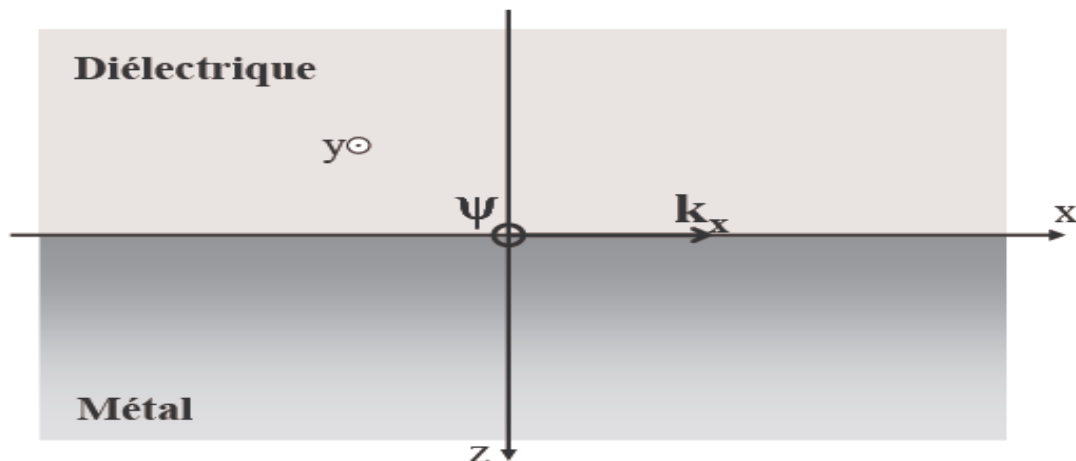


### 1. Conditions d'existence des plasmons de surface :

Pour déterminer les composantes du champ électromagnétique associé au plasmon de surface, nous modélisons le métal comme un milieu diélectrique de constante diélectrique  $\epsilon_m$ . Dans le modèle de Drude, la constante diélectrique du métal est donnée par  $\epsilon_m = 1 - \omega_p^2/\omega^2$  où  $\omega_p$  est la pulsation plasma du métal (c'est une valeur caractéristique du métal). Cette constante est négative pour une pulsation inférieure à la fréquence plasma  $\omega_p$ . Cependant, ce modèle ne rend pas compte de toute la complexité du métal, nous avons utilisé pour nos calculs une constante diélectrique complexe du métal de la forme  $\epsilon_m = \epsilon'_m + i\epsilon''_m$ , où la partie réelle  $\epsilon'_m$  est négative. Nous avons utilisé des valeurs déduites de mesures expérimentales provenant de la bibliographie [ Ref Johnson et Christy pour l'Ag].

Considérons donc les plasmons de surface comme une onde électromagnétique se propageant à l'interface plane entre un milieu diélectrique et un métal. La pulsation  $\omega$  de cette onde est liée au vecteur d'onde  $k$  par une relation de dispersion caractéristique. Nous allons chercher dans cette partie à trouver les conditions d'existence des plasmons de surface à partir des équations de Maxwell, et des conditions limites entre les deux milieux.

Nous considérons deux milieux semi-infinis, l'un constitué d'un milieu diélectrique et l'autre d'un métal. Dans un premier temps nous considérerons un métal parfait non absorbant,  $\epsilon''_m$  ( faible ) ou nulle dans un cas idéal. Sur la figure 2.1, nous illustrons la géométrie du système. Le plan  $xOy$  est défini comme celui de l'interface et la direction  $z$  est perpendiculaire à celle-ci. Le plasmon se propage selon la direction  $x$ , cela signifie que le système est invariant selon  $y$ . Dans ces conditions, si l'on considère une onde incidente polarisée linéairement transverse électrique (TE) ou transverse magnétique (TM), nous définissons la fonction  $\Psi_j$  comme étant la composante transverse du champ électromagnétique:



**Fig.2.1:** Géométrie de l'interface métal diélectrique que nous considérons. La composante transverse  $\Psi$  (Cf. équation 2.1) du champ est représentée.

$$\psi_j = \begin{cases} E_j y & \text{cas TE} \\ H_j y & \text{cas TM} \end{cases} \quad (2.1)$$

où  $j = d, m$  pour signifier le milieu diélectrique (d) ou le métal (m). Nous considérerons dans tout le calcul la dépendance des fonctions d'onde  $\Psi_j$  avec le temps  $t$  en  $e^{i\omega t}$ , les relations de Maxwell aboutissent alors à l'équation typique de propagation :

$$\Delta \psi_j + \epsilon_j (\omega^2 / c^2) \psi_j = 0 \quad (2.2)$$

où  $\epsilon_j$  est la constante diélectrique du milieu  $j$ . Nous savons que le champ  $\Psi_j$  est évanescent dans la direction  $z$  dans les deux milieux, nous cherchons donc une solution qui traduise cette évanescence, sous la forme :

$$\begin{aligned} \text{-dans le métal : } z < 0 & \quad \Psi_m = A_m \exp(\alpha_m z) \exp(i k_x x - \omega t) \\ \text{-dans le diélectrique : } z > 0 & \quad \Psi_d = A_m \exp(-\alpha_d z) \exp(i k_x x - \omega t) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Où les  $\alpha_j$  sont des constantes positives, pour prendre en compte l'évanescence, et  $k_x$  n'est pas un imaginaire pur pour traduire la propagation selon la direction  $x$ . Intéressons nous maintenant aux conditions à la limite entre les deux milieux.

