ANNEXE

Tables des matières

Annexe I Les ondes électromagnétiques 77

- Définitions 77
- Les équations usuelles de Maxwell 78
- Les conditions de continuité 79
- Les équations de propagation 80

Annexe II Les matériaux. 81

Annexe III Modèle de Drude 82

- Densité de courant dépendante d temps 82
- Conductivité électrique dépendante du temps 82
- La constante diélectrique généralisé 83

Annexe IV Spectre électromagnétique 85

Annexe V Johnson et Christy 85

Annexe I Les ondes électromagnétiques

- **Définitions**

La lumière visible est une petite tranche du large spectre électromagnétique.

Propagation

Dans un milieu homogène et isotrope, l'onde électromagnétique se propage en ligne droite. Lors de la rencontre avec un obstacle, il y a diffraction ; lors d'un changement de milieu, il y a réflexion et réfraction, il y a aussi réfraction si les propriétés du milieu changent selon l'endroit (hétérogénéité). Voir aussi *Principe de Huygens-Fresnel*.

Réflexion

Lors d'un changement de milieu de propagation, une partie de l'onde électromagnétique repart vers le milieu d'origine, c'est la réflexion. Le cas le plus connu de la réflexion est le miroir.

Réfraction

Lors d'un changement de milieu de propagation, si le second milieu est transparent pour l'onde, celle-ci se proprage dans le second milieu mais avec une direction différente. Cela concerne la lumière (lentille optique).

la loi de Snell-Descartes de la réfraction

Diffusion

Lorsqu'une onde rencontre un atome, elle se diffuse sur celui-ci, elle change de direction. On distingue la diffusion Rayleigh, dite « diffusion électronique », au cours de laquelle l'onde ne change pas de longueur d'onde, la diffusion Raman qui est une diffusion électronique avec diminution ou augmentation de longueur d'onde, et la diffusion Compton, dans le cas des rayons X diffusant sur des atomes légers, au cours de laquelle la longueur d'onde augmente.

• Les équations usuelles de Maxwell

Les équations de Maxwell contiennent des dérivées partielles couplées par rapport aux variables de l'espace et du temps des champs vectoriels $\vec{E}$, $\vec{H}$, $\vec{D}$ et $\vec{B}$. Ce sont les quatre équations fondamentales de la théorie de l'électromagnétisme. Elles S'appliquent partout où la distribution de courant et de charge est continue.

Forme différentielle		*Forme intégration*
MG: Maxwall-Gauss	$\mathrm{div}\vec{D} = \vec{\nabla}.\vec{D} = \rho$	$\oiint_{(s)} \vec{D}.d\vec{S} = Q_{libre}^{\text{int}\,érieure} = \int \rho dv$
MØ: Maxwall-flux	$\mathrm{div}\vec{B} = \vec{\nabla}.\vec{B} = 0$	$\oiint_{(s)} \vec{B}.d\vec{S} = 0$
MF: Maxwall-Faraday	$\vec{\mathrm{rot}}\vec{E} = \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\oint_{(c)} \vec{E}.d\vec{l} = -\frac{d\phi}{dt} = -\frac{\partial}{\partial t}\int \vec{B}.d\vec{S}$
MA:Maxwall-Ampère	$\vec{\mathrm{rot}}\vec{H} = \vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$	$\oint_{(c)} \vec{H}.d\vec{l} = I_{libre}^{enlacé} + \iint \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} d\vec{S}$
Le milieu linéaire, isotrope, homogène $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \vec{H}$, $\vec{J} = \sigma \vec{E}$		

Dans le vide l'écriture complexe des champs électrique et magnétique est :

$$\underline{\vec{E}} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k}.\vec{r}-\omega t)} \quad , \quad \underline{\vec{B}} = \vec{B}_0 e^{i(\vec{k}.\vec{r}-\omega t)}$$

