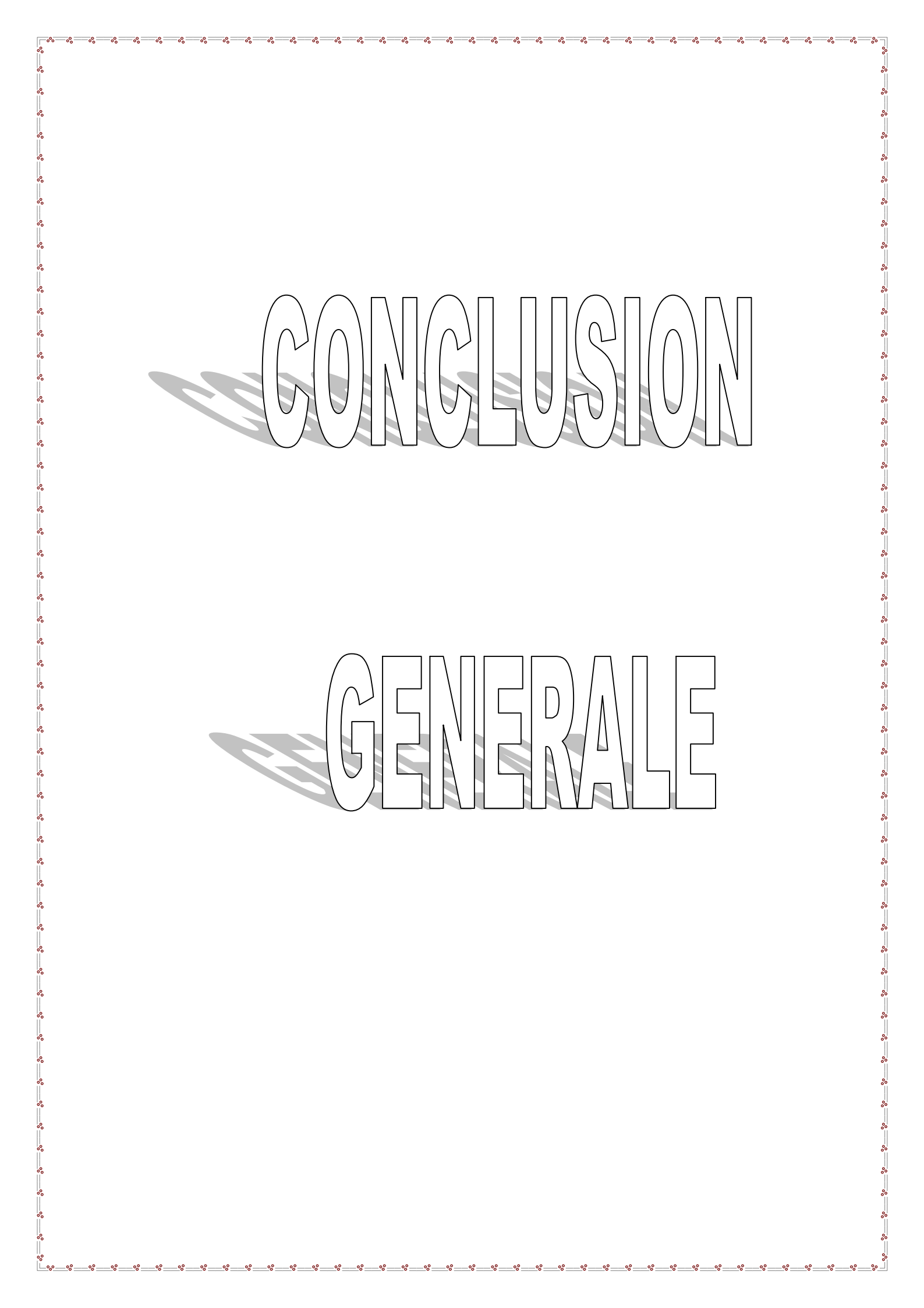
La transformée en ondelette T.O n'itère le processus que sur la sous-bande passe-bas.

III. CONCLUSION

Nous avons utilisé la compression par l'ondelette biorthogonale bior6.8 à base de banc de filtre couplée avec le codage SPIHT et EZW. Après diverses applications, nous avons constaté que cet algorithme donne des meilleurs résultats que d'autres techniques de compression.

Nous avons proposé un nouvel algorithme de compression basé sur la transformée en paquets odelettes (PWT) et nous avons couplé cette transformée avec le codeur SPIHT.

Nous avons interprété nos résultats à l'aide des paramètres d'évaluation de qualité et nous avons pu montrer que l'algorithme proposé est mieux adapté à la compression d'images médicales.



CONCLUSION

GENERALE

Conclusion Générale

Les techniques de compression avec perte assurent généralement des taux de compression relativement élevés mais avec un certain degré de dégradation. Les objectifs des nouvelles techniques de compression est donc de réduire plus et d'altérer le moins possible. Parmi les techniques de compression avec perte nous avons les méthodes basées sur les transformations comme par exemple la DCT et la DWT.

L'objet de ce mémoire a été la recherche et l'évaluation de techniques de compression avec perte pour améliorer la qualité d'images et le taux de compression. Les résultats de simulation obtenus ont un bon compromis entre l'information contenue dans l'image compressée et le taux de compression de l'image obtenue. Cette méthode a l'avantage d'une grande précision de reconstruction.

En général, on peut dire que l'approche proposée permet d'atteindre de très bons résultats des points de vue qualité des images reconstruites d'une part et le taux de compression d'autre part. En effet, elle permet de réduire énormément la quantité de données contenues dans les images médicales tout en conservant leurs propriétés originales. Ces résultats dépendent du type de l'ondelette, de l'algorithme et du type de filtre de sous bande utilisé.

Les différentes simulations sur les images médicales au niveau de gris, nous ont montré que la compression en paquet d'ondelette donne des résultats satisfaisants et encourageants en terme de taux de compression qui avoisine les 95%, temps de calcul très réduit, et une bonne qualité de l'image compressée.

Pour conclure, ce mémoire a fait la lumière sur un sujet très peu étudié à notre connaissance : la compression en ondelette et paquets d'ondelette. Ce travail a montré que sous certaines conditions, la compression des images médicales volumineuses était possible, offrant ainsi des gains de compression significatifs par rapport aux méthodes sans pertes. Il ouvre ainsi de nombreux champs pour l'avenir de ce type de compression dans le domaine médicale.

Perspectives :

Le travail présenté dans ce mémoire peut être étendu dans diverses directions. Nous présentons ici une liste non exhaustive des améliorations, applications et adaptations possible.

On peut citer :

- Il est souhaitable que cette étude soit exploitée aux images médicales en 3D et de la vidéos.
- La mise en œuvre d'autres algorithmes est plus que nécessaire tel que l'application de la transformée en ondelette a base de structure lifting.



ANNEXES

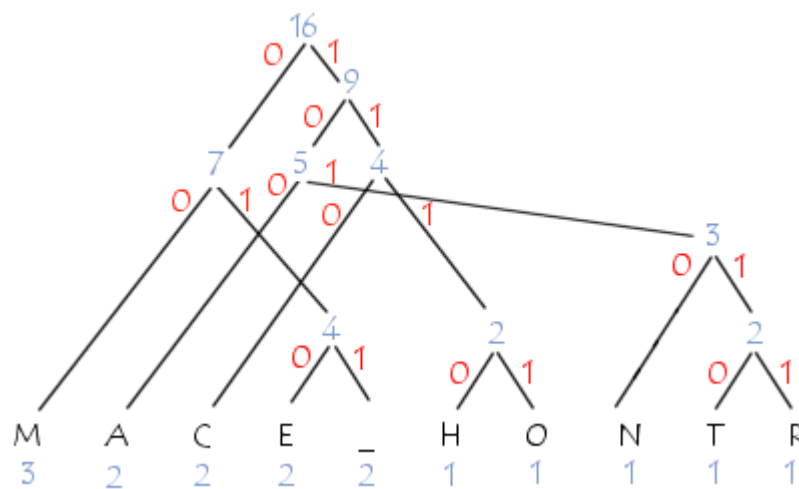
ANNEXES

1. EXEMPLES

a) Codeur de Huffman :

Soit la phrase suivante : "COMMENT_CA_MARCHE". Voici les fréquences d'apparitions des lettres :

M	A	C	E	_	H	O	N	T	R
3	2	2	2	2	1	1	1	1	1



Les codes correspondants à chaque caractère sont tels que les codes des caractères les plus fréquents sont courts et ceux correspondant aux symboles les moins fréquents sont longs :

M	A	C	E	_	H	O	N	T	R
00	100	110	010	011	1110	1111	1010	10110	10111

b) Codeur arithmétique :

Dans cet exemple nous allons compressé et décompressé un message dont le nom est : TECHNICIEN.

La première étape consiste à calculer les probabilités d'apparition des différents caractères.