Dans le cas de l'onde polarisée TE, ces conditions se traduisent par les relations :

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_d}{\partial z}\Big|_{z=0} &= \frac{\partial E_m}{\partial z}\Big|_{z=0} \\ E_d\Big|_{z=0} &= E_m\Big|_{z=0}\end{aligned}\quad (2.4)$$

En remplaçant  $E_j$  dans ces relations par les valeurs des relations (2.3) nous obtenons les relations suivantes :

$$\begin{aligned}-\alpha_d A_d &= \alpha_m A_m \\ A_d &= A_m\end{aligned}\quad (2.5)$$

On obtient ainsi  $\alpha_m = -\alpha_d$  ce qui est impossible puisque les  $\alpha_j$  sont positifs ceci démontre que les plasmons de surface ne peuvent exister en mode TE.

Dans le cas d'une onde polarisée en mode TM, les conditions à l'interface s'expriment comme :

$$\begin{aligned}\frac{1}{\varepsilon_d} \frac{\partial H_d}{\partial z}\Big|_{z=0} &= \frac{1}{\varepsilon_m} \frac{\partial H_m}{\partial z}\Big|_{z=0} \\ H_d\Big|_{z=0} &= H_m\Big|_{z=0}\end{aligned}\quad (2.6)$$

De même, nous obtenons les relations entre les  $\alpha_j$  et  $A_j$  :

$$\begin{aligned}-\frac{\alpha_d A_d}{\varepsilon_d} &= \frac{\alpha_m A_m}{\varepsilon_m} \\ A_d &= A_m\end{aligned}\quad (2.7)$$

Il vient donc :

$$\frac{\alpha_d}{\varepsilon_d} = -\frac{\alpha_m}{\varepsilon_m}\quad (2.8)$$

Et puisque  $\alpha_m$  et  $\alpha_d$  sont positifs, cette relation impose que  $\varepsilon_d \varepsilon_m < 0$ . Ces ondes électromagnétiques de surface, les plasmons, ne peuvent donc exister qu'à l'interface entre deux milieux de constants diélectriques opposés. Cette condition est vérifiée entre un diélectrique ( $\varepsilon_d > 0$ ) et un métal ( $\varepsilon_m < 0$ ). Ils existent uniquement en polarisation TM et dans la suite des calculs nous ne prendrons plus en compte que le cas  $\Psi_j = H_j$ .

## Chapitre 02 GEOMETRIE D'EXCITATION DES ONDES DE SURFACE

---

En remplaçant les  $H_j$  obtenus (relation (2.3)) dans l'équation de propagation (2.2), nous obtenons :

$$-\alpha_j^2 + k_x^2 = \varepsilon_j \frac{\omega^2}{c^2} \quad (2.9)$$

En utilisant dans cette équation le résultat de la relation de continuité (2.8), il vient alors :

$$k_x = \frac{\omega}{c} \left( \frac{\varepsilon_d \varepsilon_m}{\varepsilon_d + \varepsilon_m} \right)^{1/2} \quad (2.10)$$

C'est le vecteur d'onde propagative du plasmon dans la direction  $x$ , sur la surface métallique. Nous considérons maintenant une partie dissipative du plasmon de surface en tenant compte de la partie imaginaire de la constante diélectrique du métal. Le vecteur d'onde  $k_x$  du plasmon de surface est alors un nombre complexe,  $k_x = k' x + i k'' x$  (où les  $k' x$  et  $k'' x$  sont des nombres réels). En considérant  $|\varepsilon'_m| \gg \varepsilon''_m$ , nous obtenons alors :

(2.11)

$$\begin{aligned} k'_x &= \frac{\omega}{c} \left( \frac{\varepsilon'_m \varepsilon_d}{\varepsilon'_m + \varepsilon_d} \right)^{1/2} \\ k''_x &= \frac{\omega}{c} \left( \frac{\varepsilon'_m \varepsilon_d}{\varepsilon'_m + \varepsilon_d} \right)^{3/2} \frac{\varepsilon''_m}{2\varepsilon'^2_m} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Pour que  $k' x$  soit réel, il faut que

$$\frac{\varepsilon'_m \varepsilon_d}{\varepsilon'_m + \varepsilon_d} > 0$$

C'est-à-dire  $\varepsilon_d < -\varepsilon'_m$  (avec  $\varepsilon'_m < 0$ )

Cette condition est plus restrictive que l'inéquation  $\varepsilon_d \varepsilon_m < 0$  donnée précédemment, et est également vérifiée dans le cas d'une interface métal-diélectrique.

Nous venons ainsi de donner les conditions d'existence du plasmon de surface.

À partir des composantes calculées des champs électromagnétiques associés aux plasmons de surface, nous allons donner des ordres de grandeur des distances associées à ces modes, ainsi que quelques propriétés physiques caractéristiques.