Forme complexe	*Forme* opérateurs
$\vec{\nabla}.\vec{D} = \rho$ $\vec{\nabla}.\vec{B} = 0$ $\vec{\nabla} \times \vec{E} = i\omega\vec{B}$ $\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{J} - i\omega\vec{D}$	$\vec{k}.\vec{D} = -i\,\rho$ $\vec{k}.\vec{B} = 0$ $\vec{k} \times \vec{E} = \omega\vec{B}$ $\vec{k} \times \vec{H} = i\vec{J} - \omega\vec{D}$
Les opérateurs divergence, rotationnel, laplacien, $\frac{\partial}{\partial t}$ et $\frac{\partial^2}{\partial t^2}$ appliqués à ces champs complexes. $\vec{\nabla} = i\vec{k}$, $\Delta = \nabla^2 = -k^2$, $\frac{\partial}{\partial t} = -i\omega$ et $\frac{\partial^2}{\partial t^2} = -\omega^2$	

$\vec{E}$: vecteur du champ électrique (V/m).
$\vec{B}$: vecteur du champ magnétique (Tesla).
$\vec{D}$: vecteur de déplacement (induction ou excitation*)* électrique (C/m^2).
$\vec{H}$: vecteur de flux (excitation) magnétique (A/m).
$\vec{J}$: vecteur de la densité du courant de conduction (A/m^2).
ρ : la densité de charge électrique (C/m^2).
σ : la conductivité du milieu (S/m) .
ε : la permittivité diélectrique (F/m)
μ : la perméabilité magnétique (H/m)

Cas spéciale :

Dans un milieu linéaire, isotrope, homogène, non magnétique (μ_r =1 ou $\mu = \mu_0$), qui ne comporte ni charges libres (ρ=0) ,ni curants libres (J=0 ou σ=0), ces équations deviennent.

$$\mathrm{div}\vec{D} = 0 \quad , \quad \vec{\mathrm{rot}}\vec{D} = -\varepsilon \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0 \quad , \quad \vec{\mathrm{rot}}\vec{B} = \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{Avec } \vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r \vec{E} \quad \text{et} \quad \vec{B} = \mu_0\vec{H}$$

- **Les conditions de continuité**

Les équations de Maxwell sont les équations différentielles auxquelles les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$,doivent obéir lors de la propagation dans un milieu. Les solutions particulières de ces équations, pour un problème physique donné, sont trouvées à partir des conditions aux limites. Les conditions limites générales pour différentes quantités électromagnétiques sont données dans le Tableau :

continuité de la composante tangentielle

$$(\vec{E}_2 - \vec{E}_1) \times \vec{s}_{12} = \vec{0}$$

$$(\vec{H}_2 - \vec{H}_1) \times \vec{s}_{12} = -\vec{J}$$

continuité de la composante normale

$$(\vec{B}_2 - \vec{B}_1) \cdot \vec{s}_{12} = 0$$

$$(\vec{D}_2 - \vec{D}_1) \cdot \vec{s}_{12} = \rho$$

Continuité des composantes des champs électromagnétiques à l'interface de deux milieux d'indice n_1 et n_2 . Le vecteur unitaire $\vec{s}_{12}$ est la normale à l'interface.

- **Les équations de propagation**

$\vec{\nabla}.\vec{E}=\rho/\varepsilon$, $\vec{\nabla}.\vec{H}=0$, $\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}$, $\vec{\nabla}\times\vec{H}=(\sigma\vec{E}+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t})$

La forme $\vec{E}$

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{E})=-\mu\vec{\nabla}\times(\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}) \quad , \ (\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{E}=-\nabla^2\vec{E}+\vec{\nabla}.(\vec{\nabla}.\vec{E}))$$

$$\nabla^2\vec{E}-\vec{\nabla}.(\vec{\nabla}.\vec{E})=\mu\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\times\vec{H})$$

$$\nabla^2\vec{E}-\vec{\nabla}.(\rho/\varepsilon)=\mu\frac{\partial}{\partial t}(\sigma\vec{E}+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t})$$

$$\boxed{\Delta\vec{E}-\varepsilon\mu\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial\vec{E}}{\partial t})-\sigma\mu\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}=\vec{\nabla}(\rho/\varepsilon)}$$

$$\Delta\vec{E}-\frac{1}{C^2}\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial\vec{E}}{\partial t})=0$$