Pour ce cas on obtient le tableau suivant :

Caractère	T	E	C	H	N	I
Probabilité	1/10	2/10	2/10	1/10	2/10	2/10

Probabilités associée à chaque caractère à coder

En deuxième étape, on affecte un intervalle à chaque caractère en se basant sur sa probabilité, on obtient ainsi les intervalles suivants :

Caractère	Probabilité	Intervalle
T	1/10	[0.0 - 0.1 [
E	2/10	[0.1 - 0.3[
C	2/10	[0.3 - 0.5 [
H	1/10	[0.5 - 0.6 [
N	2/10	[0.6 - 0.8 [
I	2/10	[0.8 - 1.0 [

Association d'un intervalle à chaque caractère en fonction de sa probabilité

Le calcul de mot de code des caractères est effectué suivant ces équations :

Valeur = AncienneLimiteHaute - AncienneLimiteBasse.

NouvelleLimiteHaute = AncienneLimiteBasse + Valeur * Valeur_Haute(c).

NouvelleLimiteBasse = AncienneLimiteBasse + Valeur * Valeur_basse(c).

Calculant le mot de code :

1) Initialisation

AncienneLimiteBasse = 0.

AncienneLimiteHaute = 1.

2) Déterminer les longueurs de sous intervalle liés au caractère T :

Valeur = AncienneLimiteHaute - AncienneLimiteBasse = 1 - 0 = 1.

NouvelleLimiteHaute = AncienneLimiteBasse + Valeur * Valeur_Haute(c) = 0 + (1) (0.1) = 0.1.

NouvelleLimiteBasse = AncienneLimiteBasse + Valeur * Valeur_basse(c) = 0 + (1) (0) = 0.

3) Passer au codage sur le prochain caractère E :

Valeur = AncienneLimiteHaute - AncienneLimiteBasse = 0,1 - 0 = 0.1.

NouvelleLimiteHaute = AncienneLimiteBasse + Valeur * Valeur_Haute(c) = 0 + (0.1) (0.3) = 0.03.

NouvelleLimiteBasse = AncienneLimiteBasse + Valeur * Valeur_basse(c) = 0 + (0.1) (0.1) = 0.01.

Ainsi de suite comme le résume ce tableau :

Nouveau caractère	LimiteBasse	LimiteHaute
Aucun	0.0	1.0
T	0	0.1
E	0.01	0.03
C	0.016	0.020
H	0.0180	0.0184
N	0.01824	0.01832
I	0.018304	0.018320
C	0.0183088	0.0183840
I	0.01836896	0.01838400
E	0.018370464	0.018373472
N	0.0183722688	0.0183728704

Tableau de codage du mot TECHNICIEN

Le mot de code qui représente l'information compressée du message TECHNICIEN est la dernière valeur de la LimiteBasse de la dernière étape, dans ce cas c'est le 0.0183722688.

Pour le décodage de l'information, il suffit de mettre en place le processus inverse.

c) L'algorithme de codage SPIHT :

Le codeur SPIHT est composé de deux passages. Le passage de commande et le passage d'amélioration. Dans le passage de commande SPIHT essaye de commander les coefficients selon leur grandeur. Dans le passage d'amélioration la quantification des coefficients raffinés. La commande et raffiner est faite relativement à un seuil. Le seuil est convenablement initialisé et sans interruption alors rendu plus petit avec chaque rond de l'algorithme.

SPIHT maintient trois listes de coordonnées des coefficients dans la décomposition.

Ce sont la liste de Pixel insignifiants (LÈVRE « LIP »), la liste des Pixel significatifs (LSP) et la liste des ensembles insignifiants (LIS). Pour décider si un coefficient est significatif ou pas le SPIHT utilise la définition suivante.

Un coefficient est considéré significatif à un certain seuil si sa grandeur est plus grande ou égale au seuil. En utilisant la notion d'importance de la LÈVRE « LIP », le LIS et le LSP peuvent être expliqués.

- La LÈVRE « LIP » contient des coordonnées des coefficients qui sont insignifiants au seuil courant.
- Le LSP contient des coordonnées des coefficients qui sont significatifs au même seuil.
- Le LIS contient des coordonnées des racines des arbres spatiaux de parent – enfants.

26	6	13	10
-7	7	6	4
4	-4	4	-3
2	-2	-2	0

Initialisation

LIP
(0,0) → 26
(0,1) → 6
(1,0) → -7
(1,1) → 7

LSP
Empty

LIS
(0,1)D → {13,10,6,4}
(1,0)D → {4,-4,2,-2}
(1,1)D → {4,-3,-2,0}

$N = \log_2(26) = 4$

$T = 16$

Après la première passe de tri

LIP
(0,1) → 6
(1,0) → -7
(1,1) → 7
1 1 0 0 0
Sig./+ Insig.

LSP
Empty
(0,0) → 26
0 0 0
All D sets Insig.

LIS
(0,1)D → {13,10,6,4}
(1,0)D → {4,-4,2,-2}
(1,1)D → {4,-3,-2,0}

Après la première passe de raffinement

LIP
(0,1) → 6
(1,0) → -7
(1,1) → 7

LSP
(0,0) → 26

LIS	Significant
(0,1)D → {13, 10, 6, 4}	
(1,0)D → {4, -4, 2, -2}	
(1,1)D → {4, -3, -2, 0}	

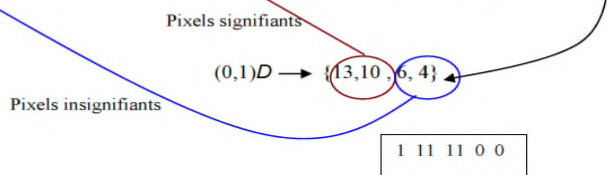
$N = 3; T = 8$

Pendant la seconde passe de tri

LIP
(0,1) → 6
(1,0) → -7
(1,1) → 7
(1,2) → 6
(1,3) → 4
0 0 0
Insig

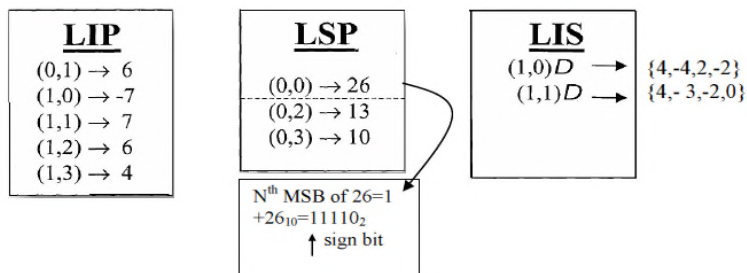
LSP
(0,0) → 26
(0,2) → 13
(0,3) → 10

LIS	Significant Set
(0,1)D → {13, 10, 6, 4}	
(1,0)D → {4, -4, 2, -2}	
(1,1)D → {4, -3, -2, 0}	



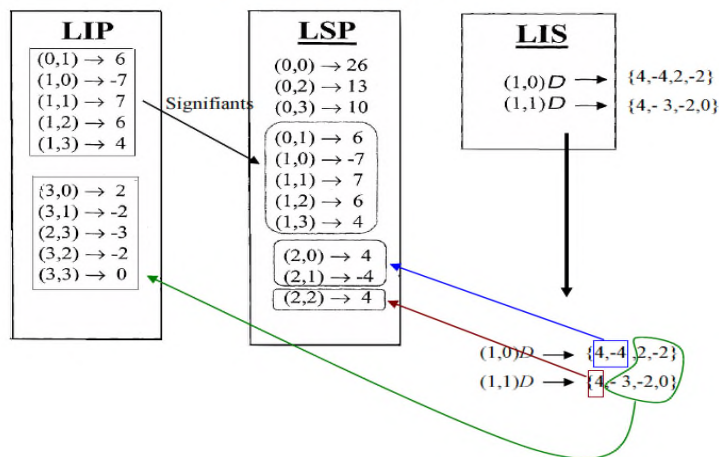
N=3; T = 8

Après la seconde passe de tri



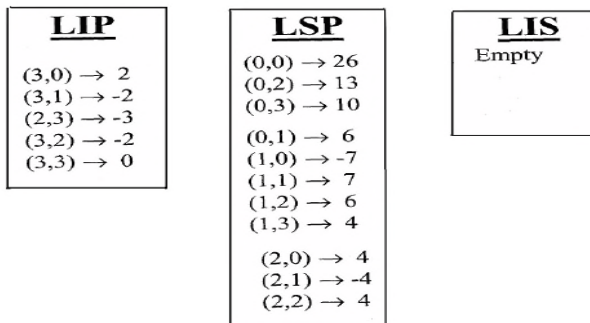
T = 4

Pendant la troisième passe de tri



T = 4

Après la troisième passe de tri



2. BASE DE DONNEES UTILISEE

The screenshot shows a web browser window displaying the GE Medical Systems website. The page title is "MRI - Signa Infinity 1.0T/1.5T - Image Gallery". The browser's address bar shows the URL "http://www.gemedicalsystems.com". The website's navigation menu includes "HOME", "Company News", "Worldwide", "Community", "Help Center", "Contact Us", and "Catalog". The main content area is titled "MAGNETIC RESONANCE IMAGING" and "Signa Infinity 1.0T/1.5T Image Gallery". It features a sidebar with categories like "Radiology", "Cardiology", "Monitoring Systems", "Information Technologies", "Education", "Healthcare Services", and "Parts & Accessories". The main content area displays several MRI images with descriptive captions, including "Lowe syndrome", "Subcortical White Matter", "T2 Weighted Axial Image", "T1 Weighted Coronal Image", and "T1 Weighted Axial".