## 2. Relations de dispersion

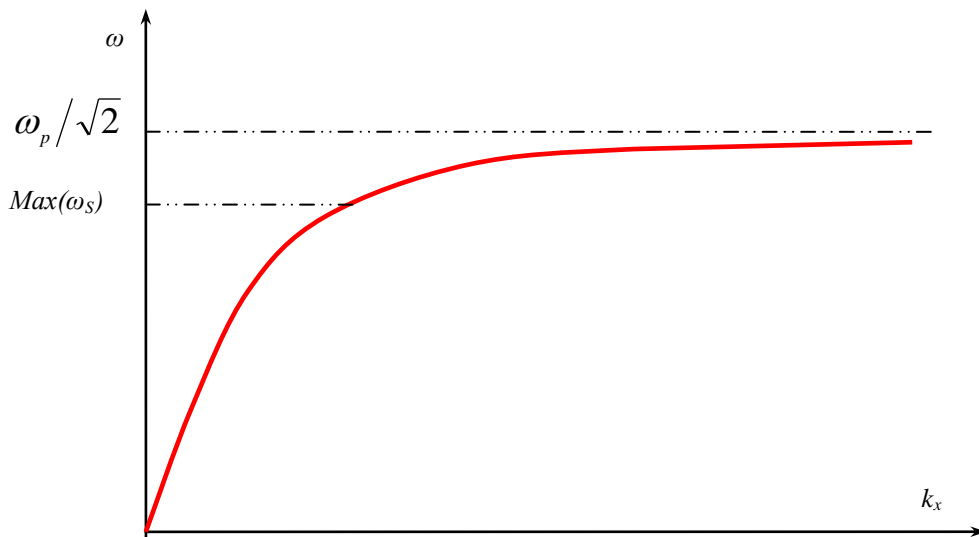
Dans cette partie, on analyse les relations de dispersion pour deux cas classiques : une interface à deux milieux semi-infinis et une couche mince entre deux tels milieux.

### 2.1. Système à deux milieux semi- infinis

La relation de dispersion pour un mode de surface *TM* (*Transverse Magnétique*) s'écrit :

$$k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon(\omega) \cdot \varepsilon_1}{\varepsilon(\omega) + \varepsilon_1}} \quad (2.13)$$

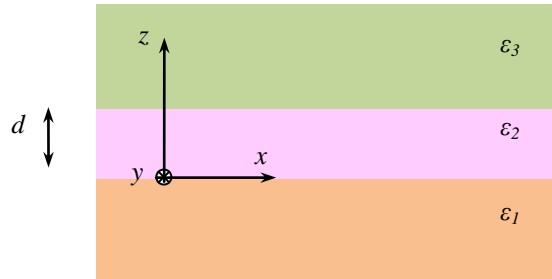
Si  $\omega_{\pm} \rightarrow \omega_p / \sqrt{1 + |\varepsilon|}$  le dénominateur de cette relation tend vers zéro et, par conséquent,  $k_x$  devient infini. Il s'agit donc d'une fréquence propre de l'interface métal/diélectrique. La Figure suivante donne l'interprétation graphique de cette relation dans le cadre du modèle de métal de Drude- Lorentz- Sommerfeld ( $\varepsilon(\omega) \approx 1 - \omega_p^2 / \omega^2$ ) :



**Fig.2.2** : Relations de dispersion de SPs pour une interface métal/air

Remarque : la fréquence maximale de l'onde de surface, qui peut se propager le long d'une interface « métal/vidé » est  $\omega_s = \omega_p / \sqrt{2}$ . En effet,  $k_x = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon'+1}} \rightarrow \infty$  si  $\varepsilon' \rightarrow -1$  et, d'autre part,  $\varepsilon' \approx 1 - \omega_p^2 / \omega^2 \rightarrow -1$  si  $\omega \rightarrow \omega_p / \sqrt{2}$ .

## 2.2. Système à trois milieux : *une couche mince entre deux milieux semi-infinis*



**Fig.2.3.** Système à trois milieux.

L'application des équations de Maxwell à ce système conduit aux équations différentielles du second ordre, [1-2, 5] :

- pour la polarisation TE ( $s$ ) de l'onde incidente :

$$\frac{\partial^2 E_y(z)}{\partial z^2} + (k_0^2 \varepsilon - k_x^2) E_y(z) = 0 \quad (2.14)$$

- pour la polarisation TM ( $p$ ) de l'onde incidente :

$$\frac{\partial^2 H_y(z)}{\partial z^2} + (k_0^2 \varepsilon - k_x^2) H_y(z) = 0 \quad (2.15)$$

Où ( $E_y$  et  $H_y$ ) sont les composantes transversales du champ électromagnétique.

La relation de dispersion peut être déduite des équations aux valeurs propres associées à ces équations différentielles, qui s'écrivent alors, [40] :

- pour la polarisation TE ( $s$ ) :

$$tg(k_{z2} d/2) = \frac{k_{z1}/k_{z2} + k_{z3}/k_{z2}}{1 - (k_{z1}/k_{z2})(k_{z3}/k_{z2})} \quad (2.16)$$

- pour la polarisation TM ( $p$ ) :

$$tg(k_{z_2} d/2) = \frac{k_{z_1} \varepsilon_2 / k_{z_2} \varepsilon_1 + k_{z_3} \varepsilon_2 / k_{z_2} \varepsilon_3}{1 - (k_{z_1} \varepsilon_2 / k_{z_2} \varepsilon_1)(k_{z_3} \varepsilon_2 / k_{z_2} \varepsilon_3)} \quad (2.17)$$

Où :

$$k_{z_2} = \sqrt{k_0^2 \varepsilon_2 - k_x^2} \quad \text{et} \quad k_{z_{1,3}} = \sqrt{k_x^2 - k_0^2 \varepsilon_{1,3}} \quad (2.18)$$

Remarque : les relations de dispersion pour une interface entre deux milieux semi-infinis, données au paragraphe précédent peuvent être obtenues en posant  $d \rightarrow 0$  dans les expressions (2.14-15).