$(\rho=\sigma=0,\ \varepsilon\mu=\varepsilon_0\mu_0=1/C^2,\ \varepsilon_r=\mu_r=1)$

La forme $\vec{H}$

$$\vec{\nabla}\times(\vec{\nabla}\times\vec{H})=\vec{\nabla}\times(\sigma\vec{E}+\varepsilon\frac{\partial\vec{E}}{\partial t}) \quad , (\vec{\nabla}\times\vec{\nabla}\times\vec{H}=-\nabla^2\vec{H}+\vec{\nabla}.(\vec{\nabla}.\vec{H}))$$

$$\nabla^2\vec{H}-\vec{\nabla}.(\vec{\nabla}.\vec{H})=-\sigma\vec{\nabla}\times\vec{E}-\boldsymbol{\varepsilon}\frac{\partial}{\partial t}(\vec{\nabla}\times\vec{E})$$

$$\nabla^2\vec{H}-\quad 0 \quad=\sigma\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}+\boldsymbol{\varepsilon}\mu\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial\vec{H}}{\partial t})$$

$$\boxed{\begin{array}{l}\Delta\vec{H}-\varepsilon\mu\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial\vec{H}}{\partial t})-\sigma\mu\frac{\partial\vec{H}}{\partial t}=0\\ \Delta\vec{B}-\varepsilon\mu\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial\vec{B}}{\partial t})-\sigma\mu\frac{\partial\vec{B}}{\partial t}=0\end{array}}$$

$$\Delta\vec{H}-\frac{1}{C^2}\frac{\partial}{\partial t}(\frac{\partial\vec{H}}{\partial t})=0$$

$(\sigma=0,\ \varepsilon\mu=\varepsilon_0\mu_0=1/C^2,\ \varepsilon_r=\mu_r=1)$

Annexe II Les matériaux

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} = \varepsilon_0\varepsilon_r\vec{E} = \varepsilon_0(1+\chi_r)\,\vec{E} \quad \text{avec } 1+\chi_r = \varepsilon_r = \varepsilon / \varepsilon_0$$

$$\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P} \quad \text{où } \vec{P} = \varepsilon_0\chi_r\vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu\vec{H} = \mu_0\mu_r\vec{H} = \mu_0(1+\chi_m)\,\vec{H} \quad \text{avec } 1+\chi_m = \mu_r = \mu / \mu_0$$

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) \quad \text{où } \vec{M} = \chi_m\vec{H}$$

$\vec{M}$: vecteur aimantation ou densité volumique de moment magnétique (A/m).

$\vec{P}$: vecteur polarisation du milieu (A/m).

ε_0 : la permittivité diélectrique du vide (ε_0=8,85.10^{-12} F/m).
ε_r : la permittivité relative (ou constante diélectrique).
μ_0: la perméabilité magnétique du vide (μ_0 =1,257.$10^{-6} = 4\pi.10^{-7}$ H/m).
μ_r : la perméabilité relative.
χ_r : la susceptibilité électrique relative.

χ : la susceptibilité électrique absolue.

χ_m : la susceptibilité électrique magnétique .

(χ_m <0) matériaux diamagnétiques : Ag , Cu , Au,Hg, Na,Silico

(0 <χ_m <1) matériaux paramagnétiques : Al , Pt , Mn…………

(χ_m >>1) matériaux ferromagnétiques : Fe , Ni , Co………..

χ_m=0 dans le vide

$R = \rho\dfrac{L}{S}$	$G = \sigma\dfrac{S}{L}$	$C = \varepsilon\dfrac{S}{L}$

R : résistance(ohm).
G : la conductance électrique (S).
C : la capacité de condensateur (F).
L : Distance entre ces plaques (m).
S : surface de contact des plaques conductrices (m²).