GE Medical Systems Search Entire Site [My Account](#) [Login](#) [Register](#)

[HOME](#) [Company News](#) [Worldwide](#) [Community](#) [Help Center](#) [Contact Us](#) [Catalog](#)

Home > Diagnostic Imaging > MRI > Products [Printer Friendly](#)

MAGNETIC RESONANCE IMAGING

Signa Infinity 1.0T/1.5T

Image Gallery

We appreciate the support of the following Signa Infinity 1.0T/1.5T customer sites for providing the images:
Scottish Rite Medical Center, GA; Children's Hospital of Wisconsin, WI; Children's Hospital of Los Angeles, CA; and Mid Michigan MRI, MI.

PEDIATRIC IMAGING
(Click on any image to view larger size)

Lowe syndrome Oblique coronal IR images of an 18 year old with metabolic disease (Lowe syndrome) depicting excellent suppression of CSF and pathology.

Lowe syndrome T2 weighted fast spin echo images of the 18 year old with metabolic disease (Lowe syndrome) depicting hyper-intense spots in the brain.

Subcortical White Matter Axial Diffusion weighted image of a 6 day old depicting striking abnormalities involving periventricular and subcortical white matter.

T1 Weighted Coronal Image T1 weighted coronal image of patient. 22 images acquired in 3:35 min.

T2 Weighted Axial Image High resolution T2 weighted axial image of a 2 year old (25 lbs) obtained with the pediatric head-spine array coil. 23 images acquired in 2:10 min.

T1 Weighted Axial T1 weighted axial image of patient. 23 images acquired in 2:43 min.

L'ensemble des images médicales utilisées dans ce travail, sont acquises de la base de données GE-SYSTEM présentées à l'adresse <http://www.gemedicalsystems.com>.



*Antenne seins
Siemens*



*Antenne épaule
Siemens*



*Antenne tête
Hitachi*

3. ALLURES DES ONDELETTES

a) ONDELETTES ORTHOGONALES

Ondelette de DAUBECHIES

General characteristics: Compactly supported wavelets with extremal phase and highest number of vanishing moments for a given support width.

Associated scaling filters are minimum-phase filters.

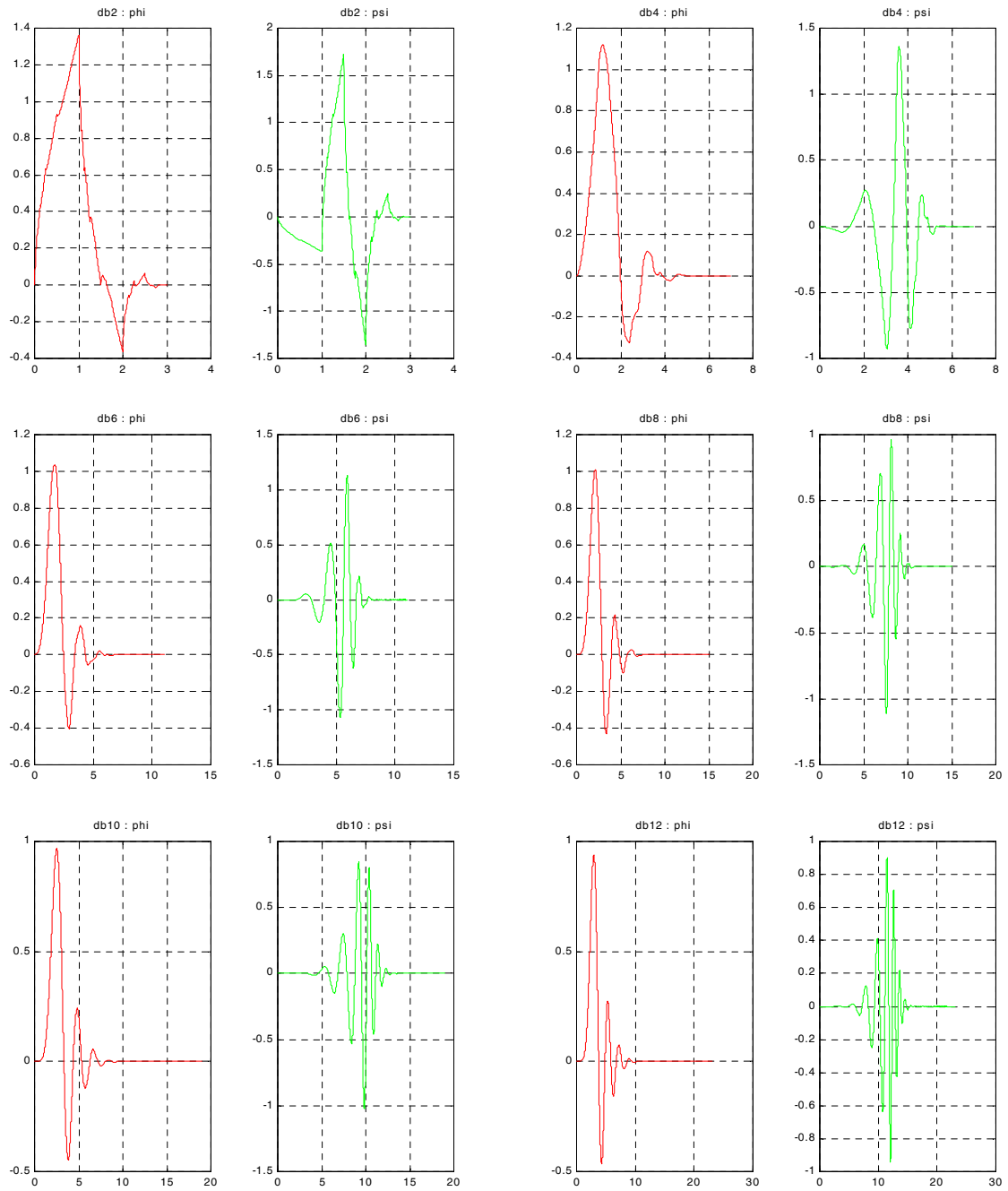
Family	Daubechies	Support width	$2N-1$
Short name	db	Filters length	$2N$
Order N	N strictly positive integer	Regularity	about $0.2 N$ for large N
Examples	db1 or haar, db4, db15	Symmetry	far from
Orthogonal	yes	Number of vanishing moments for psi	N
Biorthogonal	yes		
Compact support	yes		
DWT	possible		
CWT	possible		

Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 194-202.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.

Last Revision: 01-May-1998.

Copyright (c) 1995-98 by The Math Works, Inc.



Représentation des fonctions ϕ et ψ de l'ondelette Debauchies

Ondelette de SYMELET

General characteristics: Compactly supported wavelets with least assymetry and highest number of vanishing moments for a given support width.

Associated scaling filters are near linear-phase filters.

Family	Symlets	Support width	$2N-1$
Short name	sym	Filters length	$2N$
Order N	$N = 2, 3, \dots$	Regularity	
Examples	sym2, sym8	Symmetry	far from
Orthogonal	yes	Number of vanishing	
Biorthogonal	yes	Moments for psi	N
Compact support	yes		
DWT	possible		
CWT	possible		