Les dernières équations sont transcendantes. Leurs solutions ne peuvent être obtenues que par un calcul numérique.

Ainsi, même dans ce cas semblant simple, les relations de dispersion écrites sous une forme analytique sont extrêmement compliquées, voire peu utiles. C'est pour cette raison que retrouver une solution du problème par une méthode purement analytique, dans le cas d'un capteur micromécanique à effet SPR, devient quasiment impossible.

### 2.3. Principe de l'excitation de plasmon de surface

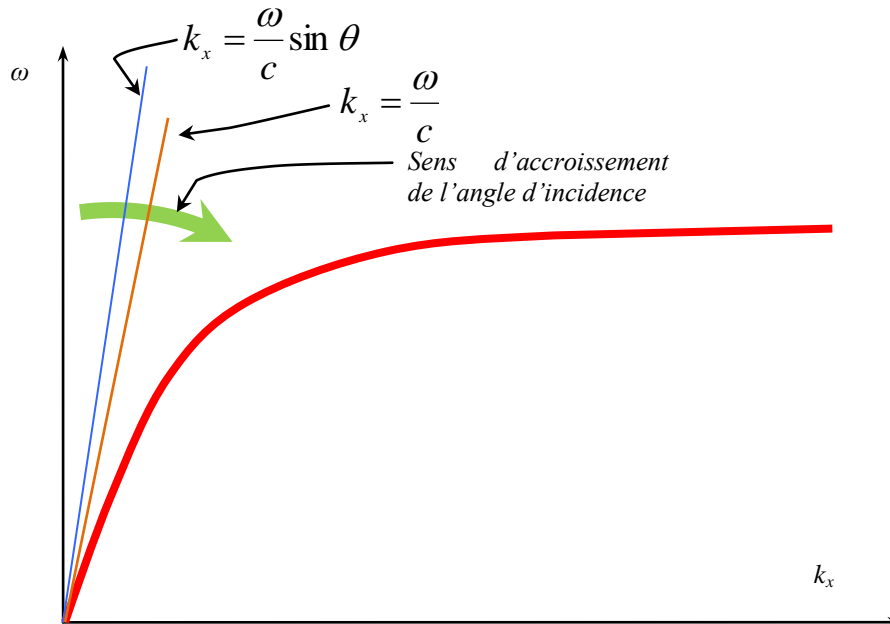
Les relations de dispersion, données ci-dessus pour l'interface métal/diélectrique, montrent que l'impulsion de plasmons de surface est toujours supérieure à l'impulsion de l'onde lumineuse progressive dans le diélectrique. *En effet, compte tenu que la partie réelle de la permittivité  $\varepsilon'$  d'un métal est toujours négative, on a :*

$$\varepsilon' < 0 \Rightarrow \sqrt{\frac{\varepsilon' \varepsilon}{\varepsilon' + \varepsilon}} > 1 \Rightarrow \sqrt{\frac{\varepsilon' \varepsilon}{\varepsilon' + \varepsilon}} > \sin \theta \quad \text{pour} \quad \forall \theta \quad (2.19)$$

Où  $\theta$  est l'angle d'incidence,  $\varepsilon$  est la permittivité du milieu diélectrique.

Alors :  $k_x(\omega) \neq k_{SP}(\omega)$  pour  $\forall \theta$ . Dans un système à deux milieux, donc, une excitation directe des plasmons de surface par une onde lumineuse progressive est impossible quelque

soit l'angle d'incidence. Cela est illustré graphiquement sur la **Fig.2.4**, qui réunit ces deux courbes.



**Fig.2.4** : Courbes de dispersion de SPs et d'une onde lumineuse progressive dans un milieu diélectrique.

Cette figure montre que les courbes de dispersion de SPs et de l'onde lumineuse progressive ne peuvent pas avoir un point d'intersection (*compte tenu que  $\sin \theta \leq 1$  pour  $\forall \theta$* ). Pour que l'intersection entre les courbes de ce graphique ait lieu, il est donc nécessaire de diminuer la pente de la courbe  $k_x(\omega)$  associée à la relation de dispersion de l'onde lumineuse. Autrement dit, on doit augmenter l'impulsion du photon associé à ce vecteur d'onde pour parvenir à générer un plasmon. Cela est tout-à-fait impossible dans le cas d'une onde progressive, dont le vecteur d'onde maximal est  $\omega/c$ .

Cependant, cela devient faisable dans le cas d'une onde lumineuse *évanescence*. Cela s'explique par le fait que la norme d'un nombre complexe est supérieure à sa partie réelle.

Une conversion d'une onde progressive en onde évanescente (et vice-versa) peut avoir lieu soit lorsque une diffraction, par exemple sur une inhomogénéité microscopique (microparticules, trous, cavités...), sur un réseau de diffraction, sur un bord d'un objet etc., soit lorsque une réflexion totale à une interface entre deux milieux (plane ou non- plane,



comme par exemple dans le cas des fibres optiques). Chacun de ces phénomènes peut être utilisé, en principe, pour réaliser un couplage optique entre une onde lumineuse incidente et des SPs.