ρ : résistivité(ohm.m).
σ : conductivité(S/m).
ε : la permittivité diélectrique (F/m).

la conductivité électrique(σ) est l'inverse de la résistivité. $\sigma = 1/\rho$
la conductance électrique(G) est l'inverse de la résistance. $G = 1/R$

Annexe III Modèle de Drude

- **Densité de courant ($\vec{J}$) dépendante d temps**

L'équation de la dynamique s'écrit en négligeant le poids et la force magnétique

$$\tau \frac{d\vec{V}}{dt} + \vec{v} = - \frac{e\tau}{m} \vec{E} \quad \textbf{(Annexe.1)}$$

En régime sinusoïdal permanent. l'électron effectue des oscillations forcées de pulsation **ω** :

$$\vec{E}(t) = R[\, \vec{E}(\omega) e^{-i\omega t} \,] \quad ; \quad \vec{v}(t) = R[\, \vec{v}(\omega) e^{-i\omega t} \,]$$

En remplaçant dans **(Annexe.1)**

$$(-i\omega\tau + 1)\vec{v}(\omega) = - \frac{e\tau}{m} \vec{E}(\omega)$$

$$\vec{v}(\omega) = - \frac{e\tau}{m(1-i\omega\tau)} \vec{E}(\omega) \quad \textbf{(Annexe.2)}$$

En remplaçant l'équation **(Annexe.2)** dans l'équation de la densité de courant :

$$\vec{J} = -ne\vec{v} \quad \text{Correspond} \quad \vec{J}(t) = R[\, \vec{J}(\omega) e^{-i\omega t} \,]$$

On peut définir alors la densité de courant dépendante du temps :

$$\vec{J}(\omega) = \frac{n\tau}{m(1-i\omega\tau)} e^2 \vec{E}(\omega) \quad \textbf{(Annexe.3)}$$

- **Conductivité électrique (σ(ω)) dépendante du temps**

la loi d'Ohm s'écrit la densité **:** $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

En remplaçant dans **(Annexe.3) on obtient :**

$$\sigma(\omega) = \frac{n\tau}{m(1-i\omega\tau)} e^2 \quad \textbf{(Annexe.4)}$$

$$\begin{cases} \sigma(\omega) = \dfrac{\sigma_0}{1-i\omega\tau} = \dfrac{\sigma_0}{1+\omega^2\tau^2} + i\omega\tau \dfrac{\sigma_0}{1+\omega^2\tau^2} \\ \text{avec} \quad \sigma_0 = \dfrac{n\tau}{m} e^2 \end{cases} \quad \textbf{(Annexe.5)}$$

- ✓ **σ** est ici complexe et donc sauf pour $\boldsymbol{\omega\tau}$ **<<1 .**
- ✓ **σ** dépend de **ω , il y a donc dispersion**. c'est-à-dire que le conducteur ne présente pas la même conductivité à des champs de fréquences différentes.

  En régime continu **(ω=0), σ=σ₀** et ces deux caractéristiques disparaissent. *[Garing]*

- **La constante diélectrique généralisé (ε(ω))**

A partir de l'équation **(Annexe.1)** de propagation d'onde électromagnétique (E.M) dans un métal :

$$\Delta\vec{E} = \varepsilon\mu_0 \frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) + \sigma(\omega)\mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \qquad (\rho = 0 \ , \ \mu=\mu_0 \ )$$

avec $\vec{E}(x,t)= R[\ \vec{E}(x,\omega)e^{-i\omega t}\ ]$

On obtient :

$$\Delta\vec{E}(x,\omega) = -\varepsilon\mu_0\omega^2\vec{E}(x,\omega) - i\omega\sigma(\omega)\mu_0\vec{E}(x,\omega)$$