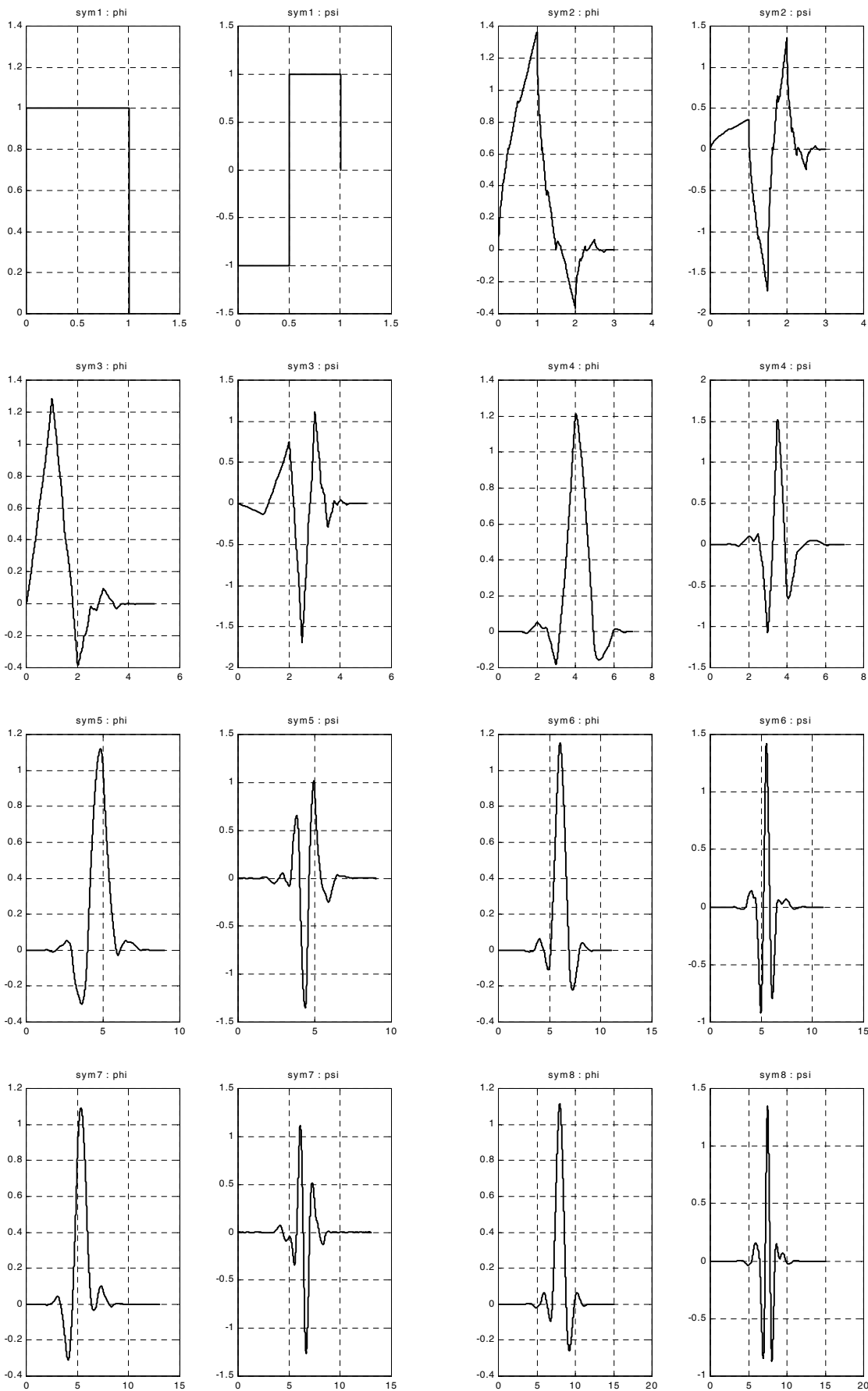
Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 194-202.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.

Last Revision: 01-May-1998.

Copyright (c) 1995-98 by The MathWorks, Inc.

Revision: 1.4



Représentation des fonctions ϕ et ψ de l'ondelette Symelet

Ondelette de COIFLET

General characteristics: Compactly supported wavelets with highest number of vanishing moments for both phi and psi for a given support width.

Family	Coiflets	Support width	$6N-1$
Short name	coif	Filters length	$6N$
Order N	$N = 1, 2, \dots, 5$	Regularity	
Examples	coif2, coif4	Symmetry	near from
Orthogonal	yes	Number of vanishing	
Biorthogonal	yes	Moments for psi	$2N$
Compact support	yes	Number of vanishing	
DWT	possible	Moments for psi	$2N-1$
CWT	possible		

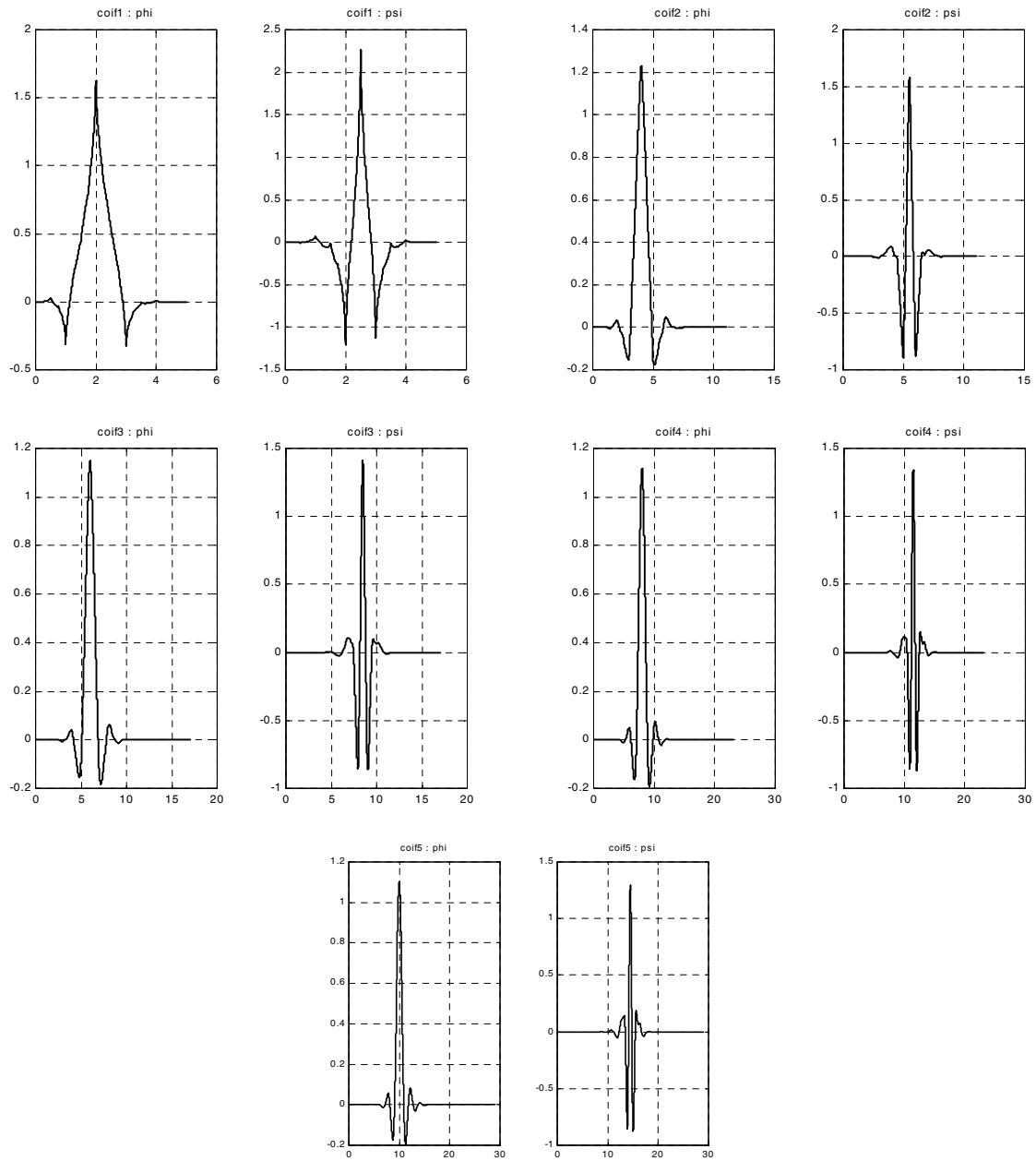
Reference: I. Daubechies,
Ten lectures on wavelets,
CBMS, SIAM, 61, 1994, 258-261.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.

Last Revision: 01-May-1998.

Copyright (c) 1995-98 by The MathWorks, Inc.

Revision: 1.6



Représentation des fonctions ϕ et ψ de l'ondelette Coiflet

b) ONDELETTE BI-ORTHOOGONALES

Ondelette BIORTHOOGONALES

BIORINFO Information on biorthogonal spline wavelets.

Biorthogonal Wavelets

General characteristics: Compactly supported

biorthogonal spline wavelets for which symmetry and exact reconstruction are possible with FIR filters (in orthogonal case it is impossible except for Haar).

Family	Biorthogonal	Orthogonal	no		
Short name	bior	Biorthogonal	yes		
Order Nr,Nd	Nr = 1 , Nd = 1, 3, 5	Compact support	yes		
r for reconstruction	Nr = 2 , Nd = 2, 4, 6, 8	DWT	possible		
d for decomposition	Nr = 3 , Nd = 1, 3, 5, 7, 9	CWT	possible		
	Nr = 4 , Nd = 4	Support width	2Nr+1 for rec., 2Nd+1 for dec.		
	Nr = 5 , Nd = 5	Filters length	max(2Nr,2Nd)+2 but essentially		
	Nr = 6 , Nd = 8	bior Nr.Nd	ld	lr	
Examples	bior3.1, bior5.5		effectivelength of LoF_D		effective length of HiF_D
bior 1.1	2	2	bior 3.3	8	4
bior 1.3	5	2	bior 3.5	11	4
bior 1.5	10	2	bior 3.7	16	4
bior 2.2	5	3	bior 3.9	20	4
bior 2.4	9	3	bior 4.4	8	7
bior 2.6	13	3	bior 5.5	9	11
bior 2.8	17	3	bior 6.8	17	11
bior 3.1	4	4			