Parmi différents coupleurs optiques qu'on peut trouver dans la littérature [1-4, 5-6], uniquement ceux d'une géométrie plane sont exploitables dans un système d'**imagerie**. Les autres géométries de coupleurs ne permettent pas, en règle générale, de fournir une distribution spatiale homogène du champ optique sur l'ensemble de pixels du détecteur. Alors, dans cette étude, on ne s'intéresse qu'aux coupleurs à faces planes. Il est important de noter que dans ce cas, le coupleur optique doit former dans une interface plasmonique une onde évanescente de polarisation TM ( $p$ ). Dans le paragraphe suivant, nous présentons quelques unes des techniques de couplage optique qu'on pourra utiliser dans le capteur micromécanique proposé.

### 2.3.1 Couplage optique en mode de réflexion totale atténuée

Dans ce cas, on excite les SPs à une interface métal/diélectrique par un champ optique évanescent créé lorsqu'une réflexion interne totale d'une onde lumineuse progressive se produit.

Deux types de configurations du multicouche sont possibles pour observer la résonance de plasmons de surface : la configuration proposée par Kretschmann-Raether et celle proposée par Otto, [1-4, 5-6]. Dans la première configuration, une couche métallique est mise en contact avec un coupleur optique au choix (un prisme, un demi-cylindre, une fibre...) et dans la deuxième, cette couche et le coupleur sont séparés par un gap d'une épaisseur de l'ordre de la longueur d'onde. Le schéma du couplage optique et la structure de multicouches dans ces deux configurations sont donnés sur les **Fig.2.5** et **Fig.2.6**

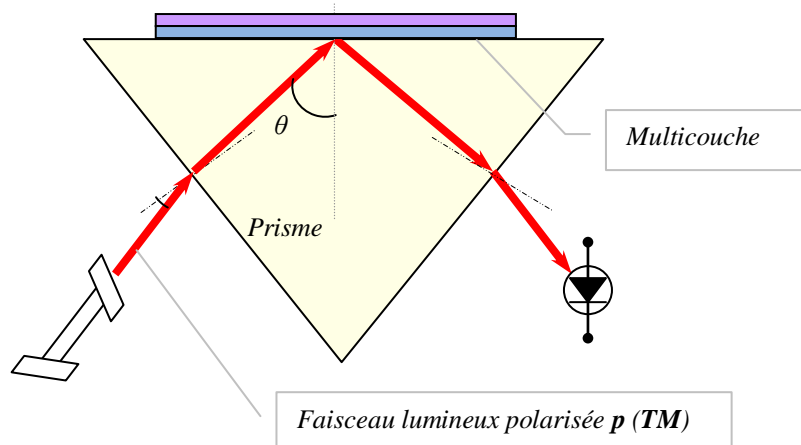


Fig.2.5 : Couplage optique par un prisme.

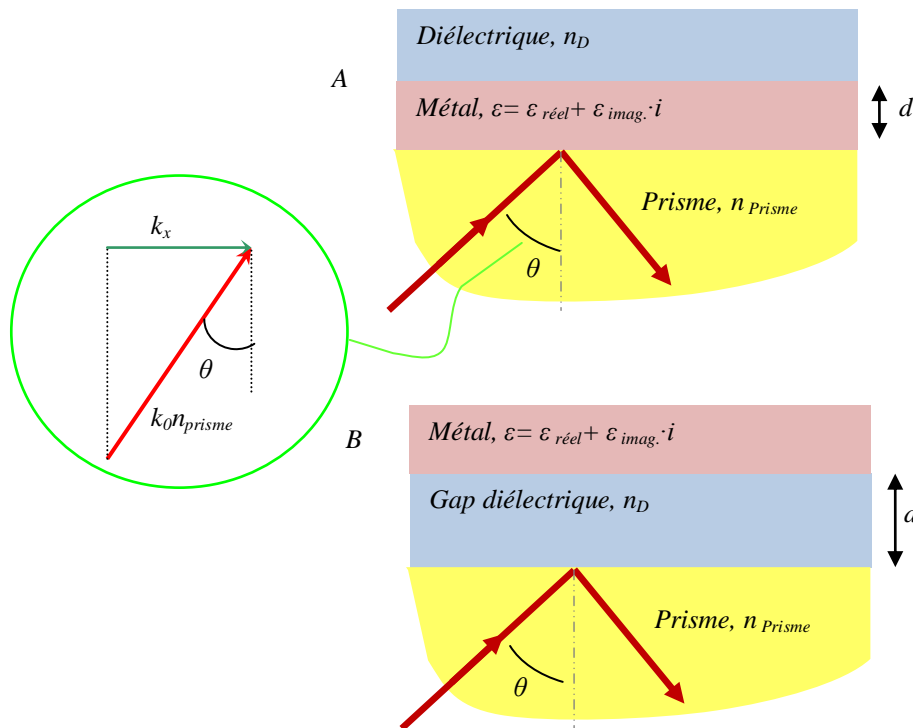
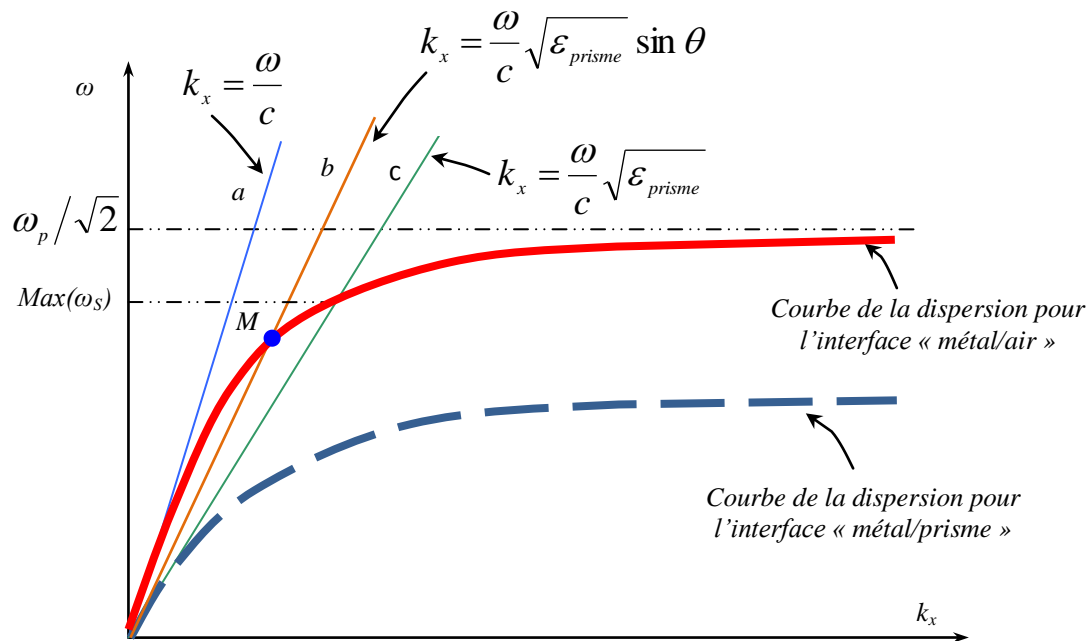