$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_\infty$

$$\Delta\vec{E}(x,\omega) = -\ \varepsilon_0\varepsilon_\infty\mu_0\omega^2\left(1 + i\,\frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0\varepsilon_\infty\omega}\right)\vec{E}(x,\omega) \qquad \textbf{(Annexe.6)}$$

Dans le cas (**σ=0**) l'équation de propagation d'onde électromagnétique en forme complexe :

$$\begin{cases} \Delta\vec{E}(x,\omega) = -\ \varepsilon(\omega)\mu_0\omega^2\vec{E}(x,\omega) \\ \text{avec} \quad (\ \rho = 0 \ , \ \mu=\mu_0 \ , \sigma=0 \ ) \end{cases} \qquad \textbf{(Annexe.7)}$$

A partir des équations **(Annexe.6)**et **(Annexe.7)**on peut définir alors la constante diélectrique généralisée **ε(ω)** :

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0\varepsilon_\infty\left(1+ i\,\frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0\varepsilon_\infty\omega}\right) \qquad \textbf{(Annexe.8)}$$

En remplaçant $\varepsilon(\omega) =\varepsilon_0\varepsilon_r(\omega)$ dans **(Annexe.8) on obtient :**

$$\boldsymbol{\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_m(\omega)= \varepsilon_\infty\left(1+ i\frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0\varepsilon_\infty\omega} \right)} \qquad \textbf{(Annexe.9)}$$

La grandeur $\varepsilon_r(\omega)$ représente la permittivité de métal $\varepsilon_m(\omega)$.
A partir des équations **(Annexe.5)** et **(Annexe.9)** on peut écrire **:**

$$\varepsilon_m(\omega) = \varepsilon_\infty\left(1 + i\frac{n\tau e^2}{m\varepsilon_0\varepsilon_\infty\omega(1-i\omega\tau)}\right)$$

On peut écrire :

$$\begin{cases} \varepsilon_m(\omega) = \varepsilon_\infty\left(1 + i\dfrac{\omega_p^2}{\varepsilon_\infty\omega(1/\tau - i\omega)}\right) \\ \text{ou} \\ \varepsilon_m(\omega) = \varepsilon_\infty\left(1 - \dfrac{\omega_p^2}{\varepsilon_\infty\omega(i/\tau + \omega)}\right) \end{cases}$$

<u>Dans le cas $\varepsilon_\infty = 1$</u>

$$\varepsilon_m(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(i/\tau + \omega)}$$

On pose : $1/\tau = \gamma$

$$\begin{cases} \varepsilon_m(\omega) = 1 - \dfrac{\omega_p^2}{\omega^2 + i\gamma\omega} \\ \text{avec} \quad \omega_p^2 = \dfrac{ne^2}{m\varepsilon_0} \end{cases} \qquad \textbf{(Annexe.10)}$$

Le modèle de Drude est le modèle des électrons libres.

où ω_p est la pulsation plasma du métal.

τ le temps moyen entre deux collisions (d'ordre de 10^{-14}).

e=q la charge de l'électron , **m** la masse de l'électron.

n est la densité électronique (Nombres des électrons /m^3) .

(ou la concentration)

$\gamma=\Gamma$ est une constante d'amortissement (le terme de perte).

$\varepsilon_0 = 8,85.10^{-12}$ **F/m** est une permittivité du vide.

Annexe IV Spectre électromagnétique

Spectre électromagnétique : Radioélectricité · Spectre radiofréquence · Bandes VHF-UHF · Spectre micro-ondes									
Fréquence (υ) Longueur d'onde (λ=c/ υ)	9kHz 33 km		1GHz 30cm	300GHz 1mm	3THz 100µm	405THz 745nm	750THz 400nm	30PHz 10nm	60EHz 5pm
Bande		ondes radio	micro-ondes	térahertz	infrarouge (I.R)		ultraviolet (U.V)	rayons X	rayons γ
			rayonnements pénétrants			lumière visible	rayonnements ionisants		