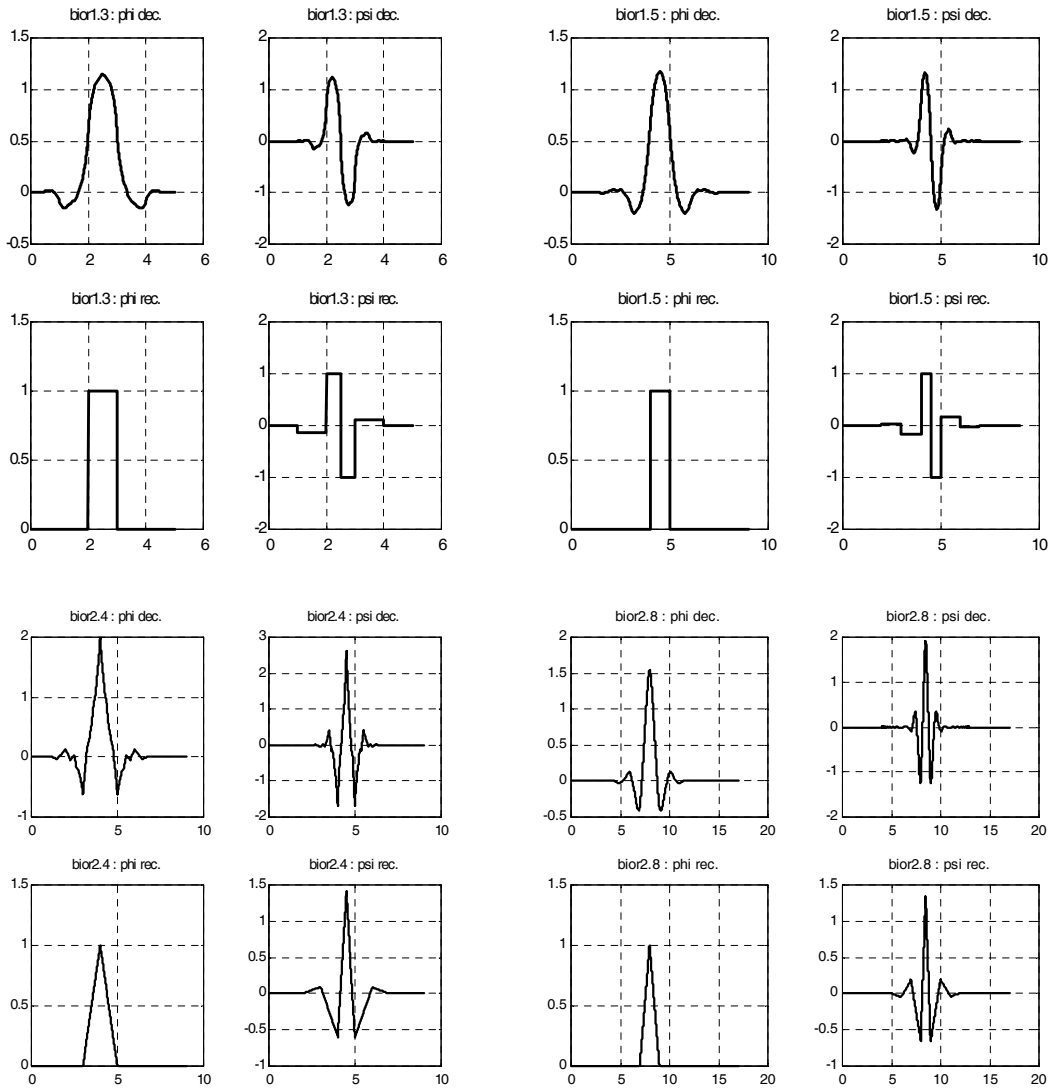
Regularity for ψ rec. Nr-1 and Nr-2 at the knots
 Symmetry yes
 Number of vanishing moments for ψ dec. Nr-1

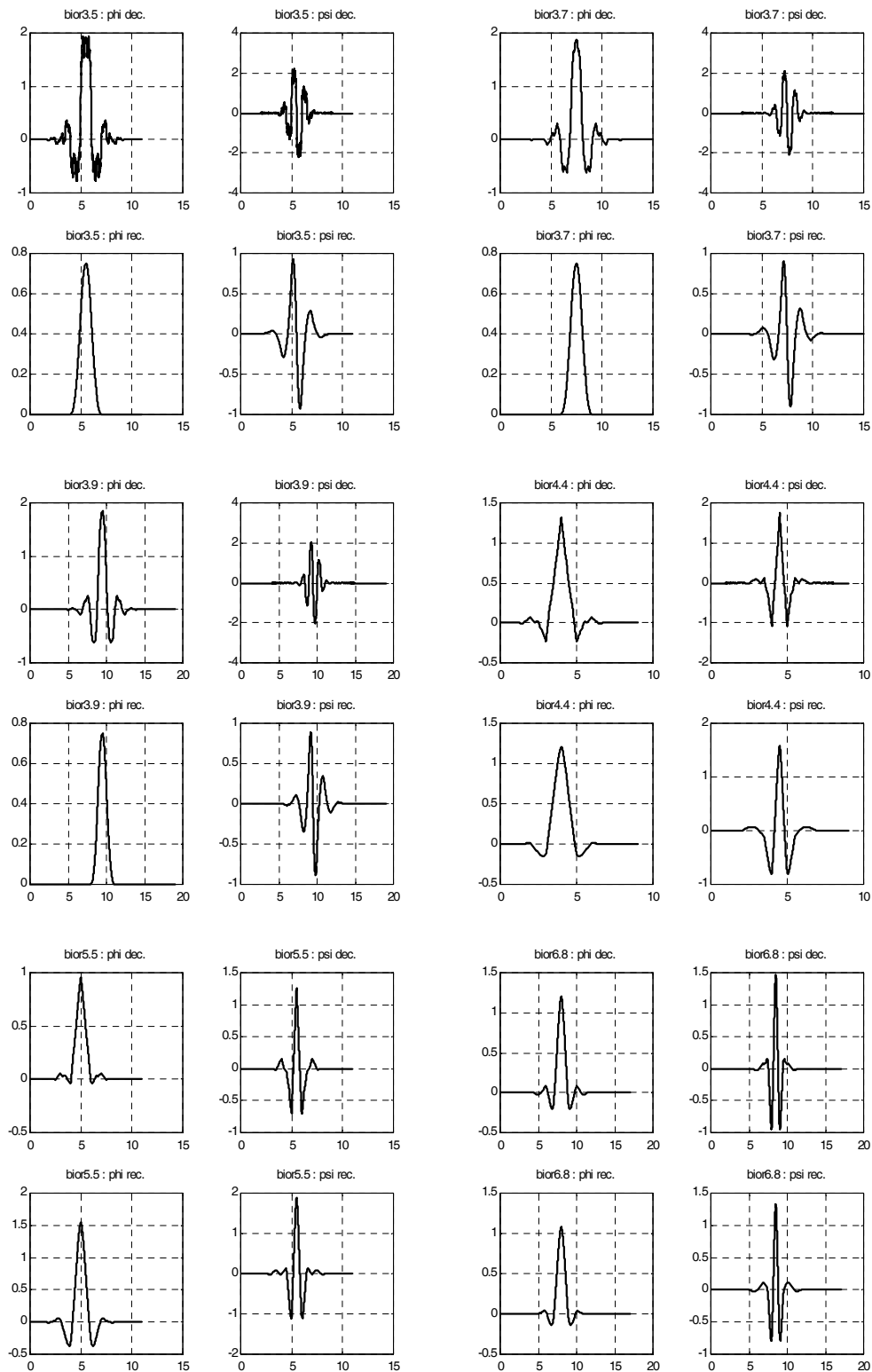
Remark: bior 4.4, 5.5 and 6.8 are such that reconstruction and decomposition functions and filters are close in value.

Reference: I. Daubechies,
 Ten lectures on wavelets,
 CBMS, SIAM, 61, 1994, 271-280.

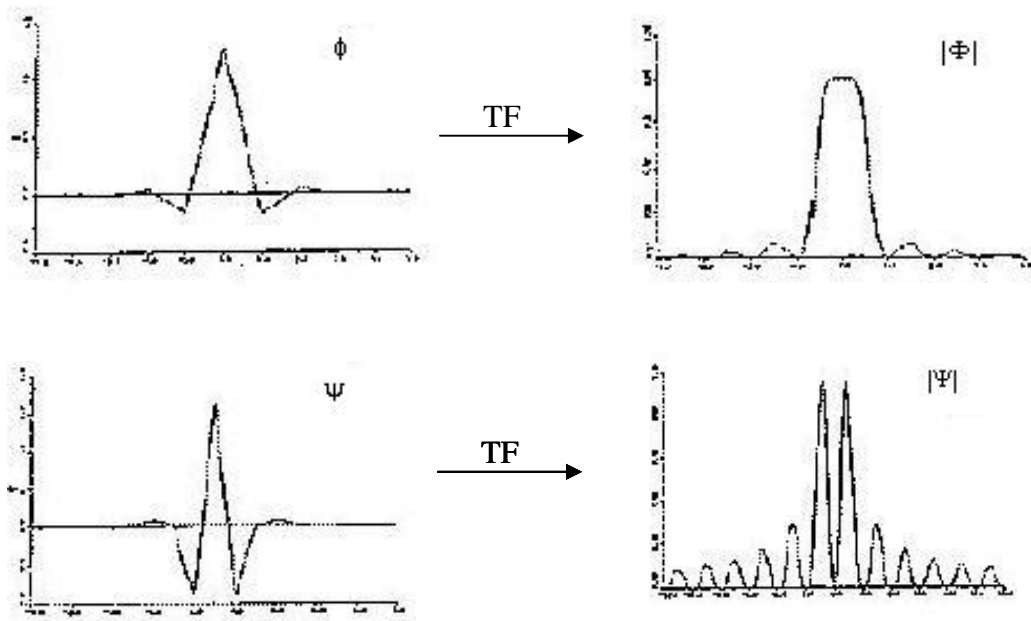
See Information on reverse biorthogonal spline wavelets.