Fig.2.6 : Structure du multicouche plasmonique : A- dans la configuration de Kretschmann-Raether ; B- dans la configuration d'Otto

Le principe du couplage est expliqué géométriquement sur la **Fig.2.7** :

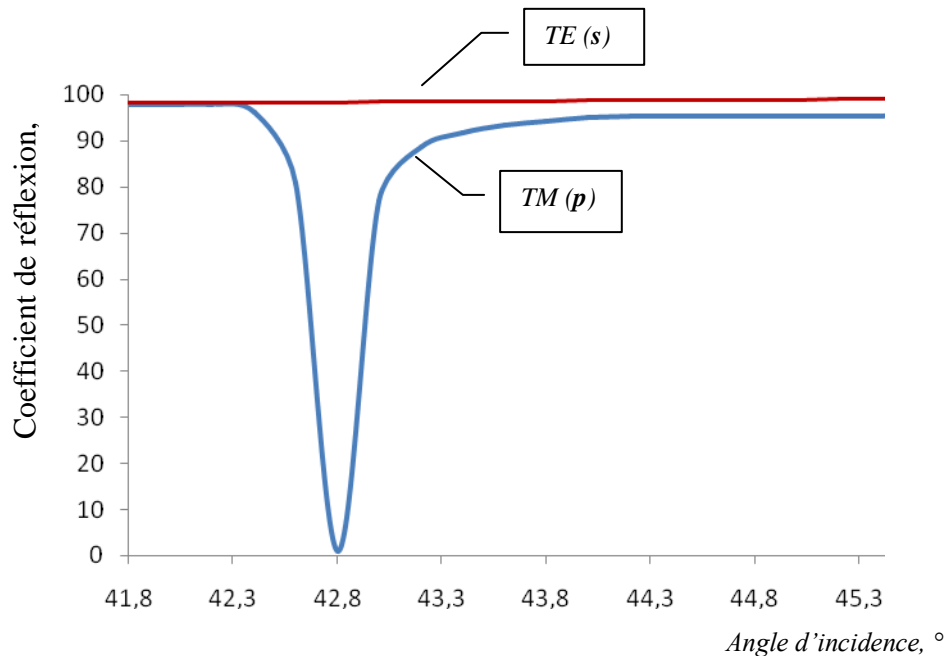


**Fig.2.7:** Principe de couplage optique.

Dans ces dispositifs, une onde lumineuse progressive polarisée  $\mathbf{-p}$ , en passant à travers un prisme sous un angle d'incidence  $\theta$  supérieur à l'angle critique  $\theta_c$  du régime de réflexion intérieure totale, se transforme en une onde évanescente à l'interface métal/diélectrique. Si dans un multicouche plasmonique (Fig.8) l'épaisseur de la couche adhérent au prisme est faible devant la profondeur de pénétration du champ, une excitation résonnante par cette onde évanescente devient possible. Ce phénomène a lieu pour un angle d'incidence, tel que deux courbes de dispersion se croisent (le point **M** sur la **Fig.2.7**). Le SPR se traduit par un accroissement de l'efficacité du transfert d'énergie de l'onde lumineuse à SPs. Ce qui explique l'apparition d'un pic d'absorption sur le spectre angulaire de la réflectivité du multicouche (**Fig.2.8**). Notons qu'un bon choix de paramètres optiques du système permet même d'annuler sa réflectivité à un certain angle d'incidence.