Fréquence Longueur d'onde	405THz 745nm	480THz 625 nm	508THz 590 nm	530THz 565 nm	577THz 520nm	612THz 490nm	690THz 435nm	750THz 400nm	
Bande	I.R	rouge	orange	jaune	vert	cyan	bleu	violet	U.V

1kHz=10^3Hz , 1MHz=10^6Hz , 1GHz=10^9Hz , 1THz =10^{12}Hz , 1PHz=10^{15}Hz , 1EHz=10^{18} Hz

1mm=10^{-3}m , 1µm=10^{-6}m , 1nm=10^{-9}m , 1pm=10^{-12}m

$$\upsilon = \frac{c}{\lambda} \qquad T = \frac{\lambda}{c} \qquad n = \frac{\lambda_0}{\lambda} = \frac{c}{\nu} \qquad \omega = 2\pi\upsilon \qquad E = pc = h\upsilon$$

- υ : la fréquence de l'onde ; E : l'energie ; λ : la longueur d'onde.
- c : la vitesse de la lumière dans le vide (≈3×10^8 m/s).
- n : l'indice de réfraction de la lumière monochromatique dans le milieu.
- λ_0 : la longueur d'onde dans le vide ; T : période temporelle.
- ν : la vitesse de la lumière dans le milieu ; ω : pulsation .
- h : la constante de Planck (≈6,6.10^{-34}J.s) ; p : L'impulsion du photon.

AnnexeV Johnson et Christy

Pour calculer la longueur d'onde (λ)

$$E = h\upsilon = \frac{hc}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} \rightarrow$$ λ =6,6.10^{-34}.3.10^8/E(ev).1 ,6.10^{-19}

λ =1231/E(ev) (nm)

Pour calculer la pulsation (ω)

$$E = h\upsilon = \frac{h\omega}{2\pi} \rightarrow \omega = \frac{2\pi E}{h} \rightarrow$$ ω=2x3,14xE(ev)/ 6,6.10^{-34}

ω =1525.10^{12}E(ev) (rad/s)