M. Misiti, Y. Misiti, G. Oppenheim, J.M. Poggi 12-Mar-96.
 Last Revision: 01-May-1998.
 Copyright (c) 1995-98 by The MathWorks, Inc.
 Revision: 1.5

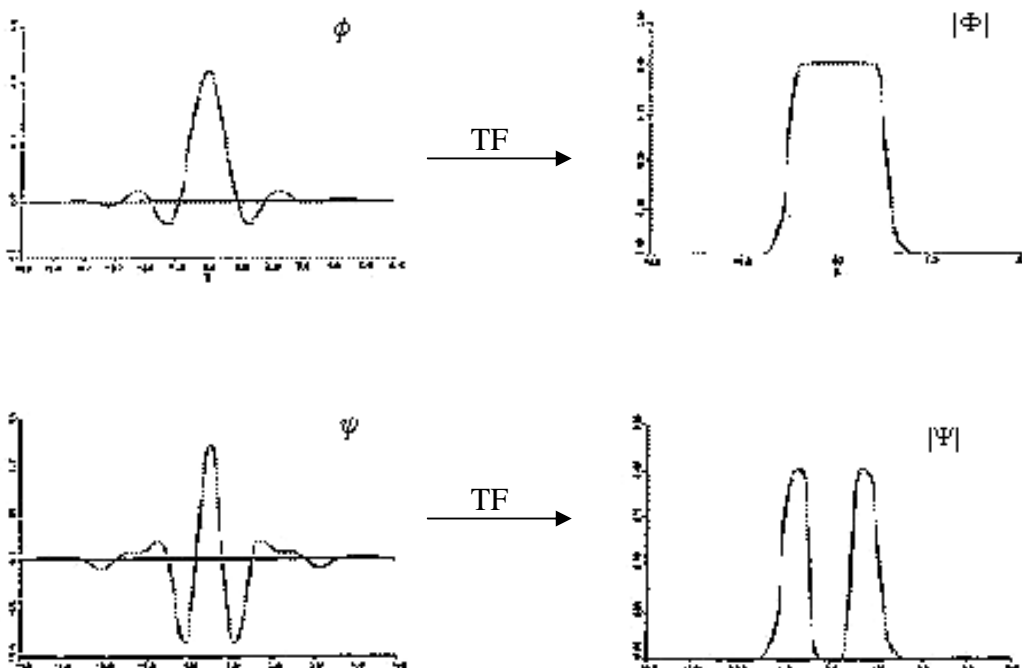




Les ondelettes Splines de Battle-Lemarié



Ondelette Spline pour $N=1$



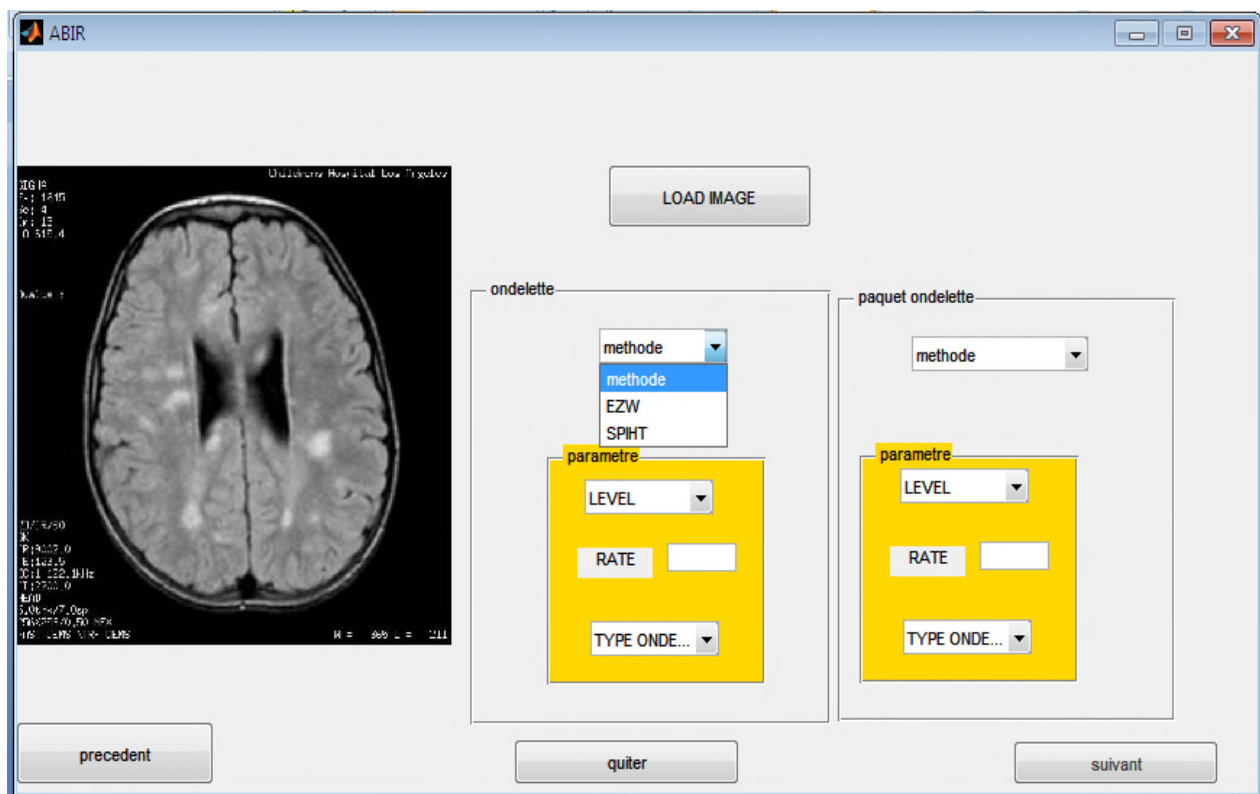
Ondelette Spline Cubique

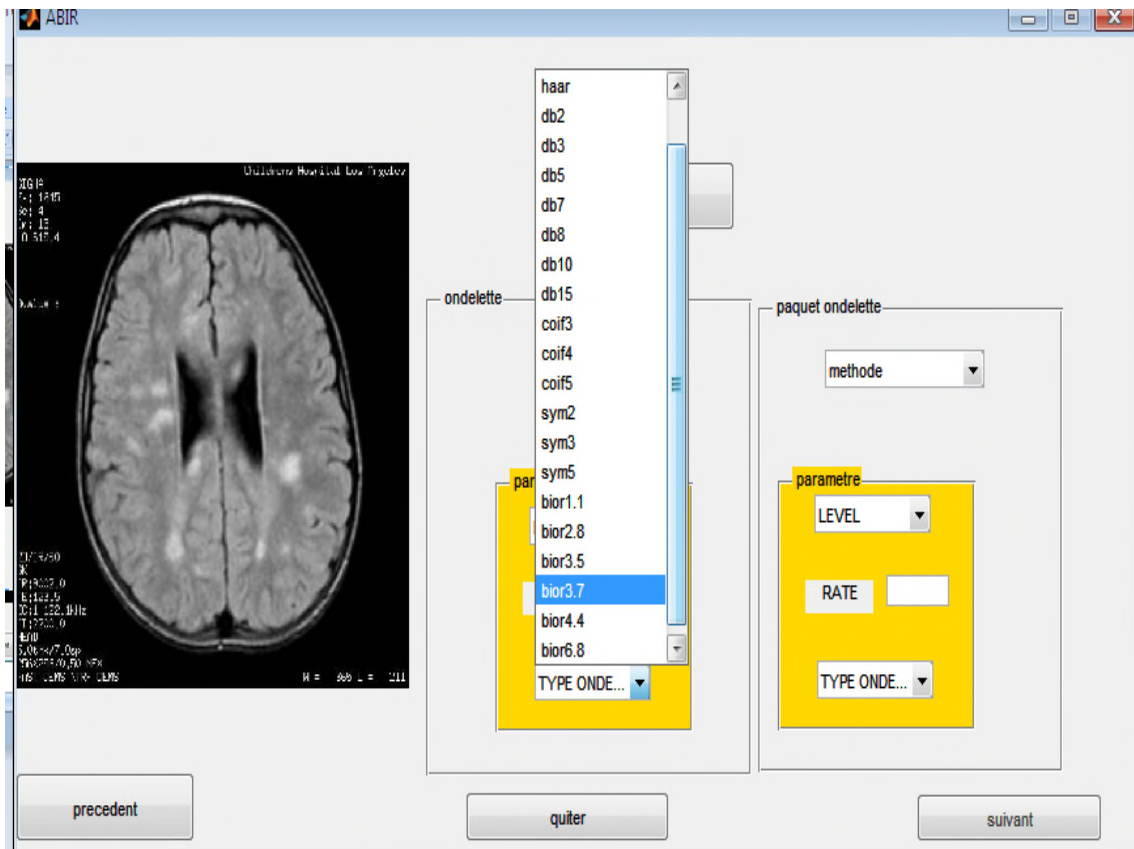
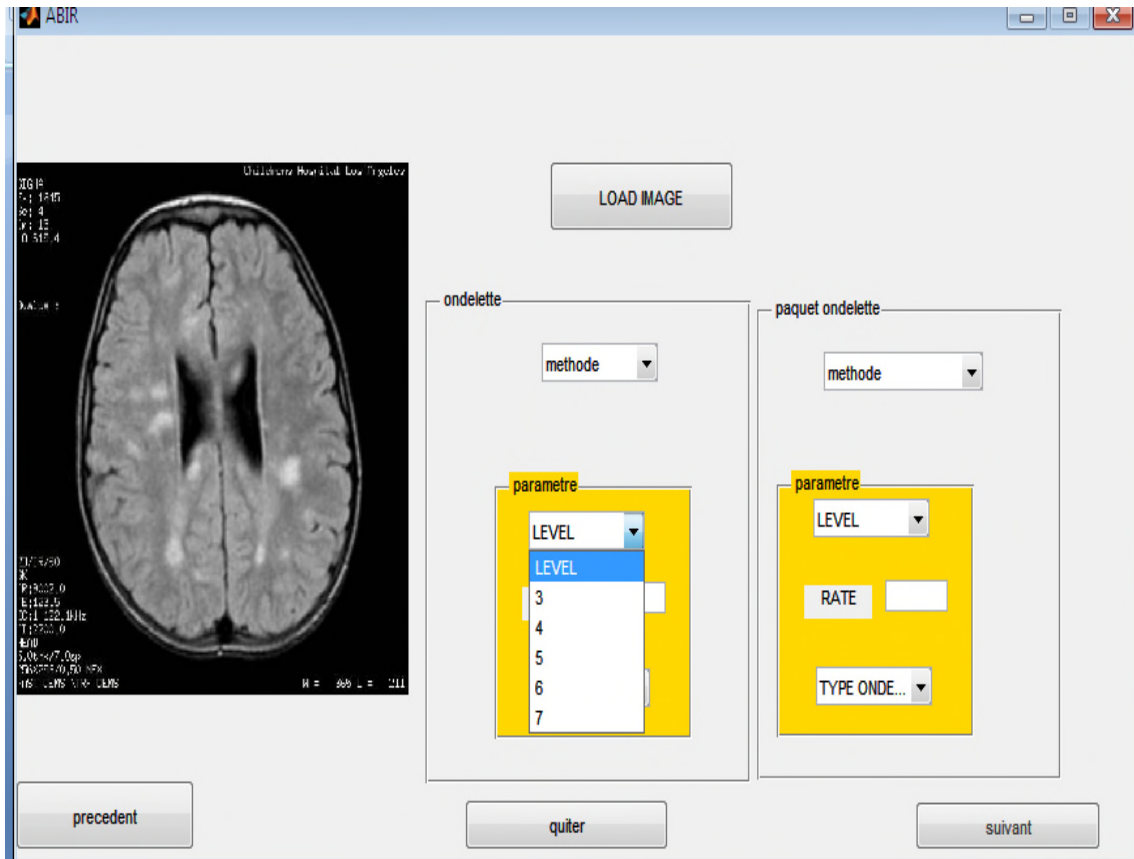
4. APPLICATION

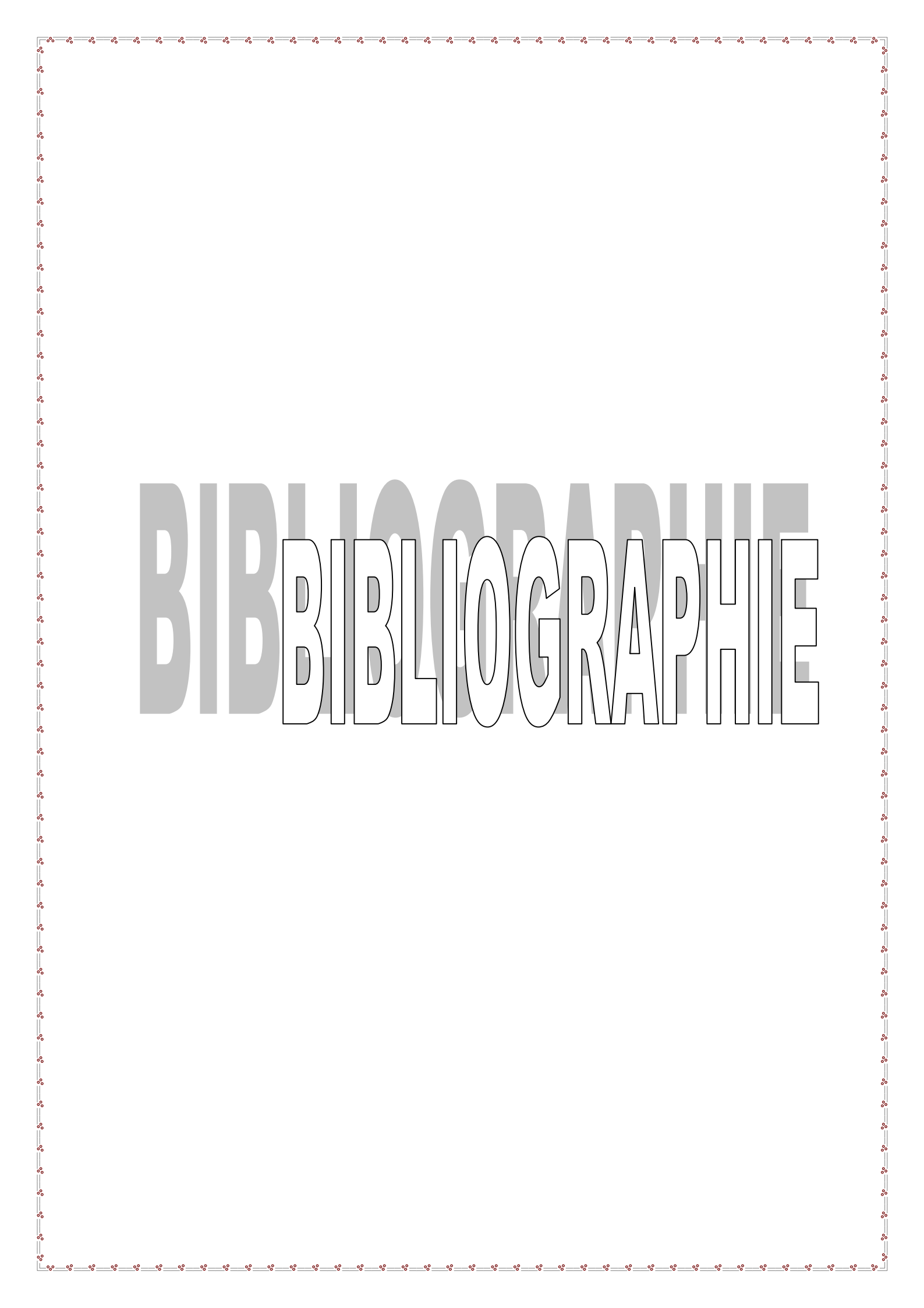
A la fin de notre mémoire nous voulions concevoir une application dédiée aux professionnels de la santé afin de compresser eux mêmes leurs images médicales avant stockage ou transfert.

Cette application est réalisée sous MTLBB, elle permet à son utilisateur : d'ajouter une image médicale, de choisir l'algorithme de codage (EZW ou SPIHT), sélectionner le niveau de décomposition, de saisir le bit rate voulu ainsi que choisir le type d'ondelette voulu.

Cette application propose les deux théories de compression étudiées dans ce mémoire à savoir compression d'images médicales par ondelette et par paquets d'ondelette comme illustré dans ces figures :







BIBLIOGRAPHIE

Bibliographie

- [1]. N. Morceau, “ Techniques de compression des signaux ’’, Edition Masson, 1995.
- [2]. M. Kunt, “ Traitement numérique des signaux ’’, Edition Dunod, 1981.
- [3]. Gonzalez, Rafael C., and Richard E. Woods (1997), Digital Image Process inf: Addison-Wesley.
- [4]. Guillois, Jean Paul, (1996), Techniques de compression des images: Paris, Hermès.
- [5]. Moreau, Nicolas, (1991), Techniques de compression des signaux : Masson, Paris et CENT ENST