## Chapitre 02 GEOMETRIE D'EXCITATION DES ONDES DE SURFACE

Remarque : il apparaît tout-à-fait évident qu'une excitation de SPs soit possible uniquement sur l'interface métal/diélectrique.



**Fig.2.8** : Coefficients de réflexion d'une interface « Argent/Air » en fonction de l'angle d'incidence pour les polarisations TM (p) et TE (s). Données de calculs : une couche d'argent de  $\epsilon = -18 + 0,5i$ , d'épaisseur 45nm, l'indice du prisme  $n = 1.515$

La position angulaire du pic d'absorption (*angle SPR*) est sensible principalement à la partie réelle des permittivités diélectriques des milieux du multicouche. La largeur à mi-hauteur du pic, quant à elle, est quasiment proportionnelle à la partie imaginaire des permittivités de ces milieux.

Remarque : la largeur du pic caractérise l'importance des pertes internes et radiatives et la hauteur, quant à elle, caractérise l'efficacité de l'excitation de SPs.

La fréquence maximale de SPs qu'on peut exciter par une onde lumineuse varie en fonction de l'indice du prisme ( $n_p = \sqrt{\epsilon_p}$ ). Afin de trouver cette fréquence, on pose  $\sin \theta = 1$  et

$$\frac{\omega}{c} \sqrt{\epsilon_{prisme}} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\frac{\epsilon'}{\epsilon'+1}}. \text{ Comme } \epsilon(\omega) \approx 1 - \omega_p^2 / \omega^2, \text{ on trouve, alors :}$$

## Chapitre 02 GEOMETRIE D'EXCITATION DES ONDES DE SURFACE

---

$$Max(\omega_s) \approx \omega_p \sqrt{\frac{\epsilon_p - 1}{2\epsilon_p - 1}} \quad (2.1)$$

Ainsi, pour un prisme de BK-7 ( $n = 1.5$ ), par exemple :  $Max(\omega_s) \approx 0.128\omega_p$  et pour l'indice  $n=1.7$ , la fréquence maximale sera :  $Max(\omega_s) \approx 0.165\omega_p$

L'angle SPR ( $\theta_{SPR}$ ) pour une interface plane « métal plasmonique/diélectrique » peut être évalué comme il suit :

-le vecteur d'onde de SPs ( $k_{SP}$ ) se propageant le long de l'interface vaut :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{SP} = k_0 \cdot \sqrt{\frac{\epsilon(\omega) \cdot \epsilon_D}{\epsilon(\omega) + \epsilon_D}} = k_{SP}^{reel} + i \cdot k_{SP}^{imag} \quad (2.2) \\ k_{SP}^{reel} = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_{reel}(\omega) \cdot \epsilon_D}{\epsilon_{reel}(\omega) + \epsilon_D}} \quad (2.22) \\ k_{SP}^{imag} = k_{SP}^{reel} \cdot \frac{\epsilon_{imag}}{2 \cdot \epsilon_{reel} \cdot (\epsilon_{reel} + \epsilon_D)} = k_0 \left( \frac{\epsilon_{reel} \epsilon_D}{\epsilon_{reel} + \epsilon_D} \right)^{3/2} \frac{\epsilon_{imag}}{2 \epsilon_{reel}^2} \quad (2.23) \end{array} \right.$$

Où  $k_0$  est le vecteur d'onde du faisceau lumineux dans le vide ( $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda$ ) ;  $\epsilon(\omega)$  et  $\epsilon_D$  sont respectivement la permittivité diélectrique du métal et celle du milieu diélectrique adjacent.

-la composante tangentielle du vecteur d'onde du faisceau incident :

$$k_x = k_0 \cdot n_{prisme} \cdot \sin \theta \quad (2.24)$$

Alors, la condition principale de SPR ( $k_x = k_{SP}$ ) sera remplie pour un angle d'incidence  $\theta_{SPR}$  tel que :

$$k_0 \cdot n_{prisme} \cdot \sin \theta_{SPR} = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_{reel}(\omega) \cdot \epsilon_D}{\epsilon_{reel}(\omega) + \epsilon_D}} \quad (2.25)$$

Ce qui donne, finalement :

$$\theta_{SPR} = \arcsin \left( n_{prisme}^{-1} \sqrt{\frac{\epsilon_{reel}(\omega) \cdot \epsilon_D}{\epsilon_{reel}(\omega) + \epsilon_D}} \right) \quad (2.26)$$

### 2.3.2 Couplage optique par un réseau de diffraction

Le couplage optique par un réseau en relief métallisé est une autre technique classique d'excitation de SPs et, certainement, plus avantageuse que le couplage par un prisme en matière de miniaturisation éventuelle de capteurs, [3, 5]. Comme dans le cas du couplage optique par un prisme, le SPR aura lieu lorsque la condition formulée par l'équation (2.1) sera remplie. Ceci est possible si la projection tangentielle du vecteur d'onde de l'un des ordres de diffraction  $k'_{xm}$  du réseau devient égale à la norme du vecteur d'onde des SPs :

$$k'_{xm} = k_{SP}^{reel} \quad (2.27)$$

Cette projection tangentielle s'exprime comme suit :