Johnson et Christy

λ=1231/E(ev) (nm)			Argent(Ag)				Or(Au)			
$\omega=1525.10^{12}$E(ev) (rad/s)			$n=n_r+in_i$		$\varepsilon_m=\varepsilon_r+i\varepsilon_i$		$n=n_r+in_i$		$\varepsilon_m=\varepsilon_r+i\varepsilon_i$	
E(ev)	λ(nm)	ω(rad/s).10^{12}	$n_r=n$	$n_i=k$	$\varepsilon_r=n^2-k^2$	$\varepsilon_i=2nk$	$n_r=n$	$n_i=k$	$\varepsilon_r=n^2-k^2$	$\varepsilon_i=2nk$
0,64	1923	976	0,24	14,08	-198,19	6,76	0,92	13,78	-189,04	25,36
0,77	1599	1174	0,15	11,85	-140,40	3,56	0,56	11,21	-125,35	12,56
0,89	1383	1357	0,13	10,10	-101,99	2,63	0,43	9,52	-90,43	8,19
1,02	1207	1556	0,09	8,83	-77,93	1,59	0,35	8,15	-66,22	5,70
1,14	1080	1739	0,04	7,80	-60,76	0,62	0,27	7,15	-51,05	3,86
1,26	977	1922	0,04	6,99	-48,89	0,56	0,22	6,35	-40,27	2,79
1,39	886	2120	0,04	6,31	-39,84	0,50	0,17	5,66	-32,04	1,93
1,51	815	2303	0,04	5,73	-32,80	0,46	0,16	5,08	-25,81	1,63
1,64	751	2501	0,03	5,24	-27,48	0,31	0,14	4,54	-20,61	1,27
1,76	699	2684	0,04	4,84	-23,40	0,39	0,13	4,10	-16,82	1,07
1,88	655	2867	0,05	4,48	-20,09	0,45	0,14	3,70	-13,65	1,04
2,01	612	3065	0,06	4,15	-17,24	0,50	0,21	3,27	-10,66	1,37
2,13	578	3248	0,05	3,86	-14,88	0,39	0,29	2,86	-8,11	1,66
2,26	545	3447	0,06	3,59	-12,86	0,43	0,43	2,46	-5,84	2,11
2,38	517	3630	0,05	3,32	-11,05	0,33	0,62	2,08	-3,95	2,58
2,50	492	3813	0,05	3,09	-9,56	0,31	1,04	1,83	-2,28	3,81
2,63	468	4011	0,05	2,87	-8,23	0,29	1,31	1,85	-1,70	4,84
2,75	448	4194	0,04	2,66	-7,06	0,21	1,38	1,91	-1,76	5,28
2,88	427	4392	0,04	2,46	-6,06	0,20	1,45	1,95	-1,69	5,65
3,00	410	4575	0,05	2,28	-5,17	0,23	1,49	1,96	-1,61	5,83
3,12	395	4758	0,05	2,07	-4,28	0,21	1,47	1,95	-1,65	5,74
3,25	379	4956	0,05	1,86	-3,47	0,19	1,46	1,93	-1,60	5,64
3,37	365	5139	0,07	1,66	-2,74	0,23	1,48	1,90	-1,40	5,61
3,50	352	5338	0,10	1,42	-2,00	0,28	1,50	1,87	-1,23	5,60
3,62	340	5521	0,14	1,14	-1,28	0,32	1,48	1,87	-1,31	5,54
3,74	329	5704	0,17	0,83	-0,66	0,28	1,48	1,88	-1,36	5,57
3,87	318	5902	0,81	0,39	0,50	0,64	1,54	1,90	-1,23	5,85
3,99	309	6085	1,13	0,62	0,90	1,39	1,53	1,89	-1,24	5,79
4,12	299	6283	1,34	0,96	0,87	2,58	1,53	1,89	-1,23	5,78
4,24	290	6466	1,39	1,16	0,58	3,23	1,49	1,88	-1,31	5,60
4,36	282	6649	1,41	1,26	0,39	3,56	1,47	1,87	-1,33	5,49
4,49	274	6847	1,41	1,33	0,22	3,75	1,43	1,85	-1,37	5,28
4,61	267	7030	1,38	1,37	0,02	3,79	1,38	1,80	-1,35	4,98
4,74	260	7229	1,35	1,39	-0,10	3,74	1,35	1,75	-1,24	4,72
4,86	253	7412	1,33	1,39	-0,17	3,71	1,38	1,69	-0,94	4,66
4,98	247	7595	1,31	1,39	-0,21	3,64	1,33	1,63	-0,89	4,34
5,11	241	7793	1,30	1,38	-0,21	3,58	1,32	1,58	-0,74	4,16
5,23	235	7976	1,28	1,37	-0,23	3,50	1,32	1,54	-0,62	4,06
5,36	230	8174	1,28	1,36	-0,20	3,47	1,30	1,50	-0,55	3,89
5,48	225	8357	1,26	1,34	-0,22	3,39	1,31	1,46	-0,42	3,83
5,60	220	8540	1,25	1,34	-0,24	3,36	1,30	1,43	-0,35	3,71
5,73	215	8738	1,22	1,34	-0,30	3,26	1,30	1,39	-0,23	3,61
5,85	210	8921	1,20	1,33	-0,32	3,18	1,30	1,35	-0,13	3,51
5,98	206	9120	1,18	1,31	-0,33	3,10	1,30	1,30	-0,01	3,39
6,10	202	9303	1,15	1,30	-0,36	2,98	1,33	1,28	0,14	3,40
6,22	198	9486	1,14	1,28	-0,33	2,91	1,33	1,25	0,20	3,33
6,35	194	9684	1,12	1,26	-0,32	2,81	1,34	1,23	0,29	3,29
6,47	190	9867	1,10	1,23	-0,31	2,71	1,32	1,20	0,30	3,18
6,60	187	10065	1,07	1,21	-0,32	2,59	1,28	1,19	0,23	3,04

[Johnson 1972]