- [6]. A. Mostefaoui, F. Prêteux, V. Lecuire et J. M. Moureaux, "Gestion des données multimédias", traité IC2 Information - Commande - Communication, hermès sciences publications, 2004.
- [7]. D.A. Huffman, "A method for the construction of minimum-redundancy codes", Proc. of the IRE, vol.40, pp. 1098-1101, September 1952.
- [8]. Sayood, K. (1996) Introduction to data compression: Morgan Kaufman Publishers
- [9]. D. Taubman, W.M. Marcellin "JPEG2000 image compression fundamentals, standards and practice", Kluwer Academic Publishers, 2002.
- [10]. R. Hunter et A.H. Robinson, "Runlength", Proceedings of the IEEE, vol.68, pp. 854-867, 1980.
- [11]. Netravali, A., Haskel, B., (1988) Digital pictures Representation and compression. New York : plenum
- [12]. Weeks, Arthur R. (1996), Fundamentals of electronic image processing. New York: IEEE presse.
- [13]. A. Boukaache ‘‘Compression d’images hautes définitions en utilisant une transformation hybride’’ Thèse de doctorat 2012 Guelma Algérie
- [14]. S. G. Mallat, "A theory for multi resolution signal decomposition: The wavelet representation," IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 11 (no 7): pp. 674-693, Juillet 1989
- [15]. J. Shapiro, "Embedded image coding using zero trees of wavelet coefficients," IEEE Transactions Signal Processing, vol. 41, pp. 3445-3462, Dec. 1993.
- [16]. Y. Gaudeau, " Contributions en compression d’images médicales 3D et d’images naturelles 2D," Thèse de Doctorat de l’Université Henri Poincaré, Nancy 1, 2006.
- [17]. V.A. Allen & J. Bellian, "Sub-Band Coding of the Discrete Cosine Transform in ECG Compression," Proc. 15th Ann. Inter. Conf. IEEE Eng. Med. Biol. Soc., pp.790-791, Oct. 1993.

- [18]. A.Said, & W. A. Pearlman, "A New Fast and Efficient Image Codec Based on Set Partitioning in Hierarchical Trees," *IEEE Trans. On Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 6, no. 3, pp. 243-250, 1996.
- [19]. V. Chappelier "Codage progressif d'images par ondelettes orientées" Thèse de Doctorat. Université de Rennes 1, 2005.
- [20]. David A. Clunie, "Lossless Compression of Grayscale Medical Images Effectiveness of Traditional and State of the Art Approaches", *SPIE Medical Imaging*, San Diego, Feb 2000.
- [21]. Denecker K, Van Overloop J, Lemahieu I, "An experimental comparison of several lossless image coders for medical images", *Proc. 1997 IEEE Data Compression Conference*.
- [22]. Kivijärvi J, et al, "A comparison of lossless compression methods for medical images", *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 22, pp 323-339, 1998.
- [23]. W.Philips, S. Van Assche, D De Rycke et K Denecker, "State-of-the-art for lossless compression of 3D medical images sets", *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2001.
- [24]. X.Wu and J.-H. Chen, "Context modeling and entropy coding of wavelet coefficients for image compression", in *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal*, pp. 3097-3100, New York, 1997.
- [25]. X.Wu , "Lossless compression of continuous-tone images via context selection, quantization and modeling", *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 6, pp. 656-664, 1997.
- [26]. M. Weinberger, G. Seroussi, G.Sapiro, "The LOCO-I lossless image compression algorithm: Principles and standardization into JPEG-LS", *Technical Report HPL-98-193*, HP Computer Systems Laboratory, novembre1998. <http://www.hpl.hp.com/techreports/98>.
- [27]. M.W. Marcellin, M.J. Gormish, A. Bilgin, and M. P. Boliek, "An overview of JPEG-2000", in *Proc. DCC 2000*, Snowbird, UT, pp. 523-541, mars 2000.
- [28]. Bradley J.Erickson, "Irreversible Compression of Medical Images", *Society for computer applications in radiology*, 2000.
- [29]. P. Raf y, Y. Gaudeau, D. P. Miller, et J-M. Moureaux, "Computer Aided Detection (CAD) of Solid Lung Nodules in Lossy Compressed MDCT Chest Exams", *ECR*, Vienne, mars 2006.
- [30]. Cosman,P.C.Tseng,C.Gray,R.M.Olshen,R.A.Moses,L.E.Davidson,H.C.Bergin,C .J. Riskin, "Tree-structured vector quantization of CT chest scans : image quality and diagnostic accuracy",
- [31]. Goldberg MA, Gazelle GS, Boland GW, et al, "Focal hepatic lesions: effect of three dimensional wavelet compression on detection at CT". *Radiology* 1994, vol. 190, pp. 517-524.

- [32]. Zalis ME, Hahn PF, Arellano RS, et al, "CT colonography with teleradiology effect of lossy wavelet compression on polyp detection - initial observations", *Radiology*, vol. 220, pp. 387-392, 2001.
- [33]. A.Abu –Hajar and R.Sankar .Integer-to-integer shapae adaptive wavelet transform for region of interest image coding. In *Digital Signal Processing Workshop, 2002 and the 2nd Signal processing Education Workshop. Proceeding of 2002 IEEE 10th*, pages 94-97, oct, 2002.
- [34]. A.Abu.Hajar and R.Sankar .Region of interest coding using Partial SPIHT .In *Acoustics, Speech, and Signal Processing,2004 .Proceedings.(ICASSP'04).IEEE International Conference on,volume3,pages657-60 vol.3,may2004*
- [35]. Wen-Jyi Hwang, Ching-Fung Chine,and Kuo-Jung Li. Scalable medical data compression and transmission using wavelet transform for telemedecine application. *Information Technology in biomedicine, IEEE transactions on,7(1):54-63,march2003*
- [36]. B.Prabhakar and M.Ramasubba Reddy. HVS scheme for dicom image compression: Design and comparative performance evaluation. *European Journal of Radiology, 635issue1):128135, July2007.*
- [37]. S.Yea,S.Cho,and W.A.Pearlman.Integrated lossy,near-lossless, and lossless compression of medical volumetric data. In *Proc.SPIE5685, editor, Image and Video Communications and Processing 2005,Sumposium on Electronic Imaging,volume 2,pages 151-159,Jan,2005.*
- [38]. S.Yea, S.Cho, and W.A.Pearlman. A wavelet –based two –stage near-lossless coder. *Image Processing, IEEE Transactions on 15(11):3488-3500, Nov 2006*
- [39]. Jonathan Taquet, "Techniques avancées pour la compression d'images médicales", Thèse de doctorat, Université de Rennes1, 2011
- [40]. A. CZIHÓ, "Quantification vectorielle et compression d'image. Application à l'imagerie médicale", Thèse de doctorat, Université de Rennes1, Mai 1999.
- [41]. P. Le Callet et D. Barba, "Modèle de perception couleur : application a l'évaluation de la qualité", *Traitement du signal*, vol. 21, pp. 461-477, 2004
- [42]. W.S. GEISLER, M.S. BANKS, "Visual performance", in *Handbook of Optics (M.Bass, ed.)*, McGraw-Hill, 1995. [43]. P. Le Callet, C. Viard-Gaudin et D. Barba, «A convolucional neural network approach for objectivevideoqualityassessment", *IEEE Transactionson Neural Networks*, September, 2006.
- [43]. A. Przelaskowski, "Vector quality measure of lossy compressed medical images Vector quality measure of lossy compressed medical images", *Computers in Biology and Medecine*, 2003.
- [44]. P.RAVIER, « Cours d'ondelettes », Espeo-université d'Orléans 2000.

Résumé

Dans le domaine du diagnostic médical, les intéressés ont recours de plus en plus à l'imagerie médicale ; il est bien établi que la justesse et la précision du diagnostic sont initialement liées à la qualité de l'image ; Mais la qualité de l'image est elle-même conditionnée par un certain nombre de facteurs dont principalement les traitements que doit subir une image pour rehausser sa qualité. Nous nous sommes intéressés aux ondelettes et paquet d'ondelette, afin de compresser des images médicales (IRM). Les résultats obtenus sont très satisfaisant du point de vue taux de compression et qualité d'image comprimée par rapport aux méthodes classique ; et encourageants comparativement aux résultats publiés.

Mots clés : Ondelettes, paquet d'ondelette et compression. PSNR, MSSIM, SPIHT

Abstract

In the domain of the medical diagnosis, interested parties have recourse more and more to the medical imagery; it is established well that the exactness and the precision of the diagnosis are bound to the quality of the picture initially; But the quality of the picture is herself conditioned by a certain number of factors of which mainly treatments that must undergo a picture to heighten her quality. we interested ourselves to wavelet and wavelet paquet , in order to medical picture compression IRM .The results obtained results are very satisfactory of the point of compression view rate and quality of picture compressed with regard to the way classic; and encouraging compared to the published results.

Key words: IRM, wavelet, wavelet paquet, compression, PSNR, MSSIM, SPIHT.

المخلص

في مجال تشخيص الأمراض الطبية يلجأ الأطباء إلى استعمال الصور الطبية لصحة تشخيصهم للحالات المرضية. من خلال هذه الدراسة ، كان هدفنا يتمحور حول ضغط الصور الطبية لأشعة رنين الحقل المغناطيسي "ص.ر.م." تطرقنا إلى دراسة بعض التقنيات الرياضية من الجانب النظري و التطبيقي مثل "أوندلات"، "حزمة أوندلات" لضغط الصور الطبية لأشعة رنين الحقل المغناطيسي. نستنتج من خلال هذا البحث أن هذه النتائج إيجابية و هذا يعتبر مفتاح جديد للثورة التكنولوجية الحديثة.

الكلمات المهمة : "ص.ر.م." اوندلات. اوندلات. حزمة. الضغط.