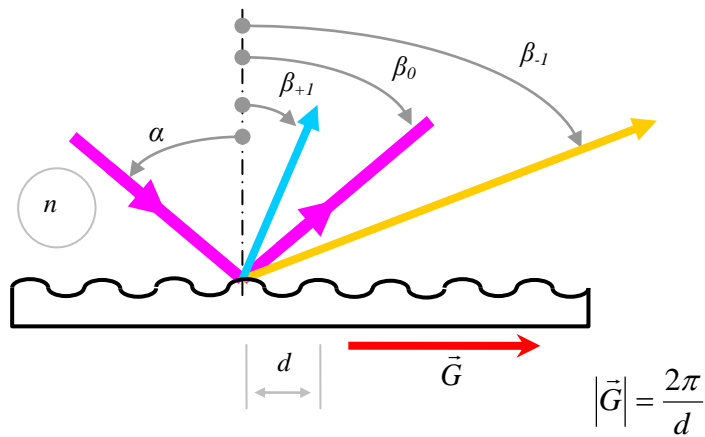
$$k'_{xm} = k_x + mG \quad (2.28)$$

Où  $\vec{G}$  est le vecteur d'onde du réseau ;  $k_x$  est la projection tangentielle du vecteur d'onde du faisceau incident.

Rappelons que, dans le cas d'un réseau sinusoïdal, la position angulaire d'un ordre de diffractions  $m$  s'exprime comme suit :

$$\beta_{\pm 1} = \arcsin \left[ \pm \frac{\lambda_0}{nd} m - \sin \alpha \right] \quad (2.29)$$

Où  $\lambda_0$  est la longueur d'onde du faisceau incident,  $n$  est l'indice de réfraction du milieu adjacent,  $d$  est le pas du réseau (**Fig.2.9**).

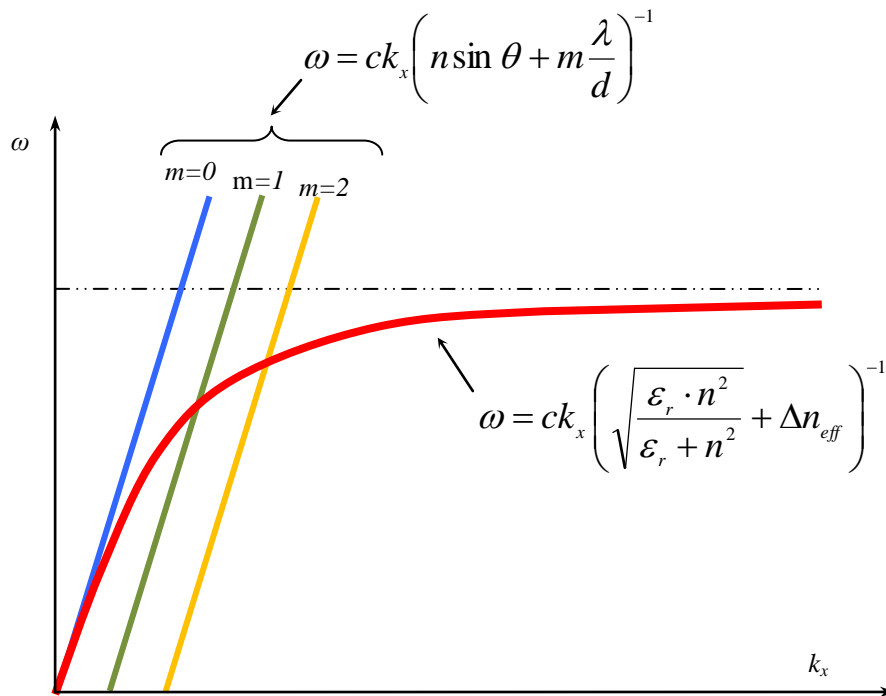


**Fig.2.9 :** Ordres de diffraction d'un réseau.

Alors, le couplage entre des SPs et l'ordre de diffraction  $m$  aura lieu si :

$$n \sin \theta + m \frac{\lambda}{d} = \pm \sqrt{\frac{\epsilon_r \cdot n^2}{\epsilon_r + n^2} + \Delta n_{eff}} \quad (2.30)$$

Où  $\Delta n_{eff}$  dénote une perturbation de l'indice effectif de SPs due à présence du réseau, [5].



**Fig.2.10 :** Principe du couplage optique par un réseau de diffraction.

Ainsi, l'angle de SPR d'un réseau métallisé est exprimé par la relation :

$$\theta_{SPR} \approx \arcsin \left( n^{-1} \cdot \left[ \sqrt{\frac{\epsilon_r \cdot n^2}{\epsilon_r + n^2}} \pm m \frac{\lambda_0}{d} \right] \right) \Bigg|_{\substack{n=1 \text{ (air)} \\ m=\pm 1}} = \arcsin \left( \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\epsilon_r + 1}} \pm \frac{\lambda_0}{d} \right) \quad (2.31)$$

Étant donné que pour la plupart des métaux, dans le visible et infrarouge  $|\epsilon_r| \gg 1$ ,  $\sqrt{\epsilon_r / (\epsilon_r + 1)} \rightarrow 1$ . Le période du réseau de couplage optique vaut, alors :

$$d_{SPR} = \lambda_0 \left( \sqrt{\frac{\epsilon_r}{\epsilon_r + 1}} \pm \sin \theta \right)^{-1} \approx \frac{\lambda_0}{1 \pm \sin \theta} \quad (2.32)